مجله مهندسی مکانیک مدرس، تیر 1393، دوره 14، شماره 4، ص‌ص 147- 157

ماهنامه علمی پژوهشی

مهندسی مکانیک مدرس

mme.modares.ac.ir

دانشگاه تربیت مدرس

تحلیل آکوستیکی پوسته استوانه‌ای جدار ضخیم با تغییر شکل‌های برشی مراتب بالا به روش اصل همیلتون

محمدحسن شجاعی‌فرد[1]، روح الله طالبی توتی[2*]، رضا احمدی[3]، محمدرضا غیبی[4]

1- استاد، مهندسی مکانیک، دانشگاه علم و صنعت ایران، تهران
2- استادیار، مهندسی مکانیک، دانشگاه علم و صنعت ایران، تهران
3- دانشجوی دکترا، مهندسی خودرو، دانشگاه علم و صنعت ایران، تهران
4- دانشجوی دکترا، مهندسی خودرو، دانشگاه علم و صنعت ایران، تهران
*تهران، صندوق پستی 16844، rtalebi@iust.ac.ir

اطلاعات مقاله

مقاله پژوهشی کامل
دریافت: 21 مهر 1392
پذیرش: 06 آذر 1392
ارائه در سایت: 10 خرداد 1393

کلید واژگان:
افت انتقال صوت
تئوری تغییر شکل‌های برشی مرتبه سوم
تئوری همیلتون
پوسته استوانه‌ای جدار ضخیم
همسانگرد عرضی

چکیده

در این مقاله یک روش تحلیلی، جهت محاسبه افت انتقال صوت در پوسته‌های استوانه‌ای همسانگرد عرضی جدار ضخیم، ارائه شده است. برای این منظور یک پوسته استوانه‌ای همسانگرد عرضی با طول بی‌نهایت در معرض تابش یک موج صوتی صفحه‌ای مایل قرار گرفته است. پوسته در داخل محیط سیال غوطه‌ور بوده و سیال خارجی با سرعت ثابت از روی آن عبور می‌کند. برای یافتن معادلات ارتعاشی پوسته از تئوری تغییر شکل‌های برشی مرتبه سوم استفاده شده است. همچنین، معادلات حرکت پوسته به کمک اصل همیلتون به‌دست می‌آیند. با حل همزمان معادلات ارتعاشی پوسته و روابط امواج آکوستیکی، مقادیر افت انتقال صوت حاصل می‌شود که این نتایج با کار سایر محققین مقایسه شده است. نتایج نشان می‌دهند که تئوری مرتبه سوم برشی در مقایسه با تئوری‌های کلاسیک و تغییر شکل‌های برشی مرتبه اول، به‌خصوص در فرکانس‌های بالا و با کاهش نسبت شعاع به ضخامت، دقت بیشتری از خود نشان می‌دهد.

Vibro-acoustic study on transverse-isotropic thick-walled cylindrical shells considering high shear deformation theory using Hamilton principle

Mohammad Hasan Shojaeifard[1], Rouhollah Talebitooti[2]*, Reza Ahmadi[3], Mohammad Reza Gheybi[4]

1- Department of Mechanical Engineering, Iran University of Science and Technology, Tehran, Iran.
2- Department of Mechanical Engineering, Iran University of Science and Technology, Tehran, Iran.
3- Department of Automotive Engineering, Iran University of Science and Technology, Tehran, Iran.
4- Department of Automotive Engineering, Iran University of Science and Technology, Tehran, Iran.
*P.O.B. 16844 Tehran, rtalebi@iust.ac.ir

ARTICLE INFORMATION

Original Research Paper
Received 13 October 2013
Accepted 27 November 2013
Available Online 31 May 2014

Keywords:
Sound Transmission Loss
Third-Order Shear Deformation Theory
Hamilton's Principle
Thick Cylindrical Shell
Transverse-Isotropic

ABSTRACT

This paper presents an analytical approach to predict sound Transmission Loss (TL) of a thick-walled transverse-isotropic cylindrical shell. An infinitely long transverse-isotropic cylindrical shell subjected to an oblique plane wave. The shell is immersed into an external fluid medium while the airflow in external fluid medium is moving with a constant velocity. In order to derive the governing equations the Third-order Shear Deformation Theory (TSDT) is used. Also, the equations of motion of the shell are obtained using Hamilton's principle. With solving the shell vibration equations along with acoustic wave equations simultaneously, the exact solution for TL is obtained. Transmission loss resultant from this solution is compared with those of other authors. The results also indicate that TSDT is more powerful than FSDT and CST, especially in high frequency range and thick-walled shell.

1- مقدمه

پوسته‌های استوانه‌ای، چه در خلا و چه در معرض سیالات داخلی و خارجی، سازه‌هایی ساده، اما بسیار با اهمیت می‌باشند که به طور وسیع در صنایع مختلف و جنبه‌های متفاوت مهندسی استفاده می‌شوند در این سازه‌ها، تراکنش بین سازه با سیال[1]، معمولا باعث انتقال ناخواسته انرژی به‌صورت ارتعاشات آکوستیکی و یا سازه‌ای به پوسته استوانه‌ای می‌گردد. این انتقال ناخواسته انرژی، نه تنها باعث آلودگی صوتی در سازه می‌شود، بلکه ممکن است منجر به شکست‌های فاجعه بار در سیستم شود. بنابراین، امروزه بخش زیادی از تحقیقات در زمینه علم آکوستیک، در راستای کاهش ورود نویز به

1- Structure/fluid interaction

برای ارجاع به این مقاله از عبارت ذیل استفاده نمایید:

Please cite this article using:
M.H. Shojaeifard, R. Talebitooti, R. Ahmadi, M.R. Gheybi, Vibro-acoustic study on transverse-isotropic thick-walled cylindrical shells considering high shear deformation theory using Hamilton principle, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 14, No. 4, pp. 147-157, 2014 (In Persian)

[DOR: 20.1001.1.10275940.1393.14.4.5.0]

داخل سیستم‌ها و سازه‌های استوانه‌ای معطوف گشته است. لذا با توجه به اهمیت بالای انتقال صوت در سازه‌ها، استفاده از روشی دقیق برای بررسی این مطلب در سیستم‌های مکانیکی به‌طور جدی وجود دارد.

سرآغاز مطالعات در زمینه پوسته‌های استوانه‌ای به‌بررسی‌های اسمیت در سال1951 و اسمیت و جانگر در سال 1955 بر روی سازه‌های منحنی شکل برمی‌گردد[۱،۲]. فاکسول و فرانکلین در سال 1959 کارهای گذشته را با بررسی ارتعاشات یک استوانه جدارنازک تقویت شده که در یک محیط در معرض امواج صوت می‌باشد، ادامه دادند[3]. رانکل و هارت در سال 1969 با نگاهی کاربردی، با توجه به اهمیت امواج صوتی و به‌خصوص نقش مهم اثرات انعکاسی آن در پوسته‌های استوانه‌ای مستغرق در سیال آکوستیک و به‌طور خاص زیردریایی‌ها، به‌بررسی مقاومت پوسته‌های استوانه‌ای در مقابل اثرات انعکاسی موج پرداختند[4]. کوال در سال 1976 مطالعات گذشته را به شکل جدی‌تری ادامه داد. وی با استفاده از روش امپدانس[1]، انتقال نویز در کابین هواپیما، تحت شرایط پرواز را مورد بررسی قرار داد. اهمیت کار وی به‌دلیل درنظر گرفتن همزمان جریان سیال در خارج پوسته و فشار سیال در داخل پوسته استوانه‌ای می‌باشد. همچنین وی فرض کرده است که موج صوتی به‌صورت یک موج صفحه‌ای مایل به سطح خارجی پوسته استوانه‌ای برخورد کند و سطح داخلی پوسته نیز کاملاً جاذب باشد. مجموع این شرایط وضعیت نزدیک‌تری را نسبت به واقعیت برای تحلیل انتقال صوت با دقت بهتر فراهم می‌کند[5]. پس از کوال، بلیس در سال 1991 در مقاله‌ای به‌بررسی پوسته‌های استوانه‌ای اورتوتروپ و طویل پرداخت و به‌منظور محاسبه ضریب میدان انتشار موج انتقالی[2]، کار کوال را با معرفی دو زاویه مستقل برای موج صفحه‌ای در برخورد به پوسته استوانه‌ای، ادامه داد[6]. تنگ در سال 1996 انتقال صوت در پوسته ساندویچی استوانه‌ای با هسته با آرایش لانه‌زنبوری را بررسی نمود[7]. همچنین در سال 1996 وی به‌بررسی انتقال صوت در دو استوانه نامحدود و هم محور پرداخت[8]. در سال 1999 چنگ روی رفتار ارتعاشی یک پوسته استوانه‌ای محدود با یک ورق در داخل آن تحقیق نمود و یک فرمول عمومی براساس حساب تغییراتی ارائه داد و میدان آکوستیک را با استفاده از روش انتگرال مودال محاسبه کرد[9]. در سال 2002 استیو و همکارش با استفاده از روش بسط مودال کاهش انتقال نویز به داخل پوسته‌های استوانه‌ای را با استفاده از تشدیدکننده هلمهولتز مورد مطالعه قرار دادند[10]. کیم و همکارانش در سال 2003 با استفاده از تئوری پوسته کلاسیک و روش آزمایشگاهی، افت انتقال صوت را برای پوسته استوانه‌ای بلند که در معرض یک موج صفحه‌ای مایل قرار گرفته بود، مورد بررسی قرار دادند[11]. دانشجو و همکارانش در سال 2006 مطالعه کیم را برای پوسته‌های استوانه‌ای کامپوزیت لایه‌ای ادامه دادند[12]. دانشجو در ادامه مطالعات خود در سال‌های 2008 و 2009، تحولی در بررسی‌های انجام شده در زمینه انتقال صوت در پوسته‌های استوانه‌ای ایجاد نمود در این مطالعات وی اثرات برش عرضی[3] را، که در کارهای گذشته از آن صرف‌نظر شده بود، در معادلات کامپوزیت با لایه‌های عمومی و در زوایای دلخواه درنظر گرفت. برای این منظور، تئوری تغییرات برشی مرتبه اول مورد استفاده قرار گرفت. نتایج نشان دادند که اثرات برش و چرخش در بررسی افت انتقال صوت در پوسته‌های استوانه‌ای، تنها در فرکانس‌های پایین قابل صرف‌نظر می‌باشند در حقیقت در فرکانس‌های بالا این اثرات، باعث کاهش مقادیر افت انتقال صوت می‌شوند و صرف نظر کردن از آن‌ها می‌تواند باعث اثرات جبران ناپذیری گردد. بنابراین استفاده از تئوری مرتبه اول برشی به‌خصوص در فرکانس‌های بالا نسبت به تئوری کلاسیک پوسته‌ها، که این اثرات را لحاظ نکرده است، نتایج مطلوب‌تری را ارائه می‌نماید [۱۳،۱۴]. همچنین در فرکانس‌های بالا با کاهش نسبت شعاع به ضخامت در پوسته‌ها، اثر ترم‌های برشی و چرخشی بسیار اهمیت می‌یابد[14]، لذا لازم است تئوری‌های دقیق‌تری مورد استفاده قرار گیرد.

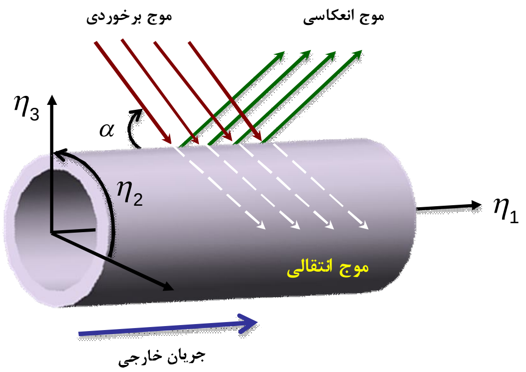
در این مقاله با توجه به نقش مؤثر روابط برشی در بررسی افت انتقال صوت به‌خصوص در فرکانس‌های بالا و ضخامت‌های نسبتاً زیاد، برای یافتن معادلات ارتعاشی پوسته از تئوری تغییر شکل‌های برشی مرتبه سوم[4] استفاده شده است. این تئوری، به‌دلیل مدل کردن بسیار دقیق‌تر روابط جابه‌جایی در ضخامت پوسته و لحاظ کردن روابط برشی و چرخش‌ها با دقت بالا، نتایج واقعی‌تری را ارائه می‌نماید. با توجه به سنگین شدن معادلات با افزایش مرتبه تئوری‌ها، معمولاً تئوری فوق دارای بالاترین مرتبه‌ای است که در بررسی پوسته‌ها استفاده می‌شود. همچنین در این روش، پس از بسط دادن روابط جابه‌جایی تا مرتبه سوم در راستای ضخامت، معادلاتی متشکل از متغیرها با مرتبه سوم، شامل روابط تنش‌ها و کرنش‌های عرضی برشی، حاصل می‌گردد که ضرورت استفاده از ضریب تصحیح برشیِ تئوری مرتبه اول برشی را نیز از بین می‌برد.

2- تشریح مسئله

در این مقاله تلاش شده است تا با استفاده از روش تحلیلی، افت انتقال صوت در پوسته‌های استوانه‌ای جدار ضخیم همسانگرد عرضی با استفاده از تئوری تغییر شکل‌های برشی مرتبه سوم مورد بررسی قرار گیرد.

همان‌طور که در شکل 1 قابل مشاهده است، پوسته استوانه‌ای به شعاع R و ضخامت دیواره h، با طول بی‌نهایت، در معرض یک موج صوتی صفحه‌ای مایل با زاویه برخورد α قرار گرفته است که در نتیجه آن قسمتی از امواج منعکس و قسمتی نیز به داخل پوسته انتقال یافته است. دیواره داخلی پوسته کاملاً جاذب بوده و تنها موج به طرف داخل منتشر می‌گردد. همچنین در جدار خارجی پوسته یک جریان یکنواخت با سرعت V در حال عبور است و محیط‌های سیال در داخل و خارج پوسته متفاوت درنظر گرفته شده‌اند.

با درنظر گرفتن تئوری تغییر شکل‌های برشی مرتبه سوم، روابط کرنش‌ها و تنش‌ها محاسبه و سپس معادلات حرکت با استفاده از اصل همیلتون ارائه شده است. از طرف دیگر، معادلات مربوط به صوت در اطراف پوسته به‌دست آمده است و در نهایت تلاش شده است تا حلی تحلیلی با حل همزمان معادلات ارتعاشی حاصل شده و معادلات امواج صوت برای سیستم مورد مطالعه ارائه گردد.



شکل 1 پوسته استوانه‌ای در معرض جریان خارجی و فشارهای صوتی

1- Impedance method
2- Diffuse field transmission coefficient
3-Transverse shear
4- Third Order Shear Deformation Theory (TSDT)

برای این منظور، با به‌کارگیری توزیع سری‌های بی‌نهایت مودال به حل معادلات پرداخته شده است و برای اطمینان از به‌کارگیری تعداد جملات کافی در روند حل، با وارد کردن الگوریتمی برای همگرایی، نتایج افت انتقال صوت در سازه مورد بررسی به‌دست آمده است. در نهایت این مقادیر با نتایج سایر محققین مقایسه شده است.

3- فرمول‌بندی مسئله

3-1- بسط معادلات کرنش-جابه‌جایی بر پایه میدان جابه‌جایی

معادلات کرنش-جابه‌جایی در حالت سه‌بعدی برای پوسته‌ها در مختصات منحنی‌الخط با فرض ناشی از تئوری سطح که تغییر شکل پوسته‌ها به‌صورت کامل با جابه‌جایی سطح مبنای[1] آن مشخص می‌شود، به‌صورت معادله (1) می‌باشد [15]:

$$\varepsilon_{11}=\frac{1}{A\left(1+\frac{\eta_3}{R_1}\right)}\left[\frac{\partial U_1}{\partial \eta_1}+\frac{U_2}{B}\frac{\partial A}{\partial \eta_2}+U_3\frac{A}{R_1}\right]$$
$$\varepsilon_{22}=\frac{1}{B\left(1+\frac{\eta_3}{R_2}\right)}\left[\frac{\partial U_2}{\partial \eta_2}+\frac{U_1}{A}\frac{\partial B}{\partial \eta_1}+U_3\frac{B}{R_2}\right]$$
$$\varepsilon_{33}=\frac{\partial U_3}{\partial \eta_3}$$
$$\varepsilon_{12}=\frac{A\left(1+\frac{\eta_3}{R_1}\right)}{B\left(1+\frac{\eta_3}{R_2}\right)}\frac{\partial}{\partial \eta_2}\left(\frac{U_1}{A\left(1+\frac{\eta_3}{R_1}\right)}\right)+\frac{B\left(1+\frac{\eta_3}{R_2}\right)}{A\left(1+\frac{\eta_3}{R_1}\right)}\frac{\partial}{\partial \eta_1}\left(\frac{U_2}{B\left(1+\frac{\eta_3}{R_2}\right)}\right)$$
$$\varepsilon_{13}=A\left(1+\frac{\eta_3}{R_1}\right)\frac{\partial}{\partial \eta_3}\left(\frac{U_1}{A\left(1+\frac{\eta_3}{R_1}\right)}\right)+\frac{1}{A\left(1+\frac{\eta_3}{R_1}\right)}\frac{\partial U_3}{\partial \eta_1}$$
$$\varepsilon_{23}=B\left(1+\frac{\eta_3}{R_2}\right)\frac{\partial}{\partial \eta_3}\left(\frac{U_2}{B\left(1+\frac{\eta_3}{R_2}\right)}\right)+\frac{1}{B\left(1+\frac{\eta_3}{R_2}\right)}\frac{\partial U_3}{\partial \eta_2} \qquad (1)$$

در روابط فوق تنها فرض جابجایی‌های کوچک در نظر گرفته شده است و هیچ فرض ساده‌کننده دیگری اعمال نگردیده است. همچنین پارامترهای (U_1,U_2,U_3)، جابه‌جایی‌های مربوط به پوسته در راستاهای منطبق بر مختصات منحنی‌الخط (η_1,η_2,η_3)، (R_1,R_2) شعاع پوسته در راستای (η_1,η_2) و (A,B) ثوابت لامه مربوطه می‌باشند.

روابط کلی تنش-کرنش برای پوسته‌ها نیز به‌صورت معادله (2) درنظر گرفته شده است:

$$\begin{Bmatrix}\sigma_{11}\\ \sigma_{22}\\ \sigma_{12}\\ \sigma_{13}\\ \sigma_{23}\end{Bmatrix}=\begin{bmatrix}Q_{11}&Q_{12}&0&0&0\\ Q_{21}&Q_{22}&0&0&0\\ 0&0&Q_{66}&0&0\\ 0&0&0&Q_{55}&0\\ 0&0&0&0&Q_{44}\end{bmatrix}\begin{Bmatrix}\varepsilon_{11}\\ \varepsilon_{22}\\ \varepsilon_{12}\\ \varepsilon_{13}\\ \varepsilon_{23}\end{Bmatrix} \qquad (2)$$

که در آن $\{\sigma\}$، $\{\varepsilon\}$ و $[Q]$ به‌ترتیب بردارهای تنش، کرنش و ماتریس ساده شده سفتی می‌باشد. ضرایب این ماتریس سفتی، به‌صورت معادله (3) تعریف می‌شود[16]:

$$Q_{11}=\frac{E_1}{1-\nu_{12}\nu_{21}},\ Q_{12}=\frac{\nu_{12}E_2}{1-\nu_{12}\nu_{21}},$$
$$Q_{22}=\frac{E_2}{1-\nu_{12}\nu_{21}}$$
$$Q_{66}=G_{12},\ Q_{44}=G_{23},\ Q_{55}=G_{13} \qquad (3)$$

همچنین میدان جابه‌جایی سطح مبنا در پوسته به‌صورت تابع مرتبه سوم از ضخامت پوسته، به فرم زیر درنظر گرفته شده است[17]:

$$U_1(\eta_1,\eta_2,\eta_3,t)=u_1(\eta_1,\eta_2,t)+\eta_3\phi_1(\eta_1,\eta_2,t)+\eta_3{}^2\psi_1(\eta_1,\eta_2,t)+\eta_3{}^3\theta_1(\eta_1,\eta_2,t)$$
$$U_2(\eta_1,\eta_2,\eta_3,t)=u_2(\eta_1,\eta_2,t)+\eta_3\phi_2(\eta_1,\eta_2,t)+\eta_3{}^2\psi_2(\eta_1,\eta_2,t)+\eta_3{}^3\theta_2(\eta_1,\eta_2,t)$$
$$U_3(\eta_1,\eta_2,\eta_3,t)=u_3(\eta_1,\eta_2,t) \qquad (4)$$

که در آن (u_1,u_2,u_3) جابه‌جایی یک نقطه روی سطح مبنای پوسته در راستای مختصات (η_1,η_2,η_3) و (ϕ_1,ϕ_2)، جملات مربوط به چرخش‌ها در صفحه $\eta_3=0$ می‌باشد. همچنین توابع ϕ_i و ψ_i نیز با اعمال شرایط فیزیکی پوسته در روابط فوق قابل دستیابی خواهند بود. برای این منظور طبق تئوری پوسته ساندرز[2] با فرض صفر بودن تنش برشی در جداره‌های بالا و پایین پوسته داریم:

$$\sigma_{13}\left(\eta_1,\eta_2,\pm\frac{h}{2},t\right)=0,\ \sigma_{23}\left(\eta_1,\eta_2,\pm\frac{h}{2},t\right)=0 \qquad (5)$$

که براساس رابطه (2)، رابطه (5) به فرم زیر نوشته می‌شود:

$$Q_{55}\varepsilon_{13}\left(\eta_1,\eta_2,\pm\frac{h}{2},t\right)=0,\ Q_{44}\varepsilon_{23}\left(\eta_1,\eta_2,\pm\frac{h}{2},t\right)=0 \qquad (6)$$

با استفاده از معادله (1) داریم:

$$\varepsilon_{13}=A\left(1+\frac{\pm h}{2R_1}\right)\frac{\partial}{\partial \eta_3}\left(\frac{U_1}{A\left(1+\frac{\pm h}{2R_1}\right)}\right)+\left(\frac{1}{A\left(1+\frac{\pm h}{2R_1}\right)}\right)\frac{\partial U_3}{\partial \eta_1}=0$$
$$\varepsilon_{23}=B\left(1+\frac{\pm h}{2R_2}\right)\frac{\partial}{\partial \eta_3}\left(\frac{U_2}{B\left(1+\frac{\pm h}{2R_2}\right)}\right)+\left(\frac{1}{B\left(1+\frac{\pm h}{2R_2}\right)}\right)\frac{\partial U_3}{\partial \eta_2}=0 \qquad (7)$$

در ادامه با جایگزینی (U_1,U_2,U_3) از رابطه (4) در رابطه (7) خواهیم داشت:

$$\theta_1=-\frac{4}{3h^2}\left(\phi_1-\frac{u_1}{R_1}+\frac{\partial u_3}{A\partial \eta_1}\right),\ \psi_1=0$$
$$\theta_2=-\frac{4}{3h^2}\left(\phi_2-\frac{u_2}{R_2}+\frac{\partial u_3}{B\partial \eta_2}\right),\ \psi_2=0 \qquad (8)$$

از طرفی برای یک پوسته استوانه‌ای، ثابت‌های لامه، (A,B) و شعاع‌های (R_1,R_2)، به‌صورت زیر می‌باشند[18]:

$$A=1\ B=R$$
$$R_1=\infty\ R_2=R \qquad (9)$$

بنابراین روابط میدان جابه‌جایی (4) به‌صورت زیر ساده می‌شوند:

$$U_1(\eta_1,\eta_2,\eta_3,t)=u_1+\eta_3\phi_1-C_1\eta_3{}^3\left(\phi_1+\frac{\partial u_3}{\partial \eta_1}\right)$$
$$U_2(\eta_1,\eta_2,\eta_3,t)=u_2+\eta_3\phi_2-C_1\eta_3{}^3\left(-\frac{u_2}{R}+\phi_2+\frac{\partial u_3}{R\partial \eta_2}\right)$$
$$U_3(\eta_1,\eta_2,\eta_3,t)=u_3 \qquad (10)$$

به‌طوری که در عبارات فوق $C_1=\frac{4}{3}h^2$ می‌باشد.

در نهایت با جایگذاری معادله (10) در رابطه (1) می‌توان جملات کرنش را به‌صورت ترکیبی از عبارات مربوط به سطح مبنا به‌صورت زیر نوشت:

$$\begin{Bmatrix}\varepsilon_{11}\\ \varepsilon_{22}\\ \varepsilon_{12}\end{Bmatrix}=\begin{Bmatrix}\varepsilon_{11}^{(0)}\\ \varepsilon_{22}^{(0)}\\ w_1^{(0)}+w_2^{(0)}\end{Bmatrix}+\eta_3\begin{Bmatrix}\varepsilon_{11}^{(1)}\\ \varepsilon_{22}^{(1)}\\ w_1^{(1)}+w_2^{(1)}\end{Bmatrix}+\eta_3{}^3\begin{Bmatrix}\varepsilon_{11}^{(3)}\\ \varepsilon_{22}^{(3)}\\ w_1^{(3)}+w_2^{(3)}\end{Bmatrix}$$
$$\begin{Bmatrix}\varepsilon_{13}\\ \varepsilon_{23}\end{Bmatrix}=\begin{Bmatrix}\varepsilon_{13}^{(0)}\\ \varepsilon_{23}^{(0)}\end{Bmatrix}+\eta_3{}^2\begin{Bmatrix}\varepsilon_{13}^{(2)}\\ \varepsilon_{23}^{(2)}\end{Bmatrix}+\eta_3{}^3\begin{Bmatrix}\varepsilon_{13}^{(3)}\\ \varepsilon_{23}^{(3)}\end{Bmatrix} \qquad (11)$$

که هر یک از عبارات معادله (11) به‌صورت زیر تعریف می‌شوند:

$$\begin{Bmatrix}\varepsilon_{11}^{(0)}\\ \varepsilon_{22}^{(0)}\\ \varepsilon_{12}^{(0)}\end{Bmatrix}=\begin{Bmatrix}\frac{\partial u_1}{\partial \eta_1}\\ \frac{1}{R}\left(\frac{\partial u_2}{\partial \eta_2}+u_3\right)\\ \frac{\partial u_2}{\partial \eta_1}+\frac{1}{R}\frac{\partial u_1}{\partial \eta_2}\end{Bmatrix},\ \begin{Bmatrix}\varepsilon_{11}^{(1)}\\ \varepsilon_{22}^{(1)}\\ \varepsilon_{12}^{(1)}\end{Bmatrix}=\begin{Bmatrix}\frac{\partial \phi_1}{\partial \eta_1}\\ \frac{1}{R}\frac{\partial \phi_2}{\partial \eta_2}\\ \frac{\partial \phi_2}{\partial \eta_1}+\frac{1}{R}\frac{\partial \phi_1}{\partial \eta_2}\end{Bmatrix}$$
$$\begin{Bmatrix}\varepsilon_{11}^{(3)}\\ \varepsilon_{22}^{(3)}\\ \varepsilon_{12}^{(3)}\end{Bmatrix}=-\frac{C_1}{R}\begin{Bmatrix}R\left(\frac{\partial \phi_1}{\partial \eta_1}+\frac{\partial^2 u_3}{\partial \eta_1{}^2}\right)\\ \left(\frac{\partial \phi_2}{\partial \eta_2}+\frac{\partial^2 u_3}{R\partial \eta_2{}^2}-\frac{\partial u_2}{R\partial \eta_2}\right)\\ \left[\left(-\frac{\partial u_2}{\partial \eta_1}+R\frac{\partial \phi_2}{\partial \eta_1}+\frac{\partial^2 u_3}{\partial \eta_1\partial \eta_2}\right)+\left(\frac{\partial \phi_1}{\partial \eta_2}+\frac{\partial^2 u_3}{\partial \eta_1\partial \eta_2}\right)\right]\end{Bmatrix}$$
$$\begin{Bmatrix}\varepsilon_{13}^{(0)}\\ \varepsilon_{23}^{(0)}\end{Bmatrix}=\begin{Bmatrix}\phi_1+\frac{\partial u_3}{\partial \eta_1}\\ \phi_2+\frac{1}{R}\frac{\partial u_3}{\partial \eta_2}-\frac{u_2}{R}\end{Bmatrix}$$
$$\begin{Bmatrix}\varepsilon_{13}^{(2)}\\ \varepsilon_{23}^{(2)}\end{Bmatrix}=-3C_1\begin{Bmatrix}\varepsilon_{13}^{(0)}\\ \varepsilon_{23}^{(0)}\end{Bmatrix},\ \begin{Bmatrix}\varepsilon_{13}^{(3)}\\ \varepsilon_{23}^{(3)}\end{Bmatrix}=-\frac{2C_1}{R}\begin{Bmatrix}\varepsilon_{13}^{(0)}\\ \varepsilon_{23}^{(0)}\end{Bmatrix} \qquad (12)$$

1- Middle surface

2- Sonders shell theory

[DOR: 20.1001.1.10275940.1393.14.4.5.0]

2-3- محاسبه نیروها و ممان‌ها

برای پوسته‌های استوانه‌ای جدار ضخیم، نیروها و ممان‌ها به‌صورت زیر از تنش‌ها حاصل می‌شوند[۱۹،۲۰]:

$$\{N_1\} = \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \{\sigma_1\} d\eta_3$$
$$\{N_2\} = \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \left(1 + \frac{\eta_3}{R}\right)\{\sigma_2\} d\eta_3 \tag{13}$$

که $\{N_i\}$ و $\{\sigma_i\}$ ها عبارت‌اند از:

$$\{N_1\} = \{N_{11}, M_{11}, P_{11}, N_{12}, M_{12}, P_{12}, Q_{13}, R_{13}, P_{13}\}^T$$
$$\{N_2\} = \{N_{22}, M_{22}, P_{22}, N_{21}, M_{21}, P_{21}, Q_{23}, R_{23}, P_{23}\}^T$$
$$\{\sigma_1\} = \begin{Bmatrix} \sigma_{11} \\ \eta_3\sigma_{11} \\ {\eta_3}^3\sigma_{11} \\ \sigma_{12} \\ \eta_3\sigma_{12} \\ {\eta_3}^3\sigma_{12} \\ \sigma_{13} \\ {\eta_3}^2\sigma_{13} \\ {\eta_3}^3\sigma_{13} \end{Bmatrix}, \{\sigma_2\} = \begin{Bmatrix} \sigma_{22} \\ \eta_3\sigma_{22} \\ {\eta_3}^3\sigma_{22} \\ \sigma_{12} \\ \eta_3\sigma_{12} \\ {\eta_3}^3\sigma_{12} \\ \sigma_{23} \\ {\eta_3}^2\sigma_{23} \\ {\eta_3}^3\sigma_{23} \end{Bmatrix} \tag{14}$$

در این روابط، N_{ij}، نیروهای داخل صفحه[1]، M_{ij} و Q_{ij}، به ترتیب گشتاورها و نیروهای عرضی حاصل از N_{ij} می‌باشند. همچنین P_{ij} و R_{ij} برش‌های با مراتب بالا هستند.

با جایگذاری معادلات (11) و (12) در معادله (2) و قرار دادن حاصل آن در معادله (13) نیروها و ممان‌ها به صورت زیر تعریف می‌شوند:

$$\begin{aligned}
N_{11} &= A_{11}\varepsilon_{11}^{(0)} + B_{11}\varepsilon_{11}^{(1)} + E_{11}\varepsilon_{11}^{(3)} + A_{12}\varepsilon_{22}^{(0)} + B_{12}\varepsilon_{22}^{(1)} + E_{12}\varepsilon_{22}^{(3)} \\
M_{11} &= B_{11}\varepsilon_{11}^{(0)} + D_{11}\varepsilon_{11}^{(1)} + F_{11}\varepsilon_{11}^{(3)} + B_{12}\varepsilon_{22}^{(0)} + D_{12}\varepsilon_{22}^{(1)} + F_{12}\varepsilon_{22}^{(3)} \\
P_{11} &= E_{11}\varepsilon_{11}^{(0)} + F_{11}\varepsilon_{11}^{(1)} + H_{11}\varepsilon_{11}^{(3)} + E_{12}\varepsilon_{22}^{(0)} + F_{12}\varepsilon_{22}^{(1)} + H_{12}\varepsilon_{22}^{(3)} \\
N_{22} &= A_{22}\varepsilon_{22}^{(0)} + B_{22}\varepsilon_{22}^{(1)} + E_{22}\varepsilon_{22}^{(3)} + A_{21}\varepsilon_{11}^{(0)} + B_{21}\varepsilon_{11}^{(1)} + E_{21}\varepsilon_{11}^{(3)} \\
M_{22} &= B_{22}\varepsilon_{22}^{(0)} + D_{22}\varepsilon_{22}^{(1)} + F_{22}\varepsilon_{22}^{(3)} + B_{21}\varepsilon_{11}^{(0)} + D_{21}\varepsilon_{11}^{(1)} + F_{21}\varepsilon_{11}^{(3)} \\
P_{22} &= E_{22}\varepsilon_{22}^{(0)} + F_{22}\varepsilon_{22}^{(1)} + H_{22}\varepsilon_{22}^{(3)} + E_{21}\varepsilon_{11}^{(0)} + F_{21}\varepsilon_{11}^{(1)} + H_{21}\varepsilon_{11}^{(3)} \\
N_{12} &= A'_{66}w_1^{(0)} + B'_{66}w_1^{(1)} + E'_{66}w_1^{(3)} + A_{66}w_2^{(0)} + B_{66}w_2^{(1)} + E_{66}w_2^{(3)} \\
M_{12} &= B'_{66}w_1^{(0)} + D'_{66}w_1^{(1)} + F'_{66}w_1^{(3)} + B_{66}w_2^{(0)} + D_{66}w_2^{(1)} + F_{66}w_2^{(3)} \\
P_{12} &= E'_{66}w_1^{(0)} + F'_{66}w_1^{(1)} + H'_{66}w_1^{(3)} + E_{66}w_2^{(0)} + F_{66}w_2^{(1)} + H_{66}w_2^{(3)} \\
N_{21} &= A''_{66}w_2^{(0)} + B''_{66}w_2^{(1)} + E''_{66}w_2^{(3)} + A_{66}w_1^{(0)} + B_{66}w_1^{(1)} + E_{66}w_1^{(3)} \\
M_{21} &= B''_{66}w_2^{(0)} + D''_{66}w_2^{(1)} + F''_{66}w_2^{(3)} + B_{66}w_1^{(0)} + D_{66}w_1^{(1)} + F_{66}w_1^{(3)} \\
P_{21} &= E''_{66}w_2^{(0)} + F''_{66}w_2^{(1)} + H''_{66}w_2^{(3)} + E_{66}w_1^{(0)} + F_{66}w_1^{(1)} + H_{66}w_1^{(3)} \\
Q_{13} &= A_{55}\varepsilon_{13}^{(0)} + D_{55}\varepsilon_{13}^{(2)} + E_{55}\varepsilon_{13}^{(3)} \\
R_{13} &= D_{55}\varepsilon_{13}^{(0)} + F_{55}\varepsilon_{13}^{(2)} + G_{55}\varepsilon_{13}^{(3)} \\
P_{13} &= E_{55}\varepsilon_{13}^{(0)} + G_{55}\varepsilon_{13}^{(2)} + H_{55}\varepsilon_{13}^{(3)} \\
Q_{23} &= A_{44}\varepsilon_{23}^{(0)} + D_{44}\varepsilon_{23}^{(2)} + E_{44}\varepsilon_{23}^{(3)} \\
R_{23} &= D_{44}\varepsilon_{23}^{(0)} + F_{44}\varepsilon_{23}^{(2)} + G_{44}\varepsilon_{23}^{(3)} \\
P_{23} &= E_{44}\varepsilon_{23}^{(0)} + G_{44}\varepsilon_{23}^{(2)} + H_{44}\varepsilon_{23}^{(3)}
\end{aligned} \tag{15}$$

ضرایب استفاده شده در رابطه (15) برابر است با:

$$[A_1] = \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \{Q_1\}(1 + \frac{\eta_3}{R})\{\eta\}\, d\,\eta_3$$
$$[A_2] = \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \{Q_2\}\left(\frac{1}{1 + \frac{\eta_3}{R}}\right)\{\eta\}\, d\,\eta_3$$
$$[A_{12}] = \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \{Q_{12}\}\{\eta\} d\,\eta_3 \tag{16}$$

که در این روابط

$$[A_1] = \begin{Bmatrix} A_{11}, B_{11}, D_{11}, E_{11}, F_{11}, G_{11}, H_{11} \\ A_{55}, B_{55}, D_{55}, E_{55}, F_{55}, G_{55}, H_{55} \\ A'_{66}, B'_{66}, D'_{66}, E'_{66}, F'_{66}, G'_{66}, H'_{66} \end{Bmatrix}$$
$$[A_2] = \begin{Bmatrix} A_{22}, B_{22}, D_{22}, E_{22}, F_{22}, G_{22}, H_{22} \\ A_{44}, B_{44}, D_{44}, E_{44}, F_{44}, G_{44}, H_{44} \\ A''_{66}, B''_{66}, D''_{66}, E''_{66}, F''_{66}, G''_{66}, H''_{66} \end{Bmatrix}$$
$$[A_{12}] = \begin{Bmatrix} A_{12}, B_{12}, D_{12}, E_{12}, F_{12}, G_{12}, H_{12} \\ A_{21}, B_{21}, D_{21}, E_{21}, F_{21}, G_{21}, H_{21} \\ A_{66}, B_{66}, D_{66}, E_{66}, F_{66}, G_{66}, H_{66} \end{Bmatrix}$$
$$\{Q_1\} = \begin{Bmatrix} Q_{11} \\ Q_{55} \\ Q_{66} \end{Bmatrix}, \{Q_2\} = \begin{Bmatrix} Q_{22} \\ Q_{44} \\ Q_{66} \end{Bmatrix}, \{Q_{12}\} = \begin{Bmatrix} Q_{12} \\ Q_{21} \\ Q_{66} \end{Bmatrix}$$
$$\{\eta\} = \{1, \eta_3, {\eta_3}^2, {\eta_3}^3, {\eta_3}^4, {\eta_3}^5, {\eta_3}^6\} \tag{17}$$

3-3- استخراج معادلات حرکت پوسته استوانه‌ای

معادلات حرکت برای پوسته استوانه‌ای ناشی از تئوری تغییر شکل‌های برشی مرتبه سوم، با استفاده از اصل همیلتون قابل دستیابی می‌باشد. مطابق با اصل همیلتون داریم:

$$\int_0^T \delta L\, dt = \int_0^T [\delta K + \delta V - \delta U]\, dt = 0 \tag{18}$$

که در آن δK، انرژی جنبشی مجازی، δU، انرژی کرنشی مجازی و δV، کار مجازی ناشی از نیروها می‌باشد و هر یک از آن‌ها به‌صورت زیر تعریف می‌شود:

$$\begin{aligned}
\delta K &= \int_V \rho\left(\dot{U}_1\delta\dot{U}_1 + \dot{U}_2\delta\dot{U}_2 + \dot{U}_3\delta\dot{U}_3\right)dV \\
&= \int_{\Omega_0}\int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \rho\, [(\dot{u}_1 + \eta_3\dot{\phi}_1 - C_1{\eta_3}^3(\dot{\phi}_1 + \frac{\partial\dot{u}_3}{\partial\eta_1}))(\delta\dot{u}_1 + \\
&(\eta_3\delta\dot{\phi}_1 - C_1{\eta_3}^3(\delta\dot{\phi}_1 + \frac{\partial\delta\dot{u}_3}{\partial\eta_1})) + (\dot{u}_2 + \eta_3\dot{\phi}_2 - \\
&C_1{\eta_3}^3(-\frac{u_2}{R} + \dot{\phi}_2 + \frac{\partial\dot{u}_3}{R\partial\eta_2}))(\delta\dot{u}_2 + \eta_3\delta\dot{\phi}_2 - \\
&(C_1{\eta_3}^3(-\frac{\delta u_2}{R} + \delta\dot{\phi}_2 + \frac{\partial\delta\dot{u}_3}{R\partial\eta_2})) + \dot{u}_3\delta\dot{u}_3] \times \\
&\left[R\left(1 + \frac{\eta_3}{R}\right) d\eta_3 d\eta_1 d\eta_2\right]
\end{aligned} \tag{19}$$

$$\begin{aligned}
\delta U &= \int_V \sigma_{ij}\delta\varepsilon_{ij}dV = \int_{\Omega_0}\int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \sigma_{ij}\delta\varepsilon_{ij} \\
&= \int_{\Omega_0}\int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} [\sigma_{11}(\delta\varepsilon_{11}^{(0)} + \eta_3\delta\varepsilon_{11}^{(1)} + {\eta_3}^3\delta\varepsilon_{11}^{(3)}) + \\
&\sigma_{22}\left(\frac{1}{1 + \frac{\eta_3}{R}}\right)(\delta\varepsilon_{22}^{(0)} + \eta_3\delta\varepsilon_{22}^{(1)} + {\eta_3}^3\delta\varepsilon_{22}^{(3)}) + \\
&\sigma_{12}((\delta w_1^{(0)} + \eta_3\delta w_1^{(1)} + {\eta_3}^3\delta w_1^{(3)}) + \\
&\left(\frac{1}{1 + \frac{\eta_3}{R}}\right)(\delta w_2^{(0)} + \eta_3\delta w_2^{(1)} + {\eta_3}^3\delta w_2^{(3)})) + \\
&\sigma_{13}(\delta\varepsilon_{13}^{(0)} + {\eta_3}^2\delta\varepsilon_{13}^{(2)} + {\eta_3}^3\delta\varepsilon_{13}^{(3)}) + \\
&\sigma_{23}\left(\frac{1}{1 + \frac{\eta_3}{R}}\right)(\delta\varepsilon_{23}^{(0)} + {\eta_3}^2\delta\varepsilon_{23}^{(2)} + {\eta_3}^3\delta\varepsilon_{23}^{(3)})] \times \\
&\left[R\left(1 + \frac{\eta_3}{R_2}\right) d\eta_3 d\eta_1 d\eta_2\right]
\end{aligned} \tag{20}$$

با استفاده از روابط (13) انرژی کرنشی مجازی برابر خواهد بود با:

$$\begin{aligned}
\delta U = \int_{\Omega_0} &[(N_{11}\delta\varepsilon_{11}^{(0)} + M_{11}\delta\varepsilon_{11}^{(1)} + P_{11}\delta\varepsilon_{11}^{(3)}) + \\
&(N_{22}\delta\varepsilon_{22}^{(0)} + M_{22}\delta\varepsilon_{22}^{(1)} + P_{22}\delta\varepsilon_{22}^{(3)}) + \\
&(N_{12}\delta w_1^{(0)} + M_{12}\delta w_1^{(1)} + P_{12}\delta w_1^{(3)}) + \\
&(N_{21}\delta w_2^{(0)} + M_{21}\delta w_2^{(1)} + P_{21}\delta w_2^{(3)}) + \\
&(Q_{13}\delta\varepsilon_{13}^{(0)} + R_{13}\delta\varepsilon_{13}^{(2)} + P_{13}\delta\varepsilon_{13}^{(3)}) + \\
&(Q_{23}\delta\varepsilon_{23}^{(0)} + R_{23}\delta\varepsilon_{23}^{(2)} + P_{23}\delta\varepsilon_{23}^{(3)})] \times R d\eta_1 d\eta_2
\end{aligned} \tag{21}$$

همچنین کار مجازی برابر است با:

$$\delta V = \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}}\int_{\Omega_0} (q_1\delta u_1 + q_2\delta u_2 + q_3\delta u_3 + q_4\delta\phi_1 + q_5\delta\phi_2) \times \left[R\left(1 + \frac{h}{2R}\right) d\eta_1 d\eta_2\right] d\eta_3 \tag{22}$$

که مقادیر q_i در رابطه (23) ارائه شده است.

$$\{q\} = [0, 0, (P_1^I + P_1^R) - P_3^T, 0, 0]^{\mathrm{T}} \tag{23}$$

در نهایت با جایگذاری معادلات (19)، (21) و (22) در رابطه (18)، پنج

1- In-plane force

[DOR: 20.1001.1.10275940.1393.14.4.5.0]

معادله حرکت برای پوسته استوانه‌ای به‌صورت زیر حاصل می‌گردد:

$$-\left(-R\frac{\partial N_{11}}{\partial\eta_1}-\frac{\partial N_{21}}{\partial\eta_2}\right)-\left(\bar{K}\frac{\partial^2u_1}{\partial t^2}+\bar{J}\frac{\partial^2\phi_1}{\partial t^2}+C_1RK_4\frac{\partial\ddot{u}_3}{\partial\eta_1}\right)+R\left(1+\frac{h}{2R}\right)q_1=0 \tag{24}$$

$$-\left(-\frac{\partial N_{22}}{\partial\eta_2}-\frac{C_1}{R}\frac{\partial P_{22}}{\partial\eta_2}-R\frac{\partial N_{12}}{\partial\eta_1}-C_1\frac{\partial P_{12}}{\partial\eta_1}-Q_{23}+3C_1R_{23}+\frac{2C_1}{R}P_{23}\right)-\left(\bar{W}\frac{\partial^2u_2}{\partial t^2}+\bar{G}\frac{\partial^2\phi_1}{\partial t^2}-C_1W_4\frac{\partial\ddot{u}_3}{\partial\eta_2}\right)+R\left(1+\frac{h}{2R}\right)q_2=0 \tag{25}$$

$$C_1R\frac{\partial^2P_{11}}{\partial{\eta_1}^2}-N_{22}+\frac{C_1}{R}\frac{\partial^2P_{22}}{\partial{\eta_2}^2}+C_1\left(\frac{\partial^2P_{12}}{\partial\eta_1\partial\eta_2}+\frac{\partial^2P_{21}}{\partial\eta_1\partial\eta_2}\right)+R\frac{\partial Q_{13}}{\partial\eta_1}+\frac{\partial Q_{23}}{\partial\eta_2}-3C_1\left(R\frac{\partial R_{13}}{\partial\eta_1}+\frac{\partial R_{23}}{\partial\eta_2}\right)-\frac{2C_1}{R}\frac{\partial P_{23}}{\partial\eta_2}-C_1W_4\frac{\partial\ddot{u}_2}{\partial\eta_2}-C_1J_5\frac{\partial\ddot{\phi}_2}{\partial\eta_2}-C_1RK_4\frac{\partial\ddot{u}_1}{\partial\eta_1}-C_1RJ_5\frac{\partial\ddot{\phi}_1}{\partial\eta_1}-RI_1\frac{\partial^2u_3}{\partial t^2}+{C_1}^2I_7R\left(\frac{\partial^2\ddot{u}_3}{\partial{\eta_1}^2}+\frac{1}{R^2}\frac{\partial^2\ddot{u}_3}{\partial{\eta_2}^2}\right)+R\left(1+\frac{h}{2R}\right)q_3=0 \tag{26}$$

$$-\left(-R\frac{\partial M_{11}}{\partial\eta_1}+C_1R\frac{\partial P_{11}}{\partial\eta_1}+C_1\frac{\partial P_{21}}{\partial\eta_2}-\frac{\partial M_{21}}{\partial\eta_2}+R(Q_{13}-3C_1R_{13})\right)-\left(\widetilde{K}\frac{\partial^2u_1}{\partial t^2}+\tilde{J}\frac{\partial^2\phi_1}{\partial t^2}-C_1RJ_5\frac{\partial\ddot{u}_3}{\partial\eta_1}\right)+R\left(1+\frac{h}{2R}\right)q_4=0 \tag{27}$$

$$-\left(-\frac{\partial M_{22}}{\partial\eta_2}+C_1\frac{\partial P_{22}}{\partial\eta_2}+C_1R\frac{\partial P_{12}}{\partial\eta_1}-R\frac{\partial M_{12}}{\partial\eta_1}+R(Q_{23}-3C_1R_{23})\right)-\left(\widetilde{W}\frac{\partial^2u_2}{\partial t^2}+\tilde{J}\frac{\partial^2\phi_2}{\partial t^2}-C_1J_5\frac{\partial\ddot{u}_3}{\partial\eta_2}\right)+R\left(1+\frac{h}{2R}\right)q_5=0 \tag{28}$$

که در این معادلات I_i ممان جرمی پوسته و ρ چگالی جرمی پوسته استوانه‌ای در واحد مساحت صفحه میانی می‌باشد. همچنین سایر جملات به‌صورت زیر ساده‌سازی می‌شوند:

$$\begin{aligned}
&I_i=\int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}}\rho\,{\eta_3}^{i-1}\left(1+\frac{\eta_3}{R}\right)d\eta_3\ \ (i=1,2,3,4,5,6,7)\\
&W_i=I_i+\left(\frac{C_1}{R}\right)I_{i+3}\ \ (i=1,2,3,4)\\
&K_i=I_i\ (i=1,2,3,4)\ J_i=I_i-C_1I_{i+2}\ (i=1,2,3,4,5)\\
&\bar{K}=RK_1\\
&\bar{J}=RJ_2\\
&\bar{G}=R\left(J_2+\left(\frac{C_1}{R}\right)J_5\right)\\
&\bar{W}=R\left(W_1+\left(\frac{C_1}{R}\right)W_4\right)\\
&\widetilde{K}=R(K_2-C_1K_4)\\
&\tilde{J}=R(J_3-C_1J_5)\\
&\widetilde{W}=R(W_2-C_1W_4)
\end{aligned} \tag{29}$$

4-3- معادلات امواج آکوستیکی در پوسته استوانه‌ای

موج صفحه‌ای برخوردی در یک هندسه استوانه‌ای را می‌توان به‌صورت زیر نمایش داد[21-22]:

$$P_1^I(\eta_1,\eta_2,\eta_3,t)=P_0\sum_{n=0}^{\infty}\epsilon_n(-j)^nJ_n(k_{1r}\eta_3)\times\exp[j(\omega t-k_{1z}\eta_1-n\eta_2)] \tag{30}$$

که در آن ϵ_n ضریب نیومن، k_1 عدد موج در سیال متحرک، J_n تابع بسل نوع اول از مرتبه n، P_0 دامنه موج برخورد، $j=\sqrt{-1}$ و ω فرکانس زاویه‌ای می‌باشد.

$$\epsilon_n=\begin{cases}1\ (n=0)\\2\ (n\geq 1)\end{cases} \tag{31}$$

عدد موج نیز در یک سیال متحرک به‌صورت زیر بیان می‌شود[11]:

$$k_1 \tag{32}$$

که در آن M_1 عدد ماخ برای جریان خارجی می‌باشد. همچنین عدد موج در راستای محوری و شعاعی به ترتیب برابر است با:

$$\begin{aligned}k_{1z}&=k_1\cos(\alpha)\\k_{1r}&=k_1\sin(\alpha)\end{aligned} \tag{33}$$

همچنین به‌دلیل اینکه امواج گذرا در محیط صوت و در پوسته، ناشی از امواج برخوردی گذرا می‌باشند، برای اعداد موج در راستای η_3 در سیستم باید روابط زیر برقرار باشد[11]:

$$k_{3z}=k_{1z}\,,\,k_{3r}=\sqrt{{k_3}^2-{k_{3z}}^2}\,,\,k_3=\frac{\omega}{c_3} \tag{34}$$

به‌علاوه روابط امواج تابیده شده از پوسته استوانه‌ای به طرف خارج پوسته و داخل آن به‌صورت زیر می‌باشند[11]:

$$P_1^R(\eta_1,\eta_2,\eta_3,t)=\sum_{n=0}^{\infty}P_{1n}^R\,H_n^2(k_{1r}\eta_3)\exp[j(\omega t-k_{1z}\eta_1-n\eta_2)] \tag{35}$$

$$P_3^T(\eta_1,\eta_2,\eta_3,t)=\sum_{n=0}^{\infty}P_{3n}^T\,H_n^1(k_{1r}\eta_3)\exp[j(\omega t-k_{1z}\eta_1-n\eta_2)] \tag{36}$$

که در آن H_n^1 و H_n^2، توابع هنکل از نوع اول و دوم و برای مرتبه n می‌باشند که به‌ترتیب بیانگر امواج داخل شونده[1] و امواج خارج شونده[2] هستند.

با توجه به اینکه چگالی و سرعت امواج آکوستیکی در محیط داخلی و خارجی پوسته استوانه‌ای به‌ترتیب (c_1,ρ_1) و (c_3,ρ_3) درنظر گرفته شده است، معادله امواج آکوستیک در فضای خارجی پوسته استوانه‌ای به‌صورت زیر تعریف می‌شود[12]:

$$c_1\nabla^2(P^I+P_1^R)-\left(\frac{\partial}{\partial t}+V\cdot\nabla\right)^2(P^I+P_1^R)=0 \tag{37}$$

در رابطه (37)، P^I بیانگر فشار موج برخورد[3] و P_1^R فشار موج منعکس شده[4] می‌باشد. همچنین، ∇^2 عامل لاپلاسین در سیستم مختصات استوانه‌ای می‌باشد که با توجه به نامگذاری محورها برحسب (η_1,η_2,η_3)، به‌صورت زیر تعریف می‌شود:

$$\nabla^2=\frac{1}{\eta_3}\frac{\partial}{\partial\eta_3}\left(\eta_3\frac{\partial}{\partial\eta_3}\right)+\frac{1}{\eta_3^2}\frac{\partial^2}{\partial\eta_3^2}+\frac{\partial^2}{\partial\eta_1^2} \tag{38}$$

برای فضای داخلی پوسته استوانه‌ای نیز معادله امواج آکوستیک به‌صورت زیر تعریف می‌گردد[12]:

$$c_3^2\nabla^2P_3^T-\frac{\partial^2P_3^T}{\partial t^2}=0 \tag{39}$$

که در آن P_3^T، بیانگر موج انتقالی[5] می‌باشد.

همچنین، روابط (40) نیز بین تمامی فشارهای مربوط به امواج برخوردی، انتقالی و انعکاسی برقرار است.

$$\begin{aligned}P_1&=P^I+P_1^R\\P_3&=P_3^T\end{aligned} \tag{40}$$

5-3- شرایط مرزی آکوستیکی

با استفاده از تعادل نیروها در سطوح داخلی و خارجی پوسته استوانه‌ای و بازنویسی روابط، معادلات زیر حاصل می‌گردند[12]:

$$\frac{\partial(P^I+P_1^R)}{\partial\eta_3}=-\rho_1\left(\frac{\partial}{\partial t}+V\cdot\nabla\right)^2u_3\,,\ \eta_3=R \tag{41}$$

$$\frac{\partial P_3^T}{\partial\eta_3}=-\rho_3\frac{\partial^2u_3}{\partial t^2}\,,\ \eta_3=R \tag{42}$$

این معادلات مربوط به معادلات اولر بوده و بیانگر این است که شتاب جزئی سیال در مرز پوسته با شتاب ارتعاشی پوسته برابر می‌باشد.

6-3- معادلات ارتعاشات آکوستیک

روابط جابجایی و چرخش‌ها برای سطح مبنای پوسته به صورت زیر در نظر گرفته شده است[14]:

$$\begin{Bmatrix}u_1\\u_2\\u_3\\\phi_1\\\phi_2\end{Bmatrix}=\sum_{n=0}^{\infty}\begin{bmatrix}jU_{1n}\\jU_{2n}\\U_{3n}\\j\phi_{1n}\\j\phi_{2n}\end{bmatrix}\exp[j(\omega t-k_{1z}\eta_1-n\eta_2)] \tag{43}$$

1- Incoming
2- Outgoing
3- Incident wave
4- Reflected wave
5- Transmitted wave

با جایگذاری معادلات (30) تا (36) و معادله (43) در معادلات حرکت پوسته و شرایط مرزی، هفت معادله ارتعاشات آکوستیک برحسب اعداد موج و فرکانس‌ها به‌دست می‌آیند. این معادلات در پیوست آورده شده‌اند.

با حل همزمان معادلات مذکور، هفت مجهول
$\{U_{1n}, U_{2n}, U_{3n}, \phi_{1n}, \phi_{2n}, P_{1n}^R, P_{3n}^T\}$
برحسب دامنه موج برخوردی، P_0، حاصل می‌گردند.

3-7- افت انتقال صوت

افت انتقال صوت (TL)، نسبت توان موج برخورد به توان موج منتقل شده در طول واحد استوانه می‌باشد و به‌صورت زیر تعریف می‌شود[11]:

$$TL = 10\log_{10}\left(\frac{W^I}{W^T}\right) \tag{44}$$

که در آن W^T معرف توان موج منتقل شده در طول واحد استوانه است:

$$W^T = \frac{1}{2}\mathrm{Re}\left\{\int_0^{2\pi} P_3^T \frac{\partial}{\partial t}(U_3)^* r d\eta_2\right\}, r = R \tag{45}$$

عبارت $\mathrm{Re}\{\dots\}$ و علامت * به ترتیب قسمت حقیقی و مزدوج عبارت می‌باشند. با قرار دادن P_3^T و U_3 به‌دست آمده از حل معادلات ارتعاشات آکوستیک در معادله (45) می‌توان W^T را به‌صورت زیر نوشت:

$$W_n^T = \frac{1}{2}\mathrm{Re}\{P_3^T H_n^1(k_{3r}r)(j\omega U_{3n})^*\}\int_0^{2\pi}\cos^2(n\theta)Rd\theta$$
$$= \frac{\pi R}{\epsilon_n} \times Re\{P_3^T H_n^1(k_{3r}r)(j\omega U_{3n})^*\} \tag{46}$$

در جایی که:

$$W^T = \sum_{n=0}^{\infty} W_n^T \tag{47}$$

همچنین، توان کلی موج برخورد در واحد طول استوانه نیز به‌صورت زیر می‌باشد:

$$W^I = \frac{\sin(\alpha){P_0}^2}{\rho_1 c_1}R \tag{48}$$

و در نهایت با جایگذاری روابط (47) و (48) در رابطه (44) افت انتقال صوت به فرم زیر محاسبه می‌گردد:

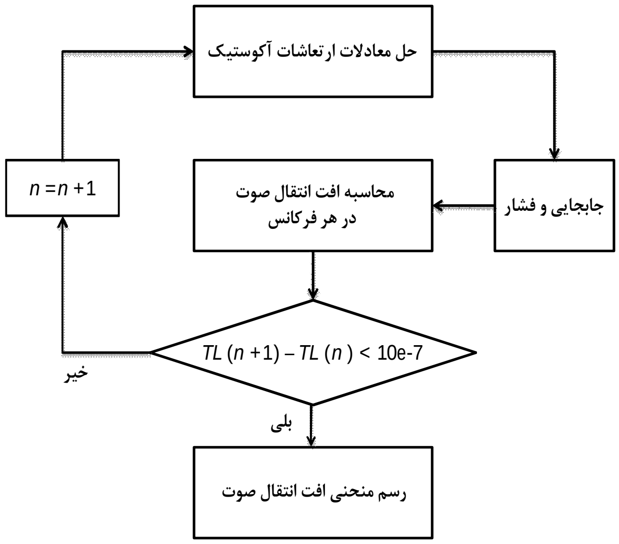
$$TL = -10\log_{10}\sum_{n=0}^{\infty}\frac{\mathrm{Re}\{P_{3n}^T H_n^1(k_{3r}R)(j\omega U_3)^*\}\,\rho_1 c_1 \pi}{\epsilon_n \cos(\alpha){P_0}^2} \tag{49}$$

3-8- بررسی همگرایی

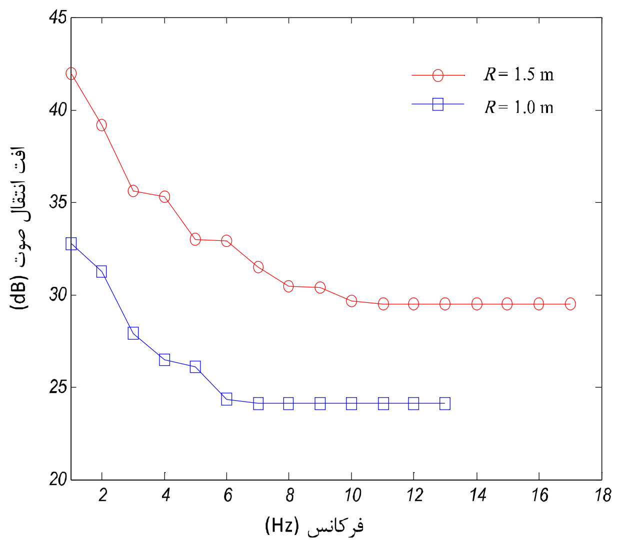
با در نظر گرفتن روابط (43)، مقادیر رابطه (46) به فرم سری حاصل می‌گردد. بنابراین لازم است از تعداد مودهای کافی در تحلیل‌ها استفاده گردد، در غیر این صورت مقدار افت انتقال صوت محاسبه شده دست بالا خواهد بود[7-13]. شکل 2 الگوریتم همگرایی در این تحلیل را نشان می‌دهد.

برای برقراری این الگوریتم در هر فرکانس یک حلقه همگرایی درنظر گرفته می‌شود. بنابراین در هر فرکانس، از مود اول، دستگاه، معادلات ارتعاشات آکوستیک را حل نموده و مجهولات را یافته و مقدار افت انتقال صوت را در آن مود به‌دست می‌آورد. سپس مقدار بدست آمده را با مقدار افت حاصل از مود دوم مقایسه می‌کند. اگر اختلاف بین دو مقدار کمتر از 10^{-7}dB نباشد، مسیر برای مود سوم تکرار می‌شود. این امر تا زمانی ادامه می یابد که اختلاف مقدار افت در مود $n+1$ از n ، کمتر از 10^{-7}dB گردد. در این صورت شرط همگرایی احراز شده و مقدار افت انتقال صوت بدست آمده مقدار مربوط به فرکانس خاص در شکل مود مربوطه می‌باشد و این روند حل برای فرکانس‌های موردنظر مسئله تکرار می‌شود.

شکل 3 و شکل 4 همگرایی پوسته استوانه‌ای با مشخصات جدول 1 را به‌ترتیب در فرکانس‌های 1000 هرتز و 10000 هرتز نشان می‌دهد.



شکل 2 الگوریتم همگرایی محاسبه افت انتقال صوت

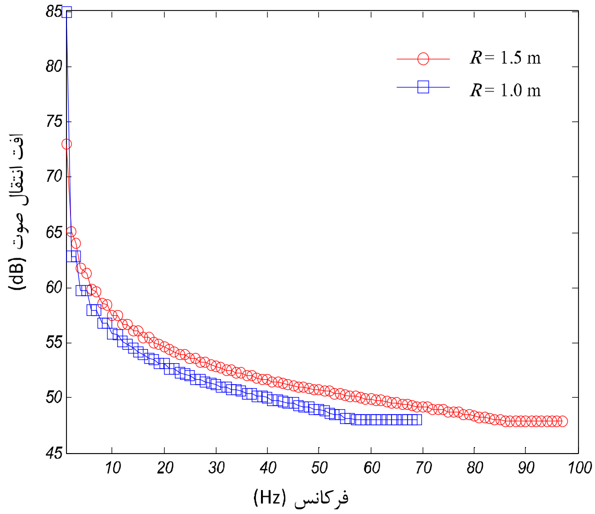


شکل 3 منحنی همگرایی برای پوسته استوانه‌ای در فرکانس 1000 هرتز

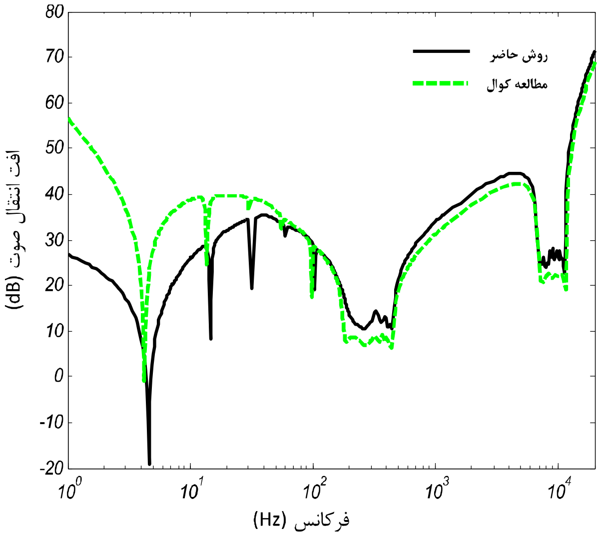
مطابق شکل 3، همگرایی برای پوسته با شعاع بیشتر در مود 16 و برای پوسته با شعاع کمتر در مود 12 صورت می‌گیرد و نشانگر این مطلب است که افزایش شعاع، تعداد شکل مودها برای رسیدن به همگرایی را افزایش می‌دهد. همچنین با توجه به شکل 3 می‌توان نتیجه گرفت که افزایش فرکانس نیز تعداد شکل مودها برای رسیدن به همگرایی را افزایش می‌دهد.

4- اعتبارسنجی نتایج با کارهای گذشته

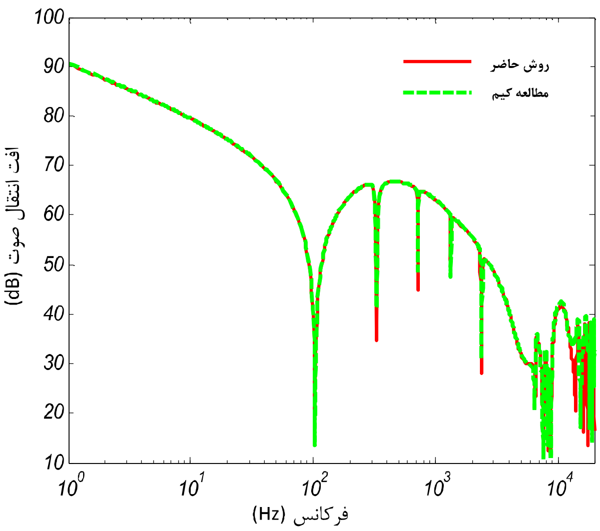
برای نشان دادن صحت مدل ارائه شده، در گام اول، نتایج یک پوسته استوانه‌ای آلومینیومی با نتایج کوال[5]، مورد بررسی قرار گرفته است. مشخصات مسئله مورد بررسی در جدول 1 آورده شده است. طبق شکل 5، بین مقادیر افت انتقال صوت در پوسته استوانه‌ای ناشی از دو تئوری، به‌خصوص در فرکانس‌های پایین‌تر از 100 هرتز، اختلاف وجود دارد که این اختلاف ناشی از استفاده از روش امپدانس و همچنین فرض‌های ساده کننده به‌کار گرفته شده در حل مسئله، از جمله درنظر گرفتن تنها راستای عرضی برای معادله حرکت و صرف‌نظر از معادلات در راستاهای دیگر، توسط کوال است که این فرضیات در مطالعه حاضر درنظر گرفته نشده‌اند. بنابراین نتایج ارائه شده در این بررسی نتایج دقیق‌تری می‌باشند.



شکل 4 منحنی همگرایی برای پوسته استوانه‌ای در فرکانس 10000 هرتز



شکل 5 مقایسه افت انتقال صوت بین روش حاضر و نتایج کوال[5]



شکل 6 مقایسه افت انتقال صوت بین روش حاضر و نتایج کیم[11]

در شکل 6 مقایسه‌ای بین مقادیر افت انتقال صوت حاصل از درنظر گرفتن تئوری تغییرات برشی مرتبه سوم با نتایج تحلیلی کیم براساس داده‌های مرجع [11] انجام شده است.

جدول 1 شرایط محیطی و مشخصات هندسی پوسته استوانه‌ای

	پوسته	داخل محفظه[1]	محیط محفظه[2]
ماده	آلومینیوم	هوا	هوا
چگالی (kg/m3)	2760	1/21	1/21
مدول الاستیسیته (GPa)	72	-	-
ضریب پواسون	0/3	-	-
شعاع (m)	1/5	-	-
ضخامت (mm)	1/5	-	-
سرعت صوت (m/s)	-	343	343
زاویه تابش	30	-	-

جدول 2 شرایط محیطی و خواص پوسته استوانه‌ای

	پوسته	داخل محفظه	محیط
ماده	گِلس- اِپوکسی	هوا	هوا
چگالی (kg/m3)	1900	1/21	1/21
E1 (Gpa)	38/6	-	-
E2(Gpa)	8/2	-	-
G12 (GPa)	4/2	-	-
G13 (GPa)	4/2	-	-
G23 (GPa)	3/45	-	-
ضریب پواسون	0/26	-	-
شعاع (m)	1/5	-	-
ضخامت پوسته (mm)	1/5	-	-
سرعت صوت (m/s)	-	343	343
زاویه تابش	45	-	-

در مقایسه با مطالعات انجام شده قبل از کیم، حل وی با فرضیات ساده کننده کمتری همراه است، اما با این حال اندک اختلافی در گستره فرکانسی در مقایسه با روش حاضر دیده می‌شود. با بررسی‌های دقیق‌تر به‌منظور پی بردن به‌علت اختلاف، مشخص شد که در نتایج کیم به‌دلیل وارد شدن اشتباهات عددی، روابط مربوط به توان انتقالی با خطا همراه بوده است، که در این بررسی این موارد اصلاح شده است.

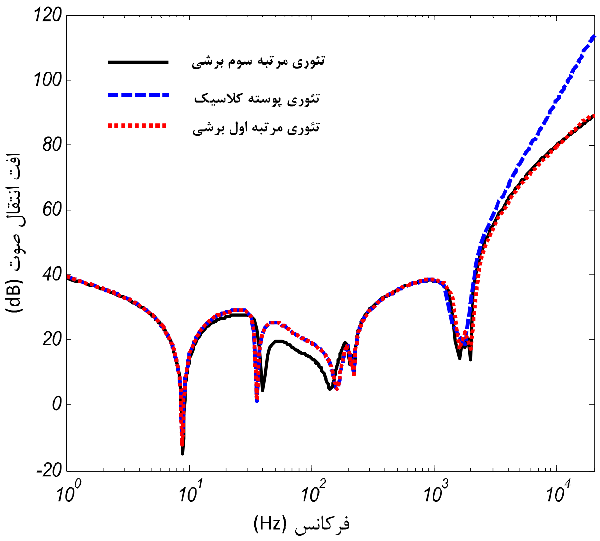
برای نمایش دقت نتایج حاصل از حل حاضر با نتایج تئوری‌های کلاسیک و تغییر شکل‌های برشی مرتبه اول مقایسه‌ای به‌صورت زیر انجام شده است. مشخصات پوسته استوانه‌ای در جدول 2 ارائه شده است. البته در این بررسی‌ها شعاع پوسته ثابت درنظر گرفته شده است.

در بررسی پوسته‌های با نسبت شعاع به ضخامت 100، در شکل 7 مشاهده می‌شود که در فرکانس‌های پایین، به‌دلیل اثرات ناچیز چرخش و برش هر سه تئوری تقریبا بر هم منطبق هستند. اما با افزایش فرکانس و به‌دلیل غیر قابل صرف‌نظر بودن نقش برش و چرخش به‌خصوص در نسبت‌های کم شعاع به ضخامت، تئوری کلاسیک نتایج متفاوتی ارائه می‌نماید؛ این در حالی است که تئوری‌های دیگر همچنان کاملا بر هم منطبق هستند.

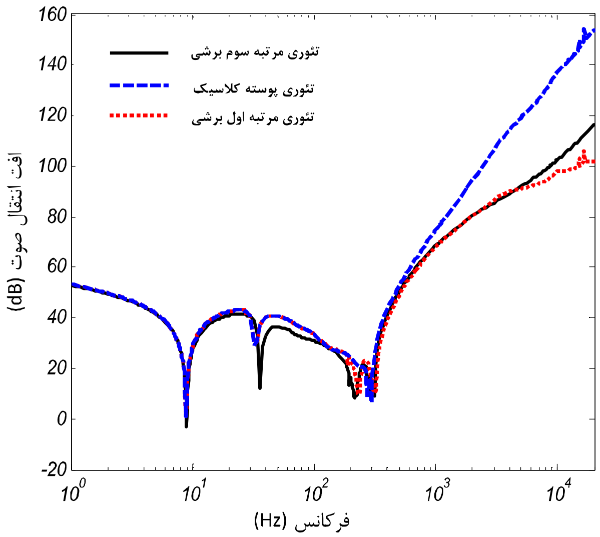
همان‌طور که در شکل 8 ملاحظه می‌شود، افت انتقال صوت حاصل از تئوری تغییر شکل‌های برشی مرتبه سوم، در فرکانس‌های بالا، کمتر از مقادیر مربوط به تئوری کلاسیک و بیشتر از نتایج تئوری تغییر شکل‌های برشی مرتبه اول می‌باشد که به‌دلیل افزایش اثرات برش و چرخش در این محدوده فرکانسی می‌باشد. نتایج نشان می‌دهند که استفاده از تئوری کلاسیک ممکن است سیستم را در معرض اثرات سوء ناشی از زیاد درنظر گرفتن مقادیر افت انتقال صوت در طراحی‌ها قرار داده و سیستم را دچار مشکل نماید.

1- Cavity
2- Ambient

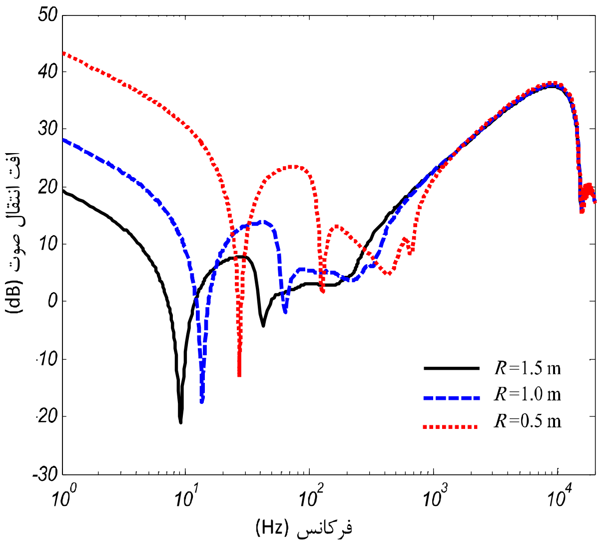
[DOR: 20.1001.1.10275940.1393.14.4.5.0]



شکل 7 مقایسه نتایج TSDT با نتایج CST و FSDT برای R/h=100 [14]



شکل 8 مقایسه نتایج TSDT با نتایج CST و FSDT برای R/h=20 [14]



شکل 9 بررسی تغییر شعاع بر افت انتقال صوت پوسته استوانه‌ای

همچنین تئوری تغییر شکل‌های برشی مرتبه اول به‌دلیل اینکه مقادیر کمتری برای افت انتقال صوت نشان می‌دهند، می‌تواند به‌عنوان تئوری محافظه کار در طراحی‌هایی که نیاز به‌دقت خیلی بالا برای محاسبه مقدار مربوطه ندارند به‌کار رود، اما در مجموع، تئوری تغییر شکل‌های برشی مرتبه سوم تئوری دقیق‌تر و بهینه‌تری می باشد.

5- بررسی پارامترهای مختلف بر میزان افت انتقال صوت

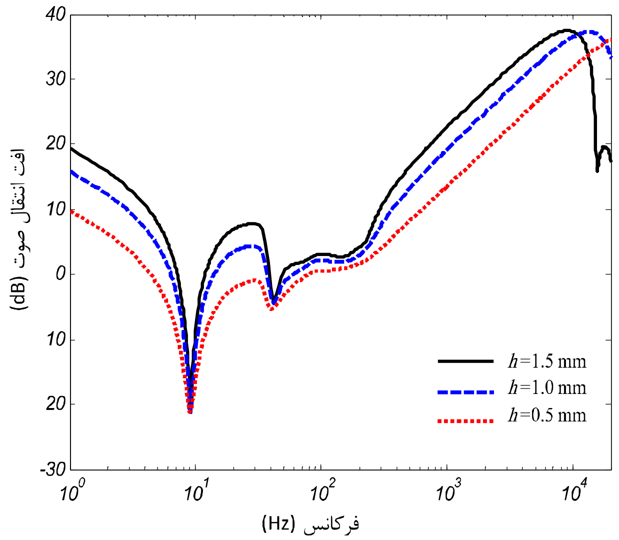
در این قسمت به بررسی پارامترهای موجود در معادلات پرداخته شده است تا میزان و شدت اثر هر کدام از آن‌ها مورد ارزیابی قرار گیرد. این بررسی‌ها برای حالت مبنای ارائه شده در جدول 2 انجام شده است.

شکل 9 اثر تغییر شعاع بر روی افت انتقال صوت پوسته استوانه‌ای را نشان می‌دهد. مطابق شکل، افزایش شعاع، باعث کاهش میزان افت انتقال صوت در سازه می‌شود. علت این امر به این خاطر است که صلبیت خمشی ماده با افزایش شعاع انحنا کاهش می‌یابد. این وضعیت بخصوص در فرکانس-های پایین محسوس‌تر می‌باشد، اما در فرکانس‌های بالاتر اثر افزایش شعاع انحنا بر سازه ناچیز می‌شود. همچنین نتایج نشان می‌دهند که با افزایش شعاع پوسته، فرکانس رینگ کاهش می‌یابد.

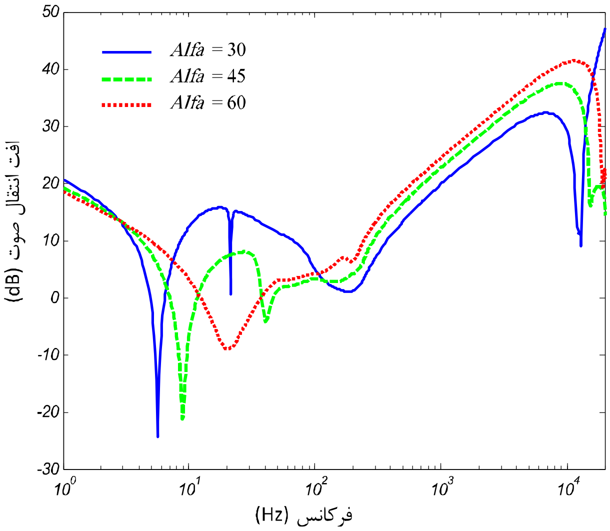
در شکل 10 بررسی اثر ضخامت برافت انتقال صوت پوسته استوانه‌ای برای سه حالت مختلف نشان داده شده است. از این شکل می‌توان نتیجه گرفت که افزایش ضخامت، میزان صوت منتقل شده به داخل پوسته را در پهنای گستره فرکانسی کاهش می‌دهد و نقش موثری در افزایش میزان افت انتقال صوت ایفا می‌نماید. بنابراین در طراحی پوسته‌های استوانه‌ای در معرض امواج صوتی بهتر است تا آنجا که محدودیت وزنی سازه اجازه می‌دهد، ضخامت را افزایش داد. همچنین با افزایش ضخامت، فرکانس بحرانی کاهش می‌یابد ولی فرکانس رینگ تقریبا ثابت می‌ماند.

با توجه به شکل 11، افزایش زاویه برخورد با کاهش عدد موج شعاعی و افزایش عدد موج محوری مربوط به پوسته استوانه‌ای همراه است و در نتیجه آن، مقادیر افت انتقال صوت به‌خصوص در فرکانس‌های پایین‌تر از 200 هرتز به میزان چشمگیری کاهش یافته است.

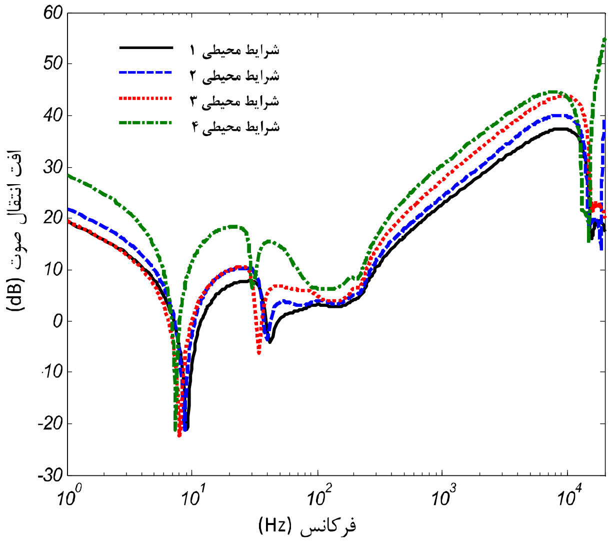
به‌منظور بررسی اثر شرایط محیطی مختلف در شکل 12 از داده‌های جدول 3 استفاده شده است. همان‌طور که در شکل 12 مشاهده می‌شود با افزایش ارتفاع و به‌تبع آن کاهش چگالی و سرعت جریان خارجی، سطح افت انتقال صوت افزایش می‌یابد ولی فرکانس‌های بحرانی و رینگ تقریبا ثابت می‌ماند.



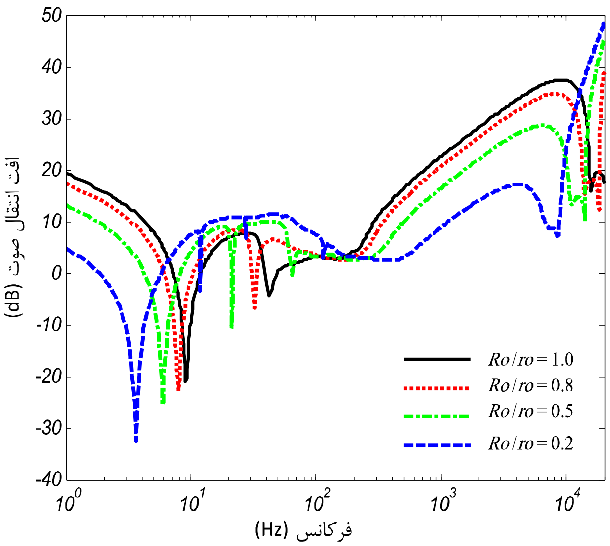
شکل 10 بررسی تغییر ضخامت بر افت انتقال صوت پوسته استوانه‌ای



شکل 11 بررسی تغییر زاویه برخورد بر افت انتقال صوت پوسته استوانه‌ای

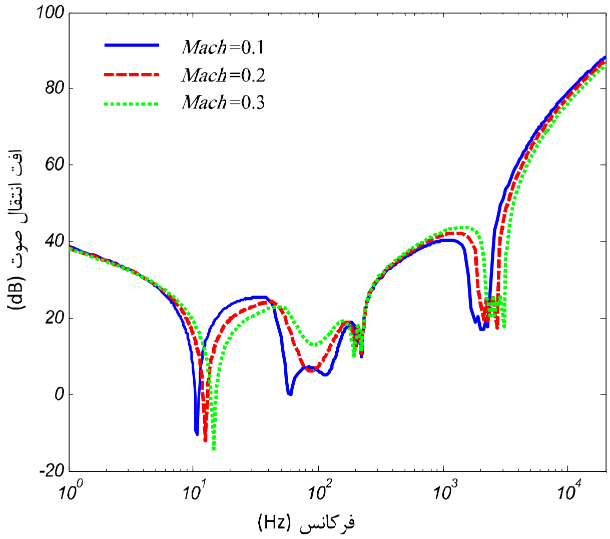


شکل 12 بررسی شرایط محیطی بر افت انتقال صوت پوسته استوانه‌ای



شکل 13 بررسی تغییر چگالی بر افت انتقال صوت پوسته استوانه‌ای

همچنین در شکل 13 قابل رویت است که تغییر در چگالی ماده پوسته استوانه‌ای بیشترین تاثیر را بر روی مقادیر افت انتقال صوت در محدوده جرم کنترل دارد،



شکل 14 بررسی اثر سرعت جریان خارجی بر افت انتقال صوت پوسته استوانه‌ای

جدول 3 شرایط محیطی مختلف مورد بررسی

شرایط محیطی	1	2	3	4
ارتفاع (m)	0	3050	7600	10650
چگالی (kg/m³)	1/21	0/9041	0/5489	0/3790
سرعت صوت (m/s)	343	328/55	309/96	296/5

به گونه‌ای که با کاهش چگالی، افت انتقال صوت نیز کاهش می‌یابد. در حالی که طبق این روند، مقادیر افت انتقال صوت در محدوده سفتی-کنترل و انطباق-کنترل تقریبا ثابت باقی می‌ماند. همچنین کاهش چگالی باعث افزایش فرکانس رینگ و کاهش فرکانس بحرانی می‌گردد.

شکل 14 اثر سرعت جریان خارجی بر افت انتقال صوت پوسته استوانه‌ای را بررسی می‌کند. طی این بررسی مشخص می‌شود که با افزایش سرعت جریان خارجی افت انتقال صوت در محدوده جرم-کنترل افزایش و در سایر محدوده‌های فرکانسی کاهش می‌یابد. همچنین مشاهده می‌شود که با افزایش عدد ماخ فرکانس بحرانی افزایش می‌یابد و فرکانس رینگ تغییری نمی‌کند.

6- نتایج

در این مقاله، برای نخستین بار، افت انتقال صوت در پوسته‌های استوانه‌ای جدار ضخیم همسانگرد عرضی با استفاده از روشی تحلیلی و به‌کارگیری تئوری تغییر شکل‌های برشی مرتبه سوم مورد بررسی قرار گرفته است. پس از اعتبارسنجی مدل ارائه شده و بررسی اثر پارامترهای مختلف روی افت انتقال صوت، نتایج بررسی‌ها به شرح زیر خلاصه می‌گردد:

1- مقایسه تئوری تغییرات برشی مرتبه سوم با تئوری کلاسیک و همچنین تئوری تغییرات برشی مرتبه اول برای پوسته‌های استوانه‌ای جدار ضخیم نشان دهنده این است که به‌جز در فرکانس‌های پایین که به‌دلیل اثرات ناچیز برش و چرخش، هر سه تئوری کاملا بر هم منطبق‌اند، در فرکانس‌های بالا با افزایش اثرات این برش‌ها و چرخش‌ها، تفاوت‌ها بین سه تئوری آشکار می-گردد. با توجه به اطمینان از ناکارآمد بودن تئوری کلاسیک در این شرایط، مقایسه دو تئوری دیگر نشان می‌دهد که تئوری‌های با مراتب بالا با مدل کردن بسیار دقیق‌تر شرایط فیزیکی سازه، قادر به ارائه نتایجی بسیار دقیق‌تر می‌باشند.

2- افزایش شعاع پوسته استوانه‌ای به‌دلیل کاهش صلبیت خمشی ماده باعث کاهش میزان افت انتقال صوت در سازه می‌گردد. این وضعیت به‌خصوص در

[DOR: 20.1001.1.10275940.1393.14.4.5.0]

فرکانس‌های پایین محسوس‌تر می‌باشد. اما در فرکانس‌های بالاتر اثر افزایش شعاع انحنا بر سازه ناچیز است.

3- افزایش ضخامت پوسته‌های استوانه‌ای، میزان صوت منتقل شده به داخل پوسته را در پهنای گستره فرکانسی کاهش می‌دهد و نقش موثری در افزایش میزان افت انتقال صوت ایفا می‌نماید. بنابراین در طراحی پوسته‌های استوانه‌ای در معرض امواج صوتی بهتر است تا آنجا که محدودیت وزنی سازه اجازه دهد، ضخامت را افزایش داد.

4- با افزایش زاویه برخورد موج صفحه‌ای به پوسته استوانه‌ای مقادیر افت انتقال صوت به‌خصوص در فرکانس‌های پایین‌تر از 200 هرتز به میزان چشمگیری کاهش یافته است.

5- با افزایش چگالی پوسته استوانه‌ای افت انتقال صوت در محدوده جرم-کنترل افزایش و در سایر فرکانس‌ها کاهش می‌یابد.

6- افزایش سرعت جریان خارجی اثرات نامطلوبی بر میزان افت انتقال صوت در پوسته‌های استوانه‌ای دارد. در حقیقت هر چه سرعت حرکت پوسته در سیال و به‌تبع آن میزان عدد ماخ افزایش یابد، میزان صوت منتقل شده از خارج به داخل پوسته نیز افزایش یافته است.

7- پیوست

$$
\begin{aligned}
&-\left(-\bar{K}R\omega^2+R^2{K_{1z}}^2A_{11}+\frac{n^2}{R}\acute{A}_{66}\right)U_{1n} \\
&-\left(\frac{nK_{1z}}{R}\left(RA_{12}+RA_{66}+C_1(E_{12}+E_{66})\right)\right)U_{2n} \\
&-\frac{K_{1z}}{R}\left(RA_{12}+C_1\left(-R^2\omega^2K_4+R^2{K_{1z}}^2E_{11}\right)\right. \\
&\left.+n^2(E_{12}+E_{66}+\acute{\acute{E}}_{66})\right)U_{3n} \\
&+\frac{1}{R}\left(\bar{J}R\omega^2-n^2\acute{\acute{B}}_{66}+R^2{K_{1z}}^2(-B_{11}+C_1E_{11})+n^2C_1\acute{\acute{E}}_{66}\right)\phi_{1n} \\
&-nK_{1z}\left(B_{12}+B_{66}-C_1(E_{12}+E_{66})\right)\phi_{2n}=0
\end{aligned}
\tag{1}
$$

$$
\begin{aligned}
&-\frac{nK_{1z}}{R}\left(RA_{12}+RA_{66}+C_1(E_{12}+E_{66})\right)U_{1n} \\
&-\frac{1}{R^3}\left(-R^3\omega^2\bar{W}+n^2R^2A_{22}+R^2A_{44}+R^4{K_{1z}}^2\acute{A}_{66}\right. \\
&-6R^2C_1D_{44}+2n^2RC_1E_{22}-4RC_1E_{44}+2R^3C_1{K_{1z}}^2\acute{E}_{66} \\
&+9R^2C_1^2F_{44}+12RC_1^2G_{44}+n^2C_1^2H_{22}+4C_1^2H_{44} \\
&\left.+R^2C_1^2{K_{1z}}^2\acute{H}_{66}\right)U_{2n} \\
&-\frac{n}{R^3}\left(R^2(A_{22}+A_{44})+RC_1\left(-R^2\omega^2W_4-6RD_{44}\right.\right. \\
&\left.+R^2{K_{1z}}^2E_{21}+E_{22}+n^2E_{22}-4E_{44}+R^2{K_{1z}}^2E_{66}+R^2{K_{1z}}^2\acute{E}_{66}\right) \\
&+C_1^2\left(9R^2F_{44}+12RG_{44}+R^2{K_{1z}}^2H_{21}+n^2H_{22}+4H_{44}\right. \\
&\left.\left.+R^2{K_{1z}}^2H_{66}+R^2{K_{1z}}^2\acute{H}_{66}\right)\right)U_{3n} \\
&-\frac{nK_{1z}}{R}\left(RB_{12}+RB_{66}+C_1\left(RE_{21}+RE_{66}-F_{21}-F_{66}\right.\right. \\
&\left.\left.+C_1H_{21}+C_1H_{66}\right)\right)\phi_{1n} \\
&+\frac{1}{R^2}\left(\bar{G}R^2\omega^2+R^2A_{44}-n^2R^2B_{22}-R^3{K_{1z}}^2\acute{B}_{66}-6R^2C_1D_{44}\right. \\
&+n^2RC_1E_{22}-4RC_1E_{44}+R^3C_1{K_{1z}}^2\acute{E}_{66}-n^2C_1F_{22}+9R^2C_1^2F_{44} \\
&-R^2C_1{K_{1z}}^2\acute{F}_{66}+12RC_1^2G_{44}+n^2C_1H_{22}+4C_1^2H_{44} \\
&\left.+R^2C_1^2{K_{1z}}^2\acute{H}_{66}\right)\phi_{2n}=0
\end{aligned}
\tag{2}
$$

$$
\begin{aligned}
&-\frac{K_{1z}}{R}\left(RA_{21}+C_1\left(-R^2\omega^2K_4+R^2{K_{1z}}^2E_{11}+n^2(E_{21}+E_{66}\right.\right. \\
&\left.\left.+\acute{\acute{E}}_{66})\right)\right)U_{1n} \\
&-\frac{n}{R^3}\left(R^2(A_{22}+A_{44})+RC_1\left(-R^2\omega^2W_4-6RD_{44}\right.\right. \\
&\left.+E_{22}+n^2E_{22}-4E_{44}+R^2{K_{1z}}^2E_{66}+R^2{K_{1z}}^2\acute{E}_{66}\right) \\
&+C_1^2\left(9R^2F_{44}+12RG_{44}+R^2{K_{1z}}^2H_{21}+n^2H_{22}+4H_{44}\right. \\
&\left.\left.+R^2{K_{1z}}^2H_{66}+R^2{K_{1z}}^2\acute{H}_{66}\right)\right)U_{2n} \\
&+\frac{1}{R^3}\left(R^4\omega^2I_1-R^2\left(A_{22}+n^2A_{44}+R^2{K_{1z}}^2A_{55}\right)\right. \\
&+RC_1\left(6n^2RD_{44}+R^2{K_{1z}}^2(6RD_{55}-E_{12}-E_{21})\right. \\
&\left.-2n^2(E_{22}-2E_{33})\right)-C_1^2\left(-R^2\omega^2I_6\left(n^2+R^2{K_{1z}}^2\right)+9n^2R^2F_{44}\right. \\
&+9R^4{K_{1z}}^2F_{55}+12n^2RG_{44}+R^4{K_{1z}}^4H_{11}+n^2R^2{K_{1z}}^2H_{12} \\
&+n^2R^2{K_{1z}}^2H_{21}+n^3H_{22}+4n^2H_{44}+n^2R^2{K_{1z}}^2(2H_{66}+\acute{H}_{66} \\
&\left.\left.+\acute{\acute{H}}_{66})\right)\right)U_{3n} \\
&+\frac{K_{1z}}{R}\left(R(RA_{44}-B_{21})+C_1\left(R^2\omega^2J_3-6R^2D_{55}+RE_{21}\right.\right. \\
&-R^2{K_{1z}}^2F_{11}-n^2F_{21}-n^2F_{66}-n^2\acute{\acute{F}}_{66}+C_1^2\left(9R^2F_{55}\right. \\
&\left.\left.\left.+R^2{K_{1z}}^2H_{11}+n^2(H_{21}+H_{66}+\acute{\acute{H}}_{66})\right)\right)\right)\phi_{1n} \\
&+\frac{n}{R^2}\left(R(RA_{44}-B_{22})+C_1\left(R^2\omega^2J_5-6R^2D_{44}+RE_{22}-4RE_{44}\right.\right. \\
&-n^2F_{22}-R^2{K_{1z}}^2(F_{12}+F_{66}+\acute{F}_{66})+C_1^2\left(9R^2F_{44}+12RG_{44}\right. \\
&\left.\left.\left.+R^2{K_{1z}}^2(H_{12}+H_{66}+\acute{H}_{66})+n^2H_{22}+4H_{44}\right)\right)\right)\phi_{2n} \\
&=H_n^1(K_{3r}R_i)\,P_{3n}^T-H_n^2(K_{1r}R_i)\,P_{1n}^R-\epsilon_n(j)^nJ_n(K_{1r}R_i)P_0
\end{aligned}
\tag{3}
$$

$$
\begin{aligned}
&\frac{1}{R}\left(\widetilde{K}R\omega^2-n^2\acute{\acute{B}}_{66}+R^2{K_{1z}}^2(-B_{11}+C_1E_{11})+n^2C_1\acute{\acute{E}}_{66}\right)U_{1n} \\
&-\frac{nK_{1z}}{R}\left(RB_{12}+RB_{66}+C_1\left(RE_{12}+RE_{66}-F_{12}-F_{66}\right.\right. \\
&\left.\left.+C_1H_{12}+C_1H_{66}\right)\right)U_{2n} \\
&+\frac{K_{1z}}{R}\left(R(RA_{55}-B_{12})+C_1\left(R^2\omega^2J_5-6R^2D_{55}+RE_{12}\right.\right. \\
&-R^2{K_{1z}}^2F_{11}-n^2F_{12}-n^2F_{66}-n^2\acute{\acute{F}}_{66}+C_1^2\left(9R^2F_{55}\right. \\
&\left.\left.\left.+R^2{K_{1z}}^2H_{11}+n^2(H_{12}+H_{66}+\acute{\acute{H}}_{66})\right)\right)\right)U_{3n} \\
&-\frac{1}{R}\left(-\tilde{J}R\omega^2+R^2A_{55}-6R^2C_1D_{55}+n^2\acute{D}_{66}+9R^2C_1^2F_{55}\right. \\
&\left.-2n^2C_1\acute{\acute{F}}_{66}+R^2{K_{1z}}^2(D_{11}-2C_1F_{11}+C_1^2H_{11})+n^2C_1^2\acute{\acute{H}}_{66}\right)\phi_{1n} \\
&-nK_{1z}\left(D_{12}+D_{66}+C_1\left(-2F_{12}-2F_{66}+C_1(H_{12}+H_{66})\right)\right)\phi_{2n}=0
\end{aligned}
\tag{4}
$$

$$
\begin{aligned}
&-nK_{1z}\left(B_{21}+B_{66}-C_1(E_{21}+E_{66})\right)U_{1n} \\
&+\frac{1}{R^2}\left(R^2\omega^2\widetilde{W}+R^2A_{44}-n^2RB_{22}-R^3{K_{1z}}^2\acute{B}_{66}-6R^2C_1D_{44}\right. \\
&+n^2RC_1E_{22}-4RC_1E_{44}+R^3C_1{K_{1z}}^2\acute{E}_{66}-n^2C_1F_{22}+9R^2C_1^2F_{44} \\
&-R^2C_1{K_{1z}}^2\acute{F}_{66}+12RC_1^2G_{44}+n^2C_1^2H_{22}+4C_1^2H_{44} \\
&\left.+R^2C_1^2{K_{1z}}^2\acute{H}_{66}\right)U_{2n} \\
&+\frac{n}{R^2}\left(R(RA_{44}-B_{22})+C_1\left(R^2\omega^2J_5-6R^2D_{44}+RE_{22}-4RE_{44}\right.\right. \\
&-n^2F_{22}-R^2{K_{1z}}^2(F_{21}+F_{66}+\acute{F}_{66})+C_1^2\left(9R^2F_{44}+12RG_{44}\right. \\
&\left.\left.\left.+R^2{K_{1z}}^2(H_{21}+H_{66}+\acute{H}_{66})+n^2H_{22}+4H_{44}\right)\right)\right)U_{3n} \\
&-nK_{1z}\left(D_{21}+D_{66}+C_1\left(-2F_{21}-2F_{66}+C_1(H_{21}+H_{66})\right)\right)\phi_{1n} \\
&-\frac{1}{R}\left(-\tilde{J}R\omega^2+R^2A_{44}+n^2D_{22}-6R^2C_1D_{44}+R^2{K_{1z}}^2\acute{D}_{66}\right. \\
&-4RC_1E_{44}-2n^2C_1F_{22}+9R^2C_1^2F_{44}-2R^2C_1{K_{1z}}^2\acute{F}_{66} \\
&\left.+12RC_1^2G_{44}+n^2C_1^2H_{22}+4C_1^2H_{44}+R^2C_1^2{K_{1z}}^2\acute{H}_{66}\right)\phi_{2n}=0
\end{aligned}
\tag{5}
$$

$$
\begin{aligned}
&\left(\rho_1\omega^3+\rho_1V^2{K_{1z}}^2+2\rho_1V\omega K_{1z}\right)U_{3n} \\
&=-\acute{H}_n^2(K_{1r}R_i)K_{1r}P_{1n}^R+P_0\epsilon_n(j)^n\acute{J}_n(K_{1r}R_i)K_{1r}
\end{aligned}
\tag{6}
$$

$$
\rho_3\omega^2U_{3n}=-\acute{H}_n^1(K_{3r}R_i)K_{3r}P_{3n}^T
\tag{7}
$$

8- مراجع

[1] P. W. Smith, Sound transmission through thin cylindrical shells, *Journal of Acoustical Society of America*, Vol. 29, pp. 712-729, 1955.

[2] M. C. Junger, P. W. Smith, The Transmission of sound by spherical shells, Journal of Acustica, Vol. 5, pp.47-48 , 1955.

[3] J. H. Foxwell, R. E. Franklin, The vibrations of a thin-walled stiffened cylinder in an acoustic field, *The Aeronautical Quarterly*, Vol. 12, No. 3, pp.47-64 , 1959.

[4] C. J. Runkle, F. D. Hart, *The Radiation Resistance of Cylindrical Shells*, NASA: CR-1417, 1969.

[5] L. R. Koval, Sound transmission into a thin cylindrical shell under flight conditions, *Journal of Sound and Vibration* Vol. 48, pp. 265-275, 1976.

[6] A. Blaise, C. Lesuer, M. Gotteland, M. Barbe, Sound transmission into an orthotropic infinite shell: comparison with Koval's results and understanding of phenomena, *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 150, pp. 233-243, 1991.

[7] Y. Y. Tang, R. J. Silcox, J. H. Robinson, Sound transmission through two concentric cylindrical sandwich shells, *in the 14th International Modal Analysis Conference*, Japan, 1996

[8] Y. Y. Tang, R. J. Silcox, J. H. Robinson, Sound transmission through a cylindrical sandwich shell with honeycomb core, *in the 34th AIAA Aerospace Science Meeting and Exhibit*, USA, 1996.

[9] J. Missaoui, L. Cheng, Vibroacoustic analysis of a finite cylindrical shell with internal floor partition, *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 226, pp. 101-123, 1999.

[10] F. Fahy, *Sound and Structural Vibration: Radiation, Transmission and Response*, London:Academic Press, 1993.

[11] J. H. Lee, J. Kim, Study on sound transmission characteristics of a cylindrical shell using analytical and experimental models, *Applied Acoustics*, Vol. 64, pp. 612-632, 2003.

[12] K. Daneshjou, A. Nouri, R. Talebitooti, Sound transmission through laminated composite cylindrical shells using analytical model, *Archive of Applied mechanics*, Vol. 77, pp. 363-379, 2006.

[13] K. Daneshjou, A. Nouri, R. Talebitooti, Analytical model of sound transmission through laminated composite cylindrical shells considering transverse shear deformation, *Applied mathematics and Mechanics*, Vol. 29, pp. 1165-1177, 2008.

[14] K. Daneshjou, A. Nouri, R. Talebitooti, Analytical model of sound transmission through orthotropic cylindrical shells with subsonic external flow, *Aerospace Science and Technology*, Vol. 13, pp. 18-26, 2009.

[15] M. S. Qatu, *Vibration of Laminated Shells and Plates*, London:Elsevier Academic , 2004.

[16] J. N. Reddy, *Mechanics of Laminated Plates and Shells Theory and Analysis*, Florida:CRC, 1997.

[17] C. T. Loy, K. Y. Lam, J. N. Reddy, Vibration of functionally graded cylindrical shells, *International Journal of Mechanic of Science*, Vol. 41, pp. 309-324, 1999.

[18] A. W. Leissa, *Vibration of Shells*, Washington D. C.:National Aeronautics and Space Administration, 1973.

[19] S. J. Lee, J. N. Reddy, Vibration suppression of laminated shell structures investigated using higher order sheardeformation theory, *Smart Materials and Structures*, Vol.13, pp. 1176–1194, 2004.

[20] J. N. Reddy, *Energy Principles and Variational Methods in Applied Mechanics*, 2nd Ed, *New York:Wiley*, 2002.

[21] M. S. Howe, *Acoustics of Fluid Structure Interactions*, London: Cambridge University, 2000.

[22] L. E. Kinsler, A. R. Frey, A. B. Coppens, J. V. Sanders, *Fundamentals of Acoustics*, New Jersey:John wiley and Sons, 2000.