http://mme.modares.ac.ir

مجله علمی پژوهشی

مهندسی مکانیک مدرس

فوق‌العاده اسفند ۱۳۹۲، دوره ۱۳ شماره ۱۴ ص‌ص ۲۰۹-۲۱۹

مقاله پژوهشی کامل
تاریخ دریافت ۹۲/۳/۲
تاریخ پذیرش ۹۲/۵/۱۷
ارائه در سایت ۹۲/۱۰/۳۰

طراحی کنترل کننده LQG/LTR برای کنترل وضعیت ماهواره زمین آهنگ با استفاده از چرخ‌های عکس‌العملی

امیر رضا کوثری[۱*]، مهدی پیروانی[۲]، مهدی فکور[۳]، حسین نجات[۴]

۱- استادیار مهندسی هوافضا، دانشگاه تهران، تهران
۲- دانشجوی کارشناسی ارشد مهندسی مکاترونیک، دانشگاه تهران، تهران
۳- استادیار مهندسی مکانیک، دانشگاه تهران، تهران
۴- استادیار مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی شریف، تهران
* تهران، صندوق پستی ۱۵۶۱-۱۴۳۹۵، kosari_a@ut.ac.ir

چکیده- در این مقاله به طراحی کنترل‌کننده LQG/LTR برای کنترل وضعیت ماهواره زمین آهنگ در فاز نامی پرداخته می‌شود. عملگر مورد استفاده در این مقاله چرخ عکس‌العملی است و گشتاور کنترلی آن به وسیله رگولاتور LQR تعیین می‌شود. حسگرهای مورد استفاده در این مقاله، حسگر خورشید و زمین هستند و از فیلتر کالمن توسعه یافته برای تخمین حالت‌های آغشته به نویز استفاده می‌شود. سیگنال کنترلی حاصل از LQR به شرطی که همه حالات سیستم در فیدبک خروجی دیده شوند، دارای عملکرد مناسبی است. اما این روش ایده‌آل بوده و نویز موجود در مدل و حسگرها را لحاظ نمی‌کند. از این‌رو، بر اساس حالت‌های تخمینی کنترل‌کننده‌های LQG و LQG/LTR طراحی شده و با کنترل‌کننده LQR مقایسه می شوند. ضرایب بهره کنترل‌کننده‌ها بر اساس خطی‌سازی حول نقطه کاری بدست می‌آید که موجب مقاومت و تشابه پاسخ‌های LQG و LQG/LTR می‌شود. نتایج نشان می‌دهد که فراجهش کنترلی LQR نیز از سایر کنترل کننده‌ها بیشتر است.

کلیدواژگان: ماهواره زمین‌آهنگ، کنترل وضعیت، فیلتر کالمن توسعه یافته، LQG/LTR، چرخ عکس‌العملی.

Design of LQG/LTR controller for attitude control of Geostationary satellite using Reaction Wheels

A. R. Kosari[1*], M. Peyrovani[2], M. Fakoor[3], H. Nejat[4]

1- Assist. Prof., AeroSpace Eng., Tehran Univ., Tehran, Iran
2- MSc of Mechatronics Eng., Tehran Univ., Tehran, Iran
3- Assist. Prof., Mech. Eng., Tehran Univ., Tehran, Iran
4- Assist. Prof., Mech. Eng., Sharif Univ. of Tech., Tehran, Iran
* P.O.B. 14395-1561 Tehran, Iran. kosari_a@ut.ac.ir

Abstract- In this paper, LQG/LTR controller is designed for attitude control of the geostationary satellite at nominal mode. Usage actuator in this paper is the reaction wheel and control torque is determined by the LQR regulator. Usage sensors in this article are sun and earth sensors and EKF is used for estimation of noisy states. LQR controller signal has good performance, if all system's states are considered in system output feedback. But this method is ideal and does not include model noise and sensors noise. Therefore, LQG and LQG/LTR controllers are designed based on the estimated states, and are compared with LQR controller. Controllers gain coefficients are obtained based on linearization around operating point. It caused to robustness and similarity of LQG and LQG/LTR response. The results show that control overshoot of LQR is greater than the others.

Keywords: Geostationary Satellite, Attitude Control, Extended Kalman Filter, LQG/LTR, Reaction Wheel.

[Downloaded from mme.modares.ac.ir on 2024-10-12]

[DOR: 20.1001.1.10275940.1392.13.14.4.2]

۱- مقدمه

ماهواره زمین آهنگ، ماهواره‌ای است که مدار آن بر فراز خط استوا قرار دارد و سرعت زاویه‌ای ماهواره در این مدار با سرعت زاویه‌ای زمین برابر است. ماهواره‌های مخابراتی و هواشناسی معمولاً در این مدار قرار می‌گیرند و با توجه به این ویژگی، آنتن‌های گیرنده امواج ماهواره به صورت ثابت نسبت به نقطه‌ای از زمین نصب می‌شوند. این ماهواره‌ها دائما در معرض گشتاورهای اغتشاشی مانند نیروهای ثقلی ماه و خورشید، نیروی ناشی از پخی زمین، بیضی بودن سطح استوا، گشتاورهای گرادیان گرانشی، و تشعشعات خورشیدی قرار دارند، که این اغتشاشات موجب منحرف شدن ماهواره از موقعیت و وضعیت نامی[1] می‌شود [۱].

برای پرهیز از این مشکل و پایدارسازی وضعیت ماهواره از زیرسیستم تعیین و کنترل وضعیت ماهواره[2] استفاده می‌شود. این زیرسیستم مسئول نشانه روی مناسب ماهواره در مانورهای مختلف حفظ موقعیت[3] است [۲].

بخش تعیین وضعیت در این زیرسیستم شامل تمامی حسگرهایی است که اطلاعات مربوط به جهت‌گیری و وضعیت ماهواره را برای کنترل‌کننده تولید می‌کنند. پس از آن، کنترل‌کننده به وسیله عملگرهای تصحیح وضعیت، جهت‌گیری ماهواره را اصلاح می‌کند. عملگرهای ماهواره می‌توانند تراسترها، چرخ‌های عکس‌العملی یا چرخ‌های مومنتومی باشند [۴،۳].

برای کنترل وضعیت ماهواره از روش‌های کنترلی مختلفی استفاده می‌شود. در مرجع [۵] دینامیک عملگر چرخ مومنتمی در سیستم کنترل وضعیت بررسی و کنترل‌کننده‌ای برای آن طراحی شده است. نویزها و گشتاورهای اغتشاشی به طور جدی دقت گشتاور خروجی این عملگر را به مخاطره می‌اندازند. از این‌رو در [۵]، الگوریتم PID قابل تنظیم، بر پایه شبکه عصبی RBF[4]، برای طراحی جبران‌ساز اغتشاشی، در سیستم کنترل مد گشتاور عملگر به کار گرفته شده و طراحی بر اساس دینامیک و تحلیل گشتاور اغتشاشی انجام شده است. در مرجع [۶] سرعت‌های زاویه‌ای و وضعیت سیستم بر اساس بردار کواترنیون‌ها بیان شده و از کنترل‌کننده P و PI برای داشتن کمترین خطا در دوران دستگاه‌ها استفاده شده است. در مرجع [۷] نیز روابط خطی‌سازی شده دینامیک ماهواره ارائه شده و کنترل‌کننده LQR برای کنترل وضعیت و داشتن کمترین خطا طراحی شده است. در مرجع [۸] طراحی زیرسیستم کنترل وضعیت برای ماهواره‌هایی که دارای بخش‌های انعطاف‌پذیر هستند، مطرح شده است. اساساً سیستم کنترل وضعیت در این ماهواره‌ها بر اساس شبیه‌سازی‌های رایانه‌ای و بدون تصدیق تجربی طراحی می‌شوند. از این‌رو به دلیل عدم قطعیت مدل، دچار ناپایداری و عملکرد ضعیف کنترل‌کننده می‌شوند. در این مرجع مقاومت و عملکرد سیستم با طراحی و مقایسه سه کنترل‌کننده LQR، LQG و H_∞ بررسی شده است. مقایسه سه کنترل‌کننده نشان می‌دهد که LQR در عین سادگی، مقاومت مناسبی تولید می‌کند ولی نویز موجود در سیستم را در نظر نمی‌گیرد و تمام حالات سیستم باید در فیدبک دیده شوند. LQG روش واقعی‌تری است و نویز سیستم و حالات غیرمشاهده پذیر، به‌وسیله فیلتر کالمن، در آن ملاحظه می‌شود ولی مقاومت آن با توجه به عدم قطعیت‌های سیستم، نسبت به LQR کمتر است. روش H_∞ نیز در عین داشتن عملکرد و حساسیت مناسب، مقاومت و محدوده تلاش کنترلی خوبی تولید می‌کند [۹،۸]. مسأله دیگری که در این ماهواره‌ها وجود دارد، این است که قرار دادن حسگر و اندازه‌گیری پارامترها در قسمت‌های منعطف ماهواره امری پیچیده است. از این‌رو برخی از حالت‌های سیستم مشاهده‌پذیر نخواهند بود که خود بر نامعینی سیستم می‌افزاید. در [۱۰]، از روش LQG/LTR[5] برای حل این مشکل استفاده شده است. در این روش به‌وسیله فیلتر کالمن پارامترهای بخش‌های منعطف را از زوایا و سرعت‌های زاویه‌ای بخش‌های مقید تخمین می‌زنند و در ادامه، از LQR برای طراحی فیدبک حالت مناسب برای ورودی کنترلی استفاده می‌کنند. در این مرجع ابتدا یک کنترل‌کننده LQR ایده‌آل بدون در نظر گرفتن نویز موجود در سیستم و با فرض اینکه تمامی حالات مستقیماً (بدون تخمین از بخش‌های مقید) در خروجی آن قابل مشاهده باشند، طراحی شده است. سپس در حالت واقعی، دو کنترل کننده LQG و LQG/LTR برای ماهواره طراحی شده‌اند. نتایج نشان می‌دهد که

1. Nominal Mode
2. Attitude Determination and Control Subsystem (ADCS)
3. Station Keeping
4. Radial Basis Function (RBF) Neural Network
5. Linear Quadratic Gaussian with Loop Transfer Recovery

[Downloaded from mme.modares.ac.ir on 2024-10-12]
[DOR: 20.1001.1.10275940.1392.13.14.4.2]

کنترل‌کننده LQR بهترین عملکرد را دارد ولی، برای چنین ماهواره‌ای، روش عملی محسوب نمی‌شود. عملکرد کنترل‌کننده حاصل از روش LQG نیز، نسبت به روش LQR ضعیف‌تر است. در نتیجه با استفاده از روش LQG/LTR، مقاومت کنترل‌کننده و عملکرد آن، با نزدیک شدن به LQR ایده‌آل، تا حد زیادی بهبود داده شده است. تنها مشکلی که در این روش وجود دارد این است که روش LQG/LTR فراجهش بیشتری نسبت به کنترل‌کننده‌های فوق تولید می‌کند [۱۰].

در این مقاله کنترل‌کننده LQG/LTR برای کنترل وضعیت ماهواره زمین آهنگ بر پایه بردار کواترنیون‌ها طراحی شده و بازه خطای دستگاه بدنه نسبت به دستگاه مداری حدود $\pm ۰/۱^{\circ}$ (همان دقت نشانه روی) در نظر گرفته می‌شود. در صورت استفاده از دینامیک نقطه تعادل، بر پایه کوترنیون‌ها، سیستم کنترل‌پذیر نخواهد بود، از اینرو طراحی کنترل کننده‌ها بر اساس خطی‌سازی حول نقاط کاری انجام می‌شود. از سوی دیگر در این سیستم بخش منعطفی وجود ندارد و همه حالت‌های سیستم در فیدبک خروجی مشاهده می‌شوند. همچنین فرض می‌شود که تشعشعات خورشیدی تنها نویز موجود در مدل سیستم بوده و از فیلتر کالمن توسعه یافته برای حذف آن استفاده می‌گردد. بدین منظور از حسگرهای خورشید و زمین در بخش تعیین وضعیت و از چرخ عکس‌العملی به عنوان عملگر استفاده می‌شود.

در بخش دوم معادلات حرکت ماهواره، روش LQG، روش LQR، روش فیلتر کالمن توسعه یافته و روش LQG/LTR بیان می‌شوند. در بخش سوم نتایج شبیه‌سازی عددی ارائه شده و در نهایت در بخش چهارم نتیجه‌گیری و پیشنهادات مطرح می‌شوند.

۲- مدل‌سازی

۲-۱- معادلات حرکت ماهواره

معادله دینامیکی حرکت ماهواره به صورت معادله (۱) بیان می‌شود [۱۱،۱].

$$\dot{\omega}^{\mathrm{b}}_{\mathrm{b/i}} = J^{-1}(u - \omega^{\mathrm{b}}_{\mathrm{b/i}} \times (I\omega^{\mathrm{b}}_{\mathrm{b/i}} + h_{\mathrm{RW}})) \qquad (۱)$$

که در آن $\omega^{\mathrm{b}}_{\mathrm{b/i}} \in R^3$، بردار سرعت زاویه‌ای بدنه نسبت به دستگاه اینرسی بیان شده در دستگاه بدنه است، J، ماتریس ممان اینرسی، $u \in R^3$، گشتاور کنترلی ورودی و h_{RW}، تکانه زاویه‌ای چرخ عکس‌العملی است.

سینماتیک وضعیت به وسیله کواترنیون‌های وضعیت به صورت معادله (۲) نسبت به دستگاه مداری بیان می‌شود.

$$\dot{q} = \frac{1}{2}\Omega(\omega^{\mathrm{b}}_{\mathrm{b/o}})q = \frac{1}{2}\Xi(q)\omega^{\mathrm{b}}_{\mathrm{b/o}} \qquad (۲)$$

که در آن $\omega^{\mathrm{b}}_{\mathrm{b/o}}$، بردار سرعت زاویه‌ای بدنه نسبت به دستگاه مداری بیان شده در دستگاه بدنه است و

$$q = [q_1, q_2, q_3, q_4]^{\mathrm{T}} = [q_{13}^{\mathrm{T}}, q_4]^{\mathrm{T}} \qquad (۳)$$

$$\Omega(\omega)_{4\times4} = \begin{bmatrix} -[\omega \times] & \omega \\ -\omega^{\mathrm{T}} & 0 \end{bmatrix} \qquad (۴)$$

$$\Xi(q)_{4\times3} = \begin{bmatrix} q_4 I_3 + [q_{13} \times] \\ -q_{13}^{\mathrm{T}} \end{bmatrix} \qquad (۵)$$

۲-۲- روش LQG

روش LQG از ترکیب و حل دو مسأله LQR و فیلتر کالمن توسعه یافته حاصل می‌شود [۱۲]. فرض کنید معادلات حالت سیستم و معادلات اندازه‌گیری به صورت (۶) باشند [۱۳،۱۱].

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= f(x(t), u(t), w(t)) \\ z_k &= h(x_k, \nu_k) \end{aligned} \qquad (۶)$$

که در (۶) $w(t)$ و ν_k به ترتیب اغتشاش مدل و نویز اندازه‌گیری هستند و دارای توزیع گوسی می‌باشند.

$$\begin{aligned} p(w) &\sim N(0, Q) \\ p(\nu) &\sim N(0, R) \end{aligned} \qquad (۷)$$

$u(t)$ و z_k نیز به ترتیب بردار ورودی کنترلی و بردار خروجی اندازه‌گیری شده هستند.

در روش LQR، در صورتی‌که سیستم کنترل‌پذیر و مشاهده‌پذیر حالت باشد، قانون کنترلی خطی وجود دارد که از مینیمم کردن تابع هزینه زیر حاصل می‌شود [۱۴]:

$$J = \int_{t_0}^{t_1} [x^{\mathrm{T}}(t)Q_1(t)x(t) + u^{\mathrm{T}}(t)Q_2(t)u(t)]dt \qquad (۸)$$

که در آن t_0 و t_1 زمان‌های اولیه و نهایی در هر مرحله $Q_1(t)$ و $Q_2(t)$ به ترتیب ماتریس‌های وزنی متقارن ضریب بردار حالت و ضریب کنترل‌کننده می‌باشند. $Q_1(t)$ مثبت نیمه معین، $Q_2(t)$ مثبت معین می‌باشند.

در این صورت می‌توان نشان داد که کنترل‌کننده بهینه در این حالت با استفاده از رابطه (۹) قابل محاسبه است:

$$u = -Q_2^{-1}B^{\mathrm{T}}Sx = -K_r x \qquad (۹)$$

که در آن K_r ماتریس بهره LQR و ماتریس S از حل

[Downloaded from mme.modares.ac.ir on 2024-10-12]
[DOR: 20.1001.1.10275940.1392.13.14.4.2]

معادله دیفرانسیل ریکاتی (۱۰) به دست می‌آید [۱۴].

$$-\dot{S} = A^{\mathrm{T}}S + SA + Q_1 - SBQ_2^{-1}B^{\mathrm{T}}S \qquad (۱۰)$$

ماتریس A در (۱۰) دینامیک سیستم می‌باشد که در هر مرحله از خطی‌سازی حول نقطه کاری بدست می‌آید.

روش LQR در عین سادگی، مقاومت مناسبی تولید می‌کند ولی نویز موجود در سیستم را در نظر نمی‌گیرد و تمام حالات سیستم باید در فیدبک دیده شوند [۸].

در روش فیلتر کالمن توسعه یافته، نویز موجود در سیستم لحاظ شده و بردار حالت آغشته به نویز، تخمین زده می‌شود و بخشی از نویز آن حذف می‌شود. برای اعمال فیلتر کالمن توسعه یافته نیاز است که ماتریس‌های حالت و اندازه‌گیری در هر لحظه از (۱۱) بدست آیند. به منظور ساده‌تر شدن مدل، فرض می‌شود که نویزهای فرآیند و اندازه‌گیری به صورت خطی وارد سیستم می‌شوند [۱۳،۱۱].

$$A_{[i,j]} = \frac{\partial f_{[i]}}{\partial x_{[j]}}(\hat{x}_{k-1}, u_{k-1}, 0)$$
$$H_{[i,j]} = \frac{\partial h_{[i]}}{\partial x_{[j]}}(\hat{x}_k, 0) \qquad (۱۱)$$

معادلات مرحله پیش‌بینی و اصلاح در فیلتر کالمن توسعه یافته به ترتیب به صورت (۱۲) و (۱۳) است.

$$\begin{aligned} \dot{\bar{x}}_k &= f(\hat{x}_{k-1}, u_{k-1}) \\ A_k &= A|_{x=\hat{x}_{k-1}} \\ \dot{\bar{P}}_k &= A_k P_{k-1} + P_{k-1}A_k + Q \\ H_k &= H|_{x=\hat{x}_{k-1}} \end{aligned} \qquad (۱۲)$$

$$\begin{aligned} K_f &= \bar{P}_k H_k^{\mathrm{T}}\left(H_k\, \bar{P}_k H_k^{\mathrm{T}} + R_k\right)^{-1} \\ \hat{x}_k &= \bar{x}_k + K_f(z_k - h(\bar{x}_k, 0)) \\ P_k &= \left(I - K_f H_k\right)\bar{P}_k \end{aligned} \qquad (۱۳)$$

که در آن علایم $\bar{x}$ و $\bar{P}$ به ترتیب مقادیر تخمین حالت‌ها و ماتریس کوواریانس خطا در مرحله پیش‌بینی و $\hat{x}$ مقادیر تخمین حالت‌ها پس از اصلاح می‌باشند. ماتریس‌های P، Q، R و K_f نیز ماتریس‌های کوواریانس خطا، کوواریانس نویز مدل، کوواریانس نویز اندازه‌گیری و بهره فیلتر کالمن هستند [۱۳،۱۱].

دو روش LQR و فیلتر کالمن توسعه یافته، وقتی که به صورت مجزا طراحی می‌شوند، دارای خصوصیات عملکردی و پایداری مقاوم مناسبی هستند. ولی جبران‌ساز LQG فاقد این ویژگی است [۱۶،۱۵].

۲-۳- روش LQG/LTR

LQG/LTR روشی سیستماتیک بر پایه شکل‌دهی و بازیابی مقادیر ویژه سیستم حلقه باز است و برای کاهش میزان نوسانات به فیدبک نیازمند است. این روش از ترکیب مسأله LQR، فیلتر کالمن توسعه یافته (همان روش LQG) و تنظیم بازیافت تبدیل حلقه[1] (LTR) تشکیل می‌شود و با استفاده از آن بهره کنترل‌کننده LQG بهینه و مقاومت سیستم تضمین می‌شود. در نتیجه می‌توان یک سیستم غیرخطی را در بازه‌های معین خطی، پایدار و به صورت بهینه کنترل نمود [۱۷،۱۵،۱۰].

تنظیم LTR به دو شیوه LTR در ورودی[2] و LTR در خروجی[3] در حوزه فرکانس انجام می‌شود [۱۸،۱۵،۱۰]. ماتریس تابع تبدیل حلقه LTR با KG نمایش داده می‌شود که G، ماتریس حلقه باز سیستم، برابر است با:

$$G = H(sI - A)^{-1}B \qquad (۱۴)$$

و K، دینامیک جبران‌ساز، برابر است با:

$$K = -K_r\left(sI - A + BK_r + K_f H\right)^{-1}K_f \qquad (۱۵)$$

بنابراین، تابع تبدیل حلقه LTR به صورت (۱۶) بیان می‌شود [۱۰].

$$KG = -K_r\left(sI - A + BK_r + K_f H\right)^{-1} \times K_f H(sI - A)^{-1}B \qquad (۱۶)$$

در روش LTR در ورودی، K_f به وسیله ماتریس‌های Q و R به‌گونه‌ای انتخاب می‌شود که در محدوده وسیعی از فرکانس‌ها (۱۷) برقرار شود.

$$KG \Rightarrow -K_r(sI - A)^{-1}B \qquad (۱۷)$$

در روش LTR در خروجی، K_r به وسیله ماتریس‌های Q_1 و Q_2 به‌گونه‌ای انتخاب می‌شود که در محدوده وسیعی از فرکانس‌ها (۱۸) برقرار شود [۱۸].

$$KG \Rightarrow -H(sI - A)^{-1}K_f \qquad (۱۸)$$

۳- نتایج

حسگرهای زمین و خورشید دارای دقت محدودی هستند و خروجی آنها با مقادیر واقعی پارامترها، اختلاف دارد. علت این امر وجود نویز در خروجی این حسگرهاست [۱]. در این مقاله،

1. Loop Transfer Recovery (LTR)
2. LQGI
3. LQGO

[Downloaded from mme.modares.ac.ir on 2024-10-12]
[DOR: 20.1001.1.10275940.1392.13.14.4.2]

برای اینکه بتوان بخشی از نویز را از سیگنال کنترلی حذف کرد از فیلتر کالمن استفاده می‌شود. بدین منظور از روش رانگ کوتای مرتبه ۴ برای حل معادلات دیفرانسیل استفاده شده است. این روش نسبت به روش‌هایی مانند اویلر یا اویلر اصلاح شده دقت بالاتری دارد ولی محاسبات آن به زمان بیشتری نیازمند است. بر خلاف روش رانگ کوتا، دو روش دیگر کارایی فیلتر را تا حدود قابل توجهی کاهش می‌دهند.

پس از این که متغیرهای حالت به کمک فیلتر کالمن توسعه‌یافته تخمین زده شد، از LQR برای تولید ورودی مطلوب استفاده می‌شود. نکته‌ای که در طراحی LQR باید بدان توجه کرد، عدم اشباع چرخ عکس‌العملی در بازه $\pm ۰/۱^{\circ}$ است.

بدین منظور ممان اینرسی ماهواره و چرخ‌های عکس‌العملی به صورت (۱۹) در نظر گرفته شده و بردار حسگرهای خورشید و زمین در دستگاه مداری ثابت و برابر (۲۰) فرض می‌شود. در نتیجه، معادلات حالت سیستم و خروجی حسگرها به ترتیب به صورت (۲۱) و (۲۲) خواهد بود.

$$J = \begin{bmatrix} 1218.63 & 5.28 & 1.76 \\ 5.28 & 1429.43 & 8.39 \\ 1.76 & 8.39 & 442.26 \end{bmatrix}$$
$$J_{\mathrm{RW}} = 0.016 \times I_{3\times3} \tag{۱۹}$$

$$\vec{e}_{\mathrm{sun}} = [0\ 1\ 0]^T$$
$$\vec{e}_{\mathrm{Earth}} = [0\ 0\ 1]^T \tag{۲۰}$$

$$\dot{q} = \frac{1}{2}\Omega\left(\omega^{\mathrm{b}}_{\mathrm{b/o}}\right)q$$
$$\dot{\omega}^{\mathrm{b}}_{\mathrm{b/i}} = J^{-1}\left(u - \omega^{\mathrm{b}}_{\mathrm{b/i}} \times \left(I\omega^{\mathrm{b}}_{\mathrm{b/i}} + h_{\mathrm{RW}}\right)\right) + J^{-1}w \tag{۲۱}$$

$$z_{\mathrm{Sun}} = \begin{bmatrix} 2(q_1q_2 + q_3q_4) \\ -q_1^2 + q_2^2 - q_3^2 + q_4^2 \\ 2(q_2q_3 - q_1q_4) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \nu_1 \\ \nu_2 \\ \nu_3 \end{bmatrix}$$
$$z_{\mathrm{Earth}} = \begin{bmatrix} 2(q_1q_3 - q_2q_4) \\ 2(q_2q_3 + q_1q_4) \\ -q_1^2 - q_2^2 + q_3^2 + q_4^2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \nu_4 \\ \nu_5 \\ \nu_6 \end{bmatrix} \tag{۲۲}$$

که برای ساده شدن طراحی ماتریس نویز مدل،Γ، در معادله (۲۱) برابر با B یعنی J^{1} فرض شده است [۱۵].

ماتریس‌های A و H نیز از (۲۳) به‌دست می‌آیند و مقدار اولیه ماتریس کوواریانس خطا به صورت (۲۴) است.

الگوریتم LTR که در این مقاله به کار گرفته شده است، LTR در ورودی است. از این‌رو سعی شده که عملکرد تبدیل حلقه KG در حوزه فرکانس به سمت LQR میل داده شود.

ماتریس‌های وزنی Q_1 و Q_2 نیز به صورت (۲۵) فرض می‌شود.

$$A = \begin{bmatrix} 0.5\Omega & 0.5\Xi \\ 0_{3\times4} & J^{-1}\{[(J\omega\times)] + [h_{\mathrm{RW}}\times] - [\omega\times]J\} \end{bmatrix}$$
$$H = \begin{bmatrix} \dfrac{\partial z_{\mathrm{Sun}}}{\partial q} & 0_{3\times3} \\ \dfrac{\partial z_{\mathrm{Earth}}}{\partial q} & 0_{3\times3} \end{bmatrix} \tag{۲۳}$$

$$P = \begin{bmatrix} 0.02I_{4\times4} & 0_{3\times3} \\ 0_{4\times4} & \left(\dfrac{\pi}{180}\right)I_{3\times3} \end{bmatrix} \tag{۲۴}$$

$$Q_1 = 10^{17}diag([24.80\ 3.84\ 3.84\ 0.28\ 0.9\ 0.9\ 0.9])$$
$$Q_2 = 10^{15}I_{3\times3} \tag{۲۵}$$

باید دقت کرد که K_r به گونه‌ای طراحی شود که گشتاور کنترلی از ماکزیمم گشتاوری که عملگر چرخ عکس‌العملی، با توجه به ماکزیمم توان مصرفی آن، تولید می‌کند، بیشتر نشود. از این‌رو شرط اشباع عملگر به صورت (۲۶) در نظر گرفته می‌شود.

$$\tau_{\mathrm{Max}} = \pm 0.3\ (\mathrm{N.m})$$
$$P_{\mathrm{RW_{Max}}} = 100\ (\mathrm{w}) \tag{۲۶}$$

در این مقاله فرایند تنظیم LTR، با توجه به این نکته که روش LQG/LTR عملکرد و مقاومت را در سیستم‌های خطی بهبود می‌بخشد [۱۹]، برای آن ماتریس حالتی که دارای کندترین دینامیک است، انجام می‌شود. بدین منظور از تجزیه مقادیر تکین[1] (SVD) استفاده شده و ماتریس دینامیکی که دارای کوچک‌ترین SVD است، برای انجام عمل LTR انتخاب می‌شود.

کواریانس نویز مدل و نویز اندازه‌گیری از معادله (۲۷) بدست می‌آیند.

$$Q = \sigma_w^2 I_{7\times7}$$
$$R = \begin{bmatrix} \sigma_\nu^2|_{\mathrm{Sun}} I_{3\times3} & 0_{3\times3} \\ 0_{3\times3} & \sigma_\nu^2|_{\mathrm{Earth}} I_{3\times3} \end{bmatrix} \tag{۲۷}$$

که σ_w، $\sigma_\nu|_{\mathrm{Sun}}$ و $\sigma_\nu|_{\mathrm{Earth}}$ به ترتیب نویز مدل، نویز حسگر خورشید و نویز حسگر زمین می‌باشند.

در طراحی کنترل‌کننده LQG مقادیر اولیه نویز مدل و نویز اندازه‌گیری را به صورت (۲۸) در نظر گرفته شده که به ترتیب مقادیر اغتشاش ناشی از تشعشعات خورشیدی و نویز حسگرهای غیردقیق خورشید و زمین می‌باشند. در این رابطه ۳۰ درصد به نویز حسگرهای ایده‌آل افزوده شده و پاسخ زمانی سیستم در شکل‌های ۱ تا ۷ نشان داده شده است.

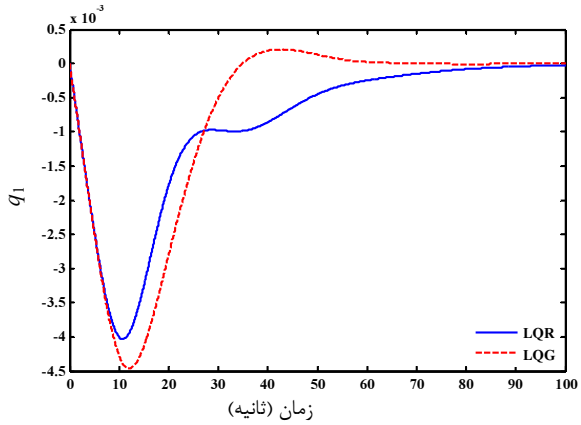
1. Singular Value Decomposition (SVD)

[Downloaded from mme.modares.ac.ir on 2024-10-12]
[DOR: 20.1001.1.10275940.1392.13.14.4.2]

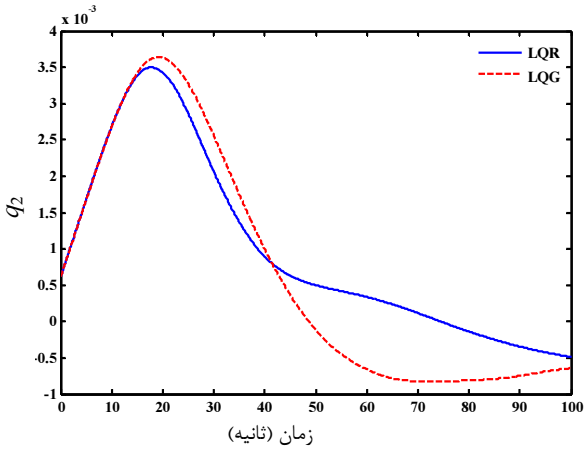
$$\sigma_w = 10^{-5}\ (\mathrm{N.m})$$
$$\sigma_v|_{\mathrm{Sun}} = 1.3 \times \sigma_{\mathrm{Sun}}\ ,\ \ \sigma_{\mathrm{Sun}} = 0.01^\circ$$
$$\sigma_v|_{\mathrm{Earth}} = 1.3 \times \sigma_{\mathrm{Earth}}\ ,\ \ \sigma_{\mathrm{Earth}} = 0.025^\circ \qquad (۲۸)$$

همان‌طور که در شکل‌های ۱ تا ۷ مشخص است پاسخ LQG اندکی از LQR ایده‌آل فاصله دارد. علت این امر در نظر گرفتن نویز فرآیند در مدل سیستم و نویزهای اندازه‌گیری روی حسگرهاست. استفاده از فیلتر کالمن توسعه یافته نیز موجب افزایش فراجهش در حالت‌های سیستم می‌شود.

از این‌رو با کمک تنظیم LTR، ماتریس‌های Q و R به گونه‌ای تنظیم می‌شوند که رفتار کنترل‌کننده LQG به کنترل‌کننده LQR نزدیک شده و مقاومت و عملکرد آن افزایش یابد. بدین منظور ماتریس Q ثابت فرض شده و $R_2 = \rho R$ فرض می‌شود. نمودار بازیافت حلقه برای دو تا از بزرگترین مقادیر تکین، به ازای مقادیر مختلف ρ در شکل ۸ نشان داده شده است.

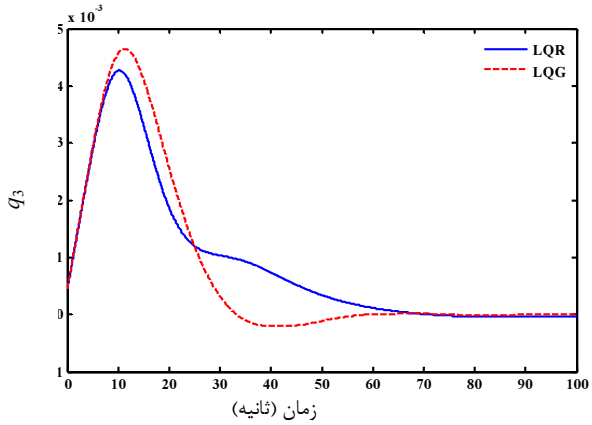


شکل ۱ مؤلفه q_1 کواترنیون‌های وضعیت LQR و LQG

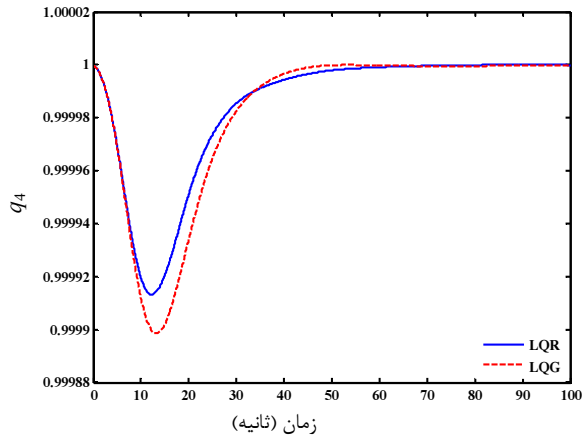


شکل ۲ مؤلفه q_2 کواترنیون‌های وضعیت LQR و LQG

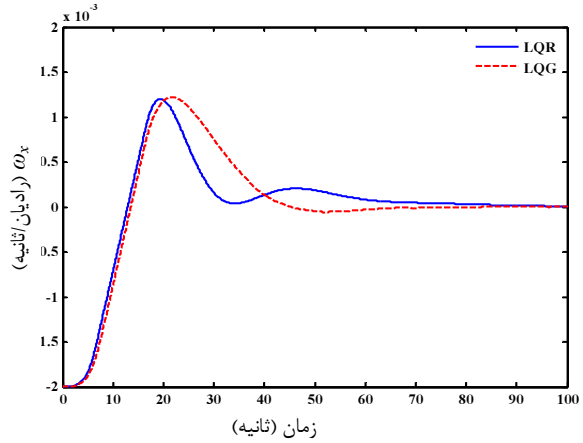
همان‌طور که در شکل ۸ مشخص است به ازای مقادیر ۰/۷۶۹۲ و ۰/۰۰۷۶۹۲، برای ρ مقادیر تکین LQG در بازه وسیعی به مقادیر تکین LQR نزدیک شده است ولی به ازای ρ=۰/۷۶۹۲ شیب نمودار در فرکانس‌های بالا بیشتر است و این موضوع موجب عدم حساسیت سیستم به نویزهای فرکانس بالا (نویز اندازه‌گیری) می‌شود [۱۸].



شکل ۳ مؤلفه q_3 کواترنیون‌های وضعیت LQR و LQG

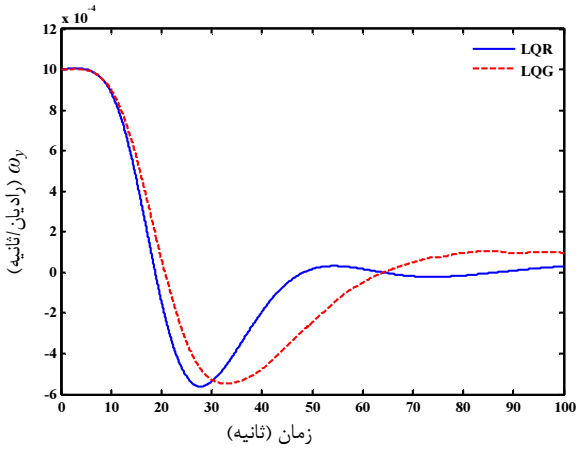


شکل ۴ مؤلفه q_4 کواترنیون‌های وضعیت LQR و LQG

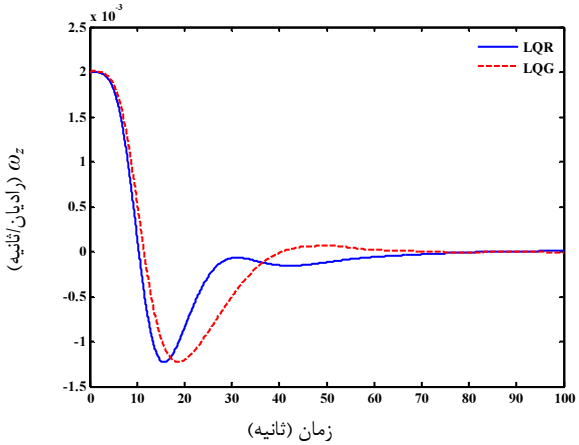


شکل ۵ ω_x کنترل‌کننده‌های LQR و LQG

[Downloaded from mme.modares.ac.ir on 2024-10-12]
[DOR: 20.1001.1.10275940.1392.13.14.4.2]

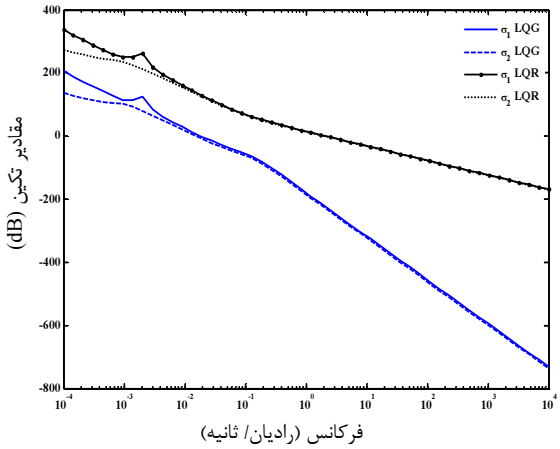


شکل ۶ ω_y کنترل‌کننده‌های LQR و LQG

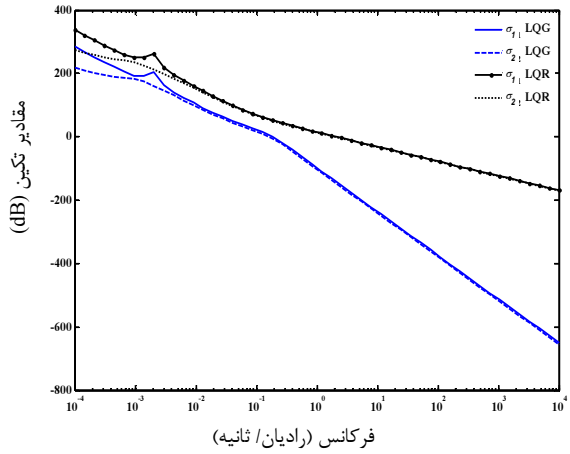


شکل ۷ ω_z کنترل‌کننده‌های LQR و LQG

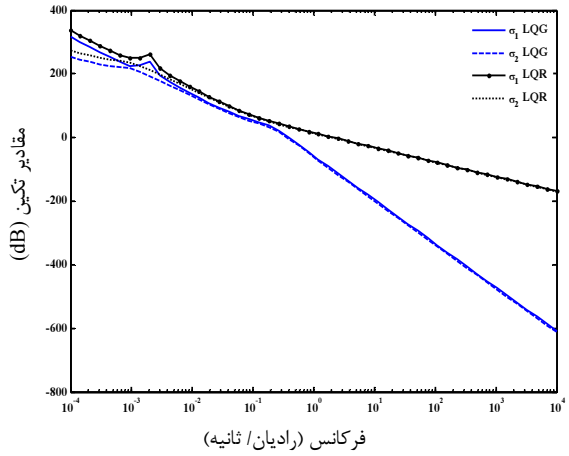
پس طراحی کنترل‌کننده LQG/LTR با R۰/۷۶۹۲ انجام می‌شود که نتایج آن به همراه سایر کنترل‌کننده‌ها در شکل‌های ۹ تا ۱۵ آمده است.



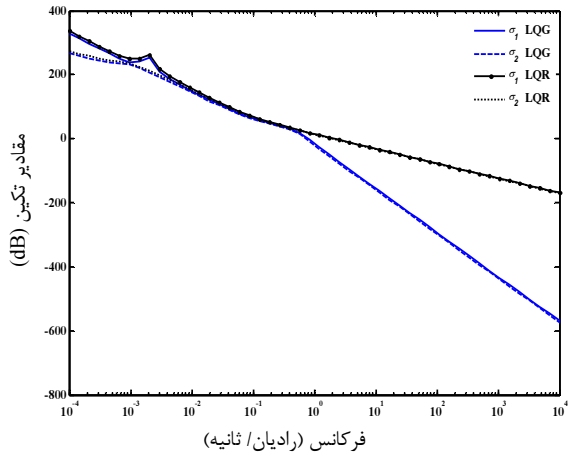
(الف)



(ب)



(ج)



(د)

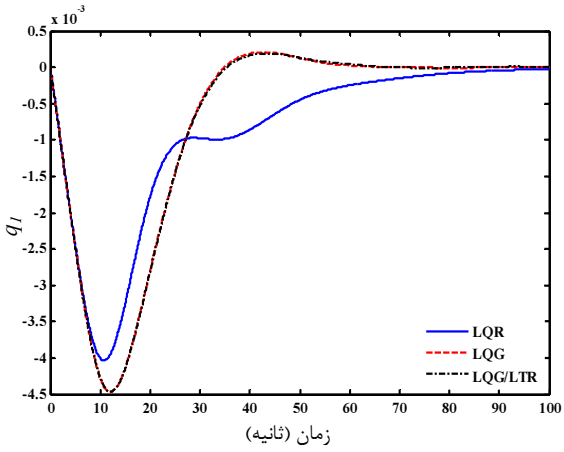
شکل ۸ بازیافت بهره حلقه به ازای مقادیر مختلف ρ
الف- ۷۶۹۲، ب- ۷۶/۹۲، ج- ۰/۷۶۹۲، د- ۰/۰۰۷۶۹۲

همان‌طور که در شکل‌های ۹ تا ۱۵ مشخص است، عملکرد LQG و LQG/LTR مشابه هستند. علت این امر استفاده از

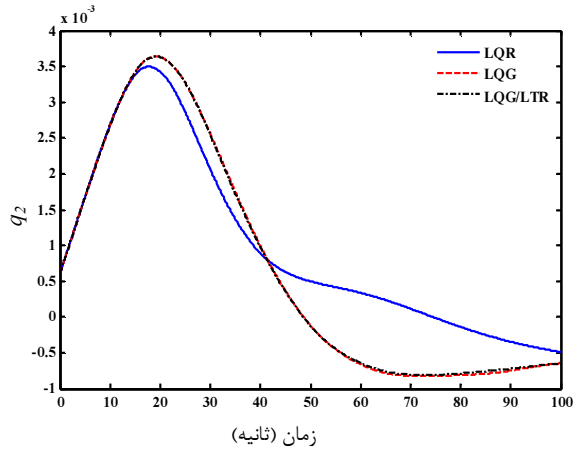
[Downloaded from mme.modares.ac.ir on 2024-10-12]
[DOR: 20.1001.1.10275940.1392.13.14.4.2]

دینامیک خطی‌سازی شده سیستم در هر مرحله و حول نقطه کاری است که موجب مقاوم شدن و بهبود عملکرد کنترل‌کننده می‌شود. از سوی دیگر ماهیت سیستم و دقت حسگرهای مورد استفاده در آن برای رسیدن به خطایی کمتر از ۰/۱ درجه و همچنین لحاظ کردن مقادیر متعارف نویز (σ و $1.3 \times \sigma$) عملکرد دو کنترل‌کننده را بسیار مشابه می‌کند. از طرفی همانطور که گفته شد وجود نویز و استفاده از فیلتر کالمن توسعه یافته موجب افزایش فراجهش در حالت‌های سیستم نسبت به کنترل‌کننده LQR می‌شود.

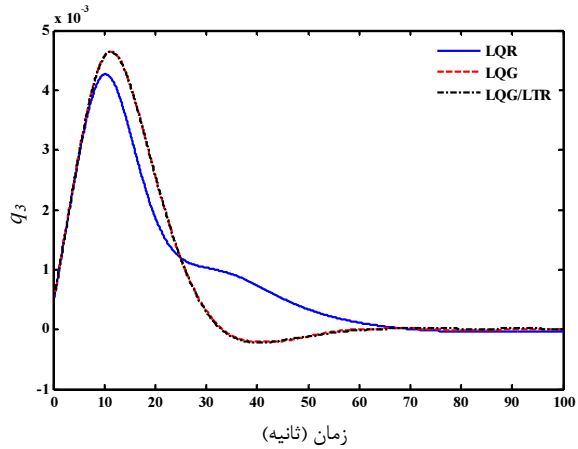
ورودی کنترلی کنترل‌کننده‌ها را نیز می‌توان با اعمال شرط اشباع عملگر چرخ عکس‌العملی با هم مقایسه کرد. همان‌طور که در شکل‌های ۱۶ تا ۱۸ مشخص است، فراجهشLQR از سایر کنترل‌کننده‌ها بیشتر و زمان نشست آن کمتر است.



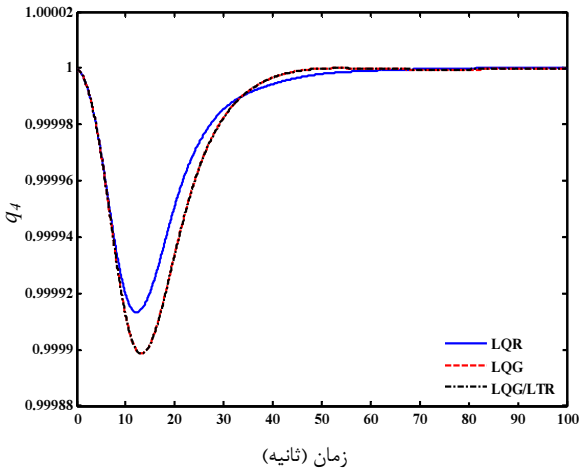
شکل ۹ مؤلفه q_1 کواترنیون‌های وضعیت LQR، LQG و LQG/LTR



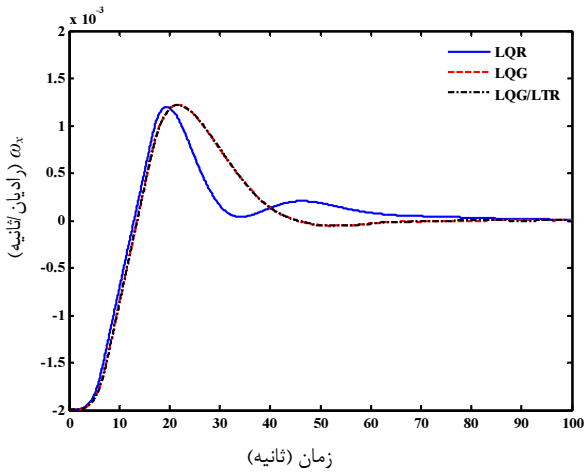
شکل ۱۰ مؤلفه q_2 کواترنیون‌های وضعیت LQR، LQG و LQG/LTR



شکل ۱۱ مؤلفه q_3 کواترنیون‌های وضعیت LQR، LQG و LQG/LTR

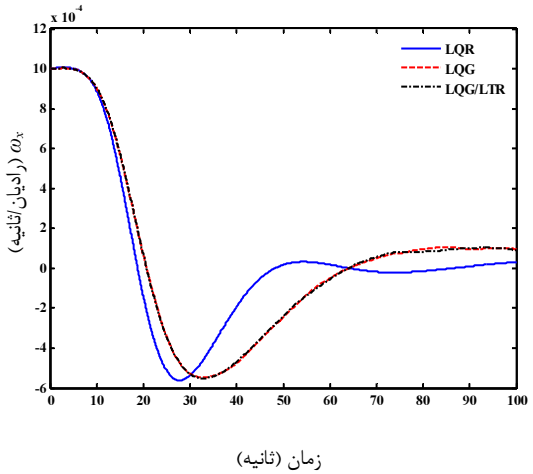


شکل ۱۲ مؤلفه q_4 کواترنیون‌های وضعیت LQR، LQG و LQG/LTR

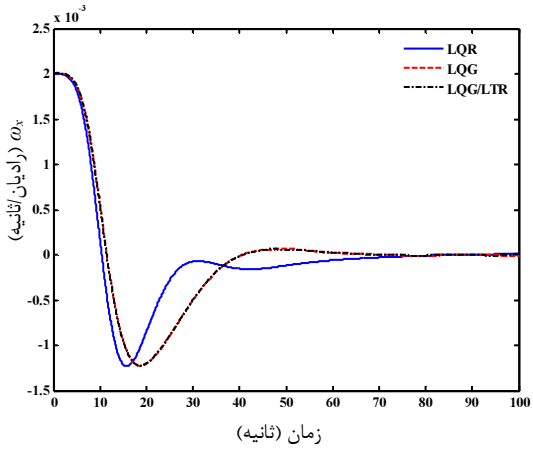


شکل ۱۳ ω_x کنترل‌کننده‌های LQR و LQG و LQG/LTR

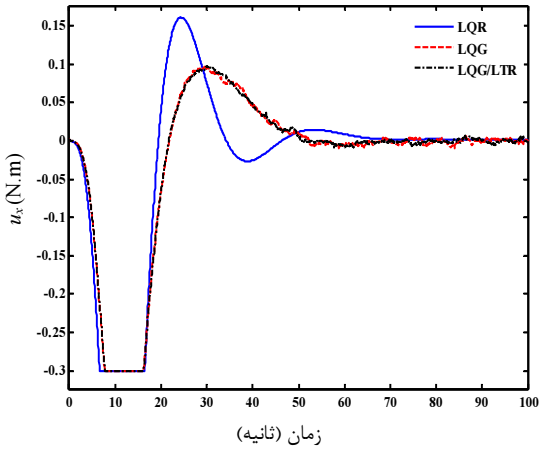
[Downloaded from mme.modares.ac.ir on 2024-10-12]
[DOR: 20.1001.1.10275940.1392.13.14.4.2]



شکل ۱۴ ω_y کنترل‌کننده‌های LQR و LQG و LQG/LTR

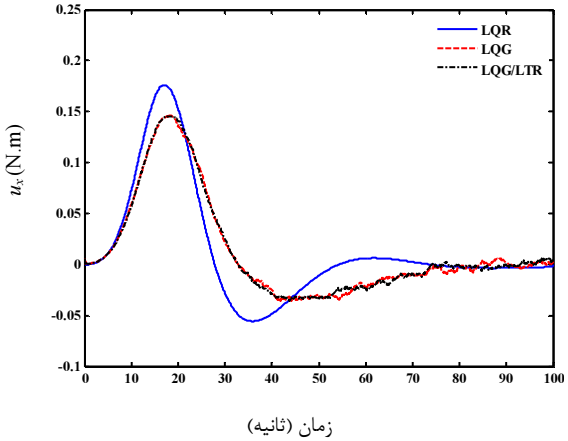


شکل ۱۵ ω_z کنترل‌کننده‌های LQR، LQG و LQG/LTR

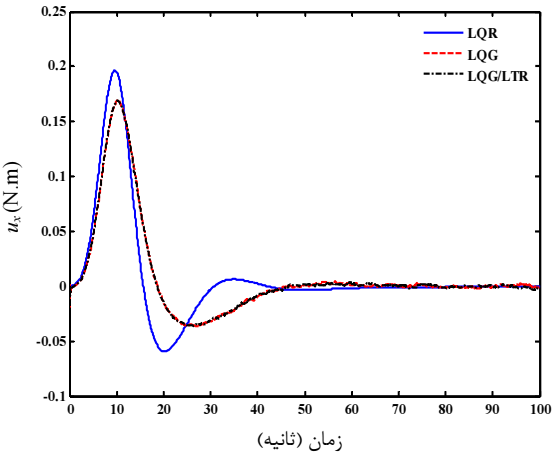


شکل ۱۶ مؤلفه x تلاش‌های کنترلی LQR، LQG و LQG/LTR

عملکرد LQG و LQG/LTR نیز مشابه می‌باشد. علت این موضوع استفاده از دینامیک نقطه کاری است ولی نویز بیشتر موجود در روش LQG موجب نویزی شدن پاسخ کنترلی سیستم می‌شود.



شکل ۱۷ مؤلفه y تلاش‌های کنترلی LQR، LQG و LQG/LTR



شکل ۱۸ مؤلفه z تلاش‌های کنترلی LQR، LQG و LQG/LTR

۴- نتیجه‌گیری و جمع‌بندی

یکی از فرضیات ساده کننده در شبیه سازی‌های صورت گرفته این است که بردار حسگرهای خورشید و زمین در دستگاه مداری، ثابت و بدون خطا فرض شد، در حالی‌که این بردارها با گذشت زمان تغییر می‌کنند و دچار خطا می‌شوند، از این‌رو بهتر است برای داشتن شبیه‌سازی دقیق‌تر از تخمین‌گرهای خورشید، ماه و زمین برای محاسبه این بردارها استفاده کرد.

در این مقاله سه کنترل‌کننده LQR، LQG و LQG/LTR با هم مقایسه شدند. نتایج نشان داد که کنترل‌کننده LQR، در صورتی که تمامی متغیرهای حالت را در فیدبک خود مشاهده کند، بهترین عملکرد را دارد. اما این

[Downloaded from mme.modares.ac.ir on 2024-10-12]
[DOR: 20.1001.1.10275940.1392.13.14.4.2]

موضوع همواره امکان‌پذیر نیست و از سوی دیگر، نویزها و اغتشاشات سیستم در LQR لحاظ نمی‌شوند. از این‌رو در این سیستم از دو کنترل‌کننده LQG و LQG/LTR برای حذف نویز استفاده شد. نتایج بیانگر این است که روش LQG/LTR، عملکردی بهتر از LQG دارد.

یافتن کندترین دینامیک برای سیستم و انجام عمل LTR نیز، کار مشکلی است ولی بازه کاری چرخ عکس‌العملی به حدی کوچک است که می‌توان گفت ماتریس A با دقت مناسبی انتخاب می‌شود و می‌توان سیستم را مقاوم کرد. این عمل در سیستم‌های غیرخطی، موجب مقاوم شدن کنترل‌کننده می شود ولی عملکرد آن را تا حدودی ضعیف می‌کند.

۵- مراجع

[1] Sidi M.J., *Spacecraft dynamics and control: a practical engineering approach,* First Ed., USA, Cambridge University Press, 1997.

[2] Derman H.Ö., *3-Axis attitude control of a geostationary satellite*, MSc Thesis, Turkey, Middle East Technical University, 1999.

[3] Hagen D., Spacecraft attitude control: *modeling and controller design considering actuator dynamics*, [MSc thesis], Norway, Narvik University College, 2006.

[4] Pena R.S.S., et al., "Robust optimal solution to the attitude/force control problem", *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, Vol. 36, No. 3, 2000, pp. 784-792.

[5] Zhang C., et al., "An adjustable control for inertia momentum wheel with disturbance compensation", *in Instrumentation and Control Technology (ISICT), 2012 8th IEEE International Symposium on*, 2012, pp. 320-323.

[6] Weiss H., "Quaternion-based rate/attitude tracking system with application to gimbal attitude control", *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, Vol. 16, No. 4, 1993, pp. 609-616.

[7] Abbas M.A., Eklund J.M., "Attitude Determination and Control Sub-System satellite controller", *in Electrical and Computer Engineering (CCECE), 201124th Canadian Conference on*, 2011, pp. 1440-1445.

[8] Castro J.de, Souza L.de, "Comparison of the LQG and H-infinity Techniques to Design Experimentally a Flexible Satellite Attitude Control System", *Journal of Aerospace Engineering*, Vol. 2, No. 2, 2010, pp. 17-25.

[9] Souza L.de, et al., "Experimental Optimization of Control Techniques to Design a Flexible Satellite Attitude Controller", *in Proceeding. 2nd International Conference on Engineering Optimization*, 2010.

[10] Vargas R., DeSouza L.G., "Application of the LQG/LTR Method for Attitude Control of a Rigid-Flexible Satellite", *in 56th International Astronautical Congress*, 2005.

[11] Myung H., et al., "Hybrid estimation of spacecraft attitude dynamics and rate sensor alignment parameters", *in Control, Automation and Systems, 2007. ICCAS'07. International Conference on*, 2007, pp. 179-183.

[12] Fulton J.M., *LQG/LTR optimal attitude control of small flexible spacecraft using free-free boundary conditions*, PhD Thesis, USA, University of Colorado, 2006.

[13] Greg W., Gary B., *An introduction to the Kalman filter*, Second Ed., North Carolina, University of North Carolina at Chapel Hill, 2006.

[14] Kirk D.E., *Optimal control theory: an introduction*, New Jersey, Courier Dover Publications, 1970.

[15] Zarei J., et al., "Design and comparison of LQG/LTR and H_∞ controllers for a VSTOL flight control system", *Journal of the Franklin Institute*, Vol. 344, No. 5, 2007, pp. 577-594.

[16] Souza L., "Robust controller design for flexible space system using a combination of LQG/LTR and PRLQG methods", *Dynamics and Control of Structure in Space III. UK: Computational Mechanics Publication-CMP*, 1996, pp. 151-166.

[17] Wang X., "Using LQG-LTR control law to improve the performance of direct drive rotary positioning system subject to uncertain inertia load", *in Fluid Power and Mechatronics (FPM), 2011 International Conference on*, 2011, pp. 945-948.

[18] Tewari A., *Advanced Control of Aircraft, Spacecraft and Rockets*, United Kingdom, John Wiley, 2011.

[19] Tsakalis K., Ioannou P., *Linear Time Varying Systems: Control and Application*, New Jersey, Prentice-Hall, 1993.

[Downloaded from mme.modares.ac.ir on 2024-10-12]
[DOR: 20.1001.1.10275940.1392.13.14.4.2]