



بررسی میزان جذب انرژی ضربه‌گیرهای کامپوزیتی کلاهی شکل تحت نیروی عرضی با سرعت پایین به روش تحلیلی - تجربی

ناصر توسلی¹، ابوالفضل درویشه²، منصور درویشه³، سیدعلیرضا ثابت^{4*}

1- دانشجوی دکتری، مهندسی مکانیک، دانشگاه گیلان، رشت

2- استادی، مهندسی مکانیک، دانشگاه آزاد اسلامی واحد بندر انزلی، بندر انزلی

3- استادی، مهندسی مکانیک، دانشگاه گیلان، رشت

4- استادیار، پژوهشگاه پلیمر و پتروشیمی ایران، تهران

* تهران، صندوق پستی 14185/458، a.sabet@ippi.ac.ir

اطلاعات مقاله

مقاله پژوهشی کامل

دریافت: 21 مرداد 1392

پذیرش: 03 مهر 1393

ارائه در سایت: 23 مهر 1393

کلید واژگان:

جذب انرژی

کامپوزیت

کلاهی شکل

مدل تحلیلی

چکیده

در مقاله حاضر، مدل تجربی- تحلیلی جذب انرژی پروفیل کامپوزیتی کلاهی شکل تحت نیروی عرضی با سرعت پایین در سه شرایط مختلف تکیه‌گاهی ارائه گردید. این پروفیل‌ها با استفاده از 4 لایه الیاف شیشه/پلی استر تک جهت به طول 1 متر و ضخامت کل 3 میلی‌متر به روش لایه چینی ساخته شده است. در تحقیق حاضر مشخص شد مدل تحلیلی ارائه شده تطابق خوبی با نتایج تجربی دارد. بیش‌ترین انطباق در کل شرایط تکیه‌گاهی بررسی شده در لایه چینی [75/0/0-75] با میزان خطای 0/23 درصد در شرایط تکیه‌گاهی یک سر گیردار- یک سر ساده و کم‌ترین انطباق در کل شرایط تکیه‌گاهی بررسی شده در لایه چینی [60/-30/-30/60] با میزان خطای 19/88 درصد، در شرایط تکیه‌گاهی یک سر گیردار- یک سر ساده می‌باشد.

Analytical and experimental investigation into the crushing behavior of hat shaped composite energy absorber

Naser Tavassoli¹, Abolfazl Darvizeh², Mansour Darvizeh³, Saied Ali Reza Sabet^{4*}

1- Department of Mechanical Engineering, University of Guilan, Rasht, Iran

2- Department of Mechanical Engineering, Islamic Azad University Bandar Anzali Branch, Bandar Anzali, Iran

3- Department of Mechanical Engineering, University of Guilan, Rasht, Iran

4- Iran Polymer and Petrochemical Institute, Tehran, Iran

* P.O.B. 14185/458, Tehran, Iran, a.sabet@ippi.ac.ir

ARTICLE INFORMATION

Original Research Paper
Received 12 August 2013
Accepted 25 September 2013
Available Online 15 October 2014

Keywords:
Energy absorption
Composite
hat shape
Analytical model

ABSTRACT

The aim of this study is to investigate analytical and experimental energy absorbing capacity for a hat shape structure with three different boundary conditions. Four layered unidirectional (UD) E-glass fiber/polyester resin was used to construct hat shaped beam energy absorber. The length of the composite hat shape was 1m with 3mm thickness. Result shows good coloration between experimental energy absorption and the values obtained from the model. The best coloration between experimental and the model is related to [75,0,0,-75] fiber stacking configuration with 0.23% accuracy in clamp-free boundary condition, and the worst coloration between experimental and the model is related to [30,60,-30,-60] fiber stacking configuration with 19.88% accuracy in clamp-free boundary condition.

1- مقدمه

برای افزایش ایمنی سرنشینان خودرو در تصادفات از بغل، پروفیل‌های مختلف بعنوان ضربه‌گیر در درب‌های خودرو مورد استفاده قرار می‌گیرند. استحکام و قابلیت جذب انرژی بالا از پارامترهای مهم در طراحی این پروفیل‌ها می‌باشد. از طرفی سبک‌سازی خودرو جهت کاهش مصرف انرژی دارای اهمیت بسزایی می‌باشد. بنابراین در ساخت این پروفیل‌ها مواد کامپوزیتی می‌توانند جایگزین مواد فلزی شوند، زیرا با وجود استحکام بالا و قابلیت جذب انرژی مناسب،

بسیار سبک‌تر از این مواد می‌باشند [1].

ابریت مطالعات وسیعی بر روی سازه‌های کامپوزیتی لایه‌ای تحت ضربه انجام داده است [2,3]. درخصوص استفاده از الیاف کامپوزیت تقویت شده در قطعات خودرو تحقیقات گسترده‌ای صورت گرفته است. بطور مثال سپر و فنرهای تخت با استفاده از مواد کامپوزیتی الیاف شیشه تقویت شده ساخته شده و رفتار آنها مورد بررسی قرار گرفته است [4-7].
قیان و سوانسون [8] با استفاده از روش ریلی- ریتز و یک روش تحلیلی

Please cite this article using:

N. Tavassoli, A. Darvizeh, M. Darvizeh, S. A. Sabet, Analytical and experimental investigation into the crushing behavior of hat shaped composite energy absorber, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 14, No. 14, pp. 211-216, 2015 (In Persian)

برای ارجاع به این مقاله از عبارت ذیل استفاده نمایید:

با توجه به گستردگی پارامترهای موثر در رفتار مقاطع کامپوزیت و میزان جذب انرژی توسط آنها در بارگذاری‌های مختلف، در این تحقیق یک مدل تحلیلی، با در نظر گرفتن اثر زوایای الیاف چند لایه و شرایط مرزی مختلف در میزان جذب انرژی پروفیل‌های کلاهی شکل کامپوزیتی و ثابت فرض نمودن بقیه پارامترها ارائه گردید.

ابتدا جهت ساده‌سازی مدل، پروفیل کلاهی شکل بصورت سه صفحه کامپوزیتی در نظر گرفته شد و میزان جذب انرژی هر یک از صفحات بصورت جداگانه محاسبه و در نهایت با هم جمع گردید.

جهت محاسبه میزان جذب انرژی توسط هر یک از صفحات چند لایه نیاز به مدول الاستیسیته در جهت محور اصلی و عمود بر آن در یک صفحه تک لایه معادل با صفحه چند لایه می باشد که در این تحقیق بعنوان یک نوآوری بدست آمد. همچنین تاثیر زوایای الیاف در میزان جذب انرژی بصورت مستقیم با اعمال ضریب K در مدل در نظر گرفته شد.

2- آنالیز مقاطع کلاهی شکل

در شکل 1 ضربه گیر کلاهی شکل به صورت مقطع عرضی می‌باشد.

جهت ساده‌سازی می‌توان برای تحلیل مقاطع کلاهی شکل این مقطع را به سه صفحه تجزیه نمود. روابط برای پوسته کلاهی شکل فولادی به صورت روابط 1 الی 6 بدست می‌آید [13]:

$$\phi(\eta) = \frac{3}{\eta} \left(\frac{1}{\sin(2\eta)} - \frac{1}{2\eta} \right) \quad (1)$$

$$\psi(\eta) = \frac{3}{2\eta} \left(\frac{1}{2\eta} - \frac{1}{\tan(2\eta)} \right) \quad (2)$$

$$\eta = \frac{b_w - r}{2} \sqrt{\frac{F}{2EI}} \quad (3)$$

$$M_s = \left(\frac{F}{2} \right) r \left(\frac{3b_{tf}\phi(\eta)}{\phi^2(\eta)(b_w - r) - 6b_{tf}\psi(\eta) - 4(b_w - r)\psi^2(\eta)} \right) \quad (4)$$

$$M_i = \left(\frac{F}{2} \right) r \left(\frac{(b_w - r)(\phi^2(\eta) - 4\psi^2(\eta))}{\phi^2(\eta)(b_w - r) - 6b_{tf}\psi(\eta) - 4(b_w - r)\psi^2(\eta)} \right) \quad (5)$$

$$H_s = - \frac{M_s + (M_i - \left(\frac{F}{2}\right)r)}{b_w - r} \quad (6)$$

با داشتن مقدار نیرو (F) و ابعاد پروفیل، با استفاده از روابط 1 الی 6 و شکل 1، مقادیر نیرو و گشتاور وارد بر هر یک از صفحات محاسبه می‌شود. با تقسیم این مقادیر بر ابعاد صفحات مقادیر N و M (نیرو و گشتاور وارد بر واحد طول) بدست می‌آیند.

3- نتایج تجربی [16]

در این تحقیق با توجه به تعداد کم نمونه‌های ساخته شده از قالب چوبی که سطح آن رنگ زده شده استفاده شد. جهت جدا شدن راحت نمونه از قالب، دیواره قالب با اسپری سیلیکون یا واکس آغشته می‌شود.

پروفیل‌های کلاهی شکل کامپوزیتی به طول 1 متر با سطح مقطع نشان داده شده در شکل 2 به روش لایه چینی ساخته شده و به مدت 20 دقیقه درون قالب باقی ماندند تا رزین پلی استر کاملاً سخت و محکم شوند. این

مبنتی بر تبدیل لاپلاس، رفتار سازه‌های کامپوزیتی تحت ضربه شامل نمودار نیروی تماسی بین ضربه زننده و صفحه و همچنین خیز مرکز ورق بر حسب زمان را بررسی نموده و نتایج را با تحلیل اجزاء محدود انجام شده مقایسه و صحت گذاری نمودند.

تاثیر بار نقطه‌ای هارمونیک بر روی ورق مربعی یک سر گیردار توسط روی و گینسون [9] مورد بررسی قرار گرفت. با تغییر ضخامت و شکل ظاهری ورق، حالت بهینه جهت کاهش دامنه ارتعاش و تنش‌های خمشی و برشی بدست آمده است.

کانگ و کیم [11] جهت ارزیابی مکانیزم جذب انرژی کامپوزیت‌های کولار تحت ضربه یک مدل تحلیلی با استفاده از روش انرژی ارائه نمودند. آن‌ها کل انرژی جذب شده تحت ضربه با سرعت پایین و بالا را مورد مطالعه قرار داده و تطابق خوب مدل خود را با نتایج تجربی نشان دادند.

جانسون و پیکت [10] کاربرد کدهای اجزای محدود را بر روی سازه‌های هوانوردی تحت شرایط تصادم با سرعت پایین و ضربه با سرعت بالا بررسی نمودند. ایشان برای بیان پاسخ ضربه، یک مدل مکانیک تخریب کامپوزیت‌ها و همچنین یک مدل جدایش¹ ارائه نمودند.

هر و لیانگ [11] صفحات کامپوزیتی چند لایه با شرایط مرزی ساده و گیردار را تحت ضربه با سرعت پایین با استفاده از نرم افزار انسیس مورد بررسی قرار دادند. در این تحقیق اثر سرعت ضربه زننده، سفتی تماسی (K_c) و شرایط مرزی مشخص شده است.

توسط شان و کیا [12] یک مدل تحلیلی - تجربی برای کمناش خمشی - پیچشی پروفیل کامپوزیتی FRP که به روش پالتروژن ساخته شده ارائه شد. در این مدل انرژی پتانسیل کل با در نظر گرفتن اثر برش و کوپل خمش - پیچش بدست آمده است. با انجام آزمون‌های تجربی در شرایط هندسی مختلف، بار بحرانی مشخص شده و با ارائه یک مدل پارامتری، اثر محل اعمال بار، جهت و نسبت حجمی الیاف بر رفتار کمناش پروفیل مورد بررسی قرار گرفته است.

هافمایر [13] با بررسی پروفیل فولادی با سطح مقطع کلاهی شکل، اولین و دومین نقطه تسلیم را با استفاده از یک مدل تحلیلی پیش‌بینی کرده و نتایج آن را با تحلیل عددی مقایسه و صحت‌گذاری نموده است. نتایج اولیه حاصل از این تحقیق در خصوص یافتن بارهای وارد بر قسمت‌های مختلف پروفیل کلاهی شکل ناشی از بار عرضی وارد بر آن، در انجام تحقیق موضوع این مقاله مورد استفاده قرار گرفته است. روابط مربوط بطور مفصل در قسمت 2 این مقاله بیان شده است.

راجو و کومار [14] یک مدل تحلیلی بر مبنای مدل جابجایی برشی مرتبه بالا² با توابع زیگ زاگ³ بدست آوردند. روابط برای دو نوع الیاف چند لایه زاویه‌ای⁴ و چند لایه متقاطع⁵ در دو حالت شرایط مرزی حل شده و با نتایج تحلیل عددی مقایسه و صحت‌گذاری شده است.

آشنای قاسمی و همکاران [15] به روش تحلیلی - عددی، اثر بار ضربه‌ای عرضی با سرعت کم توسط جرم کوچک و بزرگ را بر رفتار دینامیکی یک صفحه کامپوزیتی چند لایه با لایه فلزی (FML) در شرایط مرزی مختلف مورد مطالعه قرار دادند. در انتها صحت مدل با تحقیقات پیشین مقایسه و تایید شده است.

1- Delamination
2- Higher order shear displacement
3- Zig-zag function
4- Angle-ply
5- Cross-ply

در جدول 2 چیدمان لایه های پروفیل کامپوزیتی در بارگذاری عرضی با سرعت پایین نشان داده شده است. شماره لایه‌ها بترتیب از پایین ترین لایه به سمت بالا نشان داده شده است.

برای اطمینان از صحت نتایج تجربی، از هر حالت چیدمان زوایای الیاف 3 نمونه ساخته شده و تحت بار شبه استاتیکی قرار گرفته‌اند. شرایط مرزی پروفیل سه حالت دو سر گیردار، یک سر گیردار - یک سر ساده، و دو سر ساده بوده است. نحوه انجام آزمون‌ها در شکل 3 نشان داده شده است.

آزمون‌ها با استفاده از دستگاه کشش - فشار سنتام با سرعت 5 میلی‌متر بر دقیقه در شرکت آزمایش و تحقیقات قطعات و مجموعه‌های خودرو (ایتراک) انجام شد. جهت اعمال نیرو نیم استوانه‌ای از جنس ST 37 به قطر 305 میلی‌متر و به پهنای 100 میلی‌متر تهیه و سطح آن پرداخت شده است.

4- ارائه مدل تحلیلی

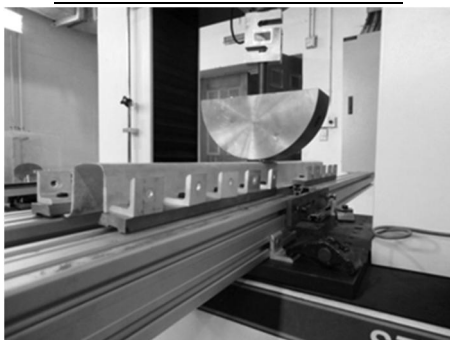
در این مدل اثر زوایای الیاف پروفیل چند لایه و شرایط مرزی مختلف در میزان جذب انرژی پروفیل‌های کلاهی شکل کامپوزیتی با ثابت در نظر گرفتن بقیه پارامترها مورد بررسی قرار گرفت.

ابتدا جهت ساده‌سازی مدل، با استفاده از مطالب ذکر شده در قسمت 2 این مقاله، پروفیل کلاهی شکل بصورت سه صفحه کامپوزیتی در نظر گرفته شد و میزان جذب انرژی هر یک از صفحات بصورت جداگانه محاسبه و در نهایت با هم جمع گردید.

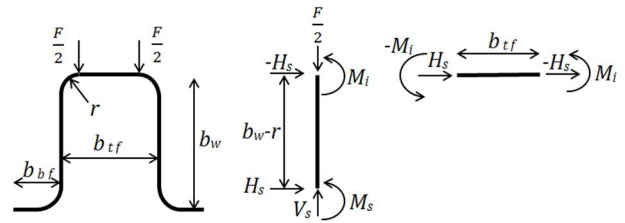
روابط ذکر شده در قسمت 2 این مقاله برای پوسته‌های فولادی می‌باشد. در این تحقیق برای تحلیل پوسته کامپوزیتی و استفاده از این روابط، با توجه به اینکه تمامی نیروهایی که در مقطع عرضی وجود دارد در جهت عمود بر الیاف هستند، تمام E های استفاده شده در فرمول‌ها به E_2 تبدیل شد.

E_2 استفاده شده در فرمول‌ها عبارتست از مدول الاستیسیته در جهت عمود بر محور اصلی در یک صفحه تک لایه معادل با صفحه چند لایه که مورد بررسی قرار می‌گیرد. برای بدست آوردن مقدار E_2 ، ماتریس سختی کامپوزیت مورد بررسی با ماتریس سختی یک تک لایه با همان ضخامت مساوی قرار داده می‌شود. روابط 15 و 18 این مقاله برای تک لایه معادل عبارتند از:

ردیف	زوایای الیاف			
	θ_4	θ_3	θ_2	θ_1
1	-75	0	0	75
2	75	0	0	-75
3	-60	30	-30	60
4	30	75	-30	-75
5	-60	-30	60	30



شکل 3 نحوه انجام آزمون‌های بارگذاری عرضی با سرعت پایین



شکل 1 تحلیل مقطع عرضی [13]

پروفیل‌ها با استفاده از 4 لایه الیاف شیشه¹ تک‌جهته با ضخامت کل 3 میلی‌متر ساخته شد.

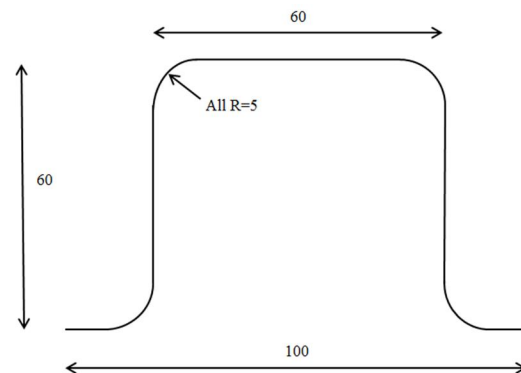
این الیاف تک‌جهته با چگالی سطحی 400 گرم بر مترمربع که در کارخانه کملیاف ترکی² تهیه شده بعنوان تقویت کننده، و رزین پلی استر غیراشباع بوشپول 751129³ با 40 درصد وزنی در حلال استایرن با ویسکوزیته 650 سانتی پواز (cP) که در صنایع شیمیایی بوشهر ساخته شده بعنوان ماتریس استفاده شد. بعنوان هاردنر از متیل اتیل کتون پروکساید⁴ شرکت پروکساید ایران و نفتنات کبالت شرکت آکزونوبل⁵ بترتیب بعنوان آغازگر و شتاب دهنده استفاده گردید.

سپس نمونه‌های سخت شده به مدت 30 دقیقه درون کوره با دمای 50 درجه سانتی‌گراد قرار داده شده و حرارت دیدند.

پس از آن نمونه‌ها در هوای آزاد قرار داده شد تا خنک شوند و در انتها سطح آن‌ها سمباده زده شد تا صاف و تمیز شوند.

خواص مکانیکی کامپوزیت مورد استفاده جهت ساخت پروفیل کامپوزیتی در جدول 1 آورده شده است. یافتن این خواص با استفاده از دستگاه کشش - فشار سنتام با سرعت 5 میلی‌متر بر دقیقه در پژوهشگاه پلیمر و پتروشیمی انجام شد.

E_{11} مدول الاستیسیته لایه کامپوزیتی در راستای محور الیاف، E_{22} مدول الاستیسیته لایه کامپوزیتی در راستای عمود بر محور الیاف، G مدول برشی، ν ضریب پواسون، ρ چگالی، X_t استحکام کششی در راستای محور الیاف و Y_t استحکام کششی در راستای عمود بر محور الیاف در لایه کامپوزیتی هستند.



شکل 2 سطح مقطع پروفیل کامپوزیتی

جدول 1 مشخصات کامپوزیت

$$E_{11}=16.5\text{GPa}, E_{22}=0.91\text{GPa}$$

$$G_{12}=G_{13}=G_{23}=0.38\text{GPa}, \nu_{12}=0.32$$

$$\rho=1600\text{kg/m}^3, X_t=240\text{MPa}, Y_t=6\text{MPa}$$

- 1- E-glass
- 2- CamelyafTurky
- 3- BUSHPOL 751129
- 4- MEKP
- 5- AKZONOBLE

جدول 3 جذب انرژی تجربی - تحلیلی در شرایط تکیه‌گاهی دو سر گیردار

ردیف	میزان جذب انرژی - تجربی (ژول)			میزان جذب انرژی - تحلیلی (ژول)		
	E_1	E_2	E_3	E_1	E_2	E_3
1	384/8	345/58	360/44	415/12	364/58	316/11
2	330/46	350/33	325/89	310/55	349/48	347/91
3	321/44	300/09	305/64	317/07	311/75	298/23
4	316/85	301/21	330/55	358/17	288/26	305/54
5	315/7	290/83	300/9	318/65	306/7	283/01

نمایشگر انطباق خوب تحقیق حاضر با نتایج تحقیق تجربی پیشین مولفان [16] است.

بیشترین انطباق در لایه چینی [-75/0/75] با میزان خطای 0/24 درصد، و کمترین انطباق در لایه چینی [-75/-30/75/30] با میزان خطای 13/04 درصد می باشد.

همچنین بیشترین میزان جذب انرژی در لایه چینی [-75/0/75] برابر 384/8 ژول و کمترین میزان جذب انرژی در لایه چینی [-30/-60/30/60] برابر 290/83 ژول می باشد.

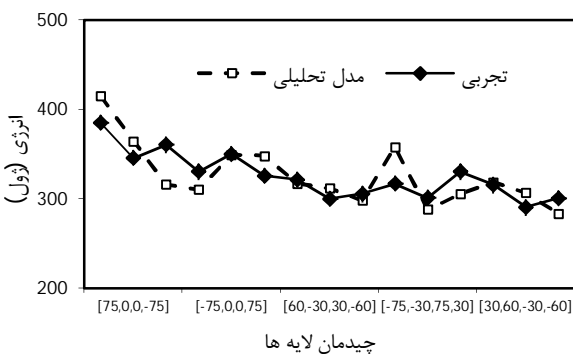
4-2- شرایط تکیه‌گاهی یک سر گیردار - یک سر ساده

در جدول 4 نتایج حاصل از تحقیق تجربی و تحلیلی میزان جذب انرژی براساس چیدمان لایه‌های پروفیل کامپوزیتی در شرایط تکیه‌گاهی یک سر گیردار - یک سر ساده نشان داده شده است. E_1 ، E_2 و E_3 بترتیب میزان جذب انرژی 3 نمونه ساخته شده از هر حالت چیدمان زوایای الیاف می باشند.

ضریب K با استفاده از روش SVD بصورت رابطه 12 بدست آمده است.

$$K = (110.825900)(\pi + \theta_1)^{-0.9794337} (\pi + \theta_2)^{-0.5151628} (\pi + \theta_3)^{-0.1621082} (\pi + \theta_4)^{-1.217935} \quad (12)$$

برای بررسی صحت مدل تحلیلی بدست آمده برای مقدار جذب انرژی، مقایسه با نتایج تجربی صورت گرفته که در شکل 5 نشان داده شده است و



شکل 4 مقایسه مقدار جذب انرژی به روش تحلیلی و تجربی - شرایط تکیه‌گاهی دو سر گیردار

جدول 4 جذب انرژی تجربی - تحلیلی در شرایط مرزی یک سر گیردار - یک سر ساده

ردیف	میزان جذب انرژی - تجربی (ژول)			میزان جذب انرژی - تحلیلی (ژول)		
	E_1	E_2	E_3	E_1	E_2	E_3
1	221/9	211/74	232/11	222/41	250/88	195/39
2	267/31	250/56	248/97	258/29	238/87	270/63
3	286/64	266/03	259/64	312/47	286/29	221/24
4	270/89	281/84	266/92	302/21	292/59	230/23
5	295/01	275/74	269/51	343/1	295/99	215/94

$$\begin{aligned} \dot{A}_{11} &= \dot{Q}_{11}(t) = \frac{\dot{E}_1(t)}{1 - \dot{\theta}_{12}\dot{\theta}_{21}} \\ \dot{A}_{22} &= \dot{Q}_{22}(t) = \frac{\dot{E}_2(t)}{1 - \dot{\theta}_{12}\dot{\theta}_{21}} \\ \dot{A}_{12} &= \dot{Q}_{12}(t) = \frac{\dot{\theta}_{12}\dot{E}_2(t)}{1 - \dot{\theta}_{12}\dot{\theta}_{21}} = \frac{\dot{\theta}_{21}\dot{E}_1(t)}{1 - \dot{\theta}_{12}\dot{\theta}_{21}} \\ \dot{A}_{66} &= \dot{Q}_{66}(t) = \dot{Q}_{12}(t) \\ \dot{A}_{16} &= 0, \dot{A}_{26} = 0 \end{aligned} \quad (7)$$

با برابر قرار دادن مقادیر A_{ij} مقادیر E_1 و E_2 (مدول الاستیسیته در جهت محور اصلی و عمود بر آن در یک صفحه تک لایه معادل با صفحه چند لایه) به صورت رابطه 8 بدست می آید:

$$\begin{aligned} \frac{\dot{E}_1(t)}{1 - \dot{\theta}_{12}\dot{\theta}_{21}} &= A_{11}, \quad \frac{\dot{E}_2(t)}{1 - \dot{\theta}_{12}\dot{\theta}_{21}} = A_{22} \\ A_{12} &= \frac{\dot{\theta}_{12}\dot{E}_2(t)}{1 - \dot{\theta}_{12}\dot{\theta}_{21}} = \frac{\dot{\theta}_{21}\dot{E}_1(t)}{1 - \dot{\theta}_{12}\dot{\theta}_{21}} \end{aligned} \quad (8)$$

در نتیجه:

$$\begin{aligned} \dot{E}_1 &= \frac{A^2_{11} - \left(\frac{A_{11}}{A_{22}}\right)A^2_{12}}{A_{11}(t)} \\ \dot{E}_2 &= \left(\frac{A_{22}}{A_{11}}\right) \left(\frac{A^2_{11} - \left(\frac{A_{11}}{A_{22}}\right)A^2_{21}}{A_{11}(t)} \right) \end{aligned} \quad (9)$$

پس از بدست آوردن مقادیر N و M با توجه به شرایط مسئله در هر یک از شرایط مرزی، مقادیر کرنش ها از رابطه 14 بدست آمده است. با داشتن کرنش ها و با استفاده از روابط 19 و 20 مقادیر تنش و انرژی کرنشی محاسبه گردید.

همچنین برای در نظر گرفتن تاثیر زوایای الیاف در روابط میزان جذب انرژی بصورت مستقیم، با اعمال ضریب K مطابق رابطه 10 برای هر یک از حالت‌های مختلف شرایط مرزی بصورت جداگانه تعریف و در مدل در نظر گرفته شد.

$$K = A(\pi + \theta_1)^\alpha (\pi + \theta_2)^\beta (\pi + \theta_3)^\gamma (\pi + \theta_4)^\lambda \quad (10)$$

با استفاده از روش تجزیه مقادیر منفرد¹ [17] حالت بهینه ضریب K برای هر یک از حالت‌های مختلف شرایط مرزی بصورت جداگانه محاسبه گردید. با توجه به اینکه در این روش برای یافتن مجهولات از لگاریتم استفاده شده و نباید مقدار پارامترها منفی باشد، مقدار زوایا بر حسب رادیان با عدد π جمع شده و در فرمول نهایی قرار گرفتند. با توجه به اینکه جهت ساخت پروفیل از الیاف تک جهته استفاده شده، زوایای الیاف از یک جهت θ و از جهت دیگر $\pi + \theta$ می باشد، لذا این اصلاح در فرمول با واقعیت نیز تطابق دارد.

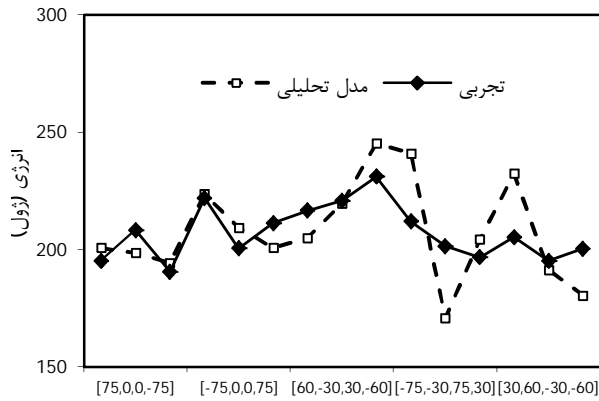
4-1- شرایط تکیه‌گاهی دو سر گیردار

در جدول 3 نتایج حاصل از تحقیق تجربی و تحلیلی میزان جذب انرژی بر اساس چیدمان لایه‌های پروفیل کامپوزیتی در شرایط تکیه‌گاهی دو سر گیردار نشان داده شده است. E_1 ، E_2 و E_3 بترتیب میزان جذب انرژی 3 نمونه ساخته شده از هر حالت چیدمان زوایای الیاف می باشند. ضریب K با استفاده از روش SVD بصورت رابطه 11 بدست آمده است.

$$K = (2.114602E - 08)(\pi + \theta_1)^{4.249659} (\pi + \theta_2)^{4.400235} (\pi + \theta_3)^{4.851390} (\pi + \theta_4)^{4.245588} \quad (11)$$

برای بررسی صحت مدل تحلیلی بدست آمده برای مقدار جذب انرژی، مقایسه با نتایج تجربی صورت گرفته که در شکل 4 نشان داده شده است و

1- SVD



چیدمان لایه ها

شکل 6 مقایسه مقدار جذب انرژی به دو روش تحلیلی و تجربی - شرایط تکیه گاهی دو سر ساده

5- نتیجه گیری

در این تحقیق مدل تجربی - تحلیلی جذب انرژی پروفیل کامپوزیتی کلاهی شکل تحت نیروی عرضی با سرعت پایین در سه شرایط تکیه‌گاهی مختلف ارائه گردید. این پروفیل‌ها با استفاده از 4 لایه الیاف شیشه - اپوکسی تک جهت به طول 1 متر و با ضخامت کل 3 میلی‌متر به روش لایه چینی ساخته شده است.

در تحقیق حاضر مشخص شد مدل تحلیلی ارائه شده تطابق خوبی با نتایج تجربی دارد. بنابراین با ثابت در نظر گرفتن باقی پارامترها، این مدل بخوبی می‌تواند در لایه چینی‌ها و شرایط مرزی مختلف، میزان جذب انرژی توسط پروفیل مورد اشاره در مقاله را پیش‌بینی کند.

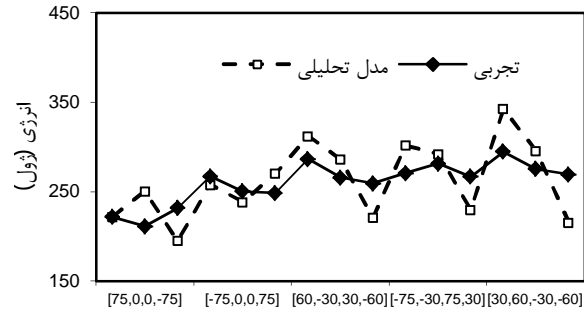
در شرایط تکیه‌گاهی دو سر گیردار، بیش‌ترین انطباق در لایه چینی [-75/0/0/75] با میزان خطای 0/24 درصد، و کم‌ترین انطباق در لایه چینی [-75/-30/75/30] با میزان خطای 13/04 درصد می‌باشد. همچنین بیش‌ترین میزان جذب انرژی در لایه چینی [75/0/0/-75] برابر 384/8 ژول و کم‌ترین میزان جذب انرژی در لایه چینی [30/60/-30/-60] برابر 290/83 ژول می‌باشد.

همچنین در شرایط تکیه‌گاهی یک سر گیردار - یک سر ساده، بیش‌ترین انطباق در لایه چینی [75/0/0/-75] با میزان خطای 0/23 درصد، و کم‌ترین انطباق در لایه چینی [30/60/-30/-60] با میزان خطای 19/88 درصد می‌باشد. بیش‌ترین میزان جذب انرژی در لایه چینی [30/60/-30/-60] برابر 295/01 ژول و کم‌ترین میزان جذب انرژی در لایه چینی [75/0/0/-75] برابر 211/74 ژول می‌باشد.

در انتها در شرایط تکیه‌گاهی دو سر ساده، بیش‌ترین انطباق در لایه چینی [60/-30/30/-60] با میزان خطای 0/48 درصد، و کم‌ترین انطباق در لایه چینی [-75/-30/75/30] با میزان خطای 15/23 درصد می‌باشد. همچنین بیش‌ترین میزان جذب انرژی در لایه چینی [60/-30/30/-60] برابر 231/11 ژول و کم‌ترین میزان جذب انرژی در لایه چینی [-75/-30/75/30] برابر 190/65 ژول می‌باشد.

6- پیوست: معادلات حاکم در صفحه چند لایه کامپوزیتی

در شکل 7 جهت‌های مثبت تنش‌های منتج و تنش‌های کوپل در یک المان از پوسته نشان داده شده است.



چیدمان لایه ها

شکل 5 مقایسه مقدار جذب انرژی به دو روش تحلیلی و تجربی - شرایط تکیه گاهی یک سر گیردار - یک سر ساده

نمایشگر انطباق خوب تحقیق حاضر با نتایج تحقیق تجربی پیشین مولفان [16] است.

بیش‌ترین انطباق در لایه چینی [75/0/0/-75] با میزان خطای 0/23 درصد، و کم‌ترین انطباق در لایه چینی [30/60/-30/-60] با میزان خطای 19/88 درصد می‌باشد.

همچنین بیش‌ترین میزان جذب انرژی در لایه چینی [30/60/-30/-60] برابر 295/01 ژول و کم‌ترین میزان جذب انرژی در لایه چینی [75/0/0/-75] برابر 211/74 ژول می‌باشد.

3-4- شرایط تکیه‌گاهی دو سر ساده

در جدول 5 نتایج حاصل از تحقیق تجربی و تحلیلی میزان جذب انرژی بر اساس چیدمان لایه‌های پروفیل کامپوزیتی در شرایط تکیه‌گاهی دو سر ساده نشان داده شده است. E_1 ، E_2 و E_3 بترتیب میزان جذب انرژی 3 نمونه ساخته شده از هر حالت چیدمان زوایای الیاف می‌باشند. ضریب K با استفاده از روش SVD بصورت رابطه 13 بدست آمده است.

$$K = (0.6966559)(\pi + \theta_1)^{-0.3057842}(\pi + \theta_2)^{1.289660}(\pi + \theta_3)^{1.107929}(\pi + \theta_4)^{-0.2443183} \quad (13)$$

برای بررسی صحت مدل تحلیلی بدست آمده برای مقدار جذب انرژی، مقایسه با نتایج تجربی صورت گرفته که در شکل 6 نشان داده شده است و نمایشگر انطباق خوب تحقیق حاضر با نتایج تحقیق تجربی پیشین مولفان [16] است. بیش‌ترین انطباق در لایه چینی [60/-30/30/-60] با میزان خطای 0/48 درصد و کم‌ترین انطباق در لایه چینی [-75/-30/75/30] با میزان خطای 15/23 درصد می‌باشد.

همچنین بیش‌ترین میزان جذب انرژی در لایه چینی [30/60/-30/-60] برابر 231/11 ژول و کم‌ترین میزان جذب انرژی در لایه چینی [75/0/0/-75] برابر 190/65 ژول می‌باشد.

جدول 5 جذب انرژی تجربی-تحلیلی در شرایط مرزی دو سر ساده

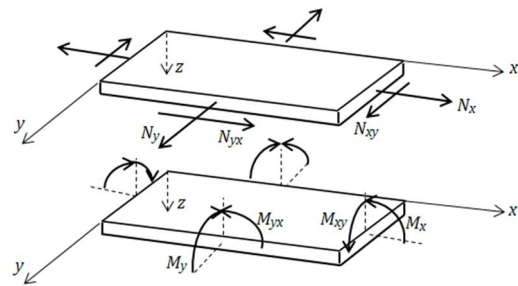
ردیف	میزان جذب انرژی - تجربی (ژول)			میزان جذب انرژی - تحلیلی (ژول)		
	E_3	E_2	E_1	E_3	E_2	E_1
1	190/65	208/32	195/22	194/41	198/65	200/89
2	211/3	200/65	221/97	200/84	209/41	223/82
3	231/11	220/87	216/74	245/36	219/81	205/03
4	196/79	201/57	212/03	204/47	170/86	241/1
5	200/45	195/3	205/39	180/49	191/49	232/53

$$= \frac{1}{2} \int_0^{l_x} \int_0^{l_y} \begin{bmatrix} \varepsilon_{x0} \\ \varepsilon_{y0} \\ \gamma_{xy0} \\ k_x \\ k_y \\ k_{xy} \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} & 2A_{16} & B_{11} & B_{12} & 2B_{16} \\ A_{12} & A_{22} & 2A_{26} & B_{12} & B_{22} & 2B_{26} \\ A_{16} & A_{26} & 2A_{66} & B_{16} & B_{26} & 2B_{66} \\ B_{11} & B_{12} & 2B_{16} & D_{11} & D_{12} & 2D_{16} \\ B_{12} & B_{22} & 2B_{26} & D_{12} & D_{22} & 2D_{26} \\ B_{16} & B_{26} & 2B_{66} & D_{16} & D_{26} & 2D_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_{x0} \\ \varepsilon_{y0} \\ \gamma_{xy0} \\ k_x \\ k_y \\ k_{xy} \end{bmatrix} dydx \quad (20)$$

بدین صورت که به ازای هر مقدار نیروی ثبت شده توسط دستگاه کشش و فشار ستانم، با استفاده از معادلات 15 تا 17 آرایه‌های ماتریس سختی بدست می‌آید. همچنین با داشتن تنش‌های منتج و تنش‌های کوپل براساس شکل 7، مقادیر کرنش‌ها و انحناء‌ها از رابطه 14 محاسبه می‌شود. با قرار دادن مقادیر ماتریس‌های بدست آمده در رابطه 20 در شرایط مختلف تکیه‌گاهی انتگرال گیری شده و انرژی کرنشی کل محاسبه می‌شود.

7- مراجع

- [1] T.J. Kang, Ch. Kim, Impact energy absorption mechanism of largely deformable composites with different reinforcing structures, *Fibers and Polymers*, Vol. 1, No. 1, 2000, pp. 45-54.
- [2] S. Abrate, Impact on Laminated Composites, *Applied Mechanics Review*, Vol. 47, No. 11, 1994, pp. 517-544.
- [3] S. Abrate, Modeling of Impacts on Composite Structures, *Composite Structures*, Vol. 51, No. 2, 2001, pp. 129-138.
- [4] T.S. Lim, D.G. Lee, Mechanically fastened composite side-door impact beams for passenger cars designed for shear-out failure modes, *Composite Structures*, Vol. 56, No. 2, 2002, pp. 211-221.
- [5] H. Saito, E.C. Chirw, R. Inai, H. Hamada, Energy absorption of braiding pultrusion process composite rods, No. 4, *Composite Structures*, Vol. 55, 2002, pp. 407-417.
- [6] F. Arnaudeau, M. Mahé, E. Deletombe, F. Le Page, Crashworthiness of Aircraft Composites Structures, in *International Mechanical Engineering Congress and Exposition*, USA, 2002.
- [7] B. Herbst, D. Hock, S.E. Meyer, S. Forrest, A. Sances, S. Kumaresan, Epoxy Reinforcing for Rollover Safety, in *International Mechanical Engineering Congress and Exposition*, USA, 2004.
- [8] Y. Qian, S.R. Swanson, A Comparison of Solution Techniques for Impact Response of Composite Plates, *Composite Structures*, Vol. 14, No. 3, 1990, pp. 177-192.
- [9] P.K. Roy, N. Ganesan, Dynamic Stress Analysis of a Tapered Cantilever Square Plate Under Impact Load, *Computer & Structures*, Vol. 49, No. 2, 1993, pp. 275-281.
- [10] A.F. Johnson, A.K. Pickett, Impact and Crash Modelling of Composite Structures: A Challenge for Damage Mechanics, in *Tenth U.S.-Japan Conference on Composite Materials*, 2002.
- [11] S.C. Her, Y.C. Liang, The Finite Element Analysis of Composite Laminates and Shell Structures Subjected to Low Velocity Impact, *Composite Structures*, Vol. 66, No. 1, 2004, pp. 277-285.
- [12] L. Shan, P. Qiao, Flexural-Torsional Buckling of Fiber-Reinforced Plastic Composite Open Channel Beams, *Composite Structures*, Vol. 68, No. 2, 2005, pp. 211-224.
- [13] H. Hofmeyer, Cross-Section Crushing Behaviour of Hat-Sections (Part II: Analytical Modelling), *Thin-Walled Structures*, Vol. 43, No. 8, 2005, pp. 1155-1165.
- [14] T.D. Raju, J.S. Kumar, Bending Analysis of Composite Laminated Plates Using Higher-Order Shear Deformation Theory With Zig-Zag Function, *Journal of Engineering and Applied Sciences*, Vol. 6, No. 12, 2011, pp. 106-110.
- [15] F. Ashenai Ghasemi, K. Malekzadeh Fard, R. Paknejad, Response of cantilever fiber metal laminate (FML) plates using an analytical-numerical method, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 13, No. 3, pp. 57-67, 2013. (In Persian)
- [16] N. Tavassoli, A. Darvizeh, M. Darvizeh, S.A. Sabet, H. Ganjgahi, Numerical and Experimental Investigation of the Effect of Fiber Orientation on Crash Behavior of Composite Hat Shape Energy Absorber, *International Journal of Automotive Engineering*, Vol. 2, No. 1, 2012, pp. 1-7.
- [17] H. Gharababaei, N. Nariman-zadeh, A. Darvizeh, A Simple Modelling Method for Deflection of Circular Plates Under Impulsive Loading Using Dimensionless Analysis and Singular Value Decomposition, *Journal of Mech.*, Vol. 26, No. 3, 2010, pp. 355-361.



شکل 7 جهت‌های مثبت تنش‌های منتج و تنش‌های کوپل

آنالیز دقیق مواد کامپوزیتی باید شامل تغییر شکل برشی عرضی نیز باشد، ولی برای پوسته‌های نازک می‌توان تغییر شکل برشی عرضی را با ساده سازی در نظر نگرفت. با یافتن مقادیر N و M و قرار دادن آنها در رابطه 14 مقادیر کرنش‌ها بدست می‌آید.

$$\begin{bmatrix} N_x \\ N_y \\ N_{xy} \\ M_x \\ M_y \\ M_{xy} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} & 2A_{16} & B_{11} & B_{12} & 2B_{16} \\ A_{12} & A_{22} & 2A_{26} & B_{12} & B_{22} & 2B_{26} \\ A_{16} & A_{26} & 2A_{66} & B_{16} & B_{26} & 2B_{66} \\ B_{11} & B_{12} & 2B_{16} & D_{11} & D_{12} & 2D_{16} \\ B_{12} & B_{22} & 2B_{26} & D_{12} & D_{22} & 2D_{26} \\ B_{16} & B_{26} & 2B_{66} & D_{16} & D_{26} & 2D_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_{x0} \\ \varepsilon_{y0} \\ \varepsilon_{xy0} \\ k_x \\ k_y \\ k_{xy} \end{bmatrix} \quad (14)$$

که در این رابطه:

$$A_{ij} = \sum_{k=1}^N [\bar{Q}_{ij}]_k (Z_k - Z_{k-1}) \quad (15)$$

$$B_{ij} = \frac{1}{2} \sum_{k=1}^N [\bar{Q}_{ij}]_k (Z_k^2 - Z_{k-1}^2) \quad (16)$$

$$D_{ij} = \frac{1}{3} \sum_{k=1}^N [\bar{Q}_{ij}]_k (Z_k^3 - Z_{k-1}^3) \quad (17)$$

و:

$$\begin{aligned} \bar{Q}_{11} &= Q_{11} \cos^4 \theta + Q_{22} \sin^4 \theta + 2(Q_{12} + 2Q_{66}) \sin^2 \theta \cos^2 \theta \\ \bar{Q}_{22} &= Q_{11} \sin^4 \theta + Q_{22} \cos^4 \theta + 2(Q_{12} + 2Q_{66}) \sin^2 \theta \cos^2 \theta \\ \bar{Q}_{12} &= (Q_{11} + Q_{22} - 4Q_{66}) \sin^2 \theta \cos^2 \theta + Q_{12} (\cos^4 \theta + \sin^4 \theta) \\ \bar{Q}_{66} &= (Q_{11} + Q_{22} - 2Q_{12} - 2Q_{66}) \sin^2 \theta \cos^2 \theta + Q_{66} (\cos^4 \theta + \sin^4 \theta) \\ \bar{Q}_{16} &= (Q_{11} - Q_{12} - 2Q_{66}) \cos^3 \theta \sin \theta - (Q_{22} - Q_{12} - 2Q_{66}) \cos \theta \sin^3 \theta \\ \bar{Q}_{26} &= (Q_{11} - Q_{12} - 2Q_{66}) \cos \theta \sin^3 \theta - (Q_{22} - Q_{12} - 2Q_{66}) \cos^3 \theta \sin \theta \\ Q_{11} &= \frac{E_x}{1 - \nu_{xy} \nu_{yx}}, Q_{22} = \frac{E_y}{1 - \nu_{xy} \nu_{yx}} \\ Q_{12} &= \frac{\nu_{yx} E_x}{1 - \nu_{xy} \nu_{yx}} = \frac{\nu_{xy} E_y}{1 - \nu_{xy} \nu_{yx}}, Q_{66} = G_{xy} \end{aligned} \quad (18)$$

که E_x مدول الاستیسیته لایه‌ی کامپوزیتی در راستای محور الیاف، E_y مدول الاستیسیته لایه‌ی کامپوزیتی در راستای عمود بر محور الیاف، G_{xy} مدول الاستیسیته برشی لایه‌ی کامپوزیتی و ν_{xy} و ν_{yx} ضرایب پواسون لایه‌ی کامپوزیتی هستند. پس از محاسبه‌ی کرنش‌ها، با استفاده از رابطه 19 مقادیر تنش محاسبه شده و برای محاسبه انرژی کرنشی از رابطه 20 استفاده می‌شود.

$$\begin{bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{bmatrix} = [\bar{Q}] \begin{bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \varepsilon_{xy} \end{bmatrix} \quad (19)$$