



## مدل سازی حرکت چرخ قطار به منظور جلوگیری از لغزش در هنگام ترمزگیری از منظر تئوری های کلاسیک و آنالیز المان محدود

مجید شهروی<sup>1\*</sup>، نجفعلی حیدری<sup>2</sup>

1- استادیار، مهندسی ماشین های ریلی، دانشگاه علم و صنعت ایران، تهران  
2- فارغ التحصیل کارشناسی ارشد، مهندسی مکانیک، دانشگاه علم و صنعت ایران، تهران  
\* صندوق پستی 16845-363، iust.ac.ir، m\_shahrav@iust.ac.ir

### اطلاعات مقاله

مقاله پژوهشی کامل  
دریافت: 18 بهمن 1395  
پذیرش: 07 اردیبهشت 1396  
ارائه در سایت: 25 خرداد 1396  
کلید واژگان:  
مکانیک تماس  
تماس چرخ و ریل  
چسبندگی چرخ و ریل  
مدل تیر  
آنالیز المان محدود

### چکیده

آشکارسازی و جلوگیری از لغزش چرخ در دینامیک حرکت قطارها از اهمیت بسزایی برخوردار بوده است. در عین حال؛ عملکرد ماشین های ریلی وابسته به ناحیه بسیار کوچکی ست که چرخ و ریل با یکدیگر تماس دارند. این ناحیه پر تنش تقریباً ریشه تمامی تحقیقات در حوزه ماشین های ریلی- از عملکرد دینامیکی تا اصلاح زیربنا- بوده است. بنابراین درک بهتر مسئله تماس بین چرخ و ریل جهت طراحی بهینه در حوزه حمل و نقل ریلی بسیار ضروری ست. در این تحقیق سه مدل تماسی غیربیضوی مورد ارزیابی و قیاس در مقابل یکدیگر از منظر ناحیه تماس، فشار وارده، توزیع نیروی کششی و نیروهای خزشی قرار خواهند گرفت. در این میان مدل هایی از جمله جانسون و کالکر در این خصوص به خوبی توانسته اند رفتار چرخ و ریل را در ناحیه مورد نظر پیش بینی کنند. حال آنکه فرض اولیه تمامی این تئوری ها جسم نیمه بی نهایت بوده است که این فرضیه خطاهای بسیاری را در مسئله وارد خواهد کرد مخصوصاً زمانی که فالنج تیر به گوشه ریل برخورد نماید. همچنین لازم به ذکر است که تئوری های مذکور در هنگام اشباع ناحیه لغزش به درستی نمی توانند پاسخگوی مسئله باشند. از این رو در این تحقیق دو مدل از مهندسی خودرو و آنالیز المان محدود - که محدودیت های فوق را ندارند- جهت بررسی مسئله، مورد استفاده قرار می گیرند. مهندسی خودرو به دلیل کار با لغزش های زیاد توانایی پیش بینی دینامیک حرکت را در ناحیه اشباع داراست. در نهایت با عنایت به نتایج به دست آمده، تئوری های تیر، بریستل و آنالیز المان محدود تطابق بسیار مناسبی با نتایج آزمایشات عملی نشان دادند. در تحقیق پیش رو چرخ S1002 در تماس با ریل UIC60 قرار داشته و در سرعت های اولیه 30، 60، 100 و 140 کیلومتر بر ساعت ممان ترمزی اعمال می گردد تا به نقطه اشباع لغزش برسد. در همین وضعیت ناحیه تماس مورد بررسی قرار می گیرد.

## Modelling Wheel Motion in order to prevent Slipping as it is Braking: Using Classic Models and FEM

Majid Shahravi<sup>1\*</sup>, Najafali Heidari<sup>2</sup>

1- Rolling Stocks Department, Iran University of Science and Technology, Tehran, Iran  
2- Department of Mechanical Engineering, Iran University of Science and Technology, Tehran, Iran  
\* P.O.B. 16845-363, Tehran, Iran, m\_shahrav@iust.ac.ir

### ARTICLE INFORMATION

Original Research Paper  
Received 05 February 2017  
Accepted 27 April 2017  
Available Online 15 June 2017

Keywords:  
Wheel-rail  
rolling-sliding contact  
adhesion  
FEM method

### ABSTRACT

Detecting and Preventing wheels slipping is at the core of all researches related to railway vehicle dynamics. This tiny interface governs the dynamic performance of rail vehicles through the loads it transmits and like any high stress concentration zone, it is subjected to serious damage phenomena. Thus, a clear understanding of the rolling contact between wheel and rail is key to realistic vehicle dynamic simulation and damage analyses. In this paper, three fast non-elliptic contact models are evaluated and compared to each other in terms of contact patch, pressure and traction distributions as well as the creep forces. Among them Johnson and Kalker method was considerably useful for the similar problems while the common assumption is elastic half-space in which many errors could be made, especially in gauge-corner contact. Based on the conclusions drawn from this evaluation, two new methods are proposed which result in more accurate contact patch and pressure distribution estimation while maintaining the same computational efficiency. The Beam and Bristle model are proposed for tire engineering in automotive industries but they can predict slip in wheel-rail contact too. New methods are typically used for tire engineering. Tire engineering usually deals with higher values of slippage than there is rail engineering so that they can be applied into the saturation zone. Finally, a FEM analysis will be done for evaluating the methods proposed. Also, in the special case that similar experimental projects have been done by other scientists. It should be noted that good agreement was found between FEM analysis results, tire engineering models, and experimental results. Models have been used for several contact applications including S1002 wheel profile over UIC60 rail profile for four different initial braking speeds of 30, 60, 100, 140 km/h and compared with experimental results.

### Please cite this article using:

M. Shahravi, N. Heidari, Modelling Wheel Motion in order to prevent Slipping as it is Braking: Using Classic Models and FEM, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 17, No. 6, pp. 248-256, 2017 (in Persian)

برای ارجاع به این مقاله از عبارت ذیل استفاده نمایید:

1- مقدمه

تحلیل تماس دو جسم غلطان همواره از دو بخش آنالیز عمودی و آنالیز غلطان تشکیل شده است. در بخش نیروهای عمودی نظریه هرتز از دقیق ترین مدل های موجود است که متاسفانه چند محدودیت جزئی جهت کاربرد در آن وجود دارد.

نظریه هرتز همواره از تئوری های کاربردی در مکانیک تماس بوده است این در حالی است که هرتز در مقاله خود به کتاب وینکلر [1] اشاره داشته و اظهار کرده دو جسم الاستیک همگن که با یکدیگر در ناحیه کوچکی از سطح خارجی خود تماس دارند، از جمله کارهای عملی وینکلر بوده است.

در حقیقت وینکلر، یک بنیان الاستیک را برای مواجهه جهت مسئله تماس معرفی کرده است. بنیان الاستیک، متناظر با یک تشک حاوی فنرهای عمودی است. فنرهای یادشده در هیچ راستایی به یکدیگر متصل نیستند، بدین معنی که هر کدام مستقل از دیگر فنرهای اطراف خود، قادر به فشرده شدن هستند. "شکل 1" رویکرد وینکلر را به خوبی نشان می دهد. این ایده یافتن ناحیه تماس را ساده تر کرد. ولی نتایج وابسته به مقادیری هستند که برای سختی فنر برگزیده می شوند.

به دلیل نبود نتایج مطلوب از راه حل وینکلر، هرتز نظریه خود را با فرضیه های زیر ارائه نمود:

- اجسام می بایست همگن، آیزوتروپیک و به صورت خطی الاستیک باشند. سینماتیک خطی نیز در این بند فرض شده است.
- اجسام کاملاً صیقلی فرض می شوند. بنابراین هیچ گونه اصطکاکی بین آنها وجود نخواهد داشت (این فرض با قرارگیری اجسام مشابه -به لحاظ مقاومت مصالحی- در مسئله قابل جایگزینی است).
- اجسام در مجاورت تماس به صورت نیمه بی نهایت در نظر گرفته می شوند. این فرض مستلزم کوچک بودن سطح تماس در مقایسه با اندازه اجسام در تماس است. همچنین ناحیه تماس بایستی از شعاع مرتبط اجسام نیز بسیار کوچک تر باشد. به عبارت دیگر اجسام باید یک تماس غیرهمدیس را شکل بدهند. این فرض تخت بودن ناحیه تماس را مطمئن ساخته و کرنش ها در آن با تئوری خطی سازگارند.
- سطوح اجسام در مجاورت ناحیه تماس به صورت درجه دو نمایش داده می شوند. به عبارت بهتر، انحنای سطوح در تماس ثابت هستند. با فرض این که هر جسم دارای دو شعاع اصلی است جدایش برای این مسئله مانند رابطه (1) نوشته می شود (پارامترهای اضافی در رابطه (2) حذف شده اند).

$$z(x, y) = Ax^2 + By^2 + Cxy + \dots \quad (1)$$

$$z(x, y) = Ax^2 + By^2 \quad (2)$$

که در آن:

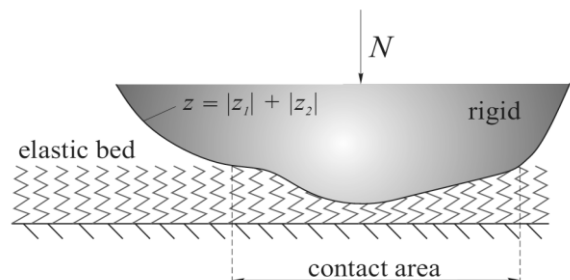


Fig. 1 Winkler Elastic Foundation [1]

شکل 1 بستر الاستیکی وینکلر [1]

$$A = \frac{1}{2} \left( \frac{1}{R_{1y}} + \frac{1}{R_{2y}} \right)$$

$$B = \frac{1}{2} \left( \frac{1}{R_{1x}} + \frac{1}{R_{2x}} \right) \quad (3)$$

در روابط (2) و (3)،  $A$  و  $B$  به ترتیب انحناهای طولی و عرضی نامیده می شوند. هرتز متوجه شد، یک توزیع فشار شبه بیضوی بر روی ناحیه تماس با اقطار  $a$  و  $b$  قرار دارد. در این بیضی، توزیع فشار طبق رابطه (4) ارائه شده است.

$$p(x, y) = p_0 \sqrt{1 - \left(\frac{x}{a}\right)^2 - \left(\frac{y}{b}\right)^2} \quad (4)$$

در رابطه (4)  $p_0$  بیشینه فشار اعمال شده در نقطه تماس است. تساوی انتگرال فشار روی ناحیه تماس با نیروی کل اعمال شده، پارامتر  $p_0$  را براساس  $N$  به عنوان نیروی اولیه تماس رابطه (5) را نتیجه می دهد.

$$p_0 = \frac{3N}{2\pi ab} \quad (5)$$

محورهای  $a$  و  $b$  به هندسه اجسام و نیروی اولیه تماس بستگی دارد. ویژگی مهم نظریه هرتز، ارائه یک فرم کامل جهت حل مسئله پیچیده تماس بود. این فرم یکپارچه برای مهندسين بسیار جذاب است. راه حل او در بسیاری از مسائل از جمله تماس چرخ و ریل مورد استفاده قرار می گیرد اگرچه، استفاده از این نظریه هوشیاری کامل در ارتباط با تطابق فرضیات مسئله مورد بحث را می طلبد.

اولین فرضیه مورد نظریه هرتز، الاستیک خطی مواد است. این فرض ممکن است به سبب نیروی بالای اکسل در قطارهای جدید نقض شود. ذکر این موضوع ضروری است که فشارهای تماسی بیشتر از استحکام تسلیم مواد، الزاما باعث ایجاد جریان الاستیک بر روی سطح تماس نمی شود. این بدان سبب است که معیار تسلیم پلاستیک براساس حالت تنش در سه جهت اصلی مورد بحث است. در غیاب تنش های تماسی، تسلیم از زیر سطح تماس آغاز شده و با افزایش بار اعمالی به صورت ناگهانی به سطح نیز خواهد رسید. تحقیقات تلیسکیوی و همکاران [2] نشان می دهد که تسلیم در سطوح تماس برای شرایط فشار تماسی کم و ناحیه تماس کوچک رخ می دهد.

فرضیه دیگری که در تئوری هرتز بحث شده و در تماس ماشین های ریلی هم مورد استفاده قرار می گیرد، فرض جسم نیمه بی نهایت است. همان طور که پیش تر اشاره شد، ناحیه تماس باید بسیار کوچک تر از ابعاد دو جسم در تماس باشد. این فرض در تماس سر چرخ و سر ریل کاملاً مورد تایید است. نواحی تماس چرخ-ریل در "شکل 2" نشان داده شده اند [3].

نگرانی هایی در باب اعتبار نظریه هرتز به هنگام تماس فلنج چرخ و گوشه ریل<sup>1</sup> وجود دارد. ذکر این نکته نیز ضروری است که لبه بیرونی چرخ و ریل<sup>2</sup> به ندرت با یکدیگر تماس دارند.

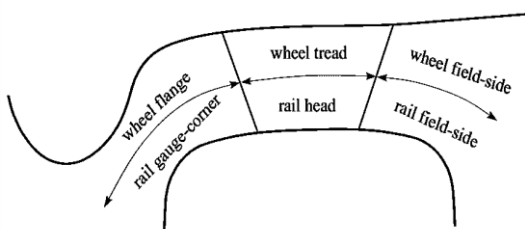


Fig. 2 Possible Wheel-rail Contact Zones

شکل 2 نواحی تماس چرخ و ریل

<sup>1</sup> Wheel Flange-Rail Gauge Corner

<sup>2</sup> Field Sides

ناحیه چسبنده هستند. "شکل 3" توزیع ترکشن کارتر [5] را به خوبی نشان می‌دهد.

کرنش تماسی  $\partial u_x / \partial x$ ، از توزیع ترکشن در ناحیه چسبنده به صورت رابطه (12) به دست می‌آید.

$$\frac{\partial u_x}{\partial x} = \frac{2(1-v^2)}{aE} \mu p_0 (a-c) \quad (12)$$

چنانچه پیشتر نیز اشاره شد، کرنش تماسی در ناحیه چسبنده مقداری ثابت است. جهت محاسبه طول ناحیه چسبنده لازم است، از تنش تماسی در تمامی طول ناحیه تماس انتگرال گرفته و برابر کل نیروی تماسی وارده، قرار گیرد. رابطه طول ناحیه چسبنده را پس از محاسبه با این روش نشان می‌دهد.

$$c = a \sqrt{1 - \frac{Q}{\mu N}} \quad (13)$$

در رابطه (13)،  $N$  نیروی عمودی و  $Q$  نیروی کل تماسی است که در مهندسی ریلی با عنوان نیروی خزش شناخته می‌شود. با استفاده از رابطه (13) و روابط هرتز، معادله (14) به دست می‌آید.

$$v_x = -\frac{\mu a}{R} \left( 1 - \sqrt{1 - \frac{Q}{\mu N}} \right) \quad (14)$$

در رابطه (14)،  $R$  شعاع نسبی دو جسم است. نمایش بی‌بعد رابطه (14)، معادله (15) است (در "شکل 4" نیز نمایش داده شده است).

$$\frac{Q}{\mu N} = -\frac{2R}{\mu a} v_x + \frac{R^2}{\mu^2 a^2} v_x |v_x| \quad (15)$$

### 3- غلتش سه بعدی

مطالعه تماس غلتشی و محاسبه نیروی ترکشن بعد از کارتر توسط پژوهشگران دیگر ادامه داشت. جانسون تلاش کرد غلتش سه‌بعدی را مدل کند. جانسون در سال 1958 دو مقاله در ارتباط با غلتش الاستیک یک کره بروی یک صفحه صاف منتشر کرد. او در مقالاتش [6]، [7] تاثیر چرخش را بر تماس غلتان بررسی کرد. جانسون به این نتیجه رسید که چرخش یک نیروی تماسی عرضی ایجاد می‌کند مانند یک ممان در جهت محور عمودی. در حل پیشنهادی جانسون، نیروی عرضی ایجاد شده ناشی از چرخش با نیروی عرضی حاصل از خزش عرضی مخالفت می‌کند.

در مقاله دیگری [6] او به بررسی خزش عرضی بدون حضور چرخش پرداخت. سرانجام این تحقیقات منجر به ارائه نظریه‌ای در باب ناحیه بیضوی تماس شد. براساس این تئوری، ناحیه چسبنده یک بیضی کوچکتر با نسبت اقطار مشابه در لبه جلویی ناحیه تماس است. این پدیده به خوبی در "شکل 5" مشاهده می‌شود.

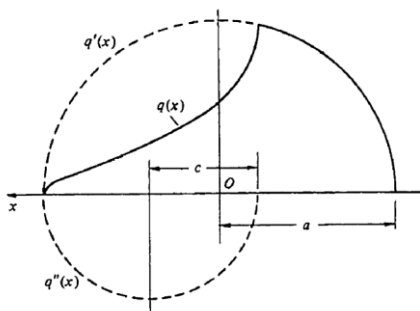


Fig. 3 Traction distribution in Carter's theory [5]

شکل 3 توزیع ترکشن در مدل کارتر [5]

جهت اعتبارسنجی نظریه هرتز در فرضیه جسم بی‌نهایت، تحلیل المان محدود به سبب نداشتن این محدودیت مورد بررسی قرار می‌گیرد. این تحلیل‌ها به‌وسیله یان و همکاران [4] جهت تحقیق بر کاربرد نظریه هرتز در تماس چرخ و ریل انجام شده است. نتایج تحقیقات یان و همکاران نشان داد فارغ از حالت تماسی چرخ و ریل، نظریه هرتز تنها زمانی معتبر است که ناحیه تماس به منطقه تغییرات انحنای چرخ یا ریل گسترش پیدا نکند یا جریان پلاستیک روی سطح تماس ایجاد نشود. به هنگام تماس فلنج چرخ و گوشه ریل با اینکه شعاع نسبی جانبی کوچک است، عرض ناحیه تماس نیز کوچک‌تر است. بنابراین فرض نیمه بی‌نهایت بر قرار است. به هر حال آن چیزی که در تماس چرخ و ریل بیشتر از تماس فلنج چرخ مورد بحث است، تماس همدیس می‌باشد. تماس همدیس ممکن است در بین پروفیل‌های مستهلک رخ بدهد. در این مورد اخیر، فارغ از این‌که ناحیه تماس در کدام منطقه واقع شود، عرض ناحیه تماس ممکن از با شعاع نسبی عرضی قابل قیاس باشد.

همان‌طور که از نتیجه‌گیری یان و همکاران [4] مشخص شد، نظریه هرتز در جایی که ناحیه تماس وارد منطقه‌ای با شعاع نسبی عرضی شود، معتبر نیست. در حقیقت آخرین فرضیه بیان شده در ارتباط با روش حل هرتز که همان نحوه نمایش ناحیه تماس به صورت بیضی درجه دو است اغلب در تماس پروفیل‌های استاندارد چرخ و ریل مورد نقض قرار می‌گیرد.

### 2- تماس غلتشی

کارتر [5] جهت مدل‌سازی چرخ و ریل، دو استوانه درگیر را در نظر گرفت. با فرض کرنش صفحه‌ای مسئله به غلتش دو بعدی تبدیل می‌گردد.

قبل از آشکار شدن لغزش در ناحیه تماس، لغزش به صورت بخشی از ناحیه وجود دارد. باقی ناحیه تمامی ذرات در تماس با یکدیگر هستند. این ناحیه چسبنده نام دارد. در ناحیه چسبنده هیچ‌گونه لغزشی وجود ندارد، بنابراین رابطه (6) برقرار است.

$$v_x = \frac{\partial u_x}{\partial x} = \text{Constant} \quad (6)$$

طرفی در ناحیه لغزش، نیروی رانش،  $q$ ، به بیشینه مقدار خود رسیده و در رابطه (7) دیده می‌شود.

$$q_x(x) = \mu p(x) \quad (7)$$

مشخص است که  $\mu$  به ضریب اصطکاک دلالت دارد. جهت بردار  $q_x$ ، نیز با بردار لغزش  $k_x$  مخالف است. رابطه (8) بیانگر این موضوع است.

$$\frac{q_x(x)}{|q_x(x)|} = -\frac{S_x(x)}{|S_x(x)|} \quad (8)$$

در نظریه کارتر ناحیه چسبنده در بخش جلویی ناحیه تماس قرار گرفته است. جهت برقراری شرایط ناحیه چسبنده بحث شده در رابطه (7)، یک توزیع رانشی از ناحیه کلی رانش  $q'$  کم می‌شود تا رابطه (9) بدست آید.

$$q_x(x) = q_x' - q_x'' \quad (9)$$

$q'$  و  $q''$  به ترتیب در روابط (10) و (11) تعریف شده‌اند:

$$q_x'(x) = \mu p = \mu p_0 \sqrt{1 - \left(\frac{x}{a}\right)^2} \quad -a \leq x \leq a \quad (10)$$

$$q_x''(x) = \frac{c}{a} \mu p_0 \sqrt{1 - \left(\frac{x - (a-c)}{c}\right)^2} \quad a - 2c \leq x \leq a \quad (11)$$

در روابط (10) و (11)،  $a$  و  $c$  به ترتیب نصف اندازه ناحیه تماس و نصف اندازه

<sup>1</sup> Stick (Adhesion)

کالکر بعدها به تحقیق روی مسئله؛ جهت توسعه یک نظریه با قابلیت کاربرد در مسائل با وجود چرخش و خزش، کار کرد. بالاخره تحقیقات او در این باب در سال 1979، منجر به نظریه کامل تماس غلتشی [10] شد. این نظریه بر مبنای فرضیه جسم نیمه بی نهایت ارائه شده است.

در نظریه کالکر، روش تغییر جهت یافتن یک پاسخ یکتا مورد استفاده قرار می گیرد. روش تغییرات کالکر در یک کد کامپیوتری با نام کانتکت آ قرار گرفته است. در این کد کامپیوتری دو الگوریتم جهت حل قسمت عمودی و تماسی مسئله مورد استفاده قرار می گیرند. جهت حل مسئله یک ناحیه تماس انتخاب و به المان های مستطیلی تقسیم می شود. ناحیه تماس و توزیع فشار در آن با استفاده از الگوریتم عمودی محاسبه می شود. فشار در همه المان ها یکنواخت است. در هر گام<sup>2</sup> المان هایی که دارای فشار منفی هستند حذف می شوند تا در تمام ناحیه تماس فقط المان های دارای فشار مثبت باقی بمانند. بعد از محاسبه ناحیه تماس و توزیع فشار، ترکشن در هر المان با استفاده از الگوریتم تماسی محاسبه می شود.

در حالی که کالکر روش تغییرات را حلی دقیق می داند ولی این حل پاسخی دقیق برای هر مسئله ای فارغ از مفروضاتش نخواهد داشت. تئوری فوق الذکر دارای مفروضات محدود کننده ای به شرح زیر است:

- مواد همگن، الاستیک خطی (یا ویسکوالاستیک)
- فرضیه جسم نیمه بی نهایت (به معنی تماس غیرهمدیس)
- قانون اصطکاک کولمب [12]

در انتها ذکر این نکته نیز ضروری است که حتی با چشم پوشی از خطاهای ایجاد شده در گسسته سازی مسئله، هزینه های محاسبات با استفاده از کد کامپیوتری کالکر جهت شبیه سازی تماس چرخ و ریل نسبتاً بالا به نظر می رسد [13].

#### 4- مدل تیر

در بخش های گذشته تئوری های کلاسیک مکانیک تماس مورد بررسی قرار گرفته است، پاسخ صحیح و قابل قبول این دسته از تئوری ها در گستره 0 تا 0.2 درصد برای نرخ سایش است. این در حالی است که بسیاری از گزارشات آزمایش های عملی با نرخ لغزش بعد از اشباع نیروی چسبندگی ارائه می گردند. با توجه به مدل سازی به وسیله آنالیز عملکرد چسبندگی برای لوکوموتیوهای الکتریکی و شبیه سازی های ساده ی بدون لغزش، مدل های ناپیوسته؛ مشخصات اشباع نیروی چسبندگی را نادیده گرفته یا چسبندگی به طور کامل مشاهده نمی گردد. مدل ارائه شده در چنین تحقیقی غیر قابل قبول است.

در چنین شرایطی منطقی کردن یک نمودار بر نتایج آزمایشات تجربی توصیه می گردد که از این رهگذر می توان به مشخصات لغزش- چسبندگی مدل دست یافت. همچنین به دست آوردن ضرایب خاص در همه شرایط چسبندگی امری ضروری است حال آن که روابط تشکیل شده اغلب از نظر فیزیکی بی معنی هستند.

تا بحال نظریاتی که مورد بررسی قرار گرفت تئوری های رایج در مهندسی راه آهن جهت تماس چرخ و ریل هستند. ولی در این بخش مدل تیر که از تئوری های مهم مهندسی خودرو است نیز بررسی خواهد شد.

تکنیک های متفاوتی جهت مدل کردن عملکرد تیر و مشخصات ترمزگیری تیرهای خودرو وجود دارد. ولی خوشبختانه پارمترهای پیچیده ای نظیر

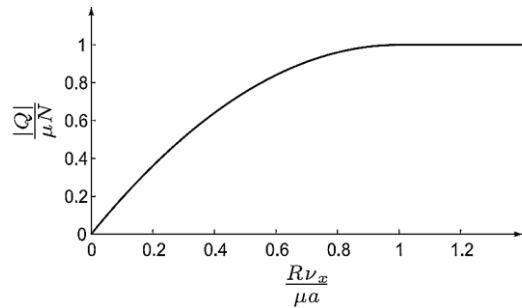


Fig. 4 Carter's creep force-creepage curve [5]

شکل 4 نمودار نیروی ترکشن بر حسب نیروی خزش (بی بعد) [5]

مدل تماس دیگری که ابتدا توسط هینز و اولرتون [8] پیشنهاد شد و بعدها توسط کالکر توسعه داده شد، بسط حل کارتر در ناحیه بیضوی تماس بود. در این حل که به نام نظریه نواری<sup>1</sup> مشهور است ناحیه تماس به نوارهای موازی با جهت غلتش تقسیم می شوند. سپس حل کارتر جهت هر نوار اعمال می شود. تنها نکته مهم در این مدل، نادیده گرفته شدن برهم کنش نوارها با یکدیگر است. در "شکل 5" توزیع ترکشن در هر نوار و شکل محدوده چسبندگی فقط جهت لغزش طولی به تصویر کشیده شده است. در این نظریه در لبه جلویی ناحیه تماس، ترکشن حذف شده و ناحیه چسبندگی به صورت لیمویی شکل همانند مشاهدات در آزمایشات تجربی، دیده می شود. با این که نظریه نواری حل بسیار دقیقتری نسبت به نظریه جانسون ارائه می دهد، اما زمانی که ناحیه تماس در راستای غلتش از راستای جانبی بزرگتر بوده یا مقدار چرخش نیز زیاد است، پاسخ راضی کننده ای ارائه نخواهد داد [9].

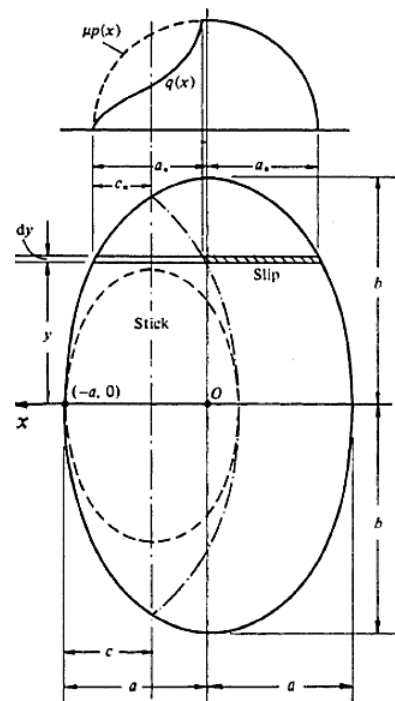


Fig. 5 Contact area based on Vermeulen-Johnson (dashed line) and strip theory (dash-dot line) [8], [11]

شکل 5 ناحیه تماس از منظر مدل جانسون-ورمولن (نمودار خط چین) و نظریه نواری (نمودار خط-نقطه) [8], [11]

<sup>2</sup> Contact  
<sup>3</sup> Iteration

<sup>1</sup> Strip Theory

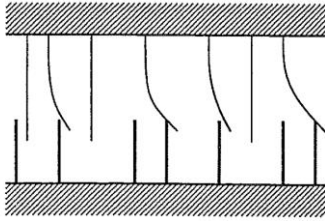


Fig. 8 The friction interface between two surfaces is thought of as a contact between bristles [16]

شکل 8 فرض می‌شود که دو سطح از طریق زبری‌ها تماس خود را برقرار می‌کنند.

جهت نگارش روابط زبری‌ها ابتدا از مدل دال<sup>1</sup> [17]، [18] استفاده می‌شود. اما از آنجا که مدل دال پدیده استریک<sup>2</sup> را در بر نمی‌گیرد روابط تئوری لوگر<sup>3</sup> که برگرفته از مدل دال است مورد بررسی قرار خواهد گرفت. در ابتدا تغییر شکل زبری‌های سطوح با استفاده از رابطه (17) محاسبه خواهد شد.

$$\frac{dz}{dt} = \sigma - \frac{\alpha|\sigma|}{g(\sigma)}z \quad (17)$$

در رابطه (17)؛  $z$  ضریب اصطکاک داخلی،  $\sigma$  سرعت نسبی،  $\alpha$  ضریب سفتی است. تابع  $g(\sigma)$  نیز جهت وارد کردن اثر استریک به رابطه اضافه شده است که از رابطه (18) محاسبه می‌شود.

$$g(\sigma) = F_c + (F_s - F_c)e^{-(\sigma/v_s)^2}z \quad (18)$$

در مدل لوگر،  $Z$  تغییر شکل متوسط زبری‌ها،  $v_s$  سرعت استریک و  $F_s$  نیروی اصطکاک ایستایی است. همچنین؛  $\alpha$  ضریب سفتی،  $\alpha_1$  ضریب استهلاک زبری و  $\alpha_2$  ضریب دمپینگ ویسکوز می‌باشد. در نهایت جهت یافتن نرخ تغییرات متوسط زبری‌ها رابطه (19) ارائه می‌شود (برای اطلاعات بیشتر به [16] مراجعه شود).

$$\dot{Z} = \sigma[1 - ah(\sigma)z] \quad (19)$$

علت استفاده از مدل بریستل در این تحقیق، پایه‌گذاری این مدل بر اساس حرکت دینامیکی است. بدین معنی که دیگر مدل‌های ارائه شده به صورت ایستا مسئله را مورد بررسی قرار می‌دادند ولی تئوری بریستل از همان ابتدا با نرخ تغییر شکل حل مسئله را بیان می‌کند.

### 6- آنالیز المان محدود

در این تحقیق مسئله پس از بررسی تحلیلی با استفاده از مدل‌های ارائه شده، شبیه‌سازی مدل واقعی چرخ و ریل در نرم‌افزار آباکوس انجام می‌شود. در این بخش ابتدا چرخ با یک سرعت اولیه روی ریل حرکت می‌کند، سپس متناسب با سرعت اولیه یک ممان ترمزی به چرخ اعمال شده و ناحیه تماس مورد بررسی قرار می‌گیرد. نکته بسیار مهم در آنالیز المان محدود نحوه مش‌بندی و نوع المان انتخاب شده است. نحوه المان‌بندی باید به گونه‌ای اعمال شود که در نزدیکی محل تماس (در این تحقیق) مش‌بندی ریزتری وجود داشته باشد. از آنجا که هدف اصلی این تحقیق بررسی حرکت غلتشی است، مش‌بندی ریزتری در طول غلتش ایجاد شده است. المان‌بندی در این بخش از نوع C3D8R بوده که جهت مدل‌های تماسی پیشنهاد می‌گردد [19].

جدول 1 نشان‌دهنده همگرایی جواب‌ها به مش‌بندی انجام شده است. همان‌طور که دیده می‌شود، بهینه‌ترین مدل، مدل شماره 3 است.

<sup>1</sup> Dahl Model  
<sup>2</sup> Stribeck  
<sup>3</sup> LuGre

لاستیک تیر در تماس چرخ و ریل وجود ندارد. در نتیجه ما از نظریه تیر دایروی - که تنها توانایی شبیه‌سازی حرکت طولی را دارد- بهره می‌بریم. تئوری‌های کلاسیک جهت مطالعه پدیده پیش-لغزش برای مقایسه نتایج عملی در حالت تماس خشک، به‌کار گرفته می‌شود. اما در این تحقیق؛ تمام گستره حرکت در مدل نیروی چسبندگی مطالعه خواهد شد [14].

در مدل تیر چرخ مانند یک تیر دایروی فرض می‌شود که با فنرها نگهداشته شده‌اند. پارامتر  $p$  فشار تماسی بین چرخ و ریل است در حالی که  $f_x$  مشتق نیروی چسبندگی با توجه به جابجایی از ابتدای ناحیه تماس می‌باشد. "شکل 6" شماتیک مدل تیر را به خوبی نمایش می‌دهد.

در این مدل؛ فشار ایجاد شده در ناحیه تماس مستطیلی با رابطه (16) محاسبه شده است:

$$p = \frac{6N}{l^3} \left[ \left( \frac{l}{2} \right)^2 - \left( x_c - \frac{l}{2} \right)^2 \right] \quad (16)$$

در رابطه (16)  $l$  طول ناحیه،  $w$  عرض ناحیه،  $N$  نیروی عمودی و  $x_c$  فاصله از ابتدای ناحیه است. "شکل 7" توزیع ترکشن در ناحیه تماس را نشان می‌دهد.

### 5-مدل بریستل (مویی)

دو سطح در تماس همواره دارای ناصافی‌هایی در مقیاس میکروسکوپی اند که تماس بر روی آن‌ها اتفاق می‌افتد. به عبارت بهتر با اعمال نیرو زبری‌ها مانند فنر به‌صورت الاستیک تغییر شکل می‌دهند. "شکل 8" این موضوع را به خوبی نشان می‌دهد. در "شکل 8" جهت ساده‌سازی سطح زیرین صلب فرض شده است.

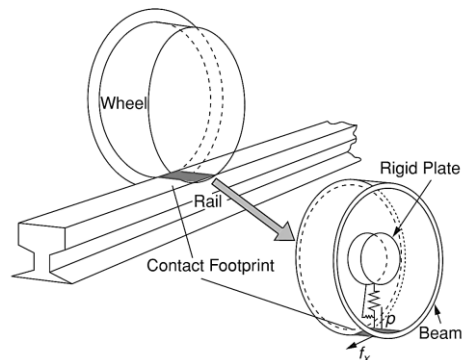


Fig. 6 The Beam Model [15]

شکل 6 مدل تیر [15]

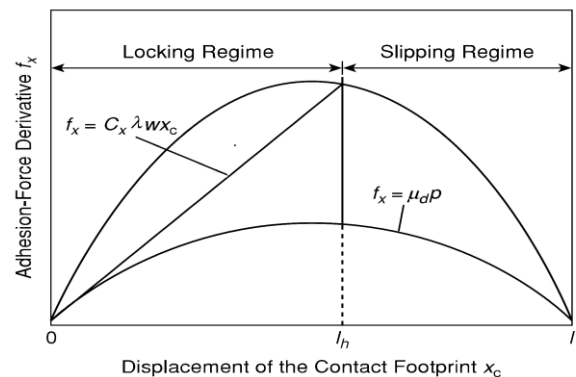


Fig. 7 Distribution of the tangential force in contact area: Beam model [15]

شکل 7 توزیع نیروی مماسی در ناحیه تماس از منظر مدل تیر [15]

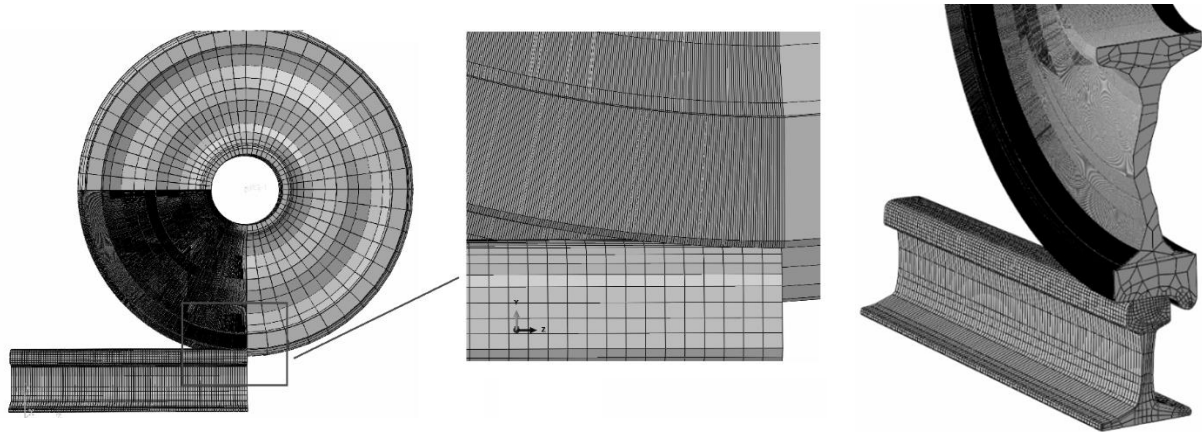


Fig. 9 Discretization of the wheel-rail contact

شکل 9 مش بندی محل تماس چرخ و ریل (مدل شماره 3)

قسمت کششی وجود دارد که تاثیر گرفته از فشار وارده در داخل ناحیه است. از آنجا که نظریه هرتز بیرون ناحیه را در نظر نمی گیرد، مزیت روش های دیگر برای تحلیل خارج ناحیه دیده می شود. لازم به ذکر است در "شکل 11" با نزدیک شدن به مرکز همانند "شکل 10" تنش ها افزایش داشته و هر بیضی اطراف مرکز مکان هندسی نقاط هم فشار است.

### 8- تماس غلتشی

آنچه در هنگام ترمزگیری جهت عدم لغزش چرخ اهمیت دارد، چسبندگی است که جهت سهولت و بی بعد بودن پارامتر مورد بحث از ضریب چسبندگی استفاده خواهد شد.

دستگاه تست در این مرحله اهمیت زیادی دارد تا نتایج قابل اعتمادی جهت اعتبارسنجی به دست آید. جهت تست لغزش، ریل به صورت دوار طراحی شده و رانش چرخ توسط آن انجام می گیرد. پس از رسیدن چرخ به سرعت مورد نظر بعد از 4.5 ثانیه، نیروی ترمزی اعمال می شود. چنانچه در هنگام اعمال نیروی ترمزی لغزش به بیش از 50 درصد برسد، گشتاور ترمزی کاهش خواهد یافت. همان طور که در "شکل 13" نیز دیده می شود، دو عدد فلاپول جهت یکنواخت کردن تغییرات موجود به ریل متصل شده اند. فلاپول های مذکور نماینده سرعت واکن نیز هستند.

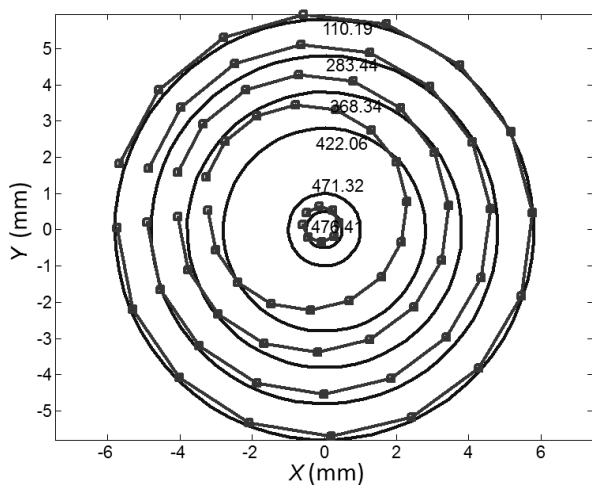


Fig. 10 Hertz contact area circles

شکل 10 دایر تنش فشاری هرتز در ناحیه تماس

جدول 1 وابستگی جوابها به مش بندی

Table 1 Mesh dependency on the results

مدت زمان اجرای شبیه سازی	مقدار خطای شبیه سازی (درصد)	تعداد المان های ریل	تعداد المان های چرخ	مدل
12 ساعت	-26.37	10300	5120	شماره یک
2 روز	-10.06	25400	7384	شماره دو
7 روز	2.69	25400	91000	شماره سه
12 روز	5.62	25400	388000	شماره چهار

### 7- ارزیابی مدل هرتز

در بخش نتایج ابتدا به بررسی مدل هرتز به شیوه عددی می پردازیم. از آنجا که مدل هرتز برای تماس عمودی جوابی منطبق بر واقعیت دارد اعتبارسنجی آنالیز المان محدود با این مدل انجام خواهد گرفت.

مدل هرتز ناحیه تماس را به صورت بیضی با اقطار  $a$  و  $b$  در نظر گرفته است. رابطه (20) جهت محاسبه اقطار بیضی هرتز به کار می رود.

$$\begin{cases} \left(\frac{a}{m}\right)^3 = \left(\frac{b}{n}\right)^3 = \frac{3F(\delta_1 + \delta_2)}{A + B} \\ a = 5.964 \text{ mm} \quad b = 5.776 \text{ mm} \end{cases} \quad (20)$$

در رابطه (20)،  $F$  نیروی اعمالی،  $A$  و  $B$  معکوس شعاع های معادل دو جسم در محل تماس،  $m$  و  $n$  از جدول هرتز استخراج می شود و  $\delta$  مربوط به جنس اجسام در تماس است.

پس از یافتن اندازه اقطار بیضی هرتز، حداکثر فشار هرتز در ناحیه بدست می آید که معادل 478.1 مگاپاسکال است. مقدار مذکور از شبیه سازی المان محدود 491 مگاپاسکال به دست می آید که نشان دهنده 3 درصد خطا در جواب المان محدود است. مقدار خطای یاد شده مناسب به نظر می رسد.

توزیع تنش فشاری در ناحیه به نحوی است که در هر بیضی (در این مسئله دایره) به مرکزیت تماس، تنش فشاری ثابت است. "شکل 10 و 11" این موضوع را به خوبی نمایش می دهد. همچنین تنش های فشاری روی دایره های مرتبط نوشته شده اند. در "شکل 10" دایره ممتد نتایج حل تحلیلی و مربع های متصل شده با خطوط شکسته، نتایج شبیه سازی المان محدود هستند. "شکل های 11 و 12" نتایج شبیه سازی المان محدود را نمایش می دهد. نکته بسیار مهمی که در "شکل های 11 و 12" دیده می شود توزیع تنش در خارج ناحیه تماس است بدین معنی که در خارج ناحیه تماس یک

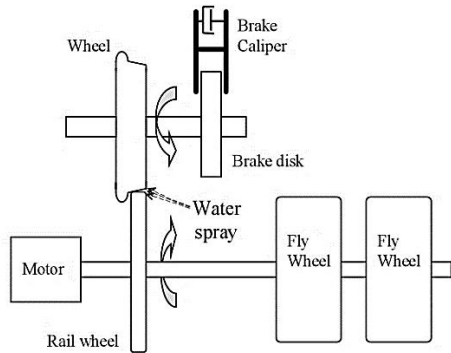


Fig. 13 Schematic Wheel-rail test rig

شکل 13 شماتیک دستگاه تست

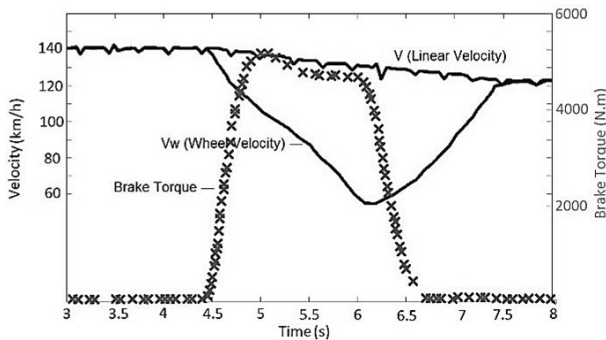


Fig. 14 Experimental wheel-rail slip results for 140 km/h speed

شکل 14 نتایج آزمایش عملی لغزش ریل برای سرعت 140 کیلومتر

مورد سنجش قرار خواهند گرفت. نکته مهمی که در فرآیند شبیه‌سازی و آزمایشات عملی مورد توجه قرار گرفته است، حداقل ضریب اصطکاک ایستایی اعمال شده است. اعمال این مورد در آزمایشات عملی با استفاده از اسپری کردن آب (همان‌گونه که در "شکل 13" نیز دیده می‌شود) و در شبیه‌سازی نرم‌افزاری وارد کردن مقدار موردنظر که در این تحقیق 0.1 بوده است. در "شکل 15"، خط ممتد، نظریه تیر، خط چین نظریه کالکر، خط-

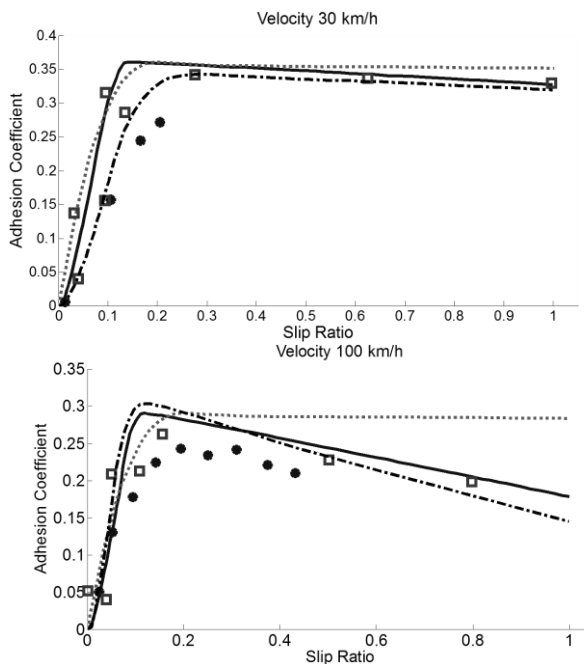


Fig. 15 Experimental and simulation results for four different initial velocities

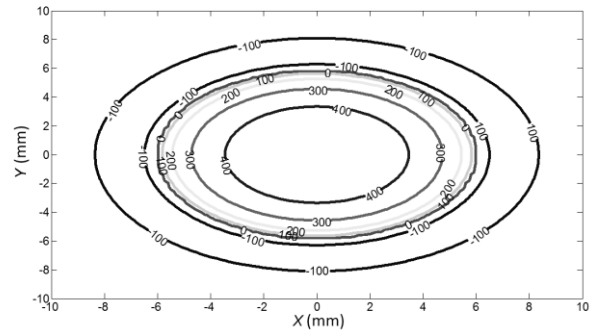


Fig. 11 Hertz pressure contour in and out of the contact area (MPa)

شکل 11 کانتور تنش هرتز در داخل و خارج ناحیه تماس (مگاپاسکال)

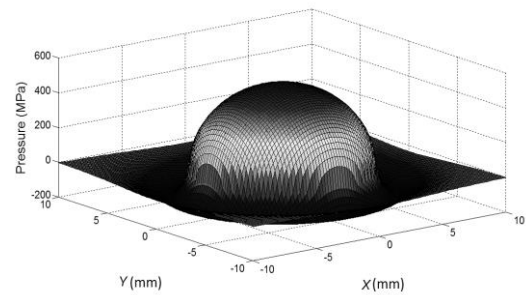


Fig. 12 Hertz pressure distribution in and out of the contact area

شکل 12 توزیع تنش هرتز در داخل و خارج ناحیه تماس

"شکل 14" نمودار نتایج تست لغزش را در سرعت 140 کیلومتر بر ساعت نشان می‌دهد. همان‌طور که در شکل دیده می‌شود، به هنگام افزایش لغزش در لحظه 6.38 ثانیه، گشتاور اعمالی جهت ایمنی دستگاه رو به کاهش می‌رود.

### 8- اعتبارسنجی مدل‌های غلشی

در این بخش تمامی مدل‌ها و شبیه‌سازی‌های انجام شده با آزمایشات عملی

شکل 15 نتایج شبیه‌سازی و آزمایشات عملی برای چهار سرعت اولیه متفاوت

نقطه، نظریه بریستل، علامت های ستاره ای نتایج آزمایشات عملی و نشان های مربع نتایج حاصل از آنالیز المان محدود را نمایش می دهند.

جواب های قابل قبولی ارائه کند. همان طور که در "شکل 15" دیده می شود در مجموع بهترین مدل طرح شده برای زمان ترمزگیری این تئوری است. نکته قابل توجه و مهم اختلاف جزئی درصد خطای تئوری تیر و بریستل است. این مسئله با توجه به "شکل 15"، مفهوم تر خواهد بود. جهت درک بهتر موضوع با توجه به قسمت ناپایدار نمودار سرعت 140 کیلومتر "شکل 15" شبیه هماینگ نتایج عملی با تئوری بریستل بخوبی مشاهده می شود حال آن که نمودار تیر از میان داده های عملی گذشته است. بدین معنی که خطای تئوری تیر و بریستل تقریباً یکسان است اما هماینگی بهتر و منسجم تری بین مدل بریستل و نتایج عملی دیده می شود.

همان طور که جدول 2 نشان می دهد با اندکی اغماض می توان گفت مدل بریستل مستقل از سرعت اولیه واگن جهت ترمزگیری عمل می کند و در مجموع با 11.05 درصد خطا بهترین مدل برای مسئله ترمزگیری محسوب می شود.

### 12- نتیجه گیری و جمع بندی

این تحقیق به بررسی لغزش در حرکت چرخ قطار هنگام ترمزگیری پرداخته است. پروفیل چرخ مورد استفاده S1002 بود که بروی چرخ UIC60 قرار گرفته است. تحلیل در 4 سرعت ابتدایی 30، 60، 100 و 140 کیلومتر بر ساعت انجام شد. ابتدا با استفاده از تئوری هرتز تنش های عمودی تحلیل گردید و سپس در قسمت تنش غلتشی مدل کالکر، تیر، بریستل و آنالیز المان محدود جهت بررسی مسئله به کار گرفته شد. از آنجا که مدل کالکر از مدل های کلاسیک بوده و نیاز غلتش را در ناحیه اشباع به خوبی بررسی نکرده است، نتایج آزمایشات عملی خطای 35.61 درصد را برای این تئوری محاسبه کرده است. آنالیز المان محدود به لحاظ دور بودن از هرگونه نویز و یا خطای اضافی (به جز خطای مش بندی)، توانست خطای میانگین 15.18 درصد را نمایش دهد. اما با دقت به توزیع خطای این مدل، دیده می شود که در حوالی پیک نمودار بهتر عمل کرده است. دلیل این موضوع ارائه حداکثر ضریب چسبندگی به نرم افزار به صورت پیش فرض است. مدل های تیر و بریستل در مهندسی خودرو کاربرد دارد. از آنجا که در مهندسی خودرو، تأیر با ضرایب لغزش زیادی روبروست، این مدل ها بخوبی توانسته اند خطایی معادل 11.18 و 11.05 درصد را داشته باشند. نکته مهم در ارتباط با مدل های مهندسی خودرو پیش بینی بسیار خوب در ناحیه اشباع لغزش است. لازم به توضیح است که مدل بریستل هماینگی بسیار مناسب تری نسبت به مدل تیر داشته و بخوبی توانسته نرخ و رفتار لغزش را در ناحیه اشباع ارائه کند.

### 13- مراجع

- [1] E. Winkler, *The Theory of Elasticity and Strength*, pp. 77-93, Prague: Dominicus, 1867.
- [2] T. Telliskivi, U. Olofsson, Contact mechanics analysis of measured wheel-rail, *Rail Rapid Transit*, Vol. 215, No. 2, pp. 65-73, 2005.
- [3] M. S. Sichani, R. Enblom, M. Berg, Comparison of non-elliptic contact models: Towards fast and accurate modelling of wheel-rail contact, *Wear*, Vol. 314, No. 1-2, pp. 111-117, 2014.
- [4] F. D. Fischer, W. Yan, Applicability of the Hertz contact theory to rail-wheel contact problem, *Journal of Applied Mechanics*, Vol. 70, No. 4, pp. 255-268, 2000.
- [5] F. W. Carter, On the action of a locomotive driving wheel, *Proceedings of the Royal Society of London*, Vol. 112, No. 760, pp. 151-157, 1926.
- [6] K. L. Johnson, The effect of a tangential contact force upon the rolling motion of an elastic sphere on a plane, *Journal of Applied Mechanics*, Vol. 80, No. 9, pp. 339-346, 1958.

نقطه، نظریه بریستل، علامت های ستاره ای نتایج آزمایشات عملی و نشان های مربع نتایج حاصل از آنالیز المان محدود را نمایش می دهند.

### 9- شبیه سازی المان محدود

در المان محدود نوع مش بندی تأثیر زیادی در حل مسئله و جواب نهایی دارد تا جایی که می تواند حتی جواب های متوالی را واگرا از جواب اصلی نشان دهد. از آنجا که تحلیل تماس ماسی یا همان ترکشن در نرم افزارهای المان محدود بسیار مشکل بوده تا جایی که پژوهشگران تحلیل با استفاده از مدل های کلاسیک را ترجیح می دهند، طبیعی ست در این مرحله عدم انطباق هایی در جواب های المان محدود وجود داشته باشد.

چنانچه در "شکل 15" مشاهده می گردد المان محدود رفتار تماس را در قبل و بعد از پیک نمودار با اختلاف پیش بینی کرده که دلیل این اختلاف می تواند اول عدم وجود نتایج آزمایشگاهی کافی بعد از پیک باشد و دیگری در ابتدای تست امکان وجود نویزهای گذرا در دستگاه باشد. اما نکته قابل توجه و بسیار مهم، تطابق خوب تحلیل المان محدود در حوالی پیک نمودار است که به جهت انتخاب ضریب چسبندگی حائز اهمیت است. با این حال میانگین اختلافات المان محدود 15.18 درصد (جدول 2) است که برای یک روش ارزان قیمت، بسیار مناسب است. همچنین طبق جدول 2، خطای آنالیز المان محدود با بیشتر شدن سرعت، کم می شود در نتیجه برای سرعت های بالا که انجام آزمایشات عملی پرهزینه خواهد بود این روش جایگزین خوبی می باشد.

### 10- مدل تیر

در قسمت ابتدایی ناحیه چسبندگی، همانند دو تئوری دیگر عمل کرده و با تقریب خوبی می توان هر سه نمودار را مشابه در نظر گرفت. طبق پیش بینی های صورت گرفته، بهترین مدل جهت چرخ با ممان منفی یا ترمزی مدل تیر است که در صنعت خودرو نیز آزموده شده است. همان طور که در "شکل 15" و جدول 2 مشاهده می گردد، میانگین درصد خطای پیش بینی تماس تا 11.81 درصد کاهش یافته که نشان می دهد مدل حاضر، در زمینه ترمزگیری و اشباع ناحیه تماس مورد اعتماد خواهد بود. نکته مهمی که در "شکل 13" دیده می شود، بالا رفتن میزان خطا در اطراف پیک منحنی است که نشان عدم اطمینان به مدل تیر در نواحی مورد نظر خواهد شد. در این زمینه پیشنهاد میشود در نواحی ذکر شده، تحلیل المان محدود جایگزین شود. خوشبختانه مدل تیر در سرعت اولیه 140 کیلومتر خطای کمی را داشته که نشان دهنده قابلیت به کارگیری تئوری مذکور در سرعت های بالا است.

### 11- مدل بریستل

مدل بریستل بر مبنای لغزش ارائه شده و طبیعی است که در این مسئله

جدول 2 خطاهای موجود در مدل های ارائه شده

Table 2 Errors in the proposed models

مدل	30 کیلومتر بر ساعت		60 کیلومتر بر ساعت		100 کیلومتر بر ساعت		140 کیلومتر بر ساعت	
	میانگین	میانگین	میانگین	میانگین	میانگین	میانگین	میانگین	میانگین
مدل بریستل	14.58	8.67	15.42	5.55	11.05			
مدل تیر	20.45	6.45	14.71	5.62	11.81			
مدل کالکر	73.96	13.15	27.67	17.60	35.61			
تحلیل المان محدود	17.73	18.21	11.99	12.79	15.18			



- for tangential solution of the wheel–rail contact, *Vehicle System Dynamics*, Vol. 54, No. 6, pp. 748–764, 2016.
- [14] S. H. Park, J. S. Kim, J. J. Choi, Reference slip ratio generation and adaptive sliding mode control for railway rolling stocks, *International Journal of Precision Engineering and Manufacturing*, Vol. 10, No. 2, pp. 39–44, 2009.
- [15] H. Sakai, *Tire Engineering*, pp. 44–51, Tokyo: Grand Prix, 1987.
- [16] C. de Wit, H. Olsson, K. J. Astrom, P. Lischinsky, A new model for control of systems with friction, *Automatic Control, IEEE Transactions*, Vol. 40, No. 3, pp. 419–425, 1995.
- [17] T. Piatkowski, *Dahl and Lugre Dynamic Friction Models the Analysis of Selected Properties*, Vol. 73, Elsevier Ltd, pp. 91–100, 2014.
- [18] V. Van Geffen, *A Study of Friction Models and Friction Compensation*, 2nd Edition, pp. 22–30, Technische Universiteit Eindhoven, 2009.
- [19] D. H. Lee, J. W. Seo, S. J. Kwon, H. Y. Choi, Three-dimensional transient rolling contact analysis of similar elastic cylinders, *Procedia Engineering*, Vol. 10, No. 112, pp. 2633–2638, 2011.
- [7] K. L. Johnson, The effect of spin upon the rolling motion of an elastic sphere on a plane, *Journal of Applied Mechanics*, Vol. 80, No. 12, pp. 332–338, 1958.
- [8] D. J. Haines, E. Ollerton, E. Ollerton, Contact stress distributions on elliptical contact surfaces subjected to radial and tangential forces, *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers*, Vol. 177, No. 1, pp. 95–114, 1963.
- [9] M. Sh. Sichani, R. Enblom, M. Berg, A novel method to model wheel–rail normal contact in vehicle dynamics simulation, *Vehicle System Dynamics*, Vol. 52, No. 12, pp. 1752–1764, 2014.
- [10] J. J. Kalker, *Rolling Contact Phenomena: Linear Elasticity, Critical Incident Stress Management Courses Lectures*, pp. 1–84, 2000.
- [11] P. J. Vermeulen, K. L. Johnson, Contact of nonspherical elastic bodies transmitting tangential forces, *Journal of Applied Mechanics*, Vol. 31, No. 2, pp. 338, 1964.
- [12] S. Iwnicki, T. Dahlberg, *Handbook of Railway Vehicle Dynamics*, pp. 213–251, Crc press, Taylor & Francis group, 2006.
- [13] M. Sh. Sichani, R. Enblom, M. Berg, An alternative to FASTSIM