



## بررسی تاثیر لایه چینی و نیروی پیشران بر سرعت فلاتر بهینه بال کامپوزیتی

محمدرضا فلاح<sup>1</sup>، مجتبی فرخ<sup>2\*</sup>، سعید ایرانی<sup>3</sup>

1- دانشجوی کارشناسی ارشد، سازه‌های هوایی، دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی، تهران

2- استادیار، سازه‌های هوایی، دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی، تهران

3- دانشیار، سازه‌های هوایی، دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی، تهران

\* تهران، صندوق پستی 16765-3381، farrokh@kntu.ac.ir

### اطلاعات مقاله

مقاله پژوهشی کامل

دریافت: 28 فروردین 1395

پذیرش: 31 اردیبهشت 1395

ارائه در سایت: 08 تیر 1395

کلیدواژگان:

آیروالاستیسیت

فلاتر

بال کامپوزیت

بهینه سازی

الگوریتم ژنتیک

### چکیده

در این مقاله سرعت ناپایداری آیروالاستیک بال کامپوزیتی توسط الگوریتم ژنتیک نسبت به زاویه قرارگیری الیاف برای تعداد لایه‌ها و نیروی پیشران مختلف بهینه شده است. بال هواپیما به صورت یک تیر دارای دو درجه آزادی و یک سر گیردار به همراه نیروی پیشران تعقیب کننده و جرم موتور مدل شده است. برای مدل سازی بال کامپوزیتی از تئوری لایه‌ای و مدل سازی آیرودینامیکی از تئوری جریان ناپایا با فرض جریان مادون صوت و تراکم ناپذیر در حوزه‌ی زمان استفاده شده است. معادلات حاکم بر حرکت بال با استفاده از روابط لاگرانژ و در نظر گرفتن مدهای فرضی استخراج گردیده‌اند. سرعت فلاتر خطی نیز با توجه به روش مقدار ویژه محاسبه گردیده است. فرآیند محاسبه سرعت فلاتر به صورت کد نرم افزاری تهیه شده است که این کد با توجه به تعداد لایه‌ها، زاویه الیاف در هر لایه، جرم موتور، و نیروی پیشران قادر به محاسبه سرعت فلاتر می‌باشد. برای هر حالت که در آن تعداد لایه‌ها، جرم موتور، و نیروی پیشران مشخص می‌باشد، بهینه سازی با تغییر زاویه الیاف توسط الگوریتم ژنتیک انجام شده و سرعت فلاتر بهینه برای آن مشخص شده است. در نهایت نیز تاثیر تعداد لایه‌ها، جرم موتور، و نیروی پیشران بر سرعت فلاتر بهینه بررسی شده است.

## The effect of laminate layers and follower force on optimum flutter speed of composite wing

Mohammad Reza Fallah, Mojtaba Farrokh\*, Saied Irani

Faculty of Aerospace Engineering, K. N. Toosi University of Technology, Tehran, Iran

\* P.O.B. 16765-3381, Tehran, Iran, farrokh@kntu.ac.ir

### ARTICLE INFORMATION

Original Research Paper  
Received 16 April 2016  
Accepted 20 May 2016  
Available Online 22 June 2016

**Keywords:**  
Aeroelasticity  
Flutter  
Composite wing  
Optimization  
Genetic algorithm

### ABSTRACT

In this article the composite wing aeroelastic instability speed is optimized by genetic algorithm relative to fiber angle for different layers and follower forces. Aircraft wing is modeled as a beam with two degrees of freedom, which is a cantilever, with thrust as a follower force and mass of the engine. For structural modeling of composite wing the layer theory has been used and unsteady flow assuming subsonic and incompressible flow was used for aerodynamic model in the time domain. Using the assumed mode the wing dynamic equations of the motion were derived by Lagrange equations. Linear flutter speed according to the eigenvalues of the motion equations was calculated. The process of flutter speed calculation has been converted to computer code in which the number of layers, angle of fibers in each layer, the mass of the engine, and the thrust are input variables and the flutter speed is its output. Using Genetic Algorithm, optimum flutter speed was obtained by changing the angle of fibers. Finally, the impact of the number of layers, the mass of the engine, and thrust on optimum flutter speed has been investigated.

### 1- مقدمه

سازه شده و نهایتاً آن را متلاشی کنند. یکی از خطرناک ترین ناپایداری های آیروالاستیک دینامیکی که در طراحی و تحلیل بال هواپیما مورد بررسی قرار می گیرد، فلاتر<sup>1</sup> می باشد. این پدیده از برهمکنش نیروهای آیرودینامیکی، نیروهای الاستیک و نیروهای اینرسی ایجاد شده و می تواند باعث گسیختگی ناگهانی سازه بال هواپیما شود.

تاکنون در ارتباط با تحلیل بال هواپیما با توجه به بارگذاری های دینامیکی مختلف کارهای گوناگونی انجام شده و کتاب های بسیاری نیز در این زمینه منتشر گردیده است [1,2]. در زمینه بررسی مساله پایداری ساختار انعطاف

بررسی رفتار استاتیک و دینامیک سازه الاستیک در جریان سیال (هوا) را آیروالاستیسیت می گویند. امروزه به دلیل تمایل به کاهش مصرف سوخت، حتی الامکان از مواد سبک در ساخت هواپیماها استفاده می شود. استفاده از این مواد در طراحی هواپیما باعث افزایش انعطاف پذیری سازه به خودی خود برای تحلیل سازه مشکل ساز نیست اما از آن جا که تغییر شکل های سازه ای باعث تغییر در نیروهای آیرودینامیکی می شود و نیروهای آیرودینامیکی جدیدی را بوجود می آورند، پدیده های آیروالاستیک آشکار می شوند. گاهی ممکن است بر هم کنش این عوامل باعث بزرگتر شدن دامنه تغییر شکل های

<sup>1</sup> Flutter

نشده است. از فرضیات عمده این روش آن است که جریان سیال تراکم‌ناپذیر بوده و بال در دو جهت از صفحه تقارن تا بی‌نهایت ادامه پیدا می‌کند لذا جریان پیرامون بالواره برای هر سطح مقطع عرضی عمود بر بال یکسان بوده و جریان به صورت دوبعدی است. ضمناً اثرات لزجت سیال صرف نظر شده و زاویه حمله کوچک در نظر گرفته شده است. در "شکل 1" و "شکل 2" مدل بال موردنظر به صورت شماتیک نشان داده شده است. همچنین "شکل 3" بال تغییر شکل یافته را نشان می‌دهد.

با توجه به این‌که بال مورد نظر در این مقاله دارای دو درجه آزادی خمشی و پیچش می‌باشد، از تغییر شکل‌ها در جهت طولی ( $u$ ) و عرضی ( $v$ ) صرف‌نظر خواهد شد. این بدان معنا است که بال مورد نظر از نظر طولی غیر قابل انعطاف‌پذیر می‌باشد. همچنین سختی خمشی در جهت  $z$  نسبت به سختی خمشی در جهت  $y$  بسیار زیاد در نظر گرفته می‌شود. بدین ترتیب بردار جابجایی جرم متمرکز پس از تغییر شکل بال به صورت رابطه (1) خواهد بود [16]:

$$R_s = (x + u)\hat{i} + v\hat{j} + w\hat{k} + y_s\hat{j}' + z_s\hat{k}' \quad (1)$$

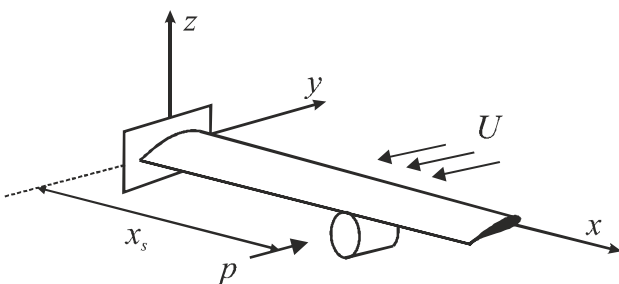


Fig. 1 The wing with engine configuration [13]

شکل 1 نحوه اتصال موتور به بال [13]

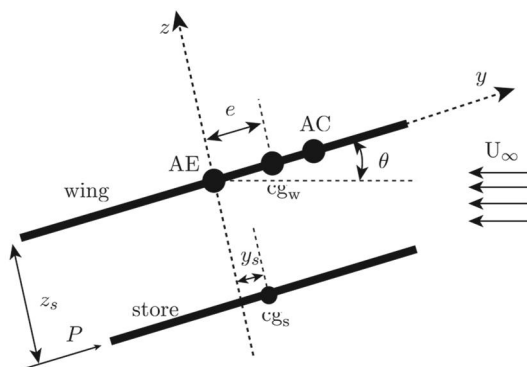


Fig. 2 Side view of wing [13]

شکل 2 نمای جانبی بال [13]

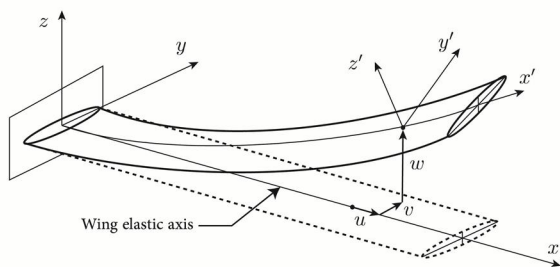


Fig. 3 The wing situation before and after the deformation of elastic [17]

شکل 3 وضعیت بال قبل و بعد از تغییر شکل‌های الاستیک [17]

پذیر تحت نیروهای پیشران مقالات و کتاب‌های کمتری موجود می‌باشد. در سال 1974 فلدت و هرمن موفق شدند تا فلاتر بال یکسر درگیر را که تحت اثر نیروی رانش بوده و جرم متمرکز در انتهای آن قرار گرفته است را بررسی کنند [3]. در سال 1979 پایداری تیر یکسر در گیر تحت اثر نیروی غیر پایستار توسط کلپ بررسی شد [4]. هاجز و همکارانش در سال 2002 با در نظر گرفتن دو درجه آزادی برای اثر نیروی رانش بر پایداری بال را مورد بررسی قرار دادند [5]. این تحلیل نشان داد که نیروی پیشران موتور بر روی مرز ناپایداری بال تاثیر منفی دارد که این اثر با توجه به پارامترهای سازه‌ای کم و یا بیشتر می‌شود. در سال 1945 گولند فلاتر یک بال یک سرگردار و یکنواخت را برای پارامترهای مختلف بدست آورد [6] و پس از آن نیز در سال 1948 این مسئله را برای یک بال یکسرگردار همراه با جرم متمرکز در نوک بال محاسبه کرد [7]. در سال 1998 گرن و لیبرسکیو فلاتر و واگرایی یک بال با زاویه ی عقب رفت را که جرم‌های متمرکز را در طول و نوک خود حمل می‌کند را با مدل بارگذاری غیردائمی (مدل تنودرسون)، بدست آوردند [8]. در این پژوهش معادلات حاکم بر بال با استفاده از اصل هامیلتون همراه با شرایط مرزی بدست آمده است. در همین سال لیبرسکیو و گرن مقاله ای دیگر در مورد جرم متمرکز و بال با زاویه ی عقب رفت ارائه دادند که در این پژوهش به مسئله استاتیک ایروالاستیسیتیه بیشتر پرداخته شده است [9]. مزیدی و فاضل زاده در سال 2009 تاثیر زاویه عقبگرد بال بر ناپایداری دینامیکی بال و موتور متصل به آن را بررسی کردند [10]. همچنین آن‌ها در سال 2010 تاثیر مانور غلتش را بر ناپایداری استاتیکی و دینامیکی بال هواپیما و جرم متصل به آن مورد مطالعه قرار دادند [11]. مزیدی و فاضل زاده در سال 2011 به بررسی تاثیر سرعت مانور محوری هواپیما بر ناپایداری دینامیکی بال هواپیما تحت نیروی پیشران، پرداختند [12]. در سال 2013 آموزگار و ایرانی ناپایداری بال کامپوزیتی تک - لایه را که دارای موتور بود، براساس تغییر زاویه الیاف تک لایه، موقعیت قرارگیری موتور و نیروی بی بعد پیشران، مورد بررسی قرار دادند [13].

حال در این مقاله ضمن این‌که موقعیت قرار گیری موتور با توجه به نوع بال، ثابت و بال به صورت کامپوزیت در نظر گرفته شده، با استفاده از الگوریتم ژنتیک تاثیر چند لایه بودن و اثر زاویه الیاف در نیروهای پیشران متفاوت بررسی شده است.

## 2- معادلات حرکت

بال مورد بررسی به صورت یک تیر نازک دارای دو درجه آزادی با اتصال صلب به بدنه تحت نیروی پیشران و همچنین جرم موتور در نظر گرفته شده است. از فرضیاتی که در این بررسی در نظر گرفته شده است می‌توان به عدم تغییر طول وتر بال از نوک تا ریشه اشاره نمود، همچنین بال حین جابجایی تاب بر نمی‌دارد و فرم وتر بال تغییر نمی‌کند. بال در جریان غیرقابل تراکم زیر صوت قرار دارد و از روابط لاگرانژ برای بدست آوردن معادلات آئروالاستیک حرکت استفاده شده و برای مدل کردن نیروهای آئرودینامیک در حوزه زمان از تئوری واگنر<sup>1</sup> [14] استفاده شده است. جهت به دست آوردن بارهای آیرودینامیکی از تئوری نوارهای باریک<sup>2</sup> [15] استفاده شده، و این نیروها در طول بال اعمال می‌گردد که بدین منظور در روش‌های تحلیلی مقدار نیروهای آیرودینامیکی برای یک مقطع بال حساب شده و به طول بال تعمیم می‌دهیم. در تئوری نوار باریک توزیع فشار در هر مقطع بال تنها به جریان پایین شوینده<sup>3</sup> همان مقطع بصورت دوبعدی وابسته است و تاثیر جریان اطراف مقاطع دیگر در نظر گرفته

<sup>1</sup> Wagner

<sup>2</sup> Strip theory

<sup>3</sup> Downwash

$$\begin{aligned} \delta W &= \vec{P} \cdot \delta R_s \\ \vec{P} &= P \hat{j}' \\ \delta R_s &= (-z_s \delta w') \hat{i} + (-z_s \delta \theta) \hat{j} + (\delta w + y_s \delta \theta) \hat{k} \\ \vec{P} \cdot \delta R_s &= [P \hat{j}' + P \theta \hat{k}] \cdot [(-z_s \delta w') \hat{i} + (-z_s \delta \theta) \hat{j} \\ &\quad + (\delta w + y_s \delta \theta) \hat{k}] \end{aligned} \quad (13)$$

که در نهایت کار مجازی به صورت رابطه (14) نوشته خواهد شد:

$$\delta W_p = \int_0^l (-P z_s \delta \theta + P \theta \delta w + p y_s \theta \delta \theta) \delta(x - x_s) dx \quad (14)$$

شکل مدهای حرکتی روابط (15 و 16) را برای درجات آزادی جابجایی عمودی و چرخش بال در نظر گرفته که در این روابط  $\eta = x/l$  می‌باشد.

$$\begin{aligned} F_h(\eta) &= \left( \frac{\sinh \beta_1 + \sin \beta_1}{\cosh \beta_1 + \cos \beta_1} \right) \cos(\beta_1 \eta) \\ &\quad - (\cosh(\beta_1 \eta)) + \sinh(\beta_1 \eta) - \sin(\beta_1 \eta) \\ F_\alpha(\eta) &= \sqrt{2} \sin(\beta_2 \eta) \end{aligned} \quad (15)$$

که مقادیر  $\beta_1$  و  $\beta_2$  برای چهار مد، به صورت رابطه (17) تعریف می‌شوند:

$$\begin{aligned} \beta_1 &= [1.8751, 4.69409, 7.85476, 10.9955, 14.1372] \\ \beta_2 &= (i - 0.5)\pi \end{aligned} \quad (17)$$

حال با استفاده از روش مدهای فرضی جابجایی و پیش‌بال به شکل رابطه (18) تعریف می‌شود:

$$\begin{aligned} h &= F_h(\eta) h_1(t) \\ \alpha &= F_\alpha(\eta) \alpha_1(t) \end{aligned} \quad (18)$$

که در رابطه (8)  $Q_\alpha$  و  $Q_h$  عبارتند از (رابطه (19)):

$$Q_h = -\rho U^2 b l \int_0^l dC_L F_h(\eta) d\eta \quad (الف-19)$$

$$Q_\alpha = 2\rho U^2 b^2 l \int_0^l dC_M F_\alpha(\eta) d\eta \quad (ب-19)$$

برای راحتی در امر محاسبات، روابط حاکمه را به صورت بی‌بعد بیان می‌نماییم. بدین منظور پارامترهای بی‌بعد رابطه (20) را معرفی می‌نماییم:

$$\begin{aligned} \xi &= \frac{h}{b_n} & r_\alpha &= \sqrt{\frac{I_\alpha}{mb^2}} & \mu &= \frac{m}{\pi \rho b^2} \\ \eta &= \frac{y}{l} & U^* &= \frac{U}{b \omega_\alpha} & \zeta_\alpha &= \frac{1}{\pi} \frac{l C_\alpha}{\sqrt{I_\alpha G J}} \\ \tau &= \frac{U t}{b} & \omega_\alpha &= \frac{\pi}{2} \sqrt{\frac{G J}{I_\alpha l^2}} & \omega_h &= (1.8751)^2 \sqrt{\frac{E I}{m l^4}} \\ \bar{\omega} &= \frac{\omega_h}{\omega_\alpha} & K &= \frac{k}{G J} & \zeta_\xi &= \frac{1}{(1.8751)^2} \frac{l^2 C_h}{\sqrt{m E I}} \\ b^* &= \frac{b}{l} & e^* &= x_\alpha & M_s^* &= \frac{M_s}{m l} \\ I_s^* &= \frac{I_s}{I_\alpha l} & \lambda &= \frac{E I}{G J} & P &= \sqrt{\lambda} \frac{p l^2}{G J} \\ y_s^* &= \frac{y_s}{b} & z_s^* &= \frac{z_s}{l} \end{aligned} \quad (20)$$

و بدین ترتیب پس از ساده‌سازی‌های ممکن، معادلات نهایی بال کامپوزیتی تحت نیروی پیشران و جرم موتور به صورت روابط (21 و 22) ارائه می‌شود:

$$\begin{aligned} &C_0 \xi_1'' + C_1 \alpha_1'' + C_2 \xi_1' + C_3 \alpha_1' + C_4 \xi_1 + C_5 \alpha_1 \\ &+ C_6 w_1 + C_7 w_2 + C_8 w_3 + C_9 w_4 + \\ &A_1 \left( \frac{1}{1.8751^4} \right) \left( \frac{\bar{\omega}}{U^*} \right)^2 G(\xi) \\ &+ A_{12} K b^* \left( \frac{r_\alpha}{U^*} \right)^2 \left( \frac{2}{\pi} \right)^2 M(\alpha) = f(\tau) \end{aligned} \quad (21)$$

$$\begin{aligned} &D_0 \xi_1'' + D_1 \alpha_1'' + D_2 \xi_1' + D_3 \alpha_1' + D_4 \xi_1 + D_5 \alpha_1 \\ &+ D_6 w_1 + D_7 w_2 + D_8 w_3 + D_9 w_4 + A_2 \left( \frac{2}{\pi} \right)^2 \left( \frac{1}{U^*} \right)^2 M(\alpha) \\ &+ A_{12}^T b^* \left( \frac{1}{U^*} \right)^2 \left( \frac{2}{\pi} \right)^2 G(\xi) = g(\tau) \end{aligned} \quad (22)$$

که  $\hat{j}'$  و  $\hat{k}'$  بردارهای یک‌در راستای  $y$  و  $z$  بعد از تغییر شکل بال هستند. اگر از ترم‌های غیرخطی صرف‌نظر شود، بردارهای یک‌سیستم بعد از تغییر شکل بال به صورت رابطه (2) خواهند بود [18]:

$$\begin{Bmatrix} \hat{i}' \\ \hat{j}' \\ \hat{k}' \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & w' \\ 0 & 1 & \theta \\ -w' & -\theta & 1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \hat{i} \\ \hat{j} \\ \hat{k} \end{Bmatrix} \quad (2)$$

حال اگر ماتریس رابطه (2) بسط داده شود ارتباط بین مختصات قبل و بعد از تغییر شکل به صورت رابطه (3) خواهد شد:

$$\begin{aligned} \hat{i}' &= \hat{i} + w' \hat{k} \\ \hat{j}' &= \hat{j} + \theta \hat{k} \\ \hat{k}' &= -w' \hat{i} - \theta \hat{j} + \hat{k} \end{aligned} \quad (3)$$

حال با جای‌گذاری روابط ارائه شده در رابطه (3) در رابطه (2) بردار تغییر مکان جرم متمرکز برای مسئله مطلوب به صورت رابطه (4) خواهد بود:

$$R_s = (x + u - w' z_s) \hat{i}' + (v + y_s - \theta z_s) \hat{j}' + (w + \theta y_s + z_s) \hat{k}' \quad (4)$$

برای محاسبه انرژی جنبشی جرم متمرکز نیاز است که مشتق بردار جابجایی نسبت به زمان محاسبه شود. همان‌طور که در بالا هم اشاره شد از تغییر مکان‌های  $u$  و  $v$  صرف‌نظر می‌شود و رابطه نهایی مشتق جابجایی به صورت رابطه (5) خواهد بود:

$$\dot{R}_s = (-\dot{w}' z_s) \hat{i}' + (-\dot{\theta} z_s) \hat{j}' + (\dot{w} + \dot{\theta} y_s) \hat{k}' \quad (5)$$

حال انرژی جنبشی جرم متمرکز به صورت رابطه (6) محاسبه خواهد شد:

$$T_s = \frac{1}{2} \iiint_V M_s (\dot{R}_s \cdot \dot{R}_s) \delta(x - x_s) dV \quad (6)$$

با جای‌گذاری رابطه (5) در رابطه (6) انرژی جنبشی ناشی از جرم متمرکز به صورت رابطه (7) خواهد شد:

$$\begin{aligned} T_s &= \int_0^l (M_s z_s^2 \dot{w}'^2 + M_s z_s^2 \dot{\theta}^2 + M_s \dot{w}^2 + M_s y_s^2 \dot{\theta}^2 + 2M_s y_s \dot{w} \dot{\theta} \\ &\quad + I_s \dot{\theta}^2) \delta(x - x_s) dx \end{aligned} \quad (7)$$

برای به دست آوردن معادلات سیستم از روابط لاگرانژ استفاده شده است که برای بال دارای دو درجه آزادی به صورت رابطه (8) بیان می‌شود:

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial T}{\partial \dot{h}_1} \right) - \frac{\partial T}{\partial h_1} + \frac{\partial V}{\partial h_1} + \frac{\partial D}{\partial h_1} = Q_h \quad (الف-8)$$

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial T}{\partial \dot{\alpha}_1} \right) - \frac{\partial T}{\partial \alpha_1} + \frac{\partial V}{\partial \alpha_1} + \frac{\partial D}{\partial \alpha_1} = Q_\alpha \quad (ب-8)$$

که در این روابط  $T$  انرژی جنبشی،  $V$  انرژی پتانسیل،  $D$  انرژی میرایی و  $Q$  نیروهای تعمیم یافته می‌باشند. انرژی جنبشی بال برابر است با رابطه (9) [5]:

$$T = \frac{1}{2} \int_0^l (m \dot{h}^2 + 2m e \dot{h} \dot{\alpha} + I_\alpha \dot{\alpha}^2) dx \quad (9)$$

انرژی پتانسیل بال به صورت رابطه (10) محاسبه می‌شود:

$$V = \frac{1}{2} \int_0^l (G J \alpha'^2 + E I h''^2 + 2P(x_s - x) H(x_s - x) \alpha h'') dx \quad (10)$$

و انرژی میرایی را می‌توان به صورت رابطه (11) نوشت:

$$D = \frac{1}{2} \int_0^l (C_h \dot{h}^2 + C_\alpha \dot{\alpha}^2) dx \quad (11)$$

کار نیروهای آیرودینامیکی به صورت رابطه (12) نوشته می‌شود:

$$\delta W_A = \int_0^l (-L \delta h + M \delta \alpha) dx \quad (12)$$

کار نیروهای خارجی ناشی از نیروی پیشران را می‌توان به صورت رابطه (13) محاسبه نمود:

پیشران تعقیب کننده زیاد باشد بدون حضور نیروهای آیرودینامیکی، بال می تواند ناپایدار گردد [5,10,13]. در چنین مواقعی سرعت ناپایدار کننده جریان صفر است.

#### 4-مدل سازی بال

بال مورد بررسی یک ورق مستطیلی است. مشخصات فیزیکی بال کامپوزیتی در جدول 1 آمده است. همچنین مشخصات ماده کامپوزیتی و مشخصات سطح مقطع در جدول 2 آمده است.

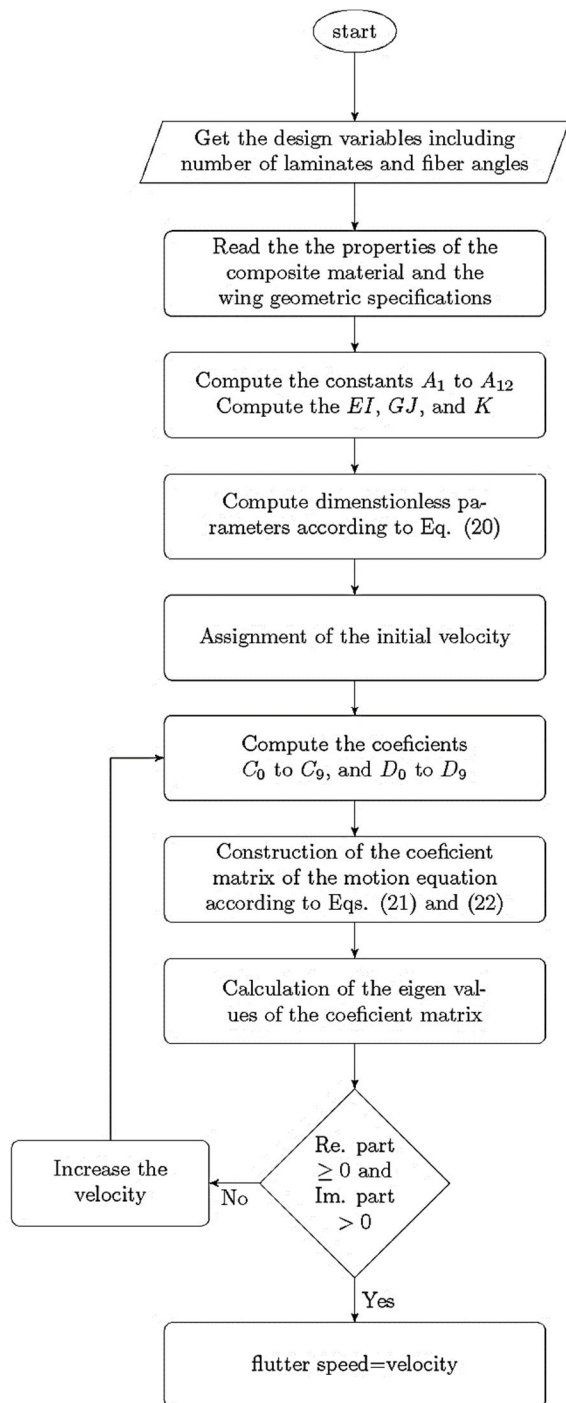


Fig. 4 Flutter speed computation flowchart

شکل 4 روند نمای محاسبه سرعت فلاتر

ثابت های  $A_1, A_2, \dots, A_{12}$  عباراتی برحسب شکل مدهای مربوط به خمش و پیچش می باشند و ضرایب  $C_0, C_1, \dots, C_9$  و  $D_0, D_1, \dots, D_9$  و  $w_1, \dots, w_4$  توابع  $f(\tau)$  و  $g(\tau)$  در مرجع [13] معرفی شده اند.

همچنین سختی های پیچشی و خمشی و کوپلینگ بین آن ها برای چند لایه کامپوزیتی به صورت رابطه (23) محاسبه خواهند شد [19]:

$$EI = b \left( D_{22} - \frac{D_{12}^2}{D_{11}} \right) \quad (23\text{-الف})$$

$$GJ = 4b \left( D_{66} - \frac{D_{16}^2}{D_{11}} \right) \quad (23\text{-ب})$$

$$K = 2b \left( D_{26} - \frac{D_{16}D_{12}}{D_{11}} \right) \quad (23\text{-پ})$$

چند لایه کامپوزیتی در این تحقیق متقارن در نظر گرفته شده است.

برای محاسبه  $D_{ij}$  از رابطه (24) استفاده کرده ایم [19].

$$D_{ij} = \frac{1}{3} \sum_{k=1}^{nol} (\bar{Q}_{ij})_k (h_k^3 - h_{k-1}^3) \quad (24)$$

#### 2-1- مدل نیرو و ممان های آیرودینامیکی غیردائم به وسیله تابع واگنر

معادلات استفاده شده برای نیروی برآ و گشتاور آیرودینامیکی در حوزه زمان به صورت روابط (25 و 26) می باشد [13]:

$$dC_L(\tau) = \pi(\xi'' - a_h \alpha'' + \alpha') + 2\pi(\alpha(0) + \xi'(0) + (\frac{1}{2} - a_h)\alpha'(0))\phi(\tau) + 2\pi \int_0^\tau \phi(\tau - \sigma)(\alpha'(\sigma) + \xi'(\sigma) + (\frac{1}{2} - a_h)\alpha''(\sigma))d\sigma \quad (25)$$

$$dC_M(\tau) = \pi(\frac{1}{2} - a_h)(\alpha(0) + \xi'(0) + (\frac{1}{2} - a_h)\alpha'(0))\phi(\tau) + \frac{\pi}{2}a_h(\xi' - a_h \alpha'') + \pi(\frac{1}{2} + a_h) \int_0^\tau \phi(\tau - \sigma)(\alpha'(\sigma) + \xi'(\sigma) + (\frac{1}{2} - a_h)\alpha''(\sigma))d\sigma \quad (26)$$

که در روابط (25 و 26)،  $\phi(\tau)$  تابع واگنر می باشد که با توجه به تقریب جونز<sup>1</sup> [20] داریم (رابطه (27)):

$$\phi(\tau) = 1 - \psi_1 e^{-\varepsilon_1 \tau} - \psi_2 e^{-\varepsilon_2 \tau} \quad (27)$$

در روابط (25 و 26)،  $\xi$  جابجایی بی بعد و  $\alpha$  پیچش مقطع بال می باشد.

#### 3- محاسبه سرعت فلاتر

برای محاسبه سرعت فلاتر بال هواپیما ابتدا باید با استفاده از مدهای فرضی (رابطه (18)) معادلات حرکت سیستم که همان روابط (21 و 22) می باشند به فرم ماتریسی تبدیل نمود. قسمت حقیقی مقادیر ویژه ماتریس ضرائب این معادله ماتریسی همان میرایی مودال و قسمت موهومی آن فرکانس کاهش یافته می باشد. سرعت ناپایداری مربوط به زمانی است که میرایی مودال از مقدار منفی به مقدار مثبت زمانی که فرکانس کاهش یافته مثبت است، تغییر می یابد. بنابراین می توان با افزایش تدریجی سرعت جریان و محاسبه مقدار میرایی مودال و فرکانس کاهش یافته متناظر برای هر سرعت با توجه به وقوع شرط فوق مقدار سرعت فلاتر را تعیین نمود. روند محاسبه سرعت فلاتر در این مقاله در "شکل 4" نشان داده شده است. لازم به ذکر این که در صورت اضافه شدن نیروی پیشران تعقیب کننده به سیستم بال، خود این نیرو نیز عاملی برای ناپایداری می باشد. این بدان معنی است که اگر مقدار نیروی

<sup>1</sup> Jones

### 5- اعتبارسنجی

سرعت فلاتر محاسبه شده با معادلات به دست آمده توسط نرم افزار متلب و سرعت به دست آمده از مرجع [21] برای مشخصات بال هیل (جدول 1 و 2) در جدول 3 مقایسه شده است. لازم به ذکر است که بال در نظر گرفته شده در مرجع [21] همگن می باشد که در این مقاله برای صحت سنجی زاویه الیاف صفر در نظر گرفته شده است. همچنین برای صحت سنجی مناسب تر از مشخصات بال کامپوزیتی گلند [19] استفاده شده است که در جدول 3 مقایسه سرعت فلاتر محاسبه شده برای آن ارائه شده است. مقایسه نتایج تطابق خوبی را نشان می دهد. همچنین "شکل 5" نمونه ای از نمودار به هم آمیختگی فرکانس و صفر شدن میرایی و رخداد پدیده فلاتر بال کامپوزیتی گلند را نشان می دهد.

### 6- الگوریتم ژنتیک

برای بهینه سازی در این مقاله از الگوریتم ژنتیک در فضای نرم افزاری متلب استفاده شده به گونه ای که تعداد جمعیت 250 و تعداد نسل ها 100 در نظر گرفته شده است. جمعیت اولیه (نسل اول) برای شروع بهینه سازی به صورت تصادفی تولید شده است. برای عملیات اصلی در الگوریتم ژنتیک شامل انتخاب<sup>1</sup>، تقاطع<sup>2</sup> و جهش<sup>3</sup> از پیش فرض های نرم افزار متلب در گام نخست استفاده شد و پس از بررسی حالات مختلف با ایجاد تغییر در تابع جهش

جدول 1 مشخصات ساختاری و هندسی بال

Table 1 Geometrical specification of the composite wing

پارامتر	مقدار
طول بال (L)	16 (m)
نصف طول وتر بال	0.5 (m)
جرم بر واحد طول	0.75 (kg/m)
ممان اینرسی	0.1 (kg.m)
چگالی هوا	0.0889 (kg.m <sup>-3</sup> )

جدول 2 مشخصات ماده کامپوزیتی و سطح مقطع بال

Table 2 Material specification of the composite wing

پارامتر	مقدار
E1	2 × 10 <sup>11</sup> (Pa)
E2	5 × 10 <sup>9</sup> (Pa)
G12	5 × 10 <sup>8</sup> (Pa)
v12	0.25
پهنای تیر بال	0.24 (m)
ضخامت تیر بال	0.017 (m)

جدول 3 اعتبارسنجی بال کامپوزیتی

Table 3 Validation of composite wing

بال هیل	سرعت فلاتر (m/s)	بال گلند	سرعت فلاتر (m/s)
مرجع [21]	32.2	مرجع [19]	135.71
حاضر	32.4	مرجع [22]	136.24
		حاضر	135.9

سرعت همگرایی برای رسیدن به جواب بهینه افزایش یافته است. تابع جهش در این مقاله تابع گائوس<sup>4</sup> انتخاب شده و مقیاس<sup>5</sup> آن را از 1 به 5 تغییر داده شده است.

### 6-1- تابع هدف

در این تحقیق برای بهینه سازی یک هدف دنبال می شود که همان افزایش سرعت ناپایداری بال کامپوزیتی است. تابع هدف، سرعت ناپایداری بال کامپوزیتی می باشد که توسط زیر برنامه ای که براساس روند نمای "شکل 4" تهیه شده، برآورد می گردد.

### 6-2- متغیرهای طراحی

متغیرهای طراحی مسئله همان زاویه الیاف برای هر لایه است. چون ورق باید به صورت متقارن طراحی شود، به ازای k لایه، k/2 مجهول وجود دارد. مثلا اگر بال از 10 لایه تشکیل شده باشد، آن گاه تعداد متغیرهای طراحی برابر 5 خواهد بود. لازم به ذکر این که ضخامت بال در این مقاله ثابت در نظر گرفته شده است، در نتیجه با افزایش تعداد لایه ها ضخامت هر لایه کاهش می یابد. کرانه های پایین و بالا برای زاویه الیاف به صورت رابطه (28) است:

$$-90 \leq \theta \leq 90 \quad (28)$$

### 6-3- پیاده سازی

همان طوری که قبلا ذکر گردید در این مقاله از الگوریتم ژنتیک برای بهینه سازی سرعت ناپایداری بال های کامپوزیتی استفاده خواهد شد. در روش الگوریتم ژنتیک هر کدام از افراد نسل، دارای یک کروموزوم متشکل از چندین ژن هستند. در این مقاله با توجه به در نظر گرفتن لایه چینی متقارن، تعداد ژن های هر کروموزوم برابر نصف تعداد لایه ها (k) می باشد. و مقدار هر ژن نشان دهنده زاویه الیاف در محدوده رابطه (28) می باشد. روند محاسبات الگوریتم ژنتیک مطابق گام های زیر می باشد:

گام صفر: ایجاد تصادفی نسل اول بطوری که مقدار تمامی ژن ها در محدوده رابطه (28) قرار داشته باشند.

گام 1: محاسبه سرعت ناپایداری مربوط به هر یک از افراد نسل حاضر مطابق روند نشان داده شده در "شکل 4".

گام 2: رتبه بندی افراد نسل حاضر براساس مقدار تابع هدف آنها و تولید نسل بعدی توسط عملیات انتخاب، تقاطع و جهش.

گام 3: کنترل معیار توقف و در صورت ارضاء نشدن آن در نظر گرفتن نسل تولید شده در گام 2 به عنوان نسل حاضر و رفتن به گام 1. معیار توقف در نظر گرفته شده در این مقاله حداکثر تعداد نسل 50 یا این که در 10 نسل متوالی مقدار بهینه ثابت باشد.

### 7- نتایج

برای بال ها در شرایط مختلف از نظر جرم موتور، تعداد لایه ها و نیروی پیشران با استفاده از الگوریتم ژنتیک لایه چینی مناسب برای حداکثر نمودن سرعت فلاتر تعیین گردیده است. سپس حساسیت سرعت فلاتر بهینه نسبت به تعداد لایه ها، جرم موتور و نیروی پیشران از طریق مقایسه نتایج تعیین شده است. در ادامه نتایج به دست آمده ارائه می گردد.

ابتدا بهینه سازی برای بال بدون جرم موتور و نیروی پیشران انجام داده شده است. همان طور که در "شکل 6" مشاهده می شود با افزایش تعداد

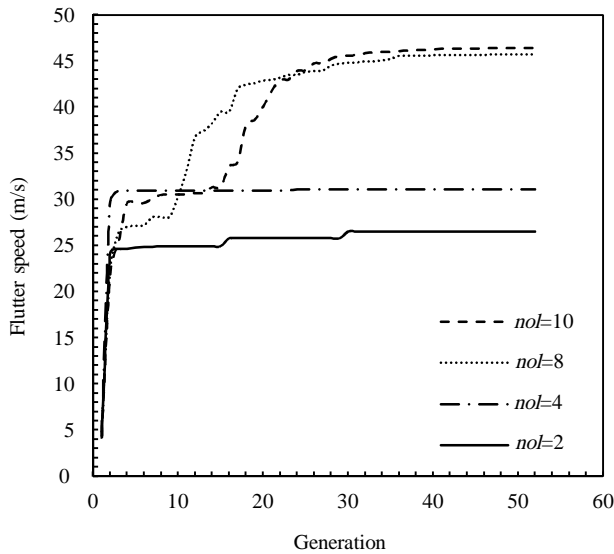
<sup>4</sup> Gaussian

<sup>5</sup> Scale

<sup>1</sup> Selection

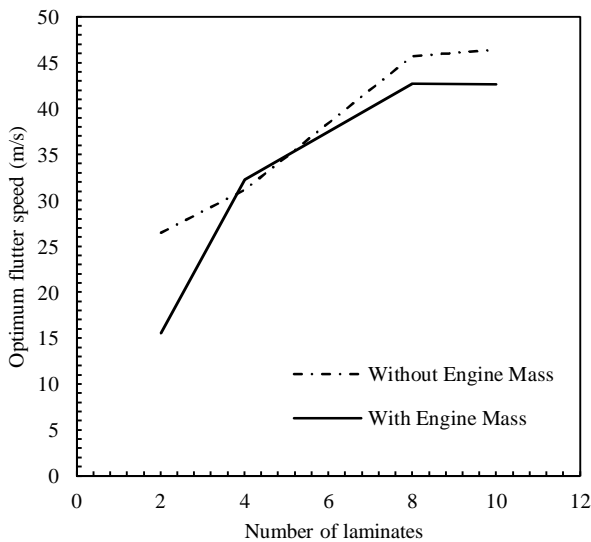
<sup>2</sup> Crossover

<sup>3</sup> Mutation



**Fig. 6** Flutter speed optimization process of wing without engine mass and thrust for the various layers

شکل 6 روند بهینه سازی سرعت فلاتر بال بدون جرم موتور و نیروی پیشران برای لایه های مختلف

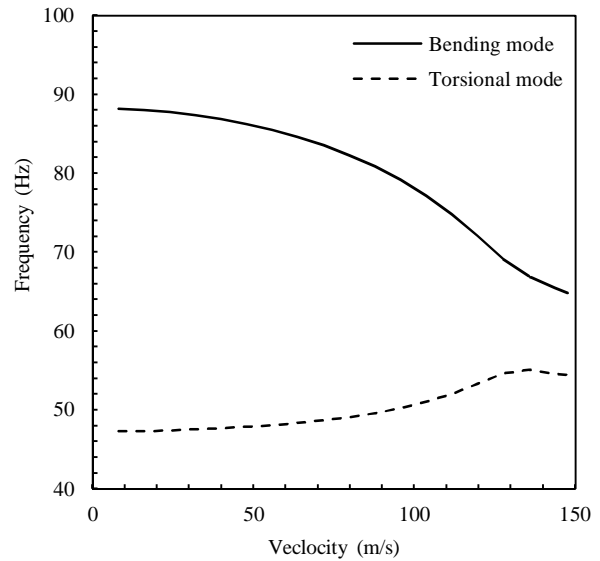


**Fig. 7** Optimum flutter speed of wing without thrust for the various layers

شکل 7 سرعت فلاتر بهینه بال بدون نیروی پیشران برای لایه های مختلف

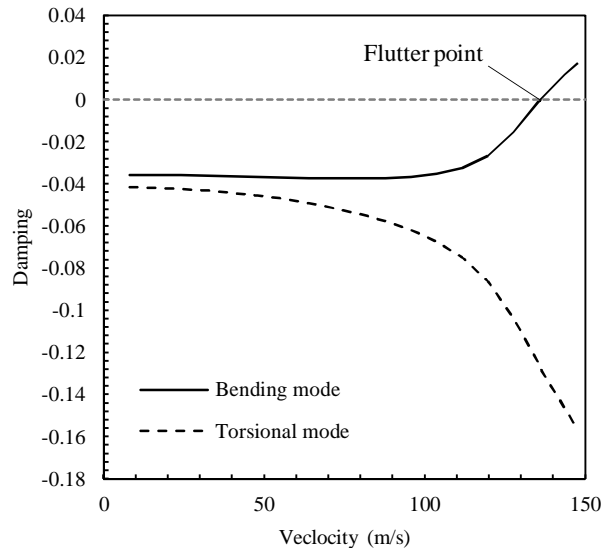
شده است. بررسی نتایج نشان می دهد سرعت فلاتر برای نیروی پیشران حدودا  $p=2$  حداکثر می باشد.

در تحلیلی دیگر بهینه سازی را برای تعداد لایه ها زمانی که نیروی پیشران ثابت فرض شده، انجام گرفته است. همان طور که انتظار می رفت با توجه به "شکل های 12 تا 16" مشاهده می شود که با افزایش تعداد لایه ها سرعت ناپایداری افزایش یافته است. علت این امر نیز به این خاطر است که با افزایش تعداد لایه ها درجه تنظیم پذیری بال برای بهینه نمودن سرعت فلاتر بیشتر می شود. همچنین نتایج نشان می دهد که سرعت فلاتر برای تعداد لایه های 8 و 10 تفاوت چندانی ندارد و می توان نتیجه گرفت که ازدیاد تعداد لایه ها بیشتر از 8 لایه تاثیری در سرعت بهینه فلاتر ندارد.



a) Frequency vs air speed plot

(الف) نمودار فرکانس بر حسب سرعت جریان



b) Damping vs air speed plot

(ب) نمودار میرایی بر حسب سرعت جریان

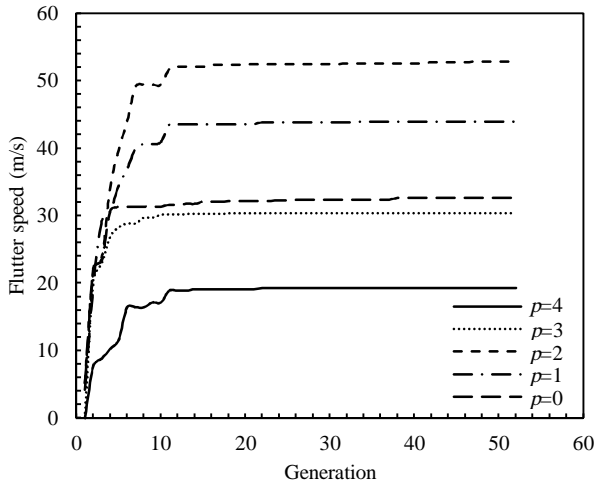
**Fig. 5** Variation of frequency and damping vs air speed for Goland wing

شکل 5 تغییرات فرکانس و میرایی بر حسب سرعت جریان برای بال گلند

لایه ها سرعت ناپایداری بال افزایش یافته همچنین افزایش تعداد لایه ها در این نوع بال از 8 لایه به 10 لایه تأثیر چندانی نداشته است. به طور اختصار در نمودارها تعداد لایه ها با  $nol^1$  و نیروی پیشران بی بعد با  $p$  نمایش داده شده است. در "شکل 7" سرعت فلاتر بهینه بال با نیروی پیشران صفر در دو حالت بدون جرم موتور و با در نظر گرفتن جرم موتور ( $M_s=11 \text{ kg}$ )، ترسیم شده است. همان طوری که ملاحظه می گردد جرم موتور سرعت بهینه فلاتر را در اکثر موارد کاهش می دهد.

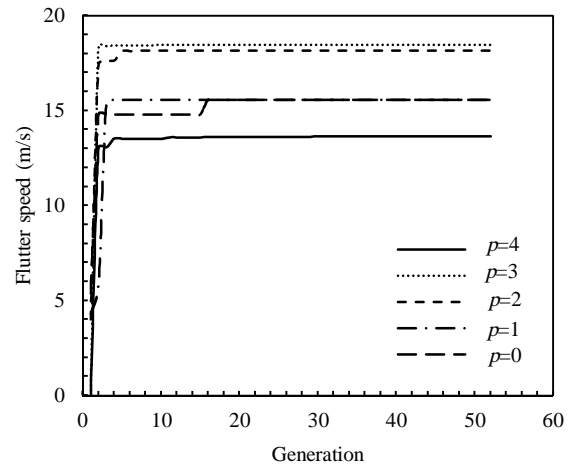
سپس بهینه سازی را برای نیروی پیشران مختلف در تعداد لایه های مشخص انجام شده است و نتایج آن در "شکل های 8 تا 11" نمایش داده

<sup>1</sup> Number of laminate



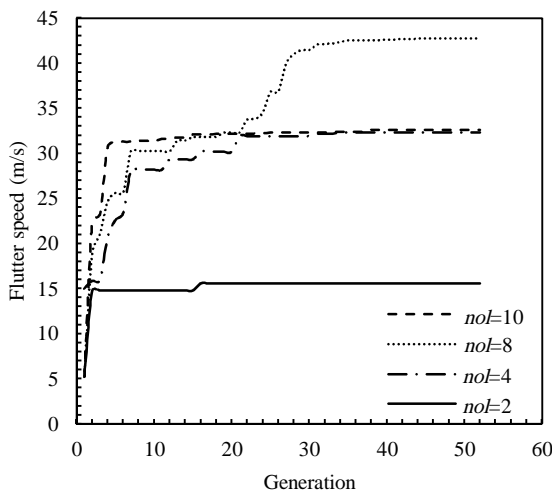
**Fig. 11** Flutter speed optimization process of 10 layer wing for different thrust

شکل 11 روند بهینه‌سازی سرعت فلاتر بال 10 لایه برای نیروی پیشران مختلف



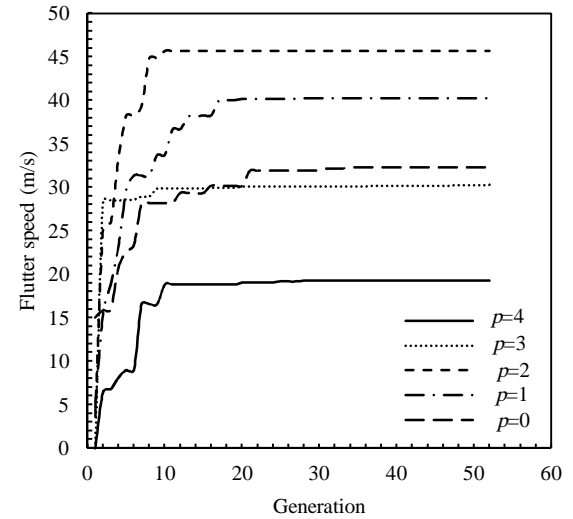
**Fig. 8** Flutter speed optimization process of 2 layer wing for different thrust

شکل 8 روند بهینه‌سازی سرعت فلاتر بال 2 لایه برای نیروی پیشران مختلف



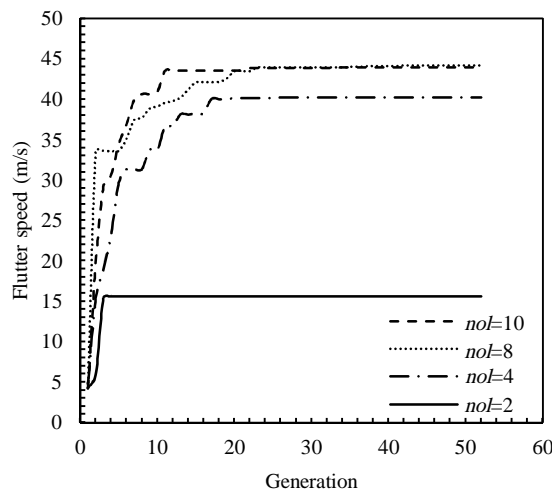
**Fig. 12** Flutter speed optimization process of  $p=0$  thrust for different layers

شکل 12 روند بهینه‌سازی سرعت فلاتر تحت نیروی پیشران  $p=0$  برای لایه‌های مختلف



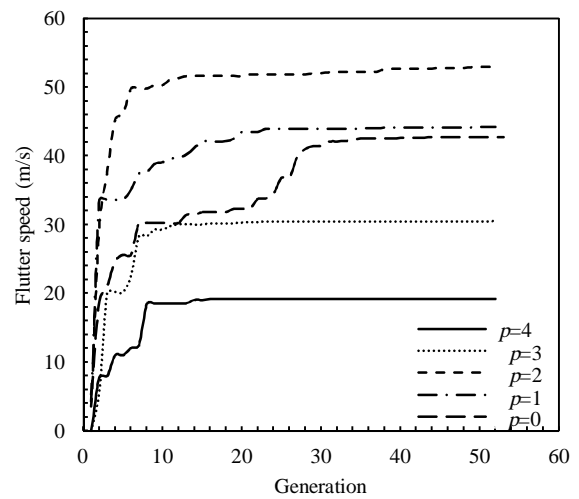
**Fig. 9** Flutter speed optimization process of 4 layer wing for different thrust

شکل 9 روند بهینه‌سازی سرعت فلاتر بال 4 لایه برای نیروی پیشران مختلف



**Fig. 13** Flutter speed optimization process of  $p=1$  thrust for different layers

شکل 13 روند بهینه‌سازی سرعت فلاتر تحت نیروی پیشران  $p=1$  برای لایه‌های مختلف



**Fig. 10** Flutter speed optimization process of 8 layer wing for different thrust

شکل 10 روند بهینه‌سازی سرعت فلاتر بال 8 لایه برای نیروی پیشران مختلف

به منظور جمع بندی نهایی سرعت فلاتر بهینه برای حالات مختلف در نظر گرفته شده در این مقاله در "شکل های 17 و 18" ارائه شده که یک تحلیل کلی از مسئله می باشد. همان طور که در "شکل 17" ملاحظه شده با افزایش تعداد لایه ها از تعدادی مشخص به بعد تأثیر چندانی نداشته است. به عنوان نمونه برای نیروی پیشران بدون بعد  $p=4$  افزایش تعداد لایه ها از 4 به بعد تاثیری بر سرعت فلاتر بهینه نخواهد داشت ولی با کاهش نیروی پیشران قابلیت تنظیم پذیری سرعت فلاتر بهینه بیشتر می گردد. نتایج "شکل 18" نشان می دهد که سرعت فلاتر بهینه ابتدا با افزایش نیروی پیشران بدون بعد تا مقدار حدودا  $p=2$  افزایش می یابد و بعد از آن روند نزولی خواهد داشت.

زوایای بهینه لایه ها در تحلیل های مختلف جمع آوری و به صورت جداول 4 تا 9 ارائه شده است. مقایسه نتایج به دست آمده برای زوایای الیاف روند خاصی را نشان نمی دهد ولی در عوض قابلیت تنظیم پذیری یک بال کامپوزیتی

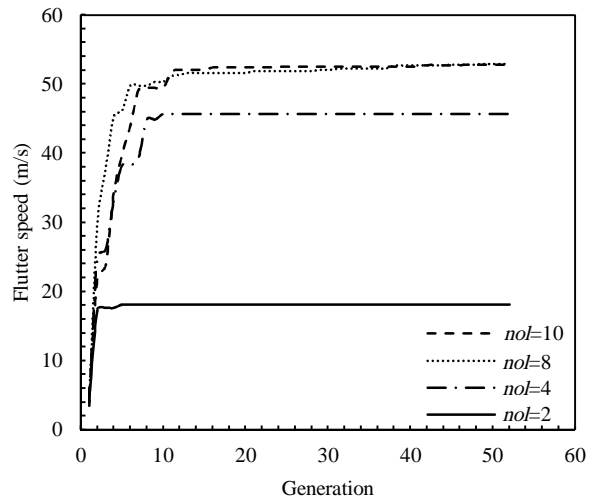


Fig. 14 Flutter speed optimization process of  $p=2$  thrust for different layers

شکل 14 روند بهینه سازی سرعت فلاتر تحت نیروی پیشران  $p=2$  برای لایه های مختلف

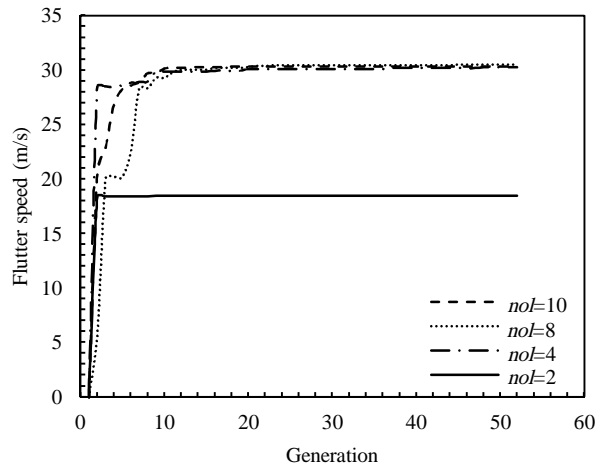


Fig. 15 Flutter speed optimization process of  $p=3$  thrust for different layers

شکل 15 روند بهینه سازی سرعت فلاتر تحت نیروی پیشران  $p=3$  برای لایه های مختلف

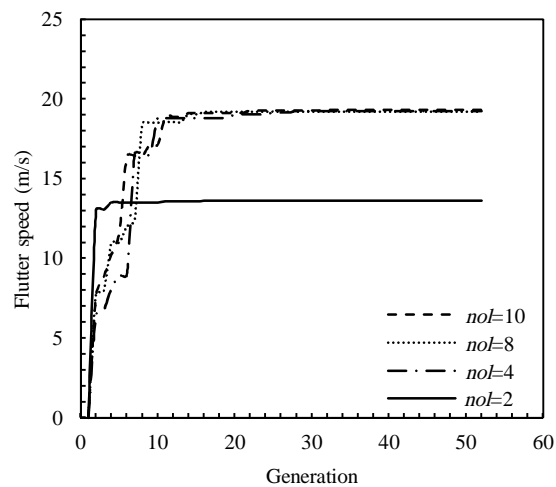


Fig. 16 Flutter speed optimization process of  $p=4$  thrust for different layers

شکل 16 روند بهینه سازی سرعت فلاتر تحت نیروی پیشران  $p=4$  برای لایه های مختلف

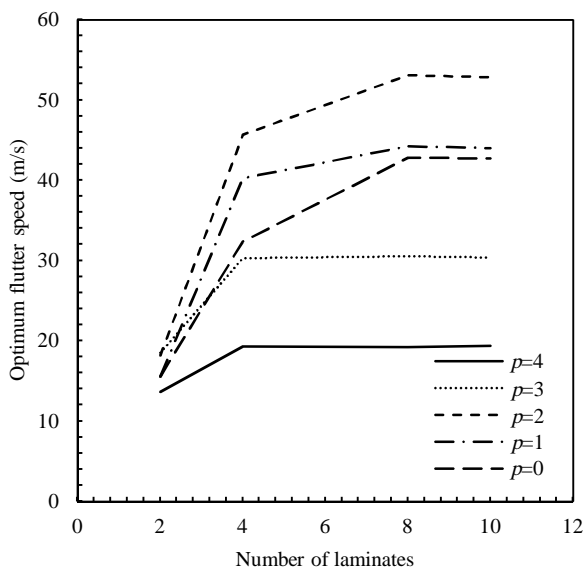


Fig. 17 Optimum flutter speed for different layers

شکل 17 سرعت فلاتر بهینه برای تعداد لایه های مختلف

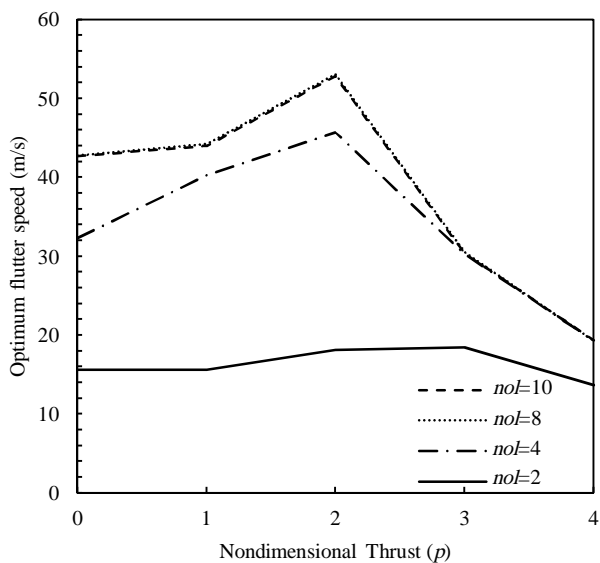


Fig. 18 Optimum flutter speed for different thrust forces

شکل 18 سرعت فلاتر بهینه برای نیروهای پیشران مختلف



به دلیل زیاد بودن نیروی پیشران سرعت فلاتر محاسبه شده به ازای زوایای اولیه الیاف صفر می‌باشد. ولی با استفاده از الگوریتم ژنتیک و تنظیم زوایای الیاف مقدار سرعت فلاتر افزایش یافته است. این مساله نشان دهنده قابلیت تنظیم‌پذیری بال کامپوزیتی در نیروهای پیشران زیاد می‌باشد.

را به منظور بهینه نمودن سرعت فلاتر نسبت به زاویه الیاف را نشان می‌دهد. همان‌طوری که قبلاً نیز ذکر گردید، جمعیت اولیه (نسل اول) به صورت تصادفی تولید شده است. در جداول 4 تا 9 زاویه اولیه در نظر گرفته شده برای الیاف در تحلیل‌های مختلف نشان داده شده است. در جداول‌های 8 و 9

#### جدول 4 نتایج برای بال بدون جرم موتور و نیروی پیشران

Table 4 Results for wing without engine mass and thrust

تعداد لایه	زاویه اولیه الیاف	سرعت فلاتر (m/s)	زاویه بهینه الیاف	سرعت فلاتر بهینه (m/s)
2	[0.003] <sub>s</sub>	4.22	[-2.7] <sub>s</sub>	26.5
4	[0.001,0.04] <sub>s</sub>	4.22	[-6.5,4] <sub>s</sub>	31.1
8	[-0.53,0.2,-0.23,-1.06] <sub>s</sub>	4.9	[-45.5,46,46,-29] <sub>s</sub>	45.7
10	[-0.085,-0.509,0.505,0.39,-0.5] <sub>s</sub>	4.44	[-45,45,45,44,39] <sub>s</sub>	46.4

#### جدول 5 نتایج برای بال با جرم موتور و نیروی پیشران صفر

Table 5 Results for wing with engine mass and zero thrust

تعداد لایه	زاویه اولیه الیاف	سرعت فلاتر (m/s)	زاویه بهینه الیاف	سرعت فلاتر بهینه (m/s)
2	[-0.19] <sub>s</sub>	5.4	[-2.8] <sub>s</sub>	15.6
4	[-1.75,-0.024] <sub>s</sub>	15.01	[-5,16.5] <sub>s</sub>	32.3
8	[1.77,-1.27,-0.57,-0.52] <sub>s</sub>	5.27	[37,-55,-22,11.5] <sub>s</sub>	42.75
10	[0.012,0.12,0.048,0.62,0.47] <sub>s</sub>	5.01	[31.7,-51.3,51.5,-25,-1.5] <sub>s</sub>	42.7

#### جدول 6 نتایج برای بال با جرم متمرکز و نیروی پیشران $p=1$

Table 6 Results for wing with mass and  $p=1$  thrust

تعداد لایه	زاویه اولیه الیاف	سرعت فلاتر (m/s)	زاویه بهینه الیاف	سرعت فلاتر بهینه (m/s)
2	[0.0056] <sub>s</sub>	4.3	[-2.8] <sub>s</sub>	15.6
4	[-0.487,0.485] <sub>s</sub>	4.74	[-6.2,29] <sub>s</sub>	40.2
8	[0.024,0.16,0.1,0.7] <sub>s</sub>	4.24	[-9.2,7.5,-24,24] <sub>s</sub>	44.2
10	[0.053,0.15,0.15,0.036,0.34] <sub>s</sub>	4.23	[-16.6,2.3,-2.2,2] <sub>s</sub>	44

#### جدول 7 نتایج برای بال با جرم موتور و نیروی پیشران $p=2$

Table 7 Results for wing with engine mass and  $p=2$  thrust

تعداد لایه	زاویه اولیه الیاف	سرعت فلاتر (m/s)	زاویه بهینه الیاف	سرعت فلاتر بهینه (m/s)
2	[-0.5] <sub>s</sub>	4	[-4.3] <sub>s</sub>	18.1
4	[0.08,-0.6] <sub>s</sub>	3.6	[-9,27] <sub>s</sub>	45.7
8	[0.05,0.08,2.0,3,0.96] <sub>s</sub>	3.53	[-16.7,-2.2,25,21] <sub>s</sub>	53.1
10	[-2.16,-0.84,1,1.13,-1.4] <sub>s</sub>	5.15	[-18,-8.3,19.6,1.3,0.3] <sub>s</sub>	52.8

#### جدول 8 نتایج برای بال با جرم موتور و نیروی پیشران $p=3$

Table 8 Results for wing with engine mass and  $p=3$  thrust

تعداد لایه	زاویه اولیه الیاف	سرعت فلاتر (m/s)	زاویه بهینه الیاف	سرعت فلاتر بهینه (m/s)
2	[-0.5] <sub>s</sub>	0	[-4] <sub>s</sub>	18.5
4	[1.2,-0.5] <sub>s</sub>	0	[-11.6,7.8] <sub>s</sub>	30.3
8	[-0.26,1.09,-0.88,-0.52] <sub>s</sub>	0	[-9.3,-15.8,3,24] <sub>s</sub>	30.5
10	[0.033,0.85,-1.8,-0.05,-2.06] <sub>s</sub>	0	[-16,-3,-7.5,-0.5,5.7] <sub>s</sub>	30.3

#### جدول 9 نتایج برای بال با جرم موتور و نیروی پیشران $p=4$

Table 9 Results for wing with engine mass and  $p=4$  thrust

تعداد لایه	زاویه اولیه الیاف	سرعت فلاتر (m/s)	زاویه بهینه الیاف	سرعت فلاتر بهینه (m/s)
2	[2.3] <sub>s</sub>	0	[-8] <sub>s</sub>	13.6
4	[1.15,1.5] <sub>s</sub>	0	[-18.5,-7] <sub>s</sub>	19.2
8	[0.56,1.66,0.52,-0.9] <sub>s</sub>	0	[-19.5,-14,-10,-8] <sub>s</sub>	19.2
10	[-0.35,0.9,2.5,-2.2,0.03] <sub>s</sub>	0	[-17,-18.6,-16.2,-5.7,15.7] <sub>s</sub>	19.3

## 8- نتیجه گیری

در این مقاله سرعت فلاتر بهینه یک بال کامپوزیتی برای حالت‌های مختلف تعداد لایه‌ها و نیروی پیشران موتور با در نظر گرفتن جرم متمرکز موتور با استفاده از الگوریتم ژنتیک تعیین گردید. با استفاده از مقایسه نتایج به دست آمده تاثیر تعداد لایه‌ها و نیروی پیشران موتور بر سرعت فلاتر بهینه بررسی شد. اهم نتایج به دست آمده عبارتند از:

- با افزایش تعداد لایه‌ها تنظیم‌پذیری بال در بهینه نمودن سرعت فلاتر بیشتر می‌گردد. با این وجود افزایش تعداد لایه‌ها از 8 لایه به بعد تغییر محسوسی در سرعت بهینه فلاتر برای حالات مختلف نیروی پیشران ایجاد نمی‌کند.
- هرچه تعداد لایه‌ها بیشتر باشد حساسیت سرعت فلاتر بهینه نسبت به نیروی پیشران بیشتر خواهد شد.
- با افزایش نیروی پیشران ابتدا سرعت فلاتر بهینه زیاد می‌گردد و سپس مقدار آن کاهش می‌یابد.
- سرعت فلاتر بهینه در نیروی پیشران بدون بعد حدودا  $p=2$  برای تمامی حالات حداکثر می‌باشد.
- به ازای نیروی پیشران بدون بعد  $p=3$  و  $p=4$  به‌ازای زوایای اولیه در نظر گرفته شده برای الیاف سرعت فلاتر محاسبه شده صفر بوده ولی با تنظیم مناسب این زوایا مقدار سرعت فلاتر افزایش چشمگیری داشته است که این امر نشان‌دهنده قابلیت تنظیم پذیری بال کامپوزیتی می‌باشد.

## 9- فهرست علائم

$a_h$	فاصله بدون بعد از وسط وتر تا محور الاستیک
$b$	نصف وتر
$D$	انرژی میرایی
$F_h(\eta), F_\alpha(\eta)$	مود شیپ‌های خمشی، پیچشی
$h_k$	ارتفاع لایه $k$ ام
$M_s$	جرم موتور
$p$	تراست بی‌بعد موتور
$R_s$	برداری موقعیت جرم متمرکز
$T$	انرژی جنبشی
$T_s$	انرژی جنبشی جرم متمرکز
$U$	سرعت نرمال جریان بر بال
$V$	انرژی پتانسیل
$x_\alpha$	فاصله بدون بعد از محور الاستیک تا مرکز ثقل

## علائم یونانی

$\alpha$	زاویه پیچش
$\varepsilon_1, \varepsilon_2$	ثوابت تابع واگنر
$\theta$	زاویه الیاف
$\rho$	چگالی هوا
$\tau$	زمان بی‌بعد
$\psi_1, \psi_2$	ثوابت تابع واگنر
$\omega_\alpha, \omega_\xi$	فرکانس پیچشی و خمشی

## زیرنویس‌ها

$nol$  تعداد لایه‌ها

## 10- مراجع

- [1] Y. Fung, *An Introduction to the Theory of Aeroelasticity*, pp. 160-186, Chichester: John Wiley, 1955 .
- [2] R. Bisplinghoff, H. Ashley, *Principles of Aeroelasticity*, pp. 235-258, New York: John Wiley, 1962 .
- [3] W. T. Feldt, G. Herrmann, Bending-torsional flutter of a cantilevered wing containing a tip mass and subjected to a transverse follower force, *Journal of the Franklin Institute*, Vol. 297, No. 6, pp. 467-478, 1974 .
- [4] Z. Celep, On the lateral stability of a cantilever beam subjected to a non-conservative load, *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 64, No. 2, pp. 173-178, 1979 .
- [5] D. H. Hodges, M. J. Patil, S. Chae, Effect of thrust on bending-torsion flutter of wings, *Journal of Aircraft*, Vol. 39, No. 2, pp. 371-376, 2002 .
- [6] M. Goland, The flutter of a uniform cantilever wing, *Journal of Applied Mechanics-Transactions of the Asme*, Vol. 12, No. 4, pp. A197-A208, 1945 .
- [7] M. Goland, Y. Luke, The flutter of a uniform wing with tip weights, *Journal of Applied Mechanics*, Vol. 15, No. 1, pp. 13-20 , 1948.
- [8] F. H. Gern, L. Librescu, Static and dynamic aeroelasticity of advanced aircraft wings carrying external stores, *AIAA Journal*, Vol. 36, No. 7, pp. 1121-1129, 1998 .
- [9] F. H. Gern, L. Librescu, Effects of externally mounted stores on aeroelasticity of advanced swept cantilevered aircraft wings, *Aerospace Science and Technology*, Vol. 2, No. 5, pp. 321-333, 1998 .
- [10] A. Mazidi, S. Fazelzadeh, Flutter of a swept aircraft wing with a powered engine, *Journal of Aerospace Engineering*, Vol. 23, No. 4, pp. 243-250, 2009 .
- [11] S. Fazelzadeh, P. Marzocca, E. Rashidi, A. Mazidi, Effects of rolling maneuver on divergence and flutter of aircraft wing store, *Journal of Aircraft*, Vol. 47, No. 1, pp. 64-70, 2010 .
- [12] A. Mazidi, S. Fazelzadeh, P. Marzocca, Flutter of aircraft wings carrying a powered engine under roll maneuver, *Journal of Aircraft*, Vol. 48, No. 3, pp. 874-883, 2011 .
- [13] M. Amoozgar, S. Irani, G. Vio, Aeroelastic instability of a composite wing with a powered-engine, *Journal of Fluids and Structures*, Vol. 36, pp. 70-82, 2013 .
- [14] E. Dowell, E. Crawley, H. Curtiss, D. Peters, R. Scanlan, F. Sisto, *A Modern Course in Aeroelasticity*, pp. 91-93, Dordrecht: Kluwer Academic Publishers, 1995 .
- [15] C. E. Cesnik, D. H. Hodges, M. J. Patil, Aeroelastic analysis of composite wings, *Proceeding of the 37th Structures, Structural Dynamics, and Materials Conference*, pp. 18-19, 1996 .
- [16] S. Fazelzadeh, A. Mazidi, H. Kalantari, Bending-torsional flutter of wings with an attached mass subjected to a follower force, *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 323, No. 1, pp. 148-162, 2009 .
- [17] H. Pourshamsi, A. Mazidi, S. A. Fazelzadeh, Flutter analysis of an aircraft wing carrying, elastically, an external store, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 15, No. 1, 2015 .(in Persian فارسی)
- [18] D. Hodges, E. Dowell, Nonlinear equations of motion for the elastic bending and torsion of twisted non-uniform rotor blades, *National Aeronautics and Space Administration*, No. D-7818, pp. 3-7, 1974 .
- [19] A. Ali, M. Hamed, The effect of laminated layers on the flutter speed of composite wing, *Journal of Engineering*, Vol. 18, No. 8, pp. 924-934, 2012 .
- [20] B. Ghadiri, M. Razi, S. Hamidi, Dynamic instability analysis of a swept wing in time - domain, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 9, No. 37, pp. 93-106, 2009 .(in Persian فارسی)

[22] E. L. Brown, *Integrated strain actuation in aircraft with highly flexible composite wings*, PhD Thesis, Massachusetts Institute of Technology, Massachusetts, 2003 .

[21] M. J. Patil, D. H. Hodges, C. E. Cesnik, Limit-cycle oscillations in high-aspect-ratio wings, *Journal of Fluids and Structures*, Vol. 15, No. 1, pp. 107-132, 2001 .