



## کنترل ارتعاشات در سیستم دینامیکی چرخ‌دنده-یاتاقان

امین ثقفی<sup>۱</sup>، انوشیروان فرشیدیان‌فر<sup>۲\*</sup>، علی اکبر اکبری<sup>۳</sup>

۱- دانشجوی دکترا، مهندسی مکانیک، دانشگاه فردوسی مشهد، مشهد

۲- استاد، مهندسی مکانیک، دانشگاه فردوسی مشهد، مشهد

۳- استادیار، مهندسی مکانیک، دانشگاه فردوسی مشهد، مشهد

\* farshid@um.ac.ir، ۹۱۷۷۹۴۸۹۴۴ صندوق پستی

### چکیده

چرخ‌دنده‌ها یکی از منابع مهم ارتعاشات و ایجاد نویز در سیستم‌های دوار صنعتی محسوب می‌شوند. به‌منظور طراحی و ارائه یک سیستم انتقال قدرت چرخ‌دنده‌ای آرام و بهینه، در این پژوهش یک سیستم کنترل فعال ارتعاشات چرخ‌دنده-یاتاقان پیشنهاد و مورد ارزیابی قرار می‌گیرد. مدل دینامیکی ارتعاشات سیستم چرخ‌دنده‌ای با در نظر گرفتن برخی از پارامترهای ناخواسته در طراحی از قبیل خطاهای ساخت، تغییرات فرم دندانه، خطاهای نصب و همچنین تحریکات ناشی از اغتشاشات گشتاور اعمالی، ارائه می‌شود. برای کاهش و به حداقل رساندن اثرات نامطلوب این پارامترها بر ارتعاشات مجموعه، سیستم کنترل فعالی پیشنهاد می‌شود. ایده کنترلی مطرح شده، به‌کارگیری و اعمال یک نیروی تحریک در یاتاقان‌های سیستم می‌باشد. سیستم کنترل مورد نظر با استفاده از کنترل فیدبک و براساس معیار کنترل  $H_\infty$  پیاده‌سازی می‌شود. این معیار به صورت یک تابع هزینه ارائه و الگوریتم بهینه‌سازی گروه ذرات یا به‌اختصار PSO که از روش‌های بهینه‌سازی موجود در بین روش‌های هوش مصنوعی است، برای بهینه نمودن پاسخ سیستم مورد استفاده قرار می‌گیرد. به‌منظور بررسی عملکرد سیستم کنترلی پیشنهاد شده، شبیه‌سازی سیستم انجام و نتایج حاصل مورد ارزیابی قرار می‌گیرد.

### اطلاعات مقاله

مقاله پژوهشی کامل

دریافت: ۰۹ آذر ۱۳۹۲

پذیرش: ۱۶ بهمن ۱۳۹۲

ارائه در سایت: ۲۲ تیر ۱۳۹۳

کلید واژگان:

چرخ‌دنده

کنترل ارتعاشات

کنترل فیدبک

## Vibrations control of gear-bearing dynamic system

Amin Saghafi, Anooshirvan Farshidianfar\*, Ali Akbar Akbari

Department of Mechanical Engineering, Ferdowsi University of Mashhad, Mashhad, Iran

\* P.O.B. 9177948944, Mashhad, Iran, farshidi@um.ac.ir

### ARTICLE INFORMATION

Original Research Paper  
Received 30 November 2013  
Accepted 05 February 2014  
Available Online 13 July 2014

#### Keywords:

Gear  
Vibration Control  
Feedback Control

### ABSTRACT

Gears are one of the important sources of vibrations and noise in industrial rotating machinery and power transmission systems. In order to design and develop an optimal and quiet geared power transmission system, this paper presents the design of an active vibration control for gear-bearing system. A dynamic model of the geared system is presented, where some undesired parameters in the design such as manufacturing errors, teeth deformations, mounting errors as well as external excitations resulting from distributions of applied torque are included. An active control system is presents in order to control and attenuate the disturbance impress on the system vibrations. The idea behind the design of this control system is to reduce vibration transmissibility by the introduction of the excitation forces in the bearing. The controller is investigated and designed by using feedback control and based on the  $H_\infty$  control approach. It can be presented as an optimization problem. To solve this optimization problem, Particle Swarm Optimization (PSO) algorithm is used, which is one of the optimization methods available among artificial intelligence. The simulation results are performed to investigate performance of the control system.

### ۱- مقدمه

قرار گرفته است. تحقیقات عمده در این زمینه عمدتاً به کنترل و ایزولاسیون ارتعاشات بدنه گیربکس و به‌منظور کاهش انتقال ارتعاشات از گیربکس به سازه نگهدارنده آن معطوف شده است. به‌عنوان نمونه می‌توان به پژوهش سوئتن و همکارانش [۱]، در کنترل فعال گیربکس هلیکوپتر اشاره نمود. آن‌ها با استفاده از سه محرک متصل شده به پایه نگهدارنده سعی در کاهش ارتعاشات انتقال یافته از بدنه گیربکس به سازه نگهدارنده آن نمودند. با گسترش تکنولوژی کنترل ارتعاشات، توجه به طراحی سیستم‌های کنترلی با امکان کنترل ارتعاشات داخلی سیستم چرخ‌دنده‌ای معطوف شد.

چرخ‌دنده‌ها به‌عنوان یکی از منابع مهم ارتعاشات و ایجاد نویز در سیستم‌های دوار صنعتی شناخته شده‌اند. به‌دلیل حساسیت زیاد سیستم‌های چرخ‌دنده‌ای به پارامترهای مختلف طراحی، پاسخ ارتعاشی سیستم پیچیده و کنترل آن دشوار می‌باشد. با گسترش تکنولوژی کنترل ارتعاشات و افزایش روز افزون نیاز به کنترل ارتعاشات در صنایع و نیز در زندگی روزمره، سیستم‌های کنترل متنوعی ارائه شده است. پیش‌بینی و کنترل ارتعاشات چرخ‌دنده‌ها به‌منظور طراحی یک سیستم انتقال چرخ‌دنده‌ای بهینه مورد توجه برخی از محققین

Please cite this article using:

A. Saghafi, A. Farshidianfar, A.A. Akbari, Vibrations control of gear-bearing dynamic system, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 14, No. 6, pp. 135-143, 2014 (In Persian)

برای ارجاع به این مقاله از عبارت ذیل استفاده نمایید:

مونتاگو و همکارانش [۲]، به‌صورت آزمایشی با ارائه یک روش کنترل پیش-خورد سعی در کاهش انتقال ارتعاشات منتقل شده از مجموعه چرخ‌دنده نمودند. مجموعه‌ای از محرک‌های پیزوالکتریک متصل شده به شفت‌های نگهدارنده چرخ‌دنده، نیروی کنترلی لازم را برای کاهش ارتعاشات سیستم تامین می‌نمود. نتایج آزمایشی به‌دست آمده بیانگر عملکرد مطلوب سیستم ارائه شده بود. ریچی و همکارانش [۳]، یک روش کنترل پیش‌خورد را برای کنترل فعال گیربکس ارائه نمودند که در آن از یک جفت محرک نصب شده بر روی یک پایه نگهدارنده به‌منظور کاهش ارتعاشات بین شفت و بدنه استفاده می‌شد. لی و همکارانش [۴]، نیز به بررسی کنترل شفت داخلی چرخ‌دنده در کاهش پاسخ بدنه گیربکس به تحریکات ایجاد شده توسط خطاهای چرخ‌دنده، پرداختند. تامین نیروی کنترلی اعمال شده به شفت داخلی نگهدارنده چرخ‌دنده با استفاده از یک محرک پیزوالکتریک در راستای خط عمل دو چرخ‌دنده درگیر، محقق می‌شد. گوآن و همکارانش [۵]، به‌صورت آزمایشی ساختار کنترل داخلی گیربکس را به‌منظور کاهش ارتعاشات ناشی از تحریکات خطای انتقال بررسی نمودند. محرک‌های نصب شده برای ایجاد نیروی تحریک وارده بر شفت داخلی چرخ‌دنده و به‌منظور کاهش ارتعاشات بدنه گیربکس به‌کار گرفته شد. کنترل فعال سیستم داخلی چرخ‌دنده با استفاده از محرک‌های نصب شده بر روی چرخ‌دنده‌ها نیز در برخی از تحقیقات مورد بررسی قرار گرفته است [۶،۷]. چالش اساسی در طراحی این قبیل از سیستم‌های کنترلی، ارائه راه‌کاری مناسب برای انتقال و تامین نیروی محرک وارده بر چرخ‌دنده می‌باشد.

افزایش پیچیدگی‌های سیستم‌ها سبب رشد و گسترش روش‌های طراحی کنترل مدرن شده است. طراحی سیستم‌های کنترل دقیق در حضور عدم قطعیت‌ها در مدل‌سازی و پارامترهای سیستم و همچنین تاثیر ورودی‌های مزاحم و اغتشاشات پیش‌بینی نشده، از جمله مسائل مهم در طراحی سیستم‌های کنترل مدرن می‌باشند. روش کنترل بهینه یکی از روش‌های کنترل مدرن و متمرکز بر مطالعه سیستم‌های کنترل برای دستیابی به عملکرد بهینه می‌باشد. هدف اصلی در یک سیستم کنترل بهینه تعیین سیگنال‌های کنترل به‌طوری است که در محدودیت‌ها یا قیود فیزیکی صدق کرده و در ضمن نحوه عملکرد یا معیار معینی را بهینه نماید. روش کنترل بهینه  $H_{\infty}$  به‌عنوان یکی از مناسب‌ترین معیارها در مسائل کنترل بهینه به‌منظور دستیابی به عملکرد مطلوب و پایداری سیستم، پیشنهاد شده است. فرمول‌بندی اولیه این روش توسط زامس ارائه شده است [۸]. بررسی فضای حالت کنترل  $H_{\infty}$  برای سیستم خطی نامتغیر با زمان توسط دوپل ارائه و کارایی آن برای طراحی کنترل در سیستم‌های مدرن نشان داده شد [۹]. در واقع کنترل  $H_{\infty}$ ، کنترل بدترین حالت سیستم بوده به‌طوری که رفتار و عملکرد سیستم در تمام حالات ممکن، قابل قبول شود. باید به این نکته اشاره نمود که این روش کنترلی به‌راحتی برای سیستم‌های چند متغیره قابل اجرا بوده و به طراح اجازه مقابله با بسیاری از مسائل، شامل عدم قطعیت‌ها، اغتشاشات و همچنین محدودیت‌ها و قیود سیستم را فراهم می‌آورد. این قبیل مزیت‌ها نسبت به روش‌های کنترل کلاسیک سبب شده تا امروزه روش کنترل  $H_{\infty}$  نقش مهمی در مطالعه و آنالیز سیستم‌های کنترلی ایفا نماید [۱۰-۱۲].

به‌منظور طراحی و ارائه یک سیستم انتقال قدرت چرخ‌دنده‌ای آرام و بهینه، در این پژوهش یک سیستم کنترل داخلی فعال ارتعاشات چرخ‌دنده-یاتاقان مدل‌سازی و مورد ارزیابی قرار می‌گیرد. در سیستم کنترلی ارائه شده با ایجاد تحریک‌های اعمالی توسط محرک‌های نصب شده روی سیستم، سعی در کاهش تاثیرات ناشی از خطاهای ساخت، تغییرات فرم دندانه، خطاهای

## ۲- مدل‌سازی سیستم چرخ‌دنده-یاتاقان

مدل ارتعاشی یک جفت چرخ‌دنده در شکل ۱ نشان داده شده است. یک سیستم چرخ‌دنده‌ای عموماً توسط دو دیسک که بیانگر اینرسی دو چرخ‌دنده می‌باشند، مدل می‌شود. از یک سیستم دمپر و فنر معادل نیز به‌منظور بیان درگیری دو چرخ‌دنده استفاده می‌شود. شفت‌ها و یاتاقان‌های نگه‌دارنده چرخ‌دنده نیز با یک سیستم دمپر و فنر مدل‌سازی می‌شوند. خطای انتقال استاتیکی به‌عنوان یکی از پارامترهای موثر در ارتعاشات سیستم‌های چرخ‌دنده‌ای مطرح می‌شود. خطای انتقال استاتیکی به‌دلیل خطاهای ساخت و تغییر شکل دندانه‌ها از فرم اینولوت سالم یکی از مهم‌ترین منابع تولید ارتعاش و صدا در چرخ‌دنده‌ها بوده که تمام اجزا گیربکس را نیز تحت تاثیر قرار می‌دهد. با توجه به ثابت بودن سرعت زاویه‌ای چرخ‌دنده‌های درگیر، این ترم به‌صورت یک تحریک جابه‌جایی پریودیک معادل و به شکل سری فوریه در معادلات سیستم وارد می‌شود. در مدل ارائه شده خطای انتقال استاتیکی  $e(t)$ ، در راستای خط درگیری و با رابطه (۱) بیان می‌شود [۱۴].

$$e(t) = e(t + 2\pi / \omega_e) = \sum_{r=1}^{\infty} e_r \cos(r\omega_e t + \phi_{er}) \quad (1)$$

$T_b$  و  $T_a$  گشتاورهای اعمالی بر جفت چرخ‌دنده (a) و (b) می‌باشند. در مدل ارائه شده، گشتاور تحریک  $T_a(t)$  یک ترم پریودیک بوده که بین دو مقدار نوسان خواهد داشت. بنابراین  $T_a(t)$  را می‌توان به دو جزء متوسط  $T_m$ ، و آشفستگی  $T_p$ ، تجزیه نمود. رابطه (۲) بیانگر سری فوریه تقریب  $T_a(t)$  می‌باشد [۱۵].

$$m_a \frac{d^2 y_a}{dt^2} + c_{ay} \frac{dy_a}{dt} + k_{ay} y_a = 0 \quad (۵-۳)$$

$$m_b \frac{d^2 y_b}{dt^2} + c_{by} \frac{dy_b}{dt} + k_{by} y_b = 0 \quad (۶-۳)$$

که  $\theta_a$  و  $\theta_b$  بیانگر مولفه‌های ارتعاش چرخشی چرخ‌دنده‌های درگیر  $a$  و  $b$ ،  $t$  معرف زمان،  $k_m$  و  $c_m$  نیز سختی درگیری و ضریب دمپینگ معادل جفت چرخ‌دنده می‌باشند. تاثیرات انعطاف‌پذیری محورها و یاتاقان‌ها با سیستم دمپر و فنر معادل در راستای خط درگیری دو چرخ‌دنده با کمیت‌های  $(k_{ax}, k_{bx}, c_{ax}, c_{bx})$  و نیز عمود بر آن با کمیت‌های  $(k_{ay}, k_{by}, c_{ay}, c_{by})$  ارائه می‌شوند. با تعریف متغیر جدید  $\delta = (r_a \theta_a - r_b \theta_b + x_a - x_b - e(t))$  که جابه‌جایی نسبی خط درگیری و بیانگر خطای انتقال می‌باشد، معادله ارتعاشی (۳) به صورت معادله (۴) ساده‌سازی می‌شود.

$$m \frac{d^2 \delta}{dt^2} - m \frac{d^2 x_a}{dt^2} + m \frac{d^2 x_b}{dt^2} + c_m \frac{d\delta}{dt} + k_m(\delta) = \hat{F}_m + \hat{F}_p(t) + \hat{F}_e(t) \quad (الف-۴)$$

$$m_a \frac{d^2 x_a}{dt^2} + c_m \left( \frac{d\delta}{dt} \right) + k_m(\delta) + c_{ax} \frac{dx_a}{dt} + k_{ax} x_a = 0 \quad (ب-۴)$$

$$m_b \frac{d^2 x_b}{dt^2} - c_m \left( \frac{d\delta}{dt} \right) - k_m(\delta) + c_{bx} \frac{dx_b}{dt} + k_{bx} x_b = 0 \quad (ج-۴)$$

$$m_a \frac{d^2 y_a}{dt^2} + c_{ay} \frac{dy_a}{dt} + k_{ay} y_a = 0 \quad (د-۴)$$

$$m_b \frac{d^2 y_b}{dt^2} + c_{by} \frac{dy_b}{dt} + k_{by} y_b = 0 \quad (ه-۴)$$

که:

$$m = \frac{I_a I_b}{I_a r_a^2 + I_b r_b^2}, \quad \hat{F}_m = m \left( \frac{T_m r_a}{I_a} + \frac{T_m r_b}{I_b} \right)$$

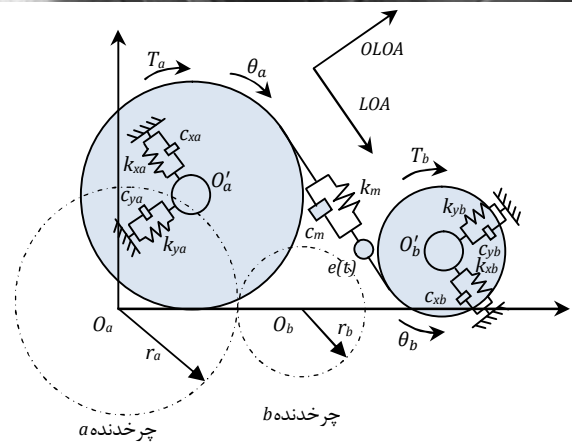
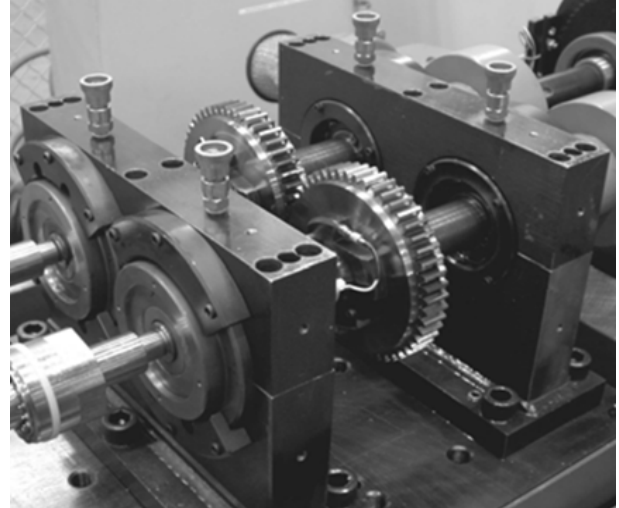
$$\hat{F}_e(t) = -m \frac{d^2 e}{dt^2} = \sum_{r=1}^{\infty} (r \omega_e)^2 \hat{F}_{er} \cos(r \omega_e t + \phi_{er})$$

$$\hat{F}_p(t) = \sum_{r=1}^{\infty} m \left( \frac{r_a}{I_a} \right) T_{pr} \cos(r \omega_p t + \phi_{pr}) = \sum_{r=1}^{\infty} \hat{F}_{pr} \cos(r \omega_p t + \phi_{pr})$$

در رابطه فوق  $m$  بیانگر جرم معادل سیستم چرخ‌دنده می‌باشد.  $\hat{F}_m$  نیروی متوسط انتقال یافته و  $\hat{F}_p(t)$  نیروی متناوب و متناسب با گشتاور خارجی تحریک می‌باشد. ترم تحریک داخلی  $\hat{F}_e(t)$  نیز ناشی از خطای انتقال استاتیکی می‌باشد. معادله (۴) معادله ارتعاشی مورد بررسی برای سیستم چرخ‌دنده-یاتاقان است که تاثیر پارامترهای مختلف طراحی را شامل می‌شود. در بخش بعد برای سیستم فوق یک مدل کنترلی طراحی و مورد ارزیابی قرار می‌گیرد.

### ۳- مدل‌سازی و تعریف سیستم کنترلی چرخ‌دنده-یاتاقان

در این بخش یک مدل عملی برای کنترل فعال سیستم چرخ‌دنده‌های ارائه می‌شود. هدف اصلی در طراحی این سیستم کنترل، کاهش تاثیرپذیری پاسخ سیستم بر اثر اغتشاشات و پارامترهای ناخواسته طراحی می‌باشد. ایده اصلی در سیستم‌های کنترل ارتعاشی فعال، استفاده از یک مکانیزم محرک برای ایجاد نیروی ثانویه به منظور حذف و یا به حداقل رساندن پاسخ ارتعاشی سیستم می‌باشد. مدل شبیه‌سازی شده در این پژوهش در شکل ۲ نشان داده شده است. با توجه به راستای نیروی درگیری دو دندانه، طراحی محرک بین یاتاقان و پایه‌های نگهدارنده و در راستای خط درگیری، گزینه‌ای مناسب می‌باشد. نیروی کنترلی محرک  $(F_{actuator} = u + k_{xa} x_a + c_{xa} \dot{x}_a)$  معمولاً به واسطه عملگرهای هیدرولیکی یا مغناطیسی برای کنترل عملکرد سیستم به آن اعمال می‌شود.  $u$  بخش فعال سیستم کنترلی می‌باشد که به صورت یک



شکل ۱ مدل چرخ‌دنده-یاتاقان

$$T_a(t) = T_{ma} + \sum_{r=1}^{\infty} T_{pr} \cos(r \omega_p t + \phi_{pr}) \quad (۲)$$

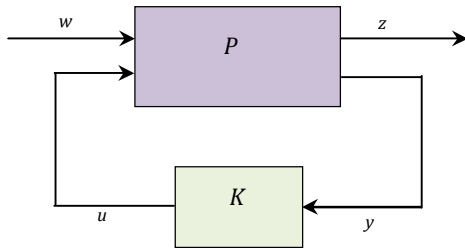
همچنین در مدل ارائه شده گشتاور انتقالی  $T_b$  به صورت یک ترم متوسط در نظر گرفته می‌شود  $(T_b = T_{mb})$ .  $O_b$  و  $O_a$  مراکز چرخ‌دنده‌ها در موقعیت تعادل و همچنین  $O'_a$  و  $O'_b$  موقعیت ثانویه چرخ‌دنده‌ها می‌باشند. کمیت‌های  $x_a$  و  $x_b$  جابه‌جایی مراکز چرخ‌دنده‌های (a) و (b) در راستای خط درگیری جفت چرخ‌دنده و همچنین  $y_a$  و  $y_b$  جابه‌جایی مراکز چرخ‌دنده‌های درگیر در راستای عمود بر خط درگیری، تعریف می‌شوند. با توجه به فرضیات فوق معادله پیشگی-انتقالی سیستم چرخ‌دنده‌ای عبارت است از:

$$I_a \frac{d^2 \theta_a}{dt^2} + c_m r_a \left( r_a \frac{d\theta_a}{dt} - r_b \frac{d\theta_b}{dt} + \frac{dx_a}{dt} - \frac{dx_b}{dt} - \frac{de}{dt} \right) + r_a k_m (r_a \theta_a - r_b \theta_b + x_a - x_b - e) = T_a \quad (الف-۳)$$

$$I_b \frac{d^2 \theta_b}{dt^2} - c_m r_b \left( r_a \frac{d\theta_a}{dt} - r_b \frac{d\theta_b}{dt} + \frac{dx_a}{dt} - \frac{dx_b}{dt} - \frac{de}{dt} \right) - r_b k_m (r_a \theta_a - r_b \theta_b + x_a - x_b - e) = -T_b \quad (ب-۳)$$

$$m_a \frac{d^2 x_a}{dt^2} + c_m \left( r_a \frac{d\theta_a}{dt} - r_b \frac{d\theta_b}{dt} + \frac{dx_a}{dt} - \frac{dx_b}{dt} - \frac{de}{dt} \right) + k_m (r_a \theta_a - r_b \theta_b + x_a - x_b - e) + c_{ax} \frac{dx_a}{dt} + k_{ax} x_a = 0 \quad (ج-۳)$$

$$m_b \frac{d^2 x_b}{dt^2} - c_m \left( r_a \frac{d\theta_a}{dt} - r_b \frac{d\theta_b}{dt} + \frac{dx_a}{dt} - \frac{dx_b}{dt} - \frac{de}{dt} \right) - k_m (r_a \theta_a - r_b \theta_b + x_a - x_b - e) + c_{bx} \frac{dx_b}{dt} + k_{bx} x_b = 0 \quad (د-۳)$$



شکل ۳ ساختار کلی سیستم کنترل

$$\begin{pmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \\ \dot{x}_4 \\ \dot{x}_5 \\ \dot{x}_6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{k_m}{m} & \frac{k_m}{m_a} & \frac{k_m}{m_b} & -\frac{k_a}{m_a} & \frac{k_b}{m_b} & -\frac{C_m}{m} & \frac{C_m}{m_a} & \frac{C_m}{m_b} \\ -\frac{k_m}{m_a} & -\frac{k_a}{m_a} & 0 & -\frac{C_m}{m_a} \\ \frac{k_m}{m_b} & 0 & -\frac{k_b}{m_b} & \frac{C_m}{m_b} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \\ x_6 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ \frac{1}{m} \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} w + \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ -\frac{1}{m_a} \\ -\frac{1}{m_a} \\ 0 \end{pmatrix} u = Ax + B_1 w + B_2 u \quad (6)$$

هدف اصلی در طراحی این سیستم کنترل، کاهش تاثیرپذیری پاسخ‌های جابه‌جایی و شتاب چرخ‌دنده‌ها، خطای انتقال و نیز نیروی درگیری دندانه‌ها، بر اثر اغتشاشات اعمال شده بر سیستم در نظر گرفته می‌شوند. با تعریف و انتخاب خروجی‌های سیستم کنترل به صورت  $\delta(t)$ ،  $F_{mesh} = k_m \delta(t) + c_m \dot{\delta}(t)$ ،  $x_a$ ،  $\ddot{x}_b$  و  $x_b$ ،  $\ddot{x}_a$  و به صورت زیر بیان می‌شود.

$$\begin{pmatrix} z_1 \\ z_2 \\ z_3 \\ z_4 \\ z_5 \\ z_6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ k_m & 0 & 0 & C_m & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{k_m}{m_a} & -\frac{k_a}{m_a} & 0 & -\frac{C_m}{m_a} & -\frac{C_a}{m_a} & 0 \\ \frac{k_m}{m_b} & \frac{k_b}{m_b} & 0 & \frac{C_m}{m_b} & \frac{C_b}{m_b} & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{k_m}{m_b} & 0 & -\frac{k_b}{m_b} & \frac{C_m}{m_b} & 0 & -\frac{C_b}{m_b} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \\ x_6 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ \frac{1}{m} \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} w + \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ -\frac{1}{m_a} \\ -\frac{1}{m_a} \\ 0 \end{pmatrix} u = C_1 x + D_{11} w + D_{12} u \quad (7)$$

از طرفی جابه‌جایی و سرعت نسبی چرخ‌دنده‌های (a) و (b) به عنوان متغیرهای حالت قابل اندازه‌گیری در سیستم و به عنوان ورودی کنترلر انتخاب که به شکل معادله حالت (8) ارائه می‌شوند.

نیروی تحریک ثانویه به سیستم اعمال می‌شود. باید به این مسئله اشاره نمود که با انتخاب دستگاه مختصات ذکر شده، معادلات ارتعاشی جفت چرخ‌دنده در راستای عمود بر خط درگیری مستقل بوده و لذا در ادامه روند حل مسئله صرف نظر می‌شوند. برای سیستم کنترلی شکل ۲ و با در نظر گرفتن ترم تحریک ثانویه، معادله (۴) به صورت معادله (۵) بازنویسی می‌شود.

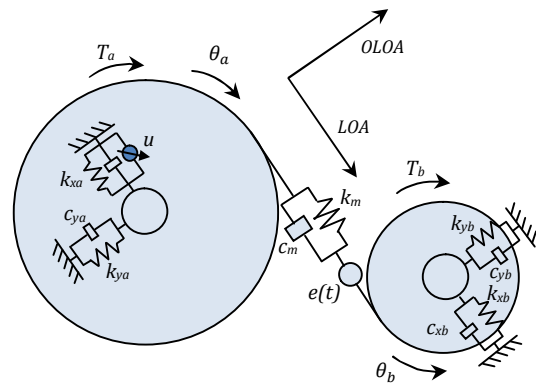
$$m \frac{d^2 \delta}{dt^2} - m \frac{d^2 x_a}{dt^2} + m \frac{d^2 x_b}{dt^2} + c_m \frac{d\delta}{dt} + k_m(\delta) = \hat{F}_m + \hat{F}_p(t) + \hat{F}_e(t) \quad (5-الف)$$

$$m_a \frac{d^2 x_a}{dt^2} + c_m \left( \frac{d\delta}{dt} \right) + k_m(\delta) + c_{ax} \frac{dx_a}{dt} + k_{ax} x_a + u(t) = 0 \quad (5-ب)$$

$$m_b \frac{d^2 x_b}{dt^2} - c_m \left( \frac{d\delta}{dt} \right) - k_m(\delta) + c_{bx} \frac{dx_b}{dt} + k_{bx} x_b = 0 \quad (5-ج)$$

کنترل کننده‌ای که برای کنترل سیستم و تحقق اهداف مطلوب در نظر گرفته شده است، به صورت فیدبک ثابتی از خروجی‌ها در نظر گرفته شده است. حلقه فیدبک به محرک ختم می‌شود که یک نیروی جبرانی برای کنترل سیستم اعمال می‌کند. ساختار عمومی سیستم کنترلی مورد بررسی به صورت نشان داده شده در شکل ۳ می‌باشد. در سیستم کنترلی نشان داده شده  $w(t)$  اغتشاش ورودی به سیستم،  $z$  خروجی‌های سیستم کنترل،  $y$  متغیرهای اندازه‌گیری شده و به عنوان ورودی کنترلر و همچنین  $u$  به عنوان خروجی کنترلر تعریف می‌شوند. برای این سیستم کنترلی، روش کنترل بهینه  $H_\infty$  پیاده‌سازی می‌شود. در طراحی کنترل بهینه  $H_\infty$ ، هدف نهایی به دست آوردن کنترل کننده‌ای است که با بهینه نمودن تابع معیار باعث عملکرد مطلوب سیستم شود. لذا طبق تئوری کنترل  $H_\infty$ ، با کمینه کردن  $\|T_{zw}(j\omega)\|_\infty$  می‌توان امیدوار بود که ورودی نامطلوب  $w$  کمترین تاثیر را در خروجی‌های سیستم داشته باشد. همچنین حفظ پایداری در حضور قیود طراحی نیز یکی از چالش‌های اصلی این سیستم کنترل می‌باشد که می‌بایست مد نظر قرار گیرد. به منظور پیاده‌سازی معیار کنترل  $H_\infty$  در حالت استاندارد، معادلات و روابط حاکم در فضای حالت بازنویسی می‌شوند [۱۶، ۱۷].

برای بیان معادلات سیستم به فرم مدل فضای حالت، متغیرهای حالت  $x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6$  به ترتیب شامل خطای انتقال سیستم، جابه‌جایی چرخ‌دنده a و b در راستای خط درگیری دو چرخ‌دنده، مشتق اول خطای انتقال و نیز سرعت‌های دو چرخ‌دنده a و b، تعریف می‌شوند. در این سیستم کنترلی، ترم‌های تحریک در معادله (۵-الف) شامل نیروی متوسط، تحریکات ناشی از خطای انتقال استاتیکی و نیز گشتاور تحریک خارجی به عنوان اغتشاش ورودی، در نظر گرفته شده‌اند. در نتیجه، معادله حالت سیستمی که دینامیک آن با معادله (۵) معرفی شد، عبارت است از:



شکل ۲ مدل ارائه شده برای کنترل سیستم چرخ‌دنده

در واقع هدف نهایی از حل این مسئله کنترلی، یافتن بهره کنترل  $K=[k_1 \ k_2]$  به نحوی است که مقدار  $\|T_{zw}(j\omega)\|_\infty$  کمترین مقدار ممکن را داشته باشد. به این ترتیب می‌توان امیدوار بود که ورودی نامطلوب  $w$  کمترین تاثیر را در خروجی‌های سیستم داشته باشد. برای مسئله بهینه‌سازی ارائه شده محدودیت‌ها و قیودی تاثیر گذار بوده که می‌بایست در حل مسئله لحاظ شوند. یکی از مسائل حساس و مهم در هنگام طراحی کنترلی، پایداری سیستم کنترل است. پایدار بودن سیستم شرط لازم برای هر کنترل کننده است و در واقع به‌عنوان قیدی در مسئله بهینه‌سازی مطرح می‌شود. از طرفی با توجه به محدود بودن نیروی اعمالی توسط محرک‌ها، از نظر عملی در تعیین بهره کنترلی سیستم محدودیت‌هایی وجود دارد. به عبارت دیگر انتخاب بهره کنترلی کنترلی می‌بایست در محدوده خاصی در نظر گرفته شود. این شرط نیز به‌عنوان قیدی در مسئله و به‌صورت  $\|K\|_\infty \leq K_{\max}$  لحاظ می‌شود. در واقع تابع هزینه‌ای که بهینه نمودن آن هدف این مسئله کنترلی می‌باشد به‌صورت زیر ارائه می‌شود:

$$\min \left( \|T_{zw}(j\omega)K=[k_1 \ k_2]\|_\infty \right) \text{ s.t. } \begin{cases} T_{zw}(s) \text{ is stable} \\ \|K\|_\infty \leq K_{\max} \end{cases} \quad (15)$$

اعمال چنین قیدی پیچیده بوده و روش‌های معمول در ریاضی قادر نیستند که آن را در تابع هدف ضمیمه کنند. یکی از بهترین انتخاب‌ها برای حل چنین مسئله‌ای، استفاده از روش‌های بهینه‌سازی هوش مصنوعی است. به همین دلیل در این پژوهش برای حل مسئله کنترلی فوق، از الگوریتم PSO بهره گرفته می‌شود.

الگوریتم PSO یکی از روش‌های بهینه‌سازی موجود در بین روش‌های هوش مصنوعی و متعلق به گروه روش‌های هوش جمعی می‌باشد. در این روش، یک جریان اطلاعاتی بین ذرات به‌وجود می‌آید و در یک همکاری جمعی، بهترین جواب توسط آن‌ها پیدا می‌شود. غالباً رفتاری که حیوانات گروهی از خود نشان می‌دهند، ترکیبی از چند قانون ساده است که با شبیه‌سازی این قوانین، الگوریتم PSO به‌وجود آمده است. این الگوریتم در سال ۱۹۹۵ توسط کندی معرفی شده است و امروزه دارای کاربردهای فراوانی در حل مسائل مختلف می‌باشد. در این الگوریتم مجموعه‌ای از ذرات، که جواب‌های پیشنهادی برای مسأله می‌باشند، طی مراحل مختلف الگوریتم، به بهترین جواب ممکن همگرا می‌شوند. در واقع هر ذره دارای دو خاصیت اساسی موقعیت و سرعت می‌باشد. موقعیت هر ذره یک نقطه از فضای جستجو است و سرعت حرکت ذره نیز به‌صورت یک بردار در نظر گرفته می‌شود. در مرحله ابتدایی الگوریتم، نقاط به‌صورت تصادفی و دارای سرعت‌های تصادفی، در فضا ایجاد می‌شوند. در هر مرحله از اجرای الگوریتم، سرعت و موقعیت هر ذره تغییر می‌کنند. بدین صورت که در هر مرحله، هر ذره با توجه به اطلاعات شخصی خود از بهترین موقعیت تجربه شده و نیز با استفاده از اطلاعات به‌دست آمده از بهترین موقعیت تجربه شده توسط کلیه ذرات، سعی بر انتخاب مسیر و تعیین موقعیت جدید می‌نماید. معادلات حاکم بر تغییرات بردار سرعت و همچنین موقعیت ذره  $i$ ام در مرحله  $(k+1)$ ام از اجرای الگوریتم با روابط (۱۶) و (۱۷) بیان می‌شوند [۱۸-۲۰].

$$v_i^j[k+1] = wv_i^j[k] + r_1c_1(x_{i,best}^j[k] - x_i^j[k]) + r_2c_2(x_{g,best}^j[k] - x_i^j[k]) \quad (16)$$

$$x_i^j[k+1] = x_i^j[k] + v_i^j[k+1] \quad (17)$$

که  $i=1, \dots, n$  (تعداد ذرات) و  $j=1, \dots, d$  (بعد مسئله) می‌باشد.  $x_i^j[k]$  و  $v_i^j[k]$  به‌ترتیب موقعیت و سرعت ذره  $i$ ام در مرحله  $k$ ام از الگوریتم هستند.

$$\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \\ x_6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ w \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix} w + \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix} u \quad (8)$$

$$= C_2x + D_{21}w + D_{22}u$$

در نتیجه قالب کلی روابط (۶)، (۷) و (۸)، عبارت‌اند از:

$$\begin{pmatrix} \dot{x} \\ z \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A & B_1 & B_2 \\ C_1 & D_{11} & D_{12} \\ C_2 & D_{21} & D_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ w \\ u \end{pmatrix} \quad (9)$$

همان‌طور که اشاره شد، ایده کنترلی برای بهبود عملکرد سیستم، فیدبک خروجی ثابت انتخاب و به‌صورت رابطه (۱۰) بیان می‌شود.

$$u = Ky = K(I - D_{22}K)^{-1}(C_2x + D_{21}w) \quad (10)$$

شمای کلی دیاگرام بلوکی سیستم کنترلی ارائه شده با معادلات ۹ و ۱۰ در شکل ۴ نشان داده شده است. برای سیستم کنترل فیدبک، با جایگذاری رابطه (۱۰) در معادلات (۶) و (۷) معادله (۹) به‌صورت زیر بازنویسی می‌شود:

$$\begin{pmatrix} \dot{x} \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A_{cl} & B_{cl} \\ C_{cl} & D_{cl} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ w \end{pmatrix} \quad (11)$$

که:

$$A_{cl} = \mathcal{F}_l \left[ \begin{pmatrix} A & B_2 \\ C_2 & D_{22} \end{pmatrix}, K \right], \quad B_{cl} = \mathcal{F}_l \left[ \begin{pmatrix} B_1 & B_2 \\ D_{21} & D_{22} \end{pmatrix}, K \right],$$

$$C_{cl} = \mathcal{F}_l \left[ \begin{pmatrix} C_1 & D_{12} \\ C_2 & D_{22} \end{pmatrix}, K \right], \quad D_{cl} = \mathcal{F}_l \left[ \begin{pmatrix} D_{11} & D_{12} \\ D_{21} & D_{22} \end{pmatrix}, K \right]. \quad (12)$$

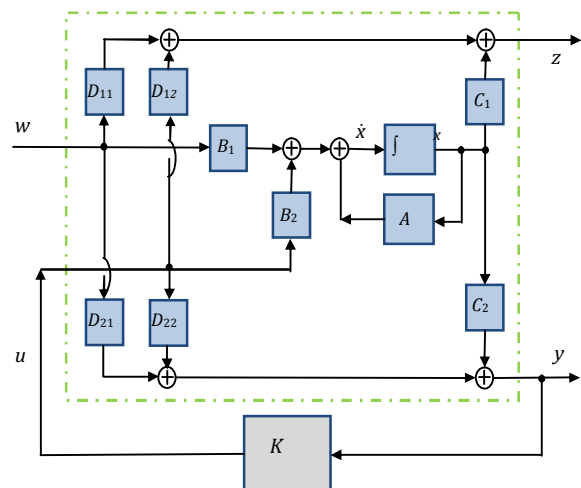
( $\mathcal{F}_l(\dots)$ ) تبدیل خطی کسری بوده که با رابطه (۱۳) بیان می‌شود:

$$\mathcal{F}_l \left[ \begin{pmatrix} X_{11} & X_{12} \\ X_{21} & X_{22} \end{pmatrix}, Y \right] = X_{11} + X_{12}Y(I - X_{22}Y)^{-1}X_{21} \quad (13)$$

تابع تبدیل حلقه بسته سیستم ارائه شده با رابطه (۱۱)، عبارت است از:

$$T_{zw}(s) = D_{cl} + C_{cl}(sI - A_{cl})^{-1}B_{cl} \quad (14)$$

هدف اصلی در این سیستم کنترلی کاهش تاثیرپذیری خروجی‌های سیستم ( $z$ ) بر اثر اغتشاشات و پارامترهای ناخواسته طراحی ( $w$ ) می‌باشد. لذا با طراحی سیستم کنترل بهینه  $H_\infty$  به دنبال کمینه نمودن نرم بینهایت تابع تبدیل سیستم ( $T_{zw}$ )، می‌باشیم.



شکل ۴ دیاگرام بلوکی سیستم کنترلی فیدبک

کمیت‌های عددی مورد استفاده برای این شبیه‌سازی در جدول ۱ ارائه شده است. روش کنترل پیشنهادی به کمک الگوریتم بهینه‌سازی مطرح شده در بخش قبل برای کنترل سیستم چرخ‌دنده اعمال می‌شود. در این شبیه‌سازی‌ها، با توجه به قیدهای اشاره شده در بخش ۳، محدودیت‌های اعمالی بر روی بهره کنترلی  $K$  به صورت  $\|K\|_{\infty} \leq 5000$  و  $\|K\|_{\infty} \leq 500000$  در نظر گرفته می‌شوند. در اجرای الگوریتم PSO برای مقادیری از بهره کنترلی  $K$  که باعث ناپایدار شدن سیستم می‌شوند، مقدار تابع هزینه به‌عنوان یک جریمه، برابر با  $\infty$  منظور می‌شود. پس از اجرای الگوریتم برای مدل فوق، مقادیر بهینه  $\|T_{zw}(j\omega)\|_{\infty}$  به صورت زیر به دست می‌آیند:

$$\|T_{zw}(j\omega)\|_{\infty} = 20.46 \quad \text{s.t.} \quad \|K\|_{\infty} \leq 5000$$

$$\|T_{zw}(j\omega)\|_{\infty} = 6.2909 \quad \text{s.t.} \quad \|K\|_{\infty} \leq 500000$$

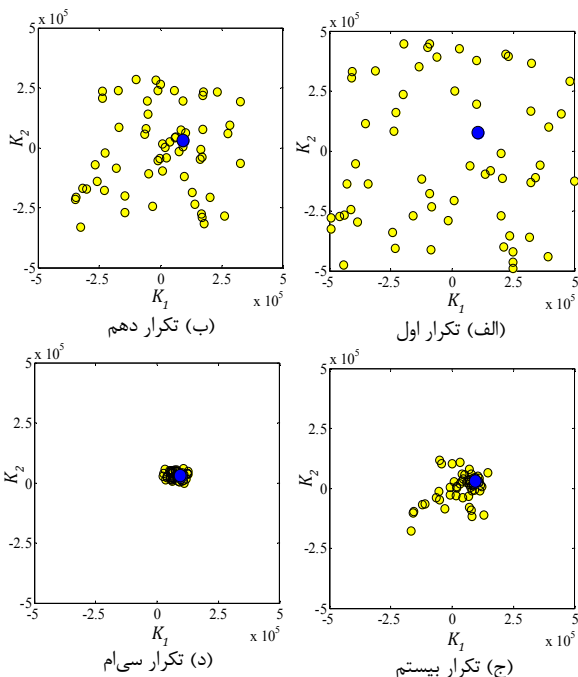
همچنین مقادیر بهینه بهره کنترل به دست آمده برای دو حالت فوق عبارتند از:

$$K_{opt,1} = [-5000 \quad 5000] \quad \text{for} \quad \|T_{zw}(j\omega)\|_{\infty} = 20.46$$

$$K_{opt,2} = [98459 \quad 29861] \quad \text{for} \quad \|T_{zw}(j\omega)\|_{\infty} = 6.2909$$

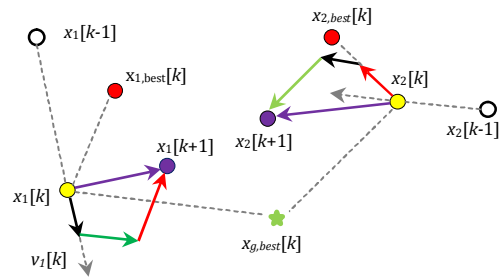
روند همگرایی ذرات در طی اجرای الگوریتم PSO به نقطه بهینه در شکل ۷ به‌ازای قید  $\|K\|_{\infty} \leq 500000$  و با گزینش ۶۰ ذره در فضای جستجو نشان داده شده است. چهار شکل ترسیم شده، مربوط به تکرارهای اول، دهم، بیستم و سیام می‌باشند. دایره آبی رنگ و بزرگ‌تر موقعیت بهترین جواب یافته شده توسط الگوریتم PSO را نمایش می‌دهد. با توجه به شرایط اعمال شده به سیستم، الگوریتم PSO بهترین جواب‌های ممکن برای مسئله را یافته و به بهینه مسئله همگرا شده است.

به‌منظور بررسی عملکرد سیستم کنترلی پاسخ جابه‌جایی و شتاب چرخ-دنده (a) در شکل‌های ۸ تا ۱۱ ترسیم شده‌اند. شکل ۸ بیانگر پاسخ فرکانسی جابه‌جایی چرخ‌دنده (a) برای سیستم کنترل نشده و همچنین سیستم کنترل شده (با انتخاب بهره کنترلی  $K_{opt,2}$  و  $K_{opt,1}$ )، می‌باشد. کاهش مطلوب پاسخ سیستم کنترل شده مخصوصاً در رزونانس‌های سیستم (فرکانس‌های ۵۳۹۰، ۹۰۱۰ و ۱۱۵۰۰ هرتز) مشهود می‌باشد.



شکل ۷ نحوه همگرایی ذرات به نقطه بهینه، در طی اجرای الگوریتم PSO

ضریب  $w$  به‌نام ضریب اینرسی نامیده می‌شود و معمولاً در طی اجرای الگوریتم به‌تدریج کاهش می‌یابد. همچنین  $x_{i,best}^j[k]$  بهترین موقعیت تجربه شده توسط ذره  $i$  ام تا مرحله  $k$  ام و  $x_{g,best}^j[k]$  بهترین موقعیت تجربه شده توسط همه ذرات تا تکرار  $k$  ام می‌باشد. ضرایب  $c_1$  و  $c_2$  نیز ضرایب یادگیری با مقدار ثابت هستند که غالباً مقدار ۲ برای آن‌ها پیشنهاد شده است.  $r_1$  و  $r_2$  نیز اعداد تصادفی در بازه  $[0, 1]$  و با توزیع یکنواخت می‌باشند. نحوه جابه‌جایی ذرات و تعیین موقعیت جدید در طی مراحل اجرای الگوریتم در شکل ۵ ترسیم شده است. همان‌طور که دیده می‌شود، مسیر حرکت ذره، ترکیبی خطی از بردارها است که در نهایت به موقعیت جدید و بهتر شدن موقعیت ذره می‌انجامد. به این ترتیب طی اجرای الگوریتم جستجوی مناسبی از فضا به‌عمل می‌آید و ذرات به بهترین جواب ممکن همگرا می‌شوند. همچنین در شکل ۶ نمای کلی از روند اجرای الگوریتم بیان شده است. در ادامه، در بخش ۴ شبیه‌سازی سیستم به‌منظور بررسی و کارایی روش کنترلی ارائه شده، مطرح می‌شود.



شکل ۵ نحوه جابه‌جایی ذرات در طی مراحل اجرای الگوریتم

#### • شروع

- تعیین تعداد ذرات، بعد مسئله، پارامترها و شرایط مسئله
- ایجاد کردن سرعت و موقعیتی تصادفی برای تمام ذرات

تا هنگامی که شرایط خاتمه محقق نشده‌اند

به ازای  $i$  از یک تا  $n$

محاسبه تابع هدف برای هر ذره

محاسبه بهترین موقعیت اکتسابی هر ذره  $x_{i,best}[k]$

پایان حلقه تکرار

محاسبه بهترین موقعیت تجربه شده  $x_{g,best}[k]$

به ازای  $i$  از یک تا  $n$

به ازای  $z$  از یک تا  $d$

محاسبه سرعت و موقعیت جدید برای مرحله  $k+1$  ام

از اجرای الگوریتم  $(x_{ij}[k+1]$  و  $v_{ij}[k+1])$

پایان حلقه تکرار

پایان حلقه تکرار

تغییر متغیر  $k=k+1$  و بررسی مجدد حلقه

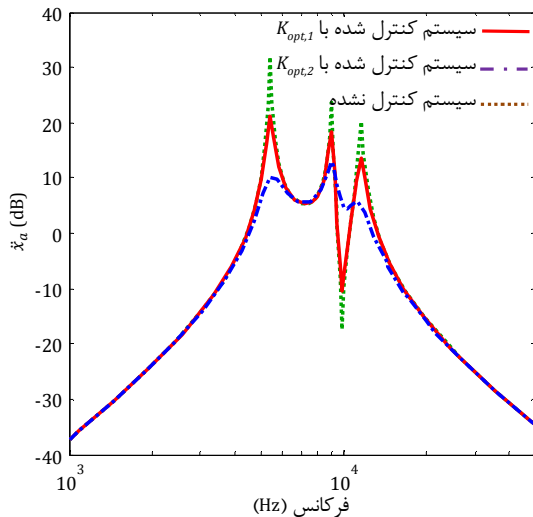
پایان حلقه شرطی

#### • پایان

شکل ۶ شمای کلی از الگوریتم PSO

#### ۴- شبیه‌سازی و بررسی نتایج

در این بخش به‌منظور بررسی کارایی کنترل فعال پیشنهادی، مدل ارائه شده برای سیستم چرخ‌دنده-یاتاقان شبیه‌سازی و نتایج حاصل مورد بررسی و ارزیابی قرار می‌گیرد.



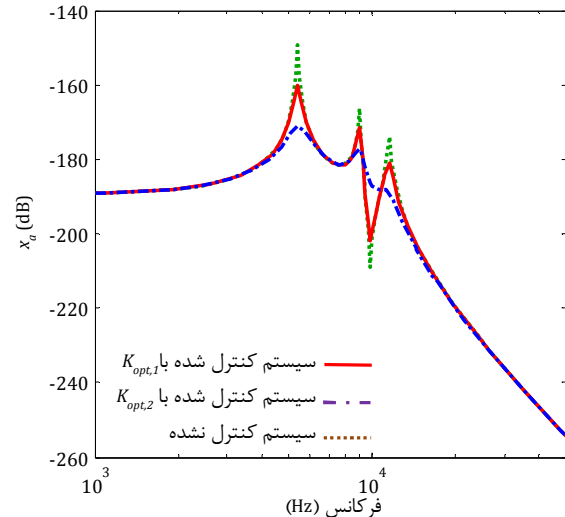
شکل ۱۰ پاسخ فرکانسی شتاب چرخ‌دنده (a) به ورودی اغتشاش

با توجه به مقدار  $\|T_{zw}(j\omega)\|_{\infty}$  به‌دست آمده از اجرای الگوریتم PSO، سیستم با قید کنترلی بالاتر ( $\|K\|_{\infty} \leq 500000$ ) قادر به یافتن مقدار مناسب‌تری برای بهره کنترلی سیستم (بهره کنترلی با نرم  $\|T_{zw}(j\omega)\|_{\infty}$  کوچکتر)، می‌باشد. این مسئله دلالت بر کارایی مناسب‌تر استفاده از بهره کنترلی  $K_{opt,2}$  نسبت به سیستم با بهره کنترلی  $K_{opt,1}$  دارد. نتایج موجود در شکل ۸ نیز این مسئله را تایید می‌کنند. باید به این مسئله نیز توجه نمود که با انتخاب قید کنترلی بالاتر احتمال یافتن بهره کنترلی مناسب‌تر افزایش می‌یابد. واضح است از یک حد به بالاتر، افزایش بهره تفاوت زیادی در کیفیت جواب‌ها به‌وجود نمی‌آورد. لذا افزایش بهره کنترلی تا محدوده خاصی معقول و دارای توجیه می‌باشد.

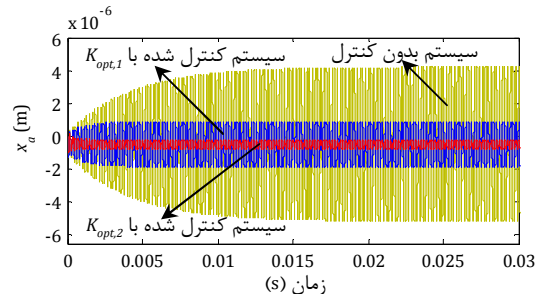
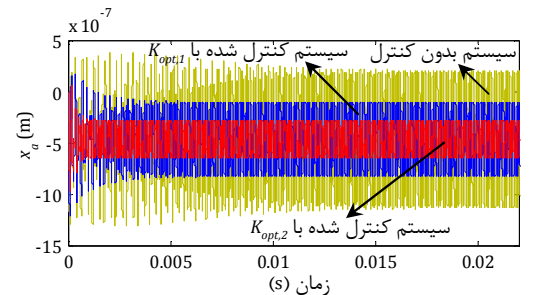
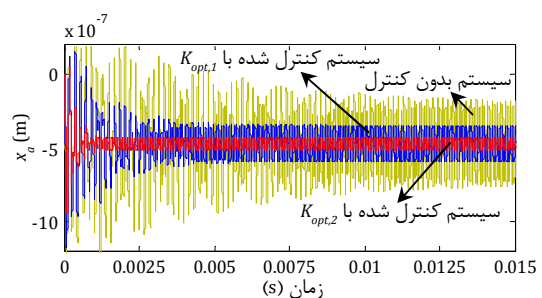
به‌منظور بررسی دقیق‌تر سیستم کنترلی، پاسخ زمانی جابه‌جایی چرخ‌دنده (a) برای اغتشاشات اعمالی در حوالی رزونانس‌های اصلی بررسی می‌گردد. پاسخ زمانی سیستم با انتخاب پارامترهای  $T_{ma} = 500$ ،  $\hat{F}_{p1} / \hat{F}_m = 0.1$  و اعمال تحریک سینوسی در فرکانس‌های  $5390$ ،  $9010$  و  $11500$  هرتز در شکل‌های ۹-الف، ۹-ب و ۹-ج ترسیم شده است. شکل ۹-الف نشان‌دهنده پاسخ زمانی جابه‌جایی چرخ‌دنده برای سیستم کنترلی نشده و دو سیستم کنترلی شده در فرکانس تحریک  $5390$  هرتز می‌باشد. نتایج نشان دهنده کاهش  $70\%$  و  $93\%$  دامنه جابه‌جایی در دو حالت استفاده از بهره کنترلی  $K_{opt,1}$  و  $K_{opt,2}$  نسبت به سیستم کنترلی نشده، می‌باشد. کاهش  $45\%$  و  $72\%$  پاسخ سیستم در فرکانس تحریک  $9010$  هرتز در شکل ۹-ب مشخص می‌باشد. همچنین پاسخ سیستم به تحریک ایجاد شده در فرکانس  $11500$  هرتز در شکل ۹-ج ترسیم شده است. مطابق انتظار با گزینش دو بهره کنترلی  $K_{opt,1}$  و  $K_{opt,2}$ ، شاهد کاهش مطلوبی در پاسخ سیستم به اندازه  $54\%$  و  $84\%$  می‌باشیم. نتایج به‌دست آمده تاییدی بر عملکرد مطلوب کنترلر به‌کار گرفته شده در سیستم مذکور می‌باشد.

پاسخ فرکانسی شتاب چرخ‌دنده (a) به تحریک ایجاد شده در سیستم، در شکل ۱۰ ترسیم شده است. همچنین پاسخ زمانی سیستم برای خروجی شتاب چرخ‌دنده (a) برای اغتشاشات اعمالی در حوالی رزونانس‌های اصلی (در فرکانس‌های  $5390$ ،  $9010$  و  $11500$  هرتز) در شکل‌های ۱۱-الف، ۱۱-ب و ۱۱-ج ترسیم شده است. نتایج شبیه‌سازی بیانگر کاهش مطلوب پاسخ سیستم در استفاده از سیستم کنترلی شده با بهره کنترلی  $K_{opt,1}$  و  $K_{opt,2}$  می‌باشند.

در شکل‌های ۱۲ تا ۱۵ پاسخ فرکانسی مربوط به خروجی‌های سیستم شامل جابه‌جایی و شتاب چرخ‌دنده (b) خطای انتقال و نیز نیروی درگیری دو



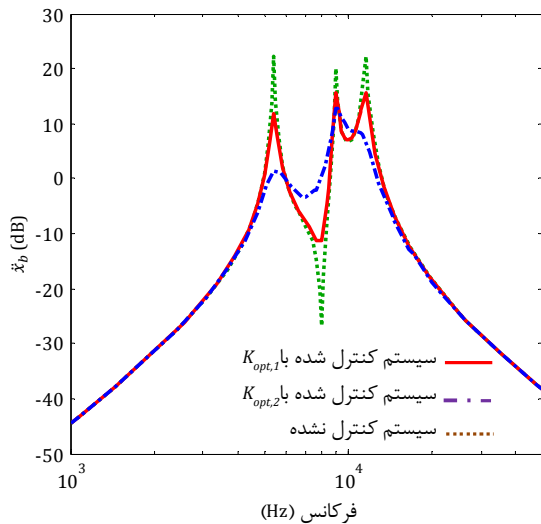
شکل ۸ پاسخ فرکانسی جابه‌جایی چرخ‌دنده (a) به ورودی اغتشاش

الف) پاسخ زمانی سیستم به تحریک اعمالی در فرکانس  $5390$  هرتزب) پاسخ زمانی سیستم به تحریک اعمالی در فرکانس  $9010$  هرتزج) پاسخ زمانی سیستم به تحریک اعمالی در فرکانس  $11500$  هرتز

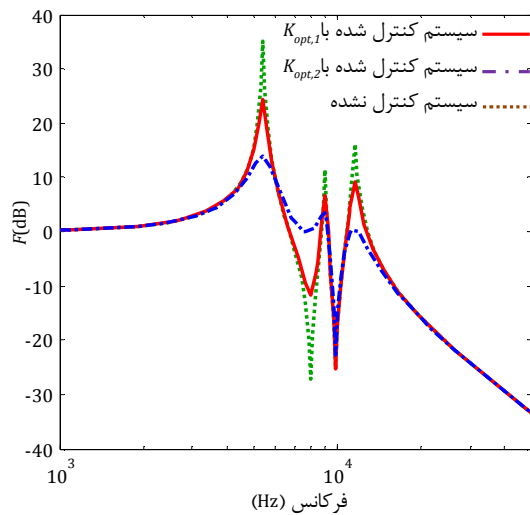
شکل ۹ پاسخ زمانی جابه‌جایی چرخ‌دنده (a) به ورودی اغتشاش

جدول ۱ مقادیر عددی پارامترهای مدل چرخ‌دنده-یاتاقان

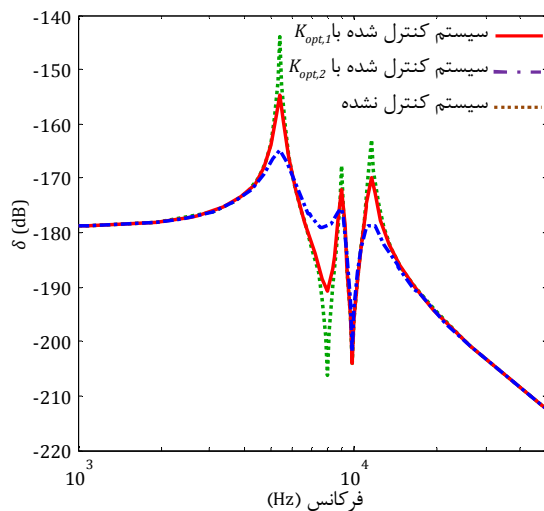
جرم (kg)	ممان اینرسی (kg.m <sup>2</sup> )	قطر چرخ‌دنده (m)	ضرایب سختی (N/m)	ضرایب میرایی (N.ms <sup>-1</sup> )
$m_a = 1/18$	$I_a = 9/579 \times 10^{-6}$	$d_a = 0.071$	$k_{ax} = 3 \times 10^9$	$c_{ax} = 987$
$m_b = 1/82$	$I_b = 2/259 \times 10^{-6}$	$d_b = 0.0904$	$k_{bx} = 7 \times 10^9$	$c_{bx} = 1522$
			$k_m = 8/88 \times 10^8$	$c_m = 471$



شکل ۱۳ پاسخ فرکانسی شتاب چرخنده (b) به ورودی اغتشاش



شکل ۱۴ پاسخ فرکانسی نیروی درگیری چرخنده به ورودی اغتشاش

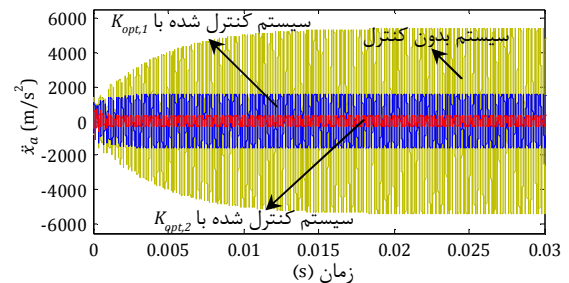


شکل ۱۵ پاسخ فرکانسی خطای انتقال سیستم (delta), به ورودی اغتشاش

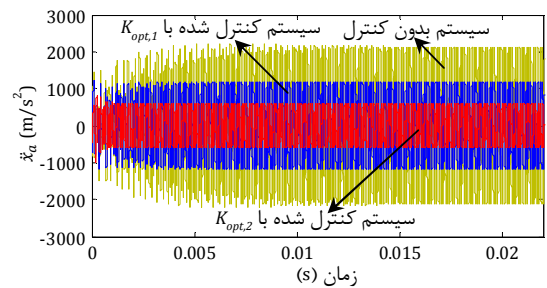
### ۵- نتیجه گیری

در این مقاله عملکرد کنترل فعال ارتعاشات سیستم چرخنده‌ای به منظور کاهش و به حداقل رساندن اثرات نامطلوب اغتشاشات و پارامترهای طراحی

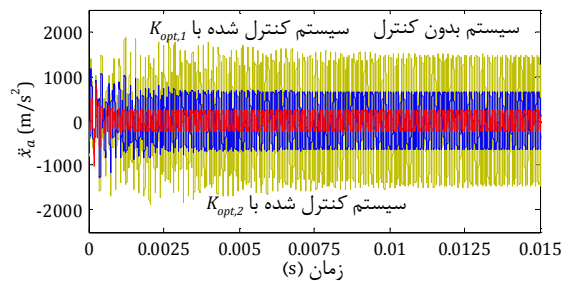
چرخنده، برای سیستم کنترل شده و کنترل نشده نمایش داده شده‌اند. با انتخاب سیستم کنترل فعال شاهد کاهش تاثیرپذیری سیستم بر اثر اغتشاشات نسبت به سیستم کنترل نشده می‌باشیم. این مسئله به خصوص در اطراف مناطق رزونانس آشکارتر می‌باشد. نتایج بیانگر این مسئله می‌باشند که دو سیستم کنترلی ارائه شده اهداف طراحی مورد نظر در کاهش ارتعاشات سیستم را به نحو مطلوبی محقق می‌سازند.



الف) پاسخ زمانی سیستم به تحریک اعمالی در فرکانس ۵۳۹۰ هرتز

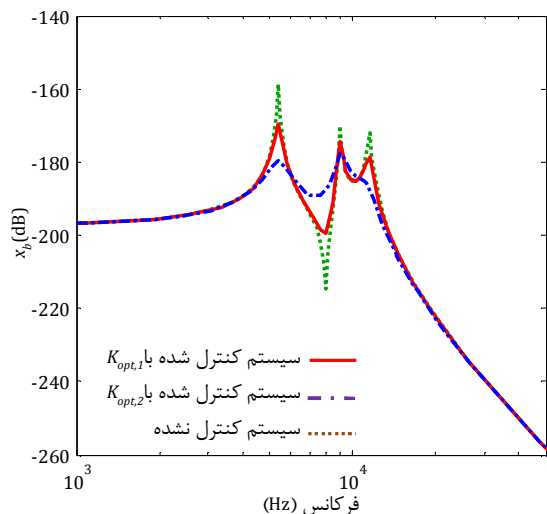


ب) پاسخ زمانی سیستم به تحریک اعمالی در فرکانس ۹۰۱۰ هرتز



ج) پاسخ زمانی سیستم به تحریک اعمالی در فرکانس ۱۱۵۰۰ هرتز

شکل ۱۱ پاسخ زمانی شتاب چرخنده (a) به ورودی اغتشاش



شکل ۱۲ پاسخ فرکانسی جابجایی چرخنده (b) به ورودی اغتشاش



- [8] G. Zames, Feedback and optimal sensitivity: model reference transformations, multiplicative seminorms, and approximate inverses, *IEEE Transactions on Automatic Control*, Vol. 26, No. 2, pp. 301-320, 1981.
- [9] J. H. Doyle, K. Glover, P. Khargonekar, B. Francis, State solutions to standard  $H_2$  and  $H_\infty$  Control Problems, *IEEE Transactions on Automatic Control*, Vol. 34, No. 8, pp. 831-847, 1989.
- [10] J. Gadewadikar, F. L. Lewis, K. Subbarao, K. Peng, B. M. Chen, H-Infinity Static Output-feedback Control for Rotorcraft, *Journal of Intelligent and Robotic Systems*, Vol. 54, No. 4, pp. 629-646, 2009.
- [11] M. Yamashita, K. Fujimori, K. Hayakawa, H. Kimura, Application of  $H_\infty$  control to active suspension systems, *Automatica*, Vol. 30, No. 11, pp. 1717-1720, 1994.
- [12] Ch. Lauwerys, J. Swevers, P. Sas, Robust linear control of an active suspension on a quarter car test-rig, *Control Engineering Practice*, Vol. 13, pp. 577-586, 2005.
- [13] R. C. Eberhart, J. Kennedy, A new optimizer using particle swarm theory, *Proceedings of the Sixth International Symposium on Micro Machine and Human Science*, IEEE service center, Piscataway, NJ, Nagoya, Japan, pp. 39-43, 1995.
- [14] G. Bonori, F. Pellicano, Non-smooth dynamics of spur gears with manufacturing errors, *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 306, No. 1-2, pp. 271-283, 2007.
- [15] T. C. Kim, T. E. Rook, R. Singh, Super and sub-harmonic response calculations for a torsional system with clearance nonlinearity using the harmonic balance method, *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 281, No. 3-5, pp. 965-993, 2005.
- [16] K. Zhou, J. C. Doyle, *Essentials of robust control*, Prentice Hall, 1997.
- [17] S. Skogestad, I. Postlethwaite, *Multivariable Feedback Control: Analysis and Design*, 2nd edn., Wiley-Interscience, New York, 2005.
- [18] J. F. Schutte, A. A. Groenwold, A study of global optimization using particle swarms, *Journal of Global Optimization*, Vol. 31, No. 1, pp. 93-108, 2005.
- [19] R. Poli, J. Kennedy, T. Blackwell, Particle swarm optimization: an Overview, *Swarm Intelligence*, Vol. 1, pp. 33-57, 2007.
- [20] N. Nedjah, L. Macedo Mourelle, *Swarm Intelligent Systems*, Springer, Berlin, 2006.
- ناخواسته بر ارتعاشات سیستم، مورد بحث و بررسی قرار گرفت. کنترل فعالی براساس معیار کنترل  $H_2$  و با استفاده از الگوریتم بهینه‌سازی PSO طراحی و ارزیابی شد. به‌منظور بررسی کارایی کنترلر ارائه شده، شبیه‌سازی عددی سیستم انجام و نتایج مربوطه بررسی شد. نتایج شبیه‌سازی بیانگر تحقق اهداف مطلوب سیستم کنترل شده در کاهش ارتعاشات سیستم می‌باشد. سیستم کنترلی ارائه شده به‌آسانی قابلیت اجرا در سیستم‌های چرخنده‌ای را داشته و به‌عنوان راه‌کاری مناسب در طراحی یک سیستم انتقال قدرت چرخ-دنده‌ای آرام و بهینه، پیشنهاد می‌شود.

## ۶- مراجع

- [1] T. J. Sutton, S. J. Elliott, M. J. Brennan, K. H. Heron, D. A. C. Jessop, Active isolation of multiple structural waves on a helicopter gearbox support strut, *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 205, No. 1, pp. 81-101, 1997.
- [2] G. T. Montague, A. F. Kaskak, A. Palazzolo, D. Manchala, E. Thomas, *Feed-Forward Control of Gear Mesh Vibration using Piezoelectric Actuators*, NASA Technical Memorandum, 106366, 1994.
- [3] B. Rebbechi, C. Howard, C. Hansen, Active control of gearbox vibration, *Proceedings of the Active Control of Sound and Vibration Conference*, Fort Lauderdale, pp. 295-304, 1999.
- [4] M. Li, T. C. Lim, Jr. W. S. Shepard, Modeling active vibration control of a geared rotor system, *Smart Materials and Structures*, Vol. 13, No. 3, pp. 449-458, 2004.
- [5] Y. H. Guan, T. C. Lim, Jr. W. S. Shepard, Experimental study on active vibration control of a gearbox system, *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 282, No. 3-5, pp. 713-733, 2005.
- [6] M. H. Chen, M. J. Brennan, Active control of gear vibration using specially configured sensors and actuators, *Smart Materials and Structures*, Vol. 9, No. 3, pp. 342-350, 2000.
- [7] Y. H. Guan, M. Li, T. C. Lim, Jr. W. S. Shepard, Comparative analysis of actuator concept for active gear pair vibration control, *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 269, No. 1-2, pp. 273-294, 2004.