



## بررسی فرآیند شکل دهنده افزایشی ورق های فلزی به کمک نوسانات مافوق صوت

عباس پاک<sup>۱\*</sup>, حامد دیلمی عضدی<sup>۱</sup>, مهدی محمودی<sup>۲</sup>

۱- استادیار، مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی اراک، اراک

۲- دانشجوی کارشناسی ارشد، مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی اراک، اراک

\* ایران، اراک، کد پستی ۳۸۱۸۱-۴۱۱۶۷ a.pak@arakut.ac.ir

### چکیده

فرآیند شکل دهنده افزایشی یکی از روش های شکل دهنده است که به دلیل عدم نیاز به قالب خاص برای تولید قطعات با تعداد کم و نمونه سازی سریع مورد توجه قرار گرفته و تلاش های زیادی برای بهبود آن انجام شده است. یکی از روش های نوین بهبود فرآیندهای شکل دهنده استفاده از نوسانات مافوق صوت (آلتراسونیک) است. هدف از این مقاله بررسی اثر اعمال نوسان آلتراسونیک به ابزار در فرآیند شکل دهنده افزایشی است. برای این منظور ابتدا روابط تحلیلی نیرو در حالت معمولی اصلاح و استخراج شده سپس روابط تحلیلی نیروی شکل دهنده با اعمال نوسانات آلتراسونیک بدست آمده است. سپس، با طراحی، ساخت و اتصال لگگی شکل دهنده افزایشی به کمک آلتراسونیک به دستگاه فرز CNC اثر نوسانات آلتراسونیک در فرآیند شکل دهنده افزایشی بررسی شده است. براساس نتایج بدست آمده از روابط تحلیلی و مقایسه با نتایج عملی می توان تخمینی مناسب از تغییرات نیروی شکل دهنده در فرآیند شکل دهنده افزایشی معمولی و با اعمال نوسانات آلتراسونیک ارائه نمود. همچنین، براساس نتایج آزمون های انجام شده نیروی شکل دهنده نوسانات آلتراسونیک در مقایسه با نیروی شکل دهنده بدون آلتراسونیک بین ۳۳ تا ۶۳٪ درصد بستگی به شرایط آزمون کاهش یافته است.

### اطلاعات مقاله

مقاله پژوهشی کامل

دریافت: ۱۴ اردیبهشت ۱۳۹۳

پذیرش: ۱۸ خرداد ۱۳۹۳

ارائه در سایت: ۰۶ مهر ۱۳۹۳

کلید واژگان:

فرآیند شکل دهنده افزایشی ورق های فلزی

نوسانات آلتراسونیک

نیروی شکل دهنده

مدل تحلیلی نیروی شکل دهنده

## Investigation of Ultrasonic assisted incremental sheet metal forming process

Abbas Pak<sup>1\*</sup>, Hamed Deilami Azodi<sup>1</sup>, Mehdi Mahmoudi<sup>2</sup>

1- Department of Mechanical Engineering, Arak University of Technology, Arak, Iran

2- Department of Mechanical Engineering, Arak University of Technology, Arak, Iran

\* P.O.B. 41167-38181 Arak, Iran, a.pak@arakut.ac.ir

### ARTICLE INFORMATION

Original Research Paper  
Received 04 May 2014  
Accepted 08 June 2014  
Available Online 28 September 2014

**Keywords:**  
Incremental Sheet Metal Forming  
Ultrasonic Vibration  
Forming Force  
Analytical Model of Forming Force

### ABSTRACT

Incremental sheet metal forming process is considered as one of methods which able manufacturer to produce parts without dedicated die in low and rapid prototype production, and many researches have been done to improve it. Using of ultrasonic vibration is one of the modern approaches in forming processes which reduce friction and forming force. The purpose of this study is to investigate the effect of ultrasonic vibration applied to the tool in single point incremental sheet metal forming process. For this, first theory of single point incremental forming has been studied; its principle has been investigated and analytical relations have been modified then analytical relations in the case of applying ultrasonic are derived from those. To practical evaluation of applying ultrasonic to this process a set can be installed to the head of CNC milling machine is designed and manufactured. According to results of analytic compared to experimental results a reasonable approximation of forming force variation in normal single point incremental forming process and applying ultrasonic can be offered. Based on tests results forming force in applying ultrasonic compare to normal mode reduces between 33 to 63.5 percent depend on test circumstances.

سازی سریع مورد توجه قرار گرفته و مطالعات زیادی برای بهبود و مدل سازی آن انجام شده است [۱-۳]. یکی از روش های نوین بهبود فرآیندهای شکل دهنده استفاده از نوسانات مافوق صوت (آلتراسونیک) است که باعث کاهش اصطکاک و نیروی شکل دهنده، بهبود کیفیت سطح و افزایش سرعت فرآیند شده است.

اثر ارتعاشات بر فرآیندهای شکل دهنده به دو قسمت اثر سطحی و اثر حجمی تقسیم می شود [۴] که اثر سطحی مربوط به تأثیر نوسانات بر شرایط اصطکاکی بین سطوح و نیروی اصطکاک و اثر حجمی مربوط به تغییرات

در سال های اخیر، با افزایش تنوع در محصولات و تولیدات سفارشی با تعداد تولید کم استفاده از فرآیندهایی که قابلیت تولید محصول با تنوع زیاد و بدون نیاز به استفاده از تجهیزات خاص دارند، بیشتر شده است. به همین دلیل فرآیندهای شکل دهنده ورق های فلزی که امکان تولید قطعات سفارشی و با تعداد کم را با کوتاه کردن زمان طراحی تا تولید فراهم می کنند بیش از پیش مورد توجه قرار گرفته اند. فرآیند شکل دهنده افزایش یکی از روش هایی است که به دلیل عدم نیاز به قالب خاص تولید قطعات با تعداد کم و نمونه

### 1- مقدمه و پیشینه تحقیق

Please cite this article using:

A. Pak, H. Deilami Azodi, M. Mahmoudi, Investigation of Ultrasonic assisted incremental sheet metal forming process, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 14, No. 11, pp. 106-114, 2014 (In Persian)

برای ارجاع به این مقاله از عبارت ذیل استفاده نمایید:

نشان می‌دهد. با توجه به این شکل، می‌توان کرنش ایجاد شده در مرحله دوم را به صورت رابطه (1) تعیین کرد.

$$\varepsilon_{x_2} = \ln \left( \frac{\ell_{2_2}}{\ell_{3_1} + \ell_{2_1} + \Delta x - \ell_{3_2}} \right) \quad (1)$$

که در این رابطه  $\Delta x$  میزان پیشروی ابزار در جهت جانبی در هر مرحله از شکل‌دهی است و  $\ell_{2_1}$ ,  $\ell_{2_2}$ ,  $\ell_{3_1}$  و  $\ell_{3_2}$  به ترتیب طول قوس تماس ابزار و ورق در مرحله اول، طول قوس تماس ابزار و ورق در مرحله دوم، طول ورق تغییر شکل نیافته بین ابزار و قالب در مرحله دوم است. همچنین،  $\theta_2$  و  $\theta_1$  با توجه به شکل 1 و روابط ارائه شده در مرجع شماره [14] از رابطه (2) محاسبه می‌شود.

$$\theta_i = \sin^{-1} \left[ \frac{\rho_t}{(h_{x_i}^2 + h_{z_i}^2)^{1/2}} \right] - \tan^{-1} \left( \frac{h_{z_i}}{h_{x_i}} \right), i = 1, 2 \quad (2)$$

$\rho_t = R_t + \frac{1}{2} t_0$

با مشخص شدن زاویه تماس ابزار و ورق در هر دو مرحله مقادیر  $\ell_{2_1}$ ,  $\ell_{2_2}$ ,  $\ell_{3_1}$  و  $\ell_{3_2}$  از روابط (5) و (6) تعیین می‌شوند.

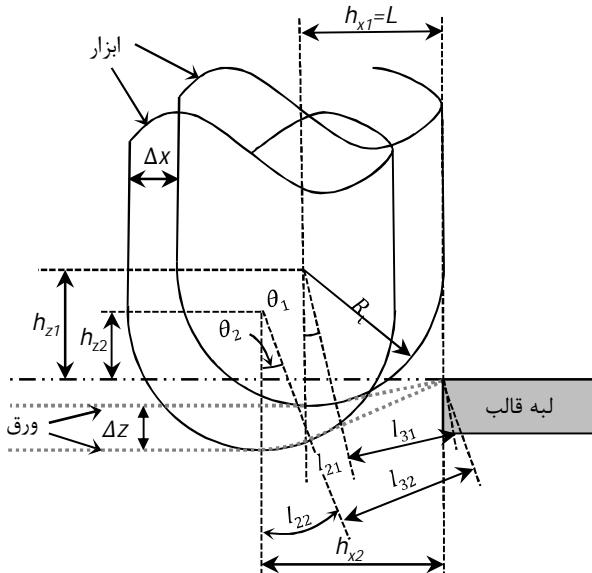
$$h_{x_i} = L + (i-1)\Delta x, i = 1, 2 \quad (3)$$

$$h_{z_i} = R_t - i\Delta z, i = 1, 2 \quad (4)$$

$$\ell_{2_i} = \rho_t \theta_i, i = 1, 2 \quad (5)$$

$$\ell_{3_i} = (h_{x_i} - h_{z_i} \tan \theta_i) \cos \theta_i = h_{x_i} \cos \theta_i - h_{z_i} \sin \theta_i, i = 1, 2 \quad (6)$$

اندازه گام در هر مرحله از شکل‌دهی و طول  $L$  نصف اندازه دهانه قالب است. روابط بدست آمده برای کرنش ایجاد شده در ورق از مرحله دوم تا زمانی که  $R_t - n\Delta z > 0$  برقرار است (n شماره مرحله شکل‌دهی افزایشی است که کرنش در آن مرحله محاسبه می‌شود). زمانی که  $R_t - n\Delta z \leq 0$  همان‌طور که در شکل 2 نشان داده شده است، هندسه ابزار و ورق تغییر کرده و برای محاسبه کرنش روابط جدید تعیین می‌شود.



شکل 1 هندسه فرآیند شکل‌دهی افزایشی در مرحله دوم شکل‌دهی نسبت به مرحله اول

خواص مواد و تنش تسلیم در اثر نوسانات مافق صوت است. به طور مثال گزارش شده است که در اثر نوسانات مافق صوت تنش سیلان در تست کشن کاهش می‌یابد که اثر بلاه<sup>1</sup> نامیده شده است [5].

تحقیقات زیادی در جهت استفاده از نوسانات مافق صوت در کشن سیم انجام شده است که نشان داد کاهش نیروی شکل‌دهی با اعمال این نوسانات بهدلیل برهم نهی نیرو<sup>2</sup> است [4]. همچنین، مشخص شده است با استفاده از نوسانات مافق صوت می‌توان حداکثر سرعت کشن سیم را تا 10 برابر افزایش داد [6]. استفاده از نوسانات مافق صوت طولی، محوری و مماسی در فرآیند نورد نیز باعث بهبود کیفیت سطح و خواص ماده شده است [7]. در فرآیند اکستروژن نیز نوسانات مافق صوت باعث کاهش اصطکاک بین قالب و قطعه شده و نیروی شکل‌دهی کاهش می‌یابد [8].

مطالعه تأثیر نوسانات مافق صوت بر میکروفرمینگ<sup>3</sup> نشان داده است که این ارتعاشات با تغییر شرایط اصطکاکی و شرایط روانکاری باعث بهبود سطوح قطعه و کاهش نیروی شکل‌دهی می‌شود [9]. رسوبی و همکارانش تأثیر نوسانات مافق صوت بر چرخ کاری لوله را مطالعه نموده و مشاهده نمودند که استفاده از ارتعاشات با توان زیاد باعث کاهش نیروهای مماسی و شعاعی می‌شود [10].

در سال 2011 میلادی، مطالعه‌هایی روی آنالیز تنش با استفاده از روابط تحلیلی در فرآیند شکل‌دهی افزایشی با ارتعاشات انجام شده است. در این مطالعات روابطی تحلیلی براساس قطر ابزار، اندازه گام و خصوصیت ارتعاشات برای نسبت تنش نرمال به تنش بشی ایجاد شده در ورق بدست آمده است. با توجه به نتایج بدست آمده از روابط تحلیلی مشخص شد. با اضافه شدن ارتعاشات تنش شکل‌دهی به طور محسوسی تغییر می‌کند [12.11]. در سال 2012 میلادی، شبیه‌سازی عددی تأثیر ارتعاشات با فرکانس 30 تا 100 هرتز بر نیروی شکل‌دهی بررسی شده است که کاهش نیروی شکل‌دهی بر اثر اعمال ارتعاشات را نشان می‌دهد [13].

هدف از این مقاله بررسی اثر استفاده از نوسانات مافق صوت (فرکانس بالاتر از 20 کیلوهرتز) بر نیروی شکل‌دهی در فرآیند شکل‌دهی افزایشی به‌صورت تحلیلی و تجربی است. برای این منظور ابتدا فرآیند شکل‌دهی افزایشی مورد مطالعه قرار گرفته و اصول آن بررسی شده و روابط تحلیلی نیرو در حالت بدون اعمال نوسانات آلتراسونیک اصلاح و استخراج شده است. سپس، روابط تحلیلی با اضافه شدن نوسانات آلتراسونیک به روابط تحلیلی معمولی به دست آمده است و در مرحله بعد، برای بررسی تجربی اثر اعمال نوسانات آلتراسونیک بر این فرآیند و ارزیابی روابط تحلیلی، مجموعه‌ای به صورت کلگی قابل نصب روی دستگاه فرزنده کنترل عددی طراحی و ساخته شده است.

## 2- روابط تحلیلی

### 2-1- تخمین نیروی شکل‌دهی بدون نوسانات آلتراسونیک

در فرآیند شکل‌دهی افزایشی می‌توان تغییر شکل ایجاد شده در ورق را به صورت کشیدگی و خمکاری در نظر گرفت. زاویه کشن در مراحل مختلف فرآیند تغییر کرده، در نتیجه آن نیروی تغییر شکل و نیروی وارد بر ابزار نیز دچار تغییر می‌شود. برای محاسبه نیروی کشن در مرحله اول، کرنش ایجاد شده در ورق با استفاده از روش ارائه شده در مرجع شماره [14] محاسبه و در مراحل بعدی شکل‌دهی روابط جدید کرنش استخراج می‌شود. شکل 1 تغییرات ایجاد شده در ورق را در مرحله دوم نسبت به مرحله اول شکل‌دهی

1- Blaha effect

2- Force superposition

3- Micro forming

$$\ell_{4n} = \sqrt{h_{x_n}^2 + d_{z_n}^2} \quad (8)$$

$$\ell_{3n} = \sqrt{\ell_{4n}^2 - \rho_t^2} \quad (9)$$

$\ell_{4n}$  و  $\ell_{3n}$  به ترتیب عمق فرورفتگی مرکز ابزار در قالب در مرحله  $n$ ، طول ورق تغییر شکل نیافته بین ابزار و قالب در مرحله  $n$  و طول بردار بین مرکز ابزار و لبه قالب در مرحله  $n$  است.

با تعیین مقادیر  $d_{z_n}$ ,  $\ell_{4n}$  و  $\ell_{3n}$  زاویه تماس بین ابزار و ورق را از رابطه (10) حاصل می‌شود.

$$\theta_n = \sin^{-1}\left(\frac{\rho_t}{\ell_{4n}}\right) + \tan^{-1}\left(\frac{d_{z_n}}{h_{x_n}}\right) \quad (10)$$

و در نتیجه کرنش ایجاد شده در ورق در مرحله  $n$  از رابطه (11) حاصل می‌شود.

$$\varepsilon_{x_n} = \ln\left(\frac{\ell_{2n}}{\ell_{3n-1} + \ell_{2n-1} + \Delta x - \ell_{3n}}\right) \quad (11)$$

$\varepsilon_{x_n}$  با قرار دادن  $i = n$  در روابط (3) و (5) برای مرحله  $n$  محاسبه می‌شود.

با مشخص شدن کرنش‌ها و زوایای کشنش در مراحل مختلف فرآیند شکل‌دهی می‌توان تنش متناظر با کرنش ایجاد شده را با استفاده از رابطه تنش-کرنش ورق که به صورت  $\sigma = K\varepsilon^m$  است به دست آورد. در این صورت نیروی کشنش  $T_s$  ایجاد شده در ورق با توجه به روابط ارائه شده توسط مرجع شماره [14] تعیین می‌شود. طبق رابطه (12) (داریم):

$$T_s = B t_d \sigma = B t_d \left(\frac{2}{\sqrt{3}}\right)^{m+1} K \varepsilon^m \quad (12)$$

که در این رابطه  $B$  عرض ورق در تماس با ابزار،  $t_d$  ضخامت ورق تحت کشنش تغییر شکل یافته،  $\varepsilon$ ،  $K$  و  $m$  به ترتیب تنش، کرنش، ضریب استحکام و توان کار سختی ماده است.

مقدار  $B$ ، با توجه به شکل 3، که نمای جانبی از تماس بین ابزار و ورق است، قابل محاسبه است. طبق رابطه (13) (داریم):

$$B = \sqrt{R_t^2 - (R_t - \Delta z)^2} = \sqrt{\Delta z(2R_t - \Delta z)} \quad (13)$$

مطالعات پیشین نشان می‌دهد تغییرات ضخامت در فرآیند شکل‌دهی افزایشی با قانون سینوسی قابل محاسبه است [16]. از این رو ضخامت ورق تغییر شکل یافته  $t_d$  از رابطه (14) (قابل محاسبه است).

$$t_d = t_0 \cos \theta \quad (14)$$

$t_0$  ضخامت ورق تغییر شکل نیافته و  $\theta$  زاویه تماس (کشنش) است.

با جایگذاری روابط (14) و (13) در رابطه (12)، رابطه (15) نتیجه می‌شود:

$$T_s = \sqrt{\Delta z(2R_t - \Delta z)} \left(\frac{2}{\sqrt{3}}\right)^{n+1} \times K \varepsilon_x^m t_0 \cos \theta \quad (15)$$

با توجه به شکل 4، مؤلفه افقی نیروی شکل‌دهی کشنشی ( $F_x$ ) و مؤلفه عمودی نیروی شکل‌دهی کشنشی ( $F_z$ ) از رابطه (16) و (17) به دست می‌آید.

$$F_x = T_s(1 - \cos \theta) \quad (16)$$

$$F_z = T_s \sin \theta \quad (17)$$

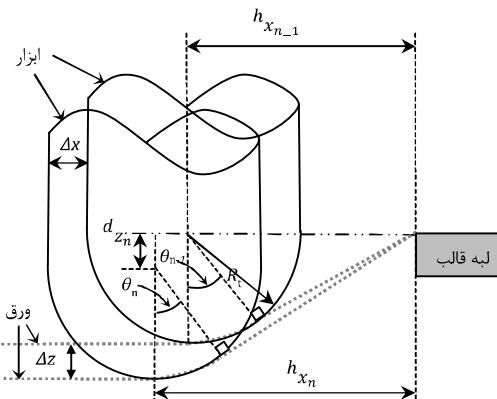
زاویه تماس و  $T_s$  نیروی کشنشی ورق است. در شکل‌دهی افزایشی، با توجه به شکل 5، مؤلفه‌های نیروی خمکاری به صورت رابطه (18) تعیین می‌شود.

$$F_{b_z} = F_b \cos \gamma \quad (18)$$

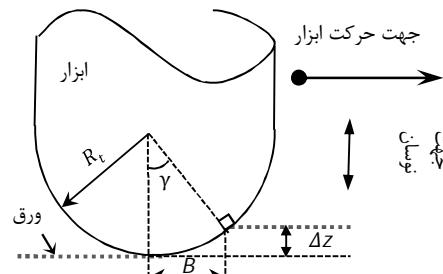
که در آن  $\gamma$  و  $F_b$  به صورت روابط (19) تا (21) تعریف می‌شوند:

$$\gamma = \cos^{-1}\left(1 - \frac{\Delta z}{R_t}\right) \quad (19)$$

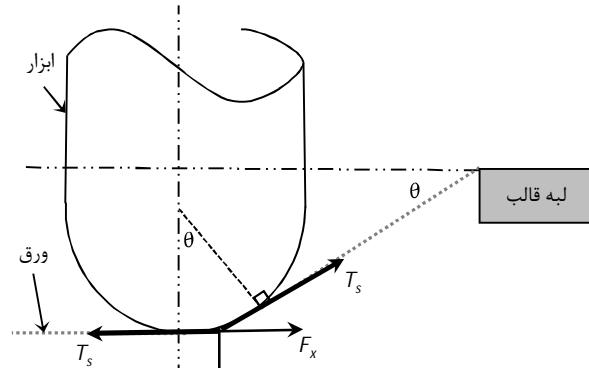
$$F_b = \frac{M}{\tan \theta (R_t \cos \gamma + \Delta z)} \quad (20)$$



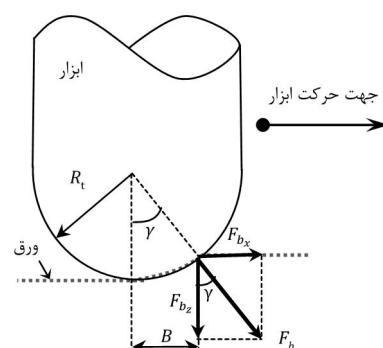
شکل 2 مراحل  $n$  و  $1-n$  هندسه فرآیند شکل‌دهی افزایشی برای شکل‌دهی در حالت  $R_t - n\Delta z \leq 0$



شکل 3 نمای جانبی هندسه ابزار و ورق در شکل‌دهی افزایشی



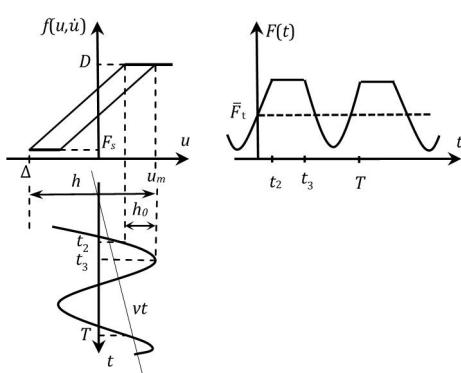
شکل 4 مؤلفه‌های نیروهای شکل‌دهی در فرآیند شکل‌دهی افزایشی



شکل 5 مؤلفه‌های نیروی خمکاری  $F_{b_z}$  و  $F_{b_x}$

با توجه به شکل 2، روابط (7) تا (9) نتیجه می‌شود:

$$d_{z_n} = n\Delta z - R_t \quad (7)$$



شکل 6 شماتیکی از بارگذاری پیوسته در محدوده پلاستیک [17]

که در آن  $a$  دامنه ارتعاشات،  $\omega$  سرعت نوسانی زاویه‌ای،  $v$  سرعت خطی ابزار در جهت ارتعاشات و  $T_s$  نیروی کشش ایجاد شده در ورق بدون ارتعاشات است. تأثیرهای متأثر از ارتعاشات و تحت کشش را می‌توان ورق مستطیل شکل به طول محیط نیم دایره ابزار ( $\pi\rho_t$ ) و پهنای  $B$  و ضخامت  $t_0$  فرض کرد. از این رو سختی استاتیکی  $k_0$  از رابطه (26) محاسبه می‌شود.

$$(26) \quad k_0 = E \times B \times t_0 / \pi \rho_t$$

$\rho_t$ ،  $t_0$ ،  $E$  به ترتیب شاعع تار خنثی ورق در تماس با ابزار، عرض ورق در تماس با ابزار، ضخامت ورق و مدول الاستیسیته ورق است.

با قرار دادن رابطه (25) در رابطه (16) می‌توان نیروی عمودی وارد بر ابزار در اثر کشش ایجاد شده در ورق با وجود ارتعاشات آلتراسونیک را تعیین نمود. طبق روابط (27) و (28) (داریم):

$$(27) \quad F_{x_U} = T_U (1 - \cos \theta)$$

$$(28) \quad F_{z_U} = T_U \sin \theta$$

با فرض صرف‌نظر از اثر نوسانات آلتراسونیک بر نیروی خمکاری با استفاده از رابطه (27) و (28) نیروی شکل‌دهی کلی وارد بر ابزار در حالت اعمال ارتعاشات از رابطه (29) محاسبه می‌شود.

$$(29) \quad F_{Z_{TU}} = F_{zU} + F_{b_z}$$

### 3- شرایط و تنظیمات آزمون‌های تجربی

طراحی آزمایش با توجه به تعداد متغیرها براساس سطح پاسخ با طرح باکس-بنکن انجام شده است. در این طراحی آزمایش با استفاده از مطالعات و شبیه‌سازی عددی و آزمایش‌های اولیه انجام شده پارامترها انتخاب و برای هر حالت سه سطح در نظر گرفته شده است [18].

در جدول 1 مقادیر مختلف متغیرهای ورودی و شرایط انجام آزمون‌ها برای حالت بدون اعمال نوسانات آلتراسونیک و حالت اعمال نوسانات آلتراسونیک آورده شده است.

### 3-1- طراحی و ساخت کلگی دستگاه

در این تحقیق برای اولین بار کلگی مناسب برای انجام فرآیند شکل‌دهی افزایشی با نوسانات آلتراسونیک طراحی و ساخته شد و در آزمایش‌های تجربی از آن استفاده شد. این مجموعه با نسبت بر روی دستگاه فرز امکان انجام فرآیند شکل‌دهی افزایشی با اعمال نوسان آلتراسونیک و بدون آلتراسونیک را فراهم می‌آورد.

کلگی طراحی شده در شکل 7 نشان داده شده است. این کلگی با تجهیزات کامل خود به پیشانی ماشین فرز اضافه شده است.

$$(21) \quad M = \left( \frac{2}{2+m} \right) \left( \frac{\rho_t \theta K \left( \frac{2}{\sqrt{3}} \right)^{m+1}}{\rho_t^m} \right) \left( \frac{t_d}{2} \right)^{m+2}$$

و  $M$  به ترتیب زاویه تماس ابزار و ورق از نمای جانبی،  $N$  نیروی خمکاری وارد بر ابزار، مولفه افقی نیروی بخکاری وارد بر ابزار، مولفه عمودی نیروی خمکاری وارد بر ابزار، توان کار سختی و گشتاور لازم برای خمکاری است.

با مشخص شدن مؤلفه عمودی نیروی خمکاری و نیروی عمودی حاصل از کشش ایجاد شده در ورق، نیروی کلی عمودی شکل‌دهی،  $F_{Z_T}$ ، برآیند این دو نیرو خواهد شد که از روابط (17) و (18) بهصورت رابطه (22) حاصل می‌شود:

$$(22) \quad F_{Z_T} = F_z + F_{b_z}$$

### 2- تخمین نیروی شکل‌دهی با اعمال نوسانات آلتراسونیک

با توجه به مطالعات انجام شده در فرآیندهای شکل‌دهی مختلف اثر اعمال ارتعاش بر نیروهای شکل‌دهی با توجه به ویژگی‌های ارتعاشات از جمله دامنه، فرکانس نوسان و مشخصات ماده (مانند ضریب الاستیسیته، تنش تسلیم و سختی) و همچنین نرخ تغییر شکل فرآیند در جهت اعمال ارتعاشات متفاوت است. در فرآیند شکل‌دهی با اعمال نوسان آلتراسونیک با توجه به رابطه حرکت ارتعاشی ابزار در راستای محور آن،  $t = a \sin \omega t$  دامنه نوسان،  $t$  زمان و  $\omega$  سرعت زاویه‌ای است رابطه مقدار نیروی شکل‌دهی با جایه‌جایی،  $u$  و سرعت نوسانی ابزار،  $\dot{u}$  بهصورت رابطه (23) تعیین می‌شود [17].

$$(23) \quad f = f(u, \dot{u}) = \begin{cases} 0 & u \leq \Delta, \dot{u} > 0 \\ k_0 u \Delta \leq u \leq \Delta + \frac{D}{k_0}, \dot{u} > 0 \\ D \Delta + \frac{D}{k_0} \leq u \leq u_m, \dot{u} > 0 \\ D + k_0(u - u_m) - \frac{D}{k_0} \leq u \leq u_m, \dot{u} < 0 \\ 0 & u \leq u_m - \frac{D}{k_0}, \dot{u} < 0 \end{cases}$$

که در آن  $u_m$  بهصورت رابطه (24) تعریف می‌شود.

$$(24) \quad u_m = a \left[ \sqrt{1 - \left( \frac{v}{a\omega} \right)^2} + \frac{v}{a\omega} \cos^{-1} \left( -\frac{v}{a\omega} \right) \right]$$

$D$  نیروی تسلیم (شکل‌دهی)،  $k_0$  سختی استاتیکی،  $v$  سرعت خطی ابزار در جهت ارتعاشات،  $\Delta$  فاصله بین ابزار و قطعه تغییر شکل نیافته،  $a$  دامنه نوسان و  $\omega$  سرعت زاویه‌ای است.

جهت بررسی اثر اعمال ارتعاش در فرآیند شکل‌دهی افزایشی می‌توان به دلیل برگشت فری و بافرض برقرار بودن رابطه  $D/2k_0 \leq u \leq a$  در این فرآیند نوع ارتعاشات را پیوسته در نظر گرفت. به عبارت دیگر، در طول فرآیند ابزار از ورق جدا نشده و در طول یک سیکل نوسان نیرو بهطور متغیر به ابزار وارد می‌شود این موضوع بهصورت شماتیک در شکل 6 نشان داده شده است.

با صرف نظر از اثر ارتعاشات بر نیروی خمکاری می‌توان فرض کرد نیروی شکل‌دهی کششی  $T_s$  در فرآیند شکل‌دهی افزایشی همان نیروی تسلیم  $D$  است. با قرار دادن  $T_s$  در رابطه (23) و استفاده از تئوری ضربه و انتگرال گیری از این رابطه نیروی شکل‌دهی کشش با وجود ارتعاشات،  $T_U$  به دست آمده است [17]. طبق رابطه (25) (داریم):

$$(25) \quad T_U = \frac{k_0 a}{2\pi} \left[ 2\pi \left( \frac{T_s}{k_0 a} - 1 + \frac{\pi v}{a\omega} \right) - \sqrt{1 - \left( 1 - \frac{2\pi v}{a\omega} \right)^2} + \left( 1 - \frac{2\pi v}{a\omega} \right) \cos^{-1} \left( 1 - \frac{2\pi v}{a\omega} \right) \right]$$

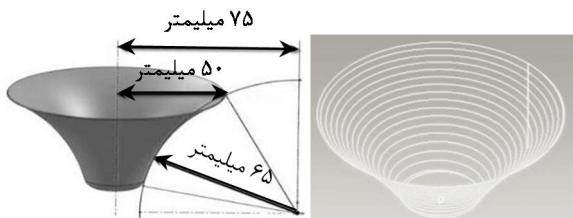
سازی تبریز با قابلیت حرکت سه محور همزمان استفاده شد.  
برای انجام فرایند شکل دهی، ورق از جنس آلومینیم و به شکل مربعی و  
با اندازه ۱۳۰-۱۳۰ میلیمتر انتخاب شده است. رابطه تنش-کرنش و ضخامت  
ورق مورد استفاده که از آزمون های عملی بدست آمده است در جدول ۲ آورده  
شده است. مطابق شکل ۸ نمونه آزمایش به شکل مخروط با زاویه متغیر  
دیواره انتخاب و مسیر حرکت ابزار بصورت مارپیچ پیوسته و روانکار مورد  
استفاده روغن مقاوم ۶۸ بهران است.

جهت اندازه‌گیری نیروی عمودی وارد بر ابزار از نیروسنج فشاری SEWHA-SL410 با ظرفیت 50 کیلونیوتون استفاده شده است که بین ورق‌گیر و میز دستگاه نصب شده است. در شکل 9 تجهیزات و وسایل استفاده شده جهت انجام آزمایش‌ها نشان داده شده است.

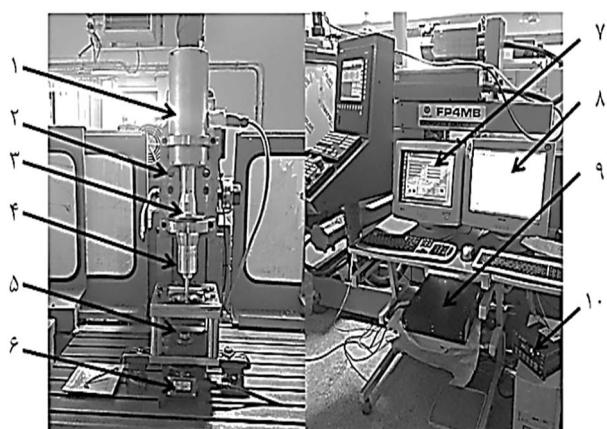
نتایج آزمون‌های تجربی برای حالت اعمال نوسانات آلتراسونیک و معمولی در شرایط مختلف در جدول ۳ آورده شده است. همچنین، نمونه‌های شکل داده شده در شکل ۱۰ نشان داده شده است.

## جدول 2 خواص ورق الومينيوم مورد استفاده

AL 1100	جنس
70	مدول الاستيك (GPa)
0/33	ضرير بوسون
2700	چگالی ( $\text{kg/m}^3$ )
$\sigma = 184 \varepsilon^{0.1}$	رابطه تنش-کرنش
0/33	ضخامت ورق (mm)



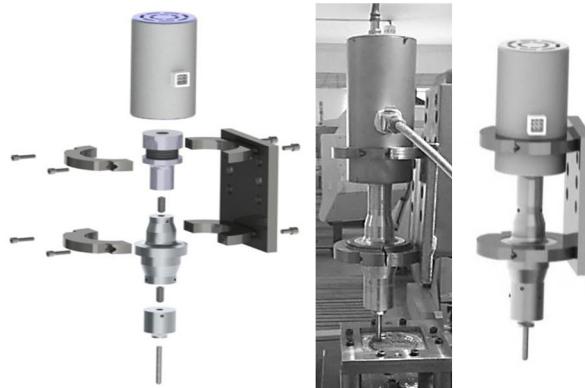
شکل ۱ ابعاد نمونه مورد آزمایش، با زاویه دیواره متغیر و مسیر حرکت اینجا



شکل 2 تجهیزات و وسایل استفاده شده جهت انجام آزمون‌ها بر روی ماشین فرز CNC

- ۱- ترانسیدیویسر ۲- اتصال دهنده ۳- بوستر ۴- هورن و ابزار ۵- ورقگیر ۶- نیروسنجه
- ۷- نرم افزار کنترل ترانسیدیویسر ۸- نرم افزار نمایش و ثبت نیرو ۹- مولد قدرت
- ۱۰- نمایشگر نیرو ت- اتسدیویسر

مبدل تولید نوسانات مأهولة صوت مورد استفاده از نوع پیزوالکتریکی دارای توان ۳ کیلووات و فرکانس ۲۰ کیلوهرتز است. برای انتقال امواج آتراسونیک به ابزار یک قطعه انتقال دهنده و یک ابزار گیری طراحی و ساخته شده است.



شكل 7 کلگی شکل دهی افزایشی با امواج آلتراسونیک

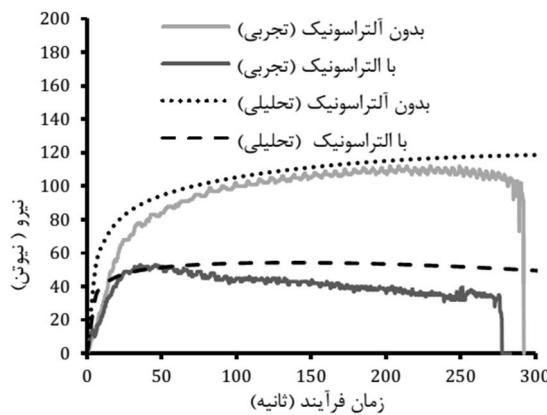
## جدول 1 مقادیر متغیرهای ورودی و شرایط انجام آزمون‌ها برای حالت معمولی و حالات ارتباشات آلتراسونیک [18]

بدون آلتراسونیک (ممولی)		با آلتراسونیک		بدون آلتراسونیک (ممولی)		با آلتراسونیک		شماره آزمایش
آبندنیسان (میکرون)	آنتراز-گام (میلیتر)	آنتراز-گام (میلیتر)	آنتراز-گام (میلیتر)	آنتراز-گام (میلیتر)	آنتراز-گام (میلیتر)	آنتراز-گام (میلیتر)	آنتراز-گام (میلیتر)	
20	0/8	8	0/8	8	0/8	8	1	
15	1/0	8	1/0	8	1/0	8	2	
25	1/0	8	1/0	8	1/0	8	3	
20	1/2	8	1/2	8	1/2	8	4	
15	0/8	10	0/8	10	0/8	10	5	
25	0/8	10	0/8	10	0/8	10	6	
20	1/0	10	1/0	10	1/0	10	7	
15	1/2	10	1/2	10	1/2	10	8	
25	1/2	10	1/2	10	1/2	10	9	
20	0/8	12	0/8	12	0/8	12	10	
15	1/0	12	1/0	12	1/0	12	11	
25	1/0	12	1/0	12	1/0	12	12	
20	1/2	12	1/2	12	1/2	12	13	

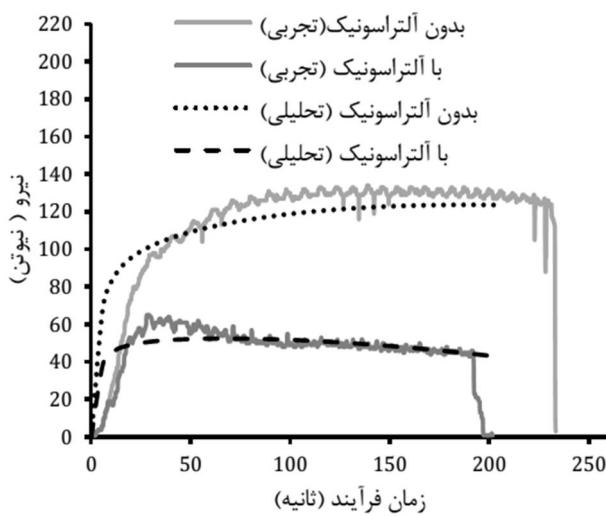
ابزار گیر از جنس آلومینیوم T6-7075 و ابزار شکل دهی به صورت سر کروی از جنس فولاد تدبیر است. ابزار شکل دهی به صورت پرسی در داخل قسمت آلومنیمی قرار گرفته است تا انتقال نوسانات به ابزار به طور کامل انجام گرفته و از میرایی نوسانات جلوگیری شود. طراحی این قطعه شامل ابزار و ابزار گیر به صورت تحلیلی براساس فرکانس و خصوصیات فیزیکی دو ماده انجام و سپس با هندسه واقعی و سایر پارامترهای جنس دو قسمت با روش عددی توسط نرم افزار المان محدود تحلیل و ابعاد نهایی استخراج شده است. فرکانس طراحی با توجه به فرکانس مبدل مورد استفاده 20 کیلوهرتز در نظر گرفته شد.<sup>[18]</sup>

2-3- تجهیزات و شرایط آزمایش

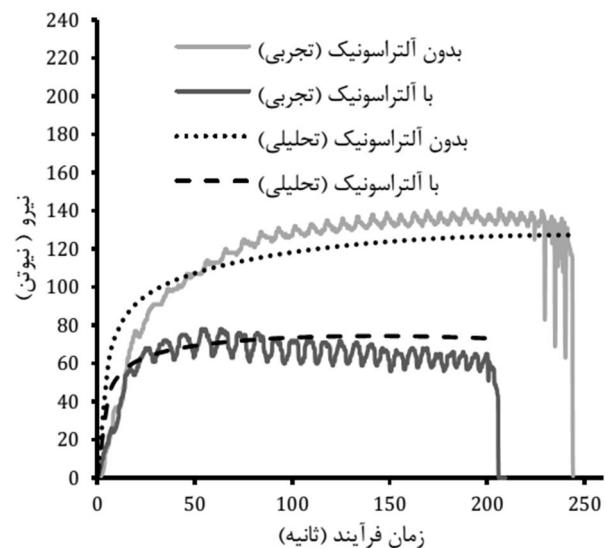
در آزمایش‌های تجربی، از ماشین فرز CNC سه محور FP4MB ساخت ماشین



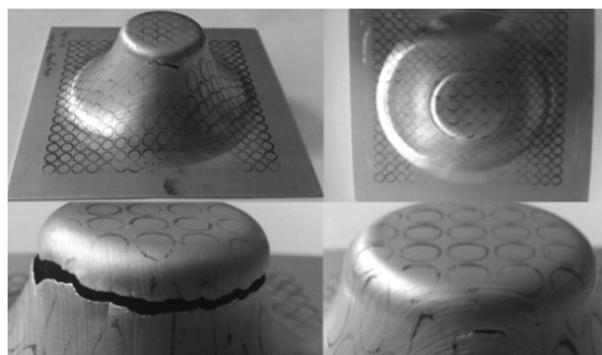
شکل 11 نیروی شکل‌دهی به دست آمده از آزمون تجربی و روابط تحلیلی در حالت با آلتراسونیک و بدون آلتراسونیک برای قطر ابزار 8 میلیمتر، اندازه گام 0/8 میلیمتر و دامنه 20 میکرون



شکل 12 نیروی شکل‌دهی به دست آمده از آزمون تجربی و روابط تحلیلی در حالت با آلتراسونیک و بدون آلتراسونیک برای قطر ابزار 8 میلیمتر، اندازه گام 1/2 میلیمتر و دامنه نوسان 20 میکرون



شکل 13 نیروی شکل‌دهی به دست آمده از آزمون تجربی و روابط تحلیلی در حالت با آلتراسونیک و بدون آلتراسونیک برای قطر ابزار 10 میلیمتر، اندازه گام 1 میلیمتر و دامنه نوسان 20 میکرون



شکل (10) شکل نمونه‌ها در آزمون تجربی و پارگی اتفاق افتاده در اثر شکل‌دهی

#### 4- نتایج و بحث

##### 4-1- نیروهای شکل‌دهی حاصل از روابط تحلیلی و نتایج تجربی

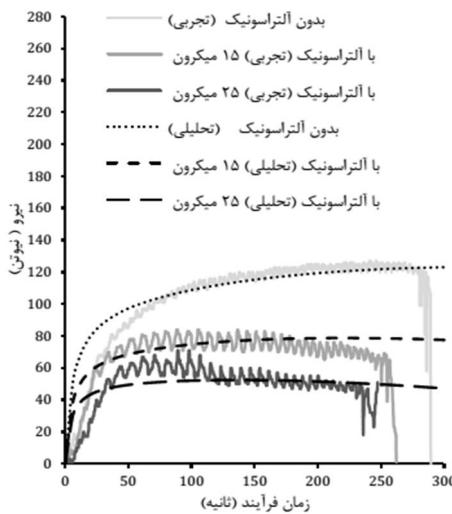
نمودار تغییرات نیروی شکل‌دهی وارد بر ابزار به دست آمده از آزمون‌های تجربی و روابط تحلیلی برای ابزار با قطرهای 0.8 و 12 میلیمتر و اندازه گام‌های 0/8 و 1/2 میلیمتر در حالت بدون اعمال نوسانات آلتراسونیک و با اعمال ارتعاشات آلتراسونیک با دامنه نوسان 20 میکرون در شکل 11 الی 15، و برای دامنه نوسان 15 و 25 میکرون در شکل 16 الی شکل 19 نشان داده است. همان‌طور که مشاهده می‌شود، با توجه به مقادیر به دست آمده از روابط تحلیلی و نتایج آزمون‌های عملی، استفاده از نوسانات آلتراسونیک باعث کاهش قابل ملاحظه نیرو شده است. همچنین، همان‌طور که مشاهده می‌شود، نمودارهای حاصل از مدل تحلیلی و نتایج تجربی در حالت بدون اعمال آلتراسونیک دارای تطابق نسبتاً خوبی هستند. همچنان، در تمام حالت‌ها نمودارهای تحلیلی ابتدا نیرو با شبیزی زیادی افزایش و سپس با شبیزی کمی تغییر می‌کند. دلیل این موضوع همان‌طور که در روابط تحلیلی استخراج شده مشاهده شد، تأثیر دو مکانیزم خمکاری و کشش است [19].

افزایش اولیه در نیروی شکل‌دهی متأثر از مکانیزم خمکاری بوده [20] و در ادامه مکانیزم کشش باعث افزایش نیرو شده است [21]. نمودارهای تجربی مربوط به حالت بدون آلتراسونیک در ابتدا همانند نمودارهای تحلیلی نیرو با شبیزی زیادی افزایش یافته اما، در مرحله بعدی تقریباً ثابت شده است. دلیل این پدیده را می‌توان اثر بر هم نهی نازک شدگی دیواره که باعث کاهش نیرو و اثر کار سختی که باعث افزایش نیرو می‌شود، بیان نمود [19-21].

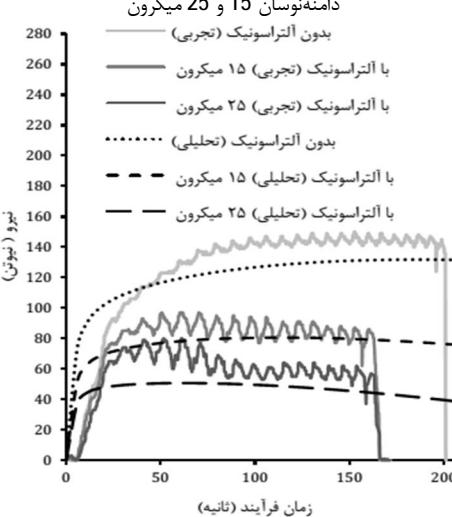
نمودارهای تحلیلی این حالت ابتدا نیرو با شبیزی زیادی افزایش و سپس در مرحله بعدی بر خلاف حالت بدون آلتراسونیک نیرو با شبیزی قابل ملاحظه‌ای کاهش یافته است. دلیل این پدیده را می‌توان دو عامل اصلی زیر بیان نمود.

۱- افزایش حرارت ناشی از نوسانات ایجاد شده توسط امواج آلتراسونیک و گرم شدن ورق است و در نتیجه کاهش تنش تسليم ماده

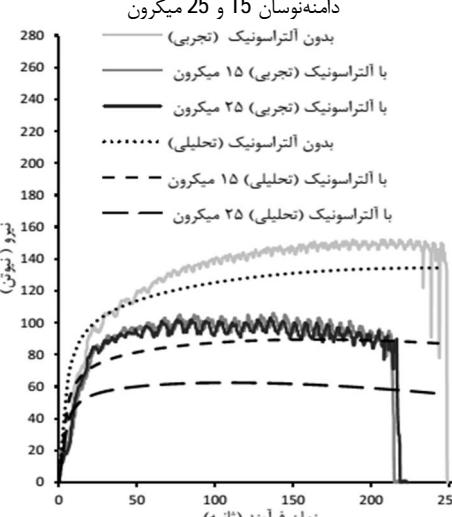
۲- افزایش کاهش اثر اصطکاک ناشی از نوسانات آلتراسونیک در اثر تغییر رازیه محور ابزار و ورق از حالت عمودی به مماسی هنگام افزایش زاویه کشش نمونه اختلاف بین نمودارهای حاصل از مدل تحلیلی و نتایج آزمون‌ها در حالت اعمال نوسانات آلتراسونیک را می‌توان، به دلیل ساده‌سازی‌های صورت گرفته در مدل تحلیلی، از جمله صرف‌نظر از نیروی اصطکاک، افزایش دما و کاهش تنش تسليم و نیز کاهش اصطکاک در اثر نوسانات آلتراسونیک در مدل تحلیلی بیان کرد.



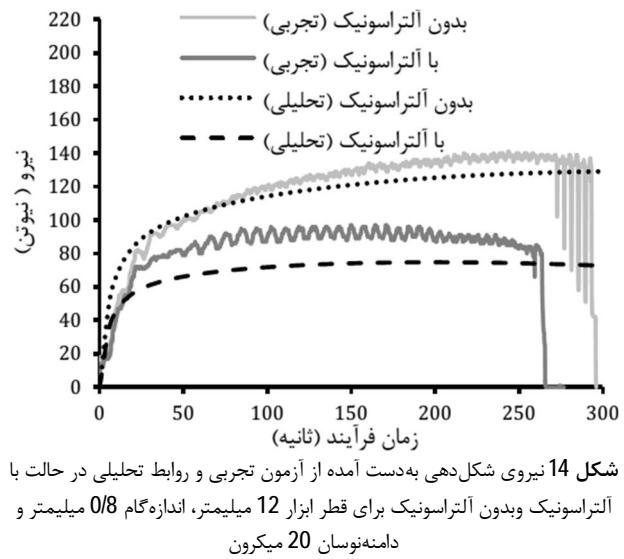
شکل 17 نیروی شکل دهی به دست آمده از آزمون تجربی و روابط تحلیلی در حالت با آلتراسونیک و بدون آلتراسونیک برای قطر ابزار 10 میلیمتر، اندازه گام 0/8 میلیمتر و دامنه نوسان 15 و 25 میکرون



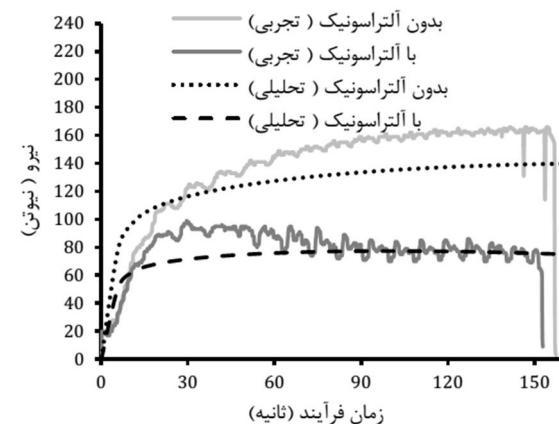
شکل 18 نیروی شکل دهی به دست آمده از آزمون تجربی و روابط تحلیلی در حالت با آلتراسونیک و بدون آلتراسونیک برای قطر ابزار 1 میلیمتر، اندازه گام 1/2 میلیمتر و دامنه نوسان 15 و 25 میکرون



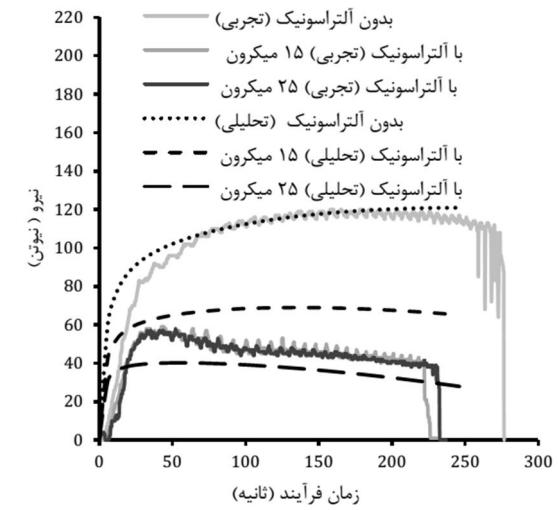
شکل 19 نیروی شکل دهی به دست آمده از آزمون تجربی و روابط تحلیلی در حالت با آلتراسونیک و بدون آلتراسونیک برای قطر ابزار 12 میلیمتر، اندازه گام 1 میلیمتر و دامنه نوسان 15 و 25 میکرون



شکل 14 نیروی شکل دهی به دست آمده از آزمون تجربی و روابط تحلیلی در حالت با آلتراسونیک و بدون آلتراسونیک برای قطر ابزار 12 میلیمتر، اندازه گام 0/8 میلیمتر و دامنه نوسان 20 میکرون



شکل 15 نیروی شکل دهی به دست آمده از آزمون تجربی و روابط تحلیلی در حالت با آلتراسونیک و بدون آلتراسونیک برای قطر ابزار 12 میلیمتر، اندازه گام 1/2 میلیمتر و دامنه نوسان 20 میکرون



شکل 16 نیروی شکل دهی به دست آمده از آزمون تجربی و روابط تحلیلی در حالت با آلتراسونیک و بدون آلتراسونیک برای قطر ابزار 8 میلیمتر، اندازه گام 1 میلیمتر و دامنه نوسان 15 و 25 میکرون

تمامی شرایط آزمایش در حالت اعمال آلتراسونیک نیروی شکل دهی نسبت به حالت معمولی کاهش یافته است. که این کاهش نیرو بین  $33/3$  تا  $63/5$  درصد بوده است. همچنین، این کاهش نیرو در مقادیر تحلیلی که از روابط تحلیلی استخراج شده‌اند مشاهده می‌شود، که بیان کننده پیش‌بینی و تطبیق مناسب روابط تحلیلی به دست آمده برای نیروی شکل دهی است.

جدول 3 نتایج حاصل از آزمون‌های تجربی برای حالت اعمال نوسانات آلتراسونیک و حالت معمولی در شرایط مختلف آزمایش

درصد کاهش نیروی شکل دهی اثر نوسان آلتراسونیک (%)	بدون آلتراسونیک					با آلتراسونیک					اندازه گام (میلیمتر)	قطع ابزار (میلیمتر)	شماره آزمایش
	نیروی شکل دهی (نیروی پیزون)												
63/5	4/5	115	110	40	56	40	20	0/8	8	1			
62/5	1/6	118	120	41/6	68	48	15	1/0	8	2			
60	1/6	118	120	11/1	40	45	25	1/0	8	3			
61/5	7/6	120	130	4	52	50	20	1/2	8	4			
39	2/4	120	123	4	78	75	15	0/8	10	5			
55/2	2/4	120	123	5/4	52	55	25	0/8	10	6			
51/8	6/6	126	135	1/5	64	65	20	1/0	10	7			
41/3	10/3	130	145	5/8	80	85	15	1/2	10	8			
58/6	10/3	130	145	16/6	50	60	25	1/2	10	9			
33/3	5/9	127	135	17/7	74	90	20	0/8	12	10			
36/6	10/6	134	150	6/3	89	95	15	1/0	12	11			
38	10/6	134	150	33	62	93	25	1/0	12	12			
50	12/5	140	160	3/7	77	80	20	1/2	12	13			

بدون التراسونیک و با آلتراسونیک ارائه می‌دهند که علت خطای آن نیز صرف نظر از نیروی اصطکاک و افزایش دمای ایجاد شده در ورق به دلیل وجود آلتراسونیک است.

2. اعمال نوسانات آلتراسونیک به فرآیند شکل دهی افزایشی باعث کاهش قابل ملاحظه نیروی شکل دهی می‌شود که با توجه به شرایط انجام آزمون‌ها این کاهش به طور میانگین 50 درصد و در بهترین حالت 63/5 درصد است.

## 6- فهرست علائم

دامنه نوسان (m)	a
پهنای ورق در تماس با ابزار (m)	B
نیروی تسليم (N)	D
مدول الاستیک (N/m-2)	E
نیروی اصطکاک (N)	F
نیروی اصطکاک با ارتعاشات (N)	$F_a$
نیروی خمکاری (N)	$F_b$
مولفه افقی نیروی خمکاری (N)	$F_{b_x}$
مولفه عمودی نیروی خمکاری (N)	$F_{b_z}$
مولفه افقی نیروی شکل دهی (N)	$F_x$
مولفه عمودی نیروی شکل دهی (N)	$F_z$
تفییر طول در اثر شکل دهی (m)	h
فاصله ابزار تا لبه عمودی قالب در مرحله یک (m)	$h_{x_1}$
فاصله ابزار تا لبه عمودی قالب در مرحله دو (m)	$h_{x_2}$

## 4-2- بررسی و مقایسه نیروی شکل دهی در حالت اعمال نوسانات آلتراسونیک و حالت معمولی

در جدول 3 نیروی شکل دهی اندازه‌گیری شده در آزمون‌های تجربی برای حالت اعمال نوسانات آلتراسونیک و معمولی با قطر ابزار و اندازه‌گام مختلف و دامنه نوسان متفاوت آورده شده است. همان‌طور که مشاهده می‌شود، در

دلایل کاهش نیرو در هنگام اعمال نوسان آلتراسونیک را می‌توان بهصورت ذیل بیان کرد:

- کاهش ضریب اصطکاک و نیروی اصطکاک بین ابزار و ورق بهدلیل نوسانات آلتراسونیک و تماس غیر مداوم بین ابزار و ورق
- کاهش تنش تسلیم ماده در اثر نوسانات آلتراسونیک در ماده افزایش دمای ناشی از نوسانات آلتراسونیک و کاهش تنش سیلان ماده
- تغییر مکانیزم تماس بین ابزار و ورق از حالت پیوسته به حالت ضربه‌ای

## 5- نتیجه‌گیری

در این مقاله، اثر اعمال نوسانات آلتراسونیک به ابزار در فرآیند شکل دهی افزایشی بهصورت تحلیلی و تجربی مورد مطالعه قرار گرفته و با فرآیند شکل دهی افزایشی معمولی مقایسه شده است. برای این منظور مدل تحلیلی فرآیند شکل دهی افزایشی بهبود داده شده است و با اضافه نمودن اثر نوسانات آلتراسونیک روابط نیروی شکل دهی در حالت اعمال آلتراسونیک بهدلیل آمده است. سپس بهمنظور بررسی صحت روابط تحلیلی و بررسی تجربی اثر نوسانات آلتراسونیک بر نیروی شکل دهی کلگی شکل دهی افزایشی با آتراسونیک طراحی، ساخته و متصل به دستگاه فرز CNC شده است و فرآیند در حالت با اعمال نوسانات آلتراسونیک و بدون اعمال نوسانات آلتراسونیک انجام شده است و نیروی شکل دهی اندازه‌گیری شده است. با توجه به نتایج بهدلیل آمده از روش‌های تحلیلی و آزمون‌های عملی، می‌توان نتایج کلی این تحقیق را بهصورت زیر بیان کرد:

- . روابط تحلیلی بهدلیل تخمین خوبی از نیروی شکل دهی در حالت

- [2] E. Leszak, *Apparatus and process for incremental dieless forming*, US Patent No. 3342051 A, 1967.
- [3] F. C. Minutolo, M. Durante, A. Formisano, A. Langella, Forces analysis in sheet incremental forming and comparison of experimental and simulation results, in *Intelligent Production Machines and Systems*, pp. 229–234, Oxford, UK, 2006.
- [4] C. Winsper, D. Sansome, Fundamentals of ultrasonic wire drawing, *The Journal of Institute of Metals*, Vol. 97, No. 9, pp. 274-280, 1969.
- [5] F. Blaha, B. Langenecker, Dehnung von Zink-Kristallen unter Ultraschalleinwirkung, *Naturwissenschaften*, Vol. 42, No. 20, pp. 556-556, 1955.
- [6] M. Murakawa, M. Jin, The utility of radially and ultrasonically vibrated dies in the wire drawing process, *Journal of Materials Processing Technology*, Vol. 113, No. 1, pp. 81-86, 2001.
- [7] V. P. Severdenko, V. V. Klubovich, A. V. e. Stepanenko, *Ultrasonic rolling and drawing of metals*, New York:Consultants Bureau, 1972.
- [8] K. Rattanachan, C. Chungchoo, Formability in single point incremental forming of dome geometry, *Asian International Journal of Science and Technology in Production and Manufacturing Engineering*, Vol. 2, No. 4, pp. 57-63, 2009.
- [9] G. Ngaile, C. Bunget, Influence of ultrasonic vibration on microforming, *Transactions of NAMRI/SME*, Vol. 36, pp. 137-144, 2008.
- [10] M. Rasoli, A. Abdullah, M. Farzin, A. F. Tehrani, A. Taherizadeh, Influence of ultrasonic vibrations on tube spinning process, *Journal of Materials Processing Technology*, Vol. 212, No. 6, pp. 1443-1452, 2012.
- [11] Z. H. Jiang, Y. T. Gong, Z. K. Zhang, Analysis of sheet metal vibration incremental forming Mechanism, *Advanced Materials Research*, Vol. 154, pp. 1526-1529, 2011.
- [12] G. P. Cai, N. Y. Zhu, N. Wen, Stress analysis of sheet metal vibration incremental forming, *Advanced Materials Research*, Vol. 154, pp. 166-170, 2011.
- [13] G. P. Cai, C. W. Xing, Z. H. Jiang, Z. K. Zhang, Sheet Single point vibration incremental forming process simulation and analysis of process parameters, *Advanced Materials Research*, Vol. 430, pp. 74-78, 2012.
- [14] H. Iseki, An approximate deformation analysis and FEM analysis for the incremental bulging of sheet metal using a spherical roller, *Journal of Materials Processing Technology*, Vol. 111, No. 1, pp. 150-154, 2001.
- [15] D. Young, J. Jeswiet, Wall thickness variations in single-point incremental forming, *Journal of Engineering Manufacture*, Vol. 218, No. 11, pp. 1453-1459, 2004.
- [16] L. Zhou, Research on the thickness change laws in numerical control incremental sheet forming, *Jixie Gongcheng Xuebao(Chinese Journal of Mechanical Engineering)*, Vol. 47, No. 18, pp. 50-54, 2011.
- [17] V. K. Astašev, *Ultrasonic processes and machines: dynamics, control and applications*, pp. 17-26, Verlag Berlin Heidelberg:Springer, 2007.
- [18] M. Mahmoudi, *Study of improvement in incremental forming process by ultrasonic vibration*, M.Sc. Thesis, Department of Mechanical Engineering, Arak University of Technology, Arak, 2013. (In Persian)
- [19] A. Petek, K. Kuzman, B. Suhač, Autonomous on-line system for fracture identification at incremental sheet forming, *CIRP Annals - Manufacturing Technology*, Vol. 58, No. 1, pp. 283-286, 2009.
- [20] G. Ambrogio, L. Filice, F. Micari, A force measuring based strategy for failure prevention in incremental forming, *Journal of Materials Processing Technology*, Vol. 177, No. 1-3, pp. 413-416, 2006.
- [21] A. Petek, *The definition of stable technological window by incremental sheet metal forming*, PhD Thesis, University of Ljubljana, Ljubljana, 2009.

فاصله ابزار تا لبه افقی قالب در مرحله یک (m)	$h_{z_1}$
فاصله ابزار تا لبه افقی قالب در مرحله دو (m)	$h_{z_2}$
فاصله افقی مرکز ابزار از لبه قالب (m)	$h_x$
فاصله عمودی مرکز ابزار از لبه قالب (m)	$h_z$
سختی استاتیکی (N/m)	$k_0$
ضریب استحکام (N/m-2)	$K$
طول نصف اندازه دهانه قالب (m)	$L$
طول قوس تماس ابزار و ورق در مرحله یک (m)	$\ell_{2_1}$
طول قوس تماس ابزار و ورق در مرحله دو (m)	$\ell_{2_2}$
طول ورق تغییرشکل نیافته بین ابزار و ورق در مرحله یک (m)	$\ell_{3_1}$
طول ورق تغییرشکل نیافته بین ابزار و ورق در مرحله دو (m)	$\ell_{3_2}$
گشتاور خمکاری (N.m)	$M$
توان کارسختی	$m$
تعداد گام‌های پایین رونده	$n$
نیروی تغییرشکل (N)	$P$
شعاع ابزار (m)	$R_t$
شعاع ابزار (m)	$R_t$
(sec) زمان	$t$
ضخامت ورق تغییرشکل یافته (m)	$t_d$
نیروی کشش ورق (N)	$T_s$
نیروی کشش با اعمال ارتعاشات	$T_u$
جابه‌جایی (m)	$u$
سرعت پیشروی ابزار در جهت ارتعاشات (m/s)	$v$
سرعت زاویه‌ای (rad/s)	$\omega$
زاویه جانبی تماس ابزار و ورق (rad)	$\gamma$
کرنش در جهت x	$\varepsilon_x$
زاویه تماس ابزار و ورق در مرحله یک (rad)	$\theta_1$
زاویه تماس ابزار و ورق در مرحله دو (rad)	$\theta_2$
پیشروی ابزار در جهت جانبی (m)	$\Delta x$
اندازه گام پایین رونده (m)	$\Delta z$
زاویه تماس (rad)	$\theta$
تنش ایجاد شده در ورق (N/m-2)	$\sigma$
شعاع تار خنثی ورق در تماس با ابزار (m)	$r_t$

## 7- مراجع

- [1] A. Petek, K. Kuzman, J. Kopač, Deformations and forces analysis of single point incremental sheet metal forming, *Materials Science and Engineering*, Vol. 35, No. 2, pp. 35-42, 2009.