



## مطالعه عددی و تجربی تاثیر نواقص هندسی بر بار کمانش تحت نیروی محوری در استوانه های کامپوزیتی سوراخ دار و بدون سوراخ

فتح الله طاهری بهروز<sup>۱\*</sup>، میلاد امیدی<sup>۲</sup>، محمود مهرداد شکریه<sup>۳</sup>

- ۱- استادیار، مهندسی مکانیک، دانشگاه علم و صنعت، تهران  
 ۲- کارشناسی ارشد، مهندسی مکانیک، دانشگاه علم و صنعت، تهران  
 ۳- استاد، مهندسی مکانیک، دانشگاه علم و صنعت، تهران  
 \* تهران، صندوق پستی ۱۶۸۴۶-۱۳۱۱۴ taheri@iust.ac.ir

### چکیده

استوانه های جدار نازک به علت وجود نواقصی که به طور ناخواسته و البته اجتناب ناپذیر در حین ساخت قطعه، جایجاوی یا در هنگام نصب به وجود می آید و یا در طبیعت مواد سازنده قطعه وجود دارد تحت بارهای فشاری محوری در باری کمتر از بار شکست بحرانی دچار کمانش می شوند. امروره برای طراحی استوانه های جدار نازک از گزارش NASA SP-8007 استفاده می شود که استخراج آن حاصل از آزمون های کمانش استوانه های فلزی است و برای استوانه های کامپوزیتی طراحی نشده گرچه در زمینه استوانه های کامپوزیتی نیز از آن استفاده می شود و علاوه بر آن نتایجی بسیار محتاطانه را پیش بینی می کند. روش های اعمال نواقص هندسی شامل روش اصلاح شده استفاده از شکل مودهای حاصل از حل خلی کمانش (M-LBMI) و اعمال بار تحریک کننده عرضی (SPLI) برای استوانه های بدون سوراخ و با سوراخ دایری در این مقاله انجام شده است. برای تایید نتایج عددی استوانه های کامپوزیتی جدار نازک با لایه چینی [۹۰/+۲۳/-۹۰] ساخته شده و تحت بار فشاری محوری آزمون کمانش شدند. نتایج تجربی به دست آمده دقت نتایج عددی را تایید می کنند. همچنین نشان داده شد در استوانه بدون سوراخ اعمال نواقص هندسی باعث افت زیاد بار کمانش در مقایسه با حالت بدون اعمال نواقص هندسی است ولی در استوانه های با وجود سوراخ، اعمال نواقص هندسی تأثیری کمتر از ۱۰٪ در کاهش بار کمانش دارند که این پدیده نشان دهنده اهمیت تأثیر وجود سوراخ بر روی کمانش در مقایسه با وجود نواقص هندسی است.

### اطلاعات مقاله

مقاله پژوهشی کامل
دریافت: ۱۲ دی ۱۳۹۴
پذیرش: ۰۴ فروردین ۱۳۹۵
ارائه در سایت: ۲۳ تیر ۱۳۹۵
کلید واژگان:
کمانش
استوانه های کامپوزیتی
نواقص هندسی

## Experimental and numerical examination of the effect of geometrical imperfection on buckling load in axially compressed composites cylinder with and without cutout

Fathollah Taheri-Behrooz<sup>\*</sup>, Milad Omidi, Mahmood Mehrdad Shokrieh

School of Mechanical Engineering, Iran University of Science and Technology, Tehran, Iran  
 \* P.O.B. 16846-13114, Tehran, Iran, taheri@iust.ac.ir

### ARTICLE INFORMATION

Original Research Paper  
 Received 02 January 2016  
 Accepted 23 March 2016  
 Available Online 13 July 2016

Keywords:  
 Buckling  
 Composite cylindrical shell  
 Geometric imperfections

### ABSTRACT

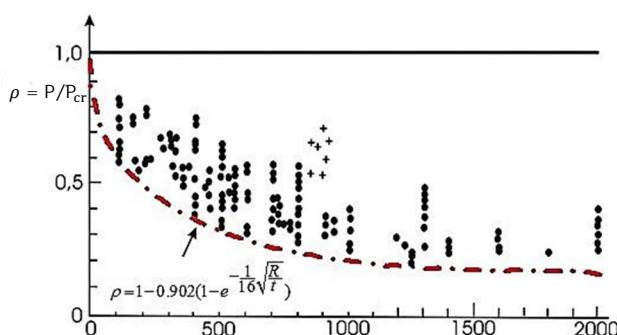
When a cylindrical shell subject to a compressive load, because of various imperfections happened during processes as manufacturing, handling, assembling and machining, buckling occurs in loads lower than corresponding static failure load. Still many of cylindrical shell structures are designed against buckling based on experimental data introduced by NASA SP-8007 as conservative lower bound curves. In the manuscript, non-linear methods of Modified Linear Buckling Modeshaped Imperfections (M-LBMI) and Single Perturbation Load Imperfections (SPLI) for composite cylindrical shell with and without cutout are investigated. In order to evaluate the numerical results composite cylinder with stacking sequence of [90/+23/-23/90] are manufactured by using filament winding method and buckling tests are performed under axial loading. Non-linear numerical results in cylinder with and without cutout are close together and have good agreement with experimental data. It was concluded that buckling load predicted by SPLI and modified LBMI method on cylinder with cutout is close to result of case without apply geometric imperfections. In summary, it was concluded that cutout on the cylinder body act as an imperfection to trigger buckling of the structures so there is no need to apply geometrical imperfections.

۱- مقدمه  
 فشاری محوری بالاتری نسبت به سایر مقاطع هندسی دارد و همچنین به علت نسبت استحکام به وزن بالاتر مواد کامپوزیتی در مقایسه با مواد فلزی، استوانه های جدار نازک به علت شکل منحصر به فرد خود قابلیت تحمل بار

Please cite this article using:

F. Taheri Behrooz, M. Omidi, M. Mehrdad Shokrieh, Experimental and numerical examination of the effect of geometrical imperfection on buckling load in axially compressed composites cylinder with and without cutout, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 16, No. 6, pp. 367-377, 2016 (in Persian)

برای ارجاع به این مقاله از عبارت ذیل استفاده نمایید:



شکل ۱ نمودار [9] NASA-SP8007 diagram [9]

Fig. 1 NASA SP-8007 diagram [9]

نوشته و اجرا شد تحول عظیمی در طراحی کمانش استوانه‌های کامپوزیتی ایجاد گردید.

در پیشبرد روش‌های عددی هان و همکارانش [16,15] یک بار تحریک کننده عرضی قبل از شروع بار محوری بر روی سازه اعمال کردند، افزایش این بار عرضی میزان تحمل سازه در برابر کمانش را کاهش می‌داد تا جایی که حساسیت سازه به افزایش بار عرضی از بین می‌رفت و بار کمانشی در آن نقطه را بار کمانشی سازه معرفی می‌کردند. آن‌ها این مفهوم را از مقاله منتشر شده به زبان آلمانی اسلینگر [17] برداشت کردند. اسلینگر با انجام آزمایش و فیلم‌برداری با دوربین سرعت بالا متوجه شده بود که قبل از وقوع ناپایداری در یک نقطه یک اعوجاج محلی رخ می‌دهد. کاسترو و همکارانش [18] روش اعمال نواقص بهصورت بار تحریک کننده را بهصورت جزئی بررسی کرده‌اند. همچنین تأثیر لایه چینی بر روی نواقص در این مقاله بررسی شده است.

دگنهارد و همکارانش در سال 2010 [19] ادامه فعالیت‌ها در زمینه بررسی نواقص بهصورت اتفاقی و آماری را بررسی کرده‌اند آن‌ها برای بررسی‌های آماری از شبیه‌سازی مونت کارلو استفاده کردند و تاثیر نواقص هندسی، بارگذاری و مواد را انجام داده و متوجه شده است که نواقص هندسی بیشترین تأثیر را بر روی تغییر بار کمانش دارند.

کاسترو و همکارانش [20] در سال 2014 نحوه حل عددی هر کدام از روش‌های اعمال انواع نواقص هندسی و تأثیر آن بر روی کمانش استوانه‌های جدارنازک کامپوزیتی را مطالعه نموده و نتایج بدست آمده از روش‌های متفاوت را با یکدیگر مقایسه نموده است.

هیلبرگر و استارنر [21] ضمن مرور روش‌های سنتی و جدید در مورد اعمال نواقص هندسی، آزمایش‌های آزمایشگاهی انجام داده و نتایج را با مدل سازی عددی مقایسه کردند. آن‌ها اثر هر کدام از انواع نواقص بر روی کمانش استوانه‌های ساخته شده از مواد کربن/اپوکسی با 3 لایه چینی  $\pm 45/0/90^{\circ}$  [s],  $\pm 45/0/90^{\circ}$  [s],  $\pm 45/0/02^{\circ}$  [s] بررسی نمودند. بیسائنسی در سال 2015 [22] استوانه‌های کامپوزیتی ساخته شده از کربن را تحت بارهای فشاری محوری استاتیکی و دینامیکی بررسی کرد و به این نتیجه رسید که استوانه‌های کامپوزیتی توانایی تحمل بار پس از کمانش تا ۴۰% بار در لحظه کمانش را دارا هستند.

پدیده کمانش در استوانه‌های با وجود سوراخ ابتدا در مواد همسانگرد مورد بحث و بررسی قرار گرفت [25-23] و سپس در زمینه استوانه‌ها کامپوزیتی گسترش داده شد. بهطور کلی در زمینه کمانش در استوانه‌ها با وجود سوراخ به خصوص در استوانه‌های کامپوزیتی فعلیت‌های محدودی انجام شده است.

استوانه‌های جدارنازک کامپوزیتی امروزه در صنایع مختلفی به خصوص ساخت بدن وسایل هوایی از جمله هواپیماها، موشک‌ها و ... کاربردهای فراوانی دارند.

بهطور کلی پوسته‌های جدار نازک کامپوزیتی استحکام بالایی در تحمل تنش‌های غشایی دارند، با اعمال بارهای فشاری محوری مقدابر انرژی کرنشی غشایی افزایش می‌باید ولی بهعلت وجود نواقص هندسی که در حین ساخت به وجود می‌آید و یا نواقص در هنگام بارگذاری رفتار استوانه از حالت ایده‌آل فاصله گرفته و بخشی از انرژی کرنشی غشایی تبدیل به انرژی کرنشی خمی می‌شود. این پدیده در هنگام انتقال انرژی کرنشی غشایی به خمی به سرعت رخ می‌دهد و باعث حرکت خارج از صفحه در بدن استوانه می‌شود که با افت شدید عکس العمل بار محوری در تکیه‌گاه همراست که به آن کمانش می‌گویند.

روابط تحلیلی خطی اولیه در زمینه کمانش استوانه‌های جدارنازک توسط ساوت-ول [1] انجام گرفته است. در فرضیات ساوت-ول استوانه ایده‌آل مدل سازی شده بود ولی بهعلت وجود نواقص هندسی نتایج بدست آمده با نتایج آزمایش اختلاف زیادی داشت. روابط تحلیلی برای اعمال نواقص هندسی اولیه در استوانه‌ها در ابتدا توسط فلوجه [2]، دانل [3]، کوپتر [4] بسط داده شد. فرضیات فلوجه و دانل بهعلت این که کمانش را بهصورت رفتہ رفتہ و یکنواخت مدل سازی می‌کردند در ابتدا با شکست مواجه شد زیرا در واقع پدیده کمانش بهصورت ناگهانی رخ می‌دهد. پس از آن دانل و نون [5] روابط دانل را که قبلاً انجام شده بود بر پایه فرضیات کوپتر اصلاح کردند. یک مرور کامل از روابط تحلیلی خطی و غیرخطی با وجود نواقص هندسی و نتایج تجربی در زمینه کمانش استوانه‌های جدار نازک کامپوزیتی تا سال 1975 توسط تیسیون [6] انجام شده است. تئوری کوپتر برای تحلیل کمانش در استوانه‌های کامپوزیتی دارای نواقص هندسی توسط کارد در سال 1969 [7] استفاده شده است. او این تئوری برای شروع کمانش استفاده کرد. او نتایج گیری از روش ایجاد انحراف اولیه برای شروع کمانش استفاده کرد. او تحلیلی خود را برای سه ماده شیشه/اپوکسی، بورون/اپوکسی و بورون/آلومینیوم در دو شرط مزی ساده و گیردار انجام داد و نوع شیشه/اپوکسی را به طریق پیچش الیاف ساخت و نتایج خود را با آزمایش فشار محوری مقایسه کرد و توانست اختلاف با نتایج تجربی را به ۲۱٪ کاهش دهد. خات و وینکایا [8] با استفاده از تئوری کوپتر مودهای تقارن محوری که از حل خطی کمانش به روش مقادیر ویژه بهدست می‌آمد را بهعنوان نواقص اولیه در استوانه قرار می‌دادند. در تحلیل آن‌ها رفتار پیش از کمانش نادیده گرفته شده بود و فقط بار کمانشی محاسبه می‌شد. بهمنظور کاهش اختلاف نتایج تئوری و آزمایش در سال 1968 ناسا یک نمودار برای تحلیل کمانش استوانه‌ها تحت بار محوری طی گزارش NASA SP-8007 منتشر کرد که در آن نسبت بار واقعی کمانش به بار حاصل از نتایج تئوری ( $\rho$ ) بهعنوان ضریب کاهش<sup>1</sup> برحسب نسبت  $R/t$  ارائه می‌شود (شکل ۱) [9]. این نمودار براساس آزمون‌های کمانش بر روی استوانه‌های فلزی بهدست آمده است و بهعلت افزایش دقت ساخت و بارگذاری با پیشرفته شدن دستگاه‌های ساخت و آزمایش، نتایج بدست آمده از این نمودار امروزه بسیار محتاطانه است.

با بهوجود آمدن نرم‌افزارهای کامپیوتری مانند پستاپ<sup>2</sup> که توسط دیکسون و همکارانش [10] همچنین پاندا-2<sup>3</sup> که توسط باشیل [14-12]

<sup>1</sup> Knock-Down Factor (KDF)<sup>2</sup> POSTOP<sup>3</sup> PANDA-2

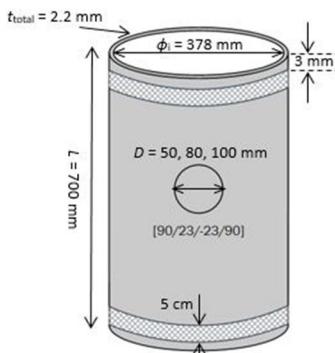


Fig. 2 Geometrical properties and stacking sequence

شکل 2 مشخصات هندسی و لایه چینی

درجه به دست آمده است. برای استخراج خواص مکانیکی در راستای ۲۳±۲ درجه عمود بر الیاف ابتدا صفحات  $300 \times 300$  mm تک جهته شیشه/اپوکسی با روش پیچش الیاف و استفاده از یک مندلر با مقطع مستطیل ساخته شده است و پس از برش نمونه‌های موردنظر و انجام آزمون‌های کشش براساس استاندارد [31] ASTM D3039 توسط دستگاه سنتنام<sup>6</sup>، خواص مکانیکی در جهت الیاف، عمود بر الیاف و ضریب پواسون بدست آمده است. برای استخراج مدول برشی، صفحات [0/90] ساخته شده و نمونه‌های دارای شیار V شکل براساس استاندارد [32] ASTM D7078 برش خورده و مدول مماسی نمونه‌های محاسبه شده است. نتایج خواص مکانیکی استخراج شده در جدول 2 ارائه شده است.

### 3- روشن انجام آزمون کمانش

دستگاه مورد استفاده برای آزمایش استوانه بدون سوراخ، دستگاه زویک رول<sup>7</sup> با ظرفیت بارگذاری 50 tons و دستگاه استفاده شده برای آزمایش استوانه‌های سوراخ دار، دستگاه سنتنام با ظرفیت بارگذاری 15 tons است. نتایج استخراج شده از دستگاه‌های استفاده شده برای آزمون کمانش نمودار بار بر حسب کوتاه‌شدگی طول استوانه است. انجام آزمون کمانش به روش کنترل جابجایی و سرعت حرکت فک متحرک به منظور بارگذاری 0.01 mm/s است. شرایط مرزی دو انتهای استوانه به صورت گیردار است. در استوانه‌های سوراخ دار و بدون سوراخ به منظور کنترل یکنواخت بودن بارگذاری در دوطرف استوانه کرنش سنج در نزدیکی لبه‌های بارگذاری و در راستای محور استوانه نصب شده است. علاوه بر این در استوانه‌های با وجود سوراخ، برای بررسی رفتار استوانه در اطراف سوراخ و مقایسه آن با قسمت بدون سوراخ استوانه، کرنش سنج‌هایی در راستای طولی و محیطی در اطراف سوراخ و در ناحیه مقابل سوراخ در طرف دیگر استوانه نصب شده است. "شکل 3" محل نصب

جدول 2 خواص مکانیکی و کسر حجمی الیاف

Table 2 Mechanical properties and fiber volume fraction

نام	مقدار	پارامتر
$E_x$	35.5 (GPa)	مدول الاستیک در راستای الیاف
$E_y$	5.4 (GPa)	مدول الاستیک در راستای عمود بر الیاف
$E_s$	4.085 (GPa)	مدول برشی
$\vartheta_{xy}$	0.3	ضریب پواسون
$V_f$	56%	کسر حجمی الیاف

<sup>6</sup> SANTAM  
<sup>7</sup> Zwic Roell

هیلبرگ و همکارانش [26] کمانش با وجود سوراخ در استوانه‌های کامپوزیتی به روش تحلیلی را بررسی و با نرم افزار<sup>1</sup> STAGS<sup>2</sup> و نتایج تجربی مقایسه کردند. مدل سازی عددی هیلبرگ [26] در نرم افزار STAGS انجام شده بود و تقریباً [27] مدل او را در نرم افزار آباکوس<sup>3</sup> مدل سازی کرد و به تطابق نتایج پرداخت. اوریفیشی و بیسگانی در سال 2013 [28] روش بار تحریک کننده عرضی (SPLI) را برای استوانه‌های با وجود سوراخ بررسی کردند. آربلو و همکارانش [29] تغییرات قطر سوراخ و نسبت شعاع به ضخامت پوسه را برای صفحات و استوانه‌های سیلیندری به روش SPLI بررسی کردند. ولی این فعالیت‌ها [29,28] در زمینه استوانه سوراخ دار همراه با آزمون تجربی کمانش و بررسی میزان صحت نتایج نبوده است.

در این مقاله تحلیل کمانش در یک استوانه کامپوزیتی با ابعاد هندسی و لایه چینی مشخص با و بدون سوراخ دایروی تحت بار محوری فشاری با روش<sup>-</sup> های حل عددی خطی و غیرخطی انجام شده است. جهت اعمال عیوب هندسی با روش اصلاح شده استفاده از شکل مودهای خطی کمانش به عنوان نواقص (M-LBMI<sup>4</sup>) و روش بار تحریک کننده عرضی (SPLI<sup>4</sup>) و برای بررسی میزان صحت هر کدام از روش‌ها آزمون‌های کمانش انجام گرفته است و نتایج با یکدیگر مقایسه شده و در مورد عل اختلاف نتایج بحث شده است.

## 2- آزمون تجربی کمانش

### 2-1- مشخصات هندسی نمونه‌ها

براساس نیازهای این پژوهش 4 عدد استوانه مشابه بدون سوراخ با طول 700 mm، قطر 189 mm و ضخامت 2.2 mm و 3 عدد استوانه دارای سوراخ به ترتیب با قطر سوراخ 50, 80, 100 mm به روش پیچش الیاف ساخته و آزمایش شده است. محل سوراخ در هر استوانه در وسط بدنه و تعداد سوراخ در هر استوانه یک عدد می‌باشد. جدول 1 جزئیات مشخصات هندسی هر نمونه را نمایش داده است.

لایه چینی انجام گرفته به صورت [90/23/-23/90] و میزان ضخامت در هر لایه 0.55 mm است. "شکل 2" مشخصات هندسی و لایه چینی استوانه‌ها را نمایش داده است.

### 2-2- تعیین خواص مکانیکی مواد

رزین مورد استفاده در ساخت این نمونه‌ها رزین اپوکسی کد LY556 تولید شده توسط شرکت هانتسمن است. الیاف استفاده شده الیاف شیشه روینگ<sup>5</sup> از نوع E با تکس 2400 است. نحوه ساخت استوانه‌ها به روش پیچش الیاف و عرض هر دسته الیاف 5 cm است. براساس استاندارد [30] ASTM D3171 با سوزاندن نمونه‌ها کسر حجمی الیاف بین 55% تا 57% و زاویه پیچش

جدول 1 مشخصات هندسی نمونه‌ها (ابعاد بر حسب میلی‌متر)

Table 1 Geometrical properties of samples (dimensions in mm)

نام نمونه	قطر داخلی	ضخامت متوسط	طول استوانه	قطر سوراخ
----	700±2	2.1±0.1	378	A2
----	700±2	2.1±0.1	378	A3
----	700±2	2.1±0.1	378	A4
50±1	700±2	2.1±0.1	378	B50
80±1	700±2	2.1±0.1	378	B80
100±1	700±2	2.1±0.1	378	B100

<sup>1</sup> Structural Analysis of General Shells<sup>2</sup> ABAQUS<sup>3</sup> Modified – Linear Buckling Modeshaped Imperfections<sup>4</sup> Single Perturbation Load Imperfections<sup>5</sup> Roving

فیکسچر بر روی نمونه یک پیش بار بین 2 kN تا 3 kN بر روی نمونه ها قرار داده می شود و دستگاه سپس شروع به ضبط نتایج می کند.

در استوانه های بدون سوراخ برای اطمینان از صحت نتایج، نمونه های A2, A3, A4 با ابعاد و لایه چینی یکسان مورد آزمون قرار گرفته اند و "شکل 6" نمودار بار بر حسب کوتاه شدن طول استوانه در این سه نمونه را نمایش می دهد. در ابتدای بار گذاری به دلیل وجود اصطکاک در اجزاء فیکسچر و گریپ ها و عدم انتقال کامل بار به کل استوانه نمودار "شکل 6" در بارهای پابین غیرخطی بوده ولی بعد از آن تا لحظه کمانش رفتار به صورت خطی ادامه می یابد.

در استوانه های بدون سوراخ کمانش به صورت کاملا ناگهانی و همراه با یک صدای شدید و بلند رخ می دهد، در هنگام کمانش بار به صورت ناگهانی کاهش می یابد به طور مثال در نمونه A3 بار از حدود 191 kN در لحظه کمانش به 9 kN در لحظه پس از کمانش کاهش می یابد. مطابق "شکل 6" ملاحظه می شود که رفتار هر سه نمونه آزمایش شده تا قبل از کمانش مشابه یکدیگر است که نمایانگر دقت ساخت یکسان در استوانه است و بارهای کمانش در نمونه های متفاوت از حدود 170 kN تا 190 kN متفاوت است.

جدول 3 بارهای کمانش در هر سه نمونه را نشان می دهد.

در لحظه پس از کمانش مودهای کمانش بر روی بدن استوانه ظاهر می شود، "شکل 7" استوانه در لحظه پس از کمانش را نمایش می دهد.

به منظور بررسی یکنواخت بودن بار گذاری مقادیر کرنش های محوری 1

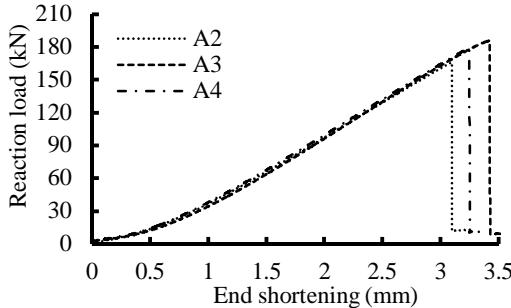


Fig. 6 Results of buckling test for cylinder without cutout

شکل 6 نتایج آزمون کمانش استوانه های بدون سوراخ

جدول 3 مقادیر بار کمانش در نمونه های استوانه بدون سوراخ

Table 3 Buckling load in cylinders without cutout

کاهش طول در هنگام کمانش (mm)	بار کمانشی (kN)	شماره نمونه
3.02	170.991	A2
3.52	191.803	A3
3.23	184.356	A4
3.22	182.383	میانگین



Fig. 7 Cylinder after buckling

شکل 7 استوانه پس از کمانش

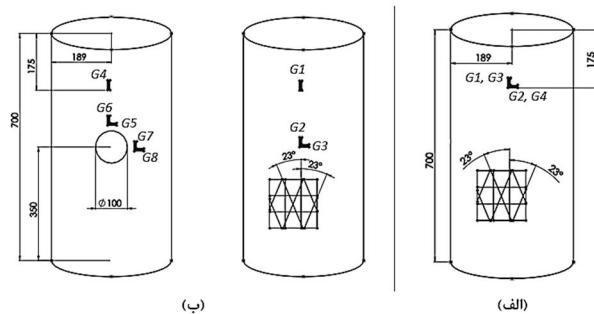


Fig. 3 Location of strain gages cylinder, A. without cutout and B. with cutout

شکل 3 شماتیک قرار گیری کرنش سنج استوانه الف. بدون سوراخ ب. سوراخ دار (دو طرف استوانه)

کرنش سنج ها بر روی نمونه را نمایش می دهد. برای استخراج مقادیر کرنش سنج ها از دستگاه داده بردار TMR-211 استفاده شده است. برای افزایش صحت در یکنواخت بودن بار گذاری فیکسچری طراحی شده است که نواقص بار گذاری ناشی از غیر یکنواخت بودن سطح بار گذاری را پوشش دهد. برای این منظور بین صفحه اعمال بار از طرف دستگاه آزمون و صفحه اعمال بار بر روی استوانه یک گلوله کروی قرار می گیرد تا صفحه ای که صفحه اعمال بار بر روی استوانه ای ایجاد شده است که از هر انتهای پوسته استوانه به اندازه 3mm درون آن می رود و به منظور جلوگیری از خرابی لبه های بار گذاری و انتقال بار به پوسته استوانه دو انتهای استوانه با نوارهایی به عرض 5 cm و ضخامت 1.5 mm تقویت شده است. "شکل 5" شرایط تقویت دو انتهای استوانه و قرار گیری لبه های بار گذاری درون فیکسچر را نمایش می دهد.

پس از انجام آمده سازی نمونه ها، نصب فیکسچرها بر روی دستگاه و نصب کرنش سنج ها بر روی نمونه و اتصال آن ها به دستگاه داده بردار، آزمون کمانش انجام می شود. در ابتدا برای اطمینان از قرار گیری صحیح و کامل

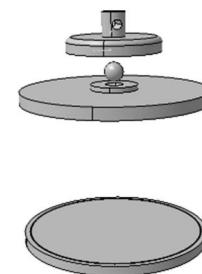


Fig. 4 Schematic of buckling test fixture

شکل 4 نمای کلی فیکسچر آزمون کمانش

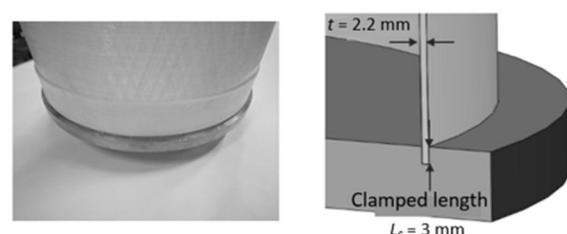


Fig. 5 Installation and reinforcement edge of cylinder

شکل 5 قرار گیری لبه های درون فیکسچر و تقویت محل بار گذاری

جدول 4 مقادیر بار کمانش و کاهش طول تا لحظه کمانش در استوانه‌های سوراخ دار			
Table 4 Buckling load and corresponded end shortening			
نام نمونه	قطر سوراخ (mm)	بار کمانش (kN)	کاهش طول (mm)
2.64	119.275	50	B50
2.29	102.372	80	B80
2.21	91.493	100	B100

در سطح سوراخ دار استوانه را نمایش می‌دهد. رفتار کرنش‌سنچ 4 که در نزدیکی محل بارگذاری نصب شده است ابتدا با توجه به فشاری بودن بار نمایش‌دهنده رفتار فشاری درون صفحه‌ای است ولی با افزایش بار در حدود باری برابر با 0.6 بار کمانش رفتار برون‌صفحه‌ای در آن ناحیه مشاهده می‌گردد به صورتی که بخشی از کرنش فشاری در آن ناحیه برداشته می‌شود ولی بار فشاری تا هنگام کمانش بر روی استوانه باقی می‌ماند.

رفتار کرنش‌سنچ‌های 6 و 7 نشان دهنده پیچیده بودن جاجایی‌ها در اطراف سوراخ است به طوری که مشاهده می‌شود در ابتدا گرچه کرنش‌ها به صورت فشاری است ولی مقادیر آن‌ها کمتر از کرنش‌سنچ 4 می‌باشد که این پدیده تعامل کرنش‌های غشایی و خمشی (درون و برون صفحه‌ای) در اطراف سوراخ را نمایش می‌دهد. گرچه در ابتدا مقادیر کرنش‌های 6 و 7 منفی است ولی در ادامه با ایجاد رفتار برون‌صفحه‌ای در نقاط متناظر با آن‌ها مقادیر آن‌ها مثبت می‌شود.

کرنش‌سنچ 5 در نقطه متناظر با قرارگیری کرنش‌سنچ 6 و در راستای محیطی نصب شده است و همواره مقادیر کرنش منفی را نمایش می‌دهد که نمایش دهنده حرکت رو به داخل پوسته استوانه در محل ساعت 12 است. کرنش‌سنچ 8 در نقطه متناظر با قرارگیری کرنش‌سنچ 7 و در راستای محیطی نصب شده است و همواره مقادیر کرنش مثبت را نمایش می‌دهد که نمایش دهنده حرکت رو به بیرون پوسته استوانه در محل ساعت 3 است. نرخ بالای کرنش در کرنش‌سنچ طولی 7 و حرکت برون‌صفحه‌ای آن ناحیه به سمت بیرون استوانه می‌تواند شروع کنند و عامل اصلی ناپایداری در استوانه باشد.

وقوع کمانش در استوانه‌های سوراخ دار به صورت محلی و فقط در اطراف سوراخ رخ می‌دهد و بقیه نواحی دچار اعوجاج غیرقابل بازگشت نمی‌شوند. "شکل 11" استوانه B80 قبل و پس از کمانش را نمایش می‌دهد.

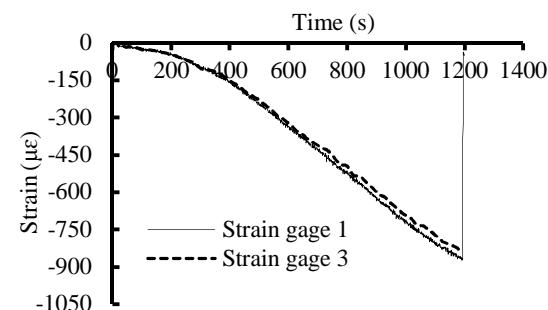
### 3- تحلیل عددی کمانش

مشخصات هندسی و خواص مکانیکی استفاده شده در حل عددی مشابه با نمونه‌های آزمایشگاهی انتخاب شده است و شرایط مرزی با توجه به نوع قرارگیری نمونه در فیکسجر به صورت گیردار انتخاب شده است. نوع المان انتخاب شده با توجه به نوع هندسه و جنس کامپوزیتی نمونه به صورت المان 4 گرهی پوسته عمومی S4R که معادلات تغییر شکل‌های برشی مرتبه اول بر آن حاکم است استفاده شده است. در استوانه بدون سوراخ همگرایی مشاهده در تعداد 56 المان در راستای طولی و 92 المان در راستای محیطی همگرا شده است. برای استوانه‌های با وجود سوراخ علاوه بر همگرایی کلی مش در سرتاسر سازه باید همگرایی مشاهده در اطراف سوراخ نیز بررسی شود. در استوانه با سوراخی به قطر 50 mm 50 پس از جداسازی یک مربع از کل استوانه با ضلع 200 mm به مرکزیت سوراخ، در تعداد 30 المان در راستای محیطی اطراف سوراخ و 14 المان در راستای شعاعی با نسبت تراکم 5 (نسبت بزرگترین به کوچکترین المان) همگرایی رخ داده است. "شکل 12" نمایی از استوانه‌ها با مشبندی همگرا شده را نمایش می‌دهد.

و 3 در دو طرف استوانه A4 در "شکل 8" ارائه شده است (محل کرنش سنچ‌ها در "شکل 3" موجود است). مشاهده می‌شود که بیشترین اختلاف کرنش در دو طرف استوانه حدود 3% است که نشان‌دهنده بارگذاری تقریباً یکنواخت است.

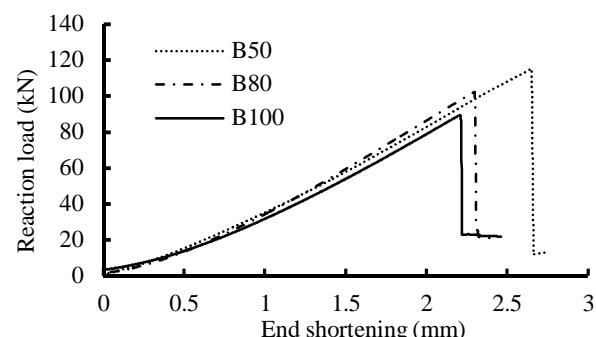
تحویه آماده‌سازی آزمون استوانه‌های سوراخ دار و بدون سوراخ یکسان است، "شکل 9" نمودار بار بر حسب جابجایی را در هر سه نمونه و جدول 4 مقادیر بار کمانش و مقدار کوتاهش‌گی طول استوانه در هنگام کمانش را نمایش می‌دهد. رفتار هر سه نمونه با وجود تغییرات در اندازه سوراخ تا قبل از کمانش یکسان است ولی با افزایش اندازه قطر سوراخ میزان بار کمانش و کاهش طول در هنگام کمانش کاهش می‌یابد. مشابه استوانه‌های بدون سوراخ رفتار نمودار در ابتدای غیرخطی است و سپس تا لحظه کمانش به صورت خطی ادامه می‌یابد. برخلاف استوانه‌های بدون سوراخ که تا لحظه کمانش هیچ آثاری از ناپایداری و اعوجاج در استوانه مشاهده نمی‌شود، در استوانه‌های سوراخ دار در حین انجام آزمون پوسته استوانه در اطراف سوراخ به طور مشهودی دچار اعوجاج می‌گردد و اطراف سوراخ در محل ساعت‌های 3 و 9 به سمت بیرون شروع به حرکت می‌کند ولی رفتار نمودار بار-کوتاه شدگی همواره خطی است تا این که در لحظه کمانش با یک اعوجاج ناگهانی و زیاد در اطراف سوراخ، کمانش محلی رخ می‌دهد و مقدار بار در لحظه پس از کمانش نیز به صورت ناگهانی افت زیادی می‌کند. همچنین در حین بارگذاری فشاری صدای های شنیده می‌شود که همراه با تغییر رنگ اطراف سوراخ است که این پدیده نمایش دهنده ایجاد شکست در الیاف، جدایش لایه‌ها و یا انواع خرایی‌ها در اطراف سوراخ تا قبل از ناپایداری است. رفتار جابجایی پوسته در اطراف سوراخ بسیار پیچیده است و برای مشاهده دقیق این رفتار باید نتایج کرنش‌سنچ‌ها بررسی شود.

شکل 10-الف مقادیر کرنش‌های محوری و 10-ب کرنش‌های محیطی



شکل 8 کرنش‌های طولی در دو طرف استوانه

شکل 8 کرنش‌های طولی در دو طرف استوانه



شکل 9 نتایج آزمون کمانش استوانه‌های سوراخ دار

شکل 9 نتایج آزمون کمانش استوانه‌های سوراخ دار

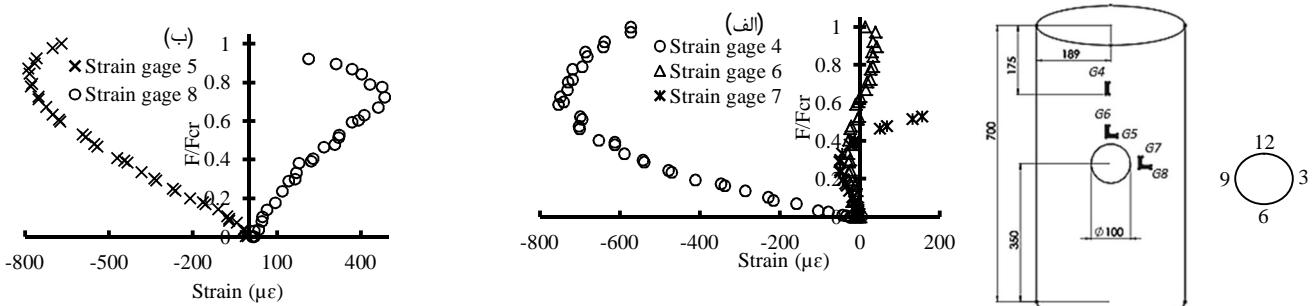


Fig. 10 A. Longitudinal strain around cutout

B. Circumferential strain around cutout

شکل 10 الف. کرنش‌های طولی در اطراف سوراخ ب. کرنش‌های محیطی اطراف سوراخ

تغییر فاکتور دمپینگ، مقدار  $1e-7$  افت ناگهانی عکس العمل بار را در حل به خوبی نمایش می‌دهد. انتخاب نامناسب فاکتور دمپینگ باعث می‌شود که در هنگام کمانش عکس العمل بار به صورت یکنواخت افت پیدا کند. در این مقاله حل‌های خطی کمانش و روش‌های اعمال نواقص هندسی به روش اعمال بار انحرافی و روش اصلاح شده استفاده از شکل‌مودهای کمانش خطی به عنوان نواقص که توسط نویسنده اصلاح شده است در دو حالت استوانه‌های سوراخ دار و بدون سوراخ ارائه می‌گردد.

### 3-1- حل عددی برای استوانه‌های بدون سوراخ

حل خطی عددی در پوسته‌های استوانه‌ای تبدیل به یک مسئله مقدار ویژه می‌شود که مقادیر ویژه آن بارهای کمانش و بردارهای ویژه متناظر با آن‌ها شکل‌مودهای کمانش را نمایش می‌دهد. در استوانه‌های بدون سوراخ این حل به علت ایده‌آل در نظر گرفتن پوسته همواره نتایج غیرواقع‌بینانه و غیر محتاطانه‌ای را ارائه می‌دهد. با توجه به این که شکل‌مودهای کمانش در لحظه کمانش بر روی استوانه ظاهر می‌گردد می‌توان آن‌ها را با یک ضریبی از اندازه ضخامت بر روی پوسته ایده‌آل استوانه قرار داد. تغییرات شکل‌مود به صورت نامنظم بار کمانش را در یک محدود با اختلاف کم ثابت نگه می‌دارد همچنین رفتار سفتی استوانه قبل از کمانش را تغییری نمی‌دهد ولی افزایش اندازه نواقص باعث کاهش هم در رفتار سفتی قبل از کمانش و هم بار کمانشی می‌شود. به علت این که شکل نواقص در استوانه به صورت کاملاً اتفاقی است و در نتیجه بارهای بدست آمده از شکل مودهای متفاوت نتایج متفاوت ولی نزدیک به یکدیگر را پیش‌بینی می‌نماید از بین انواع شکل مودهای متفاوت، شکل‌مودی که بار کمانشی متناظر با آن بیشترین احتمال به وقوع پیوستن در تابع چگالی نرمال احتمال را دارد به عنوان شکل نواقص برای اعمال بر روی استوانه انتخاب می‌شود. همچنین برای انتخاب اندازه نواقص با توجه به "شکل 13" در اندازه نواقص بیشتر از 0.2 برابر ضخامت افت محسوس عکس العمل بار در لحظه پس از کمانش مشاهده نمی‌شود بنابراین اندازه نواقص در بازه 0 تا 0.2 برابر ضخامت برای اعمال بر روی استوانه مناسب است. برای ایجاد ریسک پایین در نتایج از 25 درصد پایین این بازه یعنی 0.18 برابر ضخامت به عنوان اندازه نواقص استفاده می‌شود.

"شکل 14" نمودار بار کمانش حاصل از روش غیرخطی اعمال نواقص به روش شکل مود هندسی را به ازای نواقص به اندازه 0.18 برابر ضخامت، در شکل نواقص متناظر با شکل مودهای متفاوت نمایش می‌دهد. شکل مود انتخاب شده به عنوان الگوی اعمال نواقص هندسی بر روی استوانه شکل مودی است که بار کمانش متناظر با آن نزدیکترین عدد به مقدار میانگین

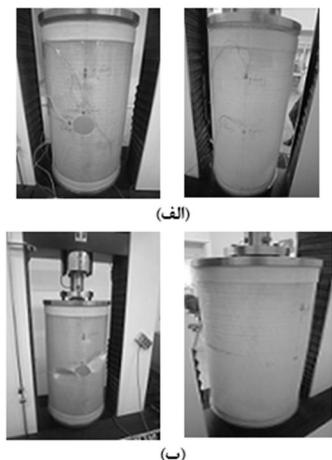


Fig. 11 B80 cylinder A. Before buckling B. After buckling

شکل 11 استوانه B80 الف. قبل از کمانش ب. پس از کمانش

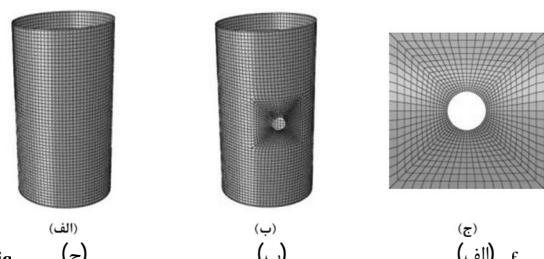


Fig. 12 الف. مش بندی استوانه بدون سوراخ ب. مش بندی استوانه سوراخ دار

ج. جزئیات مش بندی در اطراف سوراخ

نرم‌افزار استفاده شده برای حل عددی نرم‌افزار [33] ABQAQUAUS است. در این مقاله دو نوع روش حل استفاده شده است. برای حل عددی به روش خطی کمانش از روش حل مسئله مقدار ویژه استفاده می‌شود که می‌تواند مقادیر بارهای کمانش و شکل مودهای متناظر با هر کدام را استخراج کند. برای بررسی تأثیر اعمال نواقص هندسی و همچنین بررسی رفتار بار-جایگایی در حین بارگذاری از حل غیرخطی استاندارد ضمنی استفاده می‌شود. مانند شرایط آزمون کمانش یک جایگایی با سرعت یکسان با شرایط بارگذاری در آزمون تجربی، بر روی تمامی نودهای سطح بارگذاری اعمال می‌شود. در مسائلی مانند کمانش که سطح انرژی کرنشی در لحظه کمانش به طور ناگهانی کاهش می‌یابد برای بدست آوردن نتایج غیرمحاطانه باید فاکتور دمپینگ را تنظیم کرد، در این مسئله با بررسی همگرایی نتایج با

مشخص بار عرضی که  $P_1$  نامیده می‌شود، هرچه مقدار آن افزایش باید بار کمانش تغییر نمی‌کند. بار کمانش ثابت  $N_1$  نامیده شده و آن به عنوان ظرفیت بار کمانش محوری در نظر گرفته می‌شود. در "شکل 16" نتیجه این روش با روش اعمال نواقص هندسی به روش شکل مود خطی مقایسه شده است. نسبت بار محاسبه شده در هر روش به بار کمانش در حالت خطی  $KDF$  و مقدار جابجایی شعاعی متناظر با اعمال بار انحرافی ۵ است. مقدادر  $KDF$  در هر دو روش همگرا می‌شود ولی در روش SPLI اصول انتخاب بار کمانش بر روی همگرایی  $KDF$  است و در اندازه ۰.۸۷ همگرا می‌شود. روش LBMI نیز در گذشته بر مبنای همگرایی نتایج بوده است و همان گونه که در "شکل 15" مشهود است نتایج محatabانه‌ای را پیش‌بینی می‌کند ولی با اصلاح این روش [34] مشخص شده است که انتخاب بار کمانش در روش LBMI بدین صورت مناسب نمی‌باشد و اندازه نواقص باید در محدوده کمتر از ۰.۲ برابر ضخامت باشد که برای یک انتخاب محatabانه اندازه ۰.۱۸ برابر ضخامت انتخاب شده است و  $KDF$  متناظر با آن ۰.۸۵ است که نتیجه آن نزدیک به نتیجه روش SPLI است.

### 3-2- حل عددی برای استوانه سوراخ دار

در استوانه‌های با وجود سوراخ به علت تمرکز تنش در اطراف سوراخ، در صورتی که اطراف سوراخ تقویت نشده باشد ناپایداری ابتدا در نواحی اطراف سوراخ رخ می‌دهد. "شکل 17" شکل مودهای کمانش و بار کمانش متناظر با آنها را در استوانه سوراخ دار با قطر سوراخ ۵۰ mm نمایش می‌دهد. حل خطی کمانش استوانه‌های سوراخ دار بارهای کمانش پایین‌تر را در اطراف سوراخ دچار شکل مودهایی نمایش می‌دهد که پوسته استوانه را در اطراف سوراخ دچار اعوجاج کرده‌اند و بارهای کمانشی متناظر با شکل مودهایی که سرتاسر استوانه را دچار اعوجاج کرده‌اند نزدیک به بار کمانش خطی در حالت استوانه بدون سوراخ است.

برای بررسی کمانش استوانه‌های سوراخ دار به روش غیرخطی علاوه بر اعمال نواقص هندسی که در قسمت استوانه‌های بدون سوراخ انجام شده است، می‌توان فرض کرد که وجود سوراخ استوانه را از حالت متقابله محوری خارج می‌کند و بنابراین خود سوراخ به عنوان یک نقص در بدنه استوانه عمل کرده و باعث شروع کمانش می‌شود.

برای استفاده از روش اعمال نواقص هندسی به شکل مودهای خطی باید این فرضیه را در نظر گرفت که نواقص هندسی در سرتاسر استوانه وجود دارد و همان‌گونه که در "شکل 17" مشخص است شش شکل مود اول فقط اعوجاج در اطراف سوراخ را نمایش می‌دهند و برای استفاده به عنوان الگوی نواقص هندسی مناسب نیستند و باید از شکل مودهایی استفاده کرد که

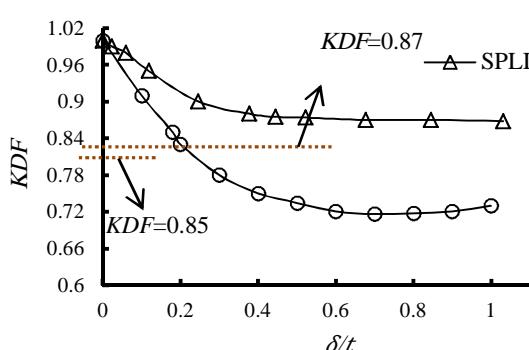


Fig. 16 Comparison M-LBMI and SPLI methods

شکل 16 مقایسه روش‌های M-LBMI و SPLI

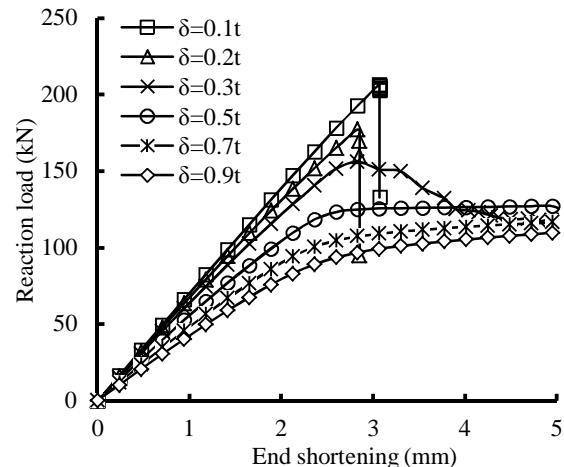


Fig. 13 Reaction load - End shortening curves for different amplitude of imperfections

شکل 13 نمودار عکس العمل بار بر حسب جابجایی به ازای اندازه نواقص متفاوت

بارهای کمانش حاصل از اعمال شکل مودهای متفاوت به عنوان نواقص هندسی است. بار کمانش متناظر با این شکل مود بیشترین مقدار را در نمودار توزیع چگالی احتمال دارد که در "شکل 15" نمایش داده شده است.

روش بار انحرافی عرضی که توسط هان و همکاران [17,16] پیشنهاد شده، روشنی بسیار مرسوم است که در زمینه کمانش استوانه‌های جدار نازک بسیار مورد استفاده قرار می‌گیرد. در این روش ابتدا یک بار متکر تحریک کننده شعاعی (SPL) در بدنه پوسته اعمال می‌شود، سپس بار فشاری محوری تا زمانی اعمال می‌شود که کمانش افزایش می‌یابد. مراحل ذکر شده مجدد تکرار می‌گردد و در هر مرحله بار تحریک کننده افزایش می‌یابد. با افزایش بار تحریک کننده میزان کاهش می‌یابد تا این که در یک مقدار

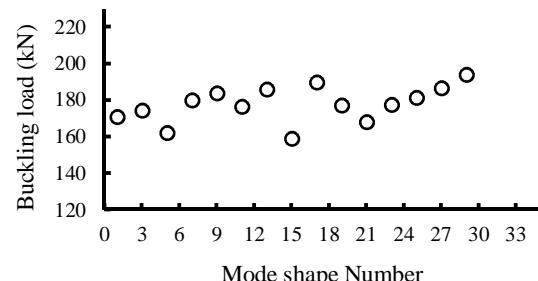


Fig. 14 Buckling load in LBMI method for  $\delta = 0.18t$

شکل 14 بار کمانش در نواقص به شکل مودهای متفاوت با اندازه ۰.۱۸ برابر ضخامت

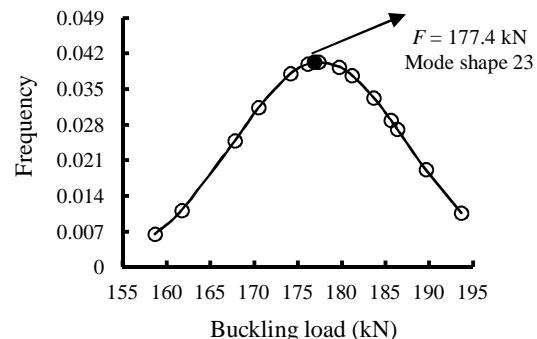
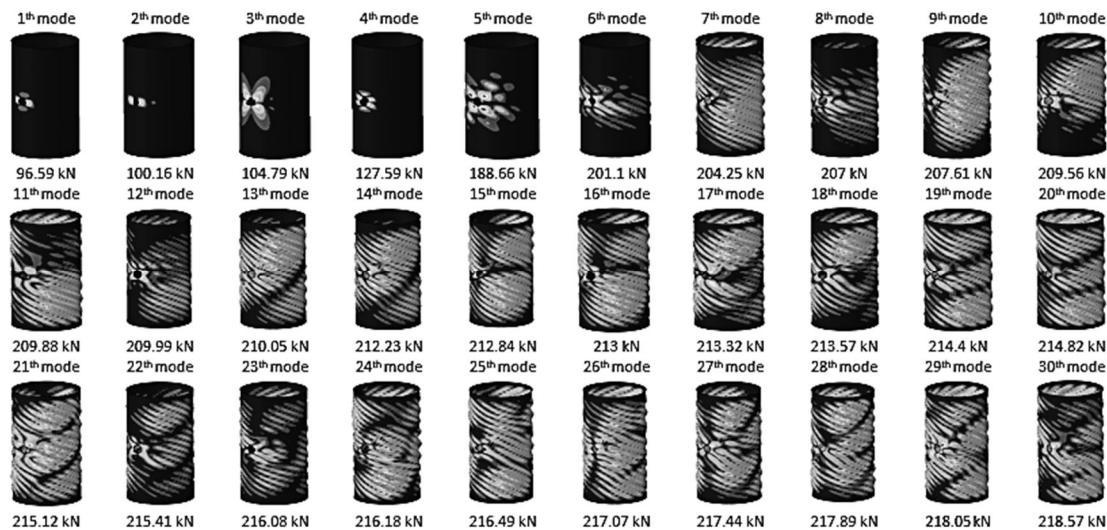


Fig. 15 Probability density function for buckling load

شکل 15 توزیع نرمال احتمال بارهای کمانش



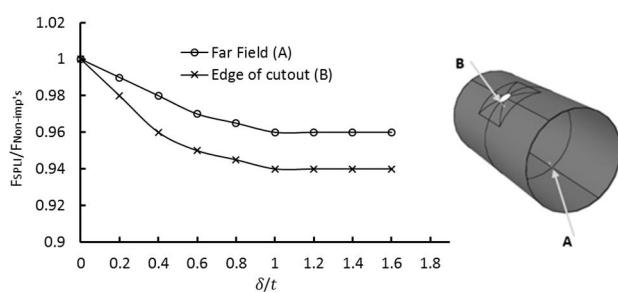
**Fig. 17** The first thirty modeshape of linear buckling in cylinder with 50 mm diameter cutout

شکل 17 سی شکل مود اول کمانش خطی استوانه سوراخ دار با قطر سوراخ 50 mm

استفاده از روش اعمال بار انحرافی (SPLI) مشابه حالت استوانه بدون سوراخ است با این تفاوت که با از بین رفتن تقارن محوری در استوانه با وجود سوراخ، محل اعمال بار انحرافی همیت پیدا می‌کند و برای بررسی آن مطابق "شکل 20" نتایج یک بار با اعمال بار انحرافی در لبه سوراخ و یک بار دور از سوراخ برای استوانه با قطر سوراخ 50 mm استخراج شده است. در این شکل نسبت بار کمانش در روش اعمال بار انحرافی به روش بدون اعمال بار انحرافی را نمایش می‌دهد. در هر دو حالت محل اعمال بار انحرافی، نتایج در قسمت همگرا شده بین 4 درصد برای حالتی که بار انحرافی دور از سوراخ باشد تا 6 درصد برای حالتی که بار انحرافی در لبه سوراخ باشد، کمتر از روش بدون اعمال نواقص هندسی است که این پدیده نشان‌دهنده تاثیر ناچیز بار انحرافی بر روی بار کمانش در استوانه با وجود سوراخ است. مقدار بار کمانش در حالت بدون اعمال نواقص هندسی 118.36 kN است و برای اختیاط بیشتر در پیش‌بینی بار کمانش به روش SPLI نتیجه با اعمال بار انحرافی در لبه سوراخ در نظر گرفته می‌شود که مقدار آن 111.25 kN محاسبه می‌شود.

4- مقایسه نتایج عددی و تجزیی

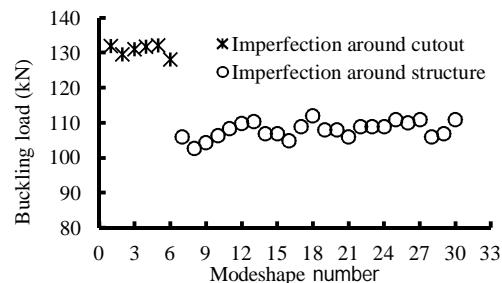
مسئله کمانش استوانه‌های سوراخدار و بدون سوراخ با روش‌های متفاوت عددی انجام شده است و برای سنجش میزان صحت نتایج عددی در روش‌های متفاوت آزمون‌های کمانش برای استوانه بدون سوراخ و 3 استوانه با وجود سوراخ دایری با قطرهای 50, 80, 100 mm انجام شده است. در روش



**Fig. 20** Ratio of buckling load With perturbation load to without it in two area

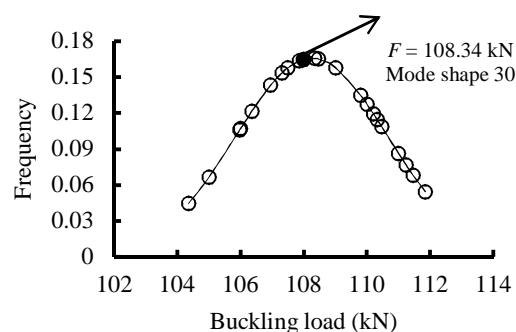
**شکل ۲۰** نسبت بار کمانش در روش SPLI به روش بدون اعمال نوافع در دو ناحیه اعمالاً، با انجاف.

اعوجاج در سرتاسر بدنه استوانه را نمایش می دهد. مشابه استوانه های بدون سوراخ "شکل 18" نمودار بار کمانش حاصل از روش غیرخطی اعمال نواقص به روشنگ مود هندسی را به ازای نواقص به اندازه 0.18 برابر ضخامت، در شکل نواقص متناظر با شکل مودهای متفاوت نمایش می دهد و "شکل 19" نمودار توزیع چگالی احتمال برای آن دسته از بارهای کمانش که شکل مود متناظر با آنها اعوجاج در سرتاسر پوسته استوانه است (شکل مود 7 تا 30) را نمایش می دهد. بیشترین احتمال به وقوع پیوستن مربوط به بار کمانش N k با الگوی نواقص هندسی مشابه شکل مود 30 می باشد.



**Fig. 18** Buckling load in different modeshape patterns imperfections and  $\delta = 0.18t$  in cylinder with 50 mm cutout

شکل 18 بارکمانش در نواصی به شکل مودهای متفاوت با اندازه 0.18 برابر 50 mm



**Fig. 19** Probability density function for buckling load with 50mm cutout

شکل ۱۹ توزیع نرمال احتمال پارهای کمانش در استوانه با قطر سو را خ 50 mm

جدول 5 مقادیر بار کمانش،  $KDF$  حاصل از روش های متفاوت و اختلاف نتایج با مقادیر تجربی در استوانه بدون سوراخ

Table 5 Buckling load and corresponding  $KDF$  in different method in cylinder without cutout

نسبت بار کمانش به بار اصراف از کمانش در حل خطی (%)	بار کمانش ( $KDF$ )	نتایج آزمایش (kN)	روش
13	1	207.32	حل خطی
-----	0.88	182.38	میانگین نتایج آزمایش
-0.4	0.87	181.57	حل غیرخطی (بار انحرافی)
-2.7	0.85	177.4	حل غیرخطی (اصلاح شده)
-31	0.6	124.39	نوافض با شکل مود خطی (NASA SP-8007)

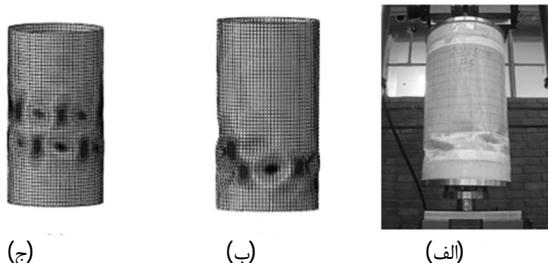


Fig. 22 Cylinder after buckling A. Buckling test B. SPLI method C. M-LBMI method

شکل 22 استوانه پس از کمانش الف. آزمون کمانش ب. روش SPLI ج. روش LBMI

نتایج آزمون کمانش در قسمت خطی نزدیک به همدیگر است. در روش های عددی غیرخطی با اعمال نوافض هندسی قبل از کمانش نمودار اندکی از حالت خطی انحراف پیدا می کند و تا لحظه کمانش شبیب آن کاهش می یابد. جدول 6 مقادیر بار کمانش حاصل از روش های متفاوت و درصد خطای هر روش را نسبت به نتیجه آزمون کمانش برای استوانه با قطر سوراخ 50 mm ارائه داده است.

مشاهده می شود که تمامی روش ها نتایج محتاطانه ای را نسبت به بار تجربی کمانش محاسبه کرده اند ولی روش حل خطی مربوط به کمانش محلی در پیش بینی بار کمانش نتایج محتاطانه تری را نسبت به سایر روش ها پیش بینی کرده است. برخلاف استوانه های بدون سوراخ که نتایج بار کمانش

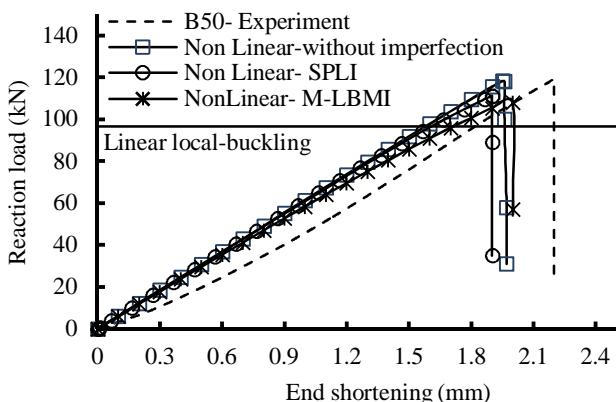


Fig. 23 Reaction load - End shortening in different method for cylinder with 50 mm cutout

شکل 23 بار بر حسب کوتاه شدنی دو سر استوانه با قطر سوراخ 50 mm

عددی استوانه های سوراخ دار فقط روش حل و نتایج استوانه سوراخ دار با قطر 50 mm ارائه شده است و استوانه با قطر سوراخ های دیگر نیز به روش مشابه انجام می گردد و در این قسمت فقط نتایج آنها ارائه می گردد.

"شکل 21" نمودار بار بر حسب کوتاه شدنی دو سر استوانه در روش های عددی غیرخطی انجام شده و نتایج آزمون کمانش نمایش داده شده است. در ابتدای نمودارهای آزمون کمانش به علت این که در ابتدای آزمون، بار به طور کامل در استوانه پخش نشده است به صورت غیرخطی ادامه می یابد و شبیه نمودارهای روش های متفاوت عددی و نتایج آزمایش در قسمت خطی یکسان است. در این نمودار بار کمانش به روش خطی و روش NASA SP-8007 نیز ارائه شده است. جدول 5 مقادیر بارهای کمانش حاصل از روش های متفاوت عددی و میانگین نتایج آزمایش را ارائه داده است. مقادیر حاصل از بار کمانش خطی، ظرفیت بالا و البته غیر واقع بینانه را در مقایسه با نتایج آزمون پیش بینی می کند و همچنین نتایج NASA SP-8007 و دو روش غیرخطی اعمال بار SPLI و استفاده از مودهای خطی کمانش (M-LBMI) به عنوان نوافض ظرفیت بار کمانش را پایین تر از بار کمانشی به دست آمده در آزمون پیش بینی می کنند. اما نتایج NASA SP-8007 در مقایسه با دو روش غیرخطی اعمال بار انحرافی و استفاده از مودهای خطی کمانش به عنوان نوافض بسیار محتاطانه تر است. برای تحلیل سازه هایی که در آن وزن سازه دارای اهمیت فراوانی است بهتر است برای پیش بینی بار کمانش از یکی از دو روش غیرخطی اعمال نوافض هندسی که ارائه شده است استفاده شود. نتایج ارائه شده نشان دهنده تطابق نتایج آزمون کمانش و نتایج حل عددی غیرخطی با اعمال نوافض هندسی است. "شکل 22" استوانه پس از کمانش در حالت تجربی و مدل سازی غیرخطی به روش های SPLI و M-LBMI را نمایش می دهد.

"شکل 23" نمودار بار بر حسب کوتاه شدنی دو سر استوانه سوراخ دار با قطر سوراخ 50 mm را در روش های عددی غیرخطی متفاوت، حل خطی، مقدار ویژه که کمانش را به صورت محلی در اطراف سوراخ پیش بینی می کند و نتایج آزمون کمانش نمایش داده است. به مانند استوانه بدون سوراخ ابتدای نمودار آزمون کمانش به علت این که در ابتدای آزمون بار به طور کامل در استوانه پخش نشده، به صورت غیرخطی است و پس از آن تا لحظه کمانش به صورت خطی ادامه می یابد و شبیه نمودارهای روش های متفاوت عددی و

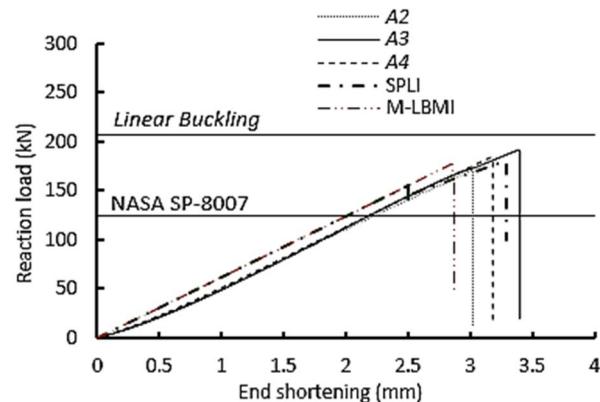
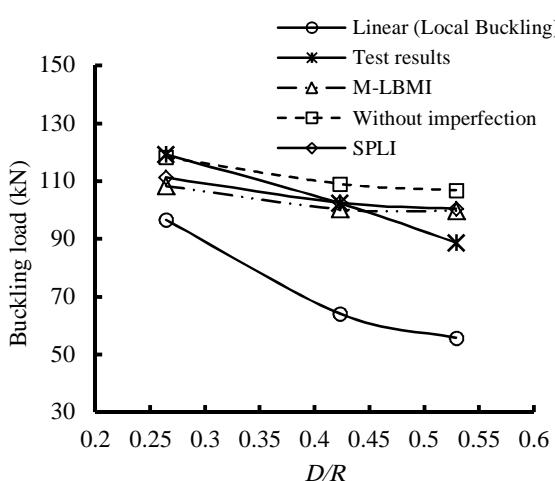
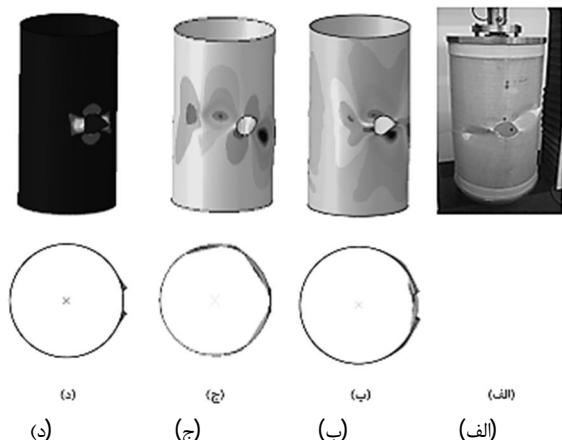


Fig. 21 Reaction load - End shortening for cylinder without cuout in different method

شکل 21 نمودار بار بر حسب کوتاه شدنی دو سر استوانه بدون سوراخ به ازای روش های متفاوت



**Fig. 24** Buckling load in different methods and  $D/R$  ratio  
شکل 24 بار کمانش در روش‌های متفاوت به ازای  $D/R$  متفاوت



**Fig. 25** Cylinder after buckling, A. Buckling test B80 B. M-LBMI method C. SPLI method D. Linear – Local buckling  
شکل 25 استوانه پس از کمانش، الف. آزمون تجربی نمونه B80 ب. مدل غیرخطی به روشن SPLI C. مدل M-LBMI D. شکل مود خطی کمانش محلی

بررسی یکنواخت بودن بار فشاری محوری اعمال شده در سطح بارگذاری از کرنش‌سنج‌هایی در نزدیکی محل بارگذاری استفاده شده است و بیشترین اختلاف کرنش‌ها در دور تادور استوانه در راستای محوری حدود 3% بوده است که نشان دهنده یکنواختی بارگذاری است. برای بررسی رفتار اطراف سوراخ در استوانه‌های سوراخ دار از کرنش‌سنج‌هایی در اطراف سوراخ استفاده شده است که تعییر علامت کرنش‌های محوری از منفی به مثبت در اطراف سوراخ نشان دهنده رفتار خارج از صفحه قبل از کمانش و کرنش‌های محیطی نشان دهنده فرورفتگی یا بیرون زدگی پوسته در اطراف سوراخ را نمایش می‌دهند.

در استوانه‌های بدون سوراخ نتایج حل عددی به علت بدن نقص در نظر گرفتن پوسته نتایج بالاتر از ظرفیت واقعی و غیرواقع بینانه‌ای را نسبت به نتایج تجربی ارائه می‌دهد و روش ارائه شده توسط گزارش NASA SP-8007 نتایج محتاطانه‌ای را ارائه می‌کند که منجر به افزایش وزن سازه می‌گردد. با انجام اصلاحاتی در روش اعمال نواقص به شکل مود خطی (M-LBMI) نتایج این روش به روش اعمال بارانحرافی (SPLI) نزدیک

**جدول 6** مقادیر بارهای کمانشی حاصل از روش‌های متفاوت در استوانه با قطر سوراخ 50 mm

روش	نتیجه آزمایش (%)	انحراف نسبت به بار کمانش
نتایج تجربی	----	
حل خطی-کمانش محلی	-19	
حل غیرخطی-بدون نواقص هندسی	-0.7	
حل غیرخطی-روش بار انحرافی	-6.7	
حل غیرخطی-اصلاح شده نواقص با شکل مود خطی	-9.1	

در حالت بدون اعمال نواقص هندسی بالاتر از نتایج بار کمانش در حالت‌های اعمال نواقص هندسی است، در استوانه‌های سوراخ دار حل عددی غیرخطی در حالتی که هیچ‌گونه نواقص در سازه اعمال نشده باشد با روش‌هایی که با اعمال نواقص هندسی بار کمانش را محاسبه می‌کنند کمتر از 10% اختلاف دارد.

نتایج کسب شده فقط برای استوانه با قطر سوراخ 50 mm است و برای بررسی پارامتر تاثیر تغییرات اندازه سوراخ بر روی نتایج و صحت آنها، "شکل 24" مقادیر بارهای کمانش حاصل از روش‌ها متفاوت به ازای نسبت قطر سوراخ به شعاع متوسط استوانه را نمایش می‌دهد. روش حل خطی کمانش به علت وجود سوراخ مهواره محل شروع ناپایداری و به قوع پیوستن کمانش را در اطراف سوراخ پیش‌بینی می‌کند و مقادیر بارهای کمانش پیش‌بینی شده توسط این روش نتایج محاطه‌های را نسبت به نتایج تجربی ارائه می‌دهد. نتایج روش‌های M-LBMI و SPLI همواره به یکدیگر نزدیک هستند و در تمامی اندازه‌های سوراخ‌ها مقادیر آن‌ها کمتر از 10% پایین‌تر از نتایج روش غیرخطی بدون اعمال نواقص هندسی است که این پدیده نمایش دهنده تاثیر کم نواقص هندسی بر روی بار کمانش در استوانه‌های بدون سوراخ است، به بیانی دیگر می‌توان نتیجه گرفت که تاثیر وجود سوراخ بر روی کمانش به اندازه‌ای است که تاثیر نواقص هندسی در مقایسه با آن ناچیز است. در نسبت‌های  $D/R$  کمتر از 0.4 نتایج روش‌های SPLI و M-LBMI پایین‌تر از نتایج تجربی است ولی با افزایش قطر سوراخ این روش‌ها بار کمانش را بالاتر از نتایج تجربی پیش‌بینی می‌کنند. به علت تمرکز تنش و همراه بودن پدیده خراپی و شروع و رشد ناپایداری در اطراف سوراخ شرایط پیچیده‌ای در آن ناحیه ایجاد می‌شود که مقادیر کرنش‌ها در "شکل 10" نیز این مسئله را به خوبی نمایش می‌دهد. در مدل سازی‌های عددی انجام گرفته، خراپی اطراف لایه‌ها در نظر گرفته نشده است و با افزایش قطر سوراخ ناحیه اطراف سوراخ نیز بزرگ‌تر شده و مسئله خراپی در اطراف سوراخ نیز اهمیت بیشتری نسبت به استوانه‌های با قطر سوراخ کمتر پیدا می‌کند و باعث انحراف نتایج غیرخطی عددی از نتایج تجربی می‌گردد. "شکل 25" شکل‌های استوانه در لحظه پس از کمانش برای مدل سازی خطی را نمایش می‌دهد.

##### 5- نتیجه‌گیری

بار کمانش با اعمال نواقص هندسی متفاوت به روش المان محدود برای استوانه‌های بدون سوراخ و سوراخ دار محاسبه شده است و برای سنجش میزان صحت روش‌ها آزمون‌های تجربی کمانش انجام گرفته است. بهمنظور

- [14] D. Bushnell, W. Bushnell, Minimum-weight design of a stiffened panel via PANDA2 and evaluation of the optimized panel via STAGS, *Computers and Structures*, Vol. 50, No. 4, pp. 569-602, 1994.
- [15] C. Hühne, R. Rolfs, J. Tessmer, A new approach for robust design of composite cylindrical shells under axial compression, *Proceedings of the international ESA conference*, Nordwijk, Netherlands, June 5-7, 2005.
- [16] C. Hühne, R. Rolfs, E. Breitbach, J. Tessmer, Robust design of composite cylindrical shells under axial compression — simulation and validation, *Thin-Walled Structures*, Vol. 46, pp. 947-962, 2008.
- [17] M. Esslinger, *Hochgeschwindigkeitsaufnahmen vom Beulvorgang dunnwandiger, axialbelasteter Zylinder*, Köln: Der Stahlbau, 1970.
- [18] S. G. P. Castro, M. A. Arbelo, R. Zimmermann, R. Degenhardt, Exploring the constancy of the global buckling load after a critical geometric imperfection level in thin-walled cylindrical shells for less conservative knock-down factors, *Thin-Walled Structures*, Vol. 72, pp. 76-87, 2013.
- [19] R. Degenhardt, A. Kling, A. Bethge, J. Orf, L. Karger, R. Zimmermann, et al, Investigations on imperfection sensitivity and deduction of improved knockdown factors for unstiffened CFRP cylindrical shells, *Composite Structure*, Vol. 92, No. 8, pp. 1939-1946, 2010.
- [20] S. G. P. Castro, et al, Geometric imperfections and lower-bound methods used to calculate knock-down factors for axially compressed composite cylindrical shells, *Thin-Walled Structures*, Vol. 74, pp. 118-132, 2014.
- [21] M. W. Hilburger, Jr. JH. Starnes, Effects of imperfections on the buckling response of compression-loaded composite shells, *International Journal of Non-Linear Mechanics*, Vol. 37, pp. 623-643, 2002.
- [22] C. H. Bisagni, Composite cylindrical shells under static and dynamic axial loading: An experimental campaign, *Aerospace Sciences*, Vol. 78, pp. 107-115, 2015.
- [23] F. A. Brogan, B. O. Almroth, Buckling of cylinders with cutouts, *Journal of American Institute of Aeronautics and Astronautics*, Vol. 8, No. 2, pp. 236-240, 1970.
- [24] R. C. Tennyson, The effects of unreinforced circular cutouts on the buckling of circular cylindrical shells, *Journal of Manufacturing Science and Engineering*, Vol. 90, No. 4, pp. 541-546, 1968.
- [25] Jr. JH. Starnes, *The effect of a circular hole on the buckling of cylindrical shells*, Ph.D. Dissertation, California Institute of Technology, Pasadena, CA, 1970.
- [26] M. W. Hilburger, A. M. Waas, Jr. JH. Starnes, Response of composite shells with cut-outs to internal pressure and compression loads, *Journal of American Institute of Aeronautics and Astronautics*, Vol. 32, No. 2, pp. 232-237, 1999.
- [27] A. Tafreshi, Buckling and post-buckling analysis of composite cylindrical shell with cut-outs subjected to internal pressure and axial compression load, *International Journal of Pressure Vessels and Piping*, Vol. 79, pp. 351-359, 2002.
- [28] A. C. Orifici, C. H. Bisagni, Perturbation-based imperfection analysis for composite cylindrical shells buckling in compression, *Composite Structures*, Vol. 106, pp. 520-528, 2013.
- [29] M. A. Arbelo, A. Herrmann, S. G. P. Castro, R. Khakimova, R. Zimmermann, R. Degenhardt, Investigation of Buckling Behavior of Composite Shell Structures with Cutouts, *Composite Materials*, Vol. 21, No. 6, pp. 623-636, 2014.
- [30] ASTM D-3171. Standard Test Methods for Constituent Content of Composite Materials.
- [31] ASTM D-3039, *Standard Test Method for Tensile Properties of Polymer Matrix Composite Materials*, 2008.
- [32] ASTM D7078/7078M-05, *Standard Test Method for Shear Properties of Composite Materials by the V-Notched Rail Shear Method*, American Society for Testing and Materials, West Conshohocken, PA., 2005.
- [33] Abaqus, D.S. User's manual, *Abaqus analysis user's manual*, 2012; <http://www.3ds.com/products-services/simulia>.

شده است که تطابق خوبی نیز با نتایج تجربی دارد. در استوانه‌های با وجود سوراخ نتایج حل خطی در اولین مود کمانش محلی را پیش‌بینی می‌کند که به ازای قطرهای متفاوت سوراخ نتایجی محاطانه نسبت به نتایج تجربی دارد. روش‌های SPLI و M-LBMI نتایجی بسیار نزدیک به نتایج تجربی ارائه می‌دهند و همواره به میزان کمتر از 10% بارهای کمانش را پایین تر از نتایج حل غیرخطی بدون اعمال نواقص هندسی پیش‌بینی می‌کند. این نزدیکی نتایج در حالت‌های بدون و با اعمال نواقص هندسی نشان دهنده تاثیر کم نواقص هندسی در مقایسه با تاثیر وجود سوراخ بر روی کمانش است. در استوانه‌های با نسبت قطر سوراخ به شعاع استوانه کمتر از 0.4 نتایج روش‌های غیرخطی عددی تطابق مناسبی با نتایج تجربی دارند ولی با افزایش قطر سوراخ خرابی در اطراف سوراخ و تاثیرات آن بر روی ناپایداری افزایش می‌یابد و باعث می‌شود که نتایج عددی غیرخطی بالاتر از نتایج تجربی پیش‌بینی شوند.

## 6- مراجع

- R. V. Southwell, On the general theory of elastic stability, *Philosophical Transactions of the Royal Society*, Vol. 213, pp. 187-244, 1914.
- L. H. Donnell, A new theory for the buckling of thin cylinders under axial compression and bending, *ASME Transactions*, Vol. 56, pp. 795-806, 1934.
- W. Flügge, Die Stabilität der Kreiszylinderschale, *Ingenieur Architektur*, Vol. 3, 1932.
- W. T. Koiter, *A translation of the stability of elastic equilibrium*, Technische Hooge School at Delft, Department of Mechanics, Shipbuilding and Airplane Building, 1945.
- L. H. Donnell, C. Wan, Effect of imperfections on buckling of thin cylinders and columns under axial compression, *Journal of Applied Mechanics*, Vol. 17, No. 1, 1950.
- R. C. Tennyson, Buckling of laminated composite cylinders: a review, *Journal of composites*, Vol. 6, No. 1, pp. 17-24, 1975.
- M. F. Card, The sensitivity of buckling of axially compressed fiber-reinforced cylindrical shells to small geometric imperfections, *NASA TMX-61*, 1969.
- N. S. Khot, V. B. Venkayya, *Effect of fiber orientation on initial postbuckling behavior and imperfection sensitivity of composite cylindrical shells*, USAF, WPAFB Tech Report AFFDL-TR-70-125, 1970.
- V. I. Weingarten, P. Seide, J. P. Peterson, NASA SP-8007—buckling of thin-walled circular cylinders, *NASA Space Vehicle Design Criteria—Structures*, 1965 (revised 1968).
- J. N. Dickson, R. T. Cole, J. T. S. Wang, Design of stiffened composite panels in the postbuckling range, *Fibrous composites in structural design*, pp. 313-327, 1980.
- J. N. Dickson, S. B. Biggers, *POSTOP: Postbuckled Open-Stiffener Optimum Panels — Theory and capability*, NASA CR-172259, 1984.
- D. Bushnell, Theoretical basis of the PANDA computer program for preliminary design of stiffened panels under combined In-Plane loads, *Computers and Structures*, Vol. 22, No. 4, pp. 541-563, 1987.
- D. Bushnell, PANDA2 — Program for minimum-weight design of stiffened, Composite locally buckled panels, *Computers and Structures*, Vol. 25, pp. 469-605, 1987.