



Flutter of a Circular Cylindrical Shell Subjected to Supersonic External Flow by Considering Internal Fluid Effects through a Novel Formulation

ARTICLE INFO

Article Type

Original Research

Authors

Zarifian P.¹ MSc,
Ovesy H.R.*¹ PhD,
Dehghani Firouzabadi R.² PhD

How to cite this article

Zarifian P, Ovesy H.R, Dehghani Firouzabadi R. Flutter of a Circular Cylindrical Shell Subjected to Supersonic External Flow by Considering Internal Fluid Effects through a Novel Formulation. Modares Mechanical Engineering, 2019;19(6):1355-1362.

ABSTRACT

In the current paper, the flutter of a circular cylindrical shell containing an internal fluid while subjected to supersonic external flow has been investigated. It is noted that the internal fluid is formulated through a simple and novel model, in which the fluid is only represented by the free surface as well as the surrounding structural degrees of freedoms. To this end, a computational Fluid-structure interaction (FSI) model within the framework of the finite element method is developed. The internal liquid is represented by a more sophisticated model, referred to as liquid sloshing model, and the shell structure is modeled by Sanders' shell theory. The aerodynamic pressure loading is approximated by the first-order piston theory. The initial geometric stiffness due to pre-stresses in the initial configuration stemming from the fluid hydrostatic pressure, internal pressure, and axial compression load is also considered. The validity of the derived formulation is established, using some verification examples. The obtained results reveal as the filling ratio is increased from 0 to 1, the flutter speed increases first as the filling ratio is increased and reaches the maximum value at the 0.5 filling ratio; then, it decreases when the filling ratio is further increased and reaches the critical value of an empty shell at the 1.0 filling ratio.

Keywords Supersonic Flutter; Fluid-Structure Interaction; Circular Cylindrical Shell; Finite element method

¹Aerospace structures Department, Aerospace Engineering Faculty, Amirkabir University of Technology, Tehran, Iran

²Aerospace structures Department, Aerospace Engineering Faculty, Sharif university of Technology, Tehran, Iran

*Correspondence

Address: Aerospace Engineering Faculty, Amirkabir University of Technology, Hafez Street, Tehran, Iran.

Phone: +98 (21) 64543215

Fax: +98 (21) 66404885

ovesy@aut.ac.ir

Article History

Received: September 09, 2018

Accepted: December 23, 2018

ePublished: June 01, 2019

CITATION LINKS

[1] Free vibration of a clamped-free circular cylindrical shell partially filled with liquid-Part II: Numerical results [2] Partitioned vibration analysis of internal fluid-structure interaction problems [3] Incompressible hydroelastic vibrations: Finite element modelling of the elastogravity operator [4] Free vibration of a clamped-free circular cylindrical shell partially filled with liquid-Part I: Theoretical analysis [5] Free vibration of a clamped-free circular cylindrical shell partially filled with liquid-part III: Experimental results [6] Vibrations of partially filled cylindrical tanks with ring-stiffeners and flexible bottom [7] Aeroelasticity of plates and shells [8] Supersonic flutter of circular cylindrical shells subjected to internal pressure and axial compression [9] Fluid-structure interaction: Applied numerical methods [10] Various modelling levels to represent internal liquid behaviour in the vibration analysis of complex structures [11] Effect of fuel sloshing in the external tank on the flutter of subsonic wings [12] Modeling of fuel sloshing and its physical effects on flutter [13] Investigation of panel flutter under the effect of liquid sloshing [14] A multi-physics computational model of fuel sloshing effects on aeroelastic behaviour [15] Effects of sloshing on flutter prediction of liquid-filled circular cylindrical shell [16] Sloshing effects on supersonic flutter characteristics of a circular cylindrical shell partially filled with liquid [17] Non-linear hydroelastic vibration of a cantilever cylindrical tank-II [18] Nonlinear vibrations of cantilevered circular cylindrical shells in contact with quiescent fluid [19] Non-linear hydroelastic vibration of a cantilever cylindrical tank-I

فلاتر پوسته استوانه‌ای تحت جریان فراصوت خارجی و با در نظر گرفتن اثرات سیال داخلی طبق یک فرمول‌بندی نوین

پوریا ظریفیان MSc

گروه سازه‌های هوافضایی، دانشکده مهندسی هوافضا، دانشگاه صنعتی امیرکبیر، تهران، ایران

حمیدرضا اویسی PhD

گروه سازه‌های هوافضایی، دانشکده مهندسی هوافضا، دانشگاه صنعتی امیرکبیر، تهران، ایران

روح‌اله دهقانی فیروزآبادی PhD

گروه سازه‌های هوافضایی، دانشکده مهندسی هوافضا، دانشگاه صنعتی شریف، تهران، ایران

چکیده

در مقاله حاضر، فلاتر پوسته استوانه‌ای در معرض جریان هوای فراصوت خارجی و حاوی سیال داخلی مورد بررسی قرار گرفته است. لازم به ذکر است که در مدل ساده و جدید ارائه شده برای سیال داخلی تنها از درجات آزادی سطح آزاد سیال و درجات آزادی سازه احاطه‌کننده آن استفاده شده است. در این راستا مدل اندرکنش سازه- سیال محاسباتی در چارچوب روش اجزای محدود توسعه داده شده است. تلاطم سیال داخلی از طریق یک مدل دقیق و سطح بالا شناخته شده به‌عنوان مدل تلاطم سیال، نمایش داده شده است. سازه پوسته استوانه‌ای به‌وسیله تئوری پوسته ساندرز مدل‌سازی شده و بارگذاری فشار آیرودینامیک با تئوری پیستون مرتبه اول تقریب زده شده است. همچنین سختی هندسی اولیه ناشی از پیش‌تنش‌ها در وضعیت اولیه منتج شده از فشار هیدرواستاتیک سیال، فشار جانبی و بار فشاری محوری در نظر گرفته شده است. صحت و درستی فرمول‌بندی استخراج شده با استفاده از چند مثال اعتبارسنجی اثبات شده است. نتایج نشان دادند هنگامی که نسبت پرشدگی از صفر تا ۱ تغییر می‌کند، سرعت فلاتر ابتدا با افزایش نسبت پرشدگی افزایش می‌یابد و در نسبت پرشدگی حدود ۰/۵ به بیشینه مقدار خود می‌رسد و پس از آن با افزایش بیشتر نسبت پرشدگی شروع به کاهش می‌کند و در نسبت پرشدگی حدود ۱ سرعت فلاتر به مقدار بحرانی پوسته خالی می‌رسد.

کلیدواژه‌ها: فلاتر فراصوت، سیستم اندرکنش سازه- سیال، پوسته استوانه‌ای حاوی سیال، روش اجزای محدود

تاریخ دریافت: ۱۳۹۷/۰۶/۱۸

تاریخ پذیرش: ۱۳۹۷/۱۰/۰۲

نویسنده مسئول: ovesy@aut.ac.ir

۱- مقدمه

پوسته استوانه‌ای حامل سیال در کاربردهای صنعتی به‌وفور یافت می‌شود. مثال‌هایی از آن در صنعت هوافضا عبارت از تانک‌های خارجی شاتل فضایی، تانک‌های سوخت خارجی هواپیماهای عملکرد- بالا، ماهواره‌برهای سوخت مایع و ماهواره‌ها هستند. حضور سیال می‌تواند دینامیک پوسته‌های استوانه‌ای را تحت تأثیر قرار دهد. نشان داده شده است که فرکانس هیدرواستاتیک چنین سیستمی به‌واسطه حضور سیال و اثر جرم اضافه‌شده آن به مقدار زیادی کاهش می‌یابد. از سوی دیگر، با افزایش ارتفاع سیال محصورشده داخل پوسته استوانه‌ای، فرکانس مدهای حرکتی سطح آزاد سیال یا همان فرکانس مدهای تلاطم افزایش می‌یابد. از این رو کوپلینگ (جفت‌شدگی) بین مدهای هیدرواستاتیک پوسته و مدهای تلاطم بسیار محتمل بوده و نشان داده شده است که پاسخ دینامیک چنین سیستمی تنها از طریق تحلیل کوپل به‌درستی حاصل می‌شود [1-6]. با حضور جریان سیال خارجی، به‌عنوان مثال جریان هوای فراصوت خارجی که می‌تواند عامل

ناپایداری آیروالاستیک (فلاتر) پوسته‌های استوانه‌ای باشد [7، 8]. کوپلینگ اشاره‌شده چالش‌انگیزتر و پیچیده‌تر خواهد شد.

معمولاً اندرکنش‌های سازه- سیال بین مخزن الاستیک با شکل دلخواه و سیال تراکم‌ناپذیر، غیرلزج و همگن دارای سطح آزاد با استفاده از عملگر جرم اضافه‌شده استاندارد و نادیده‌گرفتن آثار گرانش، مدل‌سازی می‌شود [9]. این تقریب براساس این فرض است که در مطالعه تغییر شکل‌های کوپل سیال و سازه، حرکت تلاطم سطح آزاد سیال می‌تواند ناچیز باشد. همان‌طور که اشاره شد، این موضوع در صورتی درست و قابل توجیه است که مدهای ارتعاشی اول سیستم خیلی بالاتر از مدهای تلاطم نخست سیال باشند. اما برای سازه‌های باریک جداره- نازک نظیر تانک‌های خارجی شاتل فضایی باید کوپلینگ بین این دو پدیده در نظر گرفته شود. مرور جامع و کاملی از مدل‌های متنوع استفاده‌شده برای نمایش رفتار سیال داخلی توسط شوت و /وهایون [10] انجام شده است. در بررسی آنها، سطوح مدل‌سازی متنوعی از ساده‌ترین مدل (شناخته‌شده به‌عنوان مدل جرم یخ‌زده) تا مدلی سطح بالا (شناخته‌شده به‌عنوان مدل تلاطم سیال) معرفی و فرمول‌بندی شد. در ادبیات پژوهشی، اثر تلاطم سیال روی مرز فلاتر سیستم‌های آیروالاستیک، توجه خیلی کمی را دریافت کرده است. فیروزآبادی و همکاران [11] اثر تلاطم سیال روی مرز فلاتر زیرصوت سیستم آیروالاستیک بال- تانک خارجی را مطالعه کردند. آنها برای مدل‌سازی تلاطم سیال از ساده‌ترین مدل ممکن (شناخته‌شده به‌عنوان سیستم مکانیکی معادل) استفاده کردند. فراهات و همکاران [12] اثر تلاطم سیال داخلی روی مرز فلاتر سیستم آیروالاستیک بال- تانک خارجی را براساس مدل‌های محاسباتی سطح بالا در رژیم‌های پروازی زیرصوت، گذرصوت و فراصوت بررسی کردند. در مطالعه آنها سیال داخلی به دو صورت و با به‌کارگیری مدل‌های جرم اضافه‌شده هیدرواستاتیک و مدل جرم یخ‌زده مدل‌سازی شد. آنها نتیجه گرفتند که با نادیده‌گرفتن اثر جرم اضافه‌شده سیال داخلی مرز فلاتر دست‌پایین تخمین زده می‌شود. نوریان و همکاران [13]، فلاتر پنل مستطیل شکل که یک طرف آن در معرض جریان هوای فراصوت خارجی و طرف دیگر آن با یک سیال دارای سطح آزاد در اندرکنش است را با استفاده از یک مدل اجزای محدود- اجزای مرزی (FEM-BEM) به‌طور عددی بررسی کردند. به‌تازگی هال و همکاران [14] اثر تلاطم سوخت، چه از نوع خارجی آن و چه از نوع داخلی آن، روی رفتار آیروالاستیک ایرفویل دودرجه آزادی در جریان گذرصوت را با استفاده از یک مدل محاسباتی سطح بالا مطالعه کردند. آنها برای مدل‌سازی سوخت و به‌منظور در نظر گرفتن آثار غیرخطی تلاطم از روش هیدرودینامیک ذرات روان و برای شبیه‌سازی جریان هوای گذرصوت از معادلات اولر استفاده کردند.

براساس جست‌وجوی انجام‌شده در ادبیات تحقیقاتی، در حال حاضر کار انجام‌شده توسط صبری و لاکیس [15] تنها مطالعه‌ای بوده که در آن اثر تلاطم سیال داخلی روی مرز فلاتر فراصوت پوسته استوانه‌ای بررسی شده است. مدل‌سازی سازه، مبتنی بر ترکیبی از تئوری پوسته ساندرز و روش اجزای محدود استاندارد انجام شد. تئوری پیستون مرتبه اول به‌منظور استخراج ماتریس‌های سختی و میرایی آیرودینامیک کوپل شده با تغییر شکل‌های الاستیک سازه به کار گرفته شد. سیال داخلی به‌صورت متغیر پتانسیل در هر یک از گره‌های المان پوسته، مدل‌سازی و حرکت آن برحسب درجات آزادی گره در سطح مشترک سیال و سازه بیان شد. نتایج آنها نشان

همان‌طور که در شکل نشان داده شده است، حجم اشغال شده توسط سیال داخلی با Ω و سطح مشترک سازه-سیال با Σ نمایش داده شده‌اند و Γ بیانگر سطح آزاد سیال است. بردار $\{n\}$ بردار نرمال واحد در سطح مشترک است که به سمت خارج سیال اشاره می‌کند و بردار $\{g\}$ ، میدان گرانش را نشان می‌دهد که در این شکل در جهت عکس محور x است. حضور میدان گرانش و نیز حضور میدان فشار ناشی از سیال روی سطوح مشترک سازه-سیال، پیش‌تنش‌هایی را در وضعیت اولیه سیستم سازه-سیال ایجاد می‌کند.

۱-۲- فرمول بندی وردشی برای سیال داخلی

فرض می‌شود که سیال داخلی سیالی همگن، نیوتونی، غیرلزج و تراکم‌ناپذیر است. تحت چنین فرضیاتی می‌توان نشان داد که حرکت خطی سیال، غیرچرخشی است. با استفاده از خاصیت غیرچرخشی بودن حرکت سیال می‌توان میدان پتانسیل تغییر مکان φ را برای سیال داخلی تعریف کرد.

مساله مقدار مرزی توصیف‌کننده رفتار دینامیک سیال دارای سطح آزاد که توسط سازه‌ای الاستیک، در اینجا پوسته استوانه‌ای، محصور شده است، برحسب متغیرهای $\{\varphi, p_L, \{u\}\}$ به صورت ذیل بیان می‌شود [10]:

$$\{\nabla p_L\} = \rho^F \nabla^2 \varphi \{g\} - \rho^F \{\nabla \dot{\varphi}\} \quad \text{in } \Omega \quad (1)$$

$$\nabla^2 \varphi = 0 \quad \text{in } \Omega \quad (2)$$

$$p_L = 0 \quad \text{on } \Gamma \quad (3)$$

$$\{\nabla \varphi\} \cdot \{n\} = \{u\} \cdot \{n\} \quad \text{on } \Sigma \quad (4)$$

رابطه ۱، معادله اویلر (با در نظر گرفتن پیش‌تنش هیدرواستاتیک) را نشان می‌دهد. رابطه ۲، بیانگر شرط تراکم‌ناپذیری سیال و روابط ۳ و ۴ به ترتیب شرط مرزی روی سطح آزاد سیال و شرط کویلینگ در سطح مشترک سازه-سیال را نشان می‌دهند. در روابط فوق، φ پتانسیل تغییر مکان سیال، $\{u\}$ میدان تغییر مکان سازه الاستیک و p_L تغییرات فشار لاگرانژی است.

با انتگرال‌گیری از رابطه ۱، p_L به صورت زیر برحسب φ بیان می‌شود:

$$p_L = \rho^F \{g\} \cdot \{\nabla \varphi\} - \rho^F \dot{\varphi} + p_0 \quad (5)$$

که در آن p_0 ثابت انتگرال‌گیری و بیانگر میدان فشار ثابت است. به منظور دستیابی به پاسخ معادله ۲ همراه با شرایط مرزی روی سطح آزاد سیال و سطح مشترک سازه-سیال (یعنی روابط ۳ و ۴)، بایستی دو قید اقناع شوند که عبارت از قید یکتایی و قید وجود پاسخ هستند. به بیان دیگر در نظر گرفتن این قیود در کنار معادلات سیال، منجر به یک مساله خوش‌وضع برای فرکانس صفر ($\omega = 0$) می‌شود. برای تعیین φ به صورت یکتا، قیدی به صورت $\ell(\varphi) = 0$ در نظر گرفته می‌شود که برای مساله تلاطم، این قید به صورت $\ell(\varphi) = \int_{\Gamma} \varphi \, d\Gamma = 0$ انتخاب می‌شود (بدان معنا که مقدار متوسط φ روی سطح آزاد صفر فرض می‌شود). قید دیگر، قید وجود پاسخ است که به آن اصطلاحاً شرط سازگاری می‌گویند و با استفاده از قضیه دیورژانس به صورت زیر بیان می‌شود:

$$\int_{\Sigma} \{u\} \cdot \{n\} \, d\Sigma + \int_{\Gamma} \{\nabla \varphi\} \cdot \{i_x\} \, d\Sigma = 0 \quad (6)$$

این شرط به عنوان شرط بقای حجم (جرم) برای سیال، وقتی که سیال از طریق مرزهایش در معرض تغییر شکل قرار می‌گیرد، تفسیر می‌شود. مقدار p_0 با استفاده از شرط سازگاری به صورت زیر تعیین می‌شود [10]:

$$p_0 = -\frac{\rho^F g}{|\Gamma|} \int_{\Sigma} \{u\} \cdot \{n\} \, d\Sigma \quad (7)$$

داد که نادیده گرفتن اثر تلاطم سیال منجر به پیش‌بینی دست‌بالا مرز فلاتر می‌شود.

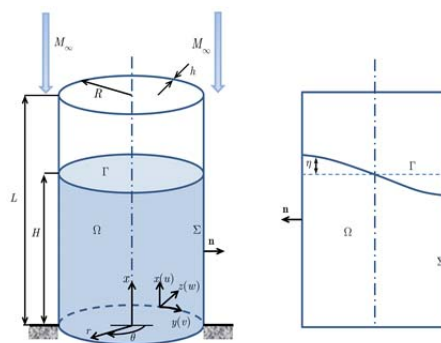
ظریفیای و همکاران [16] با به کارگیری مدلی دقیق و سطح بالا برای نمایش سیال داخلی، اثر تلاطم سیال داخلی روی مشخصه‌های فلاتر فراصوت پوسته استوانه‌ای را بررسی و بازبینی مجدد کردند. برخلاف یافته‌های صبری و لاکیس [15]، آنها دریافتند که اولاً تلاطم سیال داخلی، اثر ناچیزی روی مرز فلاتر پوسته استوانه‌ای دارد و ثانیاً با در نظر گرفتن اثر تلاطم سیال داخلی مرز فلاتر اندکی دست‌بالا پیش‌بینی می‌شود. در ادامه کار قبلی، یعنی مرجع [16]، قصد داریم در پژوهش حاضر، اثر سیال داخلی روی مرز فلاتر پوسته استوانه‌ای را با ارایه فرمول بندی نو و جدید برای سیال داخلی، بررسی و نتایج حاصل از آن را با کار قبلی مقایسه کنیم.

تفاوت فرمول بندی ارایه شده در اینجا با فرمول بندی استفاده شده در کار قبلی [16] این است که در کار حاضر، معادلات حاکم بر حرکت سیال داخلی تنها برحسب متغیر پتانسیل تغییر مکان سیال (φ) بیان شده‌اند. در حالی که در کار قبلی از فرمول بندی مبتنی بر متغیرهای پتانسیل تغییر مکان (φ) و ارتفاع نسبت به سطح آزاد سیال (η) برای مدل سازی سیال داخلی استفاده شد، چرا که در آنجا هدف استخراج فرمول بندی متقارن برای مساله اندرکنش سازه-سیال بود.

همچنین در فرمول بندی حاضر، میدان فشار ثابت نشان داده شده با متغیر p_0 ، با انتخاب شرط یکتایی مناسب روی φ و اقناع شرط سازگاری تعیین می‌شود، در حالی که در کار قبلی [16]، p_0 به عنوان مجهول در نظر گرفته شده بود. بنابراین در کار حاضر، فرمول بندی سیستم سازه-سیال کویل تنها برحسب میدان پتانسیل تغییر مکان سیال (φ) و میدان تغییر مکان سازه $\{u\}$ بیان می‌شود. از آنجایی که در فرمول بندی ($\varphi, \{u\}$) به تعداد گره‌های مش سه‌بُعدی سیال درجه آزادی φ وجود دارد، اندازه ماتریس‌های سیستم می‌تواند بسیار بزرگ باشند که برای حل این مشکل، شکل دیگری از فرمول بندی که به آن فرمول بندی فشرده گفته می‌شود با استفاده از عملیات جبر ماتریسی استخراج و ارایه شده است که این امکان را می‌دهد اندرکنش سیستم سازه-سیال کویل تنها برحسب درجات آزادی سطح آزاد سیال و درجات آزادی پوسته استوانه‌ای فرمول بندی شود.

۲- معادلات حاکم بر سیستم کویل سازه-سیال

شماتیک سیستم سازه-سیال شامل پوسته استوانه‌ای به طول L ، شعاع R و ضخامت h که تا ارتفاع H با سیال آب پُر شده، در شکل ۱ نشان داده شده است. سطح بیرونی پوسته در معرض جریان هوای فراصوت محوری قرار دارد.



شکل ۱) شماتیک سیستم کویل سازه-سیال

وردش انرژی پتانسیل الاستیک پوسته استوانه‌ای $(\delta\Pi^E)$ ، مبتنی بر تئوری پوسته نازک ساندروز به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$\delta\Pi^E = \int_A (\{N\}^T \{\delta\varepsilon_0\} + \{M\}^T \{\delta\kappa\}) dA \quad (۱۳)$$

که در آن بردارهای $\{N\}$ و $\{M\}$ بیانگر منته‌های تنش هستند. وردش انرژی پتانسیل ناشی از حضور پیش‌تنش‌ها در وضعیت اولیه پوسته استوانه‌ای به صورت زیر نمایش داده می‌شود:

$$\delta\Pi^I = \int_A (N_x^I \delta\varepsilon_{x0}^{NL} + N_y^I \delta\varepsilon_{y0}^{NL}) dA \quad (۱۴)$$

در رابطه ۱۴، ε_{x0}^{NL} و ε_{y0}^{NL} عبارات‌های غیرخطی روابط کرنش-تغییر مکان را نشان می‌دهند که براساس تئوری پوسته غیرخطی ساندروز حاصل می‌شوند. منته‌های تنش عبارت از $N_x^I = -P_x/2\pi R$ و $N_y^I = (P_m + P_{ref})R$ که در آن P_{ref} بیانگر فشار هیدرواستاتیک سیال بوده و برابر با $-\rho^F g(x - H)$ است. کار مجازی انجام‌شده توسط فشار سیال داخلی در سطح مشترک سازه-سیال (δW_{nc}^F) ، به صورت زیر حاصل می‌شود:

$$\delta W_{nc}^F = \int_{\Sigma} ((\rho^F \{g\} \cdot \{u\} - \rho^F \dot{\varphi} + p_0) \{n\}) \cdot \{\delta u\} d\Sigma \quad (۱۵)$$

که در آن $\{n_1\}$ دوران بردار نرمال $\{n\}$ در سطح مشترک سازه-سیال را نشان می‌دهد.

در کار حاضر، بارگذاری فشار آیرودینامیک با استفاده از تئوری پیستون شبیه‌سازی شده است. تئوری پیستون، تئوری شبه-پایا و دو بُعدی است و برای اعداد ماخ قرارگرفته در بازه $5 < M_{\infty} < \sqrt{2}$ معتبر و قابل استفاده است. کار مجازی انجام‌شده توسط فشار سیال خارجی در سطح مشترک سازه-سیال (δW_{nc}^A) به صورت زیر نمایش داده می‌شود:

$$\delta W_{nc}^A = \int_A p_a \{n\} \cdot \{\delta u\} dA \quad (۱۶)$$

که در آن بارگذاری فشار آیرودینامیک با استفاده از تئوری پیستون مرتبه اول و با در نظر گرفتن عبارت تصحیح انحنا به صورت زیر بیان می‌شود:

$$p_a = -\frac{\gamma p_{\infty} M_{\infty}^2}{(M_{\infty}^2 - 1)^{\frac{1}{2}}} \times \left\{ w + \frac{M_{\infty}^2 - 2}{(M_{\infty}^2 - 1) M_{\infty} a_{\infty}} \frac{\partial w}{\partial t} - \frac{w}{2R(M_{\infty}^2 - 1)^{1/2}} \right\} \quad (۱۷)$$

که در آن p_{∞} ، a_{∞} و γ به ترتیب بیانگر فشار استاتیک جریان آزاد، سرعت صوت و توان آدیاباتیک هوا است. در رابطه ۱۷ عبارت آخر بیانگر عبارت تصحیح انحنا است.

با جای‌گذاری روابط ۱۶-۱۷ در رابطه ۱۱ و انجام عملیات ریاضی ضروری، فرمول‌بندی وردشی سازه به صورت عبارت ذیل حاصل می‌شود:

$$\mathcal{K}_E(\{u\}, \{\delta u\}) + \mathcal{K}_G(\{u\}, \{\delta u\}) + \mathcal{K}_B(\{u\}, \{\delta u\}) + \mathcal{K}_{\Sigma}(\{u\}, \{\delta u\}) + \mathcal{M}(\{\ddot{u}\}, \{\delta u\}) + \mathcal{H}(\varphi, \{\delta u\}) + \mathcal{K}_A(\{u\}, \{\delta u\}) + \mathcal{C}_A(\{\dot{u}\}, \{\delta u\}) = 0 \quad (۱۸)$$

که در آن:

در حالت استاتیک، رابطه ۷، میدان فشار ثابت القاشده ناشی از هر نوع حرکت اینترفیس (سطح مشترک سازه-سیال) را نتیجه می‌دهد. با استفاده از رابطه ۷، شرط مرزی روی سطح آزاد به صورت زیر بازنویسی می‌شود:

$$\{\nabla\varphi\} \cdot \{i_x\} = -\frac{\dot{\varphi}}{g} - \frac{1}{|\Gamma|} \int_{\Sigma} \{u\} \cdot \{n\} d\Sigma \quad \text{on } \Gamma \quad (۸)$$

فرمول‌بندی وردشی متناظر با روابط ۲، ۴ و ۸ به صورت زیر نوشته می‌شود که در آن \mathbb{C}_{φ}^* بیانگر فضای جواب φ متعلق به \mathbb{C}_{φ} است و شرط $\int_{\Gamma} \varphi d\Gamma = 0$ را اقعان می‌کند:

$$\exists \varphi \in \mathbb{C}_{\varphi}^* \text{ such that } \forall \delta\varphi \in \mathbb{C}_{\varphi}, \mathcal{F}(\varphi, \delta\varphi) + \mathcal{S}(\dot{\varphi}, \delta\varphi) = \mathcal{H}(\delta\varphi, \{u\}) \quad (۹)$$

که در آن:

$$\mathcal{F}(\varphi, \delta\varphi) = \rho^F \int_{\Omega} \{\nabla\varphi\} \cdot \{\nabla\delta\varphi\} d\Omega$$

$$\mathcal{S}(\dot{\varphi}, \delta\varphi) = \frac{\rho^F}{g} \int_{\Gamma} \dot{\varphi} \delta\varphi d\Gamma \quad (۱۰)$$

$$\mathcal{H}(\delta\varphi, \{u\}) = \rho^F \int_{\Sigma} \{u\} \cdot \{n\} \delta\varphi d\Sigma$$

در رابطه ۹، عملگرهای \mathcal{F} و \mathcal{S} به ترتیب انرژی‌های جنبشی و پتانسیل گرانشی سیال را نشان می‌دهند. کوپلینگ سیال با تغییر شکل سازه‌ای $\{u\}$ توسط عملگر \mathcal{H} نمایش داده شده است.

۲-۲- فرمول‌بندی وردشی برای سازه پوسته استوانه‌ای

فرض می‌شود که پوسته استوانه‌ای نازک بوده، بدان معنا که $h/R < 1/20$ ، همان‌طور که در شکل ۱ نشان داده شده است، تغییر مکان نقطه‌ای دلخواه روی سطح میانی پوسته و دارای مختصات (x, y) به ترتیب توسط w و v, u در جهات محوری، محیطی و شعاعی نشان داده شده است. مختصات مماسی پوسته (x, y) هستند که در آن $y = R\theta$ و x و y مختصه عمود بر سطح میانی پوسته با z نمایش داده شده است (جهت مثبت آن به سمت خارج است). فرض می‌شود که جنس پوسته از ماده‌ای همگن و همسان‌گرد بوده که دارای رفتاری خطی است. تئوری پوسته استفاده‌شده، تئوری پوسته ساندروز بوده که مبتنی بر فرضیات تقریب مرتبه اول لاو است. این فرضیات به صورت زیر هستند:

- ۱- ضخامت پوسته در مقایسه با شعاع انحنا پوسته خیلی کوچک است.

۲- کرنش‌ها کوچک هستند.

۳- تنش نرمال عرضی کوچک و ناچیز است.

۴- فرضیات سینماتیک لاو-کیرشهف که در آن فرض می‌شود که عمود بر سطح مرجع تغییر شکل نیافته است، بعد از تغییر شکل، عمود و مستقیم (صاف) باقی می‌ماند.

معادلات حاکم بر سازه پوسته استوانه‌ای قرارگرفته در معرض جریان هوای فراصوت و تحت اثر فشار سیال داخلی با استفاده از اصل همپلتون بیان‌شده به صورت زیر استخراج خواهد شد:

$$\int_{t_1}^{t_2} (\delta T - \delta\Pi^E - \delta\Pi^I + \delta W_{nc}^F + \delta W_{nc}^A) dt = 0 \quad (۱۱)$$

در آن δT وردش انرژی جنبشی پوسته استوانه‌ای است که به صورت زیر نمایش داده می‌شود:

$$\delta T = - \int_A (\rho^S h \{\ddot{u}\} \cdot \{\delta u\}) dA \quad (۱۲)$$

گره‌های مش سه‌بندی سیال، درجه آزادی φ وجود دارد. با انجام عملیات جبر ماتریسی می‌توان رابطه مذکور را به‌گونه‌ای بازنویسی کرد که فقط شامل درجات آزادی سطح آزاد سیال و درجات آزادی پوسته باشد. در این راستا، بردار $\{\varphi\}$ به‌صورت زیر دسته‌بندی می‌شود:

$$\{\varphi\} = \left[\{\varphi_f\}^T, \{\varphi_i\}^T, \{\varphi_r\}^T \right]^T \quad (21)$$

که در آن بردارهای $\{\varphi_f\}$ ، $\{\varphi_i\}$ و $\{\varphi_r\}$ به‌ترتیب مقادیر متناظر با درجه آزادی گره‌هایی که به مرز Γ (سطح آزاد سیال)، مرز Σ (سطح مشترک سازه و سیال) و مرز $\Omega \setminus (\Gamma \cup \Sigma)$ تعلق دارند را نشان می‌دهند. با انجام عملیات جبری و حذف بردارهای $\{\varphi_i\}$ و $\{\varphi_r\}$ می‌توان به‌آسانی نشان داد که رابطه ۱۹ به رابطه زیر تبدیل می‌شود:

$$\begin{bmatrix} [K] + [K_A] & [0] \\ -[H]^T & [F] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \{q\} \\ \{\varphi_f\} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} [C_A] & [0] \\ [0] & [0] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \{\dot{q}\} \\ \{\dot{\varphi}_f\} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} [M] + [\bar{M}] & [H] \\ [0] & [\bar{S}] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \{\ddot{q}\} \\ \{\ddot{\varphi}_f\} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \{0\} \\ \{0\} \end{Bmatrix} \quad (22)$$

که در آن:

$$\begin{aligned} [\bar{F}] &= [A_*] - [D_*][B_*]^{-1}[D_*]^T \\ [\bar{M}] &= [H_i][B_*]^{-1}[H_i]^T \\ [\bar{H}] &= [H_f] - [H_i][B_*]^{-1}[D_*]^T \\ [\bar{S}] &= [S_{ff}] \end{aligned} \quad (23)$$

جایی که در آن ماتریس‌های $[A_*]$ ، $[B_*]$ و $[D_*]$ به‌صورت زیر تعریف می‌شوند:

$$\begin{aligned} [A_*] &= [F_{ff}] - [F_{fr}][F_{rr}]^{-1}[F_{fr}]^T \\ [B_*] &= [F_{ii}] - [F_{ir}][F_{rr}]^{-1}[F_{ir}]^T \\ [D_*] &= [F_{fi}] - [F_{fr}][F_{rr}]^{-1}[F_{ir}]^T \end{aligned} \quad (24)$$

با معرفی بردار $\{d\} = \left[\{q\}^T, \{\varphi_f\}^T \right]^T$ فرم فشرده و ماتریسی رابطه (۲۲) به‌صورت زیر نمایش داده می‌شود:

$$[\hat{K}]\{d\} + [\hat{C}]\{\dot{d}\} + [\hat{M}]\{\ddot{d}\} = \{0\} \quad (25)$$

که در آن:

$$\begin{aligned} [\hat{K}] &= \begin{bmatrix} [K] + [K_A] & [0] \\ -[H]^T & [F] \end{bmatrix}, \\ [\hat{C}] &= \begin{bmatrix} [C_A] & [0] \\ [0] & [0] \end{bmatrix}, \\ [\hat{M}] &= \begin{bmatrix} [M] + [\bar{M}] & [H] \\ [0] & [\bar{S}] \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (26)$$

تحلیل فلاتر سیستم کوپل سازه-سیال توصیف شده با رابطه ۲۲ در حوزه فرکانس با استفاده از روش p می‌تواند انجام شود. در این راستا، شکل فضای حالت رابطه ۲۵ به‌صورت زیر نمایش داده می‌شود:

$$[\hat{R}]\{x\} + [\hat{S}]\{\dot{x}\} = \{0\} \quad (27)$$

که در آن $\{x\}$ بردار حالت و ماتریس‌های $[\hat{R}]$ و $[\hat{S}]$ به‌صورت زیر تعریف می‌شوند:

$$[\hat{R}] = - \begin{bmatrix} [0] & [I] \\ [\hat{K}] & [\hat{C}] \end{bmatrix}, [\hat{S}] = \begin{bmatrix} -[I] & [0] \\ [0] & [\hat{M}] \end{bmatrix} \quad (28)$$

با فرض $\{x\} = \{\psi\} \exp(\Lambda t)$ ، رابطه (۲۷) می‌تواند به یک مساله مقدار ویژه عام به‌شکل زیر تبدیل شود:

$$\left[[\hat{R}] - \Lambda [\hat{S}] \right] \{\psi\} = \{0\} \quad (29)$$

که در آن Λ مقدار ویژه بوده که تابعی از فشار استاتیکی جریان آزاد p_∞ است. برای $p_\infty \neq 0$ ، به‌طور کلی مختلط است؛ یعنی

$$\mathcal{K}_E(\{u\}, \{\delta u\}) = \int_A \{S\} \cdot \{\delta \varepsilon^L\} dA$$

$$\mathcal{K}_G(\{u\}, \{\delta u\}) = \int_A \{\bar{S}\} \cdot \{\delta \varepsilon^{NL}\} dA$$

$$\mathcal{K}_B(\{u\}, \{\delta u\}) = \frac{\rho^F g}{|\Gamma|} \left(\int_\Sigma \{u\} \cdot \{n\} d\Sigma \right) \times \left(\int_\Sigma \{n\} \cdot \{\delta u\} d\Sigma \right)$$

$$\mathcal{K}_\Sigma(\{u\}, \{\delta u\}) =$$

$$\rho^F g \left(\underbrace{\int_\Sigma u \{n\} \cdot \{\delta u\} d\Sigma}_{(1)} + \underbrace{\int_\Sigma (x - H) \{n_1\} \cdot \{\delta u\} d\Sigma}_{(2)} \right)$$

$$\mathcal{M}(\{\ddot{u}\}, \{\delta u\}) = \int_A \rho^S h \{\ddot{u}\} \cdot \{\delta u\} dA$$

$$\mathcal{H}(\varphi, \{\delta u\}) = \rho^F \int_\Sigma \varphi \{\delta u\} \cdot \{n\} d\Sigma$$

$$\mathcal{K}_A(\{u\}, \{\delta u\}) = \frac{\gamma p_\infty M_\infty^2}{\beta} \int_\Sigma \left(w_{,x} - \frac{w}{2\beta R} \right) \{n\} \cdot \{\delta u\} d\Sigma$$

$$\mathcal{C}_A(\{\dot{u}\}, \{\delta u\}) = \frac{\gamma p_\infty M_\infty (\beta^2 - 1)}{\beta^3 a_\infty} \times \int_\Sigma w_{,t} \{n\} \cdot \{\delta u\} d\Sigma \quad (19)$$

که در آن \mathcal{K}_E بیانگر شکل دوخطی مثبت-معین متقارن متناظر با سختی الاستیک سازه، \mathcal{K}_G شکل دوخطی متقارن نشان‌دهنده سختی هندسی ناشی از حضور پیش‌تنش‌ها در وضعیت اولیه، \mathcal{K}_B شکل دوخطی مثبت-معین متقارن متناظر با اثر شبه-استاتیکی سیال به‌واسطه حضور میدان فشار ثابت p_0 ، عبارت شماره ۱ عملگر \mathcal{K}_Σ مربوط به اثر پیش‌تنش هیدرواستاتیک در سیال است و عبارت شماره ۲ عملگر \mathcal{K}_Σ اثر نیروی دنبالگر فشار هیدرواستاتیک سیال روی سطح مشترک سازه-سیال را نشان می‌دهد. \mathcal{M} نشان‌دهنده شکل دوخطی مثبت-معین متقارن متناظر با ایرسی سازه، \mathcal{H} بیانگر کوپلینگ در سطح مشترک سازه-سیال، \mathcal{K}_A شکل دوخطی نامتقارن مربوط به سختی آیرودینامیک و \mathcal{C}_A شکل دوخطی متقارن مربوط به میرایی آیرودینامیک را نشان می‌دهند.

۳- گسسته‌سازی روابط حاکم بر سیستم سازه-سیال کوپل

به‌منظور گسسته‌سازی معادلات سیستم سازه-سیال کوپل بیان شده توسط روابط ۹ و ۱۸، از روش اجزای محدود استفاده شده است. گسسته‌سازی معادلات سیستم، فرمول‌بندی ذیل را می‌دهد:

$$\begin{bmatrix} [K] + [K_A] & [0] \\ -[H]^T & [F] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \{q\} \\ \{\varphi\} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} [C_A] & [0] \\ [0] & [0] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \{\dot{q}\} \\ \{\dot{\varphi}\} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} [M] & [H] \\ [0] & [S] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \{\ddot{q}\} \\ \{\ddot{\varphi}\} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \{0\} \\ \{0\} \end{Bmatrix} \quad (19)$$

که در آن

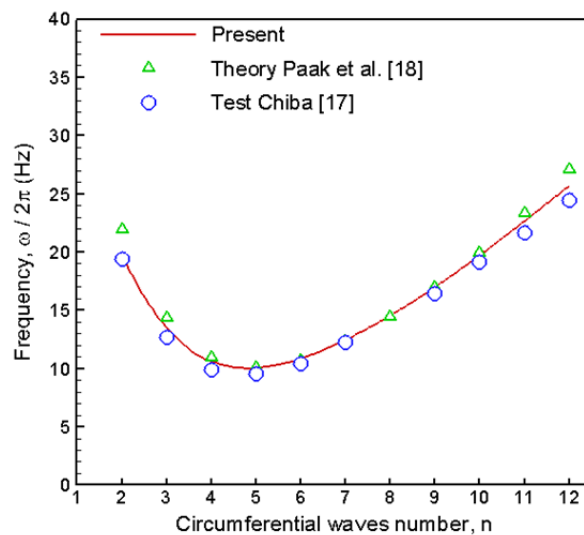
$$[K] = [K_E] + [K_G] + [K_B] + [K_\Sigma] \quad (20)$$

مهم‌ترین ایراد فرمول‌بندی ارائه‌شده توسط رابطه ۱۹ این است که اندازه ماتریس‌های سیستم می‌تواند بسیار بزرگ باشد، زیرا به تعداد

همان‌طور که در نمودار ۱ نشان داده شده است، برای پوسته استوانه‌ای پُر شده تا ۷۵٪ ارتفاع، نتایج حاضر همخوانی و تطابق خیلی خوبی با داده‌های تجربی دارد (حداقل در مقایسه با کار پاک و همکاران [18]) که از تئوری پوسته نازک فلوجه برای مدل‌سازی سازه و برای نمایش سیال از تئوری جریان پتانسیل خطی شده استفاده کردند). ذکر این نکته حایز اهمیت است که نتایج ارائه شده در نمودار ۱ با در نظر گرفتن ماتریس سختی هندسی به واسطه فشار هیدرواستاتیک سیال محاسبه شده‌اند.

جدول ۲) مقادیر پارامترهای هندسی و مادی پوسته استوانه‌ای یک‌سرگردار

مقدار	نماد	کمیت (واحد)
۲۴۰	R	شعاع استوانه (میلی‌متر)
۰.۲۵۴	h	ضخامت پوسته (میلی‌متر)
۴۸۰	L	طول استوانه (میلی‌متر)
۴.۶۵	E	مدول یانگ (گیگاپاسکال)
۰.۳۸	ν	نسبت پواسون
۱۴۰۰	ρ^S	چگالی سازه (کیلوگرم بر متر مکعب)
۱۰۰۰	ρ^F	چگالی سیال (کیلوگرم بر متر مربع)
۹.۸۱	g	شتاب گرانش (متر بر مجذور ثانیه)



نمودار ۱) گراف تغییرات فرکانس طبیعی برحسب تعداد موج محیطی برای پوسته استوانه‌ای پُر شده تا ۷۵٪ ارتفاع

اعتبارسنجی و صحت‌گذاری انجام شده از طریق مثال کاربردی اشاره شده در بالا نشان می‌دهد که علاوه بر ماتریس‌های سختی و جرم پوسته استوانه‌ای ($[M]$ و $[K]$)، ماتریس‌های مربوط به سیال داخلی یعنی ماتریس‌های $[F]$ ، $[S]$ و $[M]$ و نیز ماتریس کوپلینگ یعنی $[H]$ ، به درستی استخراج شده‌اند. در واقع، این مثال کاربردی نشان می‌دهد که فرمول‌بندی اندرکنش سازه-سیال پیشنهاد شده به درستی کار می‌کند.

۲-۴- اثر سیال داخلی روی مرز فلاتر پوسته استوانه‌ای

نمودار ۲، تغییرات مقدار بحرانی فشار استاتیک جریان آزاد (p_{∞}^{cr}) برحسب نسبت پُرشدگی (H/L) را نشان می‌دهد. همان‌طور که مشاهده می‌شود، هنگامی که نسبت پُرشدگی از صفر تا ۰/۵ افزایش می‌یابد، مقدار بحرانی p_{∞}^{cr} به طور قابل توجهی افزایش می‌یابد و سپس وقتی نسبت پُرشدگی بیشتر افزایش می‌یابد، کاهش پیدا می‌کند و تقریباً به مقدار بحرانی پوسته استوانه‌ای خالی در نسبت پُرشدگی یک می‌رسد. ذکر این نکته حایز اهمیت است که نتایج

$\Lambda = \text{Re}(\Lambda) + i\text{Im}(\Lambda)$ پایداری آیروالاستیک با مطالعه مقادیر ویژه در صفحه مختلط بررسی می‌شود. هنگامی که بخش حقیقی مقدار ویژه $\text{Re}(\Lambda)$ مثبت می‌شود، دامنه ارتعاشات پوسته به طور نمایی با زمان رشد می‌کند که ناپایداری آیروالاستیک را نشان می‌دهد. مرز فلاتر به طور عددی با دنبال کردن تغییرات مقدار ویژه با فشار استاتیک جریان آزاد حاصل می‌شود. وقتی که علامت بخش حقیقی مقدار ویژه که به عنوان میرایی سیستم آیروالاستیک شناخته می‌شود، از منفی به مثبت تغییر علامت بدهد، شروع فلاتر است. در این نقطه، بخش موهومی مقدار ویژه $\text{Im}(\Lambda)$ فرکانس فلاتر را نشان می‌دهد.

۴- نتایج و بحث

۴-۱- آزمون همگرایی

در تحلیل‌های مبتنی بر روش اجزای محدود به منظور اطمینان از اینکه نتایج حاصل، مستقل از شبکه هستند، حتماً باید آزمون همگرایی انجام شود. در این راستا تغییرات فرکانس طبیعی موده‌های مشارکت‌کننده در فلاتر و نیز فشار استاتیک بحرانی جریان آزاد با تعداد المان به عنوان شاخص برای آزمون همگرایی استفاده شده است. همان‌طور که از نتایج جدول ۱ مشاهده می‌شود، برای فلاتر پوسته استوانه‌ای نتایج همگرا شده با در نظر گرفتن دقت و کارایی $n_x = 8$ و $n_y = 88$ حاصل می‌شود که در آن تعداد المان در راستای محوری و n_y تعداد المان در راستای محیطی را نشان می‌دهد.

همچنین در مورد نحوه تخصیص مش باید به این نکته اشاره داشت که در کار حاضر به اصطلاح از درجه‌بندی شبکه استفاده شده است. بدین معنی که برای نواحی نزدیک سطح آزاد سیال و نیز نواحی نزدیک شرایط مرزی مساله مش‌ها، ریزتر انتخاب شده‌اند.

جدول ۱) آزمون همگرایی برای فلاتر فراصوت پوسته استوانه‌ای

تعداد المان‌ها	p_{∞}^{cr}	ω_1 (Hz)	ω_2 (Hz)
$n_x=8, n_y=80$	۳۸۵۰	۲۷۷/۷	۲۸۴/۵
$n_x=8, n_y=88$	۳۸۰۰	۲۷۳/۹۶	۲۸۰/۸۸
$n_x=8, n_y=100$	۳۷۷۰	۲۷۰/۷	۲۷۷/۷
$n_x=8, n_y=112$	۳۷۵۰	۲۶۸/۹۵	۲۷۵/۹۵

n_x تعداد المان در راستای محوری و n_y تعداد المان در راستای محیطی است.

۴-۲- اعتبارسنجی

همان‌طور که اشاره شد، تفاوت اصلی فرمول‌بندی حاضر با فرمول‌بندی استفاده شده در مرجع [16] در نحوه نمایش و مدل‌سازی سیال داخلی است یا به عبارت دیگر، مدل سازه‌ای پوسته استوانه‌ای و مدل آیرودینامیک جریان سیال خارجی در هر دو کار مشابه و یکسان هستند. بنابراین تنها کافی است تا آن بخش از فرمول‌بندی که مربوط به سیال داخلی و اثر جرم افزوده آن است، مورد راستی‌آزمایی قرار گیرد. برای اعتبارسنجی سایر بخش‌های فرمول‌بندی می‌توان به مرجع [16] رجوع کرد.

در این راستا، تغییرات فرکانس‌های طبیعی با تعداد موج‌های محیطی (n) برای پوسته استوانه‌ای پُر شده تا ۷۵٪ ارتفاع، استفاده شده توسط چیبا [17] در مطالعه تجربی‌اش، در نمودار ۱ نشان داده شده است. نتایج حاصل براساس فرمول‌بندی پیشنهادی با نتایج نظری و داده‌های تجربی مقایسه شده است که به ترتیب توسط پاک و همکاران [18] و چیبا [17] ارائه شده‌اند. طبق مطالعه چیبا [19] مقادیر خواص مادی و پارامترهای هندسی پوسته استوانه‌ای با شرایط مرزی یک‌سرگردار در جدول ۲ آمده است.

۶- پی‌نوشت

علامت

$\{g\}$	میدان گرانش، $\{g\} = -g\{i_x\}$
$\{n\}$	بردار نرمال به سمت خارج سیال
$\{n_1\}$	تغییرات بردار نرمال $\{n\}$
P_{ref}	فشار هیدرواستاتیک در سیال
P_m	فشار جانبی پوسته استوانه‌ای
P_x	بار محوری
$\{S\}$	بردار متجه‌های تنش و گشتاور
$\{u\}$	میدان تغییر مکان سازه، $\{u\} = [u, v, w]^T$

علامت یونانی

ζ_φ	فضای جواب‌های قابل قبول برای سیال
Γ	سطح آزاد سیال
φ	میدان پتانسیل تغییر مکان سیال
Σ	سطح مشترک سازه-سیال
Ω	حجم اشغال شده توسط سیال
ϵ_0	بردار کرنش خطی سطح مرجع
$\{K\}$	تغییرات در بردار انحنا و پیچش

بالانویس‌ها

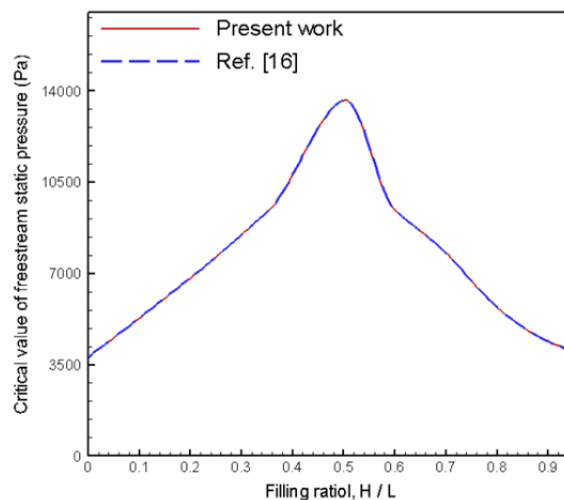
E	الاستیک
F	سیال
I	تنش اولیه
NL	غیرخطی
S	سازه (پوسته)

زیرنویس‌ها

A	آیرودینامیک
-----	-------------

منابع

- 1- Chiba M, Yamaki N, Tani J. Free vibration of a clamped-free circular cylindrical shell partially filled with liquid-Part II: Numerical results. *Thin Walled Structures*. 1984;2(4):307-324.
- 2- González JA, Park KC, Lee I, Felippa CA, Ohayon R. Partitioned vibration analysis of internal fluid-structure interaction problems. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*. 2012;92(3):268-300.
- 3- Schotté JS, Ohayon R. Incompressible hydroelastic vibrations: Finite element modelling of the elastogravity operator. *Computers and Structures*. 2005;83(2-3):209-219.
- 4- Chiba M, Yamaki N, Tani J. Free vibration of a clamped-free circular cylindrical shell partially filled with liquid-Part I: Theoretical analysis. *Thin Walled Structures*. 1984;2(3):265-284.
- 5- Chiba M, Yamaki N, Tani J. Free vibration of a clamped-free circular cylindrical shell partially filled with liquid-part III: Experimental results. *Thin Walled Structures*. 1985;3(1):1-14.
- 6- Amabili M, Paidoussis MP, Lakis AA. Vibrations of partially filled cylindrical tanks with ring-stiffeners and flexible bottom. *Journal of Sound and Vibration*. 1998;213(2):259-299.
- 7- Dowell EH. *Aeroelasticity of plates and shells*. Leiden: Noordhoff International Publishing; 1975.
- 8- Fung YC, Olson MD. Supersonic flutter of circular cylindrical shells subjected to internal pressure and axial compression. *AIAA Journal*. 1966;4(5):858-864.
- 9- Morand HJP, Ohayon R. *Fluid-structure interaction: Applied numerical methods*. Hoboken: Wiley; 1995.
- 10- Schotté JS, Ohayon R. Various modelling levels to represent internal liquid behaviour in the vibration



نمودار ۲) تغییرات مقدار بحرانی فشار استاتیک جریان آزاد با نسبت پُرشدگی

۵- جمع‌بندی و نتیجه‌گیری

اثر سیال داخلی روی فلاتر خطی پوسته استوانه‌ای قرار گرفته در معرض جریان هوای فراصوت با معرفی فرمول بندی سازه-سیال نو و جدیدی بررسی شد. فرمول بندی دارای این ویژگی بود که اندرکنش سازه-سیال، تنها با استفاده از درجات آزادی سطح آزاد سیال و درجات آزادی پوسته استوانه‌ای فرمول بندی شد. در این راستا، مدل اندرکنش سازه-سیال محاسباتی در چهارچوب روش اجزای محدود توسعه داده شد. تلاطم سیال داخلی از طریق یک مدل دقیق و سطح بالا، شناخته شده به عنوان مدل تلاطم سیال، نمایش داده شد. سازه پوسته استوانه‌ای به وسیله تئوری پوسته ساندرز مدل سازی شد. بارگذاری فشار آیرودینامیک با تئوری پیستون مرتبه اول تقریب زده شد. همچنین سختی هندسی اولیه ناشی از پیش‌تنش‌ها در وضعیت اولیه منتج شده از فشار هیدرواستاتیک سیال، فشار جانبی و بار فشاری محوری در نظر گرفته شد. صحت و درستی فرمول بندی پیشنهادی از طریق مقایسه نتایج حاصل با داده‌های تجربی و نتایج نیمه تحلیلی موجود اثبات شد. نتایج نشان داد که با افزایش ارتفاع سیال، سرعت فلاتر نیز افزایش می‌یابد و تقریباً در نسبت پُرشدگی ۰/۵ به مقدار ماکزیمم خود می‌رسد. سپس با افزایش بیشتر ارتفاع سیال داخل مخزن، سرعت فلاتر کاهش می‌یابد، به طوری که سرعت فلاتر در نسبت پُرشدگی یک، تقریباً برابر با سرعت فلاتر پوسته استوانه‌ای خالی می‌شود.

تشکر و قدردانی: موردی از سوی نویسندگان ذکر نشده است.

تأییدیه اخلاقی: موردی از سوی نویسندگان ذکر نشده است.

تعارض منافع: مقاله حاضر هیچ گونه تعارض منافعی با سازمان‌ها و اشخاص دیگر ندارد.

سهم نویسندگان: پوریا ظریفیان (نویسنده اول)، نگارنده مقدمه/پژوهشگر اصلی/تحلیلگر آماری/نگارنده بحث (۵۰٪)؛ حمیدرضا اوپسی (نویسنده دوم)، روش‌شناس/پژوهشگر اصلی/نگارنده بحث (۴۰٪)؛ روح‌اله دهقانی فیروزآبادی (نویسنده سوم)، پژوهشگر کمکی (۱۰٪)

منابع مالی: از طریق بودجه دانشجویان دکتری دانشگاه صنعتی

- prediction of liquid-filled circular cylindrical shell. *Journal of Aircraft*. 2011;48(6):1829-1839.
- 16- Zarifian P, Ovesy HR, Firouz-Abadi RD. Sloshing effects on supersonic flutter characteristics of a circular cylindrical shell partially filled with liquid. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*. 2019;117(8):901-925.
- 17- Chiba M. Non-linear hydroelastic vibration of a cantilever cylindrical tank-II. Experiment (liquid-filled case). *International Journal of Non Linear Mechanics*. 1993;28(5):601-612.
- 18- Paak M, Paidoussis MP, Misra AK. Nonlinear vibrations of cantilevered circular cylindrical shells in contact with quiescent fluid. *Journal of Fluids and Structures*. 2014;49:283-302.
- 19- Chiba M. Non-linear hydroelastic vibration of a cantilever cylindrical tank-I. Experiment (empty case). *International Journal of Non Linear Mechanics*. 1993;28(5):591-599.
- analysis of complex structures. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*. 2009;198(21-26):1913-1925.
- 11- Firouz-Abadi RD, Zarifian P, Haddadpour H. Effect of fuel sloshing in the external tank on the flutter of subsonic wings. *Journal of Aerospace Engineering*. 2014;27(5):04014021.
- 12- Farhat C, Chiu EK, Amsallem D, Schotté JS, Ohayon R. Modeling of fuel sloshing and its physical effects on flutter. *AIAA journal*. 2013;51(9):2252-2265.
- 13- Noorian MA, Haddadpour H, Firouz-Abadi RD. Investigation of panel flutter under the effect of liquid sloshing. *Journal of Aerospace Engineering*. 2015;28(2):04014059.
- 14- Hall J, Rendall TCS, Allen CB, Peel H. A multi-physics computational model of fuel sloshing effects on aeroelastic behaviour. *Journal of Fluids and Structures*. 2015;56:11-32.
- 15- Sabri F, Lakis AA. Effects of sloshing on flutter