

## بررسی تحلیلی ضربه سرعت بالا بر روی پانل‌های ساندویچی با هسته فوم و رویه‌های آلومینیومی

علی علوی‌نیا<sup>۱\*</sup>، مهدی کاظمی<sup>۲</sup>

۱- دانشیار، مهندسی مکانیک، دانشگاه بولعلی‌سینا، همدان

۲- دانشجوی دکتری، مهندسی مکانیک، دانشگاه بولعلی‌سینا، همدان

\* همدان، صندوق پستی ۶۵۱۷۵۴۱۶۱ alavi495@basu.ac.ir

### چکیده

پانل‌های ساندویچی معمولاً به دلیل نسبت استحکام به وزن و جذب انرژی بالا، کاربرد وسیعی در صنایع مختلف از جمله صنایع هوا-فضا، صنایع دریایی و صنایع خودروسازی دارند. بررسی و تحلیل نفوذ بالستیک پرتابه‌ها در پانل‌های ساندویچی عمده‌تاً به صورت تجربی و عددی بوده و به دلیل پیچیدگی‌های معادلات ریاضی حاکم بر این پدیده، مطالعات تحلیلی بسیار اندکی در این زمینه صورت گرفته است. هوفت و همکارانش در مقاله‌ای به بررسی تحلیلی ضربه سرعت بالا بر روی پانل‌های ساندویچی با رویه‌های کامپوزیتی و هسته فومی پرداخته‌اند. به دلیل کاربرد وسیع‌تر پانل‌های ساندویچی متشکل از رویه‌های فلزی و هسته فومی در صنایع هوا-فضا در این مقاله، با انجام اصلاحاتی بر روی روش تحلیلی ارائه شده توسط هوفت و همکارانش به بررسی ضربه سرعت بالا بر روی پانل‌های ساندویچی با رویه‌های فلزی و هسته فومی در برخورد قائم با یک پرتابه استوانه‌ای پرداخته شده است. جهت ارزیابی صحت روش تحلیلی مورد نظر از آزمایش‌های تجربی صورت گرفته بر روی دو نوع پانل با هسته‌های فوم پلیمری و فلزی و رویه‌های آلومینیومی بهره گرفته شده است. نتایج این تحقیق نشان می‌دهد که روش تحلیلی ارائه شده دقیق قابل قبولی در تعیین سرعت باقیمانده پرتابه در برخورد با پانل‌هایی با هسته فوم پلیمری و فلزی و با نسبت چگالی‌های مختلف دارا می‌باشد.

### اطلاعات مقاله

مقاله پژوهشی کامل

دریافت: ۱۱ بهمن ۱۳۹۳

پذیرش: ۱۶ فروردین ۱۳۹۴

ارائه در سایت: ۰۵ اردیبهشت ۱۳۹۴

کلید واژگان:

پانل‌های ساندویچی

هسته

فوم

مدل تحلیلی

## Analytical study of high velocity impact on sandwich panels with foam core and aluminum face-sheets

Ali Alavi Nia\*, Mahdi Kazemi

Department of Mechanical Engineering, Bu-Ali Sina University, Hamedan, Iran

\* P.O.B. 651754161 Hamedan, Iran, alavi495@basu.ac.ir

### ARTICLE INFORMATION

Original Research Paper

Received 31 January 2015

Accepted 05 April 2015

Available Online 25 April 2015

**Keywords:**  
Sandwich panel  
Core  
Foam  
Analytical Model

### ABSTRACT

Sandwich panels, due to high strength to weight ratio and energy absorption properties, are widely used in various industries including aerospace industries, marine and automotive industries. Analysis of ballistic resistance of sandwich panels is mainly numerical and experimental, and there are few analytical models in this field due to mathematical complexities. Hoo Fatt et al. have studied analytically high velocity impact on sandwich panels with composite skins and foam core. Because of the widespread use of sandwich panels with metal face-sheets and foam core in aerospace industry, by modifying the analytical method provided by Hoo Fatt et al. the ballistic resistance of the foam core sandwich panels with metal surfaces impacted by high velocity cylindrical projectile is analytically investigated in this paper. Two types of panels with polymeric and metallic foam cores and aluminum surfaces have been used to assess the accuracy of the analytical method. Results show that the proposed analytical method can predict the residual velocity of the projectiles impacted at high velocities on the foam and metallic core panels with different relative densities of the core.

تنش پایای بالایی بوده و علاوه بر این، منحنی تنش-کرنش آن‌ها نیز دارای

کرنش شکست بزرگتری می‌باشد. در این صورت، سطح زیر منحنی تنش-

کرنش که بیانگر مقدار انرژی جذب شده در واحد حجم اولیه است بزرگتر و

سبب جذب انرژی بیشتر می‌شود [۱].

بیشتر کارهای انجام شده در این زمینه، بر روی سازه‌های ساندویچی با

هسته فوم پیویسی یا هسته لانه زنبوری بوده است. هوفت و همکارانش

### ۱- مقدمه

یک سازه هنگامی می‌تواند به عنوان جاذب انرژی مناسب مطرح شود که بتواند بیشترین تنش را تحمل کرده و در این تنش بتواند بیشترین مقدار کرنش و یا تغییرشکل را داشته باشد. به همین منظور اکثر موادی که دارای ساختارهای سلولی می‌باشند فوم‌های فلزی و پلیمری، می‌توانند در ساخت پانل‌های ساندویچی به عنوان هسته به کار روند زیرا اولاً دارای مقدار

Please cite this article using:

A. Alavi Nia, M. Kazemi, Analytical study of high velocity impact on sandwich panels with foam core and aluminum face-sheets, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 15, No. 6, pp. 231-239, 2015 (In Persian)

برای ارجاع به این مقاله از عبارت ذیل استفاده نمایید:



با استفاده از تئوری ورق و پوسته مقدار انرژی کرنشی الاستیک برای رویه از رابطه (16) به دست می‌آید:

$$U_I = \frac{1}{2} \iint D [(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2}) + (\frac{\partial^2 w}{\partial y^2}) + 2\nu \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + 2(1-\nu)(\frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y})^2] dx dy \quad (16)$$

$$D = \frac{Eh^3}{12(1-\nu^2)} \quad (17)$$

$w$  نیز برابر خیز ورق می‌باشد که با فرض اعمال بار نقطه‌ای به وسط ورق ایزوتروپیک از رابطه (18) قابل محاسبه است [16]:

$$w(r) = \delta [2(\frac{r}{\xi_1})^2 \log(\frac{r}{\xi_1}) + 1 - (\frac{r}{\xi_1})^2] \quad (18)$$

$$r = \sqrt{x^2 + y^2} \quad (19)$$

با استفاده از نرم افزار میپل<sup>1</sup> نهایتاً انرژی کرنشی الاستیک به صورت رابطه (20) به دست می‌آید:

$$U_I = \frac{16D\delta^2}{\xi_1^2} [1.64027] = \frac{26.24D\delta^2}{\xi_1^2} \quad (20)$$

کار پلاستیک انجام شده بر روی هسته ( $D_p$ ) با توجه به شکل 2 طبق رابطه (21) به دست می‌آید [13]:

$$D_p = 2\pi \int_0^{\xi_1} q\varepsilon_D L_{pl} [1 - \frac{r}{\xi_1}] r dr = \frac{\pi q\varepsilon_D L_{pl}}{3} \xi_1^2 = \frac{\pi q\delta}{3} \xi_1^2 \quad (21)$$

$$L_{pl} = \frac{\delta}{\varepsilon_D} \quad (22)$$

معادله حرکت پرتا به در بخش اول فاز 1 با اعمال معادله لاغرانژ از طریق روابط (23) به دست می‌آید.

$$L = T - \Pi \quad (23)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} (\frac{\partial L}{\partial V_1}) - \frac{\partial L}{\partial \delta} = 0 \quad (24)$$

$$V_1 = \frac{d\delta}{dt} \quad (25)$$

با جاگذاری عبارات انرژی جنبشی و پتانسیل از روابط (6)، (8) و (15) در روابط (23)، رابطه (24) را خواهیم داشت:

$$(M_0 + m_f + m_c) \frac{d^2\delta}{dt^2} + (\frac{dm_f}{dt} + \frac{dm_c}{dt}) \frac{d\delta}{dt} + \frac{2(26.24)D}{\xi_1^2} \delta + \frac{\pi q\xi_1^2}{3} = 0 \quad (26)$$

نهایتاً با جاگذاری روابط بدست آمده برای جرم‌های موثر رویه و هسته از روابط (7) و (10) در رابطه (24)، رابطه (25) را خواهیم داشت:

$$(M_0 + \frac{\pi\rho_f h \xi_1^2}{6} + \frac{\pi\rho_c L_{pl} \xi_1^2}{10(1-\varepsilon_D)}) \frac{d^2\delta}{dt^2} + 2\xi_1 \frac{d\xi_1}{dt} (\frac{\pi\rho_f h}{6} + \frac{\pi\rho_c L_{pl}}{10(1-\varepsilon_D)}) \frac{d\delta}{dt} + \frac{2(26.24)D}{\xi_1^2} \delta + \frac{\pi q \xi_1^2}{3} + \frac{\pi\rho_c \xi_1^2 C_p V_1}{10(1-\varepsilon_D)} = 0 \quad (27)$$

در رابطه (27) داریم:

در رابطه (5) ۱۷ ساعت بخشی از رویه است که ذرات آن متناسب با مقدار فاصله از مرکز تماس پرتا به به هدف سرعت  $V$  گرفته‌اند و  $V_1$  نیز سرعت پرتا به در حین نفوذ می‌باشد.

انرژی جنبشی رویه برابر است با رابطه (6):

$$T_f = \frac{1}{2} (2\pi) \int_0^{\xi_1} \rho_f h V_1^2 [1 - \frac{r}{\xi_1}]^2 r dr = \frac{\pi \rho_f h}{12} \xi_1^2 V_1^2 \quad (6)$$

از مساوی قرار دادن عبارت به دست آمده از رابطه (6) با انرژی جنبشی رویه  $(\frac{1}{2} m_f V_1^2)$ ، جرم موثر رویه طبق رابطه (7) قابل محاسبه است:

$$T_f = \frac{1}{2} m_f V_1^2 = \frac{\pi \rho_f h}{12} \xi_1^2 V_1^2 \rightarrow m_f = \frac{\pi \rho_f h}{6} \xi_1^2 \quad (7)$$

به همین صورت می‌توان جرم موثر هسته را به دست آورد. برای قسمتی از هسته که دچار تغییرشکل پلاستیک شده است می‌توان بصورت روابط (8) و (9) نوشت:

$$T_c = \pi \rho_D \int_0^{\xi_1} \int_0^{h_p} V_1^2 [1 - \frac{r}{\xi_1}]^2 dz r dr = \frac{\pi \rho_c L_{pl}}{20(1-\varepsilon_D)} \xi_1^2 V_1^2 \quad (8)$$

$$\rho_D = \frac{\rho_c}{(1-\varepsilon_D)} \quad (9)$$

که در آن  $\rho_D$  چگالی هسته پس از چگالیده شدن و  $\varepsilon_D$  نیز کنش چگالش فوم می‌باشد، بنابراین، رابطه (10) را خواهیم داشت:

$$m_c = \frac{\pi \rho_c L_{pl}}{10(1-\varepsilon_D)} \xi_1^2 \quad (10)$$

مقدار مومنتوم برای رویه و هسته به ترتیب، از روابط (11) و (12) به دست می‌آید:

$$L_f = 2\pi \int_0^{\xi_1} \rho_f h V_1 [1 - \frac{r}{\xi_1}] r dr = \frac{\pi \rho_f h}{3} \xi_1^2 V_1 \quad (11)$$

$$L_c = 2\pi \rho_D \int_0^{\xi_1} \int_0^{h_p} V_1 [1 - \frac{r}{\xi_1}] dz r dr = \frac{\pi \rho_c L_{pl}}{6(1-\varepsilon_D)} \xi_1^2 V_1 \quad (12)$$

بنابراین، مقدار انرژی جنبشی سیستم (شامل پرتا به و پانل) در بخش اول فاز از رابطه (13) به دست می‌آید:

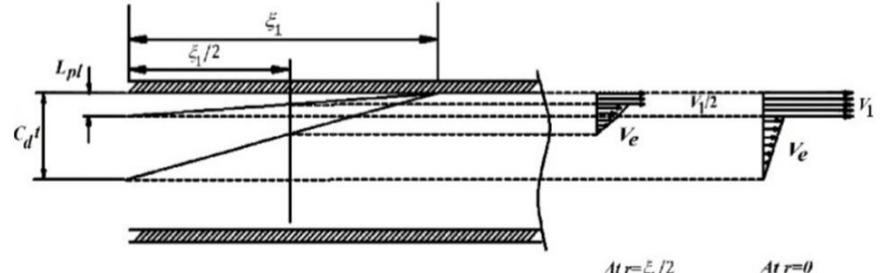
$$T = \frac{1}{2} M_0 V_1^2 + \frac{1}{2} m_f V_1^2 + \frac{1}{2} m_c V_1^2 \quad (13)$$

بنابراین:

$$T = \frac{1}{2} M_0 V_1^2 + \frac{1}{2} (\frac{\pi \rho_f h}{6} \xi_1^2) V_1^2 + \frac{1}{2} (\frac{\pi \rho_c L_{pl}}{10(1-\varepsilon_D)} \xi_1^2) V_1^2 \quad (14)$$

که در آن  $V_1$  برابر سرعت لحظه‌ای پرتا به می‌باشد. از طرفی انرژی پتانسیل کل سیستم شامل مجموع انرژی کرنشی الاستیک رویه،  $U$  و کار پلاستیک انجام شده بر روی هسته  $D_p$  می‌باشد:

$$\Pi = U_I + D_p \quad (15)$$



شکل 2 انتشار امواج الاستیک و پلاستیک در هسته به همراه توزیع سرعت ذرات هسته [13]

و با توجه به این‌که:

$$\frac{\partial^2 W}{\partial x^2} = \frac{4\delta}{\xi_1^2} [\log(\frac{r}{\xi_1}) + \cos^2 \theta] \quad (37)$$

$$\frac{\partial^2 W}{\partial y^2} = \frac{4\delta}{\xi_1^2} [\log(\frac{r}{\xi_1}) + \sin^2 \theta] \quad (38)$$

$$\frac{\partial^2 W}{\partial x \partial y} = \frac{4\delta}{\xi_1^2} \cos \theta \sin \theta \log(\frac{r}{\xi_1}) \quad (39)$$

بنابراین، معیار وان مایز برای این حالت چنین خواهد شد:

$$\begin{aligned} & (\frac{EZ}{1-\nu^2})^2 [(\frac{4\delta}{\xi_1^2} [\log(\frac{r}{\xi_1}) + \cos^2 \theta] + \nu \frac{4\delta}{\xi_1^2} [\log(\frac{r}{\xi_1}) + \sin^2 \theta])^2 + \\ & (\frac{4\delta}{\xi_1^2} [\log(\frac{r}{\xi_1}) + \sin^2 \theta] + \nu \frac{4\delta}{\xi_1^2} [\log(\frac{r}{\xi_1}) + \cos^2 \theta])^2 - \\ & (\frac{4\delta}{\xi_1^2} [\log(\frac{r}{\xi_1}) + \cos^2 \theta] + \nu \frac{4\delta}{\xi_1^2} [\log(\frac{r}{\xi_1}) + \sin^2 \theta])^* \\ & (\frac{4\delta}{\xi_1^2} [\log(\frac{r}{\xi_1}) + \sin^2 \theta] + \nu \frac{4\delta}{\xi_1^2} [\log(\frac{r}{\xi_1}) + \cos^2 \theta]) ] + \\ & 3(\frac{EZ}{1-\nu^2})^2 (\frac{4\delta}{\xi_1^2} \cos \theta \sin \theta \log(\frac{r}{\xi_1}))^2 = \sigma_0^2 \end{aligned} \quad (40)$$

با توجه به این‌که بیشینه تنش خمی در سطح بالایی رویه یا سطح پایینی رویه ( $z = \pm \frac{h}{2}$ ) رخ می‌دهد و با جاگذاری  $r = r_p, \theta = 0$  مقداری از  $\delta$  که منجر به شکست رویه بالایی می‌شود به دست می‌آید.

### 3-1-2- شکست برشی در هسته

شکست برشی محلی هسته تحت نیروی بحرانی اعمال شده از طرف پرتابه رخ می‌دهد. مقدار بحرانی نیروی برخورد از رابطه (41) به دست می‌آید [13]:

$$P_{cr} = 2\pi r_p (C_e t - \delta) \tau_{cr} \quad (41)$$

در رابطه (41)،  $\tau_{cr}$  استحکام برشی هسته در راستای ضخامت می‌باشد. از طرفی پس از شکست رویه مقدار نیروی انتقالی به هسته از رابطه (42) به دست می‌آید [13]:

$$P_c = \pi r_p^2 (q + \frac{\rho_c V_1^2}{\varepsilon_D}) \quad (42)$$

بنابراین، معیار شکست برشی هسته برابر است با:

$$V_1 = \sqrt{\frac{\varepsilon_D}{\rho_c} \left( \frac{2(C_e t - \delta) \tau_{cr} - q r_p}{r_p} \right)} \quad (43)$$

### 4-1-2- فاز 1 بخش دوم: معادله حرکت پرتابه پس از شکست رویه بالایی و شکست برشی هسته

پس از شکست رویه بالایی و هسته، پرتابه به داخل پانل ساندویچی نفوذ می‌کند. در این مرحله فرض می‌شود که نیروی اصطکاک ناچیز بوده و نیروهای اصلی مقاوم در برابر حرکت پرتابه عبارتند از:

الف- نیروهای اینرسی مقاوم

ب- نیروی لهیدگی مقاوم هسته<sup>۱</sup>

اُرژی جنبشی کل سیستم در این مرحله از رابطه (44) به دست می‌آید:

$$T = \frac{1}{2} M_0 V_1^2 + \frac{1}{2} m_c V_1^2 \quad (44)$$

در رابطه (44)،  $V_1$  برابر سرعت لحظه‌ای پرتابه و  $m_c$  جرم بخشی از هسته

1- Crushing Force

$$C_p = \frac{dL_p}{dt} \quad (26)$$

$$\varepsilon_D = \frac{\delta}{L_{pl}} \rightarrow L_{pl} = \frac{\delta}{\varepsilon_D}, C_p = \frac{V_1}{\varepsilon_D} \quad (27)$$

با جاگذاری روابط (27) در معادله دیفرانسیل اصلی یعنی رابطه (25) خواهیم داشت:

$$\begin{aligned} & (M_0 + \frac{\pi \rho_f h \xi_1^2}{6} + \frac{\pi \rho_c \delta \xi_1^2}{10(1-\varepsilon_D) \varepsilon_D}) \frac{d^2 \delta}{dt^2} + \\ & 2\xi_1 \frac{d\xi_1}{dt} \left( \frac{\pi \rho_f h}{6} + \frac{\pi \rho_c \delta}{10(1-\varepsilon_D) \varepsilon_D} \right) \frac{d\delta}{dt} + \\ & \frac{2(26.24)D}{\xi_1^2} \delta + \frac{\pi q \xi_1^2}{3} + \frac{\pi \rho_c \xi_1^2 V_1^2}{10(1-\varepsilon_D) \varepsilon_D} = 0 \end{aligned} \quad (28)$$

معادله بقای مومنتوم خطی برای سیستم متشکل از پرتابه و هدف عبارت است از رابطه (29):

$$M_0 V_0 = M_0 V_1 + \frac{\pi \rho_f h \xi_1^2}{3} V_1 + \frac{\pi \rho_c \delta \xi_1^2}{6 \varepsilon_D (1-\varepsilon_D)} V_1 \quad (29)$$

در نتیجه:

$$\xi_1^2 = \frac{M_0 (V_0 - V_1)}{\left( \frac{\pi \rho_f h}{3} + \frac{\pi \rho_c \delta}{6 \varepsilon_D (1-\varepsilon_D)} \right) V_1} \quad (30)$$

از حل همزمان دو معادله دیفرانسیل (28) و (30) با اعمال شرایط اولیه  $\delta(0) = 0, \frac{d\delta}{dt}(0) = V_0$  و مشتق آن‌ها به دست می‌آیند.

بدین ترتیب، میزان تغییرشکل محلی، سرعت و شتاب ایجاد شده بر روی رویه بالایی در محل مورد نظر قبل از شکست رویه به دست می‌آیند.

### 2-1-2- شکست در رویه بالایی

معیار استفاده شده برای شکست رویه بالایی معیار وان‌مایز می‌باشد که با توجه به این‌که حالت تنش در رویه را می‌توان تنش صفحه‌ای در نظر گرفت، این معیار به صورت رابطه (31) نوشته می‌شود.

$$\begin{aligned} & (\sigma_x - \sigma_y)^2 + (\sigma_y - \sigma_z)^2 + (\sigma_z - \sigma_x)^2 + \\ & 6(\tau_{xy}^2 + \tau_{yz}^2 + \tau_{zx}^2) = 2\sigma_0^2 \end{aligned} \quad (31)$$

در نتیجه برای حالت تنش صفحه‌ای می‌شود:

$$(\sigma_x - \sigma_y)^2 + (\sigma_y - \sigma_z)^2 + (\sigma_z - \sigma_x)^2 + 6(\tau_{xy}^2) = 2\sigma_0^2 \quad (32)$$

از طرفی روابط تنش- جایجایی در رویه از روابط (33) تا (35) به دست می‌آید.

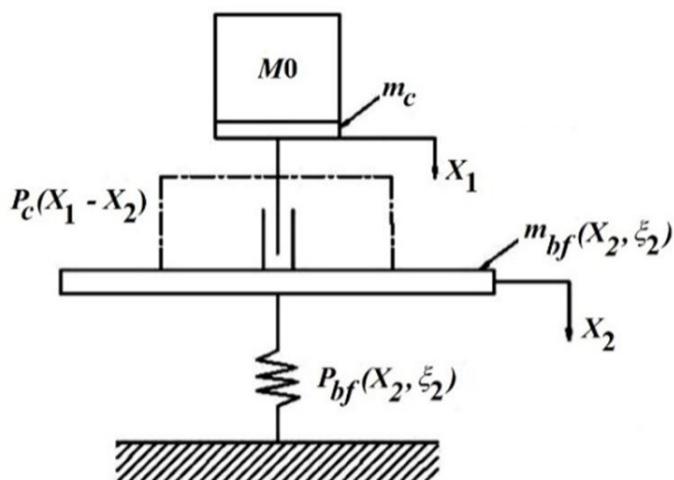
$$\sigma_x = \frac{EZ}{1-\nu^2} \left( \frac{\partial^2 W}{\partial x^2} + \nu \frac{\partial^2 W}{\partial y^2} \right) \quad (33)$$

$$\sigma_y = \frac{EZ}{1-\nu^2} \left( \frac{\partial^2 W}{\partial y^2} + \nu \frac{\partial^2 W}{\partial x^2} \right) \quad (34)$$

$$\tau_{xy} = \frac{EZ}{1+\nu} \left( \frac{\partial^2 W}{\partial x \partial y} \right) \quad (35)$$

با جاگذاری روابط (33) تا (35) در معادله (32) می‌توان نوشت:

$$\begin{aligned} & (\frac{EZ}{1-\nu^2})^2 \left[ \left( \frac{\partial^2 W}{\partial x^2} + \nu \frac{\partial^2 W}{\partial y^2} \right)^2 + \left( \frac{\partial^2 W}{\partial y^2} + \nu \frac{\partial^2 W}{\partial x^2} \right)^2 - \right. \\ & \left. \left( \frac{\partial^2 W}{\partial x^2} + \nu \frac{\partial^2 W}{\partial y^2} \right) \left( \frac{\partial^2 W}{\partial y^2} + \nu \frac{\partial^2 W}{\partial x^2} \right) \right] + \\ & 3 \left( \frac{EZ}{1-\nu^2} \right)^2 \left( \frac{\partial^2 W}{\partial x \partial y} \right)^2 = \sigma_0^2 \end{aligned} \quad (36)$$



شکل ۳ پارامترهای مدل فشرده دو درجه آزادی پس از شکست رویه بالایی [13]

که در آن  $V_1$  سرعت لحظه‌ای پرتابه،  $V_2$  سرعت رویه پشتی،  $m_{bf}$  جرم موثر رویه پشتی و  $m_c$  جرم موثر هسته فومی می‌باشد. انرژی پتانسیل سیستم ( $\Pi$ ) برابر مجموع انرژی لازم برای لهیدگی هسته و انرژی کرنشی خمی ایجاد شده در رویه پشتی است که مانند مرحله اول محاسبه می‌گردد:

$$\Pi = \pi r_p^2 q (X_1 - X_2) + \frac{26.24 D}{\xi_2^2} X_2^2 \quad (49)$$

در معادله (49)،  $q$  برابر مقدار تنش پایای هسته فومی می‌باشد. معادله حرکت این مرحله با جاگذاری عبارات انرژی جنبشی و پتانسیل در معادلات لاگرانژ و انجام عملیات ریاضی مختصر به دست می‌آید:

$$(M_0 + \frac{\pi r_p^2 \rho_c L_{pl}}{(1-\varepsilon_D)}) \frac{d^2 X_1}{dt^2} + \frac{\pi r_p^2 \rho_c C_p}{(1-\varepsilon_D)} V_1 + \pi r_p^2 q = 0 \quad (50)$$

$$\frac{\pi \rho_f h \xi_2^2}{6} \frac{d^2 X_2}{dt^2} + \frac{\pi \rho_f h}{6} V_2 (2 \xi_2 \frac{d \xi_2}{dt}) + \frac{2(26.24)D}{\xi_2^2} \delta - \pi r_p^2 q = 0 \quad (51)$$

در رابطه (50):

$$L_{pl} = \frac{X_1 - X_2}{\varepsilon_D} \quad (52)$$

$$C_p = \frac{V_1}{\varepsilon_D} \quad (53)$$

با نوشتن معادله بقای مومنتوم خطی برای پرتابه و هدف در این مرحله خواهیم داشت:

$$(M_0 + \frac{\pi r_p^2 \rho_c \delta_{10}}{(1-\varepsilon_D) \varepsilon_D}) V_{10} = (M_0 + \frac{\pi r_p^2 \rho_c (X_1 - X_2)}{(1-\varepsilon_D) \varepsilon_D}) V_1 + \frac{\pi \rho_f h}{3} \xi_2^2 V_2 \quad (54)$$

بنابراین:

$$\begin{aligned} \xi_2^2 &= \frac{3}{\pi \rho_f h V_2} [(M_0 + \frac{\pi r_p^2 \rho_c \delta_{10}}{(1-\varepsilon_D) \varepsilon_D}) V_{10} - \\ &(M_0 + \frac{\pi r_p^2 \rho_c (X_1 - X_2)}{(1-\varepsilon_D) \varepsilon_D}) V_1] \end{aligned} \quad (55)$$

روابط (50)، (51) و (54)، سه معادله دیفرانسیل مرتبه دو غیرخطی می‌باشند که با اعمال شرایط اولیه، با استفاده از نرم افزار متمتیکا به صورت یک دستگاه معادله دیفرانسیل حل شده‌اند و مقادیر  $(\xi_2(t), X_1(t), X_2(t))$  به همراه مشتق آنها به دست می‌آیند. معادلات ذکر شده تا قبل از تشکیل کامل پلاگ هسته معتبرند. شرایط پس از رسیدن موج پلاستیک به صفحه پشتی عبارت است از:

$$H - (X_1 - X_2) = L_{pl} = \frac{X_1 - X_2}{\varepsilon_D} \quad (56)$$

است که دچار تغییر شکل پلاستیک شده است.

موج تنش پلاستیک پیشرو در فاصله  $L_{pl}$  در حرکت است و بنابراین مقدار جرم موثر از رابطه (45) به دست می‌آید:

$$m_c = \frac{\pi r_p^2 \rho_c L_{pl}}{(1-\varepsilon_D)} \quad (45)$$

از طرفی انرژی پتانسیل کل سیستم برابر با کار پلاستیک انجام شده در هسته می‌باشد:

$$\Pi = \pi r_p^2 q \delta \quad (46)$$

همانند مرحله اول، معادله حرکت فاز ۱ بخش دوم با جاگذاری عبارات انرژی جنبشی و پتانسیل و اعمال معادله لاگرانژ به دست می‌آید:

$$(M_0 + \frac{\pi r_p^2 \rho_c \delta}{\varepsilon_D (1-\varepsilon_D)}) \frac{d^2 \delta}{dt^2} + \frac{\pi r_p^2 \rho_c}{\varepsilon_D (1-\varepsilon_D)} (\frac{d \delta}{dt})^2 + \pi r_p^2 q = 0 \quad (47)$$

معادله دیفرانسیل حاصله یک معادله دیفرانسیل مرتبه دو غیرخطی است. این معادله با اعمال شرایط اولیه که عبارتست از مقدار جابجایی و سرعت پرتابه در انتهای فاز ۱ قسمت اول و با استفاده از نرم افزار متمتیکا<sup>1</sup> حل می‌شود.

## 2-2- فاز 2: لهیدگی محلی هسته و تغییر شکل رویه پشتی

فاز دوم زمانی شروع می‌شود که امواج تنش فشاری الاستیک موجود در هسته به طور کامل کل ضخامت رویه پشتی را بپیماید. در این حالت رویه پشتی دچار تغییر شکل و جدایش<sup>2</sup> نسبت به هسته می‌شود. می‌توان برای نشان دادن پاسخ پانل از یک مدل دو درجه آزادی همانند شکل ۳ بهره گرفت [13].

در شکل ۳،  $X_1$  بیانگر جابجایی پرتابه و جرم موثر هسته و  $X_2$  بیانگر جابجایی رویه پشتی است که در زیر پرتابه قرار گرفته است. همان‌طور که در شکل ۳ نشان داده شده مشخص است جرم‌های موثر هسته و رویه پشتی وابسته به تغییر شکل نسی (۵۰) می‌باشند. همچنین شعاع ناحیه‌ای از رویه پشتی که از هسته در اثر برخورد پرتابه جدا شده است برابر  $\xi_2$  است. در این مرحله، نیروی مقاوم لهیدگی پلاستیک هسته ( $P_c(X_1 - X_2)$  و  $P_{bf}(X_2, \xi_2)$  می‌باشد.

در نهایت جرم موثر متراکم شده هسته زمانی کامل می‌شود که پیشانی موج تنش پلاستیک در هسته به رویه پشتی برسد. وقتی این اتفاق بیفتند  $X_1 = X_2$  شده و مدل دو درجه آزادی پیشنهاد شده تبدیل به مدل یک درجه آزادی خواهد شد.

## 2-1-2 بخش الف: جابجایی پرتابه و تغییر شکل رویه پشتی قبل از شکل گیری پلاگ هسته

پروفیل‌های تغییر شکل و سرعت رویه پشتی شبیه همان رویه بالایی است که قبل اورده شده‌اند. انرژی جنبشی کل سیستم در این مرحله به صورت ذیل است:

$$\begin{aligned} T &= \frac{1}{2} M_0 V_1^2 + \frac{1}{2} m_c V_1^2 + \frac{1}{2} m_{bf} V_2^2 \\ V_1 &= \frac{d X_1}{d t}, V_2 = \frac{d X_2}{d t} \\ m_c &= \frac{\pi r_p^2 \rho_c L_{pl}}{(1-\varepsilon_D)} \\ m_{bf} &= \frac{\pi \rho_f h}{6} \xi_2^2 \end{aligned} \quad (48)$$

1-Mathematica

2- Debonding

**2-2-3- شکست رویه پشتی**  
معیار استفاده شده برای شکست رویه پشتی عیناً همان معیار استفاده شده برای رویه بالایی می‌باشد.

**2-3- اطلاعات به دست آمده از مدل تحلیلی**  
مدل ارائه شده برای تعیین حدبالستیک پانل‌های ساندویچی با رویه‌های فلزی و هسته‌های فومی پلیمری پلی‌اورتانی و فلزی آلومینیومی است، و این در حالی است که در مدل هفت رویه‌های به کار رفته کامپوزیتی و هسته فومی از جنس PVC می‌باشد. روند تحلیل مدل مشتمل بر حل پیوسته چهار فاز به اشاره شده می‌باشد. به این صورت که با حل معادلات دیفرانسیل هر فاز به صورت جداگانه به ترتیب مقادیر جابجایی و سرعت پرتابه، تغییر شکل رویه‌های بالایی و پشتی و نیز فرایند چگالیده شدن هسته فومی به دست می‌آیند. در نهایت در انتهای فاز دوم بخش ب سرعت باقی‌مانده پرتابه پس از نفوذ کامل در پانل به دست می‌آید.

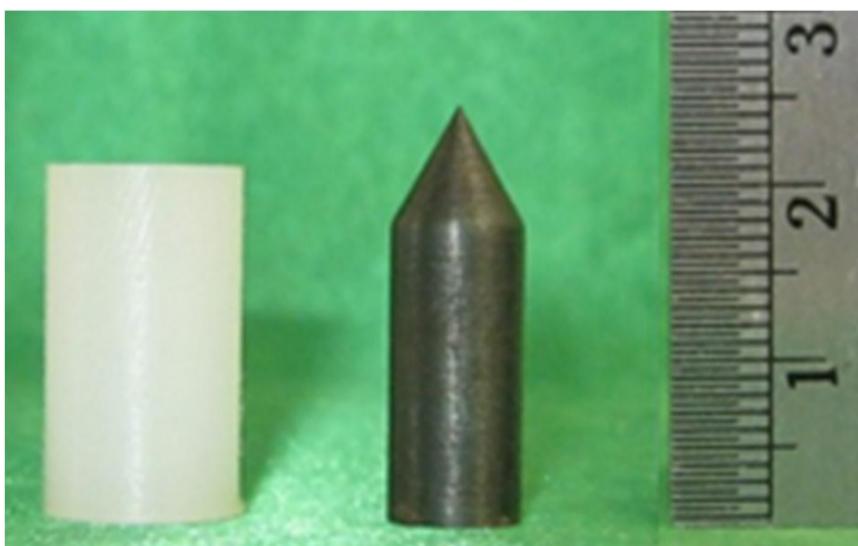
**3- آزمایش تجربی به منظور تائید صحت مدل ارائه شده**  
به منظور تائید صحت مدل تحلیلی ارائه شده، در این بخش از نتایج آزمایش‌های تجربی محققان دیگر استفاده شده است. آزمایش‌های تجربی مربوط به پانل‌هایی با رویه‌های آلومینیومی و هسته‌های مختلف فوم پلیمری و فلزی می‌باشند. در این بخش، جزئیات مربوط به آزمایش‌های تجربی به اختصار آورده شده است.

### 3-1- مشخصات پرتابه و هدف با هسته فوم پلیمری [14]

پرتابه‌های مورد استفاده در آزمون‌های تجربی نفوذ از جنس فولادی تهیه و به منظور محقق ساختن فرض صلب بودن پرتابه تا 52 راکول سخت‌کاری شدند. پرتابه دارای دماغه سر مخروطی، جرم 7/92 گرم، طول 24/6 و قطر 8 میلی‌متر می‌باشد (شکل 4). در جدول 1 مشخصات مکانیکی پرتابه‌ها آورده شده است.

رویه‌های آلومینیومی برای نمونه‌های ساندویچی از سری 5005-H16 می‌باشند و منحنی تنش-کرنش مربوط به آن‌ها به صورت شکل 5 می‌باشد. مشخصات مکانیکی و آنالیز عناصر به کار رفته در رویه‌های آلومینیومی در جدول‌های 2 و 3 ارائه شده‌اند.

فوم پلیمری استفاده شده از جنس فوم پلی‌بورتان با چگالی نسبی 20 درصد می‌باشد. منحنی نیرو-جابجایی حاصل از آزمایش فشار تک محوری فوم پلی‌بورتان در شکل 6 نشان داده شده و خصوصیات مکانیکی آن در جدول 4 آورده شده است.



شکل 4 شکل پرتابه و غلاف مورد استفاده در آزمایش [14]

عبارت سمت چپ معادله اخیر برابر ضخامت لحظه‌ای هسته حين نفوذ است، در حالی که عبارت سمت راست طول لحظه‌ای ناحیه پلاستیک را نشان می‌دهد.

**2-2-2- فاز 2 بخش ب: جابجایی پرتابه و رویه پشتی پس از شکل گیری پلاگ هسته**  
فرض می‌شود در این مرحله هیچ حرکت نسبی بین پرتابه و پلاگ اضافه شده به آن و رویه پشتی پانل وجود ندارد. انرژی جنبشی کل سیستم از رابطه (57) به دست می‌آید.

$$T = \frac{1}{2}(M_0 + m_p)V_2^2 + \frac{1}{2}m_{bf}V_2^2 \quad (57)$$

که در آن  $V_2 = \frac{dX_2}{dt}$  سرعت رویه پشتی،  $m_{bf} = \frac{\pi\rho_f h}{6}$  جرم موثر رویه پشتی و  $m_p = \pi r_p^2 \rho_c H$  جرم پلاگ فوم می‌باشد.

انرژی پتانسیل سیستم صرفاً برابر انرژی کرنشی خمشی ایجاد شده در رویه پشتی می‌باشد که همانند رویه بالایی از رابطه (15) به دست آمده و به صورت رابطه (58) ارائه می‌گردد:

$$\Pi = \frac{26.24D}{\xi_2^2} X_2^2 \quad (58)$$

با جاگذاری عبارات انرژی جنبشی و پتانسیل به دست آمده از روابط (57) و (58) در معادله (23) و انجام عملیات ریاضی خواهیم داشت:

$$(M_0 + m_p + \frac{\pi\rho_f h \xi_2^2}{6}) \frac{d^2 X_2}{dt^2} + \frac{\pi\rho_f h}{6} V_2 (2\xi_2 \frac{d\xi_2}{dt}) + \frac{2(26.24D)}{\xi_2^2} X_2 = 0 \quad (59)$$

با نوشتن معادله بقای مومنتوم خطی برای پرتابه و هدف در این مرحله خواهیم داشت:

$$(M_0 + m_p)V_{1IIa} + \frac{\pi\rho_f h}{3} \xi_{IIa}^2 V_{2IIa} = (M_0 + m_p + \frac{\pi\rho_f h}{3} \xi_2^2) V_2 \quad (60)$$

بنابراین:

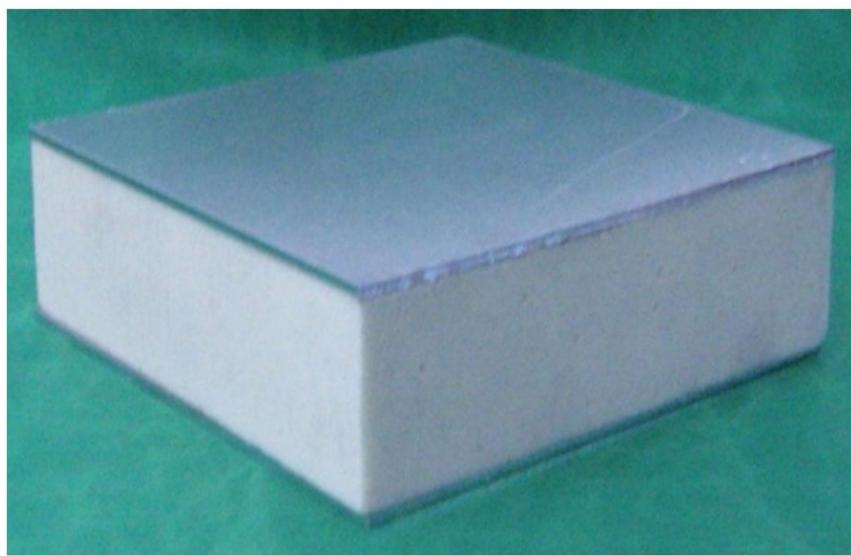
$$\xi_2^2 = \frac{3}{\pi\rho_f h V_2} [(M_0 + m_p)V_{1IIa} + \frac{\pi\rho_f h}{3} \xi_{IIa}^2 V_{2IIa} - (M_0 + m_p)V_2] \quad (61)$$

در معادله (61)،  $V_{1IIa}$  و  $V_{2IIa}$  به ترتیب، سرعت‌های نهایی پرتابه و رویه پشتی،  $\xi_{IIa}$  نیز شعاع ناحیه جدایش رویه پشتی در انتهای فاز 2 بخش الف می‌باشند.

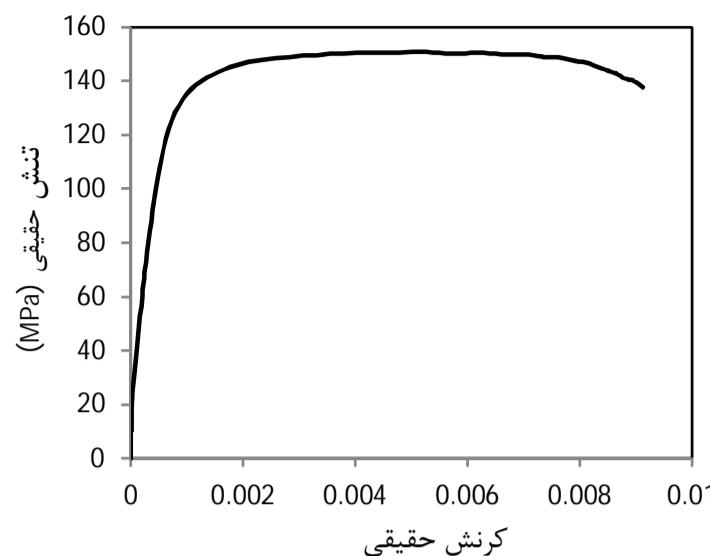
از حل همزمان معادله‌های (59) و (61) و با اعمال شرایط اولیه، پارامترهایی مانند سرعت باقی‌مانده پرتابه و مقدار ناحیه جدایش رویه پشتی به دست می‌آیند. شرایط اولیه در این مرحله بدین صورت است که تغییر شکل اولیه برای  $X_2$  از انتهای فاز 2 بخش الف به دست آمده در حالی که سرعت اولیه  $V_{2IIb}$  از انتقال آنی مومنتوم به صورت معادله (63) جاگذاری شده است.

$$(M_0 + m_p + \frac{\pi\rho_f h}{3} \xi_{IIa}^2) V_{2IIb} = (M_0 + m_p)V_{1IIa} + \frac{\pi\rho_f h}{3} \xi_{IIa}^2 V_{2IIa} \quad (62)$$

$$V_{2IIb} = \frac{[(M_0 + m_p)V_{1IIa} + \frac{\pi\rho_f h}{3} \xi_{IIa}^2 V_{2IIa}]}{(M_0 + m_p + \frac{\pi\rho_f h}{3} \xi_{IIa}^2)} \quad (63)$$



شکل 7 نمایی از نمونه‌های ساندویچی با رویه آلومینیومی و هسته فوم [14]



شکل 5 منحنی تنش-کرنش کششی ورق آلومینیومی [14] AI-5005-H16

### 3-2- مشخصات پرتابه و هدف با هسته فوم فلزی [10]

به منظور بررسی بیشتر روش تحلیلی ارائه شده، در این بخش به مقایسه نتایج تحلیلی به دست آمده برای پانل ساندویچی با رویه‌های آلومینیومی و هسته از جنس فوم فلزی آلومینیوم با نتایج تجربی و عددی مربوط به مقاله ضیاء شمامی و همکارانش [10] پرداخته شد.

در مرجع [10] پرتابه‌های مورد استفاده در آزمون‌های تجربی نفوذ از جنس فولاد با سختی بالا می‌باشد. پرتابه‌ها دارای جرم 12/2 گرم، طول 20 و قطر 10 میلی‌متر می‌باشند. رویه‌های آلومینیومی برای نمونه‌های ساندویچی از سری 1100-H14 با ضخامت ثابت 1mm در نظر گرفته شده‌اند. همچنین فوم فلزی استفاده شده از جنس آلومینیوم و با نسبت چگالی‌های 14، 20 و 27 درصد می‌باشد. در جدول‌های 5 و 6 به ترتیب، خصوصیات مکانیکی ورق و فوم آلومینیومی آورده شده است.

### 4- نتایج و بحث

در این بخش نتایج به دست آمده از مدل تحلیلی ارائه شده با نتایج تجربی دیگر محققان [14,10] مقایسه شده است.

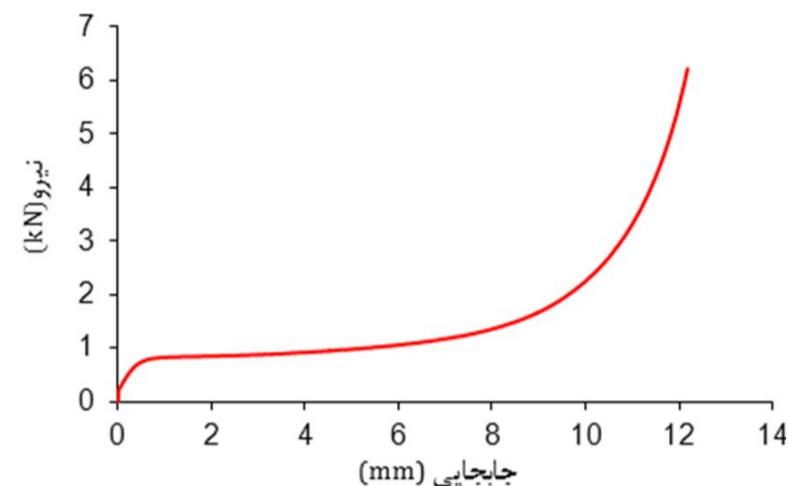
4-1- بررسی نتایج سازه‌های ساندویچی دارای هسته فوم پلی‌یورتان با حل معادلات مربوط به مراحل چهارگانه روش تحلیلی ارائه شده، نتایج پانل ساندویچی با هسته فوم پلی‌یورتان به دست آمد. در جدول 7 مقایسه نتایج حاصل از روش تحلیلی و تجربی برای نسبت چگالی 20 درصد هسته آورده شده است.

4-2- بررسی نتایج پانل‌های ساندویچی دارای هسته فوم فلزی در این بخش، به منظور بررسی بیشتر روش تحلیلی ارائه شده، نتایج تحلیلی به دست آمده برای پانل ساندویچی با رویه‌های آلومینیومی به ضخامت 1 میلی‌متر و هسته از جنس فوم آلومینیومی با نسبت چگالی‌های 14، 20 و 27 درصد با داده‌های تجربی مرجع [10]، مقایسه شده است.

نتایج مقایسه‌ای در جدول 8 آورده شده است. همان‌طور که مشخص است روش تحلیلی ارائه شده برای این گونه پانل‌ها نیز نتایج قبل قبولی را پیش‌بینی می‌نماید.

جدول 5 مشخصات مکانیکی ورق آلومینیومی [10]

نوع ماده	ضخامت چگالی (mm)	ضریب تنش کششی کرنش (kg/m <sup>3</sup> )	مدول الاستیسیته (GPa)	ضریب پواسان (0/3)	مقدار چگالی (kg/m <sup>3</sup> )
آلومینیوم (1100H14)	1	2700	70	0/3	124



شکل 6 منحنی نیرو-جایجاوی فوم پلی‌یورتان با نسبت چگالی 20 درصد [14]

جدول 1 خصوصیات مکانیکی پرتابه‌ی فولادی [14]

خصوصیات	مقادیر
چگالی (kg/m <sup>3</sup> )	7860
مدول الاستیسیته (GPa)	210
ضریب پواسان	0/3

جدول 2 مشخصات مکانیکی ورق آلومینیومی [14]

نوع ماده	ضخامت چگالی (mm)	ضریب تنش کششی کرنش (kg/m <sup>3</sup> )	مدول الاستیسیته (GPa)	پواسان (0/3)	ضخامت چگالی (mm)	ضریب تنش کششی کرنش (kg/m <sup>3</sup> )	مدول الاستیسیته (GPa)	پواسان (0/3)
آلومینیوم (5005H16)	0/009	151/36	124/05	0/3	70/04	2700	1/5	

جدول 3 آنالیز عناصر به کار رفته در ورق آلومینیومی [14]

نوع ماده	Al	Other	Cr	Zn	Mg	Mn	Cu	Si	Fe
آلومینیوم (5005H16)	Remain	0/05	0/1	0/2	0/7	-1/1	0/15	0/05	0/45

جدول 4 خواص مکانیکی فوم‌های مورد استفاده در هسته [14]

چگالی فوم (kg/m <sup>3</sup> )	مدول الاستیسیته (GPa)	ضریب پواسان (0/33)	تنش پایا (MPa)	کرنش (MPa)
0/63	5/05	0/33	102	248
0/59	7/74	0/33	162	360
0/55	17/7	0/33	370	600

در نهایت پانل ساندویچی نوع اول شامل دو رویه آلومینیومی و هسته فوم پلی‌یورتان در ابعاد  $100 \times 100$  میلی‌متر مربع، جرم کل 212 گرم گزارش شده است. رویه‌ها با ضخامت 1/5 میلی‌متر و هسته فوم با چگالی  $248 \text{ kg/m}^3$  و ضخامت 50 میلی‌متر می‌باشد. در شکل 7 نمایی از یک نمونه پانل مورد آزمایش نشان داده شده است.

تجربی دیگر محققین مقایسه شد.

همان طور که در بخش بررسی نتایج اشاره شد روش تحلیلی ارائه شده دقت قابل قبولی در تعیین سرعت باقی‌مانده پانل‌هایی با هسته فوم پلیمری و فلزی و با نسبت چگالی‌های مختلف دارا می‌باشد به طوری که میانگین درصد اختلاف سرعت باقی‌مانده نتایج تجربی و تحلیلی در پانل‌هایی با هسته فوم فلزی حدود 7 درصد و برای پانل‌هایی با هسته فوم پلیمری حدود 2/48 درصد می‌باشد.

همچنین در مورد اختلاف اندک در نتایج تجربی و تحلیلی می‌توان اظهار داشت که اولاً در نظر نگرفتن نیروی اصطکاک ایجاد شده حین نفوذ به دلیل پیچیده بودن اندازه‌گیری آن و فرض کم اهمیت بودن نیروی اصطکاک در مقابل نیروهای مقاوم اینرسی و لهش‌گی هسته و ثانیاً در نظر نگرفتن اثرات نرخ کرنش بر روی خواص مواد در مدل تحلیلی حاضر منجر به این اختلاف اندک خواهد شد. و در نهایت مشخص شد که چگالی هسته فومی پارامتر مهمی در تعیین سرعت باقی‌مانده پرتابه در برخورد با پانل ساندویچی می‌باشد به طوری که افزایش چگالی منجر به کاهش آن می‌گردد.

## 6- فهرست عالیم

مدول الاستیک هسته(فوم) (MPa)	$E_c$
مدول الاستیک رویه (MPa)	$E_f$
ضخامت رویه (m)	$h$
ضخامت هسته (m)	$H$
طول موج پلاستیک (m)	$L_{pl}$
جرم پرتابه (kg)	$M_0$
تنش پایای فوم (MPa)	$q$
شعاع پرتابه (m)	$R$
سرعت اولیه پرتابه ( $m s^{-1}$ )	$V_0$
عالیم یونانی	
کرنش چگالش فوم	$\varepsilon_D$
ضریب پواسان هسته(فوم)	$v_c$
ضریب پواسان رویه	$v_f$
عددی $\pi$	
چگالی فوم ( $kg m^{-3}$ )	$\rho_c$
چگالی رویه ( $kg m^{-3}$ )	$\rho_f$

## 7- مراجع

- [1] M. F. Ashby, *Metal foams: a design guide*, Butterworth-Heinemann, 2000.
- [2] M. S. Hoo Fatt, K. S. Park, "Perforation of Honeycomb Sandwich Plates by Projectiles", *Composites Part A: Applied Science and Manufacturing*, Vol. 31, pp. 889-899, 2000.
- [3] C. Lin, M. S. Hoo Fatt, Perforation of sandwich panels with honeycomb cores by hemispherical nose projectiles, *Journal of Sandwich Structures and Materials*, Vol. 7, No. 2, pp. 133-172, 2005.
- [4] J. Kepler, "Impact Penetration of Sandwich Panels at Different Velocities an Experimental Parameter Study: Part I - Parameters and Results", *Journal of Sandwich Structures and Materials*, Vol. 6, No. 5, pp. 357-374, 2004.
- [5] J. Kepler, Impact penetration of sandwich panels at different velocities—an experimental parameter study: Part II—interpretation of results and modeling, *Journal of Sandwich Structures and Materials*, Vol. 6, No. 5, pp. 379-397, 2004.
- [6] S. Feli, M. Namdari Pour, An analytical model for composite sandwich panels with honeycomb core subjected to high-velocity impact, *Composites Part B: Engineering*, Vol. 43, No. 5, pp. 2439-2447, 2012.
- [7] H. Zhao, I. Elnasri, Y. Girard, Perforation of aluminium foam core sandwich panels under impact loading—An experimental study, *International journal of impact engineering*, Vol. 34, No. 7, pp. 1246-1257, 2007.

جدول 6 خواص مکانیکی فوم‌های مورد استفاده در هسته [10]

نسبت چگالی مدول الاستیسیته (%)	ضریب پواسون (MPa)	تنش پایا کرنش تراکمی (MPa)	(%)
0/45	1/5	0/3	1100
0/5	3/8	0/3	1500
0/52	5/4	0/3	1800

جدول 7 مقایسه نتایج تحلیلی مدل ارائه شده با نتایج تجربی [14] (نمونه ساندویچی با هسته فوم پلی‌بورتان)

سرعت اولیه سرعت پسماند تجربی [14] (m/s)	سرعت پسماند تحلیلی درصد اختلاف (m/s)	سرعت اولیه سرعت پسماند تجربی [14] (m/s)
0/09	161/95	161/8
0/12	150/19	150
4/87	123/75	118
9/8	95/15	86/6
0	0	0
0	0	170

جدول 8 مقایسه نتایج تحلیلی مدل ارائه شده با داده‌های تجربی مرجع [10] (نمونه ساندویچی با هسته فوم فلزی و نسبت چگالی‌های 14، 20 و 27 درصد)

نسبت چگالی (%) هسته (mm)	ضخامت (mm)	سرعت اولیه سرعت پسماند درصد اختلاف (m/s)	سرعت اولیه سرعت پسماند تجربی [10] (m/s)	تجربی (m/s)
5/79	116/37	110	152	20
14/03	106/05	93	151	20
0	0	0	150	20

همچنین با بررسی نتایج تجربی و تحلیلی به دست آمده می‌توان نتیجه گرفت که با تغییر چگالی هسته فوم آلومینیوم، اولاً همخوانی بسیار خوبی بین نتایج تجربی و تحلیلی برقرار است و ثانیاً با افزایش چگالی فوم آلومینیومی، سرعت باقی‌مانده پرتابه نیز کاهش می‌یابد. در واقع با کاهش چگالی فوم میزان تخلخل آن افزایش می‌یابد و از طرف دیگر با افزایش میزان تخلخل در فوم‌های فلزی، استحکام کششی و فشاری آن‌ها کاهش پیدا می‌کند.

براساس نتایج آزمایش‌های انجام شده، استحکام کششی و فشاری فوم آلومینیومی با میزان تخلخل آن نسبت عکس دارد. دلیل کاهش قابل توجه استحکام در تخلخل‌های بالا این است که در این حالت حباب‌های کروی شکل به صورت چندوجهی درآمده و در نتیجه باعث تمرکز نتش در عیوب موجود در دیواره سلول‌ها می‌شود. در واقع پارامتر نتش پایای فوم با افزایش چگالی فوم، افزایش یافته و منجر به افزایش سطح زیر منحنی نتش- کرنش و در نتیجه کاهش سرعت باقی‌مانده پرتابه و افزایش جذب انرژی فوم می‌شود اما ادامه این روند منجر به کاهش سطح زیر منحنی شده و به این ترتیب سرعت باقی‌مانده در فوم افزایش می‌یابد و دلیل این رفتار فوم را می‌توان در سوق پیدا کردن رفتار آن به سمت رفتار مواد صلب و کاهش کمتر میزان اتلاف انرژی تغییرشکل دانست.

## 5- نتیجه‌گیری

در این تحقیق با انجام اصلاحاتی بر روی مدل تحلیلی ارائه شده توسط هوفت و همکارانش، بررسی تحلیلی ضربه سرعت بالا بر روی پانل‌های ساندویچی با رویه‌های فلزی و هسته فوم انجام شد. بدین منظور مقاومت بالستیکی پانل‌های ساندویچی ساخته شده از رویه‌های آلومینیومی Al-5005H16 و Al1100-H14 با هسته‌های فوم پلی‌بورتانی و فوم آلومینیومی با نسبت چگالی‌های 14، 20 و 27 درصد، به صورت تحلیلی بدست آمد و با نتایج

- [12] S. Feli, S. Jafari, Analytical Investigation of Perforation of Aluminum-foam Sandwich Panels under Ballistic Impact, *Journal of Modares Mechanical Engineering*, Vol. 13, No. 6, pp. 52-59, 2013. (In Persian)
- [13] M. S. Hoo Fatt, D. Sirivolu, A wave propagation model for the high velocity impact response of a composite sandwich panel, *International journal of impact engineering*, Vol. 37, No. 2, pp. 117-130, 2010.
- [14] H. Ranjbar Zadeh, *Experimental study of ballistic resistance of sandwich panels with composite core*, MS Thesis, Department of Mechanical Engineering, Islamic Azad University, Takestan, 2014. (In Persian)
- [15] C. Lin, M. S. Hoo Fatt, Perforation of sandwich panels with honeycomb cores by hemispherical nose projectiles, *Journal of Sandwich Structures and Materials*, Vol. 7, No. 2, pp. 133-172, 2005.
- [16] S. Timoshenko, S. Woinowsky-Krieger, *Theory of plates and shells*, McGraw-hill New York, 1959.
- [8] A. Hanssen, Y. Girard, L. Olovsson, T. Berstad, M. Langseth, A numerical model for bird strike of aluminium foam-based sandwich panels, *International journal of impact engineering*, Vol. 32, No. 7, pp. 1127-1144, 2006.
- [9] W. Hou, F. Zhu, G. Lu, D.-N. Fang, Ballistic impact experiments of metallic sandwich panels with aluminium foam core, *International journal of impact engineering*, Vol. 37, No. 10, pp. 1045-1055, 2010.
- [10] M. S. Ziya, H. Khoda Rahmi, K. Vahedi, M. H. Pol, Experimental and Numerical Investigation of a Blunt Rigid Projectile Penetrating into a Sandwich Panel Having Aluminum Foam Core, *Journal of Modares Mechanical Engineering*, Vol. 13, No. 5, pp. 1-13, 2013. (In Persian)
- [11] M. S. Ziya, M. H. Pol, H. Khoda Rahmi, Experimental Investigation of Ballistic Properties of Aluminum Foam Structure, *Journal of Modares Mechanical Engineering*, Vol. 13, No. 3, pp. 22-27, 2013. (In Persian)