



## انتقال حرارت جابجایی توأم نانوسیال در یک کانال مورب تحت میدان مغناطیسی

صدیقه صادقی<sup>۱</sup>، بهزاد قاسمی<sup>۲\*</sup>

۱- دانشجوی کارشناسی ارشد مهندسی مکانیک، دانشگاه شهرکرد، شهرکرد

۲- استاد مهندسی مکانیک، دانشگاه شهرکرد، شهرکرد

\* شهرکرد، صندوق پستی ۱۱۵، ghasemi@eng.sku.ac.ir

**چکیده-** جریان جابجایی توأم نانوسیال آب-مس در کانالی تحت تأثیر میدان مغناطیسی به روش عددی بررسی شده است. خطوط جریان، دما و میزان انتقال حرارت در قالب عدد نوسلت از طریق حل عددی معادلات نویر استوکس و معادله انرژی مدل شده است. در این مطالعه به بررسی پارامترهایی مانند عدد ریچاردسون، عدد هارتمن، کسر حجمی جامد و زاویه کانال بر روی میدان جریان و میزان انتقال حرارت پرداخته شده است. نتایج بیانگر آن است که افزایش عدد هارتمن در اعداد ریچاردسون بالا منجر به کاهش انتقال حرارت می‌شود. با افزایش عدد ریچاردسون، افزایش کسر حجمی جامد و افزایش زاویه کانال نسبت به افق انتقال حرارت افزایش می‌یابد. همچنین بیشینه برگشت جریان در کانال عمودی روی می‌دهد.

**کلیدواژگان:** جابجایی توأم، برگشت جریان، نانوسیال، کانال، میدان مغناطیسی

## Mixed convection heat transfer of nanofluids in an inclined channel under magnetic field

S. Sadeghi<sup>1</sup>, B. Ghasemi<sup>2\*</sup>

1- MSc. Student, Mech. Eng., Shahrekord Univ., Shahrekord, Iran.

2- Prof., Mech. Eng., Shahrekord Univ., Shahrekord, Iran.

\* P.O.B. 115 Shahrekord, Iran. behzadgh@yahoo.com

**Abstract-** Mixed convection flow of a water-copper nanofluid in a channel under magnetic field effects has been numerically investigated. The fluid flow and temperature fields as well as the heat transfer rate have been determined by solving the Navier-Stokes and energy equations. In this study, the effects of various parameters such as the Richardson number, the Hartmann number, the solid volume fraction and the channel angle on the thermal performance of the channel have been examined. The results showed that at high Richardson numbers, the heat transfer rate decreased as the Hartman number increased. It was also found that the heat transfer rate increased as the Richardson number, the solid volume fraction and the channel angle increased. The maximum flow reversal was observed to occur in a vertical channel.

**Keywords:** Mixed Convection, Flow Reversal, Nanofluid, Channel, Magnetic Field.

### ۱- مقدمه

راکتورهای هسته‌ای و بسیاری از سیستم‌های گرمایی دیگر به طور وسیع گسترش یافته است. در این جا از میان تحقیقات فراوان انجام شده بر روی این جریان‌ها به چند مورد اشاره

مطالعه بر روی جریان جابجایی توأم در کانال‌ها به دلیل کاربرد فراوان آن در صنایع انرژی خورشیدی، مبدل‌های حرارتی،

می‌شود. در سال ۱۹۹۲، مسأله جابجایی توأم در یک کانال عمودی با انتقال حرارت نامتقارن دیواره شامل وضعیت‌های برگشت جریان، توسط جنگ و همکارانش [۱] به طور عددی مورد بررسی قرار گرفت. یافته‌های این محققان نشان می‌دهد که نتایج برای میادین سرعت و حرارت در هنگامی که  $Re \geq 50$  باشد، حتی در جریان برگشتی، مستقل از عدد رینولدز می‌باشد. در سال ۲۰۰۹، دسرایاد و لاریات [۲] جریان برگشتی جابجایی توأم آرام در ناحیه ورودی کانال‌های صفحه‌ای عمودی که به طور متقارن گرم شده‌اند را به روش عددی مورد بررسی قرار دادند. آنها دریافتند که جریان برگشتی برای  $Pe > 200$  مستقل از عدد پکلت<sup>۱</sup> بوده و برای  $Gr/Re > 300$  رخ می‌دهد. در سال ۲۰۱۰، یانگ و همکارانش [۳] به مطالعه عددی انتقال حرارت جابجایی توأم از یک پره در کانال شیب‌دار پرداختند. نتایج آنها نشان می‌دهد که جابجایی توأم به طور کلی تابعی از نیروی غوطه‌وری، عدد رینولدز، عدد ریچاردسون، ضریب هدایت حرارتی پره و شیب کانال می‌باشد. جریان‌های جابجایی ایجاد شده در سیالات می‌توانند تحت تأثیر میدان مغناطیسی قرار گیرند. به همین دلیل بررسی جریان جابجایی سیال در حضور میدان مغناطیسی به دلیل رخداد مکرر آن در کاربردهای صنعتی مانند طراحی حرارتی تجهیزات الکترونیک، انتقال گرما از مخازن زمین گرمایی، عایق‌کاری حرارتی، طراحی ژنراتورهای توان مغناطیسی، شتاب دهنده‌های میدان متقاطع، لوله‌های شوک دهنده، اندازه‌گیری جریان، بهینه‌سازی فرایندهای جامدسازی فلزات و آلیاژهای فلزی و رفتار خاکریزه‌های سوخت هسته‌ای دارای اهمیت ویژه‌ای می‌باشد. پیرمحمدی و همکارانش [۴] اثر یک میدان مغناطیسی طولی بر روی جابجایی رانشی-شناوری در محفظه مربعی گرم شده از دیوار چپ و خنک شده از دیوار راست را مورد مطالعه قرار دادند. بررسی شبیه‌سازی عددی آنها نشان دهنده آن است که عدد نوسلت متوسط و انتقال حرارت با افزایش عدد هارتمن کاهش می‌یابد. در سال ۲۰۱۰ رحمان و همکارانش [۵] به مطالعه عددی بر روی تأثیرات توأم گرمایش ژولی و میدان مغناطیسی بر جابجایی توأم در یک محفظه با دیواره متحرک پرداختند. یافته‌های آنها نشان می‌دهد که افزایش عدد هارتمن باعث عقب

افتادن گردش سیال شده و منجر به گرادیان حرارت پایین‌تر در سرتاسر محفظه می‌شود. پراتاپ کومار و همکارانش [۶] به بررسی جریان جابجایی توأم مگنتوهیدرودینامیک<sup>۲</sup> و سیال ویسکوز در کانالی عمودی پرداختند. قسمتی از کانال با سیال رسانا و قسمت دیگر با سیال ویسکوز پر شده است. نتایج این محققان نشان دهنده آن است که افزایش عدد هارتمن، سرعت را در هر دو قسمت کاهش می‌دهد.

امروزه افزایش نرخ انتقال گرما از طریق بهبود خواص گرمایی سیال عامل در سیستم‌های گرمایی مورد توجه جدی محققان قرار گرفته است. در گذشته‌ای نه چندان دور، افزایش ضریب هدایت گرمایی مایعات با استفاده از اضافه کردن ذرات فلزی با ابعاد میکرومتر انجام می‌شد [۷]. اما ته‌نشینی سریع این ذرات باعث مسدود شدن مجراها، فرسایش دیوارها و افت فشار بالا می‌شد و همین امر کاربرد این تکنولوژی را محدود به فعالیت‌های آزمایشگاه می‌کرد. اولین بار چوی [۸] عبارت نانوسیال<sup>۳</sup> را برای یک سیال با وجود ذرات فلز با ابعادی در حدود نانومتر به صورت معلق در آن به کار برد. افزودن نانوذرات به سیال، باعث پدید آمدن نانوسیالی با ضریب هدایت گرمایی بالاتر نسبت به سیال پایه می‌شود و به علاوه مشکلات ته‌نشینی سریع و مسدود شدن مجاری نیز مرتفع خواهد شد [۹، ۸]. به این ترتیب زمینه تحقیقات زیادی در مسائل انتقال حرارت جابجایی با نانوسیال فراهم شد که در اینجا به برخی از آنها اشاره می‌شود. سانترا و همکارانش [۱۰] تأثیر نانوسیال آب-مس را در یک کانال افقی دو بعدی که دیواره‌های پایینی و بالایی هر دو منابع گرمایی هم‌دما هستند، را مورد بررسی قرار دادند. نتایج مطالعه آنها نشان می‌دهد که نرخ انتقال حرارت با افزایش سرعت و افزایش کسر حجمی جامد افزایش می‌یابد. جهان‌شاهی و همکارانش [۱۱] در سال ۲۰۱۰، به مطالعه افزایش انتقال حرارت در یک محفظه بسته پر از سیال آب با نانوذرات  $SiO_2$  و دمای دیواره متفاوت پرداختند. مطالعه آنها نشان می‌دهد که در کلیه اعداد رایلی، نوسلت متوسط با افزایش نسبت حجمی ذرات افزایش پیدا می‌کند، در صورتی که با استفاده از فرمول‌های تئوری هامیلتون برای ضریب هدایت حرارتی چنین افزایشی مشاهده نمی‌شود.

2. Magneto Hydrodynamic

3. Nanofluid

1. Peclet Number

نانوسیال آب و مس به طور یکنواخت از ورودی با سرعت  $u_c$  و دمای ثابت  $T_c=298K$  وارد کانال می‌شود. دو دیواره کانال در دمای گرم  $T_h$  نگه داشته می‌شود. میدان مغناطیسی با شدت ثابت  $B_0$  بر جریان نانوسیال اعمال می‌شود. عرض کانال ( $L$ ) برابر با  $0.5\text{cm}$  و نسبت ارتفاع به عرض کانال  $B=H/L=10$  است.

### ۳- معادلات اساسی حاکم بر جریان

معادلات حاکم بر جریان دو بعدی آرام نانوسیال با فرض تقریب بوزینسک عبارتند از:  
معادله پیوستگی:

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \quad (1)$$

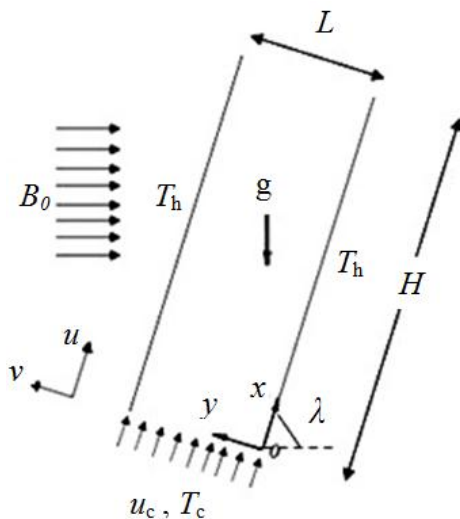
معادلات مومنتم  $x$  و  $y$ :

$$\rho_{nf} \left( u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} \right) = -\frac{\partial \bar{p}}{\partial x} + \mu_{nf} \left( \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right) + (\rho\beta)_{nf} g \sin \lambda (T - T_c) - \sigma_{nf} B_0^2 u \sin \lambda \quad (2)$$

$$\rho_{nf} \left( u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} \right) = -\frac{\partial \bar{p}}{\partial y} + \mu_{nf} \left( \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} \right) + (\rho\beta)_{nf} g \cos \lambda (T - T_c) - \sigma_{nf} B_0^2 v \cos \lambda \quad (3)$$

معادله انرژی:

$$(\rho c_p)_{nf} \left( u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y} \right) = k_{nf} \left( \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \right) \quad (4)$$



شکل ۱ تصویر ساده کانال مورب تحت تأثیر میدان مغناطیسی

تأثیر میدان مغناطیسی بر روی جابجایی اجباری نانوسیال در یک میکروکانال<sup>۱</sup> توسط امین الساداتی و همکارانش [۱۲] مورد بررسی قرار گرفت. نتایج حاکی از آن است که میکروکانال در مقادیر بزرگتر اعداد رینولدز و هارتمن، انتقال حرارت بیشتری را پیش‌گویی می‌کند. همچنین برای کلیه مقادیر اعداد رینولدز و هارتمن، نوسلت متوسط با افزایش کسر حجمی جامد در سطح میانی کانال، افزایش می‌یابد. در سال ۲۰۱۱، تأثیر میدان مغناطیسی بر جابجایی آزاد در یک محفظه مربعی پر شده با نانوسیال به وسیله قاسمی و همکارانش [۱۳] به طور عددی مورد بررسی قرار گرفت. پروفیل‌های نوسلت موضعی در طول دیواره گرم و اعداد نوسلت میانگین مشخص می‌کند که هنگامی که عدد هارتمن افزایش یابد نرخ انتقال حرارت کاهش می‌یابد. تأثیر کسر حجمی جامد بر نرخ انتقال حرارت به شدت به مقادیر عدد رایلی و عدد هارتمن بستگی دارد. در سال ۲۰۱۲، نعمتی و همکارانش [۱۴] به بررسی تأثیر میدان مغناطیسی بر جریان جابجایی آزاد نانوسیال در یک محفظه مستطیلی پرداختند. نتایج مطالعه آنها نشان می‌دهد که نوسلت متوسط نانوسیال با افزایش کسر حجمی جامد افزایش می‌یابد، در حالی که در اثر میدان مغناطیسی زیاد، کاهش می‌یابد.

در ادامه این کارها، با توجه به مقالات [۱۲،۲]، در این مطالعه جریان جابجایی توأم نانوسیال در یک کانال، که تحت تأثیر میدان مغناطیسی ثابت می‌باشد، مورد بررسی قرار می‌گیرد. نوآوری این مقاله را می‌توان در بررسی اثر همزمان نیروهای غوطه‌وری و نیروهای ناشی از میدان مغناطیسی بر برگشت جریان نانوسیال در کانال مورب دانست که در مقالات قبلی به چشم نمی‌خورد. نتایج حاصل از این مطالعه می‌تواند در طراحی حرارتی تجهیزات الکترونیک و مبدل‌های حرارتی که بطور ناخواسته تحت میدان مغناطیسی واقع شده‌اند، راه‌گشا باشد. در این بررسی اثر تغییرات عدد ریچاردسون، عدد هارتمن، کسر حجمی ذرات جامد و زاویه کانال با افق بر روی میدان جریان و دما و نرخ انتقال حرارت بررسی می‌شود.

### ۲- بیان مساله

مطابق شکل ۱ کانال دو بعدی مورب با زاویه متغیر  $\lambda$  نسبت به افق، تحت تأثیر میدان مغناطیسی ثابت در نظر گرفته می‌شود.

#### 1. Micro Channel

$$(\rho c_p)_{nf} = (1-\phi)(\rho c_p)_f + \phi(\rho c_p)_s \quad (12)$$

$$\alpha_{nf} = k_{eff} / (\rho c_p)_{nf} \quad (13)$$

$$\sigma_{nf} = (1-\phi)\sigma_f + \phi\sigma_s \quad (14)$$

در این روابط زیرنویس f و s به ترتیب اشاره به خواص نانوسیال، آب و مس دارد. خواص آب و نانوذرات مس در جدول ۱ آورده شده است. پراپرتی آب ۶/۲ در نظر گرفته شده است.

ویسکوزیته نانوسیال داده شده توسط رابطه بریکمن [۱۶] محاسبه می‌شود:

$$\mu_{nf} = \mu_f / (1-\phi)^{2.5} \quad (15)$$

ضریب هدایت حرارتی نانوسیال است که توسط رابطه حد ماکسول [۷] به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$k_{nf} = k_f \left[ \frac{(k_s + 2k_f) - 2\phi(k_f - k_s)}{(k_s + 2k_f) + \phi(k_f - k_s)} \right] \quad (16)$$

میزان انتقال حرارت در قالب عدد نوسلت قابل بیان است. با توجه به مقادیر بدون بعد، نوسلت موضعی روی هر یک از دیواره‌های گرم عبارت است از:

$$Nu = -\frac{k_{nf}}{k_f} \left( \frac{\partial \theta}{\partial Y} \right)_B \quad (17)$$

در این رابطه B سطح بدون بعد هر دیواره است. می‌توان با انتگرال‌گیری از رابطه فوق روی سطح گرم، نوسلت متوسط نانوسیال روی هر دیواره گرم را به صورت زیر بیان کرد:

$$Nu_m = \frac{1}{B} \int_B \frac{k_{nf}}{k_f} \frac{\partial \theta}{\partial Y} dB \quad (18)$$

نوسلت متوسط کلی از میانگین‌گیری نوسلت‌های متوسط بر روی دو دیواره گرم کانال به‌دست می‌آید.

جدول ۱ خواص آب و ذرات مس [۱۵]

$k$ (W.m <sup>-1</sup> .K <sup>-1</sup> )	$\beta \times 10^5$ (K <sup>-1</sup> )	$C_p$ (J.kg <sup>-1</sup> .K <sup>-1</sup> )	$\rho$ (kg.m <sup>-3</sup> )	
۰/۶۱۳	۲۱	۴۱۷۹	۹۹۷/۱	آب خالص
۴۰۱	۱/۶۷	۳۸۵	۸۹۳۳	ذرات مس

#### ۴- شرایط اولیه و شرایط مرزی

برای به‌دست آوردن جواب یگانه یک معادله دیفرانسیل پاره‌ای به مجموعه‌ای از شرایط مکمل نیاز است تا توابع اختیاری حاصل از انتگرال‌گیری معادله دیفرانسیل پاره‌ای را معین کرد. شرایط یاد شده به عنوان شرایط مرزی و شرایط اولیه

حال برای بی بعد نمودن معادلات، پارامترهای بی بعد زیر

تعریف می‌شوند:

$$X = \frac{x}{L}, Y = \frac{y}{L}, U = \frac{u}{u_c}, V = \frac{v}{u_c}, \theta = \frac{T - T_c}{T_h - T_c},$$

$$P = \frac{p}{\rho_{nf} u_c^2}, Re = \frac{\rho_f u_c L}{\mu_f}, Pr = \frac{\nu_f}{\alpha_f}, Ri = \frac{Gr}{Re^2}$$

$$Gr = \frac{g \beta_f (T_h - T_c) L^3}{\nu_f^2}, Ha = \sqrt{\frac{\sigma_{nf} B_0^2 L^2}{(\rho_{nf} \nu_f)}} \quad (5)$$

با این متغیرهای بی بعد معادلات بدون بعد پیوستگی،

مومنتم و انرژی نانوسیال به صورت زیر نوشته می‌شوند:

معادله پیوستگی:

$$\frac{\partial U}{\partial X} + \frac{\partial V}{\partial Y} = 0 \quad (6)$$

معادلات مومنتم X و Y:

$$U \frac{\partial U}{\partial X} + V \frac{\partial U}{\partial Y} = -\frac{\partial P}{\partial X} + \frac{\mu_{nf}}{\rho_{nf} \nu_f} \frac{1}{Re} \left( \frac{\partial^2 U}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial Y^2} \right) + \frac{(\rho \beta)_{nf}}{\rho_{nf} \beta_f} \frac{Gr}{Re^2} \theta \sin \lambda - \frac{Ha^2}{Re} U \sin \lambda \quad (7)$$

$$U \frac{\partial V}{\partial X} + V \frac{\partial V}{\partial Y} = -\frac{\partial P}{\partial Y} + \frac{\mu_{nf}}{\rho_{nf} \nu_f} \frac{1}{Re} \left( \frac{\partial^2 V}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial Y^2} \right) + \frac{(\rho \beta)_{nf}}{\rho_{nf} \beta_f} \frac{Gr}{Re^2} \theta \cos \lambda - \frac{Ha^2}{Re} V \cos \lambda \quad (8)$$

معادله انرژی:

$$U \frac{\partial \theta}{\partial X} + V \frac{\partial \theta}{\partial Y} = \frac{\alpha_{nf}}{\alpha_f} \frac{1}{Re.Pr} \left( \frac{\partial^2 \theta}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 \theta}{\partial Y^2} \right) \quad (9)$$

گفتنی است که تأثیر میدان الکترومغناطیس<sup>۱</sup> در معادلات حرکت از طریق نیروی لورنتس<sup>۲</sup> ( $J \times B'$ ) معرفی می‌شود که حاصل ضرب برداری چگالی جریان الکتریکی J و ضریب القای میدان مغناطیسی B' می‌باشد.

چگالی، ضریب انبساط حجمی، ظرفیت حرارتی، ضریب پخش حرارتی و ضریب هدایت الکتریکی نانوسیال به کمک خواص سیال و نانوذرات از روابط زیر محاسبه می‌شود [۱۲، ۱۰].

$$\rho_{nf} = (1-\phi)\rho_f + \phi\rho_s \quad (10)$$

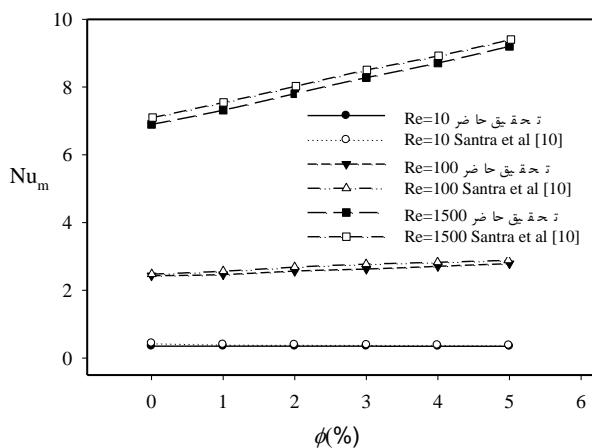
$$(\rho \beta)_{nf} = (1-\phi)(\rho \beta)_f + \phi(\rho \beta)_s \quad (11)$$

1. Electro Magnetic

2. Lorentz

می‌شود. در این اعتبارسنجی به بررسی تغییرات عدد نوسلت متوسط صفحات با افزایش نسبت حجمی نانوذرات در اعداد رینولدز متفاوت پرداخته شد. همان طور که در شکل ۲ مشخص است، اختلاف ناچیزی بین نتایج مرجع [۱۰] و نتایج حاصل از برنامه حاضر وجود دارد.

برای بررسی عملکرد برنامه در جریان‌های تحت تأثیر میدان مغناطیسی نتایج آن با کار انجام شده در مرجع [۴] مقایسه و تحلیل شده است. در مسأله فوق سطوح بالا و پایین یک محفظه عایق، سطح راست آن در دمای سرد  $T_c$  و سطح چپ آن در دمای گرم  $T_h$  است. این محفظه حاوی هوا با عدد پرانتل  $0.733$  بوده و تحت میدان مغناطیسی ثابت قرار دارد. در جدول ۲ مقدار بیشینه تابع جریان حاصل از این بررسی با نتایج مرجع [۴] مقایسه شده است. همان گونه که دیده می‌شود نتایج، قابل قبول و منطقی می‌باشند.



شکل ۲ مقایسه نوسلت متوسط نانوسیال در کانال به‌دست آمده از مطالعه حاضر با مرجع [۱۰]

جدول ۲ مقایسه مقدار بیشینه خط جریان محفظه برای اعداد رایلی و هارتمن مختلف با نتایج مرجع [۴]

عدد رایلی	عدد هارتمن	$\psi_{\max}$ کار حاضر	$\psi_{\max}$ مرجع [۴]
$10^4$	۵۰	۰/۴۷	۰/۴۷
$10^4$	۱۰۰	۰/۱۲	۰/۱۲
$10^5$	۱۰۰	۱/۱۶	۱/۱۴
$10^5$	۲۰۰	۰/۳۲	۰/۳۱
$10^6$	۱۵۰	۳/۸۹	۳/۷۷

تقسیم‌بندی می‌شوند. در مسائل پایدار مانند مسأله حاضر، معادلات صرفاً نیاز به شرایط مرزی دارند.

در این جا شرایط مرزی شامل شرط عدم لغزش روی دو دیواره کانال،  $U=V=0$ ، دمای دیواره‌های گرم برابر  $\theta=1$  و سرعت و دمای ورودی یکنواخت،  $U=1, V=0, \theta=0$ ، می‌باشد. همچنین به دلیل طولیل بودن کانال شرایط  $\partial U/\partial X = 0$  و  $\partial \theta/\partial X = 0$  در خروجی کانال برقرار است. لازم به ذکر است که برای کنترل اعمال شرایط فوق در خروجی ابتدا بررسی بر روی طول مناسب کانال انجام گرفت. در این بررسی برای شرایط معین، طول کانال تا  $B=H/L=50$  تغییر داده شد و مشاهده شد که نتایج حاصل تغییر قابل توجهی با نتایج کانال مسأله حاضر ( $B=H/L=10$ ) ندارد.

## ۵- روش عددی

معادلات (۶) تا (۹) همراه با شرایط مرزی گفته شده به روش اختلاف محدود مبتنی بر حجم کنترل جبری شدند. معادلات مومنوم روی شبکه جابجا شده حل می‌شوند. در روش شبکه جابجا شده علاوه بر راحتی محاسبه دبی‌ها روی وجوه حجم کنترل به علت معلوم بودن سرعت روی سطوح، مقادیر فشار در نقاط اصلی شبکه مشخص می‌شود. برای حل هم‌زمان معادلات جبری شده از الگوریتم سیمپل<sup>۱</sup> که جزئیات کامل آن در مرجع [۱۷] آمده است استفاده شده است. معیار همگرایی، باقی‌مانده سرعت‌ها در نظر گرفته شده است که در هر مرحله کوچکتر از  $10^{-7}$  می‌باشد.

## ۶- بررسی صحت کد نوشته شده

برای اجرای الگوریتم مورد نظر برنامه‌ای کامپیوتری به زبان فرترن نوشته شد. برای اثبات کارایی روش و برنامه نوشته شده، نتایج عددی حاصل از آن با کارهای مشابه انجام گرفته توسط دیگران مقایسه شد. برای بررسی عملکرد برنامه کامپیوتری تهیه شده در مسائل انتقال حرارت جابجایی نانوسیال در کانال‌ها مقایسه‌ای در مورد جریان نانوسیال در یک کانال افقی مطابق با مرجع [۱۰] انجام گرفت. در این بررسی دو صفحه موازی با نسبت طول به فاصله  $100$  و دمای ثابت  $T_h = 1$  در نظر گرفته شد که جریان نانوسیال موجب خنک‌کاری آنها

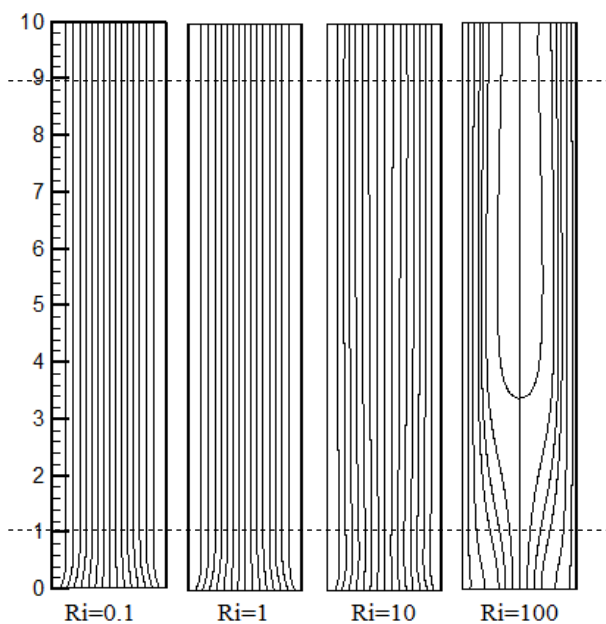
### 1. Simple

## ۷-۱- اثر عدد ریچاردسون

در ابتدا اثر عدد ریچاردسون در کانال عمودی ( $\lambda = 90^\circ$ ) به ازای عدد هارتمن برابر با ۲۰ و کسر حجمی جامد برابر با ۰/۰۳ بر روی میدان جریان و دما بررسی شده است. شکل ۴ تأثیر تغییر عدد ریچاردسون بر خطوط جریان در این شرایط را نشان می‌دهد.

افزایش عدد ریچاردسون بیانگر تقویت جریان‌های جابجایی آزاد است. همان طور که در شکل ۴ مشاهده می‌شود، در اعداد ریچاردسون پایین و متوسط ( $0.1 \leq Ri \leq 10$ ) مسیر جریان سیال موازی دیواره‌های کانال می‌باشد، اما با افزایش بیشتر عدد ریچاردسون ( $Ri=100$ ) حرکت‌های جابجایی آزاد مجاور دیواره‌های گرم تقویت شده و شتاب می‌گیرد و در نتیجه جریان برگشتی در مرکز کانال ایجاد می‌شود.

شکل ۵ تأثیر تغییر عدد ریچاردسون بر خطوط هم‌دما را نشان می‌دهد. از بررسی خطوط هم‌دما در شکل ۵ دریافت می‌شود که در اعداد ریچاردسون پایین خطوط هم‌دما به سمت بالای دیواره‌های گرم کانال و کل مقطع خروجی کشیده می‌شود. با افزایش ریچاردسون تمرکز خطوط مجاور دیواره‌ها بیشتر شده و انتقال حرارت افزایش می‌یابد. به عبارتی با افزایش عدد ریچاردسون ضخامت لایه مرزی حرارتی کاهش خواهد یافت. در نتیجه گرادیان دما و نرخ انتقال حرارت افزایش می‌یابد.



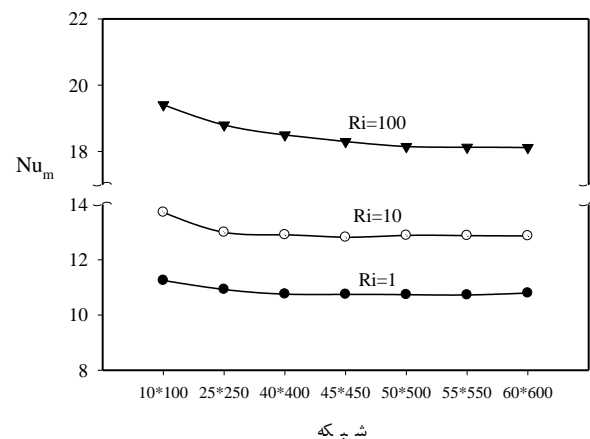
شکل ۴ تأثیر تغییر عدد ریچاردسون بر خطوط جریان به ازای  $\lambda = 90^\circ$  و  $Ha=20$ ،  $\phi=0.03$

برای انتخاب شبکه حل مناسب برای هندسه حاضر بررسی نیز روی تعداد نقاط شبکه انجام گرفت. به این منظور اثر تعداد نقاط شبکه بر عدد نوسلت متوسط که بیانگر نرخ انتقال حرارت از دیواره‌های گرم کانال می‌باشد، بررسی شد. نمونه ای از بررسی‌های انجام شده در شکل ۳ آورده شده است. در این شکل تغییرات عدد نوسلت متوسط جریان نانوسیال در کانال مورب با زاویه  $\lambda = 60^\circ$  به ازای  $Ha=10$  و  $\phi=0.03$  بر حسب تعداد نقاط شبکه در سه عدد ریچاردسون متفاوت دیده می‌شود. باید توجه داشت عدد نوسلت متوسط به عنوان پارامتری تأثیرپذیر از تعداد نقاط شبکه برای این بررسی مناسب است.

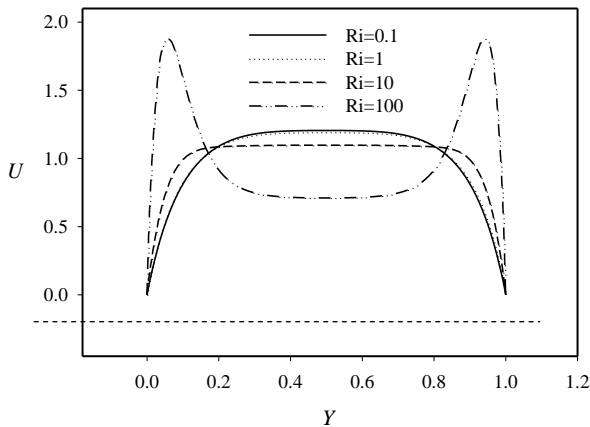
با توجه به شکل ۳ مشخص است که تقریباً برای شبکه‌های ریزتر از  $50 \times 50$  جواب‌ها یکسان مانده است و تغییر قابل توجهی در مقادیر دیده نمی‌شود. بدین ترتیب با توجه به بررسی‌های انجام شده و زمان اجرای برنامه، شبکه‌بندی یکنواخت  $50 \times 50$  برای اجرای برنامه انتخاب شد.

## ۷- نتایج

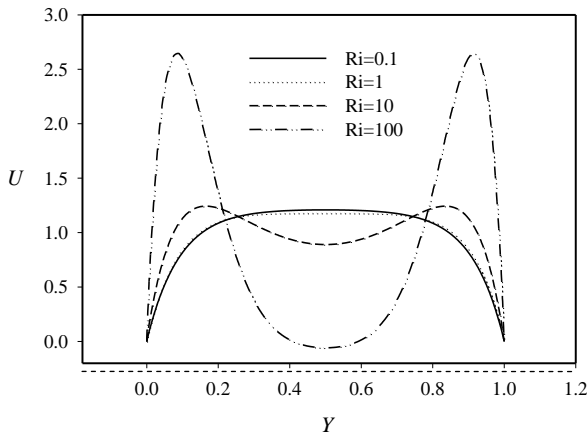
پس از انتخاب شبکه مناسب و اطمینان از درستی کد نوشته شده، اثر تغییر پارامترهایی چون عدد ریچاردسون، عدد هارتمن، نسبت حجمی جامد و زاویه کانال با افق بر روی میدان جریان و دما و نرخ انتقال حرارت بررسی شده است. در این بررسی‌ها عدد رینولدز جریان ثابت و برابر با  $Re=100$  در نظر گرفته شده و تغییر عدد ریچاردسون نشانگر تغییر عدد گراشوف است.



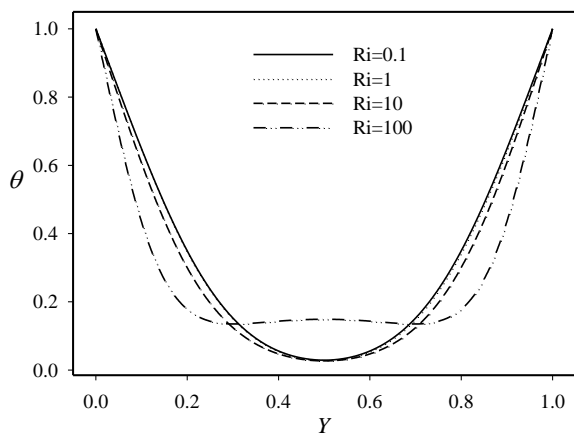
شکل ۳ تأثیر تعداد نقاط شبکه بر عدد نوسلت متوسط در سه عدد ریچاردسون متفاوت به ازای  $Ha=10$ ،  $\phi=0.03$  و  $\lambda = 60^\circ$



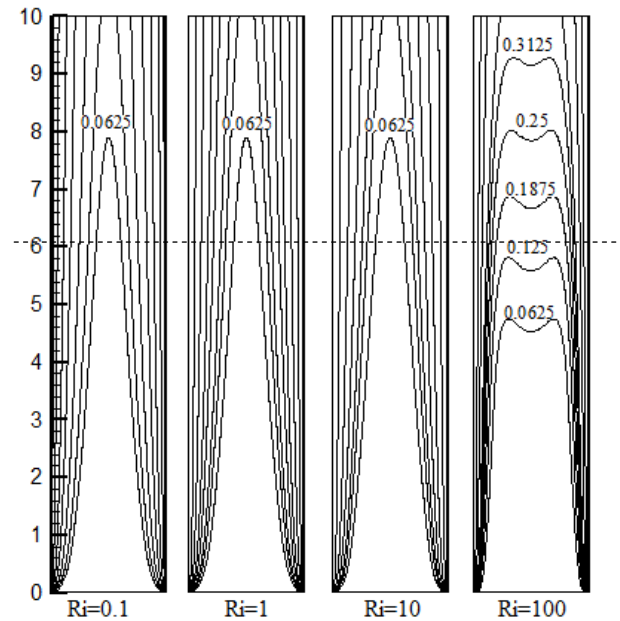
شکل ۶ الف- تأثیر تغییر عدد ریچاردسون بر پروفیل سرعت بی بعد در مقطع  $X=1$  به ازای  $\phi=0.03$ ,  $Ha=20$  و  $\lambda=90^\circ$



شکل ۶ ب- تأثیر تغییر عدد ریچاردسون بر پروفیل سرعت بی بعد در مقطع  $X=9$  به ازای  $\phi=0.03$ ,  $Ha=20$  و  $\lambda=90^\circ$



شکل ۷ تأثیر تغییر عدد ریچاردسون بر پروفیل دمای بی بعد در مقطع  $X=6$  به ازای  $\phi=0.03$ ,  $Ha=20$  و  $\lambda=90^\circ$



شکل ۵ تأثیر تغییر عدد ریچاردسون بر خطوط هم‌دما به ازای  $\phi=0.03$ ,  $Ha=20$  و  $\lambda=90^\circ$

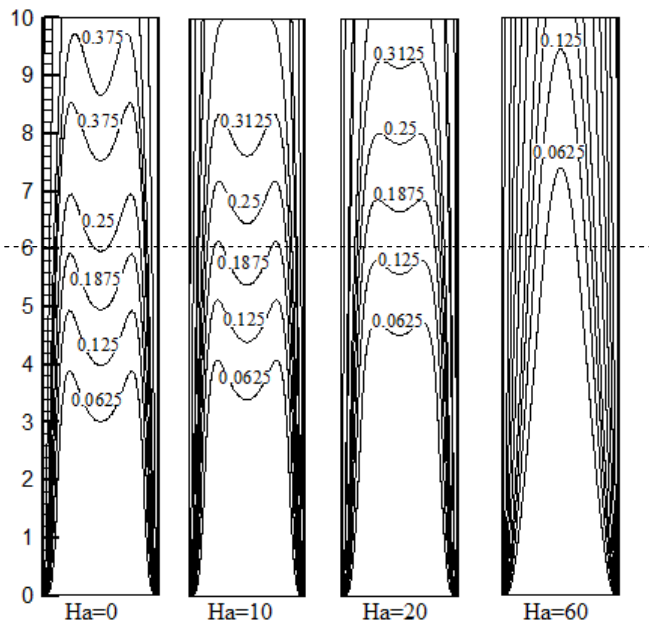
برای بررسی بهتر رفتار نانوسیال در حالت‌های فوق، پروفیل‌های سرعت بی‌بعد عمودی در مقاطع  $X=1, 9$  (به شکل ۴ توجه شود) در شکل‌های ۶-الف و ۶-ب رسم شده است. در مقطع  $X=1$  که پروفیل‌های سرعت آن در شکل ۶-الف آورده شده است، سرعت‌ها همواره مثبت بوده و برگشت جریانی مشاهده نمی‌شود. البته در  $Ri=100$  نیروهای غوطه‌وری در مجاور دیواره‌های گرم قوی بوده و این امر باعث افزایش قابل توجه سرعت در مجاور دیواره‌ها نسبت به مرکز کانال می‌شود.

برای درک بهتر انتقال حرارت، پروفیل دمای بی بعد در مقطع  $X=6$  در اعداد ریچاردسون مختلف (شکل ۵) در شکل ۷ نشان داده شده است. همان‌طور که مشاهده می‌شود، در اعداد ریچاردسون پایین و متوسط افزایش عدد ریچاردسون تأثیر کمی بر پروفیل دمای بی بعد دارد، اما در عدد ریچاردسون برابر با ۱۰۰ به علت افزایش نیروی غوطه‌وری و تقویت جریان‌های جابجایی آزاد، دما در ناحیه میانی کانال افزایش می‌یابد.

همان‌طور که در شکل ۶-ب دیده می‌شود در مقطع  $X=9$  در عدد ریچاردسون برابر با ۱۰۰ مقدار سرعت‌ها در مرکز کانال کمتر از صفر می‌شود که این بیانگر برگشت جریان می‌باشد. با مشاهده شکل ۴ نیز مشخص است که تنها در عدد ریچاردسون برابر با ۱۰۰ برگشت جریان وجود دارد.

شکل ۹ بیانگر تأثیر تغییر عدد هارتمن بر خطوط هم‌دما در این شرایط است. از مشاهده خطوط هم‌دما در این شکل مشخص است که با افزایش عدد هارتمن به دلیل افزایش نیروی لورنتس، خطوط هم‌دما به سمت دیواره‌های کانال و خروجی کانال کشیده می‌شوند. همچنین در اعداد هارتمن بالا، شکل خطوط هم‌دما به صورت سهمی تبدیل شده و به شکل خطوط هم‌دمای جریان توسعه یافته بیشتر نزدیک می‌شود.

برای بررسی بهتر رفتار نانوسیال در ناحیه جریان برگشتی حالت‌های فوق، پروفیل‌های سرعت بی بعد عمودی و دمای نانوسیال در مقطع  $X=6$  در شکل‌های ۱۰ و ۱۱ رسم شده است. با مشاهده شکل ۱۰ مشخص است که به ازای عدد هارتمن در محدوده صفر تا ۲۰ مقدار نمودارها به زیر صفر رسیده و برگشت جریان دیده می‌شود، البته با افزایش عدد هارتمن به دلیل افزایش نیروی لورنتس میزان برگشت جریان کاهش می‌یابد.



شکل ۹ تأثیر تغییر عدد هارتمن بر خطوط هم‌دما به ازای

$$\lambda = 90^\circ \text{ و } \phi = 0.03, \text{ Ri} = 100$$

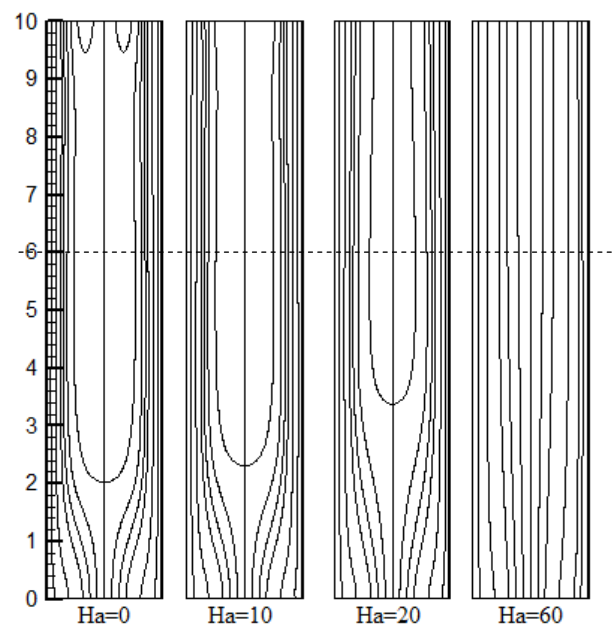
شکل ۱۱ به خوبی نشان دهنده آن است که افزایش عدد هارتمن به دلیل افزایش نیروی لورنتس باعث کاهش دما در اعداد ریچاردسون بزرگ می‌شود. شکل ۱۲ تأثیر تغییر عدد هارتمن در اعداد ریچاردسون مختلف بر نوسلت متوسط برای نانوسیال با  $\phi = 0.03$  در کانال عمودی را نشان می‌دهد.

در اعداد ریچاردسون پایین نیروی غوطه وری کوچک بوده، جریان آرام و هیچ برگشت جریانی وجود ندارد، اما با افزایش عدد ریچاردسون، نیروهای غوطه وری افزایش می‌یابد، به طوری که در عدد ریچاردسون برابر با ۱۰۰ نیروی غوطه‌وری بر نیروی اینرسی غلبه کرده و برگشت جریان ایجاد می‌شود.

### ۲-۷- اثر میدان مغناطیسی

در این بخش برای کانال عمودی ( $\lambda = 90^\circ$ ) و جریان نانوسیال با  $\phi = 0.03$  اثر میدان مغناطیسی بررسی می‌شود. به این منظور اثر تغییر عدد هارتمن در اعداد ریچاردسون مختلف بررسی می‌شود.

شکل‌های ۸ و ۹ اثر عدد هارتمن بر خطوط جریان و هم‌دما در عدد ریچاردسون برابر با ۱۰۰ را نشان می‌دهد. به طور کلی میدان مغناطیسی بر روی جریان‌های جابجایی تأثیر گذاشته و با فرونشاندن جریان‌های جابجایی تمایل به از بین بردن جریان‌های برگشتی دارد. همان طور که در شکل ۸ دیده می‌شود در غیاب میدان مغناطیسی ( $Ha=0$ ) جریان برگشتی در مرکز کانال ایجاد شده که با افزایش عدد هارتمن، ناحیه برگشتی جریان کمتر شده و خطوط جریان تمایل به یکنواخت شدن به موازات دیواره‌های کانال را دارند. به گونه‌ای که در  $Ha=60$  اثری از برگشت جریان در کانال دیده نمی‌شود.



شکل ۸ تأثیر تغییر عدد هارتمن بر خطوط جریان به ازای

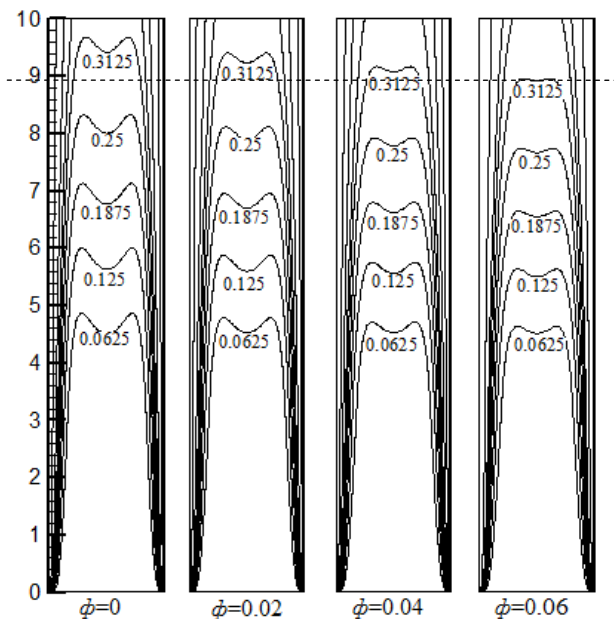
$$\lambda = 90^\circ \text{ و } \phi = 0.03, \text{ Ri} = 100$$



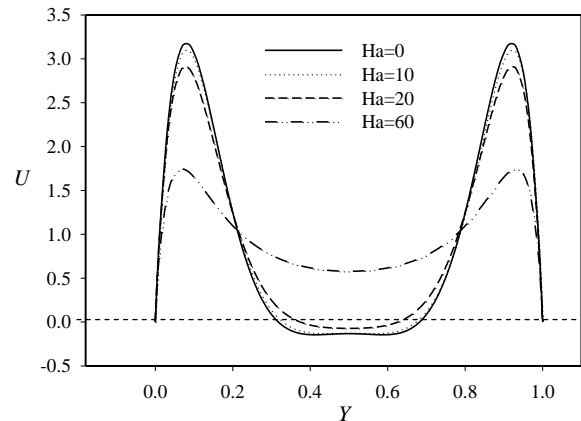
همان طور که مشاهده می‌شود، با افزایش عدد هارتمن در عدد ریچاردسون بزرگ ( $Ri=100$ )، نوسلت متوسط کاهش و در اعداد ریچاردسون پایین و متوسط نوسلت متوسط افزایش می‌یابد. با توجه به معادلات مومنتم دیده می‌شود که نیروهای غوطه‌وری و لورنتس خلاف جهت یکدیگر عمل می‌کنند. بنابراین در  $Ri=100$  که انتقال حرارت جابجایی آزاد مکانیزم اصلی تبادل حرارت است، افزایش شدت میدان مغناطیسی باعث کاهش سرعت‌ها در مجاور دیواره گرم می‌شود (شکل ۱۰). این امر باعث کاهش انتقال حرارت بین نانوسیال و دیواره می‌شود. از سوی دیگر در اعداد ریچاردسون کمتر انتقال حرارت جابجایی اجباری حاکم شده و در نتیجه افزایش شدت میدان مغناطیسی باعث تقویت جریان‌های مجاور دیواره‌ها و افزایش انتقال حرارت می‌شود. به عبارتی در اعداد ریچاردسون پایین و متوسط که قدرت نیروی غوطه‌وری کم است افزایش نیروی لورنتس باعث تقویت جریان‌های مجاور دیواره‌های گرم شده و انتقال حرارت را افزایش می‌دهد.

### ۷-۳- بررسی اثر افزایش کسر حجمی جامد

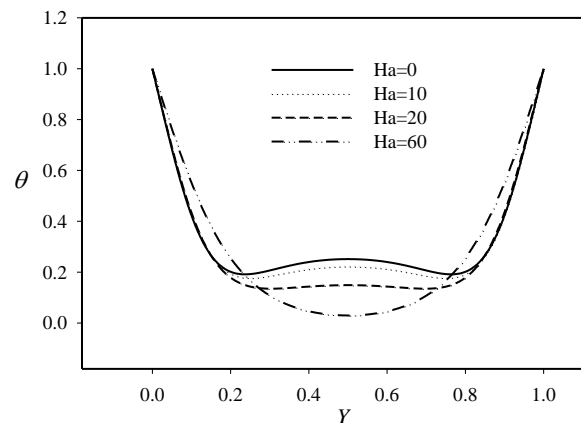
اکنون تأثیر کسر حجمی جامد در اعداد ریچاردسون مختلف و عدد هارتمن برابر با ۲۰ در کانال عمودی بررسی می‌شود. تأثیر تغییر کسر حجمی جامد بر خطوط هم‌دما در  $Ri=100$  در شکل ۱۳ نشان داده شده است.



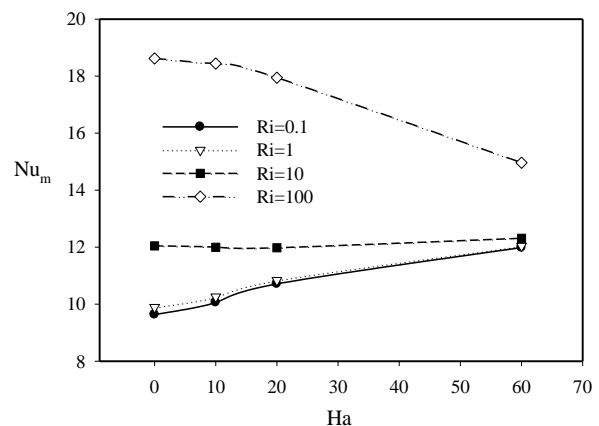
شکل ۱۳ تأثیر تغییر کسر حجمی جامد بر خطوط هم‌دما به ازای  $\lambda = 90^\circ$  و  $Ha=20$ ,  $Ri=100$



شکل ۱۰ تأثیر تغییر عدد هارتمن بر پروفیل سرعت بی بعد در مقطع  $X=6$  به ازای  $Ri=100$ ,  $\phi=0.03$  و  $\lambda = 90^\circ$



شکل ۱۱ تأثیر تغییر عدد هارتمن بر پروفیل دمای بی بعد در مقطع  $X=6$  به ازای  $Ri=100$ ,  $\phi=0.03$  و  $\lambda = 90^\circ$



شکل ۱۲ تأثیر تغییر عدد هارتمن در اعداد ریچاردسون مختلف بر نوسلت متوسط به ازای  $\lambda = 90^\circ$  و  $\phi=0.03$

این امر به دلیل آن است که با افزایش عدد ریچاردسون، گرادیان دما در اطراف دیواره‌های گرم افزایش یافته و در نتیجه عدد نوسلت متوسط افزایش می‌یابد. از طرفی با افزایش کسر حجمی جامد به دلیل بالاتر بودن ضریب هدایت حرارتی در نانوسیال و پخش بهتر حرارت، نوسلت متوسط افزایش می‌یابد.

#### ۷-۴- بررسی اثر زاویه کانال

حال در این قسمت تأثیر تغییر زاویه کانال با افق در اعداد ریچاردسون مختلف بر روی میدان جریان و دما، پروفیل‌های سرعت و مقادیر نوسلت متوسط بررسی می‌شود. کسر حجمی جامد برابر با  $0.03$  و عدد هارتمن برابر با  $10$  می‌باشد. شکل ۱۶ شرایط مذکور و  $Ri=100$  را نشان می‌دهد. در هر یک از قسمت‌های چهارگانه شکل، خطوط جریان سمت چپ و خطوط هم‌دما سمت راست ترسیم شده است. تغییر زاویه کانال باعث ایجاد تغییراتی در خطوط جریان و خطوط هم‌دما می‌شود. با افزایش زاویه کانال، برگشت جریان در ناحیه وسیع‌تری از کانال اتفاق می‌افتد.

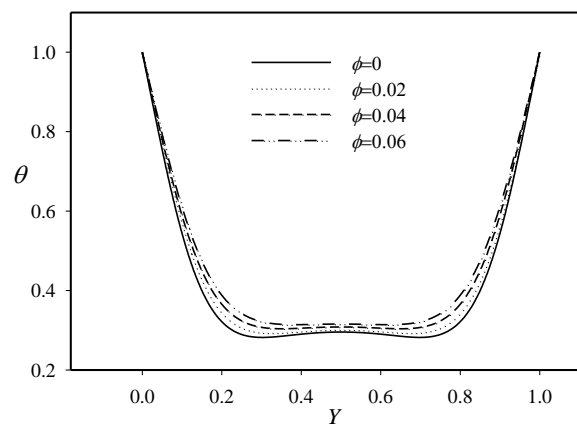
چنانچه از شکل ۱۶ مشخص است در زاویه  $45$  درجه برگشت جریان در ناحیه کوچک‌تری نزدیک به خروجی کانال رخ می‌دهد، با افزایش زاویه مقدار برگشت جریان بیشتر شده و به ناحیه وسیع‌تری از کانال گسترش می‌یابد، به طوری که در زاویه  $90$  درجه بیشترین مقدار برگشت جریان روی می‌دهد. با افزایش زاویه کانال شیب خطوط هم‌دما به سمت دیواره سمت راست کمتر می‌شود و با افزایش زاویه به خصوص در زاویه  $90$  درجه، خطوط هم‌دما نسبت به مسیر جریان متقارن می‌شوند. اثرات تغییر زاویه کانال با افق بر پروفیل سرعت در مقاطع  $X=1$  و  $X=9$  حالت‌های فوق در شکل‌های ۱۷ و ۱۸ نشان داده شده است.

در شکل ۱۷ هیچ برگشت جریانی در نمودار دیده نمی‌شود. با افزایش زاویه کانال با افق نیروهای غوطه‌وری مجاور دیواره‌های گرم بیشتر شده و سرعت‌های مجاور آنها افزایش می‌یابد. این امر باعث کاهش سرعت نانوسیال در مرکز کانال می‌شود. از سوی دیگر در شکل ۱۸ با پیشروی در مسیر کانال، نزدیک به خروجی کانال، تأثیر نیروی غوطه‌وری بیشتر شده در نتیجه ناآرامی و برگشت جریان روی می‌دهد.

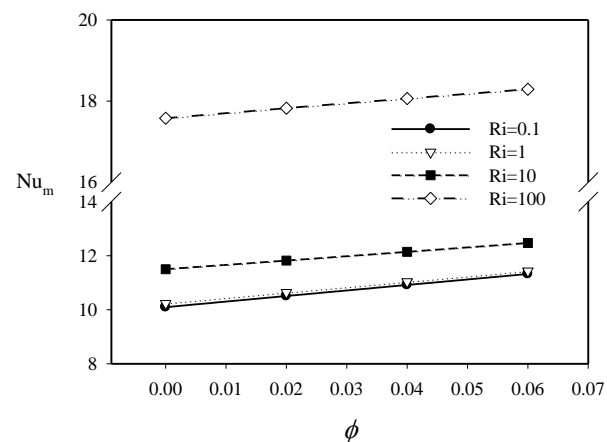
با افزایش کسر حجمی جامد به دلیل بالاتر بودن ضریب هدایت حرارتی در نانوسیال و پخش بهتر حرارت، نفوذ حرارت از دیواره‌ها به مرکز کانال بیشتر می‌شود. به همین دلیل با افزایش  $\phi$  خطوط هم‌دما در مرکز کانال افقی‌تر می‌شود.

شکل ۱۴ بیانگر تأثیر تغییر کسر حجمی جامد بر پروفیل دمای بی‌بعد در مقطع  $X=9$  می‌باشد، در این شکل نیز دیده می‌شود که با افزایش کسر حجمی جامد به دلیل افزایش ضریب هدایت حرارتی در نانوسیال دما افزایش می‌یابد.

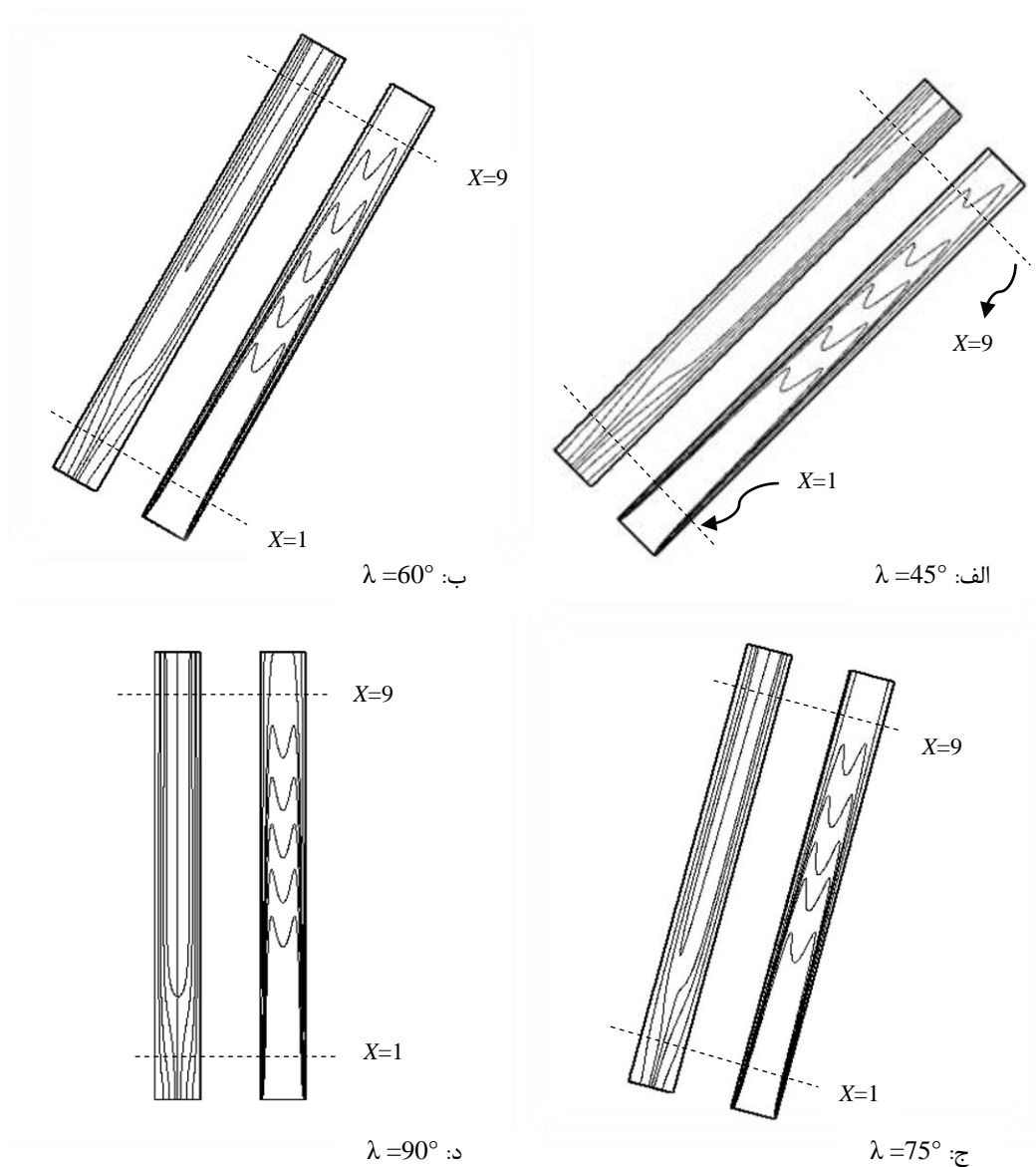
شکل ۱۵ تأثیر تغییر کسر حجمی جامد نانوذرات در اعداد ریچاردسون مختلف بر نوسلت متوسط در کانال عمودی را نشان می‌دهد. همان‌طور که از شکل مشخص است، افزایش عدد ریچاردسون که معیاری از نسبت جابجایی آزاد به جابجایی اجباری است، موجب افزایش نوسلت متوسط می‌شود.



شکل ۱۴ تأثیر تغییر کسر حجمی جامد بر پروفیل دمای بی‌بعد در مقطع  $X=9$  به ازای  $Ri=100$ ،  $Ha=20$  و  $\lambda=90^\circ$



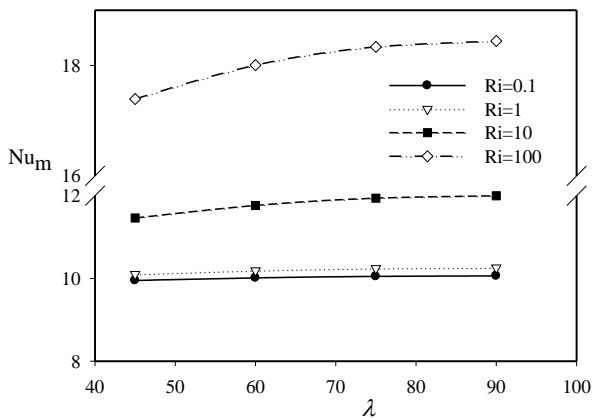
شکل ۱۵ تأثیر تغییر کسر حجمی جامد در اعداد ریچاردسون مختلف بر نوسلت متوسط به ازای  $Ha=20$  و  $\lambda=90^\circ$



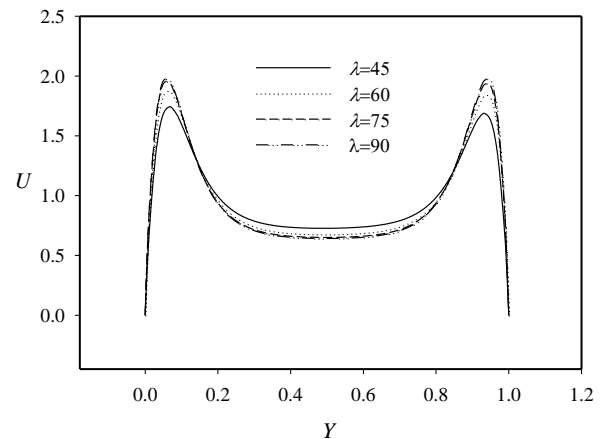
شکل ۱۶ تأثیر تغییر زاویه کانال با افق بر خطوط جریان (سمت چپ) و خطوط هم‌دما (سمت راست) به ازای  $\phi = 0.03$  در عدد ریچاردسون برابر با ۱۰۰ و عدد هارتمن برابر با ۱۰

زاویه برگشت جریان در ناحیه وسیعتری از کانال روی می‌دهد که همین امر بر افزایش نوسلت متوسط تأثیر دارد. شکل ۲۰ اثر زاویه کانال بر نوسلت متوسط کل کانال را در اعداد ریچاردسون مختلف نشان می‌دهد. در اعداد ریچاردسون بالا نیروهای غوطه‌وری اهمیت داشته و در نتیجه تغییر زاویه کانال تأثیر قابل توجهی بر نوسلت متوسط دارد. در اعداد ریچاردسون پایین ( $Ri=0.1, 1$ ) چون حرکت‌های جابجایی آزاد ضعیف شده و جریان‌های جابجایی اجباری حاکم می‌شوند، افزایش زاویه کانال تأثیر ناچیزی بر نوسلت متوسط کل دارد.

تأثیر تغییر زاویه کانال بر روی نوسلت متوسط دو دیواره گرم کانال به ازای  $Ri=100$  در شکل ۱۹ و بر روی نوسلت متوسط کل در اعداد ریچاردسون مختلف در شکل ۲۰ نشان داده شده است. با افزایش زاویه نوسلت متوسط دیواره گرم سمت چپ و سمت راست و نوسلت متوسط کلی افزایش می‌یابد. زیرا با افزایش زاویه مولفه نیروی غوطه‌وری در امتداد جریان افزایش می‌یابد که در نتیجه آن نوسلت متوسط و انتقال حرارت افزایش می‌یابد. البته همانطور که از شکل ۱۹ مشخص است مقادیر نوسلت متوسط دیواره گرم سمت راست بیشتر از مقادیر نوسلت متوسط دیواره گرم سمت چپ است. با افزایش



شکل ۲۰ تأثیر تغییر زاویه کانال بر نوسلت متوسط کل در اعداد ریچاردسون مختلف به ازای  $Ha=10$  و  $\phi=0.03$



شکل ۱۷ تأثیر تغییر زاویه کانال با افق بر پروفیل سرعت بی‌بعد در مقطع  $X=1$  به ازای  $Ha=10$ ،  $Ri=100$  و  $\phi=0.03$

## ۸- جمع بندی

در این مقاله جریان جابجایی توأم نانوسیال در یک کانال که تحت میدان مغناطیسی قرار داشت، به روش عددی بررسی شد. نتایج حاصل از مطالعات انجام شده به صورت ذیل قابل جمع‌بندی است:

- با افزایش عدد ریچاردسون جابجایی طبیعی افزایش یافته و می‌تواند جریان چرخشی همراه با جریان برگشتی ایجاد شود. در این شرایط گرادیان دما افزایش پیدا کرده و بر نرخ انتقال حرارت افزوده می‌شود.

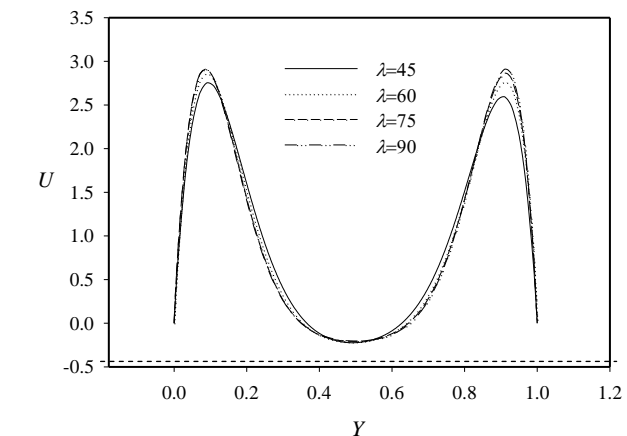
- با افزایش عدد هارتمن در اعداد ریچاردسون پایین و متوسط ( $0.1 \leq Ri \leq 10$ ) نوسلت متوسط افزایش می‌یابد اما در اعداد ریچاردسون بزرگ ( $Ri=100$ )، نوسلت متوسط کاهش می‌یابد.

- با افزایش کسر حجمی جامد ضریب هدایت حرارتی نانوسیال افزایش یافته و میزان انتقال حرارت افزایش می‌یابد.  
- با افزایش زاویه مقدار برگشت جریان بیشتر شده و به ناحیه وسیع‌تری از کانال گسترش می‌یابد به طوری که در زاویه ۹۰ درجه بیشترین مقدار برگشت جریان روی می‌دهد.

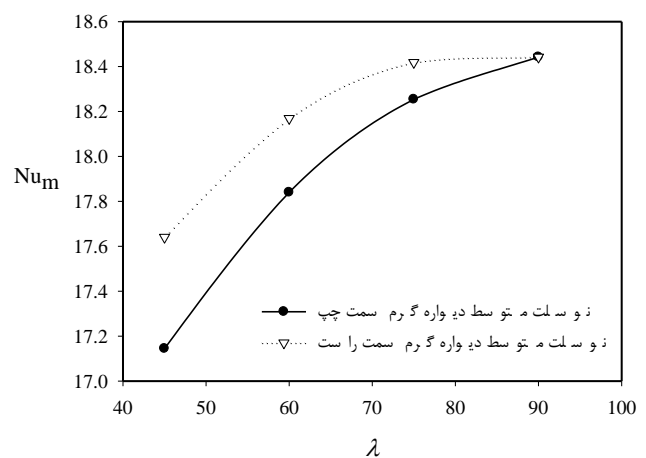
- با افزایش زاویه کانال با افق نوسلت متوسط و انتقال حرارت افزایش می‌یابد.

## ۹- فهرست علائم

$B$	نسبت بی بعد ارتفاع به عرض کانال ( $H/L$ )
$B_0$	شدت میدان مغناطیسی ( $Wb/m^2$ )



شکل ۱۸ تأثیر تغییر زاویه کانال با افق بر پروفیل سرعت بی‌بعد در مقطع  $X=9$  به ازای  $Ha=10$ ،  $Ri=100$  و  $\phi=0.03$



شکل ۱۹ تأثیر تغییر زاویه کانال بر نوسلت متوسط دو دیواره گرم کانال به ازای  $Ha=10$ ،  $\phi=0.03$  و  $Ri=100$

(inlet) ورودی	i	ضرب القای میدان مغناطیسی	$B'$
(mean) متوسط	m	گرمای ویژه ( $\text{Jkg}^{-1}\text{K}^{-1}$ )	$C_p$
(nanofluid) نانوسیال	nf	شتاب جاذبه زمین ( $\text{ms}^{-2}$ )	g
(solid) جامد	s	عدد گراشوف ( $\text{Gr} = g\beta_f L^3 \Delta T / u_f^2$ )	Gr

## ۱۰- مراجع

- [1] Jeng Y.N., Chen J.L., Aung W., "On the Reynolds-Number Independence of Mixed Convection in a Vertical Channel Subjected to Asymmetric Wall Temperatures with and without Flow Reversal", *International Journal of Heat and Fluid Flow*, Vol. 13, 1992, pp. 329-339.
- [2] Desrayaud G., Lauriat G., "Flow Reversal of Laminar Mixed Convection in the Entry Region of Symmetrically Heated, Vertical Plate Channels", *International Journal of Thermal Sciences*, Vol. 48, 2009, pp. 2036-2045.
- [3] Yang M.H., Yeh R.H., Hwang J.J., "Mixed Convection Cooling of a Fin in a Channel", *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol. 53, 2010, pp. 760-771.
- [4] Pirmohammadi M., Ghassemi M., Sheikhzadeh G. A., "The Effect of a Magnetic Field on Buoyancy-Driven Convection in Differentially Heated Square Cavity", *Electromagnetic Launch Technology, 14th Symposium on, 978-1-4244-1833-6/08/\$25.00 © IEEE*, Victoria, BC, 2008.
- [5] Rahman M.M., Alim M.A., Sarker M.M.A., "Numerical Study on the Conjugate Effect of Joule Heating and Magneto-Hydrodynamics Mixed Convection in an Obstructed Lid-Driven Square Cavity", *International Communications in Heat and Mass Transfer*, Vol. 37, 2010, pp. 524-534.
- [6] Prathap Kumar J., Umavathi J.C., Biradar Basavaraj M., "Mixed Convection of Magneto Hydrodynamic and Viscous Fluid in a Vertical Channel", *International Journal of Non-Linear Mechanics*, Vol. 46, 2011, pp. 278-285.
- [7] Maxwell J. C., *A Treatise on Electricity and Magnetism*, Vol. 2, Oxford University Press, Cambridge, UK, 1873, p. 54.
- [8] Choi U. S., "Enhancing Thermal Conductivity of Fluids with Nanoparticles", *ASME Fluids Eng. DivVOL*. 231, No. 66, 1995, pp. 99-105.
- [9] Eastman J. A., Choi S. U. S., Li S., Yu W., Thompson L. J., "Anomalously Increased Effective Thermal Conductivities of Ethylene Glycol-Based Nanofluids Containing Copper Nano Particles", *Appl. Phys. Lett*, Vol. 78, 2001, pp. 718-720.
- [10] Santra A.K., Sen S., Chakraborty N., "Study of Heat Transfer Due to Laminar Flow of Copper-Water Nanofluid through Two Isothermally Heated Parallel Plates", *International Journal of Thermal Sciences*, Vol. 48, 2009, pp. 391-400.

ارتفاع کانال (m)	H	ضرب انتقال حرارت جا به جایی ( $\text{Wm}^{-2}\text{K}^{-1}$ )	h
عدد هارتمن	Ha	چگالی جریان الکتریکی ( $J = \sigma(-V \Theta + V \times B')$ )	J
ضرب هدایت حرارتی ( $\text{Wm}^{-1}\text{k}^{-1}$ )	k	عرض کانال (m)	L
عدد نوسلت ( $\text{Nu} = hL/k$ )	Nu	فشار سیال (Pa)	p
فشار سیال (Pa)	p	فشار اصلاح شده ( $\bar{p} = (p + \rho_c g y)$ )	$\bar{p}$
عدد پرانتل ( $\text{Pr} = \nu_f / \alpha_f$ )	Pr	فشار بی بعد ( $P = \bar{p}L^2 / \rho_{nf} \alpha_f^2$ )	P
عدد ریچاردسون ( $\text{Ri} = \text{Gr} / \text{Re}^2$ )	Ri	عدد پرانتل	Pr
عدد رینولدز ( $\text{Re} = u_c L / u_f$ )	Re	عدد ریچاردسون	Ri
دما (K)	T	عدد رینولدز	Re
مولفه سرعت در راستای x و y ، (m/s)	u, v	دما (K)	T
مولفه بی بعد سرعت ( $U = u / u_c, V = v / v_c$ )	U, V	مولفه سرعت در راستای x و y ، (m/s)	u, v
مختصات کارتزین	x, y	مولفه بی بعد سرعت ( $U = u / u_c, V = v / v_c$ )	U, V
مختصات بدون بعد ( $X = x/L, Y = y/L$ )	X, Y	مختصات کارتزین	x, y

## علائم یونانی:

ضرب پخش حرارتی سیال ( $\text{m}^2\text{s}^{-1}$ )	$\alpha$	ضرب هدایت حرارتی	h
ضرب انبساط گرمایی ( $1/\text{K}$ )	$\beta$	فشار اصلاح شده ( $\bar{p} = (p + \rho_c g y)$ )	$\bar{p}$
دمای بی بعد ( $\theta = (T - T_c) / (T_h - T_c)$ )	$\theta$	فشار بی بعد ( $P = \bar{p}L^2 / \rho_{nf} \alpha_f^2$ )	P
زاویه کانال نسبت به افق	$\lambda$	عدد پرانتل	Pr
لزجت سینماتیکی سیال ( $\text{m}^2\text{s}^{-1}$ )	$\nu$	عدد ریچاردسون	Ri
چگالی سیال ( $\text{kg.m}^{-3}$ )	$\rho$	عدد رینولدز	Re
ضرب هدایت الکتریکی ( $\text{sm}^{-1}$ )	$\sigma$	دما (K)	T
نسبت حجمی ذرات جامد	$\phi$	مولفه سرعت در راستای x و y ، (m/s)	u, v
پتانسیل الکتریکی	$\Theta$	مولفه بی بعد سرعت ( $U = u / u_c, V = v / v_c$ )	U, V

## زیرنویس ها:

سطح سرد (cold)	c	ضرب هدایت حرارتی	h
سیال (fluid)	f	فشار اصلاح شده ( $\bar{p} = (p + \rho_c g y)$ )	$\bar{p}$
سطح گرم (hot)	h	فشار بی بعد ( $P = \bar{p}L^2 / \rho_{nf} \alpha_f^2$ )	P

- [14] Nemati H., Farhadi M., Sedighi K., Ashorynejad H.R., Fattahi E., "Magnetic Field Effects on Natural Convection Flow of Nanofluid in a Rectangular Cavity Using the Lattice Boltzmann Model", *Scientia Iranica*, Vol. 19, 2012, pp. 303-310
- [15] Abu-Nada E., Masud Z., Hijazi A., "Natural Convection Heat Transfer Enhancement in Horizontal Concentric Annuli Using Nanofluids", *International communication in Heat Mass Transfer*, Vol. 35, 2008, pp. 657-665.
- [16] Brinkman H.C., "The Viscosity of Concentrated Suspensions and Solution", *Journal. Chem. Phys.*, Vol. 20, 1952, pp. 571-581.
- [17] Patankar S.V., *Numerical Heat Transfer and Fluid Flow*, Hemisphere, Washington, D.C, 1980.
- [11] Jahanshahi M., Hosseinizade S.F., Alipanah M., Deghani A., Vakilinejad G.R., "Numerical Simulation of Free Convection Based on Experimental Measured Conductivity in a Square Cavity Using Water/SiO<sub>2</sub> Nanofluid", *international communication in heat and mass transfer*, Vol. 37, 2010, pp. 687-694.
- [12] Aminossadati S.M., Raisi A., Ghasemi B., "Effects of Magnetic Field on Nanofluid Forced Convection in a Partially Heated Microchannel", *International Journal of Non-Linear Mechanics*, Vol. 46, 2011, pp. 1373-1382.
- [13] Ghasemi B., Aminossadati S.M., Raisi A., "Magnetic Field Effect on Natural Convection in a Nanofluid-Filled Square Enclosure", *International Journal of Thermal Sciences*, Vol. 50, 2011, pp. 1748-1756.