



## مدل سازی دینامیکی رفتار گذرای موتور توربوجت به ازای تغییرات دبی سوخت

جواد خدائی مهر<sup>1</sup>، امین خاکپور کمار سفلای<sup>1</sup>، امید احمدی خیاوی<sup>1</sup>، محمد علی حامد<sup>2</sup>، سیما باهری اسلامی<sup>2</sup>

1- کارشناسی، مهندسی مکانیک، دانشگاه تبریز، تبریز،

2- استادیار، مهندسی مکانیک، دانشگاه تبریز، تبریز

\*ma.hamed@tabrizu.ac.ir, 5166616471, تبریز،

### اطلاعات مقاله

مقاله پژوهشی کامل

دریافت: 03 مهر 1395

پذیرش: 10 آبان 1395

ارائه در سایت: 15 دی 1395

کلید واژگان:

موتور توربوجت

رفتار گذرا

روش حجم ذخیره شده در اجزا

تغییرات دبی سوخت

تراست

### چکیده

در مطالعه‌ی حاضر، رفتار گذرای موتور توربوجت تک شفته در اثر اعمال تغییرات دبی سوخت با استفاده از مدل مرتبه‌ی چهارم غیر خطی و بر اساس معادلات دینامیک حرکت طولی هواپیما، دینامیک کمپرسور، دینامیک توربین و دینامیک دورانی روتور مورد بررسی قرار گرفته است. مدل‌سازی بر پایه‌ی زمان و ارائه‌ی وضعیت متغیرهای ترمودینامیکی در طول مدت مدل‌سازی و همچنین در دسترس قرار دادن متغیرهای ترمودینامیکی در تمامی پنج قسمت موتور، از مزیت‌های این تحقیق نسبت به مطالعات قبلی است. به علاوه استفاده از روش حجم ذخیره شده در اجزا یکی دیگر از برتری‌های این بررسی نسبت به مطالعات قبلی است. در این روش با اعمال تغییرات فشار و دما ناشی از ذخیره‌ی جرم در اجزا به مدلی بسیار دقیق‌تر دست یافته شده است. با بهره‌گیری از روش مذکور و نیز استفاده از روابط ترمودینامیکی و دینامیک گاز، معادلات کلی حاکم بر موتور به دست آمده و با شبیه‌سازی در نرم‌افزار متلب، اثر تغییرات دبی سوخت بر متغیرهای مورد نظر بررسی شده است. لازم به ذکر است که در مدل‌سازی، پرواز به صورت افقی و در ارتفاع مشخص 2500 متر در نظر گرفته شده است. تغییرات تراست موتور با زمان به عنوان کمیت مطلوب مدل‌سازی ارائه شده است. اضافه کردن تغییرات سرعت هواپیما به ورودی موتور، به عنوان کمیت مؤثر در دبی ورودی، از دیگر اقدام‌های مؤثر برای افزایش دقت مدل‌سازی بوده است. مدل‌سازی تغییرات تراست موتور بر حسب زمان امکان طراحی کنترلر مناسب را به عنوان گام بعدی تحقیق فراهم می‌کند.

## Dynamic behavior of a turbojet engine in response to fuel flow rate

Javad Khodaei-mehr, Amin Khakpour Komar Sofla, Omid Ahmadi Khiyavi, Mohammad Ali Hamed\*, Sima Baheri Islami

Department of Mechanical Engineering, University of Tabriz, Tabriz, Iran

\* P.O.B. 516661-6471 Tabriz, Iran, ma.hamed@tabrizu.ac.ir

### ARTICLE INFORMATION

Original Research Paper  
Received 24 September 2016  
Accepted 31 October 2016  
Available Online 04 January 2017

**Keywords:**  
Turbojet Engine  
Transient Behavior  
Inter-component Volume Method  
Fluctuation in Fuel Flow  
Thrust

### ABSTRACT

In the present work, the transient behavior of a single spool turbojet engine as a function of fuel flow rate is investigated using fourth order nonlinear dynamic model based on the airplane longitudinal dynamics, compressor and turbine dynamics and dynamics of rotor. Taking into account the thermodynamic variables in all five components of the engine and representing desired parameters as function of time are contributions of the paper. Moreover, inter-component volume method is used in our study which results in more accurate simulations. In this method, by adding the pressure and temperature fluctuations, caused by saved mass, a more precise model is obtained. Taking advantage of this method and using the governing thermodynamic and Gas dynamic equations, the governing dynamic equations of engine are obtained. By solving the equations in MATLAB software, the influence of the fuel flow rate on the output variables is studied. It should be mentioned that flight is considered horizontal and at a specific height of 2500 (m) during the simulation period. Engine thrust is specifically considered as the desired modeling parameter. In addition, the variation in airplane velocity, as an important parameter in the internal fuel flow rate, is added to the simulations, resulting in better accuracy. Studying the dynamic behavior of the engine thrust is a pre-requisite to the design of appropriate controllers that is the next step of this research.

### 1- مقدمه

هواپیماهای نوع جنگی همواره مورد توجه محققان بوده است. پارامتر دبی سوخت به عنوان یکی از مهم‌ترین ورودی‌ها در سیستم کنترلی هواپیما، از اهمیت بالایی برخوردار است. برقراری رابطه بین این کمیت و تراست خروجی موتور از الزامات امکان طراحی سیستم‌های کنترلی مناسب برای موتور جت و به دنبال آن کنترل پرواز هواپیما می‌باشد. در ادامه کلیاتی در مورد مدل‌های ارائه شده‌ی قبلی مورد بررسی قرار گرفته است.

ایده اولیه‌ی استفاده از اصل پیش‌رانش در مقیاس بزرگ به‌وسیله‌ی راکت‌ها به چینی‌ها در قرن سیزدهم منسوب است. با این وجود مدل‌های اولیه‌ی توربین بخار به قرن هفدهم تعلق دارد و استفاده‌ی کاربردی از آن در هوانوردی به قرن بیستم مربوط می‌شود [1]. مدل‌سازی رفتار موتورهای جت به دلیل رابطه‌ی تنگاتنگ آن با جان افراد در هواپیماهای نوع تجاری و نیز امکان افزایش مانورپذیری در

Please cite this article using:

J. Khodaei-mehr, A. Khakpour Komar Sofla, O. Ahmadi Khiyavi, M. A. Hamed, S. Baheri Islami, Dynamic behavior of a turbojet engine in response to fuel flow rate, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 17, No. 1, pp. 23-30, 2017 (in Persian)

برای ارجاع به این مقاله از عبارت ذیل استفاده نمایید:

و دبی خروجی به عنوان خروجی در نظر گرفته شده است. این تغییر باعث آسان تر شدن درک برنامه نسبت به [8] خواهد شد.

در این مطالعه با اعمال تابع پله برای دبی سوخت در زمان صفر به صورت تغییرات از 0.4 به 0.5، 0.6 و 0.7 کیلوگرم بر ثانیه، تغییرات کمیت‌های مختلف مورد بررسی قرار گرفته است. با نوشتن معادلات ترمودینامیکی پایا و غیر پایای حاکم در اجزای مختلف موتور، معادلات کلی غیر خطی حاکم بر سیستم به دست آمده است. با شبیه‌سازی معادلات به روش عددی در نرم‌افزار متلب، تغییرات پارامترهای ترمودینامیکی مختلف در هر پنج قسمت و پارامترهای عملکردی موتور بررسی شده است. در ادامه در قسمت مدل‌سازی پس از تشریح روش حجم ذخیره شده در اجزا به عنوان روش مورد استفاده در مدل‌سازی، به ارائه‌ی روابط حاکم بر اجزای موتور پرداخته شده است. پنج قسمت اصلی موتور شامل ورودی، کمپرسور، محفظه‌ی احتراق، توربین و نازل بر اساس روابط حاکم مورد بررسی قرار گرفته‌اند. در ادامه در قسمت نتایج ابتدا نتایج تحلیل استاتیکی پایا برای دبی 0.4 ارائه شده است. سپس نمودارهای دمای سکون خروجی کمپرسور، دبی هوای ورودی موتور، توان اضافی، سرعت دورانی شفت، سرعت پرواز هوپایما و تراست بر حسب تغییرات زمان برای تغییرات از دبی سوخت 0.4 به سه دبی 0.5، 0.6 و 0.7 و نیز دو نمودار تراست و سرعت پرواز هوپایما بر حسب دبی سوخت مورد تحلیل قرار گرفته‌اند. در نهایت و در قسمت نتیجه‌گیری به تحلیل و مقایسه‌ی نمودارهای ارائه شده در قسمت شبیه‌سازی با تئوری‌های حاکم پرداخته شده است. سخت بودن دسترسی به کمیت‌های مربوط به هندسه‌ی موتور به دلیل انحصار این اطلاعات به چند شرکت بزرگ و نیز به دلیل ملاحظات نظامی از مشکلات پیش روی این تحقیق بوده است.

## 2- مدل سازی

ارائه‌ی مدل ریاضی دقیق برای سیستم‌های دینامیکی همواره به عنوان یکی از مهم‌ترین چالش‌های مهندسان مطرح بوده است. مدل ارائه شده علاوه بر در نظر گرفتن کمیت‌های مؤثر و همچنین تأثیر شرایط خارجی، بایستی قابل تحلیل و بررسی نیز باشد. ارائه‌ی مدل‌های دینامیکی مختلف با کمک روابط حاکم بر دینامیک گازها، همان گونه که در قسمت قبل اشاره شد، از سال‌های اولیه‌ی اختراع این نوع موتور مورد توجه بوده است. در این قسمت سعی بر آن شده است که با استفاده از روش حجم ذخیره شده در اجزا و سایر روابط ترمودینامیکی و معادلات دینامیک گاز، رفتار سیال عبوری از قسمت‌های مختلف موتور بررسی شود.

### 2-1- روش حجم ذخیره شده در اجزا

این روش در مقایسه با روش‌های مورد استفاده در مدل‌سازی موتورها، به دلیل در نظر گرفتن جرم ذخیره شده، دقیق‌تر است. تخمین هرچه دقیق‌تر جرم ذخیره شده، باعث افزایش دقت مدل‌سازی خواهد شد. برای توضیح فیزیکی این روش مطابق شکل 1 هر جزء به دو قسمت ترمودینامیکی<sup>3</sup> و دینامیک حجمی<sup>4</sup> تقسیم می‌شود [8].

برای قسمت اول فرض بر تغییر متغیرهای ترمودینامیکی مانند شرایط پایا<sup>5</sup> است. در این حالت دبی ورودی از رابطه (1) بدست می‌آید که نشان دهنده برابر بودن آن با دبی خروجی است.

کامپریال و همکاران [2] با استفاده از کدنویسی در محیط سیمولینک نرم‌افزار متلب به شبیه‌سازی رفتار موتور توربوچت در فضای زمان پرداخته‌اند. مدل اصلی استفاده شده، مدل برایتون بوده و برای حل عددی از روش نیوتون-رافسون استفاده شده است. مشکل اساسی در این دشوار بودن برقراری مقدار مناسب گام زمانی برای جلوگیری از واگرایی است. جان گولن و جوزف [3] با استفاده از قانون دوم ترمودینامیک با یک روش ساده بر پایه‌ی فیزیک به بررسی رفتار نیروگاه برق در حالت‌های خارج از نقاط طراحی پرداخته‌اند. از معایب این تحقیق می‌توان به در دسترس نبودن رفتار گذرا اشاره کرد. سانگ و سون [4] به مطالعه‌ی کارایی توربین گازی بر اساس آگرزژی پرداخته‌اند. آنها با استفاده از معادلات آگرزژی در قسمت‌های مختلف موتور، به بررسی تغییرات آگرزژی، بازده آگرزژیک و نیز بازده ایزونتروپیک در میزان بارهای مختلف پرداخته‌اند. عدم ورود زمان به عنوان کمیت مورد بررسی در این تحقیق به عنوان ایراد مهم برای آن مطرح است. ریچارد میر و همکاران [5] یک مدل رفتاری بر پایه‌ی جریان‌های توان برای یک توربین گازی با ژنراتور گازی و توربین توانی را گسترش داده و برای دو نوع موتور GE T700 و GE M2500 مورد آزمایش قرار داده‌اند و سپس اعتبار نتایج حاصل از مدل سازی را با نتایج تجربی مورد مقایسه قرار داده‌اند. معادلات ساده‌ی ریاضی برای بیان جریان‌های توان موتور، از اصول ترمودینامیک و فعل و انفعالات مکانیکی صورت گرفته در موتور بدست آمده‌اند. در این تحقیق بررسی‌های زمانی معطوف به سرعت‌های خاصی از شفت است و خود سرعت به عنوان کمیتی که با زمان توسط عاملی همچون دبی سوخت می‌تواند تغییر کند بررسی نشده است. پاتریک توماس [6] کارایی توربین گازی در حالت بار جزئی<sup>1</sup> را مورد بررسی قرار داده است. با توجه به نیاز به افزایش از نقطه‌ی آغاز تا نقطه‌ی اوج کاری در هر استارت، نیاز به این نوع تحلیل مهم به نظر می‌رسد. او با استفاده از روشی بر پایه‌ی انرژی به بررسی و تحلیل رفتار پرداخته است. دینامیکی نبودن مدل از معایب این تحلیل است. سو یانگ کیم و سودرو [7] یک روش برای شبیه‌سازی رفتار گذرای توربین گازی ساده ارائه داده‌اند که در آن تأثیر کمیت‌های اولیه از جمله توان موتور در شروع، ممان اینرسی روتور و زمان‌بندی سوخت بر روی رفتار موتور نشان داده شده است و در آخر اطلاعات بدست آمده را از طریق آزمایش، راستی آزمایی نموده‌اند. ارائه شدن مدل برای توربین گازی و در نظر نگرفتن تأثیر کمیت‌های پروازی مانند ارتفاع و نیروی درگ از نقص‌های این مقاله نسبت به تحقیق حاضر است. جان جانیکویچ [8] به بررسی رفتار گذرای توربین گازی در نقاط خارج از نقطه‌ی طراحی پرداخته است. او با استفاده از روابط ترمودینامیکی حاکم بر اجزای موتور و نیز بهره‌گیری از روش حجم ذخیره شده در اجزا<sup>2</sup> مدلی برای بررسی رفتار موتور ارائه کرده است. در این تحقیق روش حل به صورت معکوس است، به این ترتیب که دبی خروجی هر جز به عنوان ورودی برنامه و دبی ورودی به عنوان خروجی در نظر گرفته و از روی دبی خروجی تعیین می‌شود.

در مطالعه حاضر سرعت هوپایما به عنوان کمیت مؤثر در دبی به عنوان ورودی برنامه در نظر گرفته شده است و تغییرات ناشی از آن به برنامه اعمال می‌شود که باعث بالا رفتن دقت مدل سازی می‌شود. همچنین در نظر گرفتن اثرات ناشی از نیروی درگ و تأثیر آن بر شتاب پرواز هوپایما که باعث دقیق‌تر شدن زمان گذار سیستم می‌شود، از دیگر مزیت‌های این تحقیق می‌باشد. به علاوه روند حل به صورت مستقیم بوده و دبی ورودی به عنوان ورودی برنامه

<sup>3</sup> Component Thermodynamics

<sup>4</sup> Volume Dynamics

<sup>5</sup> Steady State

<sup>1</sup> Part-Load

<sup>2</sup> Inter Component Volume Method (ICV)

ورودی برابر با فشار استاتیک محیط است که از رابطه‌ی (7) در دسترس خواهد بود.

$$P_{t_B} = P_{s_{amb}} \cdot \left( \frac{T_{t_B}}{T_{s_{amb}}} \right)^{\frac{C_p}{R}} \quad (8)$$

در این جزء از موتور، از افت فشار و دما در طول حرکت سیال به دلیل ناچیز بودن آن و برای ساده‌تر کردن مدل صرف نظر شده است.

### 2-3- کمپرسور<sup>2</sup>

در این قسمت با توجه به در نظر گرفتن ذخیره‌ی جرم، روابط نسبت به قسمت ورودی پیچیده‌تر خواهد بود. با توجه به برابر بودن دما و فشار سکون ورودی کمپرسور با دما و فشار سکون خروجی قسمت ورودی، این مقادیر معلوم خواهند بود.

توان مصرفی کمپرسور که به اختلاف تانژانت زاویه‌ی ورودی و خروجی پره‌ی کمپرسور نسبت به خطوط جریان سیال وابسته است، بر اساس رابطه (9) تعیین خواهد شد [10].

$$CP = \dot{m}_A \cdot U \cdot V_m \cdot (\tan \theta_1 - \tan \theta_2) \quad (9)$$

با معلوم بودن دمای ورودی و کار مصرفی با توجه به رابطه (10) دمای خروجی به دست خواهد آمد [11].

$$T_{t_B} = \frac{\eta_{m_{comp}} \cdot CP}{\dot{m}_A \cdot C_p} + T_{t_A} \quad (10)$$

با تعیین دمای خروجی، دمای آیزوتروپیک و به تبع آن نسبت فشار بر اساس روابط (11) و (12) در دسترس خواهند بود [11].

$$T_{is} = (T_{t_B} - T_{t_A}) \cdot \eta_{is_{comp}} + T_{t_A} \quad (11)$$

$$PR = \left( \frac{T_{is}}{T_{t_A}} \right)^{\frac{K}{K-1}} \quad (12)$$

فشار خروجی با استفاده از نسبت فشار طبق فرمول (13) محاسبه خواهد شد.

$$P_{t_B} = \frac{P_{t_A}}{PR} \quad (13)$$

حال بر اساس روابط (2) و (3) جرم ذخیره شده و دبی خروجی کمپرسور به دست خواهند آمد.

### 2-4- محفظه‌ی احتراق<sup>3</sup>

به دلیل عدم ذخیره‌ی جرم برای این قسمت، بالانس جرم بدون جمله‌ی مربوط به جرم ذخیره شده برقرار خواهد بود. دبی خروجی محفظه‌ی احتراق با اضافه کردن دبی سوخت به دبی ورودی بر اساس رابطه‌ی (14) تعیین خواهد شد.

$$\dot{m}_B = \dot{m}_A + \dot{m}_{ff} \quad (14)$$

برای به دست آوردن دمای خروجی ابتدا باید نسبت سوخت به هوا بر اساس معادله‌ی (15) محاسبه گردد [8].

$$FAR = \frac{1}{\frac{\dot{m}_B}{\dot{m}_{ff}} - 1} \quad (15)$$

دمای خروجی محفظه‌ی احتراق با استفاده از رابطه (16) به دست می‌آید [8].

$$T_{t_B} = C_p \cdot T_{t_A} + FAR \cdot \left( \frac{LHV \cdot \eta_b + C_p \cdot T_{in_{fuel}}}{(1 + FAR) \cdot C_p} \right) \quad (16)$$

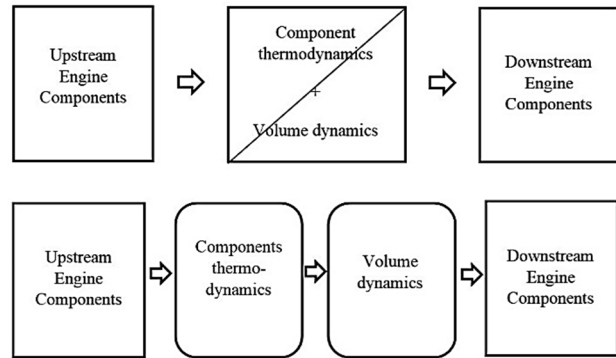


Fig. 1 Description of ICV method

شکل 1 توضیح فیزیکی روش ICV

$$\dot{m}_A = \dot{m}_B \quad (1)$$

برای قسمت دوم بر خلاف قسمت اول دبی ثابت نیست. اختلاف دبی ورودی و خروجی باعث به وجود آمدن جرم باقی مانده در آن جزء خواهد شد. جرم سیال ذخیره شده در هر جزء در طول حالت پایا و زمان آغاز مدل‌سازی گذرا، بر اساس رابطه (2) به دست خواهد آمد.

$$m_{vol} = \frac{P_{vol}}{R_{fluid} \cdot T_{vol}} \cdot vol_{component} \quad (2)$$

دبی خروجی هر جزء با در نظر گرفتن جرم ذخیره شده بر اساس رابطه‌ی (3) محاسبه خواهد شد [8].

$$\dot{m}_B = \dot{m}_A - \frac{dm_{vol}}{dt} \quad (3)$$

برای ساده‌تر شدن محاسبات و با توجه به تغییرات ناچیز دما در قسمت دینامیکی، از این تغییرات صرف نظر شده است. بنابراین دمای خروجی جزء ترمودینامیکی برابر با دمای خروجی جزء دینامیکی خواهد بود. در ادامه با استفاده از این روش، معادلات حاکم بر هر بخش از موتور به دست می‌آید.

### 2-2- ورودی<sup>1</sup>

با توجه به اینکه در قسمت ورودی از ذخیره‌ی جرم صرف نظر شده است، دبی هوای ورودی از رابطه (4) بدست می‌آید و مقدار آن با دبی هوای خروجی برابر است.

$$\dot{m}_A = \dot{m}_B \quad (4)$$

دمای استاتیک محیط با استفاده از رابطه‌ی (5) بر اساس ارتفاع پرواز مشخص خواهد شد [9].

$$T_{s_{amb}} = 288.15 - 6.5 \cdot 10^{-3} \cdot H \quad (5)$$

دمای سکون خروجی، با استفاده از سرعت پرواز و دمای استاتیک ورودی که برابر با دمای استاتیک محیط در نظر گرفته شده است، از رابطه (6) بدست می‌آید [10].

$$T_{t_B} = T_{s_{amb}} + \frac{V_{airplane}^2}{2 \cdot C_p} \quad (6)$$

فشار استاتیک محیط نیز همانند دمای استاتیک وابسته به ارتفاع بوده و بر اساس رابطه‌ی (7) محاسبه خواهد شد [9].

$$P_{s_{amb}} = 101325 \cdot (1 - 2.2557 \cdot 10^{-5} \cdot H)^{5.2561} \quad (7)$$

حال برای به دست آوردن فشار سکون خروجی از فشار استاتیک ورودی از معادله‌ی (8) استفاده می‌شود [11]. لازم به ذکر است که فشار استاتیک

<sup>1</sup> Intake

<sup>2</sup> Compressor

<sup>3</sup> Combustion Chamber

همانند قسمت‌های قبل، دما و فشار سکون ورودی نازل از روی دما و فشار سکون خروجی توربین به دست خواهد آمد. با در دست بودن این کمیت‌ها و نیز با فرض دو برابر بودن سطح مقطع ورودی به خروجی نازل، فشار بحرانی بر اساس رابطه‌ی (25) به دست خواهد آمد [12].

$$P_{Cr} = 0.528 \cdot P_{tA} \quad (25)$$

پدیده‌ی خفگی یکی از اتفاقات رایج در نازل‌ها است و به همین دلیل در تحلیل نازل همواره با دو حالت خفه شده<sup>7</sup> و خفه نشده<sup>8</sup> مواجه خواهیم شد. در صورتی که فشار بحرانی بیشتر از فشار محیط باشد، نازل دچار خفگی شده و دما و فشار خروجی بر اساس رابطه‌ی (26) به دست خواهد آمد [12].

$$P_{Cr} \geq P_{samb} \rightarrow \{P_{sB} = P_{Cr} \ \& \ T_{sB} = 0.833 \cdot T_{tA}\} \quad (26)$$

در غیر این صورت از رابطه‌ی (27) استفاده خواهد شد.

$$P_{Cr} < P_{samb} \rightarrow \{P_{sB} = P_{samb} \ \& \ T_{sB} = T_{tA} \cdot \left(\frac{P_{samb}}{P_{tA}}\right)^{0.286}\} \quad (27)$$

سرعت گازهای خروجی نازل بر پایه‌ی رابطه‌ی (28) به دست خواهد آمد [10].

$$V_{out} = \sqrt{2 \cdot C_p \cdot (T_{tA} - T_{sB})} \quad (28)$$

همچنین بر اساس قانون جهانی گازها چگالی طبق رابطه (29) در دسترس خواهد بود [10].

$$\rho_B = \frac{P_{sB}}{R \cdot T_{sB}} \quad (29)$$

با معلوم بودن چگالی و نیز سرعت گازهای خروجی دبی ورودی نازل طبق رابطه (30) مشخص خواهد شد [10].

$$\dot{m}_A = V_{out} \cdot \rho_B \cdot A_{nozzle} \quad (30)$$

لازم به یادآوری هست که با توجه به عدم ذخیره جرم در نازل، دبی در ورودی و خروجی برابر خواهد بود. به این ترتیب دبی خروجی نیز مشخص خواهد شد.

## 7-2- محاسبات کلی

در حالت کلی نیروهای وارد به هواپیما در راستای افقی شامل نیروی درگ و تراست و در راستای عمودی شامل نیروی وزن و برآ<sup>9</sup> می باشد. در حالت پرواز افقی هواپیما که تغییرات ارتفاع وجود ندارد، دو نیروی وارده در راستای عمودی همدیگر را خنثی می کنند. در راستای افقی نیز شتاب مثبت در جهت پرواز هواپیما در اثر افزون شدن نیروی تراست نسبت به نیروی درگ ایجاد خواهد شد.

با مشخص شدن دبی ورودی و خروجی هوا و نیز سرعت گازها در ورودی و خروجی موتور، تراست موتور بر اساس رابطه‌ی (31) تعیین خواهد شد [10].

$$Thrust = \dot{m}_{out} \cdot V_{out} - \dot{m}_{in} \cdot V_{airplane} \quad (31)$$

نیروی درگ در جهت مخالف حرکت هواپیما با فرض ضریب درگ ثابت 0.016 و با معلوم بودن مساحت، چگالی و نیز سرعت پرواز هواپیما از محاسبات قبلی، بر اساس رابطه‌ی (32) محاسبه خواهد شد [10].

$$F_d = 0.5 \cdot C_d \cdot A_{nozzle} \cdot \rho \cdot V_{airplane}^2 \quad (32)$$

شتاب حرکت هواپیما که ناشی از اختلاف نیروهای تراست و درگ ایجاد خواهد شد، بر اساس قانون دوم نیوتون مطابق رابطه‌ی (33) و با معلوم بودن جرم هواپیما که برابر 15 تن در نظر گرفته شده است، تعیین خواهد شد [10].

همچنین لازم به ذکر است که از افت فشار در طول عملیات احتراق به دلیل ناچیز بودن آن صرف نظر شده است.

## 5-2- توربین<sup>1</sup>

دمای سکون خروجی محفظه‌ی احتراق برابر با دمای سکون ورودی توربین در نظر گرفته می شود. همچنین همان گونه که ذکر شد، با توجه به صرف نظر شدن از افت فشار در محفظه‌ی احتراق، فشار سکون ورودی توربین برابر با فشار سکون خروجی کمپرسور خواهد بود.

با معلوم بودن فشار و دما در ورودی توربین، کمیت بی بعد ضریب تصحیح دبی جرمی (CMF<sup>2</sup>) بر اساس رابطه‌ی (17) تعیین می شود [8].

$$CMF = \dot{m}_A \cdot \frac{\sqrt{T_{tA}}}{P_{tA}} \cdot \frac{101325}{\sqrt{288.15}} \quad (17)$$

بر اساس نقشه‌ی<sup>3</sup> ارائه شده در [8] و رابطه (18) نسبت فشار بر اساس CMF به دست می آید و به تبع آن فشار خروجی از رابطه (19) محاسبه خواهد شد.

$$PR = f(CMF) \quad (18)$$

$$P_{tB} = \frac{P_{tA}}{PR} \quad (19)$$

برای تعیین دمای خروجی توربین، ابتدا طبق رابطه (20) با استفاده از نسبت فشار، دمای آیزونتروپیک را بدست آورده و سپس با کمک آن و بازده آیزونتروپیک توسط رابطه (21) دمای خروجی محاسبه می شود [11].

$$T_{is} = T_{tA} \cdot PR^{\frac{k-1}{k}} \quad (20)$$

$$T_{tB} = T_{tA} + \frac{T_{is} - T_{tA}}{\eta_{is\text{turbine}}} \quad (21)$$

دبی خروجی توربین و جرم ذخیره شده همانند کمپرسور بر اساس روابط (2) و (3) به دست خواهند آمد.

با معلوم شدن بازده آیزونتروپیک و دمای خروجی، توان تولیدی توربین از رابطه‌ی (22) محاسبه می گردد [11].

$$TP = \eta_{m\text{turbine}} \cdot \dot{m}_A \cdot C_p \cdot (T_{tA} - T_{tB}) \quad (22)$$

اختلاف توان تولید شده توسط توربین و توان مصرف شده توسط کمپرسور که در قسمت‌های قبل مشخص گردید طبق رابطه (23)، توان اضافی<sup>4</sup> را، که یکی از پارامترهای مهم در موتور جت است، نتیجه می دهد [8].

$$SP = TP - CP \quad (23)$$

با نوشتن قانون بقای انرژی برای روتور مشترک کمپرسور و توربین می توان رابطه‌ی بین سرعت دورانی<sup>5</sup> روتور و توان اضافی را توسط رابطه (24) بیان کرد [8].

$$\frac{dPCN}{dt} = \frac{SP}{4\pi^2 I \cdot PCN \cdot N_{DP}} \quad (24)$$

با توجه به مشخص بودن نسبت سرعت دورانی به سرعت دورانی نقطه‌ی طراحی (PCN) و نیز در دسترس بودن سرعت دورانی نقطه طراحی به عنوان کمیت ورودی، سرعت دورانی نیز قابل محاسبه خواهد بود.

## 6-2- نازل<sup>6</sup>

<sup>1</sup> Turbine  
<sup>2</sup> Corrected Mass Flow  
<sup>3</sup> Map  
<sup>4</sup> Surplus Power  
<sup>5</sup> Rotational Speed  
<sup>6</sup> Nozzle

<sup>7</sup> Choked  
<sup>8</sup> Unchoked  
<sup>9</sup> Lift

### 3-3- توان اضافی

شکل 2 نمودار تغییرات توان اضافی را به نمایش می‌گذارد. همان طور که اشاره شد، توان اضافی اختلاف توان تولید شده در توربین با توان مصرف شده در کمپرسور می‌باشد.

در مواردی که نمودار مثبت است، یعنی توان تولیدی توربین بیشتر از توان مصرفی کمپرسور است و برای مقادیر منفی توان تولیدی توربین کمتر از توان مصرفی کمپرسور است. صفر شدن این کمیت به معنی برابر شدن توان در کمپرسور و توربین می‌باشد. مطابق شکل 2 این حالت تقریباً معادل زمان 16 ثانیه می‌باشد.

### 3-4- سرعت دورانی شفت

نمودار تغییرات سرعت دورانی نسبی بر حسب زمان به صورت زیر خواهد بود (شکل 3).

کمیت مؤثر در تغییرات سرعت دورانی، اختلاف توان توربین با کمپرسور یا همان توان اضافی می‌باشد. مثبت بودن کمیت توان اضافی موجب افزایش سرعت دورانی و منفی بودن آن موجب کاهش سرعت دورانی خواهد شد. مطابق شکل 2 در بازه‌ی تقریبی 0 تا 1 ثانیه مثبت بودن توان اضافی باعث افزایش سرعت دورانی شده است و در زمان‌های بالاتر با منفی شدن توان اضافی سرعت کاهش یافته و در نهایت با صفر شدن این کمیت سرعت به مقدار ثابت میل کرده است.

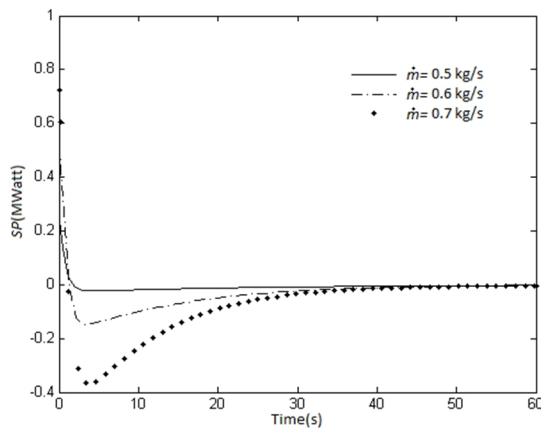


Fig. 2 Surplus Power as a function of time

شکل 2 تغییرات توان اضافی نسبت به زمان

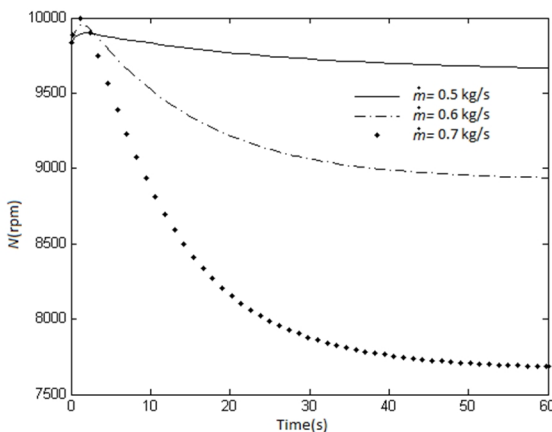


Fig. 3 Relative Rotational Speed as a function of time

شکل 3 تغییرات سرعت دورانی نسبی نسبت به زمان

$$a_{\text{airplane}} = \frac{dV_{in}}{dt} = \frac{\text{Thrust} - F_d}{m_{\text{airplane}}} \quad (33)$$

با انتگرال گیری از رابطه‌ی (33) سرعت پرواز هواپیما تعیین خواهد شد. این سرعت بایستی پس از طی مدت زمانی به سرعت حدی میل کند.

### 3- نتایج

#### 3-1- هندسه‌ی موتور و مشخصات پرواز

مدل توضیح داده شده بر روی موتور توربوجت تک شفته با هندسه‌ی مطابق جدول 1 [14,13,8] و مشخصات پروازی مطابق جدول 2 [11] مورد آزمایش قرار گرفته است.

#### 3-2- تحلیل استاتیکی

مقادیر متغیرهای حالت سیستم در حالت پایا برای دبی سوخت 0.4 kg/s، به عنوان نقطه کار پایای سیستم در نظر گرفته شده و تغییرات کمیت‌ها با تغییرات دبی سوخت در این نقطه بررسی گردیده است. این مقادیر مطابق جدول 3 خواهند بود.

جدول 1 مشخصات موتور و سوخت

Table 1 Engine & Fuel Specifications

مقدار	واحد	کمیت
0.1	m <sup>2</sup>	A <sub>nozzle</sub>
200	kgm <sup>2</sup>	I
42.8	MJ/(mol.K)	LHV
12000	rpm	N <sub>DP</sub>
298.15	K	T <sub>in-fuel</sub>
0.5	m <sup>3</sup>	vol <sub>comp</sub>
0.8	m <sup>3</sup>	vol <sub>turb</sub>
80	%	η <sub>b</sub>
80	%	η <sub>is,comp</sub>
88	%	η <sub>is,turbine</sub>
60	%	η <sub>m,comp</sub>
60	%	η <sub>m,turbine</sub>

جدول 2 مشخصات پرواز

Table 2 Fly Circumstances

مقدار	واحد	کمیت
1005	J/(kg.K)	C <sub>p</sub>
2500	m	H
1.4	-	K
99.7	kPa	P <sub>samb</sub>
8314	J/(mol.K)	R
287.28	K	T <sub>samb</sub>

جدول 3 مقادیر اولیه در دبی 0.4 kg/s

Table 3 Initial Values at Fuel Flow of 0.4 kg/s

مقدار	واحد	کمیت
9750	N	تراست
0	Watt	توان اضافی
2.44	kg/s	دبی هوای ورودی موتور
587.3	K	دمای خروجی کمپرسور
233.8	m/s	سرعت پرواز هواپیما
9834	rpm	سرعت دورانی شفت

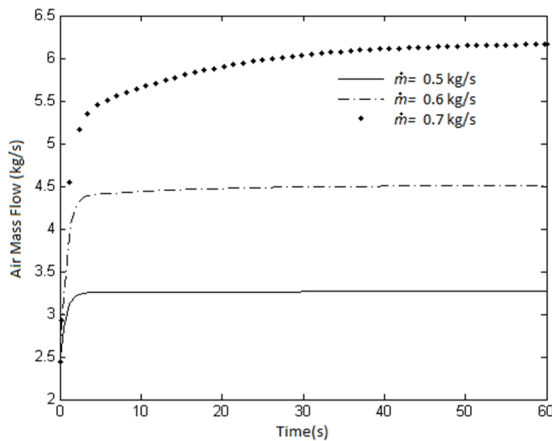


Fig. 6 Air Mass Flow as a function of time

شکل 6 تغییرات دبی هوای ورودی موتور نسبت به زمان

با بالا رفتن دبی سوخت، سرعت هواپیما بالا رفته و مطابق انتظار دبی ورودی نیز افزایش می‌یابد. نمودار فوق برای هر سه دبی سوخت بررسی شده، مؤید همه‌ی موارد می‌باشد.

### 8-3- دمای سکون خروجی کمپرسور

نمودار تغییرات دمای سکون خروجی کمپرسور مطابق شکل 7 خواهد بود. دمای سکون خروجی کمپرسور با افزایش دبی سوخت تحت تأثیر دو مکانیزم افزایش می‌یابد. مکانیزم اول طبق رابطه‌ی (6)، افزایش سرعت پرواز هواپیما و به تبع آن افزایش دمای دینامیکی است و مکانیزم دوم نیز طبق رابطه‌ی (10)، افزایش کار انتقالی از توربین به کمپرسور می‌باشد. با توجه به مثبت بودن تأثیر هر دو عامل، افزایش در دمای خروجی کمپرسور مورد انتظار است. همچنین بیشتر شدن دبی سوخت بر هر دو مکانیزم تأثیر مثبت داشته و موجب بیشتر شدن میزان افزایش می‌شود. شکل 7 مؤید همه موارد مذکور می‌باشد.

### 9-3- تراست موتور بر حسب دبی سوخت

رابطه‌ی بین تراست خروجی موتور و دبی سوخت ورودی مطابق شکل 8 خواهد بود.

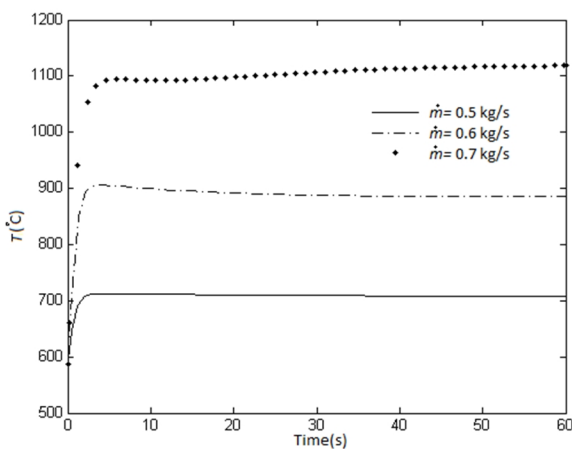


Fig. 7 Outlet Total Temperature of Compressor as a function of time

شکل 7 تغییرات دمای سکون خروجی کمپرسور نسبت به زمان

### 5-3- تراست

نیروی تراست پرواز هواپیما تغییراتی مطابق "شکل 4" را تجربه خواهد کرد. با افزایش دبی سوخت انرژی بیشتری به سیال عبوری از موتور اضافه شده و در نتیجه سرعت گازهای خروجی افزایش خواهد یافت و مطابق رابطه (31) تراست موتور افزایش خواهد یافت. مطابق شکل 4 با افزایش دبی سوخت از 0.4 به 0.5 تراست افزایش یافته است. همچنین مقایسه‌ی سه نمودار ارائه شده نیز بالا بودن تراست خروجی به ازای بالا رفتن دبی سوخت را نشان می‌دهد.

### 6-3- سرعت پرواز هواپیما

نمودار تغییرات سرعت پرواز هواپیما به صورت "شکل 5" خواهد بود. مطابق شکل 4 افزایش دبی سوخت باعث افزایش تراست خواهد شد. علی‌رغم افزایش نیروی پسا، به دلیل افزایش شدید در نیروی تراست، اختلافی میان این دو نیرو ایجاد خواهد شد که باعث ایجاد شتاب مثبت در پرواز هواپیما خواهد شد. این شتاب مثبت مطابق رابطه‌ی (33) موجب افزایش سرعت پرواز هواپیما خواهد شد. این افزایش تا زمان برابر شدن نیروی تراست و نیروی پسا ادامه خواهد داشت.

### 7-3- دبی هوای ورودی موتور

نمودار تغییرات دبی بر اساس زمان مطابق شکل 6 خواهد بود.

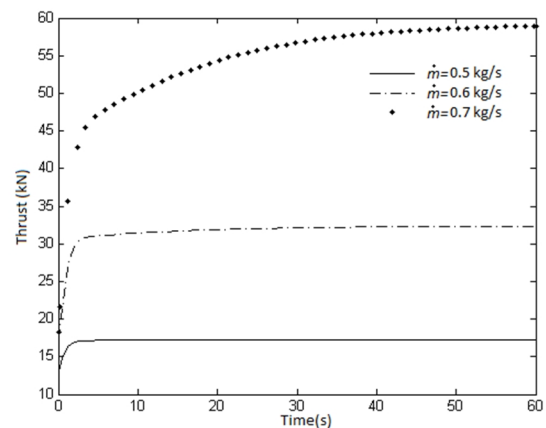


Fig. 4 Engine Thrust as a function of time

شکل 4 تغییرات نیروی تراست نسبت به زمان

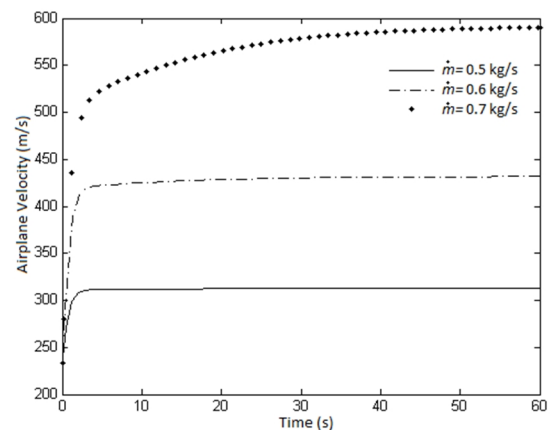


Fig. 5 Airplane Velocity as a function of time

شکل 5 تغییرات سرعت پرواز هواپیما نسبت به زمان

بنابراین انتظار می‌رود سرعت پرواز هواپیما رفتاری نزدیک به تراست موتور را داشته باشد که مطابق شکل 9 این رفتار تایید می‌شود. همچنین کم بودن شیب افزایش در نمودار سرعت نسبت به نمودار تراست نیز، با توجه به کسر شدن مقدار نیروی درگ، که خود نیز با افزایش دبی سوخت افزایش می‌یابد، از نیروی تراست قابل پیش‌بینی است.

#### 4- نتیجه‌گیری

مدل مرتبه‌ی چهارم غیر خطی برای شبیه‌سازی رفتار گذرای موتور توربوجت بر اساس معادلات دینامیک حرکت طولی هواپیما، دینامیک کمپرسور، دینامیک توربین و دینامیک دورانی روتور بسط داده شد. با توجه به اینکه در ادبیات فن به دلایل مختلف به موضوع شبیه‌سازی دینامیکی موتورهای جت چندان پرداخته نشده است و در بیشتر موارد به نرم‌افزارهای تخصصی خاص سازندگان ارجاع داده شده است که غیر قابل استفاده است. هدف اصلی در این تحقیق ایجاد مدل پایه برای بررسی‌های تکمیلی آینده و استفاده در طراحی سیستم‌های کنترل موتور بوده است. تغییرات سرعت طولی هواپیما، دبی هوای مصرفی و سرعت دورانی موتور با زمان بر اساس مدل، شبیه‌سازی گردید. در مورد سرعت دورانی موتور نتایج نشانگر کاهش سرعت دورانی با افزایش در دبی سوخت است. همچنین تغییرات تراست و سرعت هواپیما نسبت به تغییرات دبی سوخت به دست آمد که مطلوب این تحقیق برای طراحی کنترلر مناسب بودند. این نتایج نشانگر رابطه غیرخطی تغییرات با تغییر دبی سوخت است. نتایج به دست آمده نشانگر سازگاری در پارامترهای مختلف مدل با مقادیر مورد انتظار است. با توجه به عدم وجود مرجع دیگری جهت مقایسه، امکان ارزیابی نتایج به دست آمده با کارهای دیگر وجود نداشته است.

#### 5- فهرست علائم

$a_{\text{airplane}}$	شتاب پرواز هواپیما ( $\text{ms}^{-2}$ )
$A_{\text{nozzle}}$	مساحت مقطع خروجی نازل ( $\text{m}^2$ )
$C_d$	ضریب درگ
$C_p$	گرمای ویژه در فشار ثابت ( $\text{Jkg}^{-1}\text{K}^{-1}$ )
$CP$	توان کمپرسور ( $\text{Js}^{-1}$ )
$CMF$	ضریب تصحیح دبی جرمی
$F_d$	نیروی درگ (N)
$FAR$	نسبت سوخت به هوا
$H$	ارتفاع پرواز (m)
$I$	ممان اینرسی دورانی روتور ( $\text{kgm}^2$ )
$K$	نسبت گرمای ویژه در فشار ثابت به گرمای ویژه در حجم ثابت
$LHV$	انرژی آزاد شده از سوختن واحد جرم سوخت ( $\text{Jmol}^{-1}\text{K}^{-1}$ )
$m_{\text{vol}}$	جرم مربوط به حجم ذخیره شده (kg)
$m_{\text{airplane}}$	جرم هواپیما (kg)
$\dot{m}$	دبی ( $\text{kgs}^{-1}$ )
$\dot{m}_{ff}$	دبی سوخت ( $\text{kgs}^{-1}$ )
$N_{DP}$	سرعت نقطه‌ی طراحی (rpm)
$P_{cr}$	فشار بحرانی (Pa)
$P_s$	فشار استاتیکی (Pa)
$P_{\text{samb}}$	فشار استاتیکی محیط (Pa)

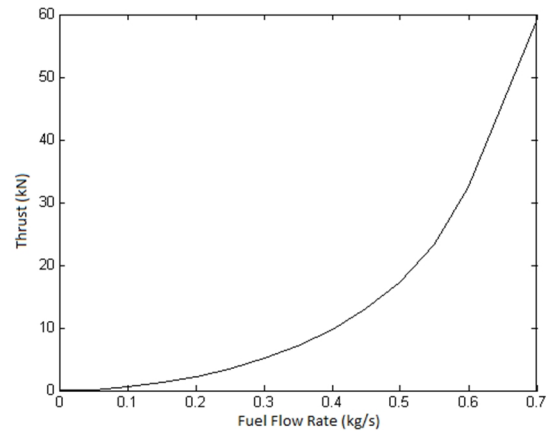


Fig. 8 Engine Thrust as a Function of Fuel Flow

شکل 8 تغییرات تراست موتور بر حسب دبی سوخت

مطابق رابطه‌ی (31) تراست با دبی هوای خروجی و ورودی و سرعت گازهای خروجی و ورودی ارتباط مستقیم دارد. همان گونه که در شکل 6 مشخص شد، افزایش دبی سوخت موجب افزایش دبی هوای ورودی خواهد شد. با توجه به ذخیره‌ی جزئی جرم در دو قسمت توربین و کمپرسور، این افزایش در دبی خروجی نیز مشهود خواهد بود. همچنین مطابق توضیحات قبلی، افزایش دبی سوخت موجب افزایش سرعت گازهای خروجی خواهد شد. بنابراین انتظار می‌رود رابطه‌ی بین تراست موتور و دبی سوخت، رابطه‌ای غیر خطی و با درجه‌ی بالاتر از 1 باشد. شکل 8 توضیحات ارائه شده را تایید می‌کند.

#### 10-3- سرعت پرواز هواپیما بر حسب دبی سوخت

سرعت پرواز هواپیما با تغییرات دبی سوخت، مطابق شکل 9 تغییر خواهد کرد.

سرعت پرواز هواپیما با انتگرال‌گیری از رابطه‌ی (33) به دست خواهد آمد. با توجه به ثابت بودن جرم هواپیما این مقدار به طور مستقیم به اختلاف نیروی تراست و نیروی درگ وابسته خواهد بود. همان طور که در قسمت‌های قبل نیز توضیح داده شد، نیروی درگ با افزایش دبی سوخت و بر اساس رابطه‌ی (32) و به دلیل افزایش چگالی و سرعت پرواز هواپیما، افزایش خواهد یافت ولی این مقدار در مقایسه با افزایش تراست مقدار جزئی خواهد بود.

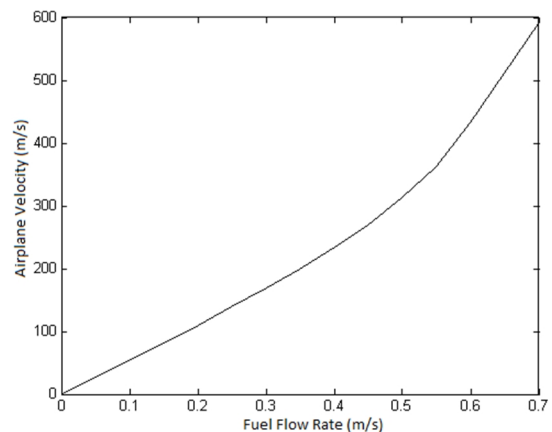


Fig. 9 Airplane Velocity as a Function of Fuel Flow

شکل 9 تغییرات سرعت پرواز هواپیما بر حسب دبی سوخت

فشار سکون (Pa)	$P_t$	زیر نویس ها
فشار مربوط به حجم ذخیره شده (Pa)	$P_{vol}$	ورودی اجزا $A$
نسبت فشار خروجی به ورودی	$PR$	خروجی اجزا $B$
نسبت سرعت دورانی به سرعت نقطه‌ی طراحی	$PCN$	ورودی موتور $in$
ثابت جهانی گازها ( $JK^{-1}mol^{-1}$ )	$R$	خروجی موتور $out$
توان اضافی ( $J s^{-1}$ )	$SP$	
زمان (s)	$t$	

## 6- مراجع

- [1] K. Huneke, *Jet Engines: Fundamentals of Theory, Design and Operation*, pp. 1-3, Great Britain: Motorbooks International Publishers & Wholesalers, 2010
- [2] S. M. Camporeale, B. Fortunato, M. Mastrovito, A modular code for real time dynamic simulation for gas turbine in simulink, *Journal of Engineering for Gas Turbine and Power*, Vol. 128, No. 3, pp. 506-517, 2006
- [3] S. C. Gulen, J. Joseph, Combined cycle off-design performance estimation: A second-law perspective, *Journal of Engineering for Gas Turbines and Power*, Vol. 134, No. 1, pp. 1-12, 2012
- [4] T. W. Song, J. L. Sohn, Exergy-Based Performance analysis of the heavy-duty gas turbine in part-load operating condition, *Exergy, an International Journal*, Vol. 2, No. 2, pp. 105-112, 2001
- [5] R. T. Meyer, R. A. Decarlo, S. Pekarek, *Gas Turbine Engine Behavioral Modeling*, Technical Report, School of Electrical and Computer Engineering, Purdue University, West Lafayette, USA, 2014
- [6] P. T. Weber, *Modeling Gas Turbine Engine Performance at Part-Load*, Technical Report, Electric power research institute, University of Wyoming, Wyoming, USA, 2011
- [7] S. Y. Kim, B. Soudarev, Transient Analysis of a simple cycle Gas Turbine Engine, *KASA International Journal*, Vol. 1, No. 2, pp. 22-29, 2000
- [8] J. Janikovich, *Gas Turbine Transient Performance Modeling for Engine Flight Path Cycle Analysis*, PhD thesis, School of Engineering: Gas Turbine Engineering Group, Cranfield University, Cranfield, England, 2010
- [9] I. N. Levine, *Physical Chemistry*, 5th edition, pp. 480, New York: McGraw-Hill, 2002
- [10] F. M. White, *Fluid Mechanics*, 7th edition, pp.164-886 (Translated by B.Poosti), Tehran: Omid Enghelab, 2009 (in Persian فارسی)
- [11] Claus Borgnakke, Richard E. Sonntag, *Fundamentals of Thermodynamics*, 7th edition, pp. 185-353, New York: Wiley, 2009
- [12] M. A. Saad, *Compressible Fluid Flow*, 1st edition, pp. 105-520, New Jersey: Prentice-Hall, 1985
- [13] *Drag Coefficient*, Accessed on 17 August of 2016; [http://www.engineeringtoolbox.com/drag-coefficient-d\\_627.html](http://www.engineeringtoolbox.com/drag-coefficient-d_627.html)
- [14] *F-16 Specifications*, Accessed on 17 August of 2016; <http://lockheedmartin.com/us/products/f16/F-16Specifications.html>

دمای سوخت ورودی (K)	$T_{infuel}$
دمای آیزونتروپیک (K)	$T_{is}$
دمای استاتیکی (K)	$T_s$
دمای استاتیکی محیط (K)	$T_{samb}$
دمای سکون (K)	$T_t$
دمای مربوط به جرم ذخیره شده (K)	$T_{vol}$
نیروی تراست (N)	Thrust
توان توربین ( $J s^{-1}$ )	$TP$
سرعت خطی نوک پروانه‌ها ناشی از دوران شفت ( $ms^{-1}$ )	$U$
سرعت سیال ( $ms^{-1}$ )	$V$
سرعت پرواز هواپیما ( $ms^{-1}$ )	$V_{airplane}$
سرعت میانگین هوا ( $ms^{-1}$ )	$V_m$
حجم مربوط به جزء مورد نظر ( $m^3$ )	$vol_{compnent}$
حجم مربوط به کمپرسور ( $m^3$ )	$vol_{comp}$
حجم مربوط به توربین ( $m^3$ )	$vol_{turb}$

## علائم یونانی

بازده سوختن	$\eta_b$
بازده آیزونتروپیک کمپرسور	$\eta_{iscomp}$
بازده آیزونتروپیک توربین	$\eta_{isturbine}$
بازده مکانیکی کمپرسور	$\eta_{mcomp}$
بازده مکانیکی توربین	$\eta_{mturbine}$
چگالی ( $kgm^{-3}$ )	$\rho$
زاویه پره‌ها با خط مماس بر جریان در کمپرسور	$\theta$