مجله مهندسی مکانیک مدرس، آذر 1394، دوره 15، شماره 9، ص‌ص 95-104

ماهنامه علمی پژوهشی

مهندسی مکانیک مدرس

mme.modares.ac.ir

کنترل ارتعاشات اجباری ورق مستطیلی لایه‌ای مرکب مستقر بر بستر خطی

کوروش خورشیدی[1*]، محمد بلالی[2]، علی‌اصغر قدیمی[3]

1- استادیار، مهندسی مکانیک، دانشگاه اراک، اراک
2- کارشناسی‌ارشد، مهندسی مکاترونیک، دانشگاه اراک، اراک
3- استادیار، مهندسی برق، دانشگاه اراک، اراک
*اراک، صندوق‌پستی 3815688349، k-khorshidi@iust.ac.ir

اطلاعات مقاله

مقاله پژوهشی کامل
دریافت: 02 اردیبهشت 1394
پذیرش: 04 تیر 1394
ارائه در سایت: 24 مرداد 1394

کلید واژگان:
کنترل ارتعاشات اجباری
بستر خطی
کنترل‌کننده رگلاتور خطی
کنترل‌کننده گوسی خطی درجه دوم
کنترل‌کننده فازی

چکیده

در این مطالعه کنترل فعال ارتعاشات خارج از صفحه‌ای یک ورق مرکب چندلایه مستطیلی مستقر بر بستر خطی همراه با وصله‌های پیزوالکتریک روی سطوح بالا و پایین ورق براساس تئوری تغییر شکل برشی مرتبه اول مورد تجزیه و تحلیل قرار می‌گیرد در این تحقیق وصله‌های پیزو به‌عنوان سنسور مورد استفاده قرار می‌گیرند. با ارضای شرایط مرزی الکتریکی مدار باز و معادله ماکسول، تابع پتانسیل الکتریکی در جهت عرضی به‌دست می‌آید. با بکارگیری روش انرژی ریلی ریتز فرکانس‌های طبیعی ورق و شکل مودهای ارتعاشی به‌دست می‌آیند و سپس روش بسط شکل مودها به‌کار گرفته می‌شوند تا پاسخ ارتعاش اجباری سیستم حاصل شود. در این مقاله برای کنترل و کاهش اندازه جابه‌جایی عرضی ورق مرکب لایه‌ای مستطیلی ناشی از نیروی خارجی عرضی، روش‌های کنترلی رگلاتور خطی درجه دوم، گوسی خطی درجه دوم و کنترل کننده فازی مورد استفاده قرار گرفته است. در بخش نتایج عددی تأثیر پارامترهای مختلف از قبیل ورودی‌های مختلف مانند موقعیت نیروی اعمالی با کنترل‌کننده و بدون کنترل‌کننده روی پاسخ سیستم مورد بررسی و تجزیه و تحلیل قرار می‌گیرند. جهت بررسی دقت روش به‌کار رفته نتایج عددی با نتایج دقیق موجود در مراجع مقایسه می‌شود.

Control Forced Vibrations of Laminated Composite Rectangular Plate Resting on Linear Line Support

Korosh Khorshidi[1*], Mohammad Balali[1], Ali Asghar Ghadimi[2],

1- Department of Mechanical Engineering, Arak University, Arak, Iran.
2- Department of Electrical Engineering, Arak University, Arak, Iran.
*P.O.B. 3815688349Arak, Iran, k-khorshidi@araku.ac.ir

ARTICLE INFORMATION

Original Research Paper
Received 22 April 2015
Accepted 25 June 2015
Available Online 15 August 2015

Keywords:
Control Forced Vibrations
Line Support
LQR
LQG,Fuzzy

ABSTRACT

In this study out of plane active vibration control of a laminated composite rectangular plate with intermediate line support coupled with piezoelectric patches on both sides, upper and lower surface of the plate, is presented based on First order shear deformation plate theory (FSDT). Is this study, the piezoelectric patch is used as a sensor. In the relation of piezoelectric, electrical potential in the transverse direction is earned by satisfying electric boundary conditions (open circuit) and Maxwell's electricity equation. The Rayleigh-Ritz approach is used to obtain natural frequencies and vibration mode shapes of the plate. Forced vibration response is obtained by using by the modal expansion method. In this paper, the Linear Quadratic Regulator (LQR), Linear Quadratic Gaussian (LQG) and Fuzzy Logic Controller (FLC) are used to control and reduce the amplitude of the transverse deformation of a laminated composite rectangular plate which is excited by external force. In the numerical results, the effect of various inputs, e.g. positions of the external force, on the responses of the system are examined and discussed in detail. The proposed analytical method is validated with available data in the literature.

1- مقدمه

به دلیل استفاده‌های گسترده‌ای که از ورق‌های نازک و به نسبت ضخیم در صنایع مکانیکی، عمران و سازه می‌شود مطالعه رفتار ارتعاشی ورق‌ها نقش مهمی در طراحی مهندسان سازه ایفا می‌کند. مطالعه در خصوص رفتار ارتعاشی ورق‌ها سبب بهینه‌کردن طراحی و کاهش هزینه‌های اقتصادی در پروژه‌ها می‌شود و دسترسی به بازدهی بیشتر را میسر می‌سازد. از کاربردهای گسترده ورق‌ها می‌توان به استفاده از آن‌ها در سنسورهای مکانیکی، میکروسکوپ‌های اتمی، سازه هواپیماها، فضاپیماها، خودروها، کشتی‌ها و ...، همچنین مهندسی دریایی به‌ویژه ساخت کف عرشه کشتی اشاره کرد و به‌صورت گسترده‌ای در صنایع هوا و فضا کاربرد دارند. کنترل ارتعاش سازه‌ها در صنایع مهندسی مانند صنایع خودروسازی، صنایع هوایی، ناوگان دریایی، کارخانه‌های تولیدی و پالایشگاه‌ها از اهمیت خاصی برخوردار است. هدف اصلی کنترل ارتعاش، کاهش یا اصلاح ارتعاش سیستم مکانیکی است. ارتعاش کاهش‌یافته می‌تواند منجربه کاهش‌یافتن نویز و تنش دینامیکی سیستم شود. مبدل‌های پیزوالکتریک به‌طور مؤثر به‌عنوان محرک‌ها و سنسورها برای کنترل ارتعاش سازه‌های انعطاف‌پذیر استفاده می‌شوند.

برای ارجاع به این مقاله از عبارت ذیل استفاده نمایید:

Please cite this article using:
K. Khorshidi, M. Balali, A. A. Ghadimi, Control Forced Vibrations of Laminated Composite Rectangular Plate Resting on Linear Line Support, *Modares Mechanical Engineering,* Vol. 15, No. 9, pp. 95-104, 2015 (In Persian)

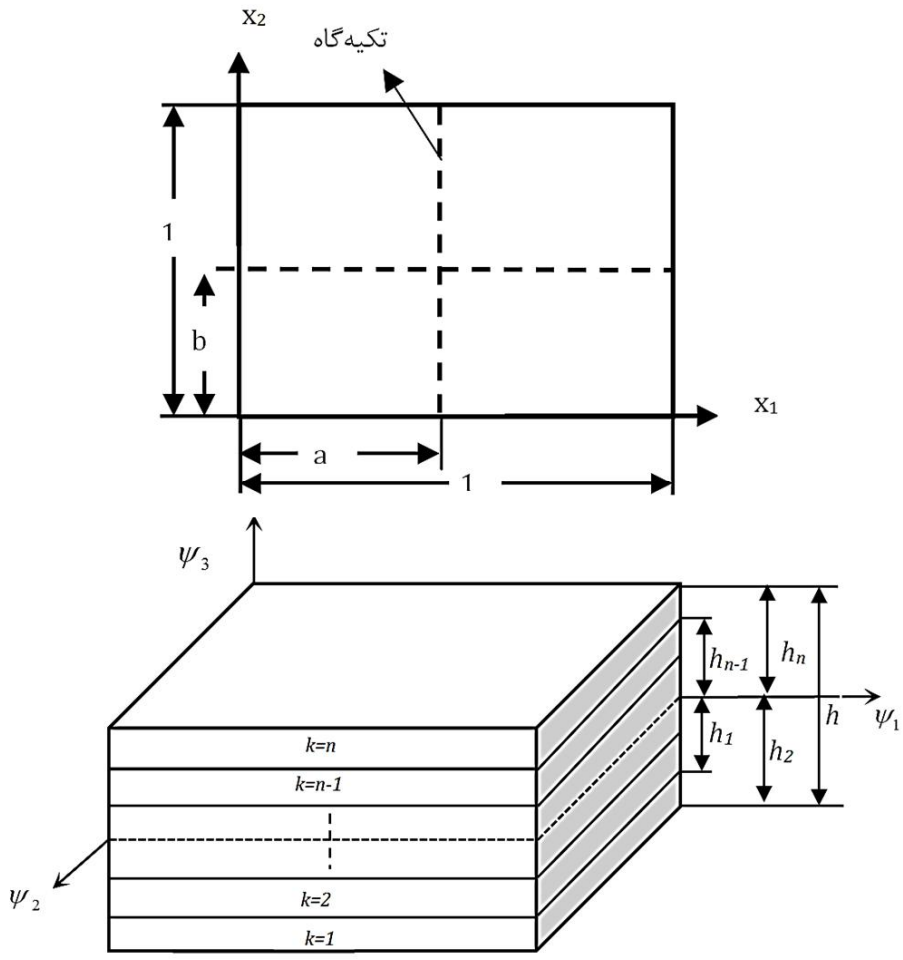
[Downloaded from mme.modares.ac.ir on 2024-04-20]
[DOR: 20.1001.1.10275940.1394.15.9.8.0]

به سبب توسعه سازه‌های هوشمند، ورق‌های الاستیک با اجزاء پیزوالکتریک بسیار مورد مطالعه قرار گرفته‌اند. هانگ [1] به بررسی ارتعاش آزاد ورق مستطیلی مستقر روی تکیه‌گاه خطی با شرایط مرزی مختلف پرداخته است. در این بررسی فرکانس‌های طبیعی برای شرایط مرزی مختلف به‌دست آمده است. آلتانسری و بایر [2،۳] به بررسی ارتعاش آزاد و اجباری صفحه مستطیلی لایه‌ای نازک با شرایط مرزی مختلف پرداخته‌اند. در تحقیق ارائه‌شده توسط ایشان بیشینه جابه‌جایی به‌ازای نیروی وارده با زوایای متفاوت مورد بررسی قرار گرفته است. در تمام این مدل‌ها فرض معمول آن است که بدون اعمال یک میدان الکتریکی، حضور ماده پیزوالکتریک نمی‌تواند تأثیر قابل توجهی بر ویژگی‌های کلی سازه داشته باشد، که ارتعاشات کل سازه ورق را به‌عنوان هدف نهایی قرارداده‌اند. مویتا [4] کنترل فعال سازه‌های لایه‌ای مرکب کوپل‌شده با وصله‌های پیزوالکتریک را به روش اجزاء محدود با به‌کارگیری تئوری ورق نازک کیرشهف مورد بررسی قرار گرفته است. مویتا و کراولیدر رابطه‌بندی اجزاء محدود برای کنترل فعال ورق به نسبت ضخیم به‌ترتیب در ارتعاش آزاد [5] و ارتعاش اجباری [6] را ارائه کرده‌اند. سادک [7] رابطه‌ای جهت کنترل ارتعاش ورق‌های نازک با استفاده از قطعات حسگر و عملگر پیزوالکتریک ارائه داده است. برای این منظور ابتدا معادلات انتگرالی حاکم بر رفتار ارتعاشی ورق به‌دست آمده سپس فرکانس‌های طبیعی ورق محاسبه شده است و پس از آن به کنترل رفتار ارتعاشی ورق پرداخته شده است. گوپینثان [8] با استفاده از تئوری ورق نازک و با به‌کارگیری وصله‌های حسگر و عملگر پیزوالکتریک به تحلیل کنترل ارتعاش ورق پرداخته است. کوارونا [9] به بررسی کنترل ارتعاشات اجباری ورق مستطیلی با شرایط مرزی کاملاً ساده با استفاده از وصله‌های پیزوالکتریک و کنترل‌کننده رگلاتور خطی درجه دوم تحت تحریک اجباری در مرکز ورق پرداخته است. تحلیل ارتعاش اجباری حاصل از بارگذاری عرضی و همچنین کنترل ارتعاشات اجباری کاربرد وسیعی در تحلیل سازه‌های مهندسی دارد. این بارگذاری می‌تواند در اثر تماس با یک سازه صلب یا تحت تأثیر محیط‌های تغییرشکل‌پذیر چون فشار حاصل از یک محیط آکوستیکی و یا در اثر برخورد سیال مایع رخ می‌دهد. از جمله این سازه‌ها به بدنه کشتی‌ها، میکروفون‌ها، ضربه‌گیرهای ساحل، فونداسیون ساختمان‌ها و ... می‌توان اشاره کرد. فارغ از ماهیت اعمال نیرو، بررسی تأثیر این نیرو روی سازه و همچنین کنترل ارتعاشات اجباری می‌تواند طراح را به سمت طرحی بهتر و بهینه سوق دهد [11،10]. در برخی از تحقیقات ارائه‌شده جهت کنترل فعال ورق، کاهش ارتعاش کل ورق مورد نظر بوده است و اغلب برای کاهش ارتعاش ورق از تعداد زیادی وصله پیزوالکتریک استفاده کرده‌اند [12]. حسینی هاشمی و همکاران [13] به ارتعاش آزاد ورق مستطیلی به نسبت ضخیم مستقر بر تکیه‌گاه‌های خطی با به‌کارگیری تئوری مرتبه نخست تغییر شکل برشی پرداخته‌اند که در این تحقیق از روش انرژی ریلی ریتز جهت محاسبه فرکانس‌های طبیعی و شکل مودهای ارتعاشی ورق استفاده کرده‌اند. خورشیدی و فرهادی [14] با به‌کارگیری روش انرژی ریلی ریتز به بررسی ارتعاش آزاد ورق مرکب چندلایه مستطیلی در تماس با سیال پرداخته‌اند.از توابع سعی هارمونیک استفاده کرده‌اند. که برای محاسبه پاسخ ارتعاش آزاد ورق خورشیدی و همکاران [15] به بررسی کنترل فعال ورق‌های دایروی نازک تحت تأثیر بارهای مکانیکی و بارهای ناشی از فشار یک میدان صوتی پرداخته‌اند. در تحقیق ارائه‌شده از کنترل کننده‌های رگلاتور خطی درجه دوم و گوسی خطی درجه دوم جهت کاهش دامنه نوسانات عرضی ورق استفاده شده است. چانگ و ژو [16] به بررسی ارتعاش ورق‌های مرکب چند لایه متقارن مستقر بر تکیه‌گاه‌های خطی درون صفحه‌ای پرداخته‌اند.

از آن‌جایی که پدیده ارتعاش یک پدیده دینامیکی است؛ بنابراین در رفتار سازه در هر لحظه زمانی در حال تغییر است. جهت کنترل رفتار سازه‌ها تحت ارتعاش نیاز به بکارگیری روش‌های کنترلی فعال است تا در هر لحظه بتوان دامنه نوسانات سازه را کاهش داد. در این مقاله کنترل فعال یک ورق مرکب لایه‌ای مستطیلی کوپل شده با وصله‌های پیزوالکتریک مستقر روی تکیه‌گاه‌های خطی مورد بررسی قرار گرفته است. فرکانس‌های طبیعی و شکل مودهای ارتعاشی ورق با به‌کارگیری روش تحلیل ریلی- ریتز به‌دست آمده‌اند. روش‌های کنترلی رگلاتور خطی درجه دوم و گوسی خطی درجه دوم برای کنترل ارتعاشات سیستم ناشی از نیروی خارجی به‌کار گرفته شده است. جهت شبیه‌سازی و به‌دست آوردن نتایج عددی برنامه‌هایی در نرم‌افزارهای متمتیکا[1] و مطلب[2]، تهیه‌شده و در بخش نتایج عددی تأثیر پارامترهای مختلف از قبیل ورودی‌های مختلف از قبیل موقعیت نیروی اعمالی با کنترل‌کننده و بدون کنترل‌کننده روی پاسخ سیستم مورد بررسی و تحلیل قرار می‌گیرند. جهت بررسی دقت روش به‌کار رفته نتایج عددی با نتایج دقیق موجود در مراجع مقایسه می‌شود.

2- رابطه‌بندی معادلات حاکم بر رفتار ارتعاشی ورق

ورقی مستطیلی چندلایه مرکب با ابعاد طول a، عرض b و ضخامت کل h در دستگاه مختصات کارتزین مستقر بر بستر خطی مطابق شکل 1 مفروض است. که خواص فیزیکی هر لایه در جدول 1 آورده شده است. جهت تحلیل ارتعاش ورق مفروض تئوری تغییر شکل برشی مرتبه نخست که اثرات تنش برشی در راستای ضخامت و اینرسی دورانی لحاظ می‌شود، مورد استفاده قرار گرفته‌است. براساس فرضیات این تئوری میدان جابه‌جایی ورق جهت ارتعاش خمشی به‌صورت روابط (1-3) درنظر گرفته می‌شود [13].



شکل 1 ورق مستطیلی چندلایه مستقر بر بستر خطی، دستگاه مختصات کارتزین

1- Mathematica V7
2- Matlab

[Downloaded from mme.modares.ac.ir on 2024-04-20]
[DOR: 20.1001.1.10275940.1394.15.9.8.0]

جدول 1 خصوصیات صفحه و پیزوالتریک مورد بررسی در ارتعاش اجباری و طراحی کنترل‌کننده

خصوصیات ماده	گرافیت- اپوسکی	PZT
a(m)	2	0/2
b(m)	2	0/2
h(m)	0/02	0/0035
υ_{12}	0/3	0/2
ρ(kg/m^3)	8200	7700
E_1(GPa)	138	123
E_2(GPa)	8/96	--
G_{12}(GPa)	7/1	--
G_{13}(GPa)	7/21	--
G_{23}(GPa)	6/21	--
d_{31}(cm/m^2)	--	125×10^{-12}

$$U_1 = x_3\psi_1(x_1,x_2,t) \tag{1}$$

$$U_2 = x_3\psi_2(x_1,x_2,t) \tag{2}$$

$$U_3 = \psi_3(x_1,x_2,t) \tag{3}$$

که U_1 و U_2 به‌ترتیب جابه‌جایی‌های ورق در راستای x_1 و x_2، و ψ_3 جابه‌جایی عرضی در راستای x_3 و همچنین ψ_1 و ψ_2 شیب ورق ناشی از خمش به‌ترتیب حول محورهای x_1 و x_2 است. با به‌کارگیری روابط کرنش جابه‌جایی خطی ون‌کارمن معادله‌های کرنش به صورت روابط (4-8) به‌دست می‌آید.

$$\varepsilon_{11} = U_{1,1} = -x_3\psi_{1,1} \tag{4}$$

$$\varepsilon_{22} = U_{2,2} = -\psi_{1,2}x_3 \tag{5}$$

$$\varepsilon_{12} = \frac{1}{2}(U_{1,2} + U_{2,1}) = -\frac{1}{2}(\psi_{1,2} + \psi_{2,1})x_3 \tag{6}$$

$$\varepsilon_{13} = \frac{1}{2}(U_{1,3} + U_{3,1}) = -\frac{1}{2}(\psi_1 - \psi_{3,1}) \tag{7}$$

$$\varepsilon_{23} = \frac{1}{2}(U_{2,3} + U_{3,2}) = -\frac{1}{2}(\psi_2 - \psi_{3,2}) \tag{8}$$

براساس قانون هوک تعمیم‌یافته روابط تنش- کرنش به‌صورت رابطه (9) به‌دست می‌آید [14].

$$\begin{Bmatrix}\sigma_1\\ \sigma_2\\ \tau_{12}\\ \tau_{13}\\ \tau_{23}\end{Bmatrix}^{(k)} = \begin{bmatrix} c_{11} & c_{12} & 0 & 0 & 0\\ c_{21} & c_{22} & 0 & 0 & 0\\ 0 & 0 & G_{12} & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0 & G_{13} & 0\\ 0 & 0 & 0 & 0 & G_{23}\end{bmatrix}^{(k)} \begin{Bmatrix}\varepsilon_1\\ \varepsilon_1\\ \gamma_{12}\\ \gamma_{13}\\ \gamma_{23}\end{Bmatrix}, \tag{9}$$

که G_{12}، G_{13} و G_{23} مدول برشی به‌ترتیب در جهت 1-2، 1-3 و 2-3 و τ_{13}و τ_{23} تنش‌های برشی است و بالانویس (k) به لایه kام مربوط می‌شود. معادله بالا به‌دست آمده از الف) تحت شرایط همسانی عرضی با فرض موازی‌بودن صفحه‌ها در جهت 2-3، یعنی فرض می‌شود الیاف در جهت موازی با محور 1 باشد، همچنین که $G_{12} = G_{13}$، $E_1 = E_2$ و $\upsilon_{12} = \upsilon_{13}$ است. ب) حل معادله‌ها برای ε_3 به‌عنوان تابعی از ε_1 و ε_2 و سپس حذف کردن آن است. در رابطه بالا ضرایب c_{ij} نیز به‌صورت روابط (10-13) تعریف می‌شود.

$$c_{22} = c_{11} = \frac{E_1}{1-\nu_{12}\nu_{21}} \tag{10}$$

$$c_{12} = c_{21} = \frac{E_1\nu_{12}}{1-\nu_{12}\nu_{21}} \tag{11}$$

$$c_{22} = \frac{E_2}{1-\nu_{12}\nu_{21}} \tag{12}$$

$$\nu_{ij}E_j = \nu_{ji}E_i, \tag{13}$$

برای انتقال معادله (9) به‌دستگاه کارتزینی مختصات (x,y,z) از معادله (14) استفاده می‌شود.

$$\begin{Bmatrix}\sigma_x\\ \sigma_y\\ \tau_{xy}\\ \tau_{xz}\\ \tau_{yz}\end{Bmatrix}^{(k)} = [Q]^{(k)} \begin{Bmatrix}\varepsilon_{x,0}\\ \varepsilon_{y,0}\\ \gamma_{xy,0}\\ \gamma_{xz,0}\\ \gamma_{yz,0}\end{Bmatrix} \tag{14}$$

با توجه به تئوری الاستیسیته خطی انرژی‌های جنبشی و پتانسیل برای ورق مرکب چندلایه به‌صورت روابط (15،16) بیان می‌شود.

$$U_p = \frac{1}{2}\sum_{k=1}^{K}\int_0^a\int_0^b\int_{h^{(k-1)}}^{h^{(k)}} (\sigma_{11}^{(k)}\varepsilon_{11} + \sigma_{22}^{(k)}\varepsilon_{22} + \tau_{12}^{(k)}\gamma_{12} + K_1^2\tau_{13}^{(k)}\gamma_{13} + K_2^2\tau_{23}^{(k)}\gamma_{23})dx_1dx_2dx_3, \tag{15}$$

$$T_p = \frac{1}{2}\omega^2\sum_{k=1}^{K}\rho_p^{(k)}\int_0^a\int_0^b\int_{h^{(k-1)}}^{h^{(k)}} (U_1^2 + U_2^2 + U_3^2)\, dx_1dx_2dx_3, \tag{16}$$

که K تعداد لایه‌ها ورق مرکب لایه‌ای، a و b ابعاد ورق، $(h^{(k-1)}, h^{(k)})$ مختصات z لایه kام است. K_1 و K_2 ضریب تصحیح تنش برشی مربوط به تئوری مرتبه نخست تغییر شکل برشی است که در این مقاله معادل $K_1^2 = K_2^2 = \sqrt{5/6}$ درنظر گرفته شده است. این ضریب جهت تصحیح خطای به‌وجود آمده در تنش‌های برشی عرضی ناشی از فرضیات تئوری مرتبه نخست تغییر شکل برشب مورد استفاده قرار می‌گیرد. ω فرکانس طبیعی ورق است. با جایگزینی روابط (1-14) در روابط (15،16) و ساده کردن آن‌ها می‌توان بیشبنه انرژی جنبشی و پتانسیل را به‌صورت روابط (17،18) به‌دست آورد.

$$U_p = \frac{1}{2}\sum_{k=1}^{K}\int_0^a\int_0^b\int_{h^{(k-1)}}^{h^{(k)}} (\sigma_{11}^{(k)}\varepsilon_{11} + \sigma_{22}^{(k)}\varepsilon_{22} + \tau_{12}^{(k)}\gamma_{12} + K_1^2\tau_{13}^{(k)}\gamma_{13} + K_2^2\tau_{23}^{(k)}\gamma_{23})dx_1dx_2dx_3, \tag{17}$$

$$T^* = \frac{1}{2}\omega^2\sum_{k=1}^{K}\rho_p^{(k)}\int_0^a\int_0^b (\frac{1}{3}(\psi_1^2 + \psi_2^2)(h_{k-1}^3 - h_k^3) + \psi_3^2(h_{k-1}^3 - h_k^3))dx_1dx_2 \tag{18}$$

در روش انرژی روش ریلی- ریتز جهت تقریب پاسخ ارتعاش آزاد ورق از توابع کثیرالجمله‌ای استفاده می‌شود که شرایط مرزی هندسی سازه را ارضاء می‌کند؛ بنابراین به‌صورت روابط (19-21) است.

$$\psi_1(X_1,X_2) = \sum_{i=0}^{N_1}\sum_{j=0}^{i} a_nX_1^jX_2^{i-j}G_1(X_1,X_2), \tag{19}$$

$$\psi_2(X_1,X_2) = \sum_{i=0}^{N_2}\sum_{j=0}^{i} b_nX_1^jX_2^{i-j}G_2(X_1,X_2), \tag{20}$$

$$\psi_3(X_1,X_2) = \sum_{i=0}^{N_3}\sum_{j=0}^{i} c_nX_1^jX_2^{i-j}G_3(X_1,X_2), \tag{21}$$

که در روابط (19-21)، n به‌صورت رابطه (22) محاسبه می‌شود.

$$n = \frac{(i+1)(i+2)}{2}j, \tag{22}$$

N_1، N_2 و N_3 معرف تعداد جمله‌های $\tilde{\psi}_1$، $\tilde{\psi}_2$ و $\tilde{\psi}_3$ است که برای همگرایی لازم در جواب‌های یک مسأله نقش اساسی دارند و باید در هر مسأله بررسی شود که به ازای چه مقادیری از آن‌ها به همگرایی لازم درپاسخ‌ها خواهیم رسید که معمولاً مقدار آن‌ها را با هم برابر فرض می‌کنند. a_n، b_n و c_n

[Downloaded from mme.modares.ac.ir on 2024-04-20]
[DOR: 20.1001.1.10275940.1394.15.9.8.0]

ضرایب خطی غیرمعین تابع زمان و G_1، G_2 و G_3 توابع اساسی است. توابع اساسی باید شرایط مرزی سینماتیکی مسأله را ارضا کنند. چنان‌چه توابع $\tilde{\psi}_1$، $\tilde{\psi}_2$ و $\tilde{\psi}_3$ در روابط (19-21) درعبارت لاگرانژین جانشین شود در این صورت رابطه (23) را داریم.

$$L^* = U^* - T^* \tag{23}$$

حال جهت مینیمم کردن لاگرانژین باید روابط (24-26) را بررسی کرد.

$$\frac{\delta L^*}{\delta a_n} = 0 \quad , \quad n = 1,2,\dots,\frac{(N_1+1)(N_1+2)}{2}, \tag{24}$$

$$\frac{\delta L^*}{\delta b_n} = 0 \quad , \quad n = 1,2,\dots,\frac{(N_1+1)(N_1+2)}{2}, \tag{25}$$

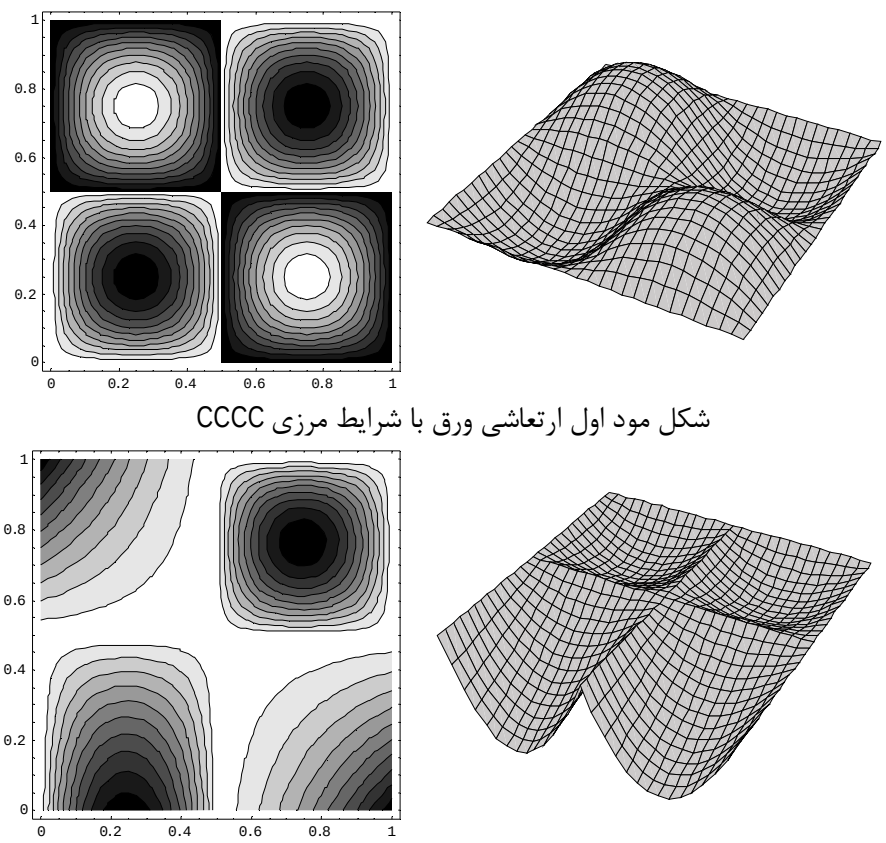
$$\frac{\delta L^*}{\delta c_n} = 0 \quad , \quad n = 1,2,\dots,\frac{(N_1+1)(N_1+2)}{2}, \tag{26}$$

معادلات (24-26) یک دستگاه معادلات خطی همگن را به‌دست می‌دهند که از حل آن‌ها مقادیر ویژه و بردارهای ویژه مربوطه حاصل می‌گردند. در شکل2 نمایی از دو مود اول ورق مستطیلی مرکب سه لایه مستقر بر بستر خطی تحت ارتعاش آزاد با شرایط مرزی متفاوت CCCC[1] (کاملاً گیردار)و CFCS[2] را نشان می‌دهد. همان‌طورکه مشخص است تفاوت شرایط مرزی سبب اختلاف زیادی در شکل مودهای ارتعاشی ورق مرکب لایه‌ای شده است.

جدول‌های 2و 3 مربوط به مقایسه‌ای بین داده‌های به‌دست‌آمده در این تحقیق و داده‌های مرجع [16] است. شرایط مرزی و تمامی اندازه و ابعادها در تحقیق حاضر با مرجع مورد مقایسه یکسان بوده و نتایج به‌دست‌آمده نیز همان‌طورکه مشخص است توافق خوبی با نتایج مراجع دارند. (درصد خطا کمتر از 2درصد باشد).

3- روش بسط مود در ارتعاش اجباری ورق مستطیلی چند لایه

در بخش پیشین، ارتعاش آزاد ورق به نسبت ضخیم مستطیلی بررسی شده و فرکانس‌های طبیعی و شکل مودهای ارتعاشی برای شرایط مرزی مختلف ورق



شکل مود اول ارتعاشی ورق با شرایط مرزی CCCC

شکل مود نخست ارتعاشی ورق با شرایط مرزی CFCS

شکل 2 نمای مود نخست ورق مستطیلی سه لایه CCCC با دو دهانه برابر

$(a=2,\frac{h}{L}=0.01)$

1- Fully Clamped Supports
2- Clamp Free Clamp Simply Support

جدول 2 مقایسه فرکانس های بی بعد ورق سه‌لایه مستطیلی با شرایط مرزی کاملاً گیردار با دو دهانه برابر با مرجع [16] $(a = 2, h/a = 0.01)$

شماره مود ارتعاشی	تکیه‌گاه گیردار و زاویه الیاف 30 درجه			تکیه‌گاه گیردار و زاویه الیاف 45 درجه		
	مرجع[16]	تحقیق حاضر	درصد خطا	مرجع[16]	تحقیق حاضر	درصد خطا
1	72/4816	72/558	0/12	71/123	71/85	0/003
2	79/2584	80/0808	1/0	74/9087	75/86	0/65

جدول 3 مقایسه فرکانس‌های بی‌بعد ورق سه‌لایه مستطیلی با شرایط مرزی کاملاً ساده با دو دهانه برابر با مرجع [16] $(a = 2, h/a = 0.01)$

شماره مود ارتعاشی	تکیه‌گاه ساده و زاویه الیاف 30درجه			تکیه‌گاه ساده و زاویه الیاف 45 درجه		
	مرجع[16]	تحقیق حاضر	درصد خطا	مرجع[16]	تحقیق حاضر	درصد خطا
1	56/935	56/594	0/6	53/8317	53/852	0/037
2	62/2384	63/054	1/2	57/7929	57/865	0/12

مورد بررسی قرار گرفت. در این فصل به بررسی ارتعاش اجباری ورق چندلایه پرداخته و پاسخ اجباری ورق نسبت به اعمال نیرو به‌دست خواهد آمد. روشی که در این قسمت به‌کار گرفته می‌شود را روش بسط توابع ویژه گویند.

با به‌کار گیری روابط تعادل در دستگاه مختصات کارتزین و با استفاده از فرضیات تئوری مرتبه اول تغییر شکل برشی می‌توان معادلات دیفرانسیل حاکم بر رفتار دینامیکی ورق مستطیلی را به‌دست آورد:

$$M_{11,1} + M_{12,2} - Q_1 = I_1\ddot{\psi}_1, \tag{27}$$

$$M_{12,1} + M_{22,2} - Q_2 = I_1\ddot{\psi}_2, \tag{28}$$

$$Q_{1,1} + Q_{2,2} - \mathrm{N}(\psi_3) + q = I_0\ddot{\psi}_3, \tag{29}$$

در رابطه (27-29)، M_{11} و M_{22}گشتاورهای خمشی، M_{12} گشتاور پیچشی، Q_1 و Q_2 نیروهای برشی عرضی و q نیروی عرضی عمودی بر لایه میانی ورق بر واحد سطح و I_0، I_1 ممان اینرسی جرمی و $\mathrm{N}(\psi_3)$ نیروهای برشی عرضی ناشی از تنش‌های اولیه درون صفحه‌ای N_1 و N_2 در امتداد محور x_3 است، که رابطه بین گشتاورها و نیروهای برشی با جابه‌جایی‌ها در تئوری تغییرشکل برشی مرتبه نخست به‌صورت روابط (30،31) است.

$$\begin{Bmatrix} M_{11} \\ M_{22} \\ M_{12} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} B_{11}B_{12}B_{16} \\ B_{12}B_{22}B_{26} \\ B_{16}B_{26}B_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \psi_{1,1} + \frac{1}{2}\psi_{3,1}^2 \\ \psi_{2,1} + \frac{1}{2}\psi_{3,2}^2 \\ \psi_{1,2} + \psi_{2,1} + \psi_{3,1}\psi_{3,2} \end{Bmatrix} \tag{30}$$

$$+ \begin{bmatrix} D_{11}D_{12}D_{16} \\ D_{12}D_{22}D_{26} \\ D_{16}D_{26}D_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \psi_{1,1} \\ \psi_{2,1} \\ \psi_{1,2} + \psi_{2,1} \end{Bmatrix}, \tag{31}$$

$$\begin{Bmatrix} Q_2 \\ Q_1 \end{Bmatrix} = K \begin{bmatrix} A_{44}A_{54} \\ A_{45}A_{55} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \psi_{3,2} - \psi_2 \\ \psi_{3,1} - \psi_1 \end{Bmatrix}, \tag{32}$$

که در رابطه (32)، K ضریب اصلاح تنش برشی است و همچنین برای صفحه مستطیلی می‌توان به صورت روابط (33،34) نوشت.

$$N(\psi_3) = N_1\psi_{3,11} + N_2\psi_{3,22}, \tag{33}$$

$$[I_0, I_1, I_2] = \sum_{k=1}^{n} \int_{h_{k-1}}^{h_k} \rho^k [1, z, z^2]\, dz, \tag{34}$$

[Downloaded from mme.modares.ac.ir on 2024-04-20]
[DOR: 20.1001.1.10275940.1394.15.9.8.0]

و n نیز تعداد لایه‌هاست. در رابطه بالا A_{ij}، B_{ij} و C_{ij} به ترتیب استحکام کششی[1]، استحکام خمشی[2] و استحکام کوپل‌شده کششی وخمشی[3] است، که به‌صورت روابط (35-37) تعریف می‌شوند.

$$A_{ij} = \sum_{k=1}^{N} \bar{Q}_{ij}^{(k)} \left(z_{k+1} - z_k\right), \tag{35}$$

$$B_{ij} = \frac{1}{2}\sum_{k=1}^{N} \bar{Q}_{ij}^{(k)} \left(z_{k+1}^2 - z_k^2\right), \tag{36}$$

$$C_{ij} = \frac{1}{3}\sum_{k=1}^{N} \bar{Q}_{ij}^{(k)} \left(z_{k+1}^3 - z_k^3\right), \tag{37}$$

که روابط (38،39) به‌صورت زیر است.

$$\bar{Q}_{11}^{(k)} = \frac{E_1^k}{1-\nu_{12}^k\nu_{21}^k}\ ,\ \bar{Q}_{12}^{(k)} = \frac{\nu_{12}^k E_1^k}{1-\nu_{12}^k\nu_{21}^k}\ ,$$
$$\bar{Q}_{22}^{(k)} = \frac{E_2^k}{1-\nu_{12}^k\nu_{21}^k}\ , \tag{38}$$

$$\bar{Q}_{16}^{(k)} = 0\ ,\bar{Q}_{26}^{(k)} = 0\ ,\bar{Q}_{66}^{(k)} = G_{12}^k\ ,\bar{Q}_{44}^{(k)} = G_{23}^k,$$
$$\bar{Q}_{55}^{(k)} = G_{13}^k\ , \tag{39}$$

برای صفحه ارتروپیک لایه‌ای متقارن، ماتریس‌های گشتاورهای خمشی و نیروهای برشی به‌صورت روابط (40،41) ساده می‌شوند.

$$\begin{Bmatrix} M_{11} \\ M_{22} \\ M_{12} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} B_{11} & B_{12} & 0 \\ B_{12} & B_{22} & 0 \\ 0 & 0 & B_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \psi_{1,1} + \frac{1}{2}\psi_{3,1}^2 \\ \psi_{2,1} + \frac{1}{2}\psi_{3,2}^2 \\ \psi_{1,2} + \psi_{2,1} + \psi_{3,1}\psi_{3,2} \end{Bmatrix} \tag{40}$$

$$\begin{Bmatrix} Q_2 \\ Q_1 \end{Bmatrix} = K \begin{bmatrix} A_{44} & 0 \\ 0 & A_{55} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \psi_{3,2} - \psi_2 \\ \psi_{3,1} - \psi_1 \end{Bmatrix}, \tag{41}$$

با استفاده از معادلات حرکت در ترم‌های جابه‌جایی و با استفاده از روابط (27-29) می‌توان روابط (42-45) را نوشت.

$$D_{11}\psi_{1,11} + D_{12}\psi_{2,12} + D_{66}\left(\psi_{1,22} + \psi_{2,12}\right) \tag{42}$$

$$-KA_{55}\left(\psi_1 - \psi_{3,1}\right) = I_1\ddot{\psi}_1, \tag{43}$$

$$D_{22}\psi_{2,22} + D_{12}\psi_{2,12} + D_{66}\left(\psi_{1,22} + \psi_{2,11}\right)$$
$$-KA_{44}\left(\psi_2 - \psi_{3,2}\right) = I_1\ddot{\psi}_2, \tag{44}$$

$$KA_{55}\left(\psi_{1,1} - \psi_{3,11}\right) + KA_{44}\left(\psi_{2,2} - \psi_{3,22}\right) +$$
$$N_1\psi_{3,11} \quad N_2\eta^2\psi_{3,22} + P = I_0\ddot{\psi}_3, \tag{45}$$

اگر ω فرکانس طبیعی ارتعاش آزاد ورق چند لایه باشد، آنگاه روابط (46-48) را به‌صورت زیر خواهیم داشت.

$$\psi_1(x_1,x_2) = \bar{\psi}_1(x_1,x_2,t)e^{i\omega t} \tag{46}$$

$$\psi_2(x_1,x_2) = \bar{\psi}_2(x_1,x_2,t)e^{i\omega t} \tag{47}$$

$$\psi_3(x_1,x_2) = \bar{\psi}_3(x_1,x_2,t)e^{i\omega t} \tag{48}$$

جهت عمومیت بخشیدن و تسهیل در استفاده از روابط حاصله با استفاده از پارامترهای بی‌بعد روابط (49-51) معادلات دیفرانسیل حاکم بی‌بعد می‌شوند.

$$X_1 = \frac{x_1}{a}\ ,X_2 = \frac{x_2}{b}\ ,\eta = \frac{a}{b}\ ,\tilde{t} = t\ , \tag{49}$$

$$\left(\tilde{\psi}_1,\tilde{\psi}_2,\tilde{\psi}_3\right) = \left(\bar{\psi}_1,\bar{\psi}_2,\bar{\psi}_3\right), \tag{50}$$

$$\left(\tilde{N}_1,\tilde{N}_2\right) = \left(N_1,N_2\right), \tag{51}$$

با جایگزین کردن معادلات (49-51) در معادله (45) معادله دینامیکی بی‌بعد حرکت ورق لایه‌ای مستطیلی در راستای عرضی ورق براساس رابطه (52) به‌دست می‌آید.

1- extensional stiffness
2- bending stiffness
3- bending-extensional coupling stiffness

$$KA_{55}\left(a\tilde{\psi}_{1,1} - \tilde{\psi}_{3,11}\right) + KA_{44}\left(a\eta\tilde{\psi}_{2,2} - \eta^2\tilde{\psi}_{3,22}\right) +$$
$$\tilde{N}_1\psi_{3,11} + +\tilde{N}_2\eta^2\psi_{3,22} + \tilde{P}a^2 = I_0a^2\omega^2\ddot{\tilde{\psi}}_3, \tag{52}$$

که در رابطه (52)، $\tilde{P}$ به‌صورت رابطه (53) خواهد بود.

$$\tilde{p}(X_1,X_2,\tilde{t}) = p_1(x_1,x_2)\mathrm{F}(t)\mathrm{a}^2 \tag{53}$$

نیروی عرضی بی‌بعد است. پاسخ ورق نسبت به نیروی $\tilde{p}(X_1,X_2,\tilde{t})$ را به‌صورت بسط مودها درنظر گرفته می‌شود که ترکیبی از شکل مودهای ارتعاشی تحریک‌شده ورق در اثر اعمال نیروی $\tilde{p}(X_1,X_2,\tilde{t})$ است.

$$\tilde{\psi}(X_1,X_2,\tilde{t}) = \sum_{m=1}^{\infty}\sum_{n=1}^{\infty} \tilde{\bar{\psi}}_3^{mn}\left(X_1,X_2\right)T^{mn}(\tilde{t}), \tag{54}$$

که در رابطه (53)، $\tilde{\bar{\psi}}_3^{mn}(X_1,X_2)$ شکل توابع مود ارتعاشی، mو n شماره نیم موج‌ها به‌ترتیب در راستاهای X_2,X_1 و $T^{mn}(\tilde{t})$ توابع زمانی متناسب با شکل مود است. با جایگزین‌کردن این روابط در معادلات حرکت، روابط (55) به‌دست خواهد آمد.

$$\sum_{m=1}^{\infty}\sum_{n=1}^{\infty}\begin{pmatrix} KA_{55}\left(a\tilde{\psi}_{1,1} - \tilde{\psi}_{3,11}\right) + \tilde{N}_1\psi_{3,11} \\ +KA_{44}\left(a\eta\tilde{\psi}_{2,2} - \eta^2\tilde{\psi}_{3,22}\right) + \tilde{N}_2\eta^2\psi_{3,22} \end{pmatrix}$$
$$T^{mn}(\tilde{t}) + \tilde{p} = I_0a^2\sum_{m=1}^{\infty}\sum_{n=1}^{\infty}\left(\left[\tilde{\bar{\psi}}_{1,1}^{mn}\right]\ddot{T}^{mn}(\tilde{t})\right), \tag{55}$$

توابع شکل مود ارتعاشی در معادلات ارتعاش آزاد ورق صدق می‌کنند. با استفاده از روابط (30-32) می‌توان معادلات ارتعاش آزاد ورق را به‌صورت رابطه بی‌بعد (56) نوشت.

$$KA_{55}\left(a\tilde{\bar{\psi}}_{1,1}^{mn} - \tilde{\bar{\psi}}_{3,11}^{mn}\right) + KA_{44}\left(a\eta\tilde{\bar{\psi}}_{2,2}^{mn} - \eta^2\tilde{\bar{\psi}}_{3,22}^{mn}\right)$$
$$+\tilde{N}_1\tilde{\psi}_{3,11} + +\tilde{N}_2\eta^2\tilde{\psi}_{3,22} = I_0(\omega^{mn})^2\tilde{\bar{\psi}}_3^{mn}, \tag{56}$$

با جایگزین کردن روابط (33-40) در روابط (41،42) و ساده‌سازی، رابطه (57) به‌دست می‌آید.

$$I_0a^2\sum_{m=1}^{\infty}\sum_{n=1}^{\infty}\left((\omega^{mn})^2\left[\tilde{\bar{\psi}}_3^{mn}\right]T^{mn}(\tilde{t})\right) + \tilde{P},$$
$$= I_0a^2\sum_{m=1}^{\infty}\sum_{n=1}^{\infty}\left(\left[\tilde{\bar{\psi}}_3^{mn}\right]\ddot{T}^{mn}(\tilde{t})\right), \tag{57}$$

با توجه به رابطه (57) رابطه تعامد شکل مودهای ارتعاشی را برای ورق‌های به نسبت ضخیم به‌صورت رابطه (58) می‌توان تعریف کرد.

$$\tilde{\psi}_3(X_1,X_2,\tilde{t}) = \sum_{m=1}^{\infty}\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{K^{mn}\beta^{mn}}\tilde{\bar{\psi}}_3^{mn}\left(X_1,X_2\right)$$
$$\times\int_0^{\tau} Q^{mn}(\tau)\sin[\beta^{mn}(\tilde{t}-\tau)]d\tau, \tag{58}$$

همان‌طور که مشخص است، با داشتن فرکانس‌های طبیعی و با استفاده از رابطه (57) می‌توان جابه‌جایی عرضی ورق را به‌دست آورد. در رابطه با ورق چند لایه مستقر بر بستر خطی در رابطه (58) باید حدود انتگرال را در موقعیت‌های بستر تعیین کرد و سپس انتگرال‌گیری کرده و جابه‌جایی‌ها را در کنار هم قرار داد.

4- کنترل سیستم با استفاده از وصله‌های کمتر

با استفاده از 4 جفت وصله پیزوالکتریک می‌توان برای 4 مود نخست جای‌دهی دلخواه قطب انجام داد (شرط لازم و کافی). به عبارت دیگر 4 جفت وصله برای کنترل 4 مود نخست کافی است، ولی لازم نیست برای کنترل 4 مود از 4 جفت وصله استفاده شود، همان‌طور که در ادامه یاد می‌شود می‌توان با تعداد وصله‌های کمتر نیز 4 مود نخست را کنترل کرد. هنگامی که کاهش ارتعاشات تمام ورق از اهمیت یکسانی برخوردار باشد، استفاده از آرایش

[Downloaded from mme.modares.ac.ir on 2024-04-20]
[DOR: 20.1001.1.10275940.1394.15.9.8.0]

متقارن وصله‌ها و توزیع یکسان ضرایب کنترل‌کننده مناسب است. در حالتی که کاهش ارتعاش منطقه خاصی از ورق مد نظر باشد به قطع توزیع یکنواخت ضرایب کنترل‌کننده مناسب نیست، باید ضرایب کنترل‌کننده در منطقه مورد نظر افزایش یابد تا به این منطقه از ورق نیروی بیشتری وارد شود.

تمرکز ضرایب کنترل‌کننده در منطقه خاصی از ورق سبب می‌شود که اثر وصله‌های سایر مناطق که دارای ضرایب کنترل‌کننده کمتری هستند کاهش یابد؛ بنابراین می‌توان از اثرات کنترلی این وصله‌ها صرف‌نظر کرده و آن‌ها را حذف کرد.

5- طراحی کنترل‌کننده

5-1- طراحی کنترل‌کننده رگلاتور خطی درجه دوم، گوسی خطی درجه دوم

ماده‌ای که می‌تواند یک یا چند تحریک خارجی مانند فشار، دما، ولتاژ، میدان‌های الکتریکی و مغناطیسی و ... را حس کرده و به آن‌ها پاسخ دهد ماده فعال نامیده می‌شود. مواد فعال که گاهی مواد هوشمند نیز نامیده می‌شوند به دلیل کاربرد در شاخه‌های مهندسی، دارای اهمیت ویژه‌ای است. رایج‌ترین مواد فعال، مبدل‌های پیزوالکتریک هستند که برای کنترل سازه‌های صفحه، خرپا، ورق و پوسته به‌کار می‌روند. یکی از مهم‌ترین سازه‌های کابردی، سازه ورق است که کاهش ارتعاشات آن اهمیت زیادی در صنعت به‌ویژه در هوافضا دارد.

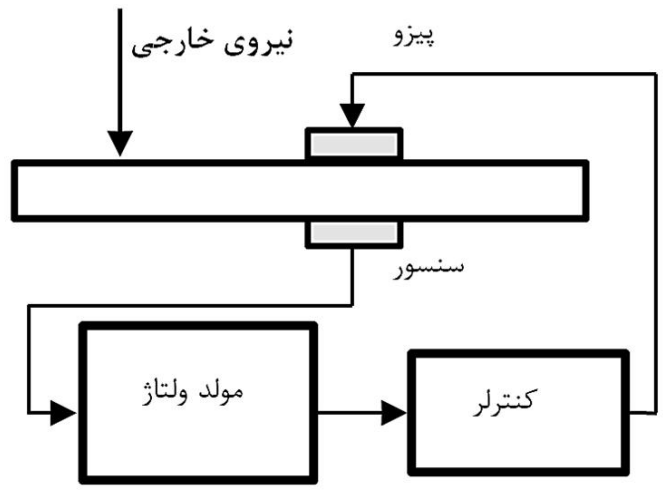
گاهی ممکن است کاهش ارتعاش نقطه خاصی از ورق برای طراح مهم‌تر باشد. به عبارت دیگر ممکن است لازم نباشد که همه نقاط ورق با سرعت یکسان کنترل شوند. این حالت ممکن است زمانی رخ دهد که برای نمونه کنار این نقطه معین دستگاه حساسی قرار داشته باشد. در این تحقیق کاهش ارتعاشات یک نقطه خاص از ورق بررسی می‌شود.

البته برای کنترل ارتعاشات یک صفحه از مدل‌سازی زیر کمک گرفته شده است. بدین‌منظور، روابط ریاضی حاکم بر فیزیک مسئله را به‌دست آورده و معادلات مربوط به حرکت را به همراه پیزوالکتریک و با اعمال فرضیات زیر به‌دست آورده می‌شود.

فرضیات:

1) از اثر تغییرات درجه حرارت بر پیزو المان صرف‌نظر شده است.
2) از سختی و ضخامت چسب بین پیزو و صفحه صرف‌نظر شده است.
3) اتصال بین پیزو و صفحه ایده‌آل فرض شده است.
4) صفحه با 10 المان مدل شده است.
5) از وزن وصله‌های پیزو در برابر وزن ورق صرف‌نظر شده است.

شکل 3 نمایی کلی از یک کنترل‌کننده برای کنترل ارتعاشات صفحه با استفاده از دو وصله پیزوالکتریک را نشان می‌دهد.



شکل 3 ورق مستطیلی با وصله پیزوالکتریک بر ورق

سیستم پیوسته صفحه مرکب لایه‌ای را با 10 المان مدل‌سازی کرده و رابطه (59) را خواهیم داشت.

$$M_T\ddot{x} + K_T x = F \tag{59}$$

ورودی‌ها و خروجی‌ها در معادله (59) به‌صورت رابطه (60) بیان می‌شود.

$$x = \begin{bmatrix} \vartheta_1 \\ \theta_1 \\ \vdots \\ \vartheta_9 \\ \theta_9 \end{bmatrix}, \quad F = \begin{bmatrix} F_1 \\ M_1 \\ \vdots \\ F_9 \\ M_9 \end{bmatrix}, \tag{60}$$

در محیط متلب ماتریس‌های جرمی و فنری را نوشته و معادله دیفرانسیلی را تشکیل داده که البته بخش تحریک را به شکل مجموع دو ترم رابطه (61) نمایش داده می‌شود.

$$f = r_w * W + r_m * M_a \tag{61}$$

$\boldsymbol{r_w}$ ماتریس مربوط به نیروی خارجی که موقعیت آن با ماتریس رابطه (62) مشخص می‌شود.

$$r_w = [0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad \dots \quad 0 \quad 0 \quad 1 \quad 0] \tag{62}$$

r_m ماتریس مربوط به نیروی پیزوالکتریک که موقعیت آن نیز مانند ماتریس بالا مشخص می‌شود.

با به‌دست‌آمدن معادلات ارتعاشی سیستم و گسسته‌سازی صفحه پیوسته، می‌توان پاسخ سیستم را به ورودی‌های مختلف به‌دست آورد.

5-1-1 مدل فضای حالت کل سیستم

برای یافتن پاسخ سیستم به ورودی‌های مختلف، می‌توان از تئوری کنترل سود جست که کار را به‌صورت رابطه (63) به مراتب ساده‌تر می‌کند [17-19].

$$\begin{aligned} \dot{x} &= Ax + Bu \\ y &= Cx + Du \end{aligned} \tag{63}$$

در حالت کلی معادلات را می‌توان به صورت روابط (65،64) نیز نمایش داد.

$$\begin{bmatrix} \dot{q} \\ \ddot{q} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0_{n\times n} & I_{n\times n} \\ -M_s^{-1}K_s & -M_s^{-1}C_s \end{bmatrix} \begin{bmatrix} q \\ \dot{q} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0_{n\times 1} & 0_{n\times 1} \\ -M_s^{-1}r_w & -M_s^{-1}r_M C_a \end{bmatrix} \begin{bmatrix} w(t) \\ u(t) \end{bmatrix} \tag{64}$$

$$\begin{bmatrix} z \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \vartheta_m \\ \ddot{\vartheta}_m \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} r_z & 0_{1\times n} \\ -M_s^{-1}(m,:)K_s & -M_s^{-1}(m,:)C_s \end{bmatrix} \begin{bmatrix} q \\ \dot{q} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0_{n\times 1} & 0_{n\times 1} \\ -M_s^{-1}r_w & -M_s^{-1}r_M c_a \end{bmatrix} \tag{65}$$

که در رابطه ماتریسی روابط (65،64) به‌صورت رابطه (66) داریم.

$$\begin{aligned} C_s &= \alpha \times K + \beta \times M, \\ C_a &= -d_{31}\frac{t_a + t_b}{2}\frac{E_a t_b E_b}{E_a t_a + t_b E_b} w \end{aligned} \tag{66}$$

w عرض صفحه، t_b ضخامت صفحه، t_a ضخامت پیزو، E مدول الاستیسیته صفحه، d_{31} ثابت کرنش پیزوالکتریک به‌صورت روابط (68،67) است.

$$A_{n\times n} = \begin{bmatrix} 0_{n\times n} & I_{n\times n} \\ -M_s^{-1}K_s & -M_s C_s \end{bmatrix} \tag{67}$$

$$B_{n\times 2} = \begin{bmatrix} 0_{n\times 1} & 0_{n\times 1} \\ M_s^{-1}r_w & M_s^{-1}r_m C_a \end{bmatrix} \tag{68}$$

در رابطه بالا C_a میرایی تناسبی و K_s و M_s نرمال‌شده ماتریس‌های جرم و سختی به‌صورت روابط (70،69) است.

$$C_{2\times n} = \begin{bmatrix} r_w & 0_{1\times n} \\ -M_s^{-1}(m,:)K_s & -M_s^{-1}(m,:)C_s \end{bmatrix} \tag{69}$$

[Downloaded from mme.modares.ac.ir on 2024-04-20]
[DOR: 20.1001.1.10275940.1394.15.9.8.0]

$$D_{2\times 2} = \begin{bmatrix} 0_{n\times 1} & 0_{n\times 1} \\ -M_s^{-1}(m,:)r_w & -M_s^{-1}(m,:)r_M c_a \end{bmatrix} \quad (70)$$

همان‌طورکه مشخص است، سیستم بالا دو ورودی- دو خروجی است که وروردی نخست نیروی خارجی و ورودی دوم نیروی اعمالی پیزو است. دو خروجی نیز به‌ترتیب جابه‌جایی عمودی و دیگری شتاب در راستای عمود بر صفحه است.

5-1-2 کنترل ارتعاش اجباری ورق مستطیلی چند لایه با بستر خطی

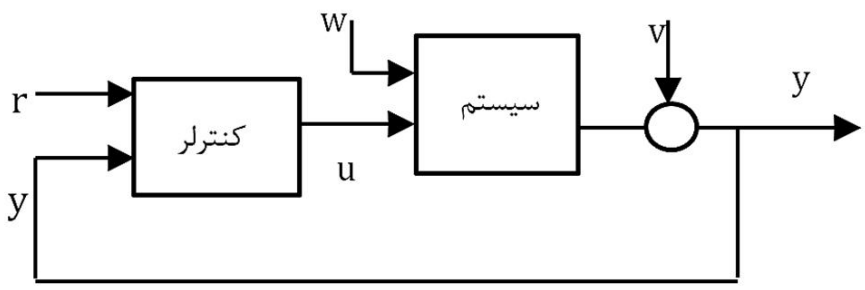
در این بخش به بررسی کنترل ارتعاش اجباری ورق مستطیلی چند لایه کلمپ‌شده با بستر خطی تحت نیروی خارجی پله پرداخته و با استفاده از داده‌های خروجی نرم‌افزار مطلب در رابطه با ارتعاش اجباری و همچنین استفاده از روابط (67-69) ماتریس‌های A، B، C و D بازنویسی خواهند شد، سپس نتایج مورد تجزیه و تحلیل قرار می‌گیرند. البته در کنترل صفحه از تعداد دو عدد پیزوالکتریک استفاده شده است.

در کنترلر رگلاتور خطی درجه دوم اثر نویز در سیستم را که در شکل 4، vدر نظر گرفته نمی‌شود. سیستم مورد بررسی دو ورودی داشته که r ورودی مطلوب بوده (در این‌جا $r = 0$ است) و u به شکلی تنظیم می‌شود که اثر اغتشاش w وارده به سیستم مشابه r با همان مقدار، صفر شود [20-24].

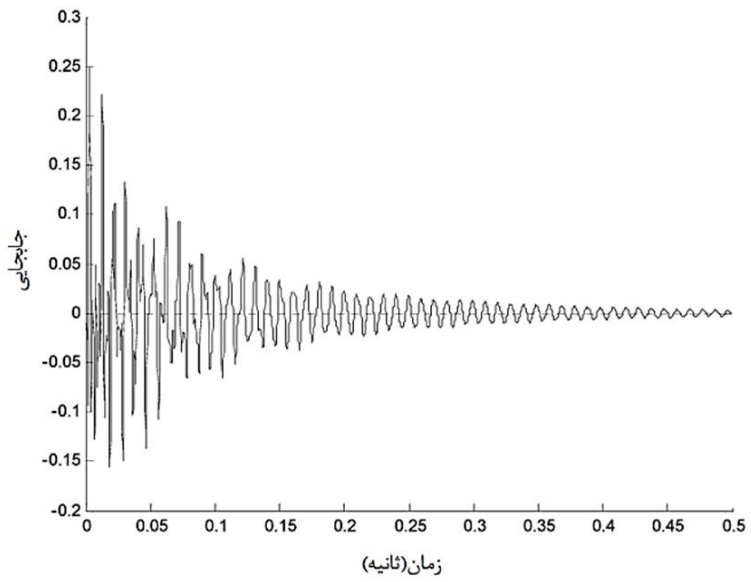
مرجع [9] به بررسی کنترل ارتعاش اجباری صفحه مستطیلی با تکیه ساده در اطراف به همراه میراکننده و نیروی اجباری ضربه پرداخته است. در این بررسی موقعیت وصله‌های پیزوالکتریک را ربع نخست و یک وصله در ربع چهارم جای‌دهی شده است. همان‌طورکه در شکل 5 مشاهده می‌شود با اعمال نیروی ضربه به صفحه پاسخ زمانی پس از 0/5 ثانیه به مقدار صفر نزدیک می‌شود و این در حالی است که با استفاده از کنترل‌کننده رگلاتور خطی درجه دوم پس از 0/15 ثانیه ارتعاش صفحه کنترل‌شده و به مقدار صفر همگرا می‌شود، که در شکل 7 نشان داده شده است. البته این نتیجه مربوط به مرکز صفحه است و نیرو نیز به همان مرکز صفحه اعمال می‌شود. حال به بررسی و صحه‌گذاری بر این نتایج پرداخته‌ایم. شکل 6 مربوط به پاسخ ارتعاش اجباری به نیروی ضربه و همچنین شکل 8 کنترل ارتعاشات ورق مستطیلی با روش رگلاتور خطی درجه دوم را نشان می‌دهد. و البته کاملاً مشخص است که توافق خوبی بین نتیجه به‌دست آمده و نتایج ارائه شده در مرجع [9] وجود دارد.

6- کنترل‌کننده فازی

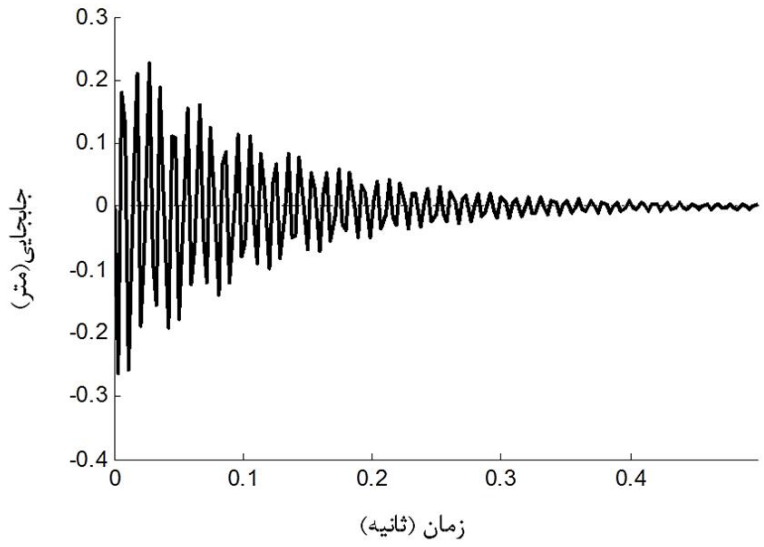
هدف در طراحی کنترل‌کننده تناسبی- مشتقی- انتگرالی این است که، خروجی کنترل‌کننده ورودی مرجع را دنبال کند. ابتدا مدلی از سیستم صفحه چهار لایه با زاویه (0، 90 و 90، ۰) و $a=2$ و $h = 0/02$ لایه با بستر خطی تحت تکیه‌گاه کلمپ شده را به‌دست آورده و این کار را با دانستن ماتریس‌های A، B، C و D که در بخش مربوط به کنترل‌کننده رگلاتور خطی درجه دوم توضیح داده شد در نظر گرفته و سپس به طراحی کنترل‌کننده تناسبی- مشتقی- انتگرالی فازی پرداخته شده است.



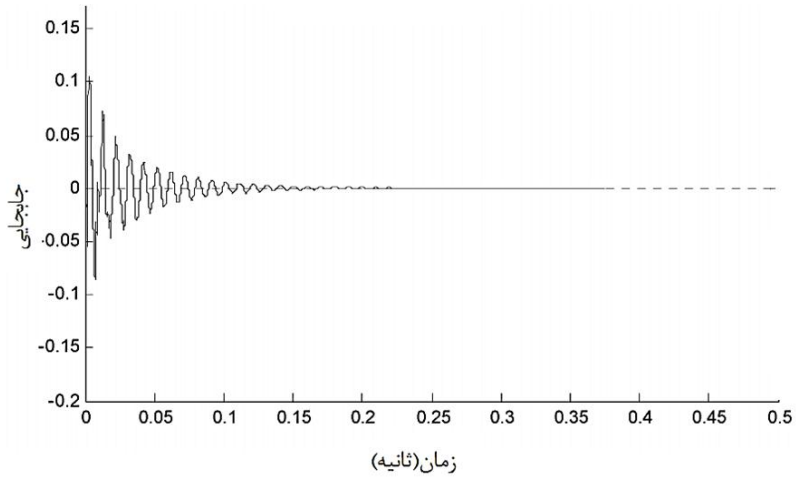
شکل 4 بلوک دیاگرام کنترلیرگلاتور خطی درجه دوم و گوسی خطی درجه دوم



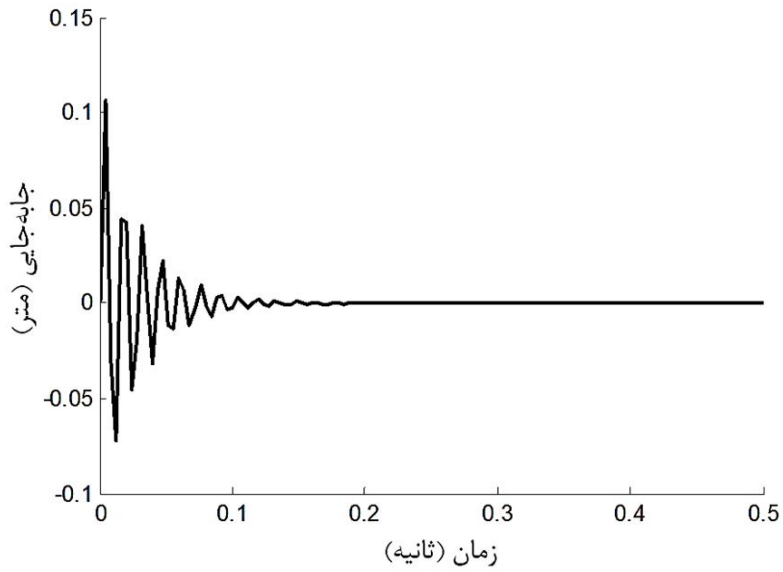
شکل 5 پاسخ زمانی ارتعاش اجباری صفحه مستطیل شکل با تکیه‌گاه ساده تحت نیروی ضربه بدون کنترل‌کننده [9].



شکل 6 پاسخ زمانی ارتعاش اجباری صفحه مستطیل شکل با تکیه‌گاه ساده تحت نیروی ضربه بدون کنترل‌کننده با استفاده از روش حاضر در این مقاله



شکل 7 پاسخ زمانی ارتعاش اجباری ورق مستطیل شکل با تکیه‌گاه ساده تحت نیروی ضربه با کنترل‌کننده رگلاتور خطی درجه دوم [9].



شکل 8 پاسخ زمانی ارتعاش اجباری صفحه مستطیل شکل با نیروی ضربه با استفاده از استفاده از روش حاضر در این مقاله

[Downloaded from mme.modares.ac.ir on 2024-04-20]
[DOR: 20.1001.1.10275940.1394.15.9.8.0]

ورودی نخست مربوط به سیگنال خطای ناشی از اختلاف بین نیروی اجباری و نیروی حاصل از پیزو است. سه تابع عضویت از نوع مثلثی و با اسامی منفی (N)، صفر (Z) و مثبت (P) درنظر گرفته شده است. ورودی دوم مربوط به جابه‌جایی است که متغیرها و عضوهای مربوط به ورودی دوم نیز مانند ورودی نخست تعریف می‌شوند. خروجی که برای سیستم درنظر گرفته شده همان u ولتاژ پیزوالکتریک که دامنه آن را نیز [20،20-] است. پنج تابع عضویت برای آن درنظر گرفته شده است که عبارتند از: خیلی منفی (LN)، کمی منفی (SN)، صفر (Z)، کمی مثبت (SP)، خیلی مثبت(LP).

ابتدا با تعریف سیستم استنتاج فازی و انتخاب نوع سیستم فازی ممدانی ورودی‌ها و خروجی‌ها یا همان توابع عضویت به‌صورت شکل 9 معرفی می‌شوند.

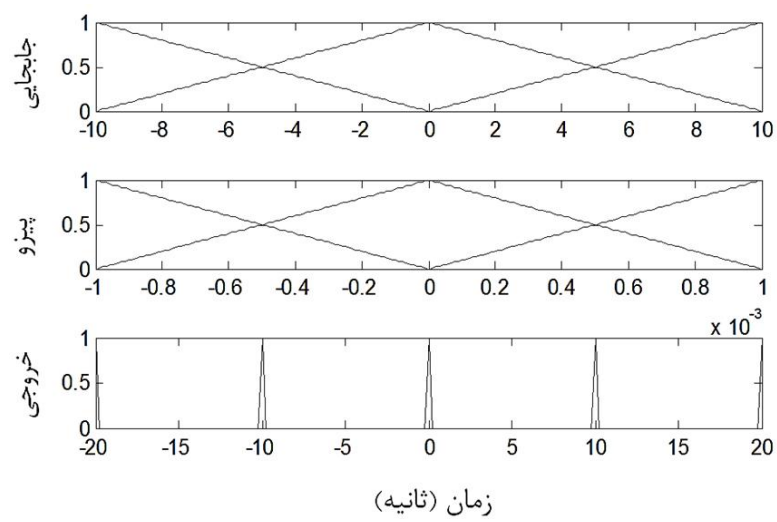
حال باید قوانینی گذاشته شود که رابطه ورودی‌ها و خروجی‌های کنترلی را نشان دهند تا بتوان رفتار سیستم را پس از اعمال ورودی‌ها کنترل کرد. البته این قوانین براساس دانسته‌های پیشین تعیین می‌شوند.

یعنی در این روش کنترلی باید رفتار سیستم کاملاً معلوم باشد تا بتوان این قوانین را به درستی تعیین کرد. قوانین اگر و آن‌گاه برای صفحه چهارلایه مستقر بر بستر خطی به‌صورت جدول 4 است.

7-بحث و بررسی نتایج

در این تحلیل از صفحه لایه‌ای مستقر بر بستر خطی که در میانه صفحه قرار گرفته، استفاده شده است. در شکل‌های 10 و 11 پاسخ ارتعاشات ورق مستطیلی سه‌لایه با زوایای (45-، 45، 45-) مستقر بر بستر خطی و شرایط مرزی CCCC، تحت نیروی اجباری ضربه و پله در مکان $(7l_x/8, 7l_y/8)$ نشان داده شده است.

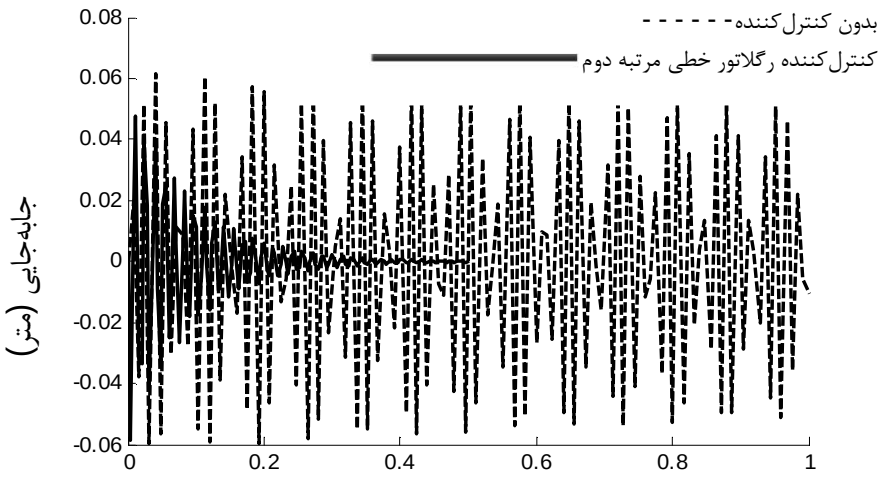
در شکل‌های 12 و 13 کنترل ارتعاشات ورق مستطیلی سه‌لایه مستقر بر بستر خطی و شرایط CCCC، تحت نیروی اجباری پله با روش رگلاتور خطی درجه دو مدار نقاط پیزو $(5l_x/8, 5l_y/8)$ و $(7l_x/8, 7l_y/8)$ و مکان اعمال نیرو در $(7l_x/8, 7l_y/8)$، نیز نشان داده شده است. همان‌طور که مشاهده می‌شود، این کنترلر به خوبی ارتعاشات سیستم را خنثی کرده و به



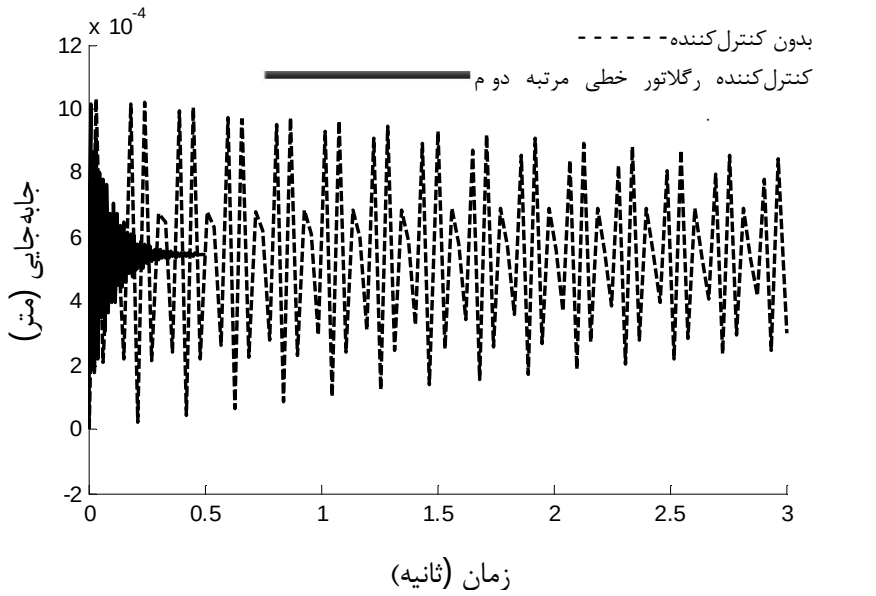
شکل 9 توابع عضویت سیستم فازی تناسبی- مشتقی- انتگرالی خطی

جدول 4 قوانین سیستم فازی تناسبی- مشتقی- انتگرالی خطی

ورودی خطا	ورودی جابه‌جایی	خروجی
P	Z	SP
P	P	LP
N	P	Z
N	N	LN
P	N	Z
N	Z	SN
Z	N	SN
Z	Z	Z
Z	P	SP

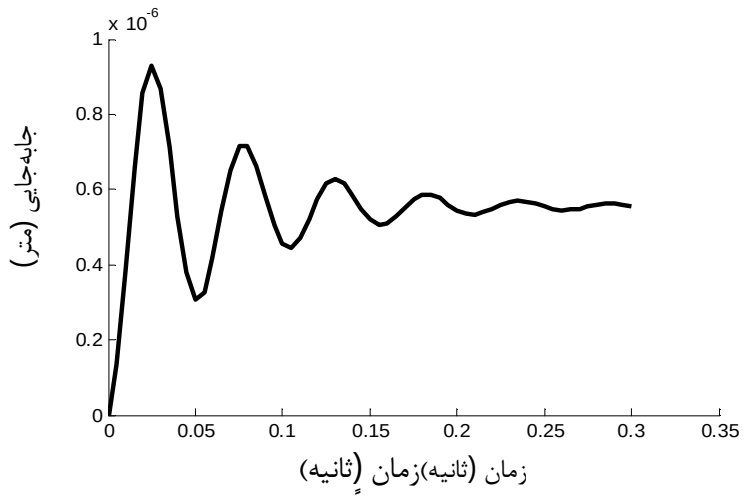


شکل 10 پاسخ زمانی ارتعاشات اجباری ورق مستطیلی سه‌لایه مستقر بر بستر خطی تحت نیروی ضربه در موقعیت $(7l_x/8, 7l_y/8)$



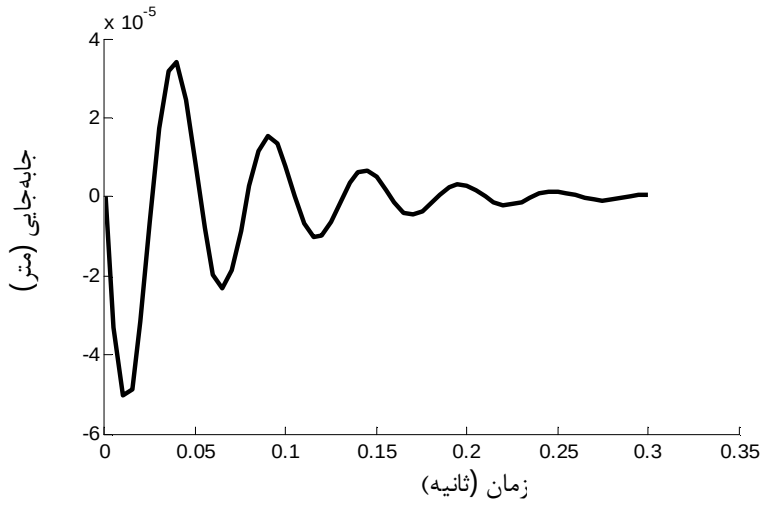
شکل 11 پاسخ زمانی ارتعاشات اجباری ورق مستطیلی سه‌لایه مستقر بر بستر خطی تحت نیروی ضربه در موقعیت $(7l_x/8, 7l_y/8)$

سمت خطای حالت دائمی تقریباً صفر هدایت کرده است. نقطه ضعف این روش این است که کمی کند بوده، ولی خطای حالت دائمی بسیار خوبی نتیجه می‌دهد. این کنترلر تغییرات سیستم را بسیار هموار و آرام اعمال می‌کند. برای ورودی اغتشاش ضربه نیز شرایطی مشابه بالا دارد. پاسخ ارتعاشات کنترل‌شده با کنترل‌کننده گوسی خطی درجه دوم در شکل‌های 12 و 13 نشان داده شده است. همان‌طور که در شکل‌های 12 و 13 مشاهده می‌شود این کنترلر بسیار سریع بوده، ولی خطای حالت دائم بیشتری نسبت به کنترلر پیشین نتیجه می‌دهد. این کنترلر تابع هزینه کامل‌تری از رگلاتور خطی درجه دوم داشته و پاسخ مناسب‌تری نتیجه می‌دهد. پاسخ به ورودی ضربه نیز مشابه شکل بالا کنترل شده است.



شکل 12 پاسخ زمانی ارتعاشات کنترل‌شده ورق مستطیلی سه‌لایه مستقر بر بستر خطی تحت نیروی پله در موقعیت $(7l_x/8, 7l_y/8)$

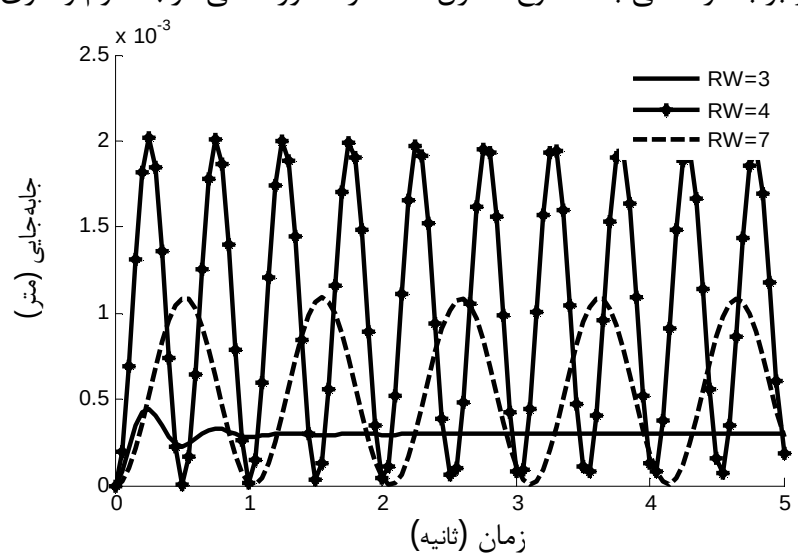
[Downloaded from mme.modares.ac.ir on 2024-04-20]
[DOR: 20.1001.1.10275940.1394.15.9.8.0]



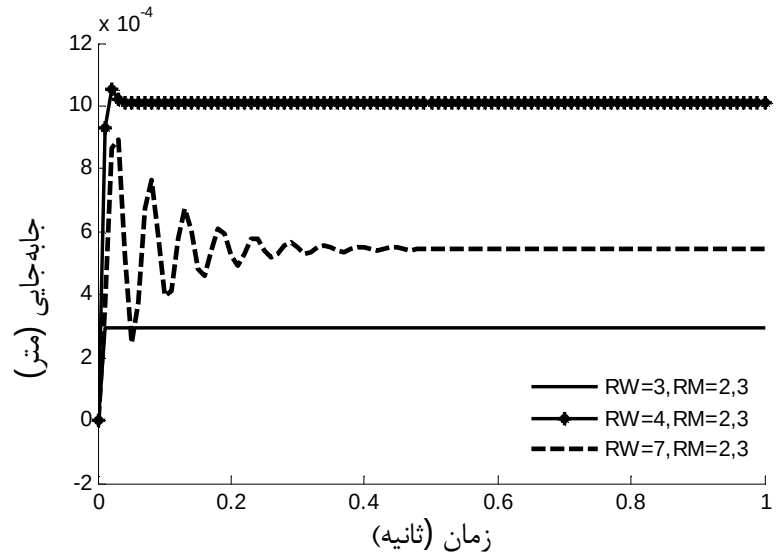
شکل 13 پاسخ زمانی ارتعاشات کنترل‌شده ورق مستطیلی سه‌لایه مستقر بر بستر خطی تحت نیروی ضربه در موقعیت $(7l_x/8, 7l_y/8)$

همان‌طورکه در شکل‌های 15،14 مشاهده می‌شود با قرار گرفتن موقعیت اعمال نیرو در فاصله بین دو پیزوالکتریک عملکرد کنترلر بسیار مناسب بوده است و سیستم به سرعت به مقدار صفر نزدیک می‌شود. با حرکت به سمت خارج از فاصله بین دو پیزو دامنه ارتعاشات افزایش‌یافته که نشان‌دهنده کاهش تأثیر عکس‌العمل پیزو بر اثر اعمال نیرو است. در شکل‌های 15،14 منظور از $RW=3$ موقعیت اعمال نیرو که معادل موقعیت $(3l_x/8, 3l_y/8)$ و همچنین $RM=2,3$ موقعیت مکانی دو پیزو را که در $(3l_x/8, 3l_y/8)$ و $(l_x/4, l_y/4)$ است را نشان می‌دهد.

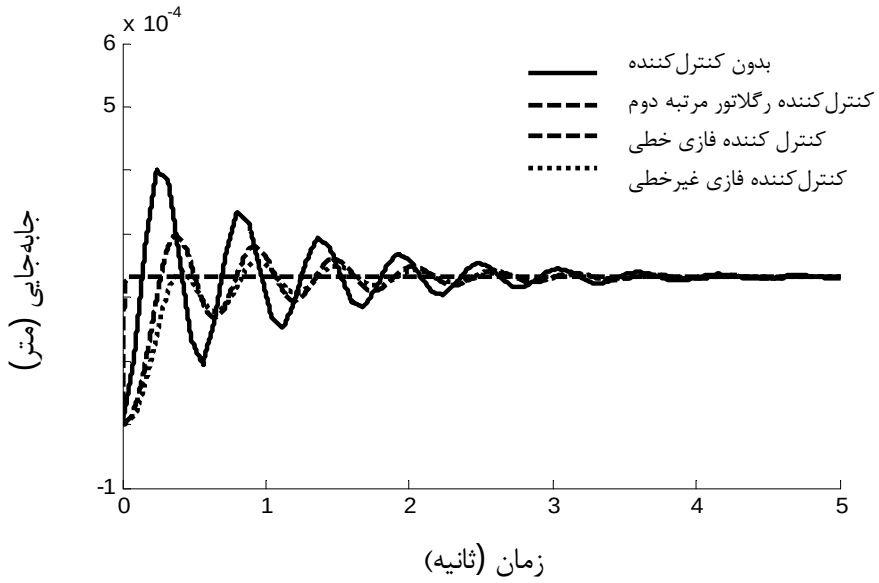
در شکل 16 نیز به مقایسه ارتعاشات کنترل‌شده ورق چهارلایه مستطیلی مستقر بر بستر خطی با سه نوع کنترل‌کننده رگلاتور خطی درجه دوم و فازی



شکل 14 مقایسه دامنه ارتعاش ورق مستطیلی چهارلایه مستقر بر بستر خطی تحت نیروی اجباری در موقعیت‌های متفاوت



شکل 15 مقایسه دامنه ارتعاشات کنترل‌شده ورق مستطیلی چهارلایه مستقر بر بستر خطی تحت نیروی اجباری در موقعیت‌های متفاوت



شکل 16 مقایسه پاسخ زمانی سه نوع کنترل‌کننده ارتعاشات ورق مستطیلی مستقر بر بستر خطی تحت نیروی اجباری پله

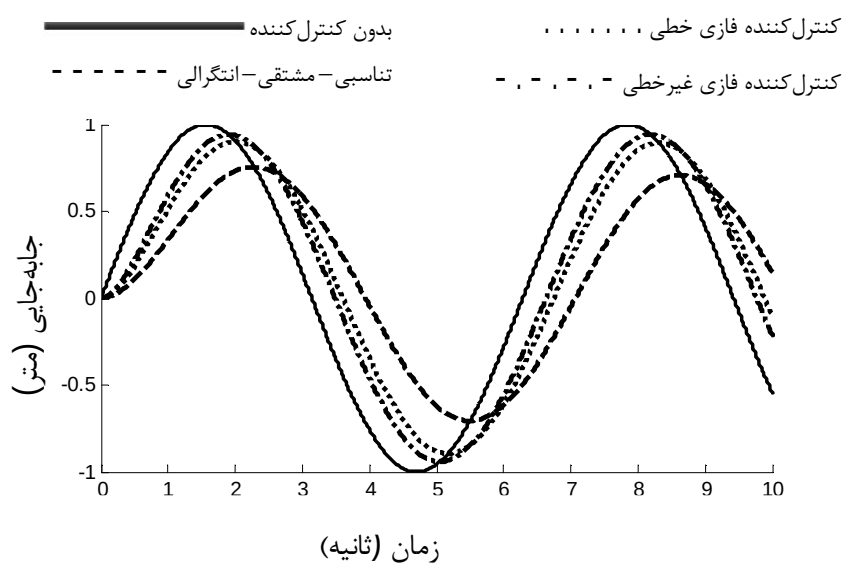
خطی و فازی غیرخطی پرداخته شده است. همان‌طورکه مشاهده می‌شود به‌ازای اعمال ورودی مرجع که مربوط به ارتعاش اجباری پله است، کنترل‌کننده رگلاتور خطی درجه دوم به سرعت مقدار ثابتی همگرا شده، ولی کنترل کننده‌های فازی با کمی تأخیر همگرا می‌شوند. از بین دو کنترل‌کننده فازی، کنترل‌کننده فازی غیرخطی نتیجه بهتری در کنترل ارتعاشات دارد.

هدف طرحی کنترل‌کننده‌ای است که ورودی مشخصی را دنبال کند. در شکل 17 ارتعاشات کنترل‌شده ورق چهارلایه مستطیلی مستقر بر بستر خطی با سه نوع کنترل‌کننده تناسبی- مشتقی- انتگرالی و فازی خطی و فازی غیرخطی پرداخته شده است. همان‌طورکه مشاهده می‌شود به‌ازای اعمال ورودی مرجع سینوسی کنترل‌کننده‌ها به خوبی ورودی را دنبال می‌کند. که از بین این سه نوع کنترل‌کننده، کنترل‌کننده فازی غیرخطی عملکرد بهتری را نشان می‌دهد.

در شکل 18 ارتعاشات کنترل شده ورق چهارلایه مستطیلی مستقر بر بستر خطی با سه نوع کنترل‌کننده تناسبی- مشتقی- انتگرالی و فازی خطی و فازی غیرخطی پرداخته شده است. همان‌طورکه مشاهده می‌شود به‌ازای اعمال ورودی مرجع پله واحد کنترل‌کننده‌ها به خوبی ورودی را دنبال می‌کند. از میان این سه نوع کنترل‌کننده کنترل‌کننده فازی غیرخطی عملکرد بهتری را نشان می‌دهد.

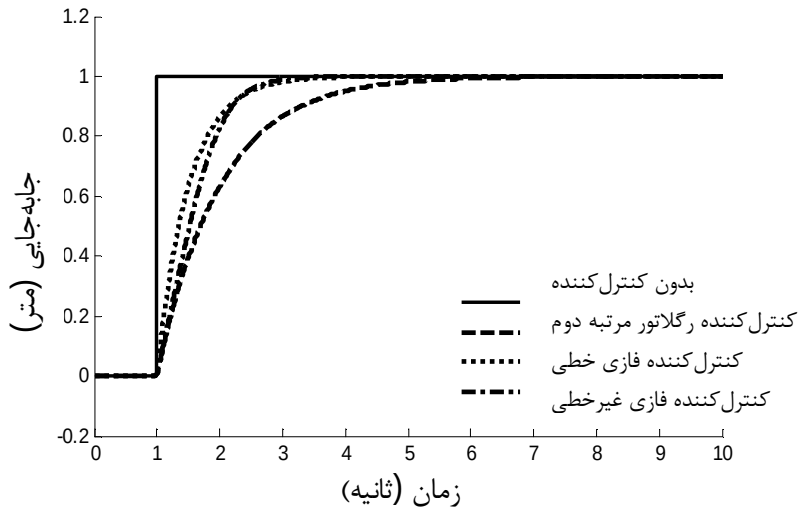
8- نتیجه‌گیری

همان‌طور که مشاهده شد برای کنترل ارتعاشات ورق مستطیلی مستقر بر بسترخطی،در یک نقطه، استفاده از وصله کمتر تا حتی دو وصله پیزوالکتریک



شکل 17 خروجی سیستم فازی خطی و غیرخطی به‌ازای ورودی سینوسی

[Downloaded from mme.modares.ac.ir on 2024-04-20]
[DOR: 20.1001.1.10275940.1394.15.9.8.0]



شکل 18 خروجی سیستم فازی خطی و غیرخطی به‌ازای ورودی پله

کافی به نظر می‌رسد و همچنین برای کنترل نقاطی که در خارج از فاصله بین وصله‌ها باشد کنترلر خوب عمل نمی‌کند و زمان عکس‌العمل نسبت به حالت میان پیزو زیادتر است. با اعمال نیروی خارجی بر مکانی که پیزو قرار دارد کنترلر به سرعت عکس‌العمل نشان داده و ارتعاشات کنترل می‌شود. که این موارد جهت استفاده از وصله‌های پیزوالکتریک در دستگاه‌های صنعتی و تجهیزات نظامی جهت کاهش ارتعاشات ناشی از بارهای خارجی با درنظر گرفتن موقعیت اعمال آن‌هاست.

9-مراجع

[1] M. Huang, X.Q. Ma, T. Sakiyama, H. Matsuda, C. Morita, Free vibration analysis of continuous rectangular plates, *Journal of Sound and Vibration,* Vol.9, 485–496, 2010,

[2] E. Altunsaray, I. Bayer, Deflection and free vibration of symmetrically laminated quasi-isotropic thin rectangular plates for different boundary conditions, *Ocean Engineering,* Vol, 57. 197–222, 2013.

[3] A. Rahbar Ranji, H. Rostami Hoseynabadi, A semi-analytical solution for forced vibrations response of rectangular orthotropic plates with various boundary conditions, *Journal of Mechanical Science and Technology,* Vol. 24, 357-364, 2010.

[4] J. M. S. Moita, V. M. F. Correia, P. G. Martins, C. M. M. Soares, Optimal Design in Vibration Control of Adaptive Structures Using a Simulated Annealing Algorithm, Journal of Composite Structures, Vol. 75, 79-87, 2006.

[5] J. M. S. Moita, I. F. P. Correia, C. M. M. Soares, C. A. M. Soares, Active Control of Adaptive Laminated Structures with Bonded Piezoelectric Sensors and Actuators, *Journal of Computers and Structures,* Vol. 82, 1349-1358, 2004.

[6] J. M. S. Moita, C. M. M. Soares, C. A. M. Soares, Active Control of Forced Vibration in Adaptive Structures Using Higher Order Model, *Journal of Composite Structures,* Vol. 71, 349-355, 2005.

[7] I. S. Sadek, Jr. J. C. Bruch, J. M. Sloss, S. Adali,Feedback Control of Vibrating Plates Using Piezoelectric Patch Sensors and Actuators, *Journal of Composite Structures,* Vol. 62, 397-402, 2003.

[8] S. Gopinathan,Modeling of Piezoelectric Smart Structures for Active Vibration and Noise Control Applications, *PhD thesis, Dept. of Engineering Science and Mechanics, Pennsylvania State Univ,* 2001.

[9] J. Kovarova, J. Dupal, M. Schlegel,Vibration Control of Plate Strauctures, Vol. 18, 61-78, 2007.

[10] E.Ventsel, T. Krouthammer, Thin PlFates and Shells: Theory, Analysis, and Applications, Marcel Dekker, Inc., New York,688, 2001.

[11] J. N. Reddy,Mechanics of Laminated Composite Plates and Shell Theory and Analysis, Vol. 2, 110-161, 2003.

[12] H.Lim, "Finite Element Simulation of Closed Loop Vibration Control of a Smart Plate Under Transient Loading", J. Smart. Mater. Struct., Vol. 12, 272-286, 2003.

[13] Sh. Hosseini-Hashemi, K. Khorshidi, H. Payandeh,Vibration analysis of moderately thick rectangular plates with internal line support using the Rayleigh- Ritz approach, Vol. 16. 22-39, 2009.

[14] K. Khorshidi, S. Farhadi, Free Vibration Analysis of a Laminated Composite Rectangular Plate in Contact with a Bounded Fluid, Composite Structures; Vol. 104. 176–186, 2013.

[15] K. Khorshidi, E. Rezaei, A.A. Ghadimi, M. Pagoli, Active vibration control of circular plates coupled with piezoelectric layers excited by plane sound wave, Applied Mathematical Modelling; Vol. 39. 1217–1228, 2015.

[16] Y.K. Chenung, D. Zhou, Vibration analysis of symmetrically laminated rectangular plates with intermediate line supports, Computers and Structures; 79. 33-41, 2001.

[17] S. Kumar, R. Srivastava, R. K. Srivastava,Active Vibration Control Of Smart Pizo Cantilever Beam Using PID Controller, *International Journal of Research in Engineering and Technology.* Vol. 03, 392-399, 2014.

[18] N. Jalili, Pizoelectric-Based Vibration Control, 195-220, 2010.

[19] J. Kovarova, J. Dupal, M. Schlegel, Vibration Control of Plate Strauctures, Vol. 18, 61-78,2007.

[20] J. M. S. Moita, C. M. M. Soares, C. A. M. Soares, Active Control of Forced Vibration in Adaptive Structures Using Higher Order Mode, Journal of Composite Structures, Vol. 71, 349-355, 2005.

[21] N. Rahman, M. Naushad Alam, Active vibration control of a piezoelectric beam using PIDcontroller: Experimental study, Latin American Journal of Solids and Structures, Vol. 9, 657-673, 2012.

[22] A, Keshmiri. A, Ghaheri. F, Taheri. Vibration and buckling of laminated composite plateselliptical symmetrical based on Resting On the internal load Vinkler original plates, Modares Mechanical Engineering, Vol. 14, No. 1, pp. 19-26, 2014. (In Persian)

[23] S.M. Shaukat, A, Sami. Finite Element Analysis of a Beam with Piezoelectrics using Third Order Theory-Part II Dynamic Analysis-Active Vibration Control, International Journal on Emerging Technologies, Vol.2, 135-139, 2011.

[24] A. A. Jandaghian, A. A. Jafari, Investigating the Effect of Piezoelectric layers on Circular Plates under Forced Vibration, *Journal Advanced Designand Manufacturing Technology,* Vol. 5. 1-9, 2012.

[Downloaded from mme.modares.ac.ir on 2024-04-20]
[DOR: 20.1001.1.10275940.1394.15.9.8.0]