



بررسی سرعت فلاتر و تأثیر لایه چینی بال کامپوزیتی با دو موتور متصل

سعید حرمی^۱, سعید ایرانی^{۲*}, شاهرخ شمس^۳, محمد رضا فلاح^۴

۱- دانشجوی کارشناسی ارشد، سازه‌های هوایی، دانشگاه خواجه نصیرالدین طوسی، تهران

۲- دانشیار، سازه‌های هوایی، دانشگاه خواجه نصیرالدین طوسی، تهران

۳- استادیار، سازه‌های هوایی، دانشگاه تهران، تهران

۴- دانشجوی دکتری، سازه‌های هوایی، دانشگاه خواجه نصیرالدین طوسی، تهران

* تهران، صندوق پستی irani@kntu.ac.ir، ۱۶۷۶۵-۳۳۸۱

چکیده

در این مقاله سرعت فلاتر بال کامپوزیتی با دو موتور متصل مورد بررسی قرار گرفته است. بال مورد نظر به صورت یک سر گردار و دارای دو درجه آزادی و همچنین به همراه دو نیروی پیشران تعیب کننده و جرم موتورها مدل سازی شده است. برای مدل سازی آبودینامیک از تئوری واکتر استفاده شده و معادلات حاکم بر حرکت بال با استفاده از روابط لاگرانژ و با در نظر گرفتن مودهای فرضی بدست آمده است. سرعت فلاتر خطی نیز با استفاده از روش مقدار و بینه محاسبه شده است. برای صحبت‌سنجی کار انجام شده، ابتدا بال کامپوزیتی بدون موتور و سپس با در نظر گرفتن دو موتور با نتایج پیشین مقایسه شده است که همخوانی خوبی بین نتایج مشاهده گردیده است. بال کامپوزیتی هم بصورت تک‌لایه و هم بصورت چند لایه مورد تحلیل قرار گرفته و تأثیر پارامترهای مختلف از قبل تغییر اندازه نیروی پیشران و جرم موتورها و همچنین موقعیت قرارگیری موتورها و افزایش تعداد لایه‌های کامپوزیت بررسی شده است و نتایج حاصل نشان می‌دهد با افزایش جرم و نیروی پیشران موتورها و همچنین با افزایش فاصله طولی موتور از ریشه بال، سرعت فلاتر کاهش می‌یابد و با نزدیک شدن موتورها به لبه حمله سرعت فلاتر افزایش یافته است.

اطلاعات مقاله

مقاله پژوهشی کامل

دریافت: ۲۵ مهر ۱۳۹۶

پذیرش: ۱۵ دی ۱۳۹۶

ارائه در سایت: ۲۱ بهمن ۱۳۹۶

کلید واژگان:

نایابداری

فلاتر

بال

کامپوزیت

The flutter speed and effect of laminate layers of composite wing carrying two powered engines

Saeid Moharami¹, Saeid Irani^{1*}, Shahrokh Shams², Mohammad Reza Fallah¹

۱- Faculty of Aerospace Engineering, Khajeh Nasir Toosi University of Technology, Tehran, Iran

۲- Faculty of New Sciences and Technologies, University of Tehran, Tehran, Iran

* P.O.B. 16765-3381 Tehran, Iran, irani@kntu.ac.ir

ARTICLE INFORMATION

Original Research Paper

Received 17 October 2017

Accepted 05 January 2018

Available Online 10 February 2018

Keywords:

Instability

Flutter

Wing

Composite

ABSTRACT

In this article, the Flutter speed of a composite wing carrying two power engines is analyzed. The wing is modeled as a beam with two degrees of freedom, which is a cantilever, with two thrust as a follower force and mass of the engines. Wagner theory has been used for aerodynamic model and using the assumed mode, the wing dynamic equations of the motion has been achieved by Lagrange equations. Linear flutter speed according to the eigenvalues of the motion equations was calculated. In order to valid the results of present work, at first composite wing assumed without engines and then wing modeled with two engines that results are compared with published results and good agreement has been observed. Composite wing has been analyzed as one layer and also laminate layers, and effect of variables such as follower force, engines mass, position of engines and number of layers has been investigated and the results show that with increase in mass and force of engines and also with increases distance between engine and wing root, flutter speed decreases and with decrease distance between engines and leading edge, flutter speed increases.

۱- مقدمه

بررسی رفتار استاتیک و دینامیک سازه الاستیک در حریان سیال (هو) را آبروالاستیکیت می‌نامند. امروزه به دلیل تمایل به کاهش مصرف سوخت، تا حد ممکن از مواد سبک در ساخت هواپیماها استفاده می‌شود. استفاده از این مواد در طراحی هواپیما باعث افزایش انعطاف‌پذیری سازه می‌گردد که به خودی خود برای تحلیل سازه مشکل ساز نیست، اما از آن جا که تغییر شکل‌های سازه‌ای باعث تغییر در نیروهای آبودینامیکی می‌شود و نیروهای

Please cite this article using:

S. Moharami, S. Irani, Sh. Shams, M. R. Fallah, The flutter speed and effect of laminate layers of composite wing carrying two powered engines, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 18, No. 02, pp. 314-322, 2018 (in Persian)

آوردن بارهای آبودینامیکی از تئوری نوارهای باریک استفاده شده، و این نیروها در طول بال اعمال می‌گردد که بدین منظور در روش‌های تحلیلی مقدار نیروهای آبودینامیکی برای یک مقطع بال حساب شده و به طول بال تعیین داده می‌شود. در تئوری نوار باریک توزیع فشار در هر مقطع بال تها به جریان پابین‌شونده همان مقطع بصورت دوبعدی وابسته است و تأثیر جریان اطراف مقاطع دیگر در نظر گرفته نشده است. از فرضیات عمده این روش آن است که جریان سیال تراکم ناپذیر بوده و بال در دو جهت از صفحه تقارن تا انتهای ادامه پیدا می‌کند، لذا جریان پیرامون بالواره برای هر سطح مقطع عرضی عمود بر بال یکسان بوده و جریان به صورت دو بعدی است. ضمناً از اثرات لزجت سیال صرف نظر شده و زاویه حمله کوچک در نظر گرفته شده است.

در شکل‌های 1 و 2 مدل بال مورد نظر به صورت شماتیک و در شکل 3 بال تغییر شکل یافته نشان داده است. شکل 2 محل قرارگیری موتور از نمای جانبی را نشان می‌دهد.

برای بدست آوردن معادلات سیستم از روابط لاغرانژ استفاده شده است که برای بال دو درجه آزادی به صورت رابطه (1) بیان می‌شود:

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial(T_w + T_{e_i})}{\partial h_1} \right) - \frac{\partial(T_w + T_{e_i})}{\partial \dot{h}_1} + \frac{\partial V}{\partial h_1} + \frac{\partial D}{\partial \dot{h}_1} = Q_h \quad (1-\text{الف})$$

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial(T_w + T_{e_i})}{\partial \dot{\alpha}_1} \right) - \frac{\partial(T_w + T_{e_i})}{\partial \alpha_1} + \frac{\partial V}{\partial \alpha_1} + \frac{\partial D}{\partial \dot{\alpha}_1} = Q_\alpha \quad (1-\text{ب})$$

با توجه به این که بال مورد نظر در این مقاله دارای دو درجه آزادی خم و پیچش می‌باشد، از تغییر شکل‌ها در جهت طولی (u) و عرضی (v) صرف‌نظر خواهد شد. این بدان معنا است که بال مورد نظر از نظر طولی

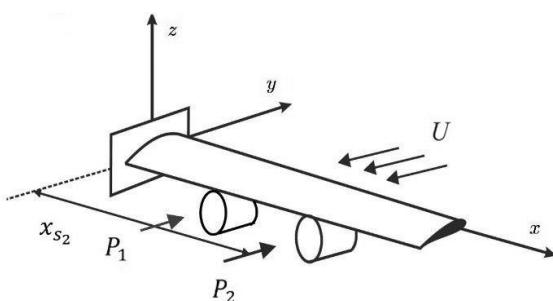


Fig. 1 The wing with engine configuration

شکل 1 نحوه اتصال موتور به بال

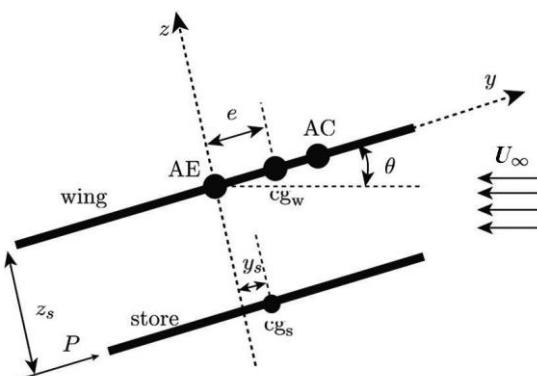


Fig. 2 Side view of wing [17]

شکل 2 نمای جانبی بال [17]

مطالعات بسیاری بر روی فلاتر بال هواپیما صورت گرفته است، که یکی از اولین آثار در تحلیل آبودینامیکی بال، مقاله‌ای از گلنند است که مبنی بر تغییر سرعت فلاتر بال یکسرگیردار می‌باشد [2]. همچنین او در سال 1948 این مساله را برای یک بال یکسرگیردار همراه با جرم متمنکر در نوک بال محاسبه کرد [3]. در سال 1998 گرن و لیبرسکیو فلاتر و اگرایی یک بال با زاویه عقب رفت را که جرم‌های متمنکر را در طول و نوک خود حمل می‌کند را با مدل بارگذاری غیردائمی (مدل تنوورسون)، بدست آورده‌اند. در این پژوهش معادلات حاکم بر بال با استفاده از اصل هامیلتون همراه با شرایط مرزی بدست آمده است [4]. در همین سال لیبرسکیو و گرن مقاله‌ای دیگر در مورد جرم متمنکر و بال با زاویه عقب رفت ارائه دادند که در این پژوهش به مسئله استاتیک آبودینامیکی بیشتر پرداخته شده است [5]. در سال 2002 هاجز و همکارانش با در نظر گرفتن دو درجه آزادی برای بال اثر نیروی رانش بر پایداری بال را مورد بررسی قرار دادند. این تحلیل نشان داد که نیروی پیشران موتور بر روی مزد ناپایداری بال تأثیر منفی دارد که این اثر با توجه به پارامترهای سازه ای کم یا بیشتر می‌شود [6]. کن و لیبرسکیو در سال 2003 ناپایداری بال هواپیما که به صورت کامپوزیتی مدل‌سازی شده بود را در جریان غیرقابل تراکم مورد بررسی قرار دادند [7]. شمس و همکارانش در سال 2008 رفتار غیر خطی یک بال بلند با خصامت ناچیز را بر اساس تئوری واگنر محاسبه کردند [8]. مزیدی و فاضل زاده در سال 2009 تأثیر زاویه عقب‌گرد بال بر ناپایداری دینامیکی بال و موتور متصل به آن را بررسی کردند [9]. همچنین آن‌ها در سال 2010 تأثیر مانور غلتش را بر ناپایداری استاتیکی و دینامیکی بال هواپیما و جرم متصل به آن مورد مطالعه قرار دادند [10]. در همین سال تأثیر زاویه عقب‌گرد بر ناپایداری دینامیکی بال و موتور متصل به آن را بررسی کردند [11]. در سال 2011 مزیدی و فاضل زاده به بررسی تأثیر سرعت مانور محوری هواپیما بر ناپایداری دینامیکی بال هواپیما تحت نیروی پیشران، پرداختند [12]. آموزگار و ایرانی در سال 2013 ناپایداری بال کامپوزیتی تک لایه را که دارای موتور بود، بر اساس تغییر زاویه الیاف تک لایه، موقعیت قرارگیری موتور و نیروی سی بعد پیشران، مورد بررسی قرار دادند [13]. فاضل زاده و همکارانش در سال 2013 فلاتر یک بال با زاویه عقب‌گرد که دارای دو موتور بود را محاسبه کردند [14] و در سال 2015 بامبینگ و همکاران فلاتر بال کامپوزیتی با لایه چینی مشخص را بررسی [15] و در سال 2015 لیبومیرف و همکاران ناپایداری یک بال آنیزوتروب را بررسی کردند [16]. حال در این تحقیق به بررسی یک بال کامپوزیتی بلند دو موتوره پرداخته شده است که با توجه به نیروهای پیشران متفاوت و موقعیت قرارگیری موتورها و همچنین تک لایه و چند لایه بودن کامپوزیت در زاویه الیاف مختلف بررسی شده است.

2- معادلات حرکت

بال مورد بررسی به صورت یک تیر نازک دارای دو درجه آزادی با اتصال صلب به بدنه در نظر گرفته شده است. از فرضیاتی که در این بررسی در نظر گرفته شده است، می‌توان به عدم تغییر طول و قسم وتر بال از نوک تا ریشه اشاره نمود؛ همچنین بال حین جابجایی تاب بر نمی‌دارد و فرم وتر بال از نوک تا ریشه اشاره نمی‌کند. بال در جریان غیرقابل تراکم زیر صوت قرار دارد و جرم موتورها به صورت یک جرم متمنکر در نظر گرفته شده است. نیروی پیشران هر موتور برای بدست آوردن معادلات آبودینامیک و همچنین برای مدل کردن نیروهای آبودینامیک در حوزه زمان از تئوری واگنر استفاده شده است. برای به دست

$$\delta W_p = \sum_{i=1}^2 \left\{ P_i \theta \delta w + P_i (Y_{e_i} \theta - z_{e_i}) \delta \theta \right\} \Big|_{x=x_i} \quad (9)$$

شکل مدهای حرکتی برای درجات آزادی جایجایی عمودی و چرخش بال به صورت روابط (10) و (11) در نظر گرفته که در این رابطه $\eta = x/l$ می‌باشد:

$$F_h(\eta) = \left(\frac{\sin h\beta_1 + \sin \beta_1}{\cos h\beta_1 + \cos \beta_1} \right) \cos(\beta_1) - (\cos h(\beta_1) + \sin h(\beta_1) - \sin(\beta_1)) \quad (10)$$

$$F_\alpha(\eta) = \sqrt{2} \sin(\beta_2) \quad (11)$$

که مقادیر β_1 و β_2 برای چهار مد، به صورت رابطه (12) بیان می‌شود:

$$\beta_1 = [1.8751, 4.69406, 7.85476, 10.9955, 14.1372] \quad (12)$$

$$\beta_2 = (i - 0.5) \quad (12)$$

حال با استفاده از روش مدهای فرضی جایجایی و پیچش بال که به صورت رابطه (13) می‌باشد و با جایگذاری این رابطه در معادلات (3) تا (9) روابط نهایی انرژی پتانسیل، جنبشی، میرایی و کار نیروهای آبودینامیکی و خارجی بال ناشی از نیروهای پیشran به صورت روابط (14) تا (22) بدست می‌آید:

$$h = F_h(\eta)h_1(t), \quad \alpha = F_\alpha(\eta)\alpha_1(t) \quad (13)$$

$$T_w = \frac{1}{2} ml A_3 \dot{h}_1^2 + mel A_5 \dot{h}_1 \dot{h}_1 + \frac{1}{2} I_\alpha l A_4 \dot{\alpha}_1^2 \quad (14)$$

$$T_{e_1} = \frac{1}{2} M_{e_1} \left(\frac{Z_{e_1}}{l} \right) A_6 \dot{h}_1^2 + \frac{1}{2} (I_{e_1} + M_{S_1} (y_{e_1}^2 + z_{e_1}^2)) A_8 \dot{\alpha}_1 + \frac{1}{2} M_{e_1} A_7 \dot{h}_1 + M_{e_1} y_{e_1} A_9 h'_1 \dot{\alpha}_1 \quad (15)$$

$$T_{e_2} = \frac{1}{2} M_{e_2} \left(\frac{Z_{e_2}}{l} \right) A_{10} \dot{h}_1^2 + \frac{1}{2} (I_{e_2} + M_{e_1} (y_{e_2}^2 + z_{e_2}^2)) A_{12} \dot{\alpha}_1 + \frac{1}{2} M_{e_2} A_{11} \dot{h}_1^2 + M_{e_2} y_{e_2} A_{13} h'_1 \dot{\alpha}_1 \quad (16)$$

$$V = \frac{1}{2} \frac{GJ}{l} A_2 \alpha_1^2 + \frac{1}{2} \frac{EI}{l^3} A_1 h_1^2 + P_1 A_{14} \alpha_1 h_1 + P_2 A_{16} \alpha_1 h_1 \quad (17)$$

$$D = \frac{1}{2} A_3 l C_h \dot{h}_1^2 + \frac{1}{2} A_4 l C_\alpha \dot{\alpha}_1^2 \quad (18)$$

$$\delta W_p = P_1 A_9 \alpha_1 \delta h_1 + P_2 A_{13} \alpha_1 \delta h_1 + P_1 y_{e_1} A_8 \alpha_1 \delta \alpha_1 + P_2 y_{e_2} A_{12} \alpha_1 \delta \alpha_1 - P_1 z_{e_1} A_{15} \alpha_1 \delta \alpha_1 - P_2 z_{e_2} A_{17} \alpha_1 \delta \alpha_1 \quad (19)$$

$$\delta W_A = -L F_h P_1(\eta) \delta h_1 + M F_\alpha P_1(\eta) \delta \alpha_1 \quad (20)$$

$$\delta W = \delta W_A + \delta W_p \quad (21)$$

$$Q_h = -\rho U^2 b l \int_0^l dC_L F_h(\eta) d\eta \quad (22)$$

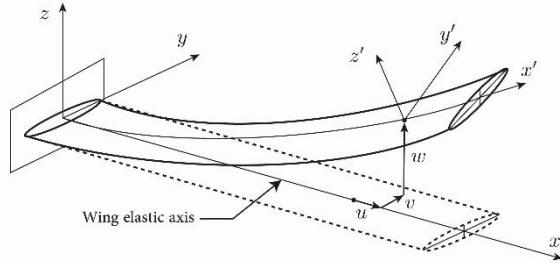
$$Q_a = 2\rho U^2 b^2 l \int_0^l dC_M F_a(\eta) d\eta \quad (22)$$

ضرایب A_1 تا A_{18} در روابط بالا، در پیوست تعریف شده‌اند.

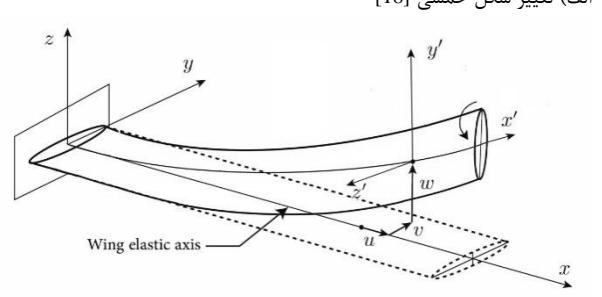
1-2- مدل نیرو و ممان‌های آبودینامیکی غیردائم به وسیله تابع واگنر

معادلات استفاده شده برای نیروی برآ و گشتاور آبودینامیکی در حوزه زمان به صورت روابط (23) و (24) می‌باشد.

$$dC_L(\tau) = \pi (\xi'' - \alpha_h \alpha'' + \alpha') + 2\pi \left(\alpha(0) + \xi'(0) + \left(\frac{1}{2} - \alpha_h \right) \alpha'(0) \right) \varphi(\tau) + 2\pi \int_0^\tau \varphi(\tau - \sigma) \left(\alpha'(\sigma) + \xi'(\sigma) + \left(\frac{1}{2} - \alpha_h \right) \alpha''(\sigma) \right) d\sigma \quad (23)$$



a) Bendig deformation [18]



b) Torsional and bendig deformation

الف) تغییر شکل خمی [18]

Fig. 3 The wing situation before and after the deformation of elastic
شكل 3 وضعیت بال قبل و بعد از تغییر شکل‌های الاستیک

غیرقابل انعطاف پذیر می‌باشد. همچنین سختی خمی در جهت Z نسبت به سختی خمی در جهت Y و سیار زیاد در نظر گرفته می‌شود حال باید روابط انرژی جنبشی، پتانسیل و میرایی و کار نیروها را بدست آورده و در رابطه (2) قرار داده شود. برای محاسبه انرژی جنبشی مرکز نیاز است مشتق بردار جایجایی زمان محاسبه گردد. بدین ترتیب رابطه نهایی مشتق جایجایی به صورت رابطه (2) خواهد بود:

$$\dot{R}_{e_i} = (-w' z_{e_i}) \hat{i} + (-\theta z_{e_i}) \hat{j} + (\dot{w} + \theta y_{e_i}) \hat{k} \quad (2)$$

برای محاسبه انرژی جنبشی جرم مرکز موتورها با جایگذاری رابطه (2) در رابطه (3) رابطه نهایی به صورت رابطه (4) بدست می‌آید:

$$T_{e_i} = \frac{1}{2} \iiint_V M_{e_i} (\dot{R}_{e_i} \cdot \dot{R}_{e_i}) \delta(x - x_{e_i}) dV \quad (3)$$

$$T_{e_i} = \frac{1}{2} \int_0^L (M_{e_i} Z_{e_i}^2 \dot{w}'^2 + M_{e_i} Z_{e_i}^2 \dot{\theta}^2 + M_{e_i} \dot{w}^2 + M_{e_i} y_{e_i}^2 \dot{\theta}^2 + 2M_{e_i} y_{e_i} \dot{w} \dot{\theta} + I_{e_i} \dot{\theta}^2) \delta(x - x_{e_i}) dx \quad (4)$$

انرژی جنبشی بال با رابطه (5) برابر است:

$$T_w = \frac{1}{2} \int_0^L (m \dot{h}^2 + 2me \dot{a} \dot{h} + I_\alpha \dot{\alpha}^2) dx \quad (5)$$

انرژی پتانسیل بال به صورت رابطه (6) محاسبه خواهد شد:

$$V = \frac{1}{2} \int_0^L (GJ \alpha'^2 + EI h''^2 + 2P_1(x_{e_1} - x) H(x_{e_1} - x) \alpha h'' + 2P_2(x_{e_2} - x) H(x_{e_2} - x) \alpha h'' dx \quad (6)$$

و انرژی میرایی به صورت رابطه (7) نوشته می‌شود:

$$D = \frac{1}{2} \int_0^L (C_h \dot{h}^2 + C_\alpha \dot{\alpha}^2) dx \quad (7)$$

کار نیروهای آبودینامیکی به صورت رابطه (8) و کار نیروهای خارجی ناشی از نیروی پیشran به صورت رابطه (9) محاسبه می‌شود:

$$\delta W_A = \int_0^L (-L \delta h + M \delta \alpha) dx \quad (8)$$

$$K = 2b \left(D_{26} - \frac{D_{16}D_{12}}{D_{11}} \right) \quad (29)$$

برای محاسبه D_{ij} از رابطه (30) استفاده شده است و همچنین چند لایه کامپوزیتی متقاضی در نظر گرفته شده است.

$$D_{ij} = \frac{1}{3} \sum_{k=1}^{nol} (\bar{Q}_{ij})_k (h_k^3 - h_{k-1}^3) \quad (30)$$

3- محاسبه سرعت فلاتر

برای محاسبه سرعت فلاتر توسط نرم افزار متلب، می‌بایست ابتدا با استفاده از مودهای فرضی (رابطه (13)) معادلات حرکت سیستم (27) و (28) به فرم ماتریسی تبدیل شوند. در معادله ماتریسی قسمت حقیقی مقادیر ویژه همان میرایی مودال که سرعت ناپایداری مربوط به زمانی است که این میرایی از مقدار منفی به مثبت تغییر یابد و همچنین قسمت موهومی آن فرکانس کاهش یافته می‌باشد. و با اضافه شدن نیروهای پیشran تعقیب کننده به بال مورد نظر، خود این نیروها عاملی برای ناپایداری می‌باشند.

4- اعتبار سنجی

سرعت فلاتر توسط معادلات بدست آمده با نرم افزار متلب برای مشخصات بال هیل که در جدول‌های 1 و 2 آمده، محاسبه شده است. قابل ذکر است که بال اشاره شده در مرجع (6) همگن می‌باشد که برای این منظور در این مقاله برای صحتسنجی زاویه الیاف صفر در نظر گرفته شده است.

4-1- اعتبار سنجی بال کامپوزیتی بدون موتور

به منظور اعتبار سنجی سرعت فلاتر محاسبه شده بدون نیروی پیشran ابتدا برای بال هیل در جدول (3) و سپس برای بال گلند در جدول (4) با مراجع

جدول 1 مشخصات ساختاری و هندسی بال

Table 1 Geometrical specification of composite wing

مقادیر	پارامتر
16 (m)	طول بال (L)
0.5 (m)	نصف طول و تر بال
0.75 (kg/m)	جرم بر واحد طول
0.1 (kg m)	ممان اینرسی
0.0889 (kg m ⁻³)	چگالی هوای

جدول 2 مشخصات ماده کامپوزیتی و سطح مقطع بال

Table 2 Material specification of composite wing

مقادیر	پارامتر
2×10^{11} (Pa)	E1
5×10^9 (Pa)	E2
5×10^8 (Pa)	G12
0.25	v12
0.24 (m)	پهنای تیر بال
0.017 (m)	ضخامت تیر بال

جدول 3 اعتبار سنجی بال کامپوزیتی هیل

Table 3 Validation of composite HALE wing

درصد خطأ	سرعت فلاتر (m/s)	بال هیل
-	32.4	حاضر
-0.6	32.2	[6]
+1.2	32.805	[8]

$$\begin{aligned} dC_M(\tau) &= \pi \left(\frac{1}{2} - \alpha_h \right) \\ &\left(\alpha(0) + \xi'(0) + \left(\frac{1}{2} - \alpha_h \right) \alpha'(0) \right) \varphi(\tau) \\ &+ \frac{\pi}{2} \alpha_h (\xi' - \alpha_h \alpha'') + \pi \left(\frac{1}{2} + \alpha_h \right) \\ &\int_0^\tau \varphi(\tau - \sigma) (\alpha'(\sigma)) + \xi'(\sigma) + \left(\frac{1}{2} - \alpha_h \right) \alpha'(\sigma) d\sigma \end{aligned} \quad (24)$$

در روابط (22) و (23)، $\varphi(\tau)$ تابع واگنر به صورت رابطه (25) است و ξ جابجایی بی بعد و α پیچش مقطع بال می‌باشد.

$$\varphi(\tau) = 1 - \psi_1 e^{-\varepsilon_1 \tau} - \psi_2 e^{-\varepsilon_2 \tau} \quad (25)$$

$$\psi_1 = 0.165, \psi_2 = 0.335, \varepsilon_1 = 0.0455, \varepsilon_2 = 0.3$$

2- بی بعدسازی

برای سهولت در امر محاسبات از پارامترهای بی بعد روابط (26) استفاده می‌شود:

$$\begin{aligned} \xi &= \frac{h}{b_n} , \quad r_\alpha = \sqrt{\frac{I_\alpha}{mb^2}} , \quad \mu = \frac{m}{\pi \rho b^2} \\ \eta &= \frac{y}{l} , \quad U^* = \frac{U}{b \omega_\alpha} , \quad \xi_\alpha = \frac{1}{\pi} \frac{l C_\alpha}{\sqrt{I_\alpha G J}} \\ \tau &= \frac{U t}{b} , \quad \omega_\alpha = \frac{\pi}{2} \sqrt{\frac{G J}{l_\alpha l^2}} \quad \omega_h = (1.8751)^2 \sqrt{\frac{E I}{m l^4}} \\ \bar{\omega} &= \frac{\omega_h}{\omega_\alpha} , \quad K = \frac{K}{G J} , \quad \xi_\xi = \frac{1}{(1.8751)^2} \frac{l^2 C_h}{\sqrt{m E I}} \\ b^* &= \frac{b}{l} , \quad e^* = x_\alpha , \quad M_s^* = \frac{M_s}{m l} \\ I_s^* &= \frac{I_s}{l_\alpha l} , \quad \lambda = \frac{E I}{G J} , \quad P = \sqrt{\lambda} \frac{p l^2}{G J} \\ y_s^* &= \frac{y_s}{b} , \quad z_s^* = \frac{z_s}{l} \end{aligned} \quad (26)$$

3- معادلات نهایی

نهایتاً پس از سادهسازی‌های ممکن، معادلات نهایی بال کامپوزیتی تحت نیروی پیشran و جرم موتور به صورت روابط (27) و (28) بدست می‌آیند:

$$\begin{aligned} C_0 \xi_1'' + C_1 \alpha_1'' + C_2 \xi_1' + C_3 \alpha_1' + C_4 \xi_1 + C_5 \alpha_1 + C_6 w_1 \\ + C_7 w_2 + C_8 w_3 + C_9 w_4 + A_1 \left(\frac{1}{1.8751^4} \right) \\ \left(\frac{\bar{\omega}}{U^*} \right)^2 G(\xi) + A_{12} K b^* \left(\frac{r_\alpha}{U^*} \right)^2 \left(\frac{2}{\pi} \right)^2 M(\alpha) = f(\tau) \end{aligned} \quad (27)$$

$$\begin{aligned} D_0 \xi_1'' + D_1 \alpha_1'' + D_2 \xi_1' + D_3 \alpha_1' + D_4 \xi_1 + D_5 \alpha_1 \\ + D_6 w_1 + D_7 w_2 + D_8 w_3 + D_9 w_4 + A_2 \left(\frac{2}{\pi} \right)^2 \\ \left(\frac{1}{U^*} \right)^2 M(\alpha) + A_{12}^T b^* \left(\frac{1}{U^*} \right)^2 \left(\frac{2}{\pi} \right)^2 G(\xi) = g(\tau) \end{aligned} \quad (28)$$

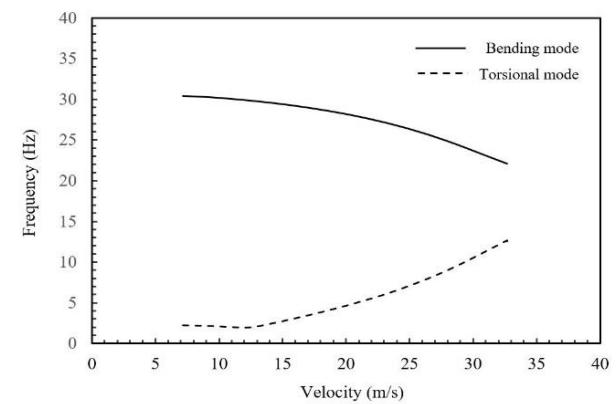
ضرایب C_1 تا C_9 و D_1 تا D_9 بکار رفته در معادلات (27) و (28)، در پیوست موجود می‌باشند.

4- کامپوزیت

سختی‌های خمشی و پیچشی و کوبلینگ بین آن‌ها برای چند لایه کامپوزیتی بصورت رابطه (30) محاسبه می‌شوند [19].

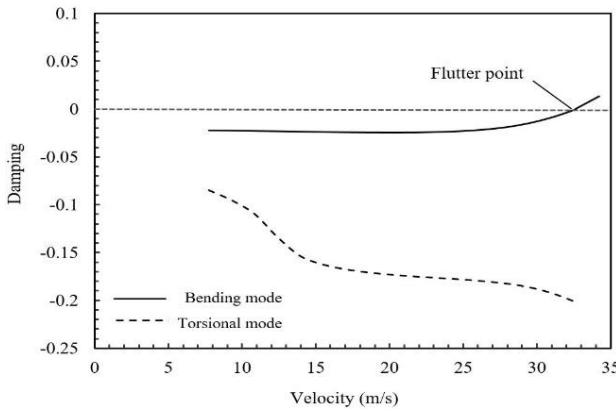
$$EI = b \left(D_{22} - \frac{D_{12}^2}{D_{11}} \right) \quad (29)$$

$$GJ = 4b \left(D_{66} - \frac{D_{16}^2}{D_{11}} \right) \quad (29)$$



a) Frequency vs air speed plot

الف) نمودار فرکانس بر حسب سرعت جریان

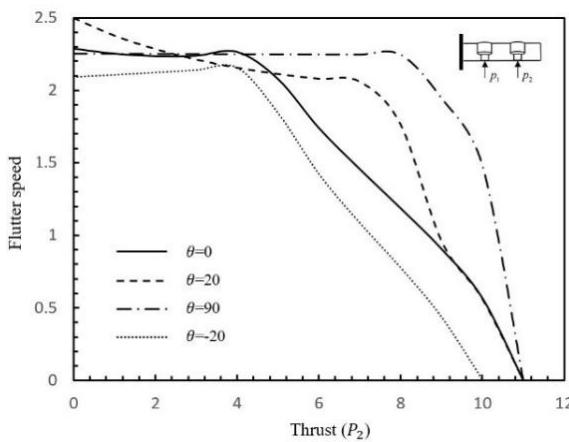


b) Damping vs air speed plot

ب) نمودار میرایی بر حسب سرعت جریان

Fig. 4 Variation of Frequency and Damping vs air speed for HALE wing

شکل 4 تغییرات فرکانس و میرایی بر حسب سرعت جریان برای بال هیل

Fig. 5 Effect of second engine thrust on the flutter speed for different fiber orientations in $P_1 = 6$ شکل 5 تأثیر نیروی پیشران موتور دو بر روی سرعت فلاتر بال در زوایای مختلف الیاف تک لایه و $P_1 = 6$

بخصوصی ندارد. در شکل 9 تأثیر تغییر مکان طولی موتور دو بر سرعت فلاتر با در نظر گرفتن موتور یک در موقعیت $X_{S_1} = 0.3$ در نیروهای پیشران مختلف برای کامپوزیت تک لایه در زاویه الیاف صفر درجه رسم شده است. همان طور که مشهود است با تغییر موقعیت موتور از وسط بال به سمت نوک بال ابتدا سرعت فلاتر کمی زیاد ولی بعد کاهش می‌یابد، همچنین این

جدول 4 اعتبارسنجی بال کامپوزیتی گلن

Table 4 Validation of composite GOLAND wing

درصد خطا	سرعت فلاتر (m/s)	بال گلن
-	489.27	حاضر
0.98	494.1	مرجع [3]
-0.2	488.3	مرجع [20]
0.7	492.7	مرجع [14]

ذکر شده مقایسه گردیده و نتایج با دقت خوبی همخوانی دارد.

4-2-اعتبار سنجی بال کامپوزیتی دو موتور

در این بخش صحبت‌سنجی را برای سرعت فلاتر با در نظر گرفتن دو موتور برای بال گلن با کار آقای مزیدی در حالت بدون سوپر انجام داده شده و مقایسه نتایج در جدول (5) تطابق خوبی را نشان می‌دهد.

5-تحلیل فلاتر

در این بخش موتورها به حالت صلب به بال نصب شده که هر کدام از موتورها دارای یک نیروی تعقیب کننده می‌باشد و سرعت فلاتر برای حالت‌های مختلف بدست آمده و ارائه شده است. لازم به ذکر است تمام نمودارها برای بال هیل می‌باشند و همچنین جرم هر کدام از موتورها 11 kg و موقعیت آنها در 0.7 $X_{S_1} = 0.3$, $X_{S_2} = 0.7$ در نظر گرفته شده است. همچنین شکل 4 نمودار فرکانس و صفر شدن میرایی و رخداد پدیده فلاتر برای بال هیل را نشان می‌دهد.

ابتدا شکل 5 تأثیر نیروی پیشران موتورها بر سرعت فلاتر در زاویه الیاف مختلف کامپوزیت تک لایه را نشان می‌دهد. همان‌طور که مشاهده می‌شود در ابتدا با افزایش نیروی پیشران موتور دو در برخی زوایای الیاف سرعت فلاتر افزایش ولی بعد از مقدار معینی با افزایش نیروی پیشران موتور دو سرعت فلاتر کاسته و به مرز ناپایداری نزدیک می‌شود و همچنین در حالتی که نیروی موتور دو صفر است بیشتر سرعت فلاتر برای زاویه الیاف بیست درجه می‌باشد. در شکل 6 تأثیر نیروی پیشران موتور دو بر سرعت فلاتر نسبت به نیروی پیشران موتور یک مختلف برای یک کامپوزیت چهار لایه [0 90] نشان داده شده که هر چه نیروی پیشران زیاد می‌شود سرعت فلاتر کاهش می‌یابد.

شکل 7 تغییرات سرعت فلاتر نسبت به تغییرات جرم‌های موتور در زاویه الیاف مختلف کامپوزیت تک لایه را نشان می‌دهد. همان‌طور که در شکل 5 دیده می‌شود با افزایش جرم موتورها سرعت فلاتر کاهش می‌یابد و این روند کاهش در زاویه الیاف مختلف، متفاوت است؛ البته این روند برای زاویه الیاف 90 درجه متفاوت و با افزایش جرم تا حد معینی، سرعت فلاتر افزایش و بعد تغییر چندانی ندارد و در زاویه 20- درجه بیشترین تغییر را دارد. در شکل 8 تغییرات سرعت فلاتر نسبت به جرم موتورها برای یک کامپوزیت چهار لایه [0 90] در نیروهای مختلف رسم شده است که با افزایش این نیرو، سرعت فلاتر کاهش می‌یابد ولی با افزایش جرم در ابتدا کمی افزایش و بعد تغییر

جدول 5 اعتبار سنجی بال کامپوزیتی دو موتوره برای بال گلن

Table 5 Validation of composite wing two engines

درصد خطا	کار حاضر	مرجع [14]	شرط
-5.5	389.3	412.1	$P_1=P_2=0$
-4.3	383.22	400.7	$P_1=2, P_2=0$
-6.2	241.51	257.6	$P_1=0, P_2=2$
-0.2	197.1	197.5	$P_1=2, P_2=2$

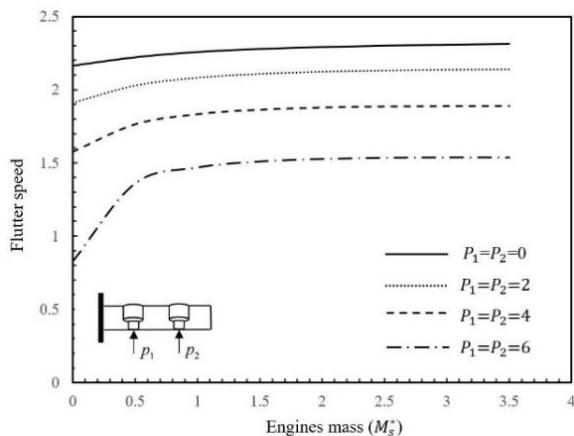


Fig. 8 Flutter speed against engines mass for different engine thrust of 4 layer wing

شکل 8 تغییرات سرعت فلاتر در برابر تغییر میزان جرم‌های متمرکز نسبت به P های مختلف در الیاف چهار لایه

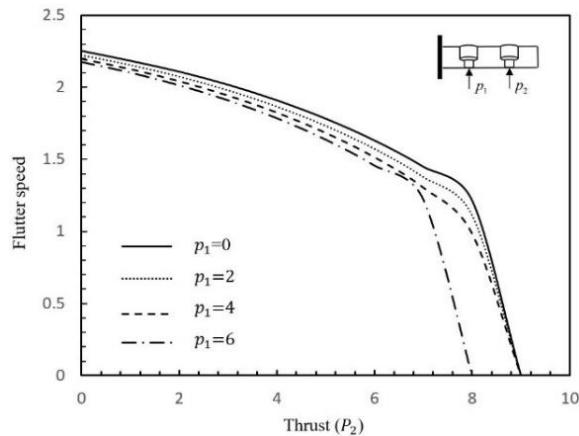


Fig. 6 Effect of second engine thrust on the flutter speed for different first engine thrust of 4 layer wing

شکل 6 تأثیر نیروی پیشران موتور دو بر روی سرعت فلاتر بال نسبت به P_1 های مختلف در الیاف چهار لایه

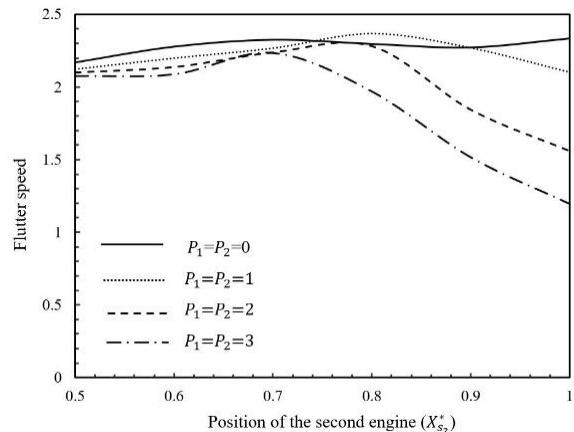


Fig. 9 variation of the position of the second engine on flutter speed in fiber orientation $\theta = 0$

شکل 9 تغییرات سرعت فلاتر بر حسب تغییر مکان موتور دوم در راستای طولی بال در زاویه الیاف $\theta = 0$

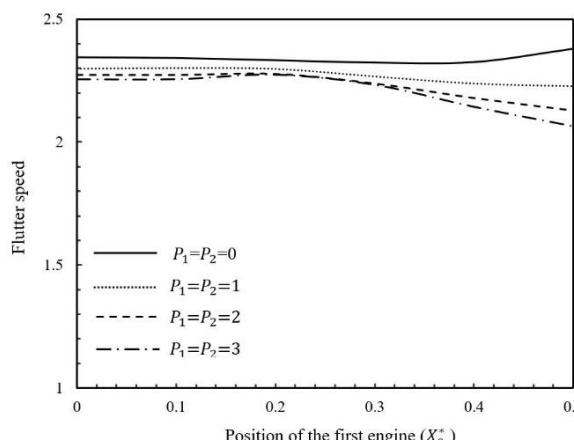


Fig. 10 Effects of the position of the first engine on flutter speed in fiber orientation $\theta = 0$

شکل 10 تغییرات سرعت فلاتر بر حسب تغییر مکان موتور یک در راستای طولی بال در زاویه الیاف $\theta = 0$

سرعت فلاتر کاهش می‌یابد و همچنین این کاهش با افزایش نیروهای پیشران، با شبیب بیشتری همراه است و در حالت بدون نیرو دارای کمترین

تغییرات در نوک بال برای نیروهای مختلف متفاوت است. مثلاً زمانی که نیرویی نباشد، سرعت فلاتر کمی افزایش می‌یابد ولی با افزایش نیروها در انتهای بال سرعت فلاتر با کاهش بیشتر همراه است. در شکل 10 نیز تأثیر تغییر مکان طولی موتور یک بر سرعت فلاتر با در نظر گرفتن موتور دو در موقعیت $X_{S_2} = 0.7$ در کامپوزیت تک لایه با زاویه الیاف صفر درجه رسماً شده است که با تغییر موقعیت موتور یک از ریشه بال به سمت وسط بال ابتدا سرعت فلاتر با تغییر چندانی همراه نیست ولی بعد از موقعیت 0.3 هر چه موتور یک به وسط بال نزدیک می‌شود، سرعت فلاتر با افزایش نیروها، کاهش می‌یابد.

تغییرات سرعت فلاتر بر حسب تغییر موقعیت موتورها وتر بال در شکل 11 برای یک کامپوزیت تک لایه در چهار زوایه الیاف مختلف نشان داده شده است همان‌طور دیده می‌شود هر چه موتورها به سمت مثبت نمودار نزدیک می‌شوند سرعت فلاتر کاهش می‌یابد همچنین این تغییرات برای یک کامپوزیت چهار لایه [90] در شکل 12 با توجه به تغییر اندازه جرم موتورها رسماً گردیده است که با توجه به شکل شبیه کاهش سرعت فلاتر با افزایش جرم موتورها در قسمت منفی بیشتر است.

در شکل 13 تغییرات سرعت فلاتر برای تعداد لایه‌های مختلف کامپوزیت با توجه به تغییر اندازه موتورها را نشان داده که با افزایش تعداد لایه‌ها

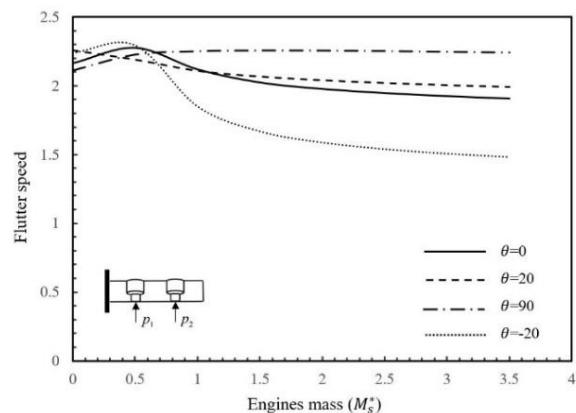


Fig. 7 Flutter speed against engines mass for different fiber orientation

شکل 7 تغییرات سرعت فلاتر در برابر تغییر میزان جرم‌های متمرکز در زوایای مختلف الیاف تک لایه

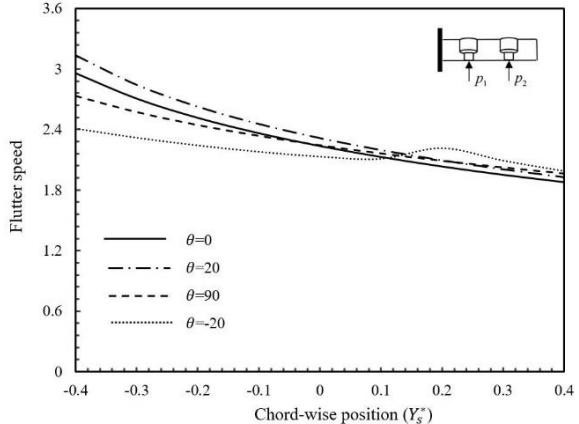
قار گرفته است. معادلات حرکت بال با استفاده از روابط لاغرانژ و با استفاده از مودهای فرضی بدست آمده است و از روش مقادیر ویژه سرعت فلاتر برای شرایط مختلف محاسبه شده است. می‌توان دستاوردهای این پژوهش را بصورت زیر دسته‌بندی کرد:

- با افزایش نیروی پیشران موتورها برای کامپوزیت تک لایه سرعت فلاتر بال ابتدا افزایش ولی بعد از مقدار معینی با کاهش همراه است و این روند برای کامپوزیت چند لایه متفاوت و از همان ابتدا با افزایش نیروی پیشران، سرعت فلاتر کاهش می‌یابد.
- با افزایش جرم موتورها سرعت فلاتر بال کامپوزیتی تک لایه ابتدا افزایش و بعد کاهش می‌یابد ولی این روند برای زاویه الیاف 90 درجه متفاوت است و در حالت چهار لایه کمی افزایش و بعد تغییر چشمگیری ندارد.
- با ثابت در نظر گرفتن موقعیت موتور دو و تغییر موقعیت موتور یک از ریشه تا وسط بال حالت مطلوب تقریباً در فاصله $X_{S_1} = 0.3$ می‌باشد.
- با ثابت در نظر گرفتن موقعیت موتور یک و تغییر موقعیت موتور دو از وسط تا نوک بال حالت مطلوب تقریباً در فاصله $X_{S_2} = 0.7$ می‌باشد.
- با افزایش نیروی پیشران موتورها و نزدیک شدن آنها به نوک بال سرعت فلاتر کاهش می‌یابد.
- با تغییر موقعیت موتورها در راستای وتر بال و نزدیک شدن آنها به سمت لبه حمله سرعت فلاتر افزایش می‌یابد.

7- فهرست علائم

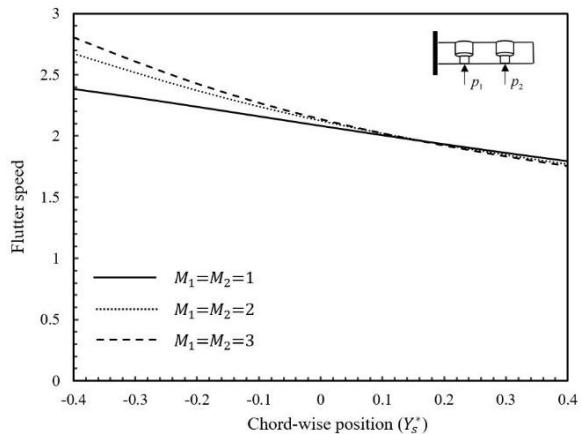
فاصله بدون بعد از وسط وتر تا محور الاستیک	a_h
نصف وتر	b
انرژی میرایی	D
مود شبکهای خمی، پیچشی	$F_h(\eta), F_\alpha(\eta)$
ارتفاع لایه k ام	h_k
جرم موتور	M_s
تراست بی بعد موتور	p
بردار موقعیت جرم مرکز	R_e
انرژی جنبشی	T
انرژی جنبشی جرم مرکز	T_e
سرعت نرمال جریان بر بال	U
انرژی پتانسیل	V
فاصله بدون بعد از محور الاستیک تا مرکز نقل	x_a
علایم یونانی	
زاویه پیچش	α
چگالی هوا	ρ
نزاویه الیاف	θ
زمان بی بعد	τ
ثوابت تابع واگر	$\varepsilon_1, \varepsilon_2$
ثوابت تابع واگر	ψ_1, ψ_2
فرکانس پیچشی و خمی	$\omega_\alpha, \omega_\xi$

8- پیوست



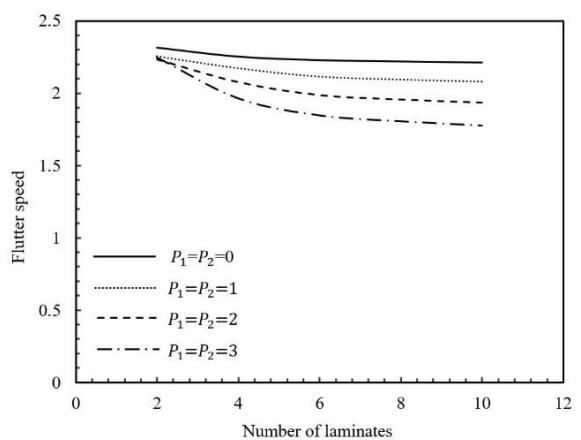
شکل ۱۱ تأثیر جابجایی موتور در راستای وتر بال بر روی سرعت فلاتر در زاویه الیاف مختلف

شکل ۱۱ تأثیر جابجایی موتور در راستای وتر بال بر روی سرعت فلاتر در زاویه الیاف مختلف



شکل ۱۲ تأثیر جابجایی موتور در راستای وتر بال بر روی سرعت فلاتر نسبت به جرم‌های مختلف در الیاف چهار لایه

شکل ۱۲ تأثیر جابجایی موتور در راستای وتر بال بر روی سرعت فلاتر نسبت به جرم‌های مختلف در الیاف چهار لایه



شکل ۱۳ سرعت فلاتر برای تعداد لایه‌های مختلف
شیب است.

در این مقاله سرعت فلاتر بال کامپوزیتی برای حالت‌های تک لایه و چند لایه

و نیرو پیشران موتورها و با در نظر گرفتن جرم مرکز موتورها مورد بررسی

6- نتیجه‌گیری

$$\begin{aligned}
f(\tau) &= \frac{2}{\mu} \left[A_3 \zeta_1(0) + A_9 \left(\frac{1}{2} - a_h \right) \alpha_1(0) \right] \\
&\quad \left(\varepsilon_1 \psi_1 e^{-\varepsilon_1 \tau} + \varepsilon_2 \psi_2 e^{-\varepsilon_2 \tau} \right) \\
D_0 &= \left(e^* - \frac{a_h}{\mu} \right) \frac{A_5}{r_a^2} + \frac{M_{e_1}^*}{r_a^2} y_{e_1}^* A_9 + \frac{M_{e_2}^*}{r_a^2} y_{e_2}^* A_{13} \\
D_1 &= \frac{A_4}{\mu r_a^2} \left(a_h^2 + \frac{1}{8} \right) + A_4 + \left(I_{e_1}^* + \frac{M_{e_1}^*}{r_a^2} (y_{e_1}^{*2} + z_{e_1}^{*2}) A_8 \right) \\
&\quad + \left(I_{e_2}^* + \frac{M_{e_2}^*}{r_a^2} (y_{e_2}^{*2} + z_{e_2}^{*2}) A_{12} \right) \\
D_2 &= -\frac{2 \left(\frac{1}{2} + a_h \right)}{\mu r_a^2} A_5 \varphi(0) \\
D_3 &= -\frac{2 \left(\frac{1}{2} - a_h \right)}{\mu r_a^2} A_4 \left(\left(\frac{1}{2} + a_h \right) \varphi(0) - \frac{1}{2} \right) + 2 A_4 \frac{\zeta}{\nu} \\
D_4 &= (P_1 A_{14} + P_2 A_{16}) b^* \frac{A_4}{A_2} - \frac{2 \left(\frac{1}{2} + a_h \right)}{\mu r_a^2} A_5 \varphi'(0) \\
D_5 &= A_4 \left(\frac{1}{\nu} \right)^2 - \frac{2 \left(\frac{1}{2} + a_h \right)}{\mu r_a^2} A_4 \left(\varphi(0) + \left(\frac{1}{2} - a_h \right) \varphi'(0) \right) \\
&\quad - p_1 y_{e_1}^* A_8 \frac{A_4}{A_2} - p_2 y_{e_2}^* A_{12} \frac{A_4}{A_2} \\
D_6 &= -\frac{2 \left(\frac{1}{2} + a_h \right)}{\mu r_a^2} A_4 \varepsilon_1 \psi_1 \left(1 - \varepsilon_1 \left(\frac{1}{2} - a_h \right) \right) \\
D_7 &= -\frac{2 \left(\frac{1}{2} + a_h \right)}{\mu r_a^2} A_4 \varepsilon_2 \psi_2 \left(1 - \varepsilon_2 \left(\frac{1}{2} - a_h \right) \right) \\
D_8 &= \frac{2 \left(\frac{1}{2} + a_h \right)}{\mu r_a^2} A_5 \psi_1 \varepsilon_1^2 \\
D_9 &= \frac{2 \left(\frac{1}{2} + a_h \right)}{\mu r_a^2} A_5 \psi_2 \varepsilon_2^2 \\
g(\tau) &= -\frac{2}{\mu r_a^2} \left[A_9 \zeta_1(0) + A_4 \left(\frac{1}{2} - a_h \right) \alpha_1(0) \right] \left(\frac{1}{2} + a_h \right) \\
&\quad \left(\varepsilon_1 \psi_1 e^{-\varepsilon_1 \tau} + \varepsilon_2 \psi_2 e^{-\varepsilon_2 \tau} \right) - \bar{p}_1 z_{e_1}^* \frac{A_4}{A_2} - \bar{p}_2 y_{e_2}^* \frac{A_4}{A_2}
\end{aligned}$$

مراجع-9

- [1] R. Bisplinghoff, H. Ashley, *Principles of Aeroelasticity*, Vol. 25, pp. 235-258, John Wiley&Sons, 1962.
- [2] M. Goland, The flutter of a uniform cantilever wing, *Journal of Applied Mechanics-Transactions of the Asme*, Vol. 12, No. 4, pp. A197-A208, 1945.
- [3] M. Goland, Y. Luke, The flutter of a uniform wing with tip weights, *Journal of Applied Mechanics*, Vol. 15, No. 1, pp. 13-20, 1948.
- [4] F. H. Gern, L. Librescu, Static and dynamic aeroelasticity of advanced aircraft wings carrying external stores, *AIAA Journal*, Vol. 36, No. 7, pp. 1121-1129, 1998.
- [5] F. H. Gern, L. Librescu, Effects of externally mounted stores on aeroelasticity of advanced swept cantilevered aircraft wings, *Aerospace Science and Technology*, Vol. 2, No. 5, pp. 321-333, 1998.
- [6] D. H. Hodges, M. J. Patil, S. Chae, Effect of Thrust on Bending-Torsion Flutter of Wings, *Journal of Aircraft*, Vol. 39, No. 2, pp. 371-376, 2002.
- [7] Z. Qin, L. Librescu, Aeroelastic instability of aircraft wings modelled as anisotropic composite thin-walled beams in incompressible flow, *Journal of Fluids and Structures*, Vol. 18, No. 1, pp. 43-61, 2003.
- [8] S. Shams, M. H. Sadr Lahidjani, H. Haddadpour, Nonlinear aeroelastic response of slender wings based on Wagner function, *Thin-Walled Structures*, Vol. 46, No. 11, pp. 1192-1203, 2008.
- [9] S. A. Fazelzadeh, A. Mazidi, H. Kalantari, Bending-torsional flutter of wings with an attached mass subjected to a follower force, *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 323, No. 1, pp. 148-162, 2009.
- [10] S. A. Fazelzadeh, P. Marzocca, E. Rashidi, A. Mazidi, Effects of rolling maneuver on divergence and flutter of aircraft wing store, *Journal of Aircraft*, Vol. 47, No. 1, pp. 64-70, 2010.
- [11] A. Mazidi, S. A. Fazelzadeh, Flutter of a swept aircraft wing with a powered engine, *Journal of Aerospace Engineering*, Vol. 23, No. 4, pp. 243-250, 2010.
- [12] A. Mazidi, S. A. Fazelzadeh, P. Marzocca, Flutter of aircraft wings carrying a powered engine under roll maneuver, *Journal of Aircraft*, Vol. 48, No. 3, pp. 874-883, 2011.

$$\begin{aligned}
A_1 &= \int_0^1 (F_\alpha'')^2 d\eta \\
A_2 &= \int_0^1 (F_\alpha')^2 d\eta \\
A_3 &= \int_0^1 (F_h)^2 d\eta \\
A_4 &= \int_0^1 (F_\alpha)^2 d\eta \\
A_5 &= \int_0^1 F_h F_\alpha d\eta \\
A_6 &= \int_0^1 (F'_h)^2 \delta_D (\eta - \eta_{e_1}) d\eta \\
A_7 &= \int_0^1 (F_h)^2 \delta_D (\eta - \eta_{e_1}) d\eta \\
A_8 &= \int_0^1 (F_\alpha)^2 \delta_D (\eta - \eta_{e_1}) d\eta \\
A_9 &= \int_0^1 F_h F_\alpha \delta (\eta - \eta_{e_1}) d\eta \\
A_{10} &= \int_0^1 (F'_h)^2 \delta (\eta - \eta_{e_2}) d\eta \\
A_{11} &= \int_0^1 (F_h)^2 \delta (\eta - \eta_{e_2}) d\eta \\
A_{12} &= \int_0^1 (F_\alpha)^2 \delta_D (\eta - \eta_{e_2}) d\eta \\
A_{13} &= \int_0^1 F_h F_\alpha \delta_D (\eta - \eta_{e_2}) d\eta \\
A_{14} &= \int_0^1 F_\alpha'' F_\alpha (\eta_{e_1} - \eta) H(\eta_{e_1} - \eta) d\eta \\
A_{15} &= \int_0^1 F_h \delta_D (\eta - \eta_e) d\eta \\
A_{16} &= \int_0^1 F_\alpha'' F_\alpha (\eta_{e_2} - \eta) H(\eta_{e_2} - \eta) d\eta \\
A_{17} &= \int_0^1 F_h \delta_D (\eta - \eta_{e_2}) d\eta \\
A_{18} &= \int_0^1 F_\alpha'' F_\alpha' d\eta \\
C_0 &= A_3 \left(1 + \frac{1}{\mu} \right) + M_{e_1}^* (Z_{e_1}^{*2} A_6 + A_7) + M_{e_2}^* (Z_{e_2}^{*2} A_{10} + A_{11}) \\
C_1 &= A_5 \left(e^* - \frac{a_h}{\mu} \right) + M_{e_1}^* y_{e_1}^* A_9 + M_{e_2}^* y_{e_2}^* A_{13} \\
C_2 &= A_3 \varphi(0) \frac{2}{\mu} + 2 A_3 \zeta \frac{\bar{\omega}}{\nu} \\
C_3 &= \frac{A_5}{\mu} \left(1 + 2 \left(\frac{1}{2} - a_h \right) \varphi(0) \right) \\
C_4 &= \frac{2 A_3}{\mu} \dot{\varphi}(0) + A_3 \left(\frac{\bar{\omega}}{V} \right)^2 \\
C_5 &= p_1 r_a^2 b^* \frac{A_4}{A_2} (A_{14} - A_9) + p_2 r_a^2 b^* \frac{A_4}{A_2} (A_{16} - A_{13}) \\
&\quad + \frac{2 A_5}{\mu} \left(\varphi(0) + \left(\frac{1}{2} - a_h \right) \varphi'(0) \right) \\
C_6 &= \frac{2 A_5}{\mu} \varepsilon_1 \psi_1 \left(1 - \varepsilon_1 \left(\frac{1}{2} - a_h \right) \right) \\
C_7 &= \frac{2 A_5}{\mu} \varepsilon_2 \psi_2 \left(1 - \varepsilon_2 \left(\frac{1}{2} - a_h \right) \right) \\
C_8 &= -\frac{2 A_3}{\mu} \psi_1 \varepsilon_1^2 \\
C_9 &= -\frac{2 A_3}{\mu} \psi_2 \varepsilon_2^2
\end{aligned}$$

- [17] M. R. Fallah, M. Farrokh, S. Irani, The effect of laminate layers and follower force on optimum flutter speed of composite wing, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 16, No. 6, pp. 226-236, 2016 (In Persian فارسی).
- [18] H. Pourshamsi, A. Mazidi, S. A. Fazelzadeh, Flutter analysis of an aircraft wing carrying elastically, an external store, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 15, No. 1, pp. 49-58, 2014. (In Persian فارسی)
- [19] A. Ali, M. Hamed, The effect of laminated layers on the flutter speed of composite wing, *Journal of Engineering*, Vol. 18, No. 8, pp. 924-934, 2012.
- [20] M. J. Patil, D. H. Hodges, C. E. S. Cesnik, Nonlinear aeroelastic analysis of complete aircraft in subsonic flow, *Journal of Aircraft*, Vol. 37, No. 5, pp. 753-760, 2000.
- [13] M. R. Amoozgar, S. Irani, G. A. Vio, Aeroelastic instability of a composite wing with a powered-engine, *Journal of Fluids and Structures*, Vol. 36, pp. 70-82, 2013.
- [14] A. Mazidi, S. A. Fazelzadeh, Aeroelastic modeling and flutter prediction of swept wings carrying twin powered engines, *Journal of Aerospace Engineering*, Vol. 26, No. 3, pp. 586-593, 2013.
- [15] B. K. Hadi, I. Permana, The design of a high aspect ratio HALE aircraft composite wing, Part II: Buckling and flutter speed analysis, *Journal of Mechanical Engineering*, Vol. 12, No. 2, pp. 14-25, 2015.
- [16] Y. Lyubomirov, B. Yartsev, Classical flutter anisotropic composite wing, In *Mechanics-Seventh Polyakov's Reading, International Conference on 2015, IEEE*, pp. 1-4, 2015.