مجله مهندسی مکانیک مدرس، مهر ۱۳۹۳، دوره ۱۴، شماره ۷، ص‌ص ۱۹۱-۱۹۸

ماهنامه علمی پژوهشی

مهندسی مکانیک مدرس

mme.modares.ac.ir

تولید بردار مانده در سیستم‌های خطی در حضورعدم قطعیت نامنطبق برای مسائل تشخیص نقص

اسماعیل باقرپور اردکانی[۱]، محمدرضا حائری یزدی[۲*]، محمد محجوب[۲]

۱- دانشجوی دکترای مهندسی مکانیک، دانشگاه تهران، تهران
۲- دانشیار مهندسی مکانیک، دانشگاه تهران، تهران
* تهران، صندوق پستی ۵۱۵-۱۴۳۹۵، myazdi@ut.ac.ir

اطلاعات مقاله

مقاله پژوهشی کامل
دریافت: ۰۵ بهمن ۱۳۹۲
پذیرش: ۲۶ اسفند ۱۳۹۲
ارائه در سایت: ۰۵ شهریور ۱۳۹۳

کلید واژگان:
تخمین‌گر ورودی-نامعلوم
شرط تطابق تخمین‌گر
تولید مانده
تشخیص نقص
نقص حسگر

چکیده

این مقاله به ارائهٔ تخمین‌گر ورودی نامعلوم با فرض عدم تأمین شرط تطابق تخمین‌گر می‌پردازد. از نتایج روش پیشنهادی این مقاله می‌توان در مسائل تشخیص نقصب ا استفاده از بردار مانده استفاده کرد. مبنای روش جبران ورودی‌های نامعلوم (اغتشاش) غیرمنطبق با کمک یک مجموعه از پارامترهای (خروجی‌های) کمکی است. خروجی‌های کمکی با کمک انتگرال‌گیری‌های متوالی از خروجی‌های اندازه‌گیری‌شده و ورودی‌های معلوم سیستم بدست می‌آیند. بر مبنای خروجی‌های کمکی پیشنهادی، تخمین‌گر ورودی نامعلومی ارائه شده که قادر است تخمینی نمائی از خروجی‌های سیستم را بدست دهد. سپس، با استفاده از تفاضل بین خروجی‌ها و تخمین آن‌ها توسط تخمین‌گر پیشنهادی، بردار مانده‌ای برای استفاده در مسائل تشخیص نقص ایجاد می‌شود. بردار مانده بدست آمده مستقل از مقدار ورودی نامعلوم (اغتشاش) غیرمنطبق است و در عین حال حساسیت کمی نیز نسبت به نویز در اندازه‌گیری دارد. به منظور بررسی حساسیت بردار مانده به نقص، نقص در حسگرهای یک سیستم خطی مورد بررسی قرار گرفته و در مورد حساسیت بردار مانده به نقص حسگر بحث شده است. در انتها نیز کارایی روش پیشنهادی با شبیه‌سازی لغزندهٔ افقی و پاندول معکوس نشان داده شده است و مقایسه‌ای با یک روش مشتق-محور صورت پذیرفته است.

Residual generation in linear systems with unmatched uncertainties for fault detection problems

Esmaeel Bagherpour Ardakani, Mohammad Reza Hairi-Yazdi*, Mohammad Mahjoub

School of Mechanical Engineering, University of Tehran, Tehran, Iran.
* P.O. B. 515-14395, Tehran, Iran, myazdi@ut.ac.ir

ARTICLE INFORMATION

Original Research Paper
Received 25 January 2014
Accepted 17 March 2014
Available Online 27 August 2014

Keywords:
Unknown Input Observer
Observer Matching Condition
Residual Generation
Fault Detection
Sensor Fault

ABSTRACT

This paper deals with the design of an unknown input observer (UIO) with the assumption that the well-known observer matching condition is not satisfied. The proposed method can be used for fault detection problems with the use of residual vector. The basis of method is to compensate the unmatched uncertainties with the use of a set of auxiliary outputs. The introduced auxiliary outputs are obtained from successive integration of the system measurements and known inputs. Then, an unknown input observer is proposed which estimates exponentially the outputs. Therefore, the residual vector, generated from the estimated outputs and the actual outputs, will be obtained which insensitive to the unmatched disturbances. At the same time, the sensitivity of the proposed residual vector to the fault in sensors is investigated. The generated residual vector will be more robust against the presence of noise in the measurements. It is shown through numerical simulations that the proposed residual vector is sensitive to the presence of fault in sensors while it is insensitive to the presence of the unknown input. In addition, a comparison with a derivative based method is presented.

۱- مقدمه

روش‌های تشخیص و شناسایی نقص[۱] باید توانایی ایجاد یک سیگنال اعلان[۲] نقص داشته باشند تا بلافاصله پس از بروز نقص در سیستم، عملیات شناسایی نقص آغاز شود یا سیستم را برای جلوگیری از تداوم عملکرد در وضعیت هشدار متوقف نماید.

بسیاری از این روش‌ها بر مبنای تخمین‌گر متغیرهای حالت[۳] استوار است و با ایجاد بردار مانده[۴] از تفاضل خروجی واقعی سیستم و خروجی تخمین‌گر در سیستم‌های تشخیص و شناسایی نقص بکار می‌آیند. در غیاب نقص، و به شرط انطباق مدل تخمین‌گر با دینامیک سیستم، مانده‌ها صفر خواهند بود. البته فرض انطباق مدل تخمین‌گر و دینامیک سیستم در حالت عملکرد سالم الزاما

1- Fault Detection and Isolation
2- Alarm

3- State Observer
4- Residual Vector

Please cite this article using:

E. Bagherpour Ardakani, M.R. Hairi-Yazdi, M. Mahjoub, Residual generation in linear systems with unmatched uncertainties for fault detection problems, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 14, No. 7, pp. 191-198, 2014 (In Persian)

برای ارجاع به این مقاله از عبارت ذیل استفاده نمایید:

[Downloaded from mme.modares.ac.ir on 2024-04-19]

[DOR: 20.1001.1.10275940.1393.14.7.8.9]

واقع‌بینانه نیست و همواره عدم‌قطعیت[1] در مدل‌سازی و نویز در اندازه‌گیری حسگرها منجر به اختلاف بین خروجی حسگرها و خروجی تخمین‌گر خواهد شد و در نتیجه بردار مانده الزاماً صفر نخواهد بود. هر چه مدل دقیق‌تر باشد، بردار مانده در شرایط عملکرد سالم[2] دقیق‌تر و نزدیک‌تر به صفر خواهد بود. بروز نقص اختلاف بین خروجی تخمین‌گر و خروجی حسگرهای سیستم را تشدید می‌کند و در نتیجه بردار مانده از صفر دور می‌شود. در تحقیقات برای ایجاد تمایز بین آثار ناشی از عدم قطعیت و نویز با آثار ناشی از نقص، از پارامتر مقدار حدی[3] استفاده می‌نمایند. سلامت و یا عدم سلامت (بروز نقص در)[4] سیستم با مقایسه مقدار بردار مانده و مقدار حدی تشخیص داده می‌شود. همچنین از ماتریس بهرهٔ تخمین‌گر نیز به عنوان پارامتری برای ایجاد تمایز بین انواع نقص استفاده می‌شود تا امکان تفکیک آثار انواع نقص[5] از یکدیگر بوجود آمده و شناسایی عامل نقص نیز امکان‌پذیر شود [۱].

همان‌گونه که اشاره شد، وجود عدم‌قطعیت در دینامیک سیستم دقت مدل و در نتیجه دقت تصمیم‌گیری در تشخیص نقص را کاهش می‌دهد. رویکردهای متنوعی در تحقیقات مختلف برای جبران آثار عدم قطعیت مورد توجه بوده است که از این جمله، تخمین‌گرهای ورودی-نامعلوم[6] هستند. این نوع از تخمین‌گرها قابلیت تخمین متغیرهای حالت علی‌رغم وجود ورودی نامعلوم[7] را دارند. ورودی‌های نامعلوم می‌توانند ناشی از دینامیک مدل نشده، خطای مدل‌سازی، انواع اغتشاشات و ورودی‌های پیش‌بینی نشده و یا حتی ورودی‌های غیرقابل اندازه‌گیری (یا غیرقابل دسترس) باشند. اولین پژوهش منتشر شده در این زمینه به دهۀ ۷۰ میلادی باز می‌گردد که وانگ و همکارانش تخمین‌گر ورودی-نامعلوم کاهش‌مرتبه-یافته‌ایرا برای سیستم‌های خطی پیشنهاد دادند [۲]. این مقاله اشاره‌ای به شرایط لازم برای همگرایی تخمین‌گر نکرده است. کودوا و همکارانش شرط لازم و کافی برای تخمین‌گر وانگ را ارائه دادند [۳]، که بعدها در مقالات دیگر نیز تایید و تکرار شد، [۵،۴]. تاکنون طراحی تخمین‌گرهای مرتبه-کامل[8] یا کاهش‌مرتبه-یافته[9] بسیاری در سیستم‌های خطی [۷،۶] و یا غیرخطی [۹،۸] ارائه شده است. بموازات این پژوهش‌ها، مشاهده‌پذیری ورودی نیز از مباحث مهم مورد توجه بوده کهبواسطهٔ آن، بازساخت ورودی از خروجی مدنظر است [۱۰].

برای تشریح صورت مسأله، سیستمی خطی زیر با ورودی نامعلوم $d(t)$ فرض می‌شود:

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= Ax(t) + Bu(t) + Ed(t), x_0 = x(t_0) \\ y(t) &= Cx(t) \end{aligned} \quad (۱)$$

که $x(t) \in \mathbb{R}^n$، $y(t) \in \mathbb{R}^p$ و $u(t) \in \mathbb{R}^m$ و $d(t) \in \mathbb{R}^q$ به ترتیب متغیرهای حالت، خروجی، ورودی معلوم و ورودی نامعلوم هستند. مقدار اولیه متغیر حالت نیز با x_0 نشان داده شده است. ماتریس‌های A، B، C و E نیز مقادیری معلوم داشته و با اندازهٔ متناسب فرض شده‌اند. بدون خدشه به کلیت مسأله، می‌توان مفروض داشت که ماتریس خروجی C دارای مرتبهٔ سطری کامل[10] و ماتریس ورودی نامعلوم E دارای مرتبهٔ ستونی کامل[11] است و تعداد ورودی‌های نامعلوم نیز از تعداد خروجی‌های اندازه‌گیری شده بزرگ‌تر نیست ($q \leq p$). جفت (A, C) نیز مشاهده‌پذیر فرض می‌شود.

1- Uncertainty
2- Healthy
3- Threshold
4- Healthy vs. Faulty
5- Fault Isolation
6- Unknown Input Observer (UIO)
7- Unknown Input
8- Full-Order
9- Reduced-Order
10- Full Row-Rank
11- Full Column-Rank

تعریف ۱: یک سیستم دینامیکی را تخمین‌گر ورودی-نامعلوم برای سیستم خطی معادله (۱) می‌نامند اگر بتواند فارغ از مقدار ورودی نامعلوم، $d(t)$، تخمینی از متغیرهای حالت را فراهم آورد.

تعریف ۲: عدد مختلط s_0 را صفر نامتغیر (صفر انتقالی)[12] سه‌گانهٔ (A, E, C) می‌نامند اگر $\text{rank}(R(s_0)) < n + q$ که $R(s)$ ماتریس رزنبروک[13] است:

$$R(s) = \begin{bmatrix} sI - A & -E \\ C & 0 \end{bmatrix} \quad (۲)$$

ضمناً، سیستم خطی متشکل از این سه ماتریس را مینیمم‌فاز[14] می‌گویند اگر تمامی صفرهای انتقالی از ورودی نامعلوم به خروجی پایدار باشند.

تخمین متغیرهای حالت سیستم خطی (۱) با استفاده از تخمین‌گر ورودی-نامعلوم امکان‌پذیر است اگر و فقط اگر [۱۱،۷]:

الف- تأمین شرط تطابق تخمین‌گر[15]:

$$\text{rank}(CE) = \text{rank}(E) \quad (۳)$$

ب- صفرهای انتقالی از ورودی نامعلوم به خروجی‌های سیستم پایدار باشند. به عبارتی، سیستم باید نسبت به ورودی نامعلوم مینیم‌فاز باشد.

واضح است که یکی از شروط محدودکننده، شرط تطابق تخمین‌گر در رابطهٔ (۳) است. بر اساس این شرط، تخمین متغیرهای حالت به شرطی میسر است که کوپل دینامیکی مستقیم بین خروجی‌ها و ورودی‌های نامعلوم برقرار باشد؛ در غیر این صورت امکان جبران اثر ترم اغتشاش و تخمین متغیرهای حالت وجود نخواهد داشت [۱۲،۳].

محدودیت ناشی از شرط تطابق تخمین‌گر را می‌توان در یک نمونه رایج به شرح زیر مورد توجه قرار داد: در غالب سیستم‌های مکانیکی، حسگرها تنها سیگنال موقعیت را اندازه‌گیری می‌کنند و سیگنال سرعت به کمک تخمین‌گر بدست می‌آید. از سویی عدم قطعیت در مشتق سرعت (شتاب) ظاهر می‌شود. بنابراین بر اساس آن‌چه در پاراگراف قبل توضیح داده شد بین سرعت و ورودی نامعلوم کوپل دینامیکی مستقیم وجود دارد و خروجی حسگرها (موقعیت) با ورودی نامعلوم کوپل دینامیکی مستقیم نخواهد داشت. به همین خاطر عدم تأمین شرط تطابق می‌تواند موضوعی رایج در سیستم‌های مکانیکی باشد مگر این‌که سرعت نیز بصورت مجزا اندازه‌گیری شود که مستلزم صرف هزینه و بکارگیری حسگرهای بیشتر است. البته راه‌کار دیگر بدست آوردن سیگنال‌های کمکی از سیگنال‌های موجود است که معمولاً از مشتق سیگنال‌های موجود بدست می‌آیند. مثلاً برای داشتن سیگنال سرعت باید از سیگنال موقعیت مشتق گرفت. با این کار شرط تطابق احراز خواهد شد. این ایده برای طراحی تخمین‌گرهای ورودی-نامعلوم که شرط تطابق را ندارند استفاده شده است [۱۳-۱۶].

در مراجع [۱۳] و [۱۴]، مجموعه‌ای از خروجی‌های کمکی معرفی شده تا باکمک آن‌ها شرط تطابق تأمین شود. اساس معرفی خروجی‌های کمکی[16] مشتق‌گیری از خروجی‌های موجود و بر مبنای درجهٔ نسبت[17] ورودی نامعلوم در خروجی است. برای مشتق‌گیری در [۱۴] از تخمین‌گرهای لغزشی مراتب بالا[18] (ارائه شده در [۱۷]) استفاده شده است. در [۱۵]، مشتق‌گیری به کمک تخمین‌گر ضریب بهره-زیاد[19] (ارائه شده در[۱۸]) انجام شده و سپس از تخمین‌گر لغزشی معرفی شده در [۱۹] استفاده کرده است. مقالهٔ [۱۶] نیز بر

12- Invariant Zero (Transmission Zero)
13- Rosenbrock Matrix
14- Minimum-Phase
15- Observer Matching Condition
16- Auxiliary Output
17- Relative Degree
18- Higher-order Sliding Observer
19- High-Gain Observer

[Downloaded from mme.modares.ac.ir on 2024-04-19]

[DOR: 20.1001.1.10275940.1393.14.7.8.9]

اساس همین ایده به طراحی تخمین‌گر ورودی-نامعلوم پرداخته و علاوه بر تخمین متغیرهای حالت، تخمینی از ورودی نامعلوم را نیز ارائه داده است.

در پژوهش‌های صورت پذیرفته تاکنون، تا آن جا که نویسندگان این مقاله بررسی کرده‌اند، تمام روش‌های پیشنهادی از خروجی کمکی استفاده کرده‌اند و خروجی کمکی را نیز با کمک روش‌های مشتق-محور تخمین زده‌اند. از سویی، روش‌های مشتق-محور باعث تشدید نویز اندازه‌گیری‌شده و دقت تخمین را کاهش می‌دهند. به این علت، تمرکز مقاله حاضر بر ارائهٔ روشی برای تولید بردار مانده است که از مشتق‌گیری بی‌نیاز باشد. در ادامه مقاله نشان داده خواهد شد که می‌توان با انتگرال‌گیری‌های متوالی به فرم جدیدی از دینامیک سیستم رسید و آثار عدم قطعیت را با کمک خروجی‌های موجود جبران کرد. بدین ترتیب از مشتق‌گیری و آثار منفی آن جلوگیری خواهد شد. نتیجهٔ این کار محدود ماندن سطح نویز در حد همان نویز موجود در خروجی است، در عین‌حالی‌که انتگرال‌های مراتب بالاتر نیز دائماً سطح نویز را پایین خواهند آورد. نتایج این روش برای ایجاد بردار مانده‌ای مستقل از مقدار ورودی نامعلوم بکار گرفته خواهد شد و حساسیت بردار مانده به بروز نقص در حسگر بررسی خواهد شد.

در ادامه، اشاره‌ای گذرا به طراحی تخمین‌گر ورودی-نامعلوم خواهد شد و طراحی تخمین‌گر در صورت وجود عدم‌قطعیت غیرمنطبق نیز مورد بحث قرار خواهد گرفت. در قسمت سوم، ایدهٔ اصلی این مقاله که تولید بردار مانده به کمک انتگرال‌گیری متوالی است تشریح می‌شود. سپس به بحث در مورد حساسیت تخمین‌گر پیشنهادی به نقص در حسگر پرداخته می‌شود. کارایی الگوریتم پیشنهادی نیز با ارائهٔ نتایج شبیه‌سازی مدل دینامیکی متحرک افقی و پاندول معکوس نشان داده خواهد شد. در انتها نیز مروری بر نتایج بدست آمده صورت خواهد پذیرفت.

۲- شرح مسأله

۲-۱- مستقل ساختن سیستم خطی از اغتشاش

می‌توان دینامیک پارامترهای اندازه‌گیری شده (خروجی) را با کمک سیستم دینامیکی در معادلهٔ (۱) بصورت رابطه (۴) بدست آورد.

$$\dot{y}(t) = CAx(t) + CBu(t) + CEd(t) \quad (۴)$$

بنابراین:

$$CEd(t) = \dot{y}(t) - CAx(t) - CBu(t) \quad (۵)$$

با این فرض که مشتق خروجی موجود است، سمت راست معادلهٔ (۵) معلوم خواهد بود. لذا این عبارت سیستم معادلات خطی با p معادله و q مجهول (آرایه‌های بردار ورودی نامعلوم) خواهد بود. اگر $p \geq q$ و ماتریس (CE) مرتبهٔ ستونی کاملی داشته باشد، یا به عبارتی، شرط تطابق تخمین‌گر در معادلهٔ (۳) برقرار باشد، آن گاه بردار مجهول $d(t)$ حداقل دارای جواب ویژه طبق رابطه (۶) خواهد بود.

$$d^*(t) = (CE)^+[\dot{y}(t) - CAx(t) - CBu(t)] \quad (۶)$$

$(CE)^+$ شبه معکوس مور-پنروز[1] ماتریس (CE) است. اگر معادلهٔ (۶) در رابطهٔ (۱) به جای ترم نامعلوم جایگزین شود، با کمی دست‌کاری رابطه (۷) حاصل خواهد شد که مستقل از ورودی نامعلوم است.

$$\frac{d}{dt}\big(x(t) - Hy(t)\big) = TAx(t) + TBu(t) \quad (۷)$$

همچنین:

$$\begin{aligned} &H = E(CE)^+ \\ &(CE)^+ = ((CE)^{\mathrm{T}}CE)^{-1}(CE)^{\mathrm{T}} \\ &T = I_n - HC \end{aligned} \quad (۸)$$

1- Moore-Penrose Pseudo-Inverse

I_n ماتریس همانی $n \times n$ است. جالب‌تر آن‌که $TE = 0$ خواهد بود. از این رو ماتریس T مرتبهٔ کاملی نیز ندارد[2] و منفک‌سازی ورودی نامعلوم می‌تواند توام توام با از دست رفتن برخی از درجات آزادی سیستم باشد. لذا اگر (A, C) مشاهده‌پذیر باشد (TA, C) الزاماً مشاهده‌پذیر نخواهد بود.

بر مبنای سیستم دینامیکی معادلهٔ (۷) که معادل با سیستم دینامیکی رابطهٔ (۱) است و در ضمن از ورودی نامعلوم مستقل شده است، می‌توان تخمین‌گرشبه-لونبرگر[3] زیر را برای تخمین متغیرهای حالت توسعه داد:

$$\frac{d}{dt}\big(\hat{x}(t) - Hy(t)\big) = TA\hat{x}(t) + TBu(t) + L(y(t) - C\hat{x}(t)) \quad (۹)$$

L ماتریس بهرهٔ تخمین‌گر است. بدین ترتیب، با فرض این که $e(t) = x(t) - \hat{x}(t)$، دینامیک خطای تخمین مطابق رابطه (۱۰) خواهد بود.

$$\dot{e}(t) = \dot{x}(t) - \dot{\hat{x}}(t) = (TA - LC)e(t) \quad (۱۰)$$

با توجه به این رابطه، شرط همگرایی پایداری تمامی مقادیر ویژه ماتریس $(TA - LC)$ خواهد بود تا خطای تخمین، $e(t)$، بصورت نمایی به سمت صفر میل نماید و $\hat{x}(t) \to x(t)$. بنابراین با فرض تأمین شرط تطابق در رابطهٔ (۳) و هم‌چنین با فرض این‌که ماتریس L بتواند $(TA - LC)$ را پایدار سازد، رابطهٔ (۹) تخمین‌گر ورودی-نامعلوم برای سیستم (۱) خواهد بود:

لم [۷]: شرایط لازم و کافی برای آن که معادلهٔ (۹) تخمین‌گر ورودی-نامعلوم برای سیستم (۱) باشد آن است که یکم. شرط تطابق تخمین‌گر برقرار باشد و دوم. صفرهای انتقال از ورودی نامعلوم به خروجی سیستم پایدار باشند.

۲-۲- عدم تأمین شرط تطابق تخمین‌گر

در بسیاری از سیستم‌های خطی شرط تطابق تخمین‌گر در رابطهٔ (۳) برقرار نیست. برای غلبه بر این محدودیت، در [۱۴] خروجی‌های کمکی پیشنهاد شده تا به کمک آن‌ها شرط تطابق تخمین‌گر تأمین شود.

قبل از ورود به بحث، فرض می‌شود که با توجه به $q \leq p$، ماتریس خروجی C را بتوان بصورت دو ماتریس مجزا $C = \begin{bmatrix} C_q^{\mathrm{T}} & C_0^{\mathrm{T}} \end{bmatrix}^{\mathrm{T}}$ در آورد که $C_q \in \mathbb{R}^{q \times n}$. ماتریس C_q باید حائز شرایطی باشد که در ادامه خواهد آمد.

تعریف ۳: فرض می‌شود c_i سطر iام از ماتریس خروجی C_q باشد و رابطه (۱۱) برقرار باشد:

$$\begin{cases} c_i A^{r_i-2}E = \cdots = c_i E = 0 \\ c_i A^{r_i-1}E \neq 0, \qquad i = 1, \ldots, q \end{cases} \quad (۱۱)$$

به r_i درجه نسبت[4] خروجی به ورودی نامعلوم گفته می‌شود [۲۰].

نکته: درجهٔ نسبت را می‌توان با مشتق مراتب بالاتر خروجی برای بدست آوردن ورودی نامعلوم معادل دانست. از این رو، شرط تطابق تخمین‌گر که به معنای درجه نسبت یک بین خروجی و ورودی نامعلوم است، به معنای توانایی استخراج ورودی نامعلوم از مشتق مرتبهٔ اول خروجی قابل تفسیر می‌باشد که در رابطهٔ (۶) از آن بهره‌برداری شد.

با این حساب ماتریس خروجی کمکی با رابطه (۱۲) تعریف می‌شود:

$$C_a = \begin{bmatrix} c_1 A^{r_1-1} \\ \vdots \\ c_i A^{r_i-1} \\ \vdots \\ c_q A^{r_q-1} \end{bmatrix} \quad (۱۲)$$

که با توجه به تعریف ۳، $\mathrm{rank}(C_a E) = \mathrm{rank}(E)$. به عبارتی دقیق‌تر، ماتریس کمکی C_a و خروجی کمکی متناسب با آن، $y_a = C_a x$، شرط تطابق تخمین‌گر در رابطهٔ (۳) را تأمین خواهد نمود. اگر خروجی کمکی y_a قابل محاسبه باشد، می‌توان از مشتق خروجی کمکی برای ایجاد دینامیک مستقل از ورودی نامعلوم غیرمنطبق استفاده کرد:

2- Rank-Deficient
3- Luenberger-like Observer
4- Relative Degree

[Downloaded from mme.modares.ac.ir on 2024-04-19]
[DOR: 20.1001.1.10275940.1393.14.7.8.9]

$$\frac{d}{dt}\big(\hat{x}(t)-H_a y_a(t)\big)=T_aA\hat{x}(t)+T_aBu(t)+L(y(t)-C\hat{x}(t)) \quad (۱۳)$$

بنابراین در رابطه (۱۳) روابط (۱۴) برقرارند:

$$H_a=E(C_aE)^{-1}$$
$$T_a=I_n-H_aC_a \quad (۱۴)$$

واضح است که این بار با توجه به تعریف ۳ و رابطهٔ (۱۲)، (C_aE) مربعی و با مرتبهٔ کامل خواهد بود و لذا از معکوس آن استفاده شده است.

از بحث بالا این پرسش مطرح می‌شود که آیا می‌توان با استفاده از پارامترهای معلوم مقدار خروجی کمکی y_a را استخراج کرد؟

برای یافتن پاسخ این سوال، فرض شود که $y_{ai}=c_iA^{r_i-1}x$ و همچنین بردار $\bar{y}_{ai}=[\bar{y}_{i1}\ \cdots\ \bar{y}_{ir_i}]^{\mathrm{T}}$ برای $\bar{y}_{ij}=c_iA^{j-1}x$ باشد، به نحوی که $i=1,\dots,q$ و $j=1,\dots,r_i$، هدف تعیین مقدار مجهول $y_{ai}=\bar{y}_{ir_i}$ از طریق مقدار خروجی معلوم $y_i=\bar{y}_{i1}$ و دیگر پارامترهای معلوم است. به راحتی می‌توان نشان داد که:

$$\dot{\bar{y}}_{ai}=A_{ai}\bar{y}_{ai}+B_{ai}u+b_{ai}f(x,d) \quad (۱۵)$$

به نحوی‌که A_{ai} و b_{ai} در فرم کانونی کنترل‌پذیر[1] باشند. همچنین $B_{ai}=[c_iB\ \cdots\ c_iA^{r_i-1}B]$ و $f(x,d)=c_iA^{r_i}x+c_iA^{r_i-1}Ed$. چالش این فرم از معادلهٔ دیفرانسیل، مجهول بودن مقدار تابع اسکالر $f(x,d)$ است.

در مقالات مختلف عمدتاً از دو روش برای جبران مقدار تابع مجهول و تخمین خروجی کمکی استفاده شده است: یک تخمین‌گرهای مقاوم مود لغزشی مراتب بالا که برای نمونه در [۱۴]دیده می‌شود؛ دوم استفاده از تخمین‌گر ضریب بهره-زیاد که برای نمونه در [۱۵] استفاده شده است. در واقع این دو نوع تخمین‌گر به نحوی تخمینی از مشتق‌گیری متوالی ارائه می‌دهند فارغ از این‌که مقدار مشتق مراتب بالاتر، یعنی ترم نامعلوم $f(x,d)$، چقدر باشد. به همین خاطر این دو را عموماً تخمین‌گر مشتق می‌نامند. شرح کامل‌تر را می‌توان در مراجع مورد اشاره یافت. در این‌جا تنها اشاره‌ای گذرا به تخمین‌گر ضریب بهره-زیاد می‌شود.

تخمین‌گر ضریب بهره-زیاد برای تخمین متغیرهای حالت سیستم دینامیکی (۱۵) به شرح زیر خواهد بود:

$$\dot{\hat{y}}_{ai}=A_{ai}\hat{y}_{ai}+B_{ai}u+l_{ai}(y_i-c_{ai}\hat{y}_{ai}) \quad (۱۶)$$

که $c_{ai}=[1\ \ 0\ \ \cdots\ \ 0]$ و $\hat{y}_{ai}$ تخمینی از $\bar{y}_{ai}$ است. همچنین:

$$l_{ai}=\left[\frac{\alpha_{i1}}{\varepsilon}\ \ \cdots\ \ \frac{\alpha_{ir_i}}{\varepsilon^{r_i}}\right]^{\mathrm{T}}$$

و $\varepsilon\in[0\ 1]$ پارامتر طراحی است. در ضمن، α_{ij}ها باید به نحوی انتخاب شوند که ریشه‌های

$$s^{r_i}+\alpha_{i1}s^{r_i-1}+\cdots+\alpha_{ir_i}=0$$

در نیمهٔ سمت چپ صفحهٔ اعداد مختلط واقع شده باشند. هر چه مقدار ε کوچک‌تر باشد، یا به عبارتی ضریب بهره تخمین‌گر بزرگ‌تر باشد، مشتق‌گیری ایده‌آل‌تر بدست خواهد آمد و سرعت همگرایی نیز بیشتر خواهد شد. البته باید توجه داشت که تخمین‌گرهای ضریب بهره-زیاد در دورهٔ گذار با پدیدهٔ حداکثر شدن[2] ناگهانی روبرو هستند که ناشی از خطای تخمین و تشدید آن توسط ضریب بهرهٔ تخمین‌گر است. در بسیاری از مقالات، از خروجی تخمین‌گر به همراه یک تابع اشباع استفاده کرده‌اند. اما این تخمین‌گر به شدت نسبت به وجود نویز در خروجی حساس است و به واسطهٔ ضریب تخمین‌گر بزرگ، آثار نویز در خروجی را تشدید می‌کند. حساسیت نسبت به نویز در تخمین‌گر مود لغزشی نیز همانند تخمین‌گر ضریب بهره-زیاد بالا است.

مسالهٔ نویز در انواع روش‌های دیگری هم که برای تخمین مشتق استفاده می‌شود، عملاً محدود کننده است و دقت روش را کاهش می‌دهد. در حالی که نویز در اندازه‌گیری اجتناب‌ناپذیر است. بنابراین استفاده از خروجی‌های کمکی بدست آمده از رویکردهای مشتق-محور نیز متأثر از نویز خواهد بود و دقت تخمین‌گرهای ورودی نامعلوم را کاهش خواهد داد؛ خصوصاً در مسائلی چون نقص‌یابی که حداقل ساختن آثار نویز از سویی و جبران عدم قطعیت از سوی دیگر حائز اهمیت است.

۳- تولید بردار مانده مبتنی بر انتگرال‌گیری متوالی

۳-۱- توسعهٔ سیستم معادل و خروجی کمکی

استفاده از بردار مانده از متداول‌ترین روش‌ها برای تشخیص عملکرد سالم یا معیوب یک سیستم دینامیکی است. بردار مانده باید حتی‌الامکان کمترین تأثیر را از عوامل غیرقابل پیش‌بینی و یا غیرقابل اندازه‌گیری مانند خطای مدل‌سازی، اغتشاش، ورودی‌های نامعلوم، نویز در اندازه‌گیری و موضوعاتی از این دست بپذیرد یا به عبارتی نسبت به این عوامل مقاوم باشد.در چنین شرایطی خواهد بود که آثار نقص در بردار مانده انعکاس بهتری داشته و به راحتی امکان تمایز و تشخیص انواع نقص نیز فراهم خواهد آمد.

استفاده از تخمین‌گر ورودی نامعلوم از آن جهت که می‌تواند اثر ورودی نامعلوم (اغتشاش) را در بردار مانده جبران نماید، حائز اهمیت است. به عبارتی، بردار مانده مستقل از اغتشاش خواهد بود.

در این‌جا، روشی برای ایجاد بردار مانده ارائه خواهد شد که آثار مقدار ورودی نامعلوم غیرمنطبق در بردار مانده جبران شده باشد. همچنین، به منظور کاهش حساسیت بردار مانده نسبت به وجود نویز در خروجی‌های اندازه‌گیری شده، از مشتق‌گیری کاملاً اجتناب خواهد شد.

برای راحتی بیشتر، از این به بعد از اختصار $\mathbb{I}_j[\cdot]$ به جای j-انتگرال‌گیر استفاده خواهد شد و برای هر تابع انتگرال‌پذیری مثل $f(t)$:

$$\mathbb{I}_j[f(t)]=\int_{t_0}^{t}\int_{t_0}^{\tau_1}\cdots\int_{t_0}^{\tau_{j-1}}[f(\tau_j)]d\tau_j\cdots d\tau_1 \quad (۱۷)$$

اگر از دینامیک سیستم خطی در رابطهٔ (۱) r–مرتبه انتگرال‌گیری متوالی صورت پذیرد، می‌توان به فرمی از معادلات دیفرانسیل رسید که از نظر دینامیکی معادل با سیستم خطی رابطهٔ (۱) است:

$$\frac{d}{dt}(\mathbb{I}_r[x])=A\mathbb{I}_r[x]+B\mathbb{I}_r[u]+E\mathbb{I}_r[d]+x_0\frac{t^{r-1}}{(r-1)!} \quad (۱۸)$$

واضح است که انتگرال‌گیری متوالی منجر به ظهور شرایط اولیه x_0 شده که در این مقاله فرض بر نامعلوم بودن مقدار آن است.

با استناد به تعریف ۳ و بدون فروکاستن از کلیت مسأله می‌توان خروجی‌های سیستم را به نحوی در نظر داشت که $r_1\le\cdots\le r_q$ و تعداد انتگرال‌گیرهای متوالی $r=r_q-1$ باشد. بر اساس رابطهٔ (۱۸)، می‌توان به سادگی نشان داد که:

$$y_{i1}=\mathbb{I}_r[y_i(t)]=c_i\mathbb{I}_r[x(t)]$$
$$y_{i2}=\frac{d}{dt}\mathbb{I}_r[y_i(t)]=\mathbb{I}_{r-1}[y_i(t)]$$
$$=c_iA\mathbb{I}_r[x(t)]+c_iB\mathbb{I}_r[u(t)]+c_ix_0\frac{t^{r-1}}{(r-1)!}$$
$$\vdots$$
$$y_{ir_i}=\frac{d^{r_i-1}}{dt^{r_i-1}}\mathbb{I}_r[y_i(t)]=\mathbb{I}_{r-(r_i-1)}[y_i(t)]$$
$$+c_iA^{r_i-2}B\mathbb{I}_r[u(t)]+\cdots+c_iB\mathbb{I}_{r-(r_i-2)}[u(t)]$$
$$+c_iA^{r_i-2}x_0\frac{t^{r-1}}{(r-1)!}+\cdots+c_ix_0\frac{t^{r-(r_i-1)}}{(r-(r_i-1))!} \quad (۱۹)$$

بنابراین خروجی کمکی زیر که متناسب با سیستم دینامیکی معادله (۱۸) است، از رابطهٔ (۱۹) استخراج خواهد شد:

1- Canonical Controllable Form
2- Peaking Phenomenon

[Downloaded from mme.modares.ac.ir on 2024-04-19]
[DOR: 20.1001.1.10275940.1393.14.7.8.9]

$$Y_a(t) = C_a\mathbb{I}_r[x] + C_t x_0\frac{t^{r-1}}{(r-1)!} = Y_\mu - \left(C_{a_1}B\mathbb{I}_r[u] + \cdots + C_{a_r}B\mathbb{I}_1[u]\right) \quad (۲۰)$$

که در رابطهٔ (۲۰) روابط (۲۱) برقرارند:

$$Y_\mu = \begin{bmatrix} \mathbb{I}_{r-(r_1-1)}[y_1(t)] \\ \vdots \\ \mathbb{I}_{r-(r_i-1)}[y_i(t)] \\ \vdots \\ y_q(t) \end{bmatrix},$$

$$C_{a_1} = \begin{bmatrix} c_1A^{r_1-2} \\ \vdots \\ c_iA^{r_i-2} \\ \vdots \\ c_qA^{r_q-2} \end{bmatrix}, \dots, C_{a_r} = \begin{bmatrix} 0 \\ \vdots \\ 0 \\ \vdots \\ c_p \end{bmatrix} \quad (۲۱)$$

همچنین

$$C_t = C_{a_1} + C_{a_2}\frac{(r-1)}{t} + \cdots + C_{a_r}\frac{(r-1)!}{t^{r-1}} \quad (۲۲)$$

از رابطهٔ (۲۰) و ماتریس‌های روابط (۲۱) و (۲۲) واضح است که خروجی کمکی $Y_a(t)$ را می‌توان به کمک انتگرال‌گیری‌های متوالی از دو پارامتر معلوم و در دسترس خروجی سیستم، $y(t)$، و ورودی $u(t)$ بدست آورد. بدین‌ترتیب می‌توان با استفاده از خروجی کمکی و با توجه به $\operatorname{rank}(C_aE) = \operatorname{rank}(E)$، چنان‌چه در رابطهٔ (۱۳) انجام شد، سیستم دینامیکی معادل را از ترم اغتشاش $\mathbb{I}_r[d]$ به ترتیب رابطه (۲۳) مستقل ساخت:

$$\frac{d}{dt}(\mathbb{I}_r[x] - H_aY_a) = T_aA\mathbb{I}_r[x] + T_aB\mathbb{I}_r[u] + \Psi_t x_0\frac{t^{r-1}}{(r-1)!} \quad (۲۳)$$

که در این عبارت T_a و H_a همان ماتریس‌های رابطهٔ (۱۴) هستند و

$$\Psi_t = T_a - H_aC_t - H_aC_t\frac{r-1}{t} \quad (۲۴)$$

که $\dot{C}_t$ مشتق ماتریس C_t خواهد بود. واضح است که بر اساس رابطهٔ (۲۲)، چنان‌چه زمان به سمت بی نهایت میل نماید $t \to \infty$، $C_t \to C_{a_1}$ و در نتیجه $\dot{C}_t \to 0$؛ بنابراین $\Psi_t \to T_a$.

دینامیک معادل و مستقل از اغتشاش رابطهٔ (۲۳) را می‌توان با پارامترهای جایگزین رابطه (۲۵) به شکل ساده‌تر (۲۶) درآورد:

$$\zeta(t) = \left(\frac{\mathbb{I}_r[x]}{t^{r-1}/(r-1)!}\right)$$
$$\nu(t) = \left(\frac{\mathbb{I}_r[u]}{t^{r-1}/(r-1)!}\right)$$
$$\xi_a(t) = \left(\frac{Y_a}{t^{r-1}/(r-1)!}\right)$$
$$\xi(t) = \left(\frac{\mathbb{I}_r[y]}{t^{r-1}/(r-1)!}\right) \quad (۲۵)$$

$$\frac{d}{dt}(\zeta - H_a\xi_a) = T_aA\zeta + T_aB\nu + \frac{r-1}{t}(H_a\xi_a - \zeta) + \Psi_t x_0$$
$$\to \xi = C\zeta \quad (۲۶)$$

که برای سادگی از نوشتن آرگومان t در متغیرهای وابسته به زمان صرف‌نظر شده است. همچنین به فرض محدود بودن متغیر حالت ζ و در نتیجه خروجی کمکی ξ_a، ترم $\frac{r-1}{t}(H_a\xi_a - \zeta)$ در نهایت صفر خواهد شد.

۳-۲- توسعهٔ تخمین‌گر خروجی

لازم به ذکر است که عبارت انتهایی رابطهٔ (۲۶) که از شرایط اولیه سیستم (۱) ناشی می‌شود، فرم جدید دینامیکی را کمی پیچیده می‌کند. تخمین ترم نامعلوم $\Psi_t x_0$ وابسته به این نکته است که آیا آثار این ترم کاملاً در خروجی سیستم مشاهده‌پذیر است و یا این که برخی از مؤلفه‌های آن مشاهده ناپذیرند؟ برای تحلیل بهتر این موضوع، فرض می‌شود که عبارت انتهایی را بتوان بصورت رابطه (۲۷) بازنویسی کرد:

$$\Psi_t x_0 = \Phi\theta + \Phi_u\theta_u + \mathcal{E}(t) \quad (۲۷)$$

به نحوی که $\Phi = [\phi_1 \ \cdots \ \phi_k]$ و ϕ_1 تا ϕ_k بردارهای ستونی غیرصفر، مستقل و متعلق به $\mathbb{R}^{n\times 1}$ و همگی واقع در فضای قابل مشاهده جفت (T_aA, C)باشند. به عبارتی:

$$\begin{bmatrix} C \\ C(T_aA) \\ \vdots \\ C(T_aA)^{n-1} \end{bmatrix}\phi_i \neq 0, \quad i = 1, \dots, k$$

در چنین شرایطی θ پارامتر مشاهده‌پذیر خواهد بود. به همین ترتیب Φ_u متشکل از ستون‌هایی مستقل و غیرصفر فرض می‌شود که همگی در فضای غیرقابل مشاهده جفت (T_aA, C) واقع شده‌اند. بنابراین برای تمامی jهای مثبت و صفر $C(T_aA)^j\Phi_u = 0$. به منظور سادگی، تمامی ترم‌های متغیر با زمان نیز در عبارت $\mathcal{E}(t)$ تجمیع شده و واضح است که به مرور زمان به سمت صفر میل خواهد کرد.

همان‌گونه که پیش از این نیز بیان شد، ماتریس T_a برخی از درجات آزادی ماتریس دینامیکی A را کاهش می‌دهد که همین مسأله می‌تواند منجر به شکل‌گیری فضای غیرقابل مشاهده برای جفت (T_aA, C) شود. از این رو، اگر Φ_u وجود داشت و متناسب با آن، پارامتر غیرقابل مشاهدهٔ θ_u در ساختار سیستم به‌روز داشته باشد، امکان تخمین تمامی متغیرهای حالت سیستم رابطهٔ (۲۶) فراهم نخواهد بود.

البته برای ایجاد بردار مانده نیازی به تخمین تمامی متغیرهای حالت نیست و تخمین خروجی کفایت می‌کند. بر اساس سیستم معادلهٔ (۲۶) می‌توان تخمین‌گر زیر را پیشنهاد کرد:

$$\frac{d}{dt}(\hat{\zeta} - H_a\xi_a) = T_aA\hat{\zeta} + T_aB\nu + \Phi\hat{\theta} + \Phi_u\hat{\theta}_u + L_\gamma(\xi - C\hat{\zeta})$$
$$\frac{d}{dt}\hat{\theta} = \gamma(C\Gamma)^{\mathrm{T}}(\xi - C\hat{\zeta})$$
$$\Gamma = -(T_aA - LC)^{-1}\Phi$$
$$L_\gamma = L + \gamma\Gamma(C\Gamma)^{\mathrm{T}} \quad (۲۸)$$

این تخمین‌گر قابلیت تخمین خروجی را توأم با تخمین متغیر مشاهده‌پذیر θ به کمک الگوریتم تطبیقی دارد.

قضیه ۱: تخمین‌گر رابطهٔ (۲۸) قادر به تخمین خروجی سیستم در رابطهٔ(۲۶) است اگر و فقط اگر

الف. شرط تطابق تخمین‌گر برای خروجی کمکی برقرار باشد یا $\operatorname{rank}(C_aE) = \operatorname{rank}(E)$

ب. جفت (T_aA, C) تعیین‌پذیر[1] باشد.

اثبات: از رابطهٔ (۱۴) واضح است که این شرط برای داشتن مقدارماتریس H_a لازم و کافی است.

از سوی دیگر شرط لازم و کافی برای آن‌که تمامی مقادیر ویژهٔ ماتریس $(T_aA - LC)$ به واسطهٔ ماتریس بهرهٔ L پایدار باشند این است که (T_aA, C) یک جفت تعیین‌پذیر باشد. با این فرض می‌توان نشان داد که:

$$\frac{d}{dt}\tilde{\zeta} = T_aA\tilde{\zeta} + \Phi\tilde{\theta} + \Phi_u\tilde{\theta}_u - L_\gamma C\tilde{\zeta} + \mathcal{E}'(t) \quad (۲۹)$$

در این‌جا $\mathcal{E}'(t)$ حاصل تجمیع ترم‌هایی است که مستقیماً وابسته به زمان هستند و در نهایت نیز به سمت صفر میل خواهند کرد. با در نظر گرفتن تغییر پارامتر $z = \tilde{\zeta} - \Gamma\tilde{\theta}$، می‌توان به راحتی نشان داد که:

$$\frac{d}{dt}z = (T_aA - LC)z + \Phi_u\tilde{\theta}_u + \mathcal{E}'(t)$$

بنابراین با توجه به پایداری ماتریس $(T_aA - LC)$ و ضمن این‌که $\mathcal{E}'(t)$ محدود و به سمت صفر میل می‌کند، در شرایط ماناً[2]

$$z_{ss} = -(T_aA - LC)^{-1}\Phi_u\tilde{\theta}_u$$

به عبارتی، $z(t) \to z_{ss}$ هم‌چنان که $t \to \infty$. واضح است که z_{ss} بنابر رابطهٔ فوق مقداری ثابت و وابسته به خطای تخمین $\tilde{\theta}_u$ خواهد داشت. همچنین، با توجه به تعریفی که از Φ_u در رابطهٔ (۲۷) و مباحث ذیل آن ارائه شد، به راحتی می‌توان نشان داد که:

1- Detectable Pair
2- Steady State

[Downloaded from mme.modares.ac.ir on 2024-04-19]
[DOR: 20.1001.1.10275940.1393.14.7.8.9]

$$Cz_{ss} = -C(T_aA - LC)^{-1}\Phi_u\tilde{\theta}_u = 0$$

علاوه بر این، خطای تخمین الگوریتم تطبیقی را می‌توان با کمک پارامتر z به شرح زیر بدست آورد:

$$\dot{\tilde{\theta}} = -\dot{\hat{\theta}} = -\gamma(C\Gamma)^{\mathrm{T}}C(z + \Gamma\tilde{\theta}) = -\gamma(C\Gamma)^{\mathrm{T}}Cz - \gamma(C\Gamma)^{\mathrm{T}}C\Gamma\tilde{\theta}$$

واضح است که $(C\Gamma)^{\mathrm{T}}C\Gamma$ همواره مثبت معین خواهد بود. بنابراین خطای تخمین پارامتر $\tilde{\theta}$ نیز پایدار است و در شرایط مانا ($t \to \infty$) با توجه به این‌که $Cz(t) \to Cz_{ss} = 0$

$$\tilde{\theta} \to \tilde{\theta}_{ss} = -[(C\Gamma)^{\mathrm{T}}C\Gamma]^{-1}(C\Gamma)^{\mathrm{T}}Cz_{ss} = 0$$

بنابراین خطای تخمین متغیرهای حالت $\tilde{\zeta} \to \tilde{\zeta}_{ss} = z_{ss}$ و خطای تخمین خروجی نیز $C\tilde{\zeta}_{ss} = 0$ یا $C\tilde{\zeta}(t) \to \xi(t)$. پس تخمین‌گر رابطهٔ (۲۸) یک تخمین‌گر خروجی برای سیستم دینامیکی رابطهٔ (۲۶) خواهد بود.

از نتایج قضیه ۱ این است که می‌توان بردار مانده‌ای را به کمک خروجی تخمین‌گر رابطهٔ (۲۸) پیشنهاد داد که نسبت به ورودی نامعلوم غیرمنطبق مستقل و تأثیرناپذیر باشد و علاوه بر آن، مقدار پارامترهای مشاهده‌ناپذیر θ_u نیز در آن خدشه‌ای وارد نسازد:

$$R(t) = \xi(t) - C\hat{\zeta}(t) = \left(\frac{\mathbb{I}_r[y]}{t^{r-1}/(r-1)!}\right) - C\hat{\zeta}(t) \qquad (۳۰)$$

لذا بردار مانده $R(t)$ به سمت صفر میل خواهد کرد.

۳-۳- مراحل پیشنهادی برای ایجاد بردار مانده

فرض بر این است که آن‌چه در واقعیت وجود دارد را می‌توان بصورت سیستم خطی فرمول (۱) مدل کرد. همچنین از پارامترهای قابل اندازه‌گیری شرط تطابق تخمین‌گر چنان‌چه در فرمول (۳) آمده تأمین نمی‌شود. بدین ترتیب مانیتورینگ سلامتی عملکرد سیستم به کمک بردار مانده پیشنهادی در این مقاله امکان پذیر خواهد بود و بردار مانده در فرمول (۳۰) را می‌توان به کمک مراحل زیر ایجاد کرد:

۱- تعیین ماتریس خروجی کمکی C_a با استفاده از تعریف ۳ و فرمول‌های (۱۱) و (۱۲) با لحاظ این موضوع که خروجی‌های سیستم به نحوی مرتب شوند که $r_1 \le \cdots \le r_q$ همچنین تعداد انتگرال‌گیرهای متوالی $r = r_q - 1$ خواهد بود.

۲- محاسبهٔ آنلاین خروجی کمکی $Y_a(t)$ (رابطهٔ (۲۰)) با استفاده از فرمول (۱۹) و ماتریس‌های رابطه (۲۱).

۳- محاسبهٔ $\xi_a(t)$ و $\xi(t)$ از $Y_a(t)$ و $y(t)$ در رابطهٔ (۲۵).

۴- استفاده از $\xi_a(t)$ و $\xi(t)$ در تخمین‌گر رابطهٔ (۲۸).

۵- محاسبهٔ بردار مانده از طریق رابطهٔ (۳۰).

۴- تحلیل بردار مانده در شرایط بروز نقص در حسگر

بروز نقص در حسگر از محتمل‌ترین مسائلی است که در یک سیستم کنترلی رخ می‌دهد. با این فرض که بروز نقص را می‌توان با سیگنال $y_f(t)$ در خروجی مدل کرد، مدل دینامیکی رابطهٔ (۱) را باید بصورت زیر اصلاح نمود:

$$\begin{aligned}\dot{x}(t) &= Ax(t) + Bu(t) + Ed(t), x_0 = x(t_0)\\ y(t) &= Cx(t) + y_f(t)\end{aligned} \qquad (۳۱)$$

فرض بر این است که $y_f(t)$ برداری است که بروز نقص را در حسگرها نمایندگی می‌نماید و مقدار آن قبل از لحظهٔ بروز نقص، t_f، برابر با صفر است. به محض بروز نقص در زمان t_f، این بردار مقداری غیرصفر خواهد داشت و متناسب با شدت نقص خواهد داشت.

با این پیش فرض، تمامی پارامترهایی که در قسمت قبل از خروجی استخراج شدباید اصلاح شوند. از این رو:

$$\begin{aligned}Y_a(t) &= C_a\mathbb{I}_r[x] + C_t x_0\frac{t^{r-1}}{(r-1)!} + Y_{af}\\ &= Y_\mu - \left(C_{a_1}B\mathbb{I}_r[u] + \cdots + C_{a_r}B\mathbb{I}_1[u]\right)\end{aligned} \qquad (۳۲)$$

که در این رابطه، ترم ناشی از نقص Y_{af} به ترتیب زیر خواهد بود:

$$Y_{af}(t) = \begin{bmatrix}\mathbb{I}_{r-(r_1-1)}[y_{f1}(t)]\\ \vdots\\ \mathbb{I}_{r-(r_i-1)}[y_{fi}(t)]\\ \vdots\\ y_{fq}(t)\end{bmatrix}$$

که $y_{fi}(t)$، i-امین سطر از بردار نقص $y_f(t)$ است. به همین ترتیب دینامیک معادل در رابطهٔ (۲۶) باید به ترتیب زیر اصلاح شود:

$$\begin{aligned}&\frac{d}{dt}(\zeta - H_a\xi_a) = T_aA\zeta + T_aBv + \Psi_t x_0 - H_a\dot{\xi}_{af} + \frac{r-1}{t}(H_a\xi_a - \zeta)\\ &\xi = C\zeta + \xi_f\end{aligned} \qquad (۳۳)$$

در عبارت فوق فرض شده است که:

$$\dot{\xi}_{af}(t) = \left(\frac{\dot{Y}_{af}}{t^{r-1}/(r-1)!}\right)$$

$$\xi_f(t) = \left(\frac{\mathbb{I}_r[y_f]}{t^{r-1}/(r-1)!}\right)$$

بدین ترتیب به شرط استفاده از تخمین‌گر رابطهٔ (۲۸)، دینامیک خطای تخمین در رابطهٔ (۲۹) به ترتیب زیر خواهد بود:

$$\begin{aligned}&\frac{d}{dt}\tilde{\zeta} = T_aA\tilde{\zeta} + \Phi\tilde{\theta} + \Phi_u\tilde{\theta}_u - L_\gamma C\tilde{\zeta} + \mathcal{E}'(t)\\ &-H_a\dot{\xi}_{af} - L_\gamma\xi_f\end{aligned} \qquad (۳۴)$$

و بردار مانده بصورت رابطه (۳۵) است.

$$R(t) = \xi(t) - C\hat{\zeta}(t) = C\tilde{\zeta}(t) + \xi_f(t) \qquad (۳۵)$$

بدست خواهد آمد. از دو رابطهٔ فوق واضح است که بروز نقص در حسگر بلافاصله در بردار مانده و علاوه بر آن در خطای تخمین بروز می‌نماید و از طریق بردار مانده قابل مشاهده است. بنابراین بروز نقص با انتخاب مقدار حدی مناسب و مانیتورینگ بردار مانده قابل تشخیص خواهد بود.

۵- شبیه‌سازی عددی

شبیه‌سازی مدل دینامیکی یک پاندول معکوس مستقر بر یک متحرک افقی در این قسمت مدنظر است که پاندول در صفحه حرکت چرخشی دارد و متحرک افقی توسط یک عملگر خطی جابه‌جا شود تا پاندول در موقعیت بالا ثابت نگه داشته شود. معادلات حاکم بر حرکت این سیستم دینامیکی را می‌توان بصورت زیر نوشت:

$$\begin{aligned}&(M+m)\ddot{z} + F_z\dot{z} + ml\left(\ddot{\theta}\cos\theta - \dot{\theta}^2\sin\theta\right) = u\\ &J\ddot{\theta} + F_\theta\dot{\theta} - mgl\sin\theta + ml\ddot{z}\cos\theta = 0\end{aligned}$$

که پارامترهای عبارات فوق در جدول ۱ مشخص شده‌اند.

اگر ترم‌های غیرخطی در معادلات دینامیکی فوق حول نقطهٔ مطلوب $z = \dot{z} = \theta = \dot{\theta} = 0$ خطی‌سازی شوند، می‌توان به روابط زیر دست یافت:

$$\begin{aligned}&(M+m)\ddot{z} + F_z\dot{z} + ml\ddot{\theta} = u + d_1(\theta, z)\\ &J\ddot{\theta} + F_\theta\dot{\theta} - mgl\theta + ml\ddot{z} = d_2(\theta, z)\end{aligned}$$

که d_1 و d_2 خطای ناشی از خطی‌سازی هستند و بصورت ترم اغتشاش (ورودی نامعلوم) در معادلات دینامیکی مدل شده‌اند. این دو ترم در حوالی نقطهٔ مطلوب مقادیری ناچیز و قابل صرف‌نظر دارند. بر اساس رابطهٔ خطی فوق، ماتریس‌های معادلات فضای حالت نیز مشخص خواهند شد:

$$A = \begin{bmatrix}0 & 0 & 1 & 0\\ 0 & 0 & 0 & 1\\ 36.96 & 0 & 0.174 & 6.26\\ -1.93 & 0 & 0.0091 & -1.99\end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix}0\\ 0\\ -1.01\\ 0.321\end{bmatrix}$$

$$E = \begin{bmatrix}0 & 0\\ 0 & 0\\ -1.01 & 19.3\\ 0.321 & -1.01\end{bmatrix}, C = \begin{bmatrix}0 & 0 & 0 & 1\\ 1 & 0 & 0 & 0\\ 0 & 1 & 0 & 0\end{bmatrix}^{\mathrm{T}}$$

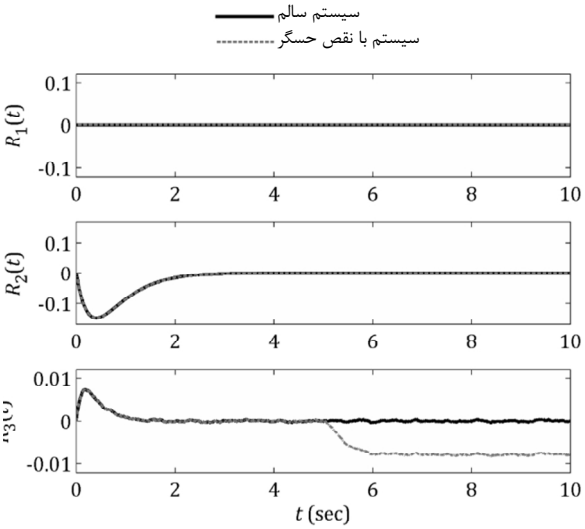
$$x = [\theta \quad z \quad \dot{\theta} \quad \dot{z}]^{\mathrm{T}}$$

$$x_0 = [\pi/6 \quad 0.1 \quad 0 \quad 0]^{\mathrm{T}}$$

ورودی معلوم $u(t)$، بصورت فیدبک متغیرهای حالت $(-Kx)$ و با کمک یک تخمین‌گر خطی اعمال می‌شود تا سیستم ناپایدار فوق را در حوالی نقطهٔ تعادل را پایدار سازد.

[Downloaded from mme.modares.ac.ir on 2024-04-19]

[DOR: 20.1001.1.10275940.1393.14.7.8.9]



شکل ۱ مؤلفه‌های بردار مانده ایجاد شده توسط الگوریتم پیشنهادی این مقاله

جدول ۱ مقادیر عددی پارامترهای دینامیکی

پارامتر	مقدار	توضیحات
M	۳/۲ کیلوگرم	جرم متحرک افقی
m	۰/۵۳۵ کیلوگرم	جرم پاندول
J	۰/۰۶۲ کیلوگرم در متر مربع	ممان اینرسی میلهٔ پاندول
l	۰/۳۶۵ متر	طول پاندول
F_θ	۰/۰۰۹ کیلوگرم در متر مربع	ضریب دینامیکی ترم استهلاک زاویه‌ای
F_z	۶/۲ کیلوگرم بر ثانیه	ضریب دینامیکی ترم استهلاک افقی

علاوه بر این، و به منظور بررسی تأثیر خروجی در شرایط نویز، سیگنال نویز با توزیع نرمال گوسی و قدرت ۰/۰۰۰۵ و زمان نمونهٔ ۰/۰۰۱ به هر کدام از سیگنال‌های اندازه‌گیری شده اضافه می‌شود.

الگوریتم پیشنهادی این مقاله توانایی دارد تا بردار مانده‌ای مستقل از مقادیر ترم‌های اغتشاش ارائه دهد. بدین ترتیب امکان تفکیک آثار ناشی از نقص وجود خواهد داشت. به منظور تشریح این دو قابلیت، نقص حسگر شبیه‌سازی شده است و به منظور مقایسه، نتایج در دو حالت ترسیم شده است. در شبیه‌سازی نخست، سیستم در حالت عملکرد بی‌نقص (سالم) مدل شده و سپس عملکرد همین سیستم با وجود نقص در یکی از حسگرها نیز مورد بررسی قرار گرفته است. نقص حسگر مفروض است که در ثانیهٔ ۵ ($t_f = 5\text{s}$) و در حسگری که سرعت خطی متحرک افقی را اندازه‌گیری می‌کند بصورت بایاس رخ می‌دهد. ($y_f(t) = [0.2 \quad 0 \quad 0]^{\mathrm{T}};\ t \geq 5\text{s}$).

در این مثال خاص واضح است که شرط تطابق تخمین‌گر ($\mathrm{rank}(CE) \neq \mathrm{rank}(E)$) تأمین نمی‌شود. بلافاصله می‌توان نشان داد که $c_1E \neq 0$ و $c_2AE \neq 0$ در حالی که $c_1E = 0$. بنابراین $r_1 = 1$ و $r_2 = 2$ درجهٔ نسبت بین ورودی نامعلوم و خروجی‌های اول و دوم خواهند بود. بنابراین تعداد انتگرال‌گیری‌های متوالی مورد نیاز $r = 1$ خواهد بود و:

$$C_a = \begin{bmatrix} c_1 \\ c_2A \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

$$C_{a_1} = \begin{bmatrix} 0 \\ c_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$Y_\mu(t) = \begin{bmatrix} \mathbb{I}_1[y_1(t)] = \int_0^t y_1(\tau)d\tau \\ y_2(t) \end{bmatrix}$$

با انتخاب ماتریس ضریب تخمین‌گر:

$$L = \begin{bmatrix} 0 & 5 & 0 \\ 1 & 0 & 4 \\ 0 & 6 & 0 \\ 5 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

مقادیر ویژهٔ ماتریس ماتریس $(T_aA - LC)$ در $\{-5, -4, -3, -2\}$ واقع خواهند شد. بهرهٔ تطبیقی نیز $\gamma = 100$ در نظر گرفته می‌شود.

همچنین، به منظور تعیین ماتریس‌های Φ و Φ_u و پارامترهای نامعلوم متناظر با آن‌ها باید در ترم $\Psi_t x_0$ دقیق شد تا فضای غیرقابل مشاهدهٔ جفت (T_aA, C) مشخص شود. به راحتی می‌توان نشان داد که جفت (T_aA, C) مشاهده‌پذیرند. به عبارتی، تمامی ترم‌های ناشی از $\Psi_t x_0$ به علت مشاهده‌پذیر بودن جفت (T_aA, C) قابل مشاهده و در نتیجه قابل تعیین از طریق الگوریتم تطبیقی پیشنهادی هستند و لذا Φ_u و θ_u برابر با صفر خواهند بود و ماتریس Φ و پارامتر مشاهده‌پذیر متناظر با آن عبارتند از:

$$\Phi = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\theta = [x_{0_1} \quad x_{0_2}]^{\mathrm{T}}$$

که x_{0_i}-اُمین مؤلفه از بردار شرایط اولیه x_0 است. حال با استفاده از پارامترهای فوق‌الذکر می‌توان دینامیک تخمین‌گر پیشنهادی در رابطهٔ (۲۸) را شبیه‌سازی کرده و بردار مانده در رابطهٔ (۳۰) را ایجاد نمود. نتایج شبیه‌سازی نمودار شکل ۱ ترسیم شده است.

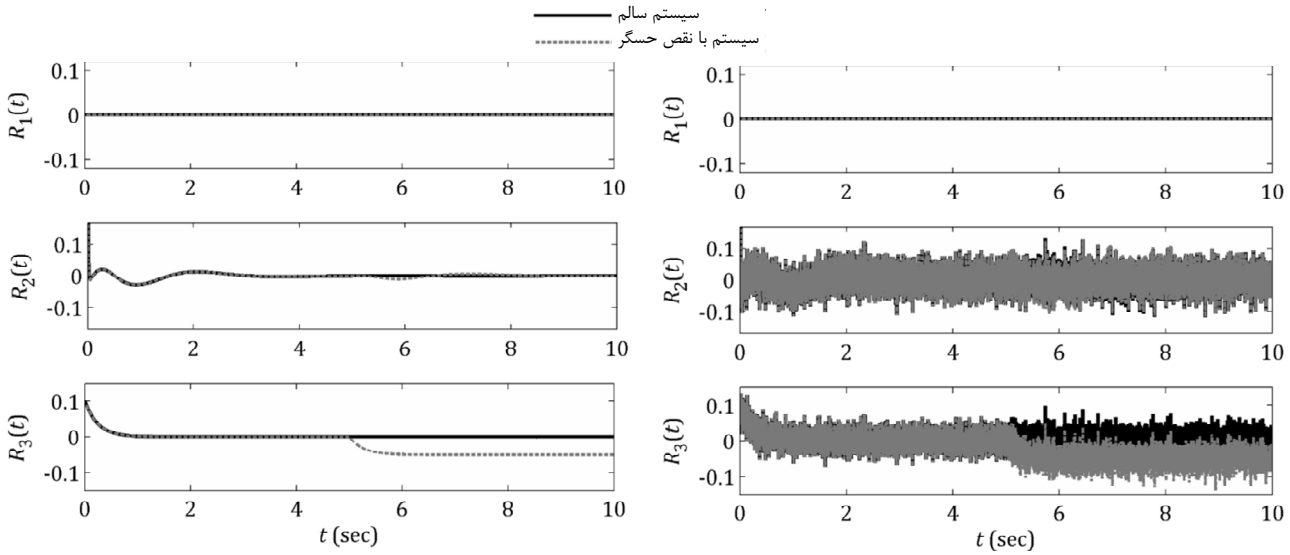
با توجه به شکل ۱، تا قبل از وقوع نقص حسگر تمامی مؤلفه‌های بعد از طی یک دورهٔ زمانی (حدودا ۴ ثانیه) به سمت صفر همگرا شده‌اند. در شرایط عملکرد سالم این همگرایی به سمت صفر تداوم داشته است. این مسأله حاکی از این واقعیت است که مؤلفه‌های بردار مانده پیشنهادی کاملاً مستقل از مقدار ورودی‌های نامعلوم هستند. شایان ذکر است که آثار ناشی از نویز در خروجی‌های اندازه‌گیری شده نیز تقریباً قابل صرف‌نظر هستند و تنها در مؤلفهٔ سوم بردار مانده بصورت محدودی خودنمایی می‌کند.

با بروز نقص در حسگر سرعت (خروجی اول)، سومین مولفهٔ بردار مانده از نزدیکی صفر فاصله می‌گیرد. این رفتار که حاکی از بروز نقص در سیستم دینامیکی است را می‌توان به راحتی و با انتخاب مقدار حدی مناسبی تشخیص داد. بنابراین بردار مانده پیشنهادی در مقابل ورودی‌های نامعلوم (عدم قطعیت) کاملاً مقاوم و در مقابل بروز نقص در حسگر حساس است.

همان‌گونه که در مقدمه نیز تشریح شد، تاکنون روش‌هایی برای حل چنین مسائلی پیشنهاد شده است که در تمامی این روش‌ها مبنای استحصال خروجی کمکی استفاده از الگوریتم‌های مشتق-محور است. از جملهٔ این الگوریتم‌ها که در بخش دوم مقاله نیز مورد اشاره قرار گرفت، الگوریتم ضریب بهره-زیاد می‌باشد (روابط (۱۵) و (۱۶)). خروجی کمکی ایجاد شده با این الگوریتم در تخمین‌گر رابطهٔ (۱۳) بکارگرفته خواهد شد. نتایج شبیه‌سازی این روش در شکل ۲ترسیم شده است. به منظور بررسی تأثیر نویز در دقت بردار مانده حین بروز نقص، دو حالت مجزا مدل شده است. بر اساس نمودارهای شکل ۲، زمانی‌که بردار مانده از فیدبک خروجی عاری از نویز بدست می‌آید، به خوبی می‌تواند بروز نقص را نشان دهد. اما از آن‌جا که وجود نویز در اندازه‌گیری عملاً اجتناب ناپذیر است، در شرایطی که از خروجی توام با نویز بصورت فیدبک تخمین‌گر تشخیص نقص استفاده شود، حساسیت نسبت به بروز نقص در حاشیهٔ تأثیرات ناشی از نویز قرار می‌گیرد. و بردار مانده به شدت نویزی خواهد بود و به همین خاطر تحلیل آن می‌تواند توام با مشکل باشد.

با مقایسهٔ نمودارهای شکل‌های ۱ و ۲ می‌توان نتیجه گرفت که روش پیشنهادی در این مقاله علاوه برآن‌که نسبت به وجود ورودی نامعلوم غیرمنطبق کاملاً مقاوم است، کارایی نسبتاً مطلوبی در مقابل شرایط نویزی دارد.

[Downloaded from mme.modares.ac.ir on 2024-04-19]
[DOR: 20.1001.1.10275940.1393.14.7.8.9]



الف- تولید بردار مانده با استفاده از فیدبک خروجی نویزی

ب- تولید بردار مانده با استفاده از فیدبک خروجی بدون نویز

شکل ۲ مؤلفه‌های بردار مانده که با استفاده از روش مشتق-محور بدست آمده‌اند (برای تخمین خروجی‌های کمکی از تخمین‌گر ضریب بهره-زیاد استفاده شده است)

۶- نتایج

در این مقاله، ایجاد بردار مانده در سیستم‌های خطی به کمک تخمین‌گرهای ورودی-نامعلوم مورد بررسی قرار گرفت با این فرض که عدم قطعیت بصورت ورودی نامعلوم در دینامیک سیستم مدل شده و شرط تطابق تخمین‌گر نیز تأمین نشده باشد. الگوریتم این مقاله بر مبنای یک سیستم دینامیکی معادل معرفی شده که با انتگرال‌گیری‌های متوالی از سیستم دینامیکی اصلی بدست می‌آید. همچنین جبران آثار عدم قطعیت غیرمنطبق با خروجی‌های کمکی انجام می‌پذیرد که از ورودی معلوم و خروجی‌ها به همراه انتگرال‌های مراتب بالاترشان بدست می‌آید. به کمک شبیه‌سازی یک مسالهٔ عددی نشان داده شد که روش پیشنهادی این مقاله برای تعیین نقص در حسگر کارایی لازم را داشته و خصوصاً در شرایطی که اندازه‌گیری توسط حسگرها با نویز همراه است، در مقایسه با روش‌های مشتق-محور، توانایی ایجاد بردار مانده‌ای دقیق‌تر را دارد.

۷- مراجع

[1] C. Edwards, S. K. Spurgeon, *Sliding mode control: theory and applications*, Vol. 7. CRC Press, 1998.

[2] S.-H. Wang, E. Wang, P. Dorato, Observing the states of systems with unmeasurable disturbances, *Automatic Control, IEEE Transactions on*, Vol. 20, No. 5, pp. 716–717, 1975.

[3] P. Kudva, N. Viswanadham, A. Ramakrishna, Observers for linear systems with unknown inputs, *Automatic Control, IEEE Transactions on*, Vol. 25, No. 1, pp. 113–115, 1980.

[4] M. Hou, P. C. Muller, Design of observers for linear systems with unknown inputs, *Automatic Control, IEEE Transactions on*, Vol. 37, No. 6, pp. 871–875, Jun. 1992.

[5] M. Darouach, On the novel approach to the design of unknown input observers, *Automatic Control, IEEE Transactions on*, Vol. 39, No. 3, pp. 698–699, Mar. 1994.

[6] K. Watanabe, D. M. Himmelblau, Instrument fault detection in systems with uncertainties, *International Journal of Systems Science*, Vol. 13, No. 2, pp. 137–158, 1982.

[7] J. CHEN, R. J. Patton, H.-Y. Zhang, Design of unknown input observers and robust fault detection filters, *International Journal of Control*, Vol. 63, No. 1, pp. 85–105, Jan. 1996.

[8] A. M. Pertew, H. J. Marquez, Q. Zhao, Design of unknown input observers for Lipschitz nonlinear systems, in *American Control Conference, 2005. Proceedings of the 2005*, 2005, pp. 4198–4203.

[9] W. Chen, M. Saif, Unknown input observer design for a class of nonlinear systems: an LMI approach, in *American Control Conference, 2006*, 2006, No. 1, p. 5.

[10] M. Hou, R. J. Patton, Input observability and input reconstruction, *Automatica*, Vol. 34, No. 6, pp. 789–794, 1998.

[11] L. Fridman, Y. Shtessel, C. Edwards, X.-G. Yan, Higher-order sliding-mode observer for state estimation and input reconstruction in nonlinear systems, *International Journal of Robust and Nonlinear Control*, Vol. 18, No. 4–5, pp. 399–412, Mar. 2008.

[12] S. Bhattacharyya, Observer design for linear systems with unknown inputs, *Automatic Control, IEEE Transactions on*, Vol. 23, No. 3, pp. 483–484, Jun. 1978.

[13] T. Floquet, J. P. Barbot, A sliding mode approach of unknown input observers for linear systems, in *2004 43rd IEEE Conference on Decision and Control (CDC) (IEEE Cat. No. 04CH37601)*, 2004, Vol. 2, pp. 1724–1729 Vol. 2.

[14] T. Floquet, C. Edwards, S. K. Spurgeon, On sliding mode observers for systems with unknown inputs, *International Journal of Adaptive Control and Signal Processing*, Vol. 21, No. 8–9, pp. 638–656, Oct. 2007.

[15] K. Kalsi, J. Lian, S. Hui, S. H. Żak, Sliding-mode observers for systems with unknown inputs: A high-gain approach, *Automatica*, Vol. 46, No. 2, pp. 347–353, Feb. 2010.

[16] F. Zhu, State estimation and unknown input reconstruction via both reduced-order and high-order sliding mode observers, *Journal of Process Control*, Vol. 22, No. 1, pp. 296–302, Jan. 2012.

[17] A. Levant, Higher-order sliding modes, differentiation and output-feedback control, *International Journal of Control*, Vol. 76, No. 9–10, pp. 924–941, Jan. 2003.

[18] A. Dabroom, H. K. Khalil, Numerical differentiation using high-gain observers, in *Proceedings of the 36th IEEE Conference on Decision and Control*, 1997, Vol. 5, No. December, pp. 4790–4795.

[19] S. Hui, S. H. S. Zak, Observer design for systems with unknown inputs, *International Journal of Applied Mathematics and Computer Science*, Vol. 15, No. 4, pp. 431–446, 2005.

[20] H. K. Khalil, *Nonlinear systems*, Vol. 3. Prentice hall Upper Saddle River, 2002.

[Downloaded from mme.modares.ac.ir on 2024-04-19]

[DOR: 20.1001.1.10275940.1393.14.7.8.9]