



تکنیک بهینه‌سازی نوین بر مبنای ارتعاشات برای شناسایی توزیع ثوابت الاستیک و توان کسر حجمی ورق‌های مستطیلی مدرج تابعی

احمد قاسمی قلعه بهمن^{1*}، محمد مرادی گلستانی²

1- استادیار، مهندسی مکانیک، دانشگاه سمنان، سمنان

2- دانشجوی کارشناسی ارشد، مهندسی مکانیک، دانشگاه سمنان، سمنان

* ghasemi@semnan.ac.ir، 19111-35131، صندوق پستی

اطلاعات مقاله

مقاله پژوهشی کامل

دریافت: 22 فروردین 1395

پذیرش: 18 اردیبهشت 1395

ارائه در سایت: 08 تیر 1395

کلید واژگان:

مواد مدرج تابعی (FGM)

تحلیل ارتعاشی

روش معکوس

ثوابت الاستیک

الگوریتم بهینه‌سازی بر خورد قطرات

چکیده

در تحقیق پیش رو، یک روش معکوس جدید جهت تعیین توزیع خواص مکانیکی و توان کسر حجمی صفحات مستطیلی مدرج تابعی ارائه شده است. این روش از نتایج تحلیل ارتعاشی ورق‌های مدرج تابعی به همراه یک الگوریتم بهینه‌سازی فراابتکاری کارآمد جدید تحت عنوان الگوریتم برخورد قطرات که برای اولین بار در این مقاله ارائه شده است، بهره‌مند می‌شود. الگوریتم بهینه‌سازی فراابتکاری کارآمد جدید تحت عنوان الگوریتم از رفتار قطرات آب در سطوح مختلف تماس متوالی با سطح یک سیال الهام می‌گیرد. با استفاده از تئوری تغییر شکل برشی مرتبه دوم و اعمال اصل همپلتون، معادلات حرکت استخراج شده و در ادامه فرکانس‌های طبیعی ورق‌های مدرج تابعی مورد مطالعه، بدست آمده است. نتایج حاصل به ازای فازهای مختلف مواد مورد بررسی و برای نسبت‌های گوناگون طول به ضخامت، بدست آمده و با مقادیر موجود در مقالات مرجع مقایسه شده است. مطالعه مقایسه ای نتایج بدست آمده با نتایج حاصل از پنج الگوریتم بهینه‌سازی شناخته شده، تأیید می‌کند که الگوریتم پیشنهادی برخورد قطرات از کارایی و عملکرد بهتری در سرعت همگرایی و دقت شناسایی مواد مدرج تابعی برخوردار می‌باشد.

A novel vibration-based optimization technique for identifying elastic constant distribution and volume fraction index in functionally graded rectangular plates

Ahmad Ghasemi-Ghalebahman^{*}, Mohammad Moradi-Golestani

Department of Mechanical Engineering, Semnan University, Semnana, Iran

* P.O.B. 35131-19111 Semnan, Iran, ghasemi@semnan.ac.ir

ARTICLE INFORMATION

Original Research Paper
Received 10 April 2016
Accepted 07 May 2016
Available Online 28 June 2016

Keywords:

Functionally graded materials
Vibration analysis
Inverse method
Elastic constants
Drops Contact Optimization algorithm

ABSTRACT

In this paper, a new inverse method has been presented for identifying the distribution of material properties and volume fraction index of rectangular functionally graded (FG) material plates. This method benefits from vibration analysis of FG plates accompanied by a novel and efficient meta-heuristic optimization algorithm called Drops Contact Optimization (DCO) algorithm, being proposed for the first time in this article. The presented algorithm relies on the initial population and mimics the behavior of water drops in different level of contacting successively with a fluid surface. Through using the second shear deformation theory and applying the Hamilton principle, the motion equations are derived and, subsequently, the natural frequencies of the considered FG plates are obtained. The outcomes relevant to considered different material phases and various length to thickness ratios are achieved and compared with those available in the literature. Making a comparative study of the obtained results with five well-known optimization algorithms confirms that the proposed DCO algorithm produces better performance in convergent speed and accurate characterization of FG materials.

1- مقدمه

دسته از سازه‌ها در روند کلی طراحی این قطعات در یک سازه اهمیت پیدا می‌کند. با افزایش استفاده از ورق‌ها در صنعت و نیاز به بالا بودن کارایی و اطمینان از عملکرد صحیح آنها استفاده از مواد نو مانند مواد مدرج تابعی (FGM)¹ افزایش یافته است. به کارگیری مواد کامپوزیت، آلیاژهای حافظه‌دار و مواد پیزوالکتریک و غیره، گسترش دامنه استفاده از این مواد منجر به افزایش تلاش‌های محققان جهت نیل به ساخت و طراحی سازه‌ها و قطعات با

در مهندسی نوین به طور پیوسته از ورق‌ها به عنوان ساختارهای اساسی استفاده می‌شود. ورق‌ها و پوسته‌ها سازه‌هایی هستند که شکل اولیه آنها به ترتیب، تخت یا خمیده است و ضخامت آنها بسیار کوچکتر از دو بعد دیگر است. مأنوس‌ترین مثال‌ها برای ورق‌ها عبارتند از بدنه ماشین‌ها، پانل‌های جانبی و سقف ساختمان‌ها، دیسک‌های توربین، دیواره‌ها و کف مخازن ذخیره. بنابراین با توجه به کاربرد فراوان این مواد در صنعت، تحلیل این

¹ Functionally Graded Materials

Please cite this article using:

A. Ghasemi-Ghalebahman, M. Moradi-Golestani, A novel vibration-based optimization technique for identifying elastic constant distribution and volume fraction index in functionally graded rectangular plates, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 16, No. 6, pp. 245-254, 2016 (in Persian)

برای ارجاع به این مقاله از عبارت ذیل استفاده نمایید:

A. Ghasemi-Ghalebahman, M. Moradi-Golestani, A novel vibration-based optimization technique for identifying elastic constant distribution and volume fraction index in functionally graded rectangular plates, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 16, No. 6, pp. 245-254, 2016 (in Persian)

ورق‌های مدرج تابعی توسط ناتارجان و همکاران [7] بررسی شده است. رفتار ارتعاشات آزاد ورق‌های مدرج تابعی بر مبنای تئوری تغییر شکل برشی مرتبه بالاتر ورق، توسط سیدا ردی و همکاران [8] بررسی شده است. در مطالعه انجام شده، فرمول بندی تحلیلی برای حل ارتعاشات آزاد ورق‌های مدرج تابعی با استفاده از تئوری تغییر شکل برشی مرتبه بالاتر و با فرض صفر بودن تنش برشی عرضی در موقعیت سطوح بالایی و پایینی ورق، ارائه شده است.

تحلیل ارتعاش، کماتش و خمش ورق‌های مدرج تابعی ساندویچی و همسانگرد، با استفاده از تئوری برشی مرتبه بالاتر و بدون استفاده از تکنیک شبکه بندی توسط فریرا و همکاران [9] مطالعه شده است. معادلات حاکم، صریح و شرایط مرزی با استفاده از اصل جابجایی مجازی استخراج شده است. بهینه‌سازی دو بعدی ترکیب مواد، در مواد مدرج تابعی با استفاده از تحلیل بدون المان و یک الگوریتم ژنتیک توسط گوپه و همکاران [10] انجام شده است. روش پیشنهادی روی مواد مدرج تابعی فلز-سرامیک تمرکز دارد. بهینه‌سازی محل سنسور و محرک پیزوالکتریک برای کنترل ارتعاشات با استفاده از الگوریتم ژنتیک، توسط بروانت و همکاران [11] انجام شده است.

بهینه‌سازی جرم ورق‌های مدرج تابعی تحت بارگذاری‌های مکانیکی در حضور قیدهای تنش و خیز توسط اشجاری و همکاران [12] ارائه شده است. در این کار، یک روش برای بهینه‌سازی تک هدفه ورق‌های همسانگرد مدرج تابعی با تکیه‌گاه ساده ارائه شده است.

از تئوری مرتبه بالا برای تحلیل ارتعاشی ورق‌های مدرج تابعی مستطیلی، توسط کمار و همکاران [13] استفاده شده است. آنها بدون لحاظ نمودن تنش برشی عرضی در سطوح بالا و پایین، یک حل تحلیلی برای ارتعاشات ورق مدرج تابعی با استفاده از تئوری مرتبه بالای برشی توسعه داده اند. خواص ماده در راستای ضخامت ورق بر اساس تابع توانی، متغیر فرض شده و معادلات حاکم بر اساس اصل کار مجازی استخراج و با استفاده از روش ناوبر حل شده اند.

تحلیل استاتیکی و ارتعاشات آزاد ورق ساندویچی مدرج تابعی با استفاده از تئوری الاستیسیته سه‌بعدی توسط بیگلو و علیزاده [14] ارائه گردیده است. در این پژوهش به بررسی رفتار استاتیکی و ارتعاشات آزاد ورق‌های ساندویچی مستطیلی مشکل از هسته مدرج تابعی و رویه‌های همگن و یا رویه‌های از جنس مواد مدرج تابعی و هسته همگن پرداخته شده است. تحلیل ارتعاش آزاد پوسته استوانه ای مدرج تابعی دوبعدی روی بستر الاستیک توسط ابراهیمی و نجفی زاده ارائه شده است [15].

یک روش تحلیلی دقیق برای ارتعاش آزاد ورق‌های مدرج تابعی مستطیلی رایسنر-میندلین، توسط حسینی‌هاشمی و همکاران [16] ارائه شده است. خواص مواد در راستای ضخامت ورق بر اساس تابع توانی از کسر حجمی ترکیبات، تغییر می‌کند. نتایج برای فرکانس طبیعی ورق مدرج تابعی مستطیلی با شش شرط تکیه‌گاهی ترکیبی مختلف و برای نسبت‌های طول به عرض، ضخامت به طول و شاخص گرادبان مواد، ارائه شده است.

تحلیل دو بعدی ارتعاشات صفحات دایروی با در نظر گرفتن اثر ترکیب مواد در دو جهت شعاعی و ضخامت و با استفاده از روش مربعات تفاضلی، توسط نجاتی و همکاران [17] ارائه گردیده است. حل تحلیلی ارتعاشات یک نانو ورق ناهمسانگرد دو لایه تقویت شده با نانولوله‌های کربنی در بستر الاستیک توسط حیدری رارانی و همکاران ارائه شده است [18]. در این

کارایی و کیفیت بهتر شده است. از طرفی استفاده از روش‌هایی مبتنی بر آزمایش‌های استاتیکی مرسوم مانند آزمایش کشش ساده برای این دست از مواد با مشکلاتی از قبیل تأثیرات تکیه‌گاهی، وابستگی به اندازه نمونه و وجود میدان‌های غیر یکنواخت تنش-کرنش همراه می‌باشد که معمولاً باعث ایجاد پراکندگی‌ها و خطاهای گسترده‌ای در نتایج حاصل از آزمایش‌ها می‌شوند. همچنین، مخرب بودن این‌گونه آزمایش‌ها و عدم تکرار آن‌ها برای یک نمونه خاص از دیگر معایب این روش‌های آزمایشگاهی برای تعیین خواص مواد به شمار می‌آیند.

حل دقیق سه بعدی برای ارتعاش ورق‌های مستطیلی مدرج تابعی توسط سنتهیل و همکاران [1] مورد مطالعه قرار گرفته است. آن‌ها یک حل دقیق سه بعدی برای ارتعاشات آزاد و اجباری ورق‌های مدرج تابعی مستطیلی با تکیه‌گاه ساده ارائه نمودند. حل دقیق ارائه شده برای ورق‌های ضخیم و نازک و همچنین برای تغییرات دلخواه خواص مواد در راستای ضخامت ورق معتبر می‌باشد. نتایج برای ماده دو فازی فلز - سرامیک ورق‌های مدرج تابعی که دارای تغییرات خواص با استفاده از قانون توانی کسر حجمی ترکیبات و در راستای ضخامت ورق، ارائه شده است.

یک حل دقیق ارتعاشات آزاد برای ورق‌های مدرج تابعی مستطیلی توسط حسینی بافرانی و همکاران [2] ارائه شده است. معادلات حاکم حرکت بر اساس تئوری کلاسیک ورق استخراج شده است. با استفاده از یک روش تحلیلی، سه معادله دیفرانسیل جزئی حرکت به دو معادله جدید مجزا دوباره فرمول بندی شده است. بر اساس حل ناوبر، یک حل فرم بسته برای فرکانس‌های طبیعی ورق‌های مدرج تابعی مستطیلی با تکیه‌گاه ساده ارائه شده است.

تحلیل کماتش و ارتعاشات سازه‌های کامپوزیتی مدرج تابعی با استفاده از روش المان محدود توسط اوکیو و همکاران [3] دنبال شده است. در این کار المانی از نوع ماندلین و المانی از نوع رایسنر برای مدل کردن ورق FGM تحت کماتش و ارتعاش آزاد توسعه داده شده اند. فرمول بندی المان نوع ماندلین بر اساس میانگین توزیع برشی عرضی در ضخامت ورق و با استفاده از درون یابی لاگرانژ انجام شده است. فرمول بندی المان نوع رایسنر نیز بر اساس توزیع برشی عرضی سهمی وار در ضخامت ورق و با استفاده از درون یابی لاگرانژ و هرمیت انجام شده است.

تحلیل رفتار ارتعاشی صفحات استوانه ای مدرج تابعی توسط ایسفنندزیوایی و همکاران [4] انجام گردیده است. در تحقیق آن‌ها صفحات تحت تأثیر فشار داخلی و تکیه‌گاه حلقه ای قرار داشته اند و از تئوری لاو-کیرشهف¹ تحت شرایط مرزی مختلف استفاده گردیده است.

ارتعاشات آزاد سه پارامتر ورق‌های مدرج تابعی، در بستر الاستیک پاسترناک توسط جم و همکاران [5] ارائه شده است. در این کار، بر اساس تئوری الاستیسیته سه بعدی و بر اساس روش مربعات دیفرانسیلی پارامترهای ارتعاش آزاد ورق‌های مستطیلی مدرج تابعی در بستر الاستیک پاسترناک بررسی شده است.

تحلیل ارتعاشات آزاد ورق مستطیلی مدرج تابعی ضخیم با استفاده از تئوری ورق اصلاح شده متغیر توسط رضا علی بخشی و همکاران [6] انجام شده است. ورق مورد بررسی دارای تکیه‌گاه ساده می‌باشد. مدول الاستیسیته، چگالی و جرم ورق بر اساس یک قانون ساده توانی، توزیع شده است اما ضریب پواسون ثابت می‌باشد. رفتار ارتعاش خمشی وابسته به اندازه در نانو

¹ Love-kirchhoff

$$\begin{bmatrix} \sigma_{11} \\ \sigma_{22} \\ \sigma_{23} \\ \sigma_{13} \\ \sigma_{12} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & 0 & 0 & 0 \\ C_{12} & C_{22} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & C_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & C_{55} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & C_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_{11} \\ \varepsilon_{22} \\ \varepsilon_{23} \\ \varepsilon_{13} \\ \varepsilon_{12} \end{bmatrix} \quad (5)$$

کہ در آن C_{ij} معرف مؤلفہ های سفتی بوده کہ در پیوست (ب) تعریف شدہ است. در نہایت معادلات حرکت سیستم از طریق اصل ہمیلتون (رابطہ 6) بہ دست می آید:

$$0 = \int_0^T (\delta u + \delta v - \delta k) dt \quad (6)$$

کہ در آن δu ، δv و δk بہ ترتیب بیانگر تغییرات انرژی کرنشی سیستم، تغییرات انرژی پتانسیل ناشی از کار نیروهای خارجی (کہ در ارتعاشات آزاد صفر است) و تغییرات انرژی جنبشی ورق بوده و از طریق روابط (7،8) بدست می آیند:

$$\delta u = \int_{\Omega} \left(\int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} (\sigma_{11} \delta \varepsilon_{11} + \sigma_{22} \delta \varepsilon_{22} + \sigma_{12} \delta \gamma_{12} + \sigma_{23} \delta \gamma_{23} + \sigma_{13} \delta \gamma_{13}) dz \right) dx dy \quad (7)$$

$$\delta k = \int_{\Omega} \left(\int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \rho (\dot{u}_x \delta \dot{u}_x + \dot{u}_y \delta \dot{u}_y + \dot{u}_z \delta \dot{u}_z) dz \right) dx dy \quad (8)$$

پس از سادہ سازی روابط (9-15) حاصل خواهند شد:

$$\delta u: \frac{\partial N_{11}}{\partial x} + \frac{\partial N_{12}}{\partial y} = I_0 + I_1 \ddot{\theta}_1 + I_2 \ddot{\theta}_2 \quad (9)$$

$$\delta v: \frac{\partial N_{22}}{\partial y} + \frac{\partial N_{12}}{\partial x} = I_0 \ddot{v} + I_1 \ddot{\psi}_1 + I_2 \ddot{\psi}_2 \quad (10)$$

$$\delta w: \frac{\partial Q_{13}}{\partial x} + \frac{\partial Q_{23}}{\partial y} = I_0 \ddot{w} \quad (11)$$

$$\delta \theta_1: \frac{\partial M_{11}}{\partial x} + \frac{\partial M_{12}}{\partial y} - Q_{13} = I_1 \ddot{u} + I_2 \ddot{\theta}_1 + I_3 \ddot{\theta}_2 \quad (12)$$

$$\delta \theta_2: \frac{\partial L_{11}}{\partial x} + \frac{\partial L_{12}}{\partial y} - 2R_{13} = I_2 \ddot{u} + I_3 \ddot{\theta}_1 + I_4 \ddot{\theta}_2 \quad (13)$$

$$\delta \psi_1: \frac{\partial M_{22}}{\partial y} + \frac{\partial M_{12}}{\partial x} - Q_{23} = I_1 \ddot{v} + I_2 \ddot{\psi}_1 + I_3 \ddot{\psi}_2 \quad (14)$$

$$\delta \psi_2: \frac{\partial L_{22}}{\partial y} + \frac{\partial L_{12}}{\partial x} - 2R_{23} = I_2 \ddot{v} + I_3 \ddot{\psi}_1 + I_4 \ddot{\psi}_2 \quad (15)$$

کہ در آن N_{ij} ، M_{ij} ، L_{ij} ، Q_{ij} و R_{ij} بہ ترتیب معرف منتجہ های تنش، ممان، ممان مرتبہ دوم، نیروی برشی و نیروی برشی مرتبہ دوم و I_i ($i = 0, \dots, 4$) معرف مؤلفہ های مراتب مختلف ممان اینرسی می باشند کہ روابط نظیر آن ها در پیوست (ج) آمدہ است. شرایط تکیہ گاهی از نوع تکیہ گاہ سادہ بودہ کہ بہ ہمراہ مشخصات ورق در شکل 1 آمدہ است. شرایط مرزی مسألہ برای حل ناویر بہ صورت روابط (16) و (17) می باشد.

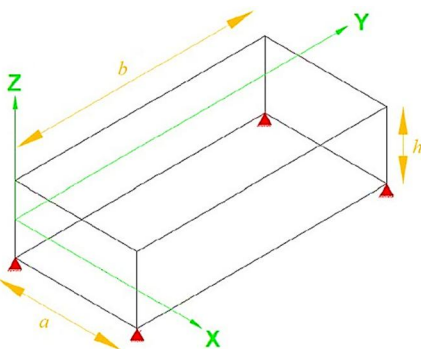


Fig. 1 Boundary conditions, coordinates and sheet geometry
شکل 1 شرایط تکیہ گاهی، محورهای مختصات و هندسہ ورق

تحقیق اثرات غیر محلی منظور شدہ و توزیع نانولولہ های کربنی در راستای ضخامت ورق بصورت مدرج تابعی با دو فرم یکنواخت و کاهشی-افزایشی در نظر گرفتہ شدہ است.

یک تئوری تغییر شکل برشی مرتبہ بالا برای تحلیل خمش و ارتعاشات ورق های مدرج تابعی، توسط تالی و همکاران [19] ارائه شدہ است. معادلات حرکت بر اساس اصل ہمیلتون استخراج شدہ است. حل های تحلیلی برای تحلیل خمش و ارتعاش ورق مدرج تابعی با تکیہ گاہ سادہ بہ دست آمدہ است. در مطالعہ حاضر، پس از استخراج معادلات حرکت، الگوریتم بپہنہ سازی برخورد قطرات ارائه خواهد شد. سپس مجموع مربعات اختلاف مقادیر فرکانس طبیعی موجود در مقالات یا نتایج تجربی در دسترس و نیز مقادیر فرکانس طبیعی بہ دست آمدہ از حل الگوریتم بپہنہ سازی، بہ عنوان تابع هدف منظور می شود. سپس الگوریتم مورد بررسی بہ کمینہ کردن تابع هدف پرداختہ و در نہایت ثوابت الاستیک، چگالی مواد و توان درصد حجمی بہ صورت معکوس ارائه می شود. در انتہا، نتایج بدست آمدہ با مقادیر موجود در مراجع مقایسہ گردیدہ، میزان ہمگرایی حل و درصد خطای آن گزارش خواهد شد.

2- حل مستقیم

در این مقالہ خواص مادہ در دو جهت X (راستای طولی) و Z (راستای ضخامت) متغیر فرض می شود. دو فاز سرامیکی در سطح تحتانی ورق و دو فاز فلزی در سطح فوقانی ورق در نظر گرفتہ شدہ و تغییر خواص بر اساس توابع توانی و بصورت روابط (1) و (2) انتخاب می گردد:

$$p = P_{c1} V_{c1} + P_{c2} V_{c2} + P_{m1} V_{m1} + P_{m2} V_{m2} \quad (1)$$

$$V_{c1} = (1-f)(1-g), V_{c2} = f(1-g), V_{m1} = (1-f)g, V_{m2} = fg \quad (2)$$

کہ در آن $g = (z/h)^{n_y}$ و $f = (x/a)^{n_x}$ می باشند. پارامترهای p و P نیز بہ ترتیب نمایندہ خاصیت مورد بررسی برای ہر فاز و خاصیت منتجہ و کلی حاصل شدہ برای مادہ مدرج تابعی می باشند. نمادہای c_1 و c_2 معرف فاز دوگانہ سرامیکی در سطح تحتانی ورق و m_1 و m_2 نیز معرف فاز دوگانہ فلزی در سطح فوقانی ورق می باشند. با توجہ بہ رابطہ (2)، تغییر خواص مادہ ہم در راستای طولی و ہم در راستای ضخامت منظور شدہ است. میدان جابجایی بر اساس تئوری تغییر شکل برشی مرتبہ دوم بہ صورت رابطہ (3) منظور می شود:

$$\begin{bmatrix} u_x \\ u_y \\ u_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} u(x, y, t) \\ v(x, y, t) \\ w(x, y, t) \end{bmatrix} + z \begin{bmatrix} \theta_1(x, y, t) \\ \psi_1(x, y, t) \\ 0 \end{bmatrix} + z^2 \begin{bmatrix} \theta_2(x, y, t) \\ \psi_2(x, y, t) \\ 0 \end{bmatrix} \quad (3)$$

کہ در آن u ، v و w معرف مؤلفہ های جابجایی صفحہ میانی می باشند. همچنین توابع θ_1 و θ_2 بیان کنندہ مؤلفہ های شیب صفحہ میانی و ψ_1 و ψ_2 نیز معرف مؤلفہ های انحنای صفحہ میانی می باشند. لذا در مجموع تئوری مرتبہ دوم برشی شامل 7 تابع مجهول جابجایی، شیب و انحناء می باشد. با فرض خطی بودن روابط کرنش-جابجایی، میدان کرنش بہ صورت رابطہ (4) بدست خواهد آمد:

$$\begin{bmatrix} \varepsilon_{11} \\ \varepsilon_{22} \\ \varepsilon_{12} \\ \gamma_{23} \\ \gamma_{13} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{\varepsilon}_{11} \\ \dot{\varepsilon}_{22} \\ \dot{\varepsilon}_{12} \\ \dot{\gamma}_{23} \\ \dot{\gamma}_{13} \end{bmatrix} + z \begin{bmatrix} k_{11} \\ k_{22} \\ k_{12} \\ \gamma'_{23} \\ \gamma'_{13} \end{bmatrix} + z^2 \begin{bmatrix} \dot{k}_{11} \\ \dot{k}_{22} \\ \dot{k}_{12} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (4)$$

پارامترهای این رابطہ در پیوست (الف) توضیح دادہ شدہ است. همچنین معادلہ ساختاری مادہ بہ صورت رابطہ (5) تعریف خواهد شد:

واسطہ این برخورد حاصل می‌شود. البتہ این برخورد بہ اینجا ختم نشدہ، بلکہ کشش سطحی آب اجازہ حل شدن قطرہ را در آب نمی‌دہد و دوبارہ قطرہ را بہ بالا پرتاب می‌نماید اما با انرژی کمتر نسبت بہ حالت قبل و طبیعتاً ارتفاع کمتر، دوبارہ برخورد صورت می‌گیرد و موج دیگری حاصل می‌شود. این عمل تا جایی ادامہ می‌یابد کہ انرژی قطرہ بہ مینیمم مقدار خود رسیدہ و عملیات برخورد متوقف شود.

چیزی کہ در عمل اتفاق می‌افتد برخاست قطرہ در ہر مرحلہ از همان نقطہ برخورد می‌باشد. اما کاری کہ در این روش پیشنهاد شدہ این است کہ محل برخاست قطرہ را جابجا کنیم. این جابجایی بہ شرح زیر انجام می‌شود:

در اولین برخورد موجی در سطح آب ایجاد می‌شود. در واقع دامنه موج حاصل همان فضای جستجوی اولیه می‌باشد. در گام اول در این فضای جستجو یک جمعیت اولیه ایجاد شدہ و مقادیر اولیه تابع هدف بدست می‌آید. از این مقادیر، بہترین مقدار انتخاب شدہ و برخاست قطرہ گام دوم از آن نقطہ جدید ادامہ می‌یابد. این بار قطرہ از این نقطہ جدید بلند شدہ و دوبارہ بہ سمت سطح بازگشتہ و برخورد دوم رخ می‌دہد و دوبارہ شعاع جدید حاصل از برخورد دوم ایجاد می‌شود. طبیعتاً شعاع حاصلہ از شعاع حاصلہ برخورد اول کمتر خواهد بود. در این گام دوبارہ در شعاع جدید جمعیت جدید ایجاد می‌شود و مقدار بہترین تابع حاصل می‌شود و این فرایند آنقدر تکرار می‌شود کہ شعاع حاصلہ بہ صفر برسد. وقتی شعاع بہ صفر برسد یعنی دیگر برخوردی نخواہیم داشت و نقطہ بہینہ بدست آمدہ است. این مراحل بہ صورت مختصر بہ ترتیب زیر می‌باشد:

- 1- ایجاد قطرہ اولیه و اولین برخورد با سطح آب.
 - 2- ایجاد اولین شعاع حاصل از اولین برخورد.
 - 3- ایجاد جمعیت اولیه در اولین شعاع و محاسبہ مقدار تابع در ہر یک از نقاط.
 - 4- پیدا کردن بہترین مقدار حاصلہ و پرتاب قطرہ دوم از این نقطہ.
 - 5- برخورد قطرہ پرتاب شدہ مرحلہ دوم بہ سطح و ایجاد شعاع کاهش یافتہ ثانویہ.
 - 6- تکرار مراحل فوق تا صفر شدن شعاع.
- شماتیک مراحل فوق مطابق شکل 4 می‌باشد. این نکتہ قابل ذکر است کہ مراحل گفتہ شدہ تنها برای یک قطرہ می‌باشد و جمعیت اولیه ما برخورد قطرہ‌های متعدد آب بہ سطح آب (فضای جستجو) می‌باشد. پس بہ اندازہ جمعیت اولیه قطرات آب را بوجود می‌آوریم. با این کار تقریباً تمام فضای جواب اولیه ما پوشش دادہ می‌شود و تمام فضای جواب بررسی می‌شود. این تعداد جمعیت اولیه (قطرات آب اولیه) بہ صورت اتفاقی ایجاد و در



Fig. 3 Rising drop after a collision with fluid surface [22]

شکل 3 برخاست قطرہ پس از برخورد با سطح سیال [22]

$$x = 0, a \rightarrow \begin{cases} v(0, y, t) = 0 \\ v(a, y, t) = 0 \\ \psi_1(0, y, t) = 0 \\ \psi_1(a, y, t) = 0 \\ \psi_2(0, y, t) = 0 \\ \psi_2(a, y, t) = 0 \\ w(0, y, t) = 0 \\ w(a, y, t) = 0 \end{cases} \begin{cases} M_{11}(0, y, t) = 0 \\ M_{11}(a, y, t) = 0 \\ N_{11}(0, y, t) = 0 \\ N_{11}(a, y, t) = 0 \end{cases} \quad (16)$$

$$y = 0, b \rightarrow \begin{cases} u(x, 0, t) = 0 \\ u(x, b, t) = 0 \\ \phi_1(x, 0, t) = 0 \\ \phi_1(x, b, t) = 0 \\ \phi_2(x, 0, t) = 0 \\ \phi_2(x, b, t) = 0 \\ w(x, 0, t) = 0 \\ w(x, b, t) = 0 \end{cases} \begin{cases} M_{22}(x, 0, t) = 0 \\ N_{22}(x, 0, t) = 0 \\ N_{22}(x, b, t) = 0 \\ M_{22}(x, b, t) = 0 \end{cases} \quad (17)$$

از حل ناویر، میدان جابجایی بصورت رابطہ (18) در نظر گرفته می‌شود:

$$\begin{bmatrix} u \\ v \\ w \\ \phi_1 \\ \phi_2 \\ \psi_1 \\ \psi_2 \end{bmatrix} = \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty} \begin{bmatrix} u_{mn} \cos \alpha x \sin \beta y \\ v_{mn} \sin \alpha x \cos \beta y \\ w_{mn} \sin \alpha x \sin \beta y \\ \phi_{mn} \cos \alpha x \sin \beta y \\ \phi_{2mn} \cos \alpha x \sin \beta y \\ \psi_{1mn} \sin \alpha x \cos \beta y \\ \psi_{2mn} \sin \alpha x \cos \beta y \end{bmatrix} e^{-i\omega t} \quad (18)$$

کہ در آن $\beta = n\pi/b$ و $\alpha = m\pi/a$ می‌باشند. در نہایت معادلہ حرکت بہ مسألہ ویژہ زیر منجر خواهد شد کہ از حل آن فرکانس‌های طبیعی سیستم بدست خواهد آمد (رابطہ 19):

$$([k] - \omega^2[M]) \begin{bmatrix} u \\ v \\ w \\ \phi_1 \\ \phi_2 \\ \psi_1 \\ \psi_2 \end{bmatrix} = 0 \quad (19)$$

3- طراحی بیهینہ سازی با استفادہ از الگوریتم برخورد قطرات

3-1- الگوریتم برخورد قطرات

الگوریتم پیشنهادی برخورد قطرات¹ یک الگوریتم فراابتکاری [20] و مبتنی بر جمعیت اولیه می‌باشد. این روش الہام گرفته از رفتار قطرات آب هنگام برخورد با سطح آب می‌باشد (شکل 2)، کہ برای اولین بار در این مقالہ ارائه شدہ است. لازم بہ ذکر است بر خلاف روش‌های ابتکاری کہ برای حل مسائل خاص طراحی شدہ اند، از روش‌های فرا ابتکاری برای حل دامنه وسیعی از مسائل و اغلب بدون توجہ بہ شکل مسألہ مورد نظر استفادہ می‌شود. مطابق شکل 3، این رفتار در طبیعت بہ این گونه است کہ وقتی یک قطرہ از ارتفاعی خاص بہ سطح آب برخورد می‌کند، موجی در سطح آب بہ

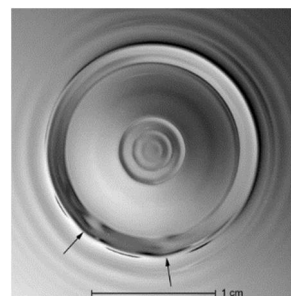


Fig. 2 Droplet collision and creating wave at its surrounding [21]

شکل 2 برخورد قطرہ با سطح سیال و ایجاد موج پیرامون خودش [21]

گرفته می‌شود:

$$l_{i+1} = \frac{1}{S} l_i \quad (22)$$

که l_i طول موج حاصل از تکرار قبل و l_{i+1} طول موج حاصل از تکرار جاری می‌باشند. همچنین متغیر S نیز در رابطه (22) همچون متغیر T وابسته به شرایط ذکر شده فوق می‌باشد. مقدار این متغیر نیز برابر 2 در نظر گرفته شده است.

از طرفی به دلیل اینکه رابطه Y سرعت، متناسب با طول موج می‌باشد با کاهش طول موج، سرعت نیز کاهش پیدا می‌کند. به این ترتیب شعاع که با سرعت رابطه دارد (رابطه (23))، در هر تکرار، با کاهش طول موج و بر اساس آن، سرعت موج، کاهش پیدا می‌کند:

$$\text{Radius} = 5v \quad (23)$$

مشابه شعاع که در هر تکرار مقدار جدید می‌یابد، میزان تولید جمعیت اولیه را هم در هر تکرار به روز می‌کنیم. از آنجایی که در تکرارهای آخر شعاع بسیار کوچک می‌شود، جمعیت تولیدی نیز کاهش می‌یابد. با این کار انجام محاسبات کاهش و در نتیجه سرعت اجرای الگوریتم نیز افزایش پیدا خواهد کرد. میزان جمعیت از رابطه (24) به دست می‌آید:

$$\text{pop}_{i+1} = \frac{\text{pop}_i}{2(\text{Radius}_{i+1} - \text{Radius}_i)} \quad (24)$$

که pop_i میزان جمعیت در تکرار قبل، pop_{i+1} میزان جمعیت در تکرار جاری، Radius_i مقدار شعاع در تکرار قبل و Radius_{i+1} مقدار شعاع در تکرار جاری می‌باشند.

3-1-2- روش تکمیلی برای گریز از مینیمم‌های محلی¹:

به منظور گریز از مینیمم‌های محلی در این روش دو راهکار پیشنهاد می‌شود. راهکار اول پاشش اولیه نقاط اتفاقی در تمام فضای جواب و ایجاد جستجو از تمام آن نقاط می‌باشد. در راهکار دوم، از رفتار قطرات هنگام برخورد و برگشت آنها الهام می‌گیرد. اگر قطره و سیال مورد اصابت، تحت شرایط خاصی (چگالی، پیوند بین مولکولی، لزجت و دیگر موارد ذکر شده) قرار بگیرند، به جای برگشت یک قطره، مقادیر بیشتری از قطرات از سطح آب باز می‌گردند [24]. شکل ایجاد شده به تاج آب² موسوم می‌باشد (شکل 5).

رفته رفته با کاهش انرژی قطره بازگشتی، شانس ایجاد تاج آب کاهش یافته و در نهایت این پدیده از بین خواهد رفت. حال به جای اینکه پیرامون یک قطره بازگشتی بررسی شود، پیرامون چندین قطره بررسی می‌گردد. با این روش عملاً نقاط دور تر از مینیمم واقعی نیز بررسی می‌گردند.

همان طور که ذکر گردید این پدیده فقط در شرایطی رخ می‌دهد که انرژی قطره بازگشتی زیاد باشد (تکرارهای اول الگوریتم). در این روش، جواب



Fig. 5 Water Crown [22]

شکل 5 تاج آب [22]

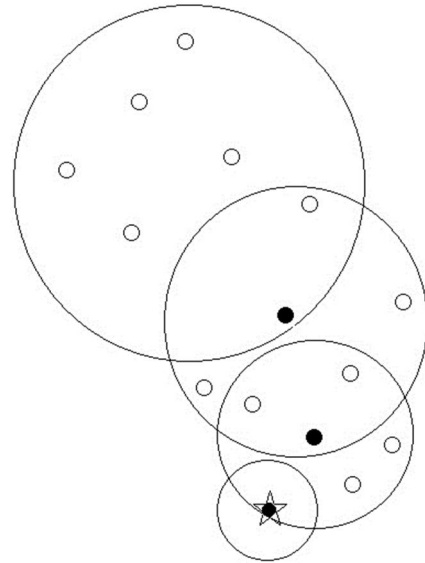


Fig. 4 The schematic of algorithm procedure

شکل 4 شماتیک مراحل انجام الگوریتم

فضای جستجو پاشیده می‌شود و سپس مراحل جستجو آغاز می‌گردند. با توجه به اینکه نقاط اولیه تقریباً در تمام فضا ایجاد شده‌اند تا حد زیادی از به دام افتادن در نقاط بهینه محلی جلوگیری می‌شود.

روش تکمیلی دیگری نیز برای رفع این مشکل وجود دارد که در ادامه به تفصیل به شرح آن پرداخته می‌شود.

3-1-1- روابط مورد استفاده در الگوریتم

فرمول ارائه شده برای سرعت ایجاد شده موج در سطح آب به صورت رابطه (20) می‌باشد [23]:

$$V = \sqrt{\frac{gl \tanh\left(\frac{2\pi d}{l}\right)}{2\pi}} \quad (20)$$

که در رابطه فوق، g شتاب گرانش زمین، d عمق سیال زیرین محل برخورد و l طول موج حاصل از برخورد قطره به سطح سیال می‌باشند. این مسأله در شرایط ایده آل ($g=9.81$) و عمق آب متوسط 2 متر در نظر گرفته شده است.

در ابتدای انجام الگوریتم، مقدار l اولیه به صورت رابطه (21) می‌باشد:

$$l = \frac{1}{T}(Ub - Lb) \quad (21)$$

متغیر T ، متغیری می‌باشد که وابسته به شرایط زیادی همچون چگالی، دما، فشار محیط، زاویه برخورد قطره با سطح سیال و مواردی دیگر است که به دست آوردن این ضرایب جای بحث دارد. به صورت تجربی بهترین مقدار به دست آمده گزارش شده در این مقاله برابر 10 می‌باشد. همچنین در رابطه (21) حدود بالا و پایین به ترتیب با علائم Ub و Lb معرفی شده‌اند.

در هر پرتاب دوباره قطره به سمت بالا، مقداری از انرژی قطره کاسته شده و این موضوع باعث می‌شود در تکرار بعدی قطره کمتر به بالا پرتاب شود. نتیجتاً در هر برخورد قطره با سطح سیال طول موج ایجاد شده کاهش خواهد یافت. کاهش انرژی قطره به عوامل مختلفی همچون شتاب گرانش، چگالی سیال، چگالی قطره، کشش سطحی سیال مورد اصابت و همچنین قطره و غیره بستگی دارد که از حوصله این مقاله خارج می‌باشد. طول موجی که در هر مرحله ایجاد می‌شود مطابق رابطه (22) در نظر

¹ Local optimums

² Water crown

شده از آزمایشگاه، انجام می‌شود. برای بدست آوردن ثوابت الاستیکی صفحه موردنظر معمولاً تابع هدف، اختلاف بین فرکانس‌های عددی و آزمایشگاهی می‌باشد که در این تحقیق به صورت رابطه (26) تعریف می‌گردد:

$$F = \sum_{i=1}^n (\bar{\omega}_i - \omega_i)^2 \quad (26)$$

که در آن $\bar{\omega}_i$ فرکانس‌های آزمایشگاهی و ω_i فرکانس‌های محاسبه شده از حل عددی است. در این رابطه n نیز معرف تعداد فرکانس‌های طبیعی انتخاب شده از سیستم ارتعاشی می‌باشد و از آنجایی که پنج فرکانس طبیعی اول در نظر گرفته شده است، مقدار n در رابطه (26) برابر 5 می‌باشد. در حل این گونه مسائل معمولاً برای همگرا شدن جواب محدودیت‌هایی را در نظر می‌گیرند که در اینجا با بررسی محدوده‌های ارائه شده در مقالات مختلف برای ماده نوع 1 به صورت رابطه (27) و برای ماده نوع 2 به صورت رابطه (28) انتخاب می‌گردد:

$$\begin{aligned} 30 < E_M (\text{GPa}) < 100 \\ 110 < E_C (\text{GPa}) < 170 \\ 1000 < \rho_M < 3000 \\ 1500 < \rho_C < 3500 \\ 0 < n < 20 \end{aligned} \quad (27)$$

$$\begin{aligned} 30 < E_M (\text{GPa}) < 100 \\ 110 < E_C (\text{GPa}) < 500 \\ 1000 < \rho_M < 3000 \\ 2000 < \rho_C < 4000 \\ 0 < n < 20 \end{aligned} \quad (28)$$

3-3- الگوریتم حل

روند اجرای الگوریتم حل معکوس پیشنهادی به طور خلاصه در شکل 7 به نمایش گذاشته شده است. در ابتدا، با استفاده از فرکانس طبیعی اول آزمایشگاهی که نقش ورودی الگوریتم را دارند، خواص مکانیکی ورق کامپوزیتی مورد نظر به طور تصادفی بر اساس الگوریتم برخورد قطرات تعیین می‌گردد. سپس، به کمک این خواص و با بکارگیری روش ارائه شده در این تحقیق به محاسبه فرکانس اول عددی پرداخته می‌شود. در ادامه، مقایسه‌ای میان فرکانس محاسبه شده و مقدار آزمایشگاهی صورت می‌گیرد که به دنبال آن اگر ارزیابی تابع هدف با موفقیت انجام شود یا به عبارتی تابع هدف کمینه گردد، آخرین ثوابت مکانیکی بدست آمده به عنوان نتایج نهایی ارائه می‌شوند. در غیر این صورت، دوباره الگوریتم از سر گرفته شده و خواص جدیدی با توجه به الگوریتم برخورد قطرات تولید می‌شود. این روند تا زمانی ادامه می‌یابد که تابع هدف با ارضای قیود تعریف شده کمینه گردد.

4- نتایج و اعتبار سنجی

در این قسمت، ابتدا با استفاده از روش تئوری ارتعاشات صفحات مستطیلی مدرج تابعی [25]، به تعیین فرکانس طبیعی یک صفحه مدرج تابعی پرداخته و صحت نتایج حاصل مورد بررسی قرار می‌گیرد.

سپس، با استفاده از فرکانس‌های بدست آمده برای ورق و با به کارگیری شیوه معکوس پیشنهادی بر اساس روش بهینه‌سازی الگوریتم برخورد قطرات به تعیین ثوابت الاستیک و ارزیابی عملکرد این روش پرداخته می‌شود. تمام نتایج حاصل بر مبنای تحلیل ارتعاشات آزاد یک ورق کامپوزیتی مدرج تابعی با دو نوع ماده انتخابی ارائه می‌گردد که مشخصات آن‌ها بر اساس جدول 1 می‌باشد.

در ادامه سه حالت برای شرایط صفحه از نظر ابعاد و همچنین گرادینان ماده انتخاب شده است که این حالات در جدول 2 قابل مشاهده می‌باشد.

به دست آمده در هر مرحله با جواب مرحله قبل مقایسه می‌گردد. اگر اختلاف دو جواب از مقدار مشخصی (ϵ) بیشتر باشد، تاج آب رخ خواهد داد در غیر این صورت اجرای عملیات تاج آب متوقف خواهد شد. تنظیم پارامتر ϵ بستگی به نوع مسأله و دقت مورد نیاز در حل مسأله دارد. در حالت کلی $\epsilon = 0.5$ در نظر گرفته شده است. شرط اجرای تاج آب به صورت رابطه (25) می‌باشد:

$$(Best\ Fitness)_{i+1} - (Best\ Fitness)_i > \epsilon \quad (25)$$

که $(Best\ Fitness)_i$ بهترین مقدار تکرار قبل و $(Best\ Fitness)_{i+1}$ بهترین مقدار تکرار جاری می‌باشند.

3-1-3- فلوجارت الگوریتم برخورد قطرات

تمام مراحل شرح داده شده به صورت خلاصه در این قسمت و به صورت فلوجارت نشان داده شده در شکل 6 می‌باشد.

3-2- عملکرد روش معکوس پیشنهادی

متغیرهای طراحی در این مسأله شامل دو ثابت الاستیک، دو چگالی و توان درصد حجمی برای فاز سرامیک و فلز می‌باشد که در مجموع پنج مجهول را تشکیل می‌دهند.

تشخیص پارامترهای مکانیکی، از طریق فرکانس‌های طبیعی اندازه‌گیری

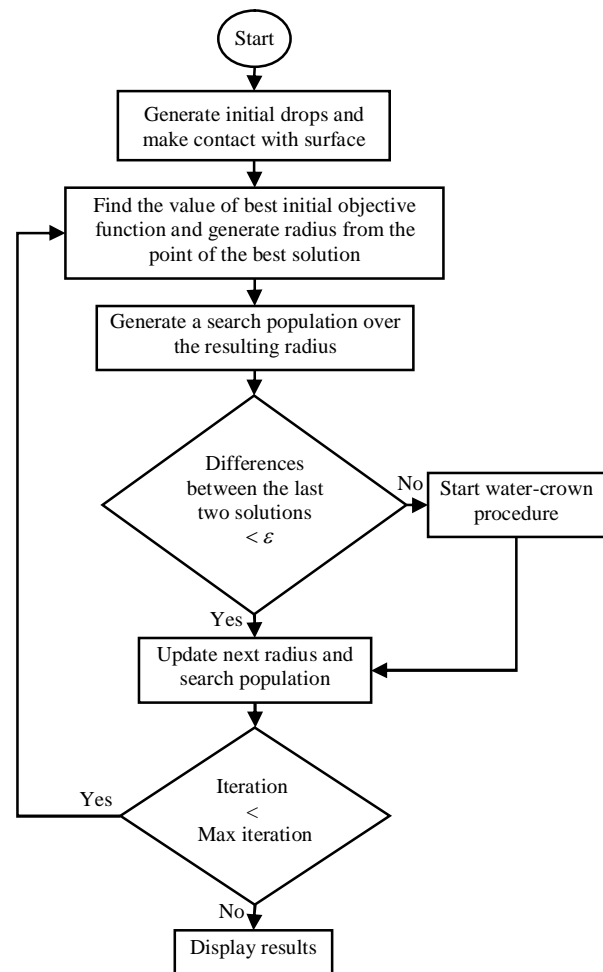


Fig. 6 Drops contact algorithm flowchart

شکل 6 فلوجارت الگوریتم برخورد قطرات

جدول 4 پنج فرکانس طبیعی اول برای ماده نوع 2 با سه حالت مختلف

Table 4 First five natural frequencies for material type 2 with three different states

پارامتر فرکانس طبیعی (λ) ماده نوع 2 (10^5)					حالت
λ_5	λ_4	λ_3	λ_2	λ_1	
1.432	1.422	0.221	0.136	0.014	I
0.640	0.625	0.227	0.140	0.049	II
3.060	3.060	0.548	0.329	0.046	III

5- تعیین ثوابت الاستیک با روش معکوس

برای حل مسأله معکوس، نیاز به داده‌های آزمایشگاهی و یا داده‌های از پیش تعیین شده می‌باشد. 5 فرکانس اول برای دو ماده خاص در بخش قبل به دست آمدند. در این قسمت، داده‌های آزمایشگاهی همان پنج فرکانس اول در نظر گرفته شده و سپس حل معکوس آن دنبال شده است. پس از محاسبه مقادیر به دست آمده، درصد خطا برای هر حالت محاسبه و ذکر شده است. مقادیر مستقیم، معکوس و درصد خطا در جداول 5 و 6 برای دو نوع ماده 1 و 2 و حالت‌های مختلف آورده شده اند. در این جداول، نتایج توسط الگوریتم برخورد قطرات با جمعیت اولیه 80 و تعداد تکرار 100 به دست آمده اند.

طبیعی است با افزایش تعداد جمعیت اولیه و تعداد تکرار، به جواب دقیق‌تر نایل شده که این کار مستلزم استفاده از سیستم‌های کامپیوتری با حجم محاسبات بالاتر و همچنین صرف زمان بیشتر است که با مشاهده درصد خطاهای به دست آمده در جداول فوق، این کار پیشنهاد نمی‌گردد. نمودارهای همگرایی الگوریتم، در شکل‌های 8 و 9 قابل مشاهده می‌باشند. این نمودارها روند حدس اولیه تابع هدف و نوع پیشرفت به سمت بهترین جواب را نشان می‌دهند که هر دو نمودار مقدار همگرایی نهایی بسیار مناسبی را به نمایش گذاشته اند. شکستگی نمودارها به مراحل حل بستگی داشته و در هر تکرار در صورت یافتن نقطه‌ی بهینه تری نسبت به تکرار قبل، نمودار نزول می‌کند در غیر این صورت نقطه بهینه‌ی تکرار قبل مورد پذیرش قرار می‌گیرد.

جدول 5 ثوابت الاستیک به دست آمده به روش معکوس برای ورق‌های کامپوزیتی مدرج تابعی نوع 1 توسط الگوریتم برخورد قطرات

Table 5 Inverse obtaining the elastic constants for FGM type 1 based on DCO

حالت	مشخصه صفحه	مقدار مرجع [25]	روش معکوس پیشنهادی	درصد خطا
I	E_M	70(GPa)	69.301	0.998
	E_C	151 (GPa)	153.009	-1.330
	ρ_M	2707(kg/m ³)	2689.95	0.629
	ρ_C	3000(kg/m ³)	3001.901	-0.063
	n	5	4.482	10.360
II	E_M	70(GPa)	68.092	2.725
	E_C	151(GPa)	149.008	1.319
	ρ_M	2707(kg/m ³)	2706.098	0.033
	ρ_C	3000(kg/m ³)	3007.091	-0.236
	n	10	9.681	3.19
III	E_M	70(GPa)	67.098	4.145
	E_C	151(GPa)	153.071	-1.371
	ρ_M	2707(kg/m ³)	2675.500	1.163
	ρ_C	3000(kg/m ³)	2889.967	3.667
	n	20	19.883	0.585

با توجه به جداول 1 و 2 و با ترکیب مواد نوع 1 و 2، پنج فرکانس اول برای صفحات با حالت‌های I و II و III به صورت مستقیم به دست آمده‌اند که در جداول 3 و 4 آورده شده اند.

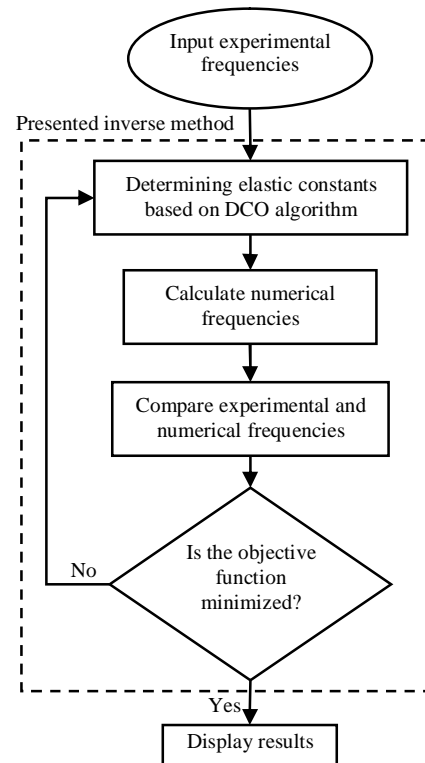


Fig. 7 Flowchart of the presented inverse algorithm

شکل 7 فلوچارت الگوریتم روش معکوس پیشنهادی

جدول 1 ثوابت الاستیک ورق کامپوزیت مدرج تابعی بر اساس نوع ماده انتخابی

Table 1 Elastic constants of functionally graded composite plate for the two types of material selection

نوع ماده	ثوابت الاستیک				
	ν	ρ_C (kg/m ³)	ρ_M (kg/m ³)	E_C (Gpa)	E_M (Gpa)
نوع 1 Al/ZrO2	0.3	3000	2707	151	70
نوع 2 Al/SiC	0.17	3210	2707	427	70

جدول 2 سه حالت مختلف در نظر گرفته شده برای صفحه

Table 2 Three different cases intended for the plate

حالت	طول صفحه (a)	عرض صفحه (b)	ضخامت (t)	گرادیان (n)
I	2	3	0.2	5
II	3	2	0.5	10
III	1	1	0.1	20

جدول 3 پنج فرکانس طبیعی اول برای ماده نوع 1 با سه حالت مختلف

Table 3 First five natural frequencies for material type 1 with three different states

پارامتر فرکانس طبیعی (λ) ماده نوع 1 (10^5)					حالت
λ_5	λ_4	λ_3	λ_2	λ_1	
0.962	0.955	0.148	0.082	0.011	I
4.234	4.100	1.514	0.843	0.348	II
1.994	1.994	0.364	0.193	0.034	III

6- مقایسه ی کارآیی الگوریتم ارائه شده با چند الگوریتم موجود

برای به چالش کشیدن توانایی ارائه جواب مناسب در الگوریتم حاضر، عملکرد این الگوریتم با پنج الگوریتم قدرتمند موجود، مقایسه و بررسی شده است. این پنج الگوریتم عبارت اند از: الگوریتم ژنتیک¹[26]، الگوریتم تبرید²[27]، الگوریتم ازدحام ذرات³[28]، الگوریتم کلونی مورچه‌ها⁴[29-30] و الگوریتم چرخه ی آب⁵[31]. برای این قسمت دو مثال حل شده و مقایسه گردیده است. ابتدا ماده نوع 1 و حالت III و سپس ماده نوع 2 و حالت I حل و الگوریتم حاضر با پنج الگوریتم ذکر شده مقایسه شده است. مقایسه بین روش حاضر و روش‌های موجود در شکل‌های 10 و 11 قابل مشاهده می‌باشند.

همان‌طور که از مشاهده شکل‌های 10 و 11 نتیجه می‌شود، الگوریتم برخورد قطرات (DCO) پیشنهاد شده دارای دقت جواب نهایی بسیار مناسب، در مقایسه با دیگر الگوریتم‌های قدرتمند ارائه شده می‌باشد. همچنین همگرایی این الگوریتم بسیار بالاتر از دیگر الگوریتم‌ها می‌باشد. در شکل 10، نمودار از تکرار تقریباً پنجاه به همگرایی بسیار مناسبی رسیده است که این امر نشان دهنده ی این موضوع است که می‌توان تعداد تکرار را برای حل این مسأله به نصف کاهش داد که این موضوع در کاهش محاسبات و زمان حل مسأله بسیار تأثیر گذار می‌باشد. در این مورد، کاهش 50 درصدی زمان و حجم محاسبات را نشان می‌دهد. در شکل 11 نیز، نمودار از تکرار 80 به بعد همگرا گردیده است که مشابه حالت قبل، این موضوع نشان دهنده این موضوع است که می‌توان 20 درصد در کاهش حجم و زمان محاسبات صرفه جویی نمود.

در جداول 7 و 8، ثوابت به دست آمده توسط روش پیشنهادی با پنج الگوریتم قدرتمند موجود مقایسه شده است. این جداول، خطای گزارش شده برای هر روش، میزان دقت و قدرت الگوریتم‌های ارائه شده در مقایسه با الگوریتم برخورد قطرات را به نمایش می‌گذارند.

7- نتیجه گیری

در این تحقیق روش جدیدی برای تعیین خواص مکانیکی صفحات کامپوزیتی

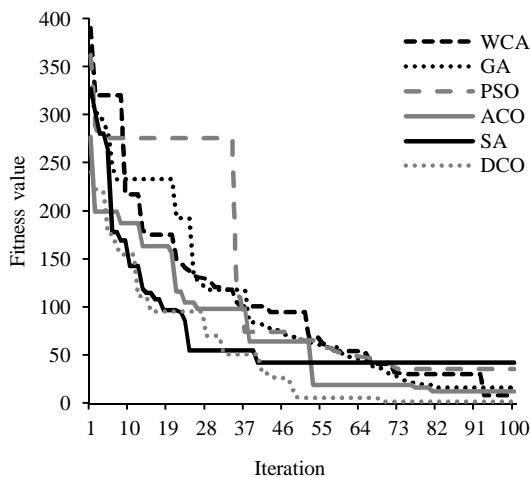


Fig. 10 Comparison of convergence rate of 6 optimization algorithms for material type 1 and state III

شکل 10 مقایسه نرخ همگرایی 6 الگوریتم بهینه‌سازی برای ماده 1 و حالت III

¹ Genetic Algorithm(GA)
² Simulated Annealing (SA)
³ Particle Swarm Optimization algorithm (PSO)
⁴ Ant Colony Optimization algorithm (ACO)
⁵ Water Cycle Algorithm(WCA)

جدول 6 ثوابت الاستیک به دست آمده به روش معکوس برای ورق‌های کامپوزیتی مدرج تابعی نوع 2 توسط الگوریتم برخورد قطرات

Table 6 Inverse obtaining the elastic constants for FGM type 2 based on DCO

حالت	مشخصه صفحه	مقدار مرجع [25]	روش معکوس پیشنهادی	درصد خطا
I	E_M	70(GPa)	67.008	4.274
	E_C	427(GPa)	411.089	3.726
	ρ_M	2707(kg/m ³)	2699.746	0.267
	ρ_C	3210(kg/m ³)	3220.820	-0.337
	n	5	4.961	0.780
II	E_M	70(GPa)	73.980	-5.685
	E_C	427(GPa)	420.881	1.433
	ρ_M	2707(kg/m ³)	2701.921	0.187
	ρ_C	3210(kg/m ³)	3207.836	0.067
	n	10	9.801	1.990
III	E_M	70(GPa)	76.915	-9.878
	E_C	427(GPa)	426.081	0.215
	ρ_M	2707(kg/m ³)	2700.927	0.224
	ρ_C	3210(kg/m ³)	3190.086	0.620
	n	20	22.009	-10.045

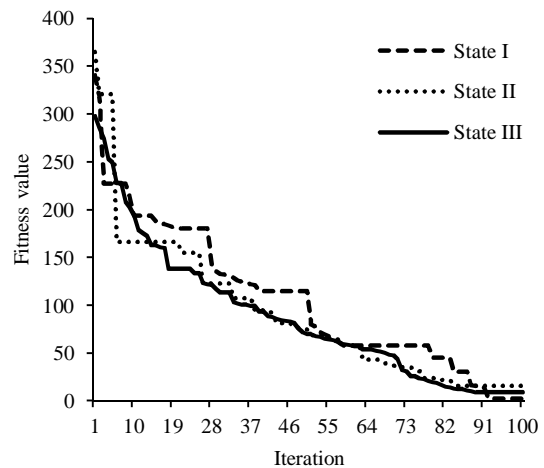


Fig. 8 Convergence study of material type 1 for three states I, II and III
 شکل 8 نمودار همگرایی ماده نوع 1 برای سه حالت I, II و III

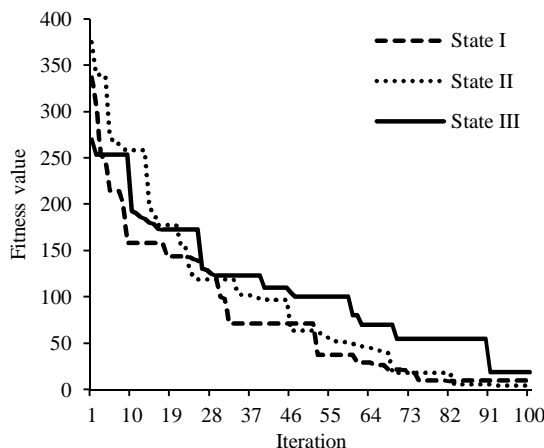


Fig. 9 Convergence study for material type 2 for three states I, II and III
 شکل 9 نمودار همگرایی ماده نوع 2 برای سه حالت I, II و III

جدول 7 مقایسه مشخصات مادی به دست آمده برای ماده نوع 1 حالت III

Table 7 Comparison of obtained material characteristics for material type 1 and state III

الگوریتم حل	E_M (GPa)	E_C (GPa)	ρ_M	ρ_C	n	درصد خطای میانگین
مرجع	70	151	2707	3000	20	-
ژنتیک	65.371	146.928	2694.012	2900.200	17.900	4.722
تبرید	60.501	143.901	2680.251	2933.889	17.300	7.023
ازدحام ذرات	61.812	144.858	2694.115	2948.251	18.020	5.572
کلونی مورچه‌ها	66.108	147.521	2701.015	2993.011	18.802	2.861
چرخه ی آب	67.235	147.851	2700.852	2994.124	19.262	2.071
برخورد قطرات	68.996	150.014	2707.281	2993.215	19.862	0.602

جدول 8 مقایسه مشخصات مادی به دست آمده برای ماده نوع 2 حالت I

Table 8 Comparison of obtained material characteristics for material type 2 and state I

الگوریتم حل	E_M (GPa)	E_C (GPa)	ρ_M	ρ_C	n	درصد خطای میانگین
مرجع	70	427	2707	3210	5	-
ژنتیک	66.825	420.882	2702.002	3201.001	4.749	2.290
تبرید	60.012	411.806	2672.152	3170.450	4.350	6.669
ازدحام ذرات	62.553	421.851	2700.621	3188.556	4.797	3.361
کلونی مورچه‌ها	66.982	423.521	2704.000	3201.017	4.738	2.150
چرخه ی آب	65.992	426.228	2705.001	3199.808	4.890	1.699
برخورد قطرات	70.009	426.852	2705.996	3210.000	4.999	0.312

8- پیوست

پیوست الف

روابط ارجاع داده شده در متن مقاله به صورت زیر می‌باشند:

$$\begin{aligned} \epsilon_{11} &= \frac{\partial u_x}{\partial x} \rightarrow \dot{\epsilon}_{11} = \frac{\partial \dot{u}}{\partial x} \\ k_{11} &= \frac{\partial \phi_1}{\partial x} \rightarrow \dot{k}_{11} = \frac{\partial \dot{\phi}_2}{\partial x} \\ \epsilon_{22} &= \frac{\partial u_y}{\partial y} \rightarrow \dot{\epsilon}_{22} = \frac{\partial \dot{v}}{\partial y} \\ k_{22} &= \frac{\partial \psi_1}{\partial y} \rightarrow \dot{k}_{22} = \frac{\partial \dot{\psi}_2}{\partial y} \\ \epsilon_{12} &= \frac{\partial u_x}{\partial y} + \frac{\partial u_y}{\partial x} \\ \dot{\epsilon}_{12} &= \frac{\partial \dot{u}}{\partial y} + \frac{\partial \dot{v}}{\partial x} \\ k_{12} &= \frac{\partial \phi}{\partial y} + \frac{\partial \psi_1}{\partial x} \rightarrow \dot{k}_{12} = \frac{\partial \dot{\phi}_2}{\partial y} + \frac{\partial \dot{\psi}_2}{\partial x} \\ \gamma_{23} &= \frac{\partial u_y}{\partial z} + \frac{\partial u_z}{\partial y} \rightarrow \dot{\gamma}_{23} = \dot{\psi}_1 + \frac{\partial \dot{w}}{\partial y} \\ \gamma_{23}^1 &= z\psi_2 \\ \gamma_{13} &= \frac{\partial u_x}{\partial z} + \frac{\partial u_z}{\partial x} \rightarrow \dot{\gamma}_{13} = \dot{\phi}_1 + \frac{\partial \dot{w}}{\partial x} \\ \gamma_{13}^1 &= z\phi_2 \end{aligned}$$

در تمام روابط، $u, v, w, \phi_1, \psi_1, \phi_2, \psi_2$ تابعی از x, y و t هستند.

پیوست ب

$$\begin{aligned} C_{11} &= C_{22} = \frac{E(z)}{1 - \nu^2} \\ C_{12} &= \frac{\nu E(z)}{1 - \nu^2} \end{aligned}$$

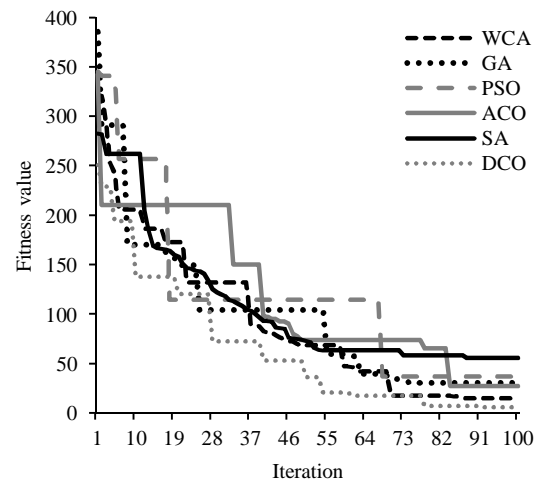


Fig. 11 Comparison of 6 optimization algorithms for present study, material type 2 and state I

شکل 11 مقایسه 6 الگوریتم بهینه‌سازی در حل مسأله حاضر ماده 2 حالت I

مدرج تابعی بر اساس فرکانس‌های طبیعی آنها و با استفاده از الگوریتم فراابتکاری جدید، ارائه گردید. ابتدا فرکانس‌های طبیعی بر اساس روش تئوری تغییر شکل برشی مرتبه دوم محاسبه شده و با نتایج دیگر تحقیقات مقایسه گردید. برای حل معکوس، الگوریتم جدید برخورد قطرات ارائه شده و مورد استفاده قرار گرفت و نهایتاً نتایج به دست آمده از حل معکوس با نتایج آزمایشگاهی و محاسباتی مقایسه و درصد خطا گزارش گردید. در آخر به منظور به چالش کشیدن الگوریتم ارائه شده، پنج الگوریتم معروف قدرتمند مورد استفاده قرار گرفت. میزان درصد خطای قابل قبول، همگرایی مناسب الگوریتم و سرعت حل مسأله به خوبی تایید کننده عملکرد و کارایی روش ارائه شده برای تعیین خواص مکانیکی می‌باشد.

materials with temperature-dependent material properties, *Materials and Design*, Vol. 28, No. 1, pp. 1861-1879, 2007.

[11] I. Bruant, L. Gallimard, S. Nikoukar, Optimal piezoelectric actuator and sensor location for active vibration control, using genetic algorithm, *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 28, No. 2, pp. 1861-1879, 2010.

[12] M. Ashjari, M. R. Khoshrava, Mass optimization of functionally graded plate for mechanical loading in the presence of deflection and stress constraints, *Composite Structures*, Vol. 110, No. 3, pp. 118-132, 2014.

[13] J. Suresh Kumar, B. Sidda Reddy, C. Eswara Reddy, K. Vijaya Kumar Reddy, Higher order theory for free vibration analysis of functionally graded material plates, *ARNP Journal of Engineering and Applied Sciences*, Vol. 6, No. 10, pp. 105-111, 2011.

[14] M. Alizadeh, A. Alibeiglo, Static and free vibration analyses of functionally graded sandwich plates using three dimensional theory of elasticity, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 14, No. 10, pp. 195-204, 2014. (in Persian فارسی)

[15] M. J. Ebrahimi, M. M. Najafizadeh, Free vibration of two-dimensional functionally graded circular cylindrical shells on elastic foundation, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 13, No. 5, pp. 27-38, 2013. (in Persian فارسی)

[16] Sh. Hosseini-Hashemi, M. Fadaee, S. R. Atashipour, A new exact analytical approach for free vibration of Reissner-Mindlin functionally graded rectangular plates, *International Journal of Mechanical Sciences*, Vol. 53, No. 1, pp. 11-22, 2011.

[17] M. Nejadi, H. Mohsenimonfared, A. Asanjarani, Free vibration analysis of 2D functionally graded annular plate considering the effect of material composition via 2D differential quadrature method, *Mechanics of Advanced Composite Structures*, Vol. 2, No. 2, pp. 95-111, 2015.

[18] M. Heidari-Rarani, S. Alimirzaei, K. Torabi, Analytical solution for free vibration of functionally graded carbon nanotubes (FG-CNT) reinforced double-layered nano-plates resting on elastic medium, *Journal of Science and Technology of Composites*, Vol. 2, No. 3, pp. 55-66, 2015. (in Persian فارسی)

[19] H. Thai, S. Kim, A simple higher-order shear deformation theory for bending and free vibration analysis of functionally graded plates, *Composite Structures*, Vol. 96, No. 1, pp. 165-173, 2013.

[20] E. G. Talbi, *Metaheuristics: From Design to Impelementation*, pp. 3.6-3.7, California: John Wiley and sons, 2009.

[21] R. Krechetnikov, G.M. Homsy, Crown-forming instability phenomena in the drop splash problem, *Journal of colloid and interface science*, Vol. 331, No. 2, pp. 555-559, 2009.

[22] M. Rein, Phenomena of liquid droplet impact, *Fluid Dynamics Research*, vol. 12, No. 2, pp. 61-93, 1993.

[23] A. D. D. Craik, The origins of water wave theory, *Annual Review Of Fluid Mechanics*, Vol. 36, No. 1, pp. 1-28, 2013.

[24] S. M. Khatoonabadi, M. Ashrafizaadeh, Simulation of droplet impact on a thin liquid film using the pseudopotential multiphase model, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 16, No. 3, pp. 8-16, 2016. (in Persian)

[25] M. Talha, B. N. Singh, Static response and free vibration analysis of FGM plates using higher order shear deformation theory, *Applied Mathematical Modelling*, Vol. 34, No. 1, pp. 3991-4011, 2010.

[26] H. Holland, *Adaptation in Natural and Artificial Systems*, pp. 170-195, Cambridge: The MIT Press, 1992.

[27] S. Kirkpatrick, M. P. Vecchi, Optimization by simulated annealing, *Science*, Vol. 220, No. 4598, pp. 671-680, 1983.

[28] R. C. Eberhart, J. Kennedy, A new optimizer using particle swarm theory, *sixth international symposium on micro machine and human science*, Nagoya, Japan, Oct 4-6, 1995.

[29] N. Monmarché, F. Guinand, P. Siarry, *Artificial Ants*, Hardback, pp. 200-232, New York: Wiley, 2010.

[30] M. Dorigo, *Optimization, Learning and Natural Algorithms*, PhD Thesis, Politecnico di Milano, Italy, 1992.

[31] H. Eskandar, A. Sadollah, A. Bahreinnejad, M. Hamdi, Water cycle algorithm-A novel metaheuristic optimization method for solving constrained engineering optimization problems, *Computers and Structures*, Vol. 110, No. 1, pp. 151-166, 2012.

$$C_{44} = C_{55} = C_{66} = \frac{E(z)}{2(1 + \nu)}$$

پیوست ج

$$\begin{bmatrix} N_{11} \\ N_{22} \\ N_{12} \end{bmatrix} = \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \begin{bmatrix} \sigma_{11} \\ \sigma_{22} \\ \sigma_{12} \end{bmatrix} dZ$$

$$\begin{bmatrix} M_{11} \\ M_{22} \\ M_{12} \end{bmatrix} = \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \begin{bmatrix} \sigma_{11} \\ \sigma_{22} \\ \sigma_{12} \end{bmatrix} Z dZ$$

$$\begin{bmatrix} L_{11} \\ L_{22} \\ L_{12} \end{bmatrix} = \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \begin{bmatrix} \sigma_{11} \\ \sigma_{22} \\ \sigma_{12} \end{bmatrix} Z^2 dZ$$

$$\begin{bmatrix} Q_{13} \\ Q_{23} \end{bmatrix} = \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \begin{bmatrix} \sigma_{13} \\ \sigma_{23} \end{bmatrix} dZ$$

$$\begin{bmatrix} R_{13} \\ R_{23} \end{bmatrix} = \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \begin{bmatrix} \sigma_{13} \\ \sigma_{23} \end{bmatrix} Z dZ$$

$$I_i = \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \rho(Z)^i dZ \quad Z = 0, 1, \dots, 6$$

9- مراجع

[1] S. Senthil Vela, R. C. Batra, Three-dimensional exact solution for the vibration of Functionally graded rectangular plates, *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 272, No. 3, pp. 703-730, 2004.

[2] A. Hasani Baferani, A R. Saidi, E. Jomehzadeh, An exact solution for free vibration of thin functionally graded rectangular plates, *Mechanical Engineering Science*, Vol. 225, No. 3, pp. 526-536, 2010.

[3] O. O. Oyeckoya, D. U. Mba & A. M. El-Zafrany, Buckling and vibration analysis of functionally graded, *Composite Structures*, Vol. 89, No. 1, pp. 134-142, 2009.

[4] M. R. Isvandzibaei, H. Jamaluddin, R. I. Raja Hamzah, Analysis of the vibration behavior of FGM cylindrical shells including internal pressure and ring support effects based on Love-Kirchhoff theory with various boundary conditions, *Journal of Mechanical Science and Technology*, Vol. 28, No. 7, pp. 2759-2768, 2014.

[5] J. E. Jam, S. Kamarian, A. Poursaghar, J. Seidi, Free Vibrations of three-parameter functionally graded plates resting on pasternak foundations, *Journal of Solid Mechanics*, Vol. 4, No. 1, pp. 59-74, 2012.

[6] R. Alibakhshi, A. Khavvaji, Free vibration analysis of thick functionally graded rectangular plates using variable refined plate theory, *Mechanical Research and Application*, Vol. 3, No. 1, pp. 65-73, 2011.

[7] S. Natarajan, S. Chakraborty, M. Thangavel, S. Bordas, T. Rabczuk, Size-dependent free flexural vibration behavior of functionally graded nanoplates, *Computational Materials Science*, Vol. 65, No. 2, pp. 74-80, 2012.

[8] B. Sidda Reddy, J. Suresh Kumar, C. Eswara Reddy, K. Vijaya Kumar Reddy, Free vibration behaviour of functionally graded plates using higher-order shear deformation theory, *Applied Science and Engineering*, Vol. 17, No. 3, pp. 231-241, 2014.

[9] A. J. M. Ferreira, R. C. Batra, C. M. C. Roque, L. F. Qian, R. M. N. Jorge, Natural frequencies of functionally graded plates by a meshless method, *Composite Structures*, Vol. 75, No. 1, pp. 593-600, 2006.

[10] J. Goupee, S. Vel, Multi-objective optimization of functionally graded