



## بررسی فرآیند شکل دهی افزایشی ورق های فلزی به کمک نوسانات مافوق صوت

عباس پاک<sup>1\*</sup>، حامد دیلمی عضدی<sup>1</sup>، مهدی محمودی<sup>2</sup>

1- استادیار، مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی اراک، اراک

2- دانشجوی کارشناسی ارشد، مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی اراک، اراک

\* ایران، اراک، کد پستی 38181-41167، a.pak@arakut.ac.ir

### اطلاعات مقاله

مقاله پژوهشی کامل  
دریافت: 14 اردیبهشت 1393  
پذیرش: 18 خرداد 1393  
ارائه در سایت: 06 مهر 1393

کلید واژگان:

فرآیند شکل دهی افزایشی ورق های فلزی  
نوسانات التراسونیک  
نیروی شکل دهی  
مدل تحلیلی نیروی شکل دهی

### چکیده

فرآیند شکل دهی افزایشی یکی از روش های شکل دهی است که به دلیل عدم نیاز به قالب خاص برای تولید قطعات با تعداد کم و نمونه سازی سریع مورد توجه قرار گرفته و تلاش های زیادی برای بهبود آن انجام شده است. یکی از روش های نوین بهبود فرآیندهای شکل دهی استفاده از نوسانات مافوق صوت (التراسونیک) است. هدف از این مقاله بررسی اثر اعمال نوسان التراسونیک به ابزار در فرآیند شکل دهی افزایشی است. برای این منظور ابتدا روابط تحلیلی نیرو در حالت معمولی اصلاح و استخراج شده سپس روابط تحلیلی نیروی شکل دهی با اعمال نوسانات التراسونیک به دست آمده است. سپس، با طراحی، ساخت و اتصال کنگی شکل دهی افزایشی به کمک التراسونیک به دستگاه فرز CNC اثر نوسانات التراسونیک در فرآیند شکل دهی افزایشی بررسی شده است. براساس نتایج به دست آمده از روابط تحلیلی و مقایسه با نتایج عملی می توان تخمینی مناسب از تغییرات نیروی شکل دهی در فرآیند شکل دهی افزایشی معمولی و با اعمال نوسانات التراسونیک ارائه نمود. همچنین، براساس نتایج آزمون های انجام شده نیروی شکل دهی با اعمال نوسانات التراسونیک در مقایسه با نیروی شکل دهی بدون التراسونیک بین 33 تا 63/5 درصد بستگی به شرایط آزمون کاهش یافته است.

## Investigation of Ultrasonic assisted incremental sheet metal forming process

Abbas Pak<sup>1\*</sup>, Hamed Deilami Azodi<sup>1</sup>, Mehdi Mahmoudi<sup>2</sup>

1- Department of Mechanical Engineering, Arak University of Technology, Arak, Iran

2- Department of Mechanical Engineering, Arak University of Technology, Arak, Iran

\* P.O.B. 41167-38181 Arak, Iran, a.pak@arakut.ac.ir

### ARTICLE INFORMATION

Original Research Paper  
Received 04 May 2014  
Accepted 08 June 2014  
Available Online 28 September 2014

#### Keywords:

Incremental Sheet Metal Forming  
Ultrasonic Vibration  
Forming Force  
Analytical Model of Forming Force

### ABSTRACT

Incremental sheet metal forming process is considered as one of methods which able manufacturer to produce parts without dedicated die in low and rapid prototype production, and many researches have been done to improve it. Using of ultrasonic vibration is one of the modern approaches in forming processes which reduce friction and forming force. The purpose of this study is to investigate the effect of ultrasonic vibration applied to the tool in single point incremental sheet metal forming process. For this, first theory of single point incremental forming has been studied; its principle has been investigated and analytical relations have been modified then analytical relations in the case of applying ultrasonic are derived from those. To practical evaluation of applying ultrasonic to this process a set can be installed to the head of CNC milling machine is designed and manufactured. According to results of analytic compared to experimental results a reasonable approximation of forming force variation in normal single point incremental forming process and applying ultrasonic can be offered. Based on tests results forming force in applying ultrasonic compare to normal mode reduces between 33 to 63.5 percent depend on test circumstances.

### 1- مقدمه و پیشینه تحقیق

سازی سریع مورد توجه قرار گرفته و مطالعات زیادی برای بهبود و مدل سازی آن انجام شده است [1-3]. یکی از روش های نوین بهبود فرآیندهای شکل دهی استفاده از نوسانات مافوق صوت (التراسونیک) است که باعث کاهش اصطکاک و نیروی شکل دهی، بهبود کیفیت سطح و افزایش سرعت فرآیند شده است.

اثر ارتعاشات بر فرآیندهای شکل دهی به دو قسمت اثر سطحی و اثر حجمی تقسیم می شود [4] که اثر سطحی مربوط به تأثیر نوسانات بر شرایط اصطکاکی بین سطوح و نیروی اصطکاک و اثر حجمی مربوط به تغییرات

در سال های اخیر، با افزایش تنوع در محصولات و تولیدات سفارشی با تعداد تولید کم استفاده از فرآیندهایی که قابلیت تولید محصول با تنوع زیاد و بدون نیاز به استفاده از تجهیزات خاص دارند، بیشتر شده است. به همین دلیل فرآیندهای شکل دهی ورق های فلزی که امکان تولید قطعات سفارشی و با تعداد کم را با کوتاه کردن زمان طراحی تا تولید فراهم می کنند بیش از پیش مورد توجه قرار گرفته اند. فرآیند شکل دهی افزایشی یکی از روش هایی است که به دلیل عدم نیاز به قالب خاص برای تولید قطعات با تعداد کم و نمونه

Please cite this article using:

A. Pak, H. Deilami Azodi, M. Mahmoudi, Investigation of Ultrasonic assisted incremental sheet metal forming process, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 14, No. 11, pp. 106-114, 2014 (In Persian)

برای ارجاع به این مقاله از عبارت ذیل استفاده نمایید:

نشان می‌دهد. با توجه به این شکل، می‌توان کرنش ایجاد شده در مرحله دوم را به صورت رابطه (1) تعیین کرد.

$$\varepsilon_{x_2} = \ln \left( \frac{\ell_{2_2}}{\ell_{3_1} + \ell_{2_1} + \Delta x - \ell_{3_2}} \right) \quad (1)$$

که در این رابطه  $\Delta x$  میزان پیشروی ابزار در جهت جانبی در هر مرحله از شکل‌دهی است و  $\ell_{3_2}, \ell_{3_1}, \ell_{2_2}, \ell_{2_1}$  به ترتیب طول قوس تماس ابزار و ورق در مرحله اول، طول قوس تماس ابزار و ورق در مرحله دوم، طول ورق تغییر شکل نیافته بین ابزار و قالب در مرحله اول و طول ورق تغییر شکل نیافته بین ابزار و قالب در مرحله دوم است. همچنین،  $\theta_1$  و  $\theta_2$  با توجه به شکل 1 و روابط ارائه شده در مرجع شماره [14] از رابطه (2) محاسبه می‌شود.

$$\theta_i = \sin^{-1} \left[ \frac{\rho_t}{(h_{x_i}^2 + h_{z_i}^2)^{1/2}} \right] - \tan^{-1} \left( \frac{h_{z_i}}{h_{x_i}} \right), i = 1, 2 \quad (2)$$

$$\rho_t = R_t + \frac{1}{2} t_0$$

با مشخص شدن زاویه تماس ابزار و ورق در هر دو مرحله مقادیر  $\ell_{2_2}, \ell_{2_1}, \ell_{3_2}, \ell_{3_1}$  از روابط (5) و (6) تعیین می‌شوند.

با مشخص شدن زاویه تماس ابزار و ورق در هر دو مرحله مقادیر  $\ell_{2_2}, \ell_{2_1}, \ell_{3_2}, \ell_{3_1}$  از روابط (5) و (6) تعیین می‌شوند.

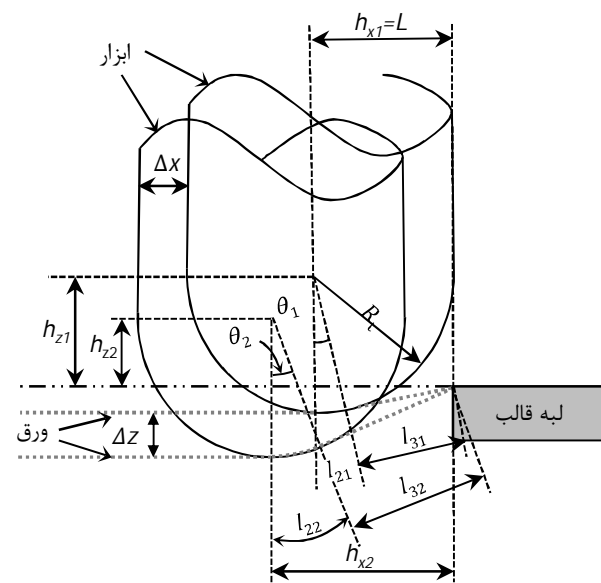
$$h_{x_i} = L + (i - 1) \Delta x, i = 1, 2 \quad (3)$$

$$h_{z_i} = R_t - i \Delta z, i = 1, 2 \quad (4)$$

$$\ell_{2_i} = \rho_t \theta_i, i = 1, 2 \quad (5)$$

$$\ell_{3_i} = (h_{x_i} - h_{z_i} \tan \theta_i) \cos \theta_i = h_{x_i} \cos \theta_i - h_{z_i} \sin \theta_i, i = 1, 2 \quad (6)$$

$\Delta z$  اندازه گام در هر مرحله از شکل‌دهی و  $L$  طول نصف دهانه قالب است. روابط به دست آمده برای کرنش ایجاد شده در ورق از مرحله دوم تا زمانی که  $R_t - n \Delta z > 0$  برقرار است ( $n$  شماره مرحله شکل‌دهی افزایشی است که کرنش در آن مرحله محاسبه می‌شود). زمانی که  $R_t - n \Delta z \leq 0$ ، همان‌طور که در شکل 2 نشان داده شده است، هندسه ابزار و ورق تغییر کرده و برای محاسبه کرنش روابط جدیدی تعیین می‌شود.



شکل 1 هندسه فرآیند شکل‌دهی افزایشی در مرحله دوم شکل‌دهی نسبت به مرحله اول

خواص مواد و تنش تسلیم در اثر نوسانات مافوق صوت است. به‌طور مثال گزارش شده است که در اثر نوسانات مافوق صوت تنش سیلان در تست کشش کاهش می‌یابد که اثر بلاها<sup>1</sup> نامیده شده است [5].

تحقیقات زیادی در جهت استفاده از نوسانات مافوق صوت در کشش سیم انجام شده است که نشان داد کاهش نیروی شکل‌دهی با اعمال این نوسانات به دلیل برهم نهی نیرو<sup>2</sup> است [4]. همچنین، مشخص شده است با استفاده از نوسانات مافوق صوت می‌توان حداکثر سرعت کشش سیم را تا 10 برابر افزایش داد [6]. استفاده از نوسانات مافوق صوت طولی، محوری و مماسی در فرآیند نورد نیز باعث بهبود کیفیت سطح و خواص ماده شده است [7]. در فرآیند اکستروژن نیز نوسانات مافوق صوت باعث کاهش اصطکاک بین قالب و قطعه شده و نیروی شکل‌دهی کاهش می‌یابد [8].

مطالعه تأثیر نوسانات مافوق صوت بر میکروفرمینگ<sup>3</sup> نشان داده است که این ارتعاشات با تغییر شرایط اصطکاک و شرایط روانکاری باعث بهبود سطوح قطعه و کاهش نیروی شکل‌دهی می‌شود [9]. رسولی و همکارانش تأثیر نوسانات مافوق صوت بر چرخ‌کاری لوله را مطالعه نموده و مشاهده نمودند که استفاده از ارتعاشات با توان زیاد باعث کاهش نیروهای مماسی و شعاعی می‌شود [10].

در سال 2011 میلادی، مطالعه‌هایی روی آنالیز تنش با استفاده از روابط تحلیلی در فرآیند شکل‌دهی افزایشی با ارتعاشات انجام شده است. در این مطالعات روابطی تحلیلی براساس قطر ابزار، اندازه گام و خصوصیت ارتعاشات برای نسبت تنش نرمال به تنش برشی ایجاد شده در ورق به دست آمده است. با توجه به نتایج به دست آمده از روابط تحلیلی مشخص شد. با اضافه شدن ارتعاشات تنش شکل‌دهی به‌طور محسوسی تغییر می‌کند [11,12]. در سال 2012 میلادی، شبیه‌سازی عددی تأثیر ارتعاشات با فرکانس 30 تا 100 هرتز بر نیروی شکل‌دهی بررسی شده است که کاهش نیروی شکل‌دهی بر اثر اعمال ارتعاشات را نشان می‌دهد [13].

هدف از این مقاله بررسی اثر استفاده از نوسانات مافوق صوت (فرکانس بالاتر از 20 کیلوهرتز) بر نیروی شکل‌دهی در فرآیند شکل‌دهی افزایشی به صورت تحلیلی و تجربی است. برای این منظور ابتدا فرآیند شکل‌دهی افزایشی مورد مطالعه قرار گرفته و اصول آن بررسی شده و روابط تحلیلی نیرو در حالت بدون اعمال نوسانات آلتراسونیک اصلاح و استخراج شده است. سپس، روابط تحلیلی با اضافه شدن نوسانات آلتراسونیک به روابط تحلیلی معمولی به دست آمده است و در مرحله بعد، برای بررسی تجربی اثر اعمال نوسانات آلتراسونیک بر این فرآیند و ارزیابی روابط تحلیلی، مجموعه‌ای به صورت کلگی قابل نصب روی دستگاه فرز کنترل عددی طراحی و ساخته شده است.

## 2- روابط تحلیلی

### 2-1- تخمین نیروی شکل‌دهی بدون نوسانات آلتراسونیک

در فرآیند شکل‌دهی افزایشی می‌توان تغییر شکل ایجاد شده در ورق را به صورت کشیدگی و خمکاری در نظر گرفت. زاویه کشش در مراحل مختلف فرآیند تغییر کرده، در نتیجه آن نیروی تغییر شکل و نیروی وارد بر ابزار نیز دچار تغییر می‌شود. برای محاسبه نیروی کشش در مرحله اول، کرنش ایجاد شده در ورق با استفاده از روش ارائه شده در مرجع شماره [14] محاسبه و در مراحل بعدی شکل‌دهی روابط جدید کرنش استخراج می‌شود. شکل 1 تغییرات ایجاد شده در ورق را در مرحله دوم نسبت به مرحله اول شکل‌دهی

1- Blaha effect  
2- Force superposition  
3- Micro forming

$$\ell_{4n} = \sqrt{h_{x_n}^2 + d_{z_n}^2} \quad (8)$$

$$\ell_{3n} = \sqrt{\ell_{4n}^2 - \rho_t^2} \quad (9)$$

$\ell_{4n}$ ،  $\ell_{3n}$ ،  $d_{z_n}$  به ترتیب عمق فرورفتگی مرکز ابزار در قالب در مرحله  $n$ ام، طول ورق تغییر شکل نیافته بین ابزار و قالب در مرحله  $n$ ام و طول بردار بین مرکز ابزار و لبه قالب در مرحله  $n$ ام است.

با تعیین مقادیر  $\ell_{4n}$  و  $\ell_{3n}$ ،  $d_{z_n}$  زاویه تماس بین ابزار و ورق را از رابطه (10) حاصل می‌شود.

$$\theta_n = \sin^{-1}\left(\frac{\rho_t}{\ell_{4n}}\right) + \tan^{-1}\left(\frac{d_{z_n}}{h_{x_n}}\right) \quad (10)$$

و در نتیجه کرنش ایجاد شده در ورق در مرحله  $n$ ام از رابطه (11) حاصل می‌شود.

$$\varepsilon_{x_n} = \ln\left(\frac{\ell_{2n}}{\ell_{3n-1} + \ell_{2n-1} + \Delta x - \ell_{3n}}\right) \quad (11)$$

$\ell_{2n}$  و  $h_{x_n}$  با قرار دادن  $i = n$  در روابط (3) و (5) برای مرحله  $n$ ام محاسبه می‌شود.

با مشخص شدن کرنش‌ها و زوایای کشش در مراحل مختلف فرآیند شکل‌دهی می‌توان تنش متناظر با کرنش ایجاد شده را با استفاده از رابطه تنش-کرنش ورق که به صورت  $\sigma = K\varepsilon^m$  است به دست آورد. در این صورت نیروی کشش  $T_s$  ایجاد شده در ورق با توجه به روابط ارائه شده توسط مرجع شماره [14] تعیین می‌شود. طبق رابطه (12) داریم:

$$T_s = B t_d \sigma = B t_d \left(\frac{2}{\sqrt{3}}\right)^{m+1} K \varepsilon^m \quad (12)$$

که در این رابطه  $B$  عرض ورق در تماس با ابزار،  $t_d$  ضخامت ورق تحت کشش تغییر شکل یافته و  $\sigma$ ،  $\varepsilon$ ،  $K$  و  $m$  به ترتیب تنش، کرنش، ضریب استحکام و توان کار سختی ماده است.

مقدار  $B$ ، با توجه به شکل 3، که نمای جانبی از تماس بین ابزار و ورق است، قابل محاسبه است. طبق رابطه (13) داریم:

$$B = \sqrt{R_t^2 - (R_t - \Delta z)^2} = \sqrt{\Delta z(2R_t - \Delta z)} \quad (13)$$

مطالعات پیشین نشان می‌دهد تغییرات ضخامت در فرآیند شکل‌دهی افزایشی با قانون سینوسی قابل محاسبه است [16,15]. از این رو ضخامت ورق تغییر شکل یافته  $t_d$  از رابطه (14) قابل محاسبه است.

$$t_d = t_0 \cos \theta \quad (14)$$

$t_0$  ضخامت ورق تغییر شکل نیافته و  $\theta$  زاویه تماس (کشش) است.

با جایگذاری روابط (14) و (13) در رابطه (12)، رابطه (15) نتیجه می‌شود:

$$T_s = \sqrt{\Delta z(2R_t - \Delta z)} \left(\frac{2}{\sqrt{3}}\right)^{n+1} \times K \varepsilon_x^m t_0 \cos \theta \quad (15)$$

با توجه به شکل 4، مؤلفه افقی نیروی شکل‌دهی کششی ( $F_x$ ) و مؤلفه عمودی نیروی شکل‌دهی کششی ( $F_z$ ) از رابطه (16) و (17) به دست می‌آید.

$$F_x = T_s (1 - \cos \theta) \quad (16)$$

$$F_z = T_s \sin \theta \quad (17)$$

$\theta$  زاویه تماس و  $T_s$  نیروی کششی ورق است.

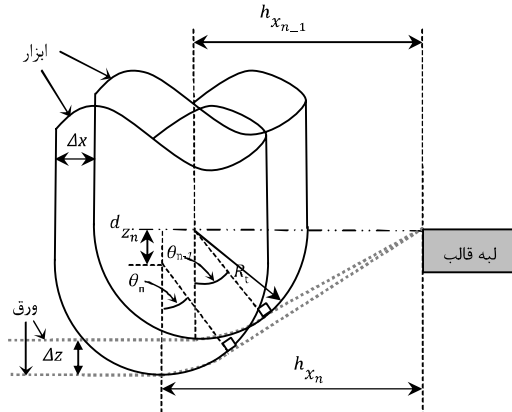
در شکل‌دهی افزایشی، با توجه به شکل 5، مؤلفه‌های نیروی خمکاری به صورت رابطه (18) تعیین می‌شود.

$$F_{b_z} = F_b \cos \gamma \quad (18)$$

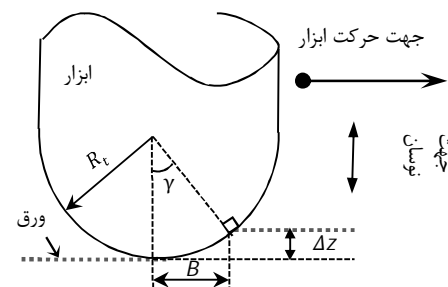
که در آن  $\gamma$ ،  $F_b$  و  $M$  به صورت روابط (19) تا (21) تعریف می‌شوند:

$$\gamma = \cos^{-1}\left(1 - \frac{\Delta z}{R_t}\right) \quad (19)$$

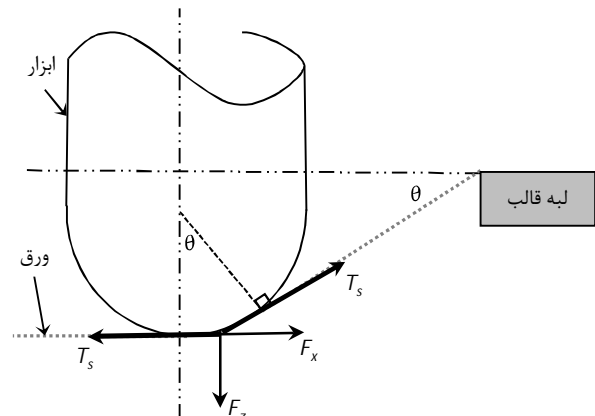
$$F_b = \frac{M}{\tan \theta (R_t \cos \gamma + \Delta z)} \quad (20)$$



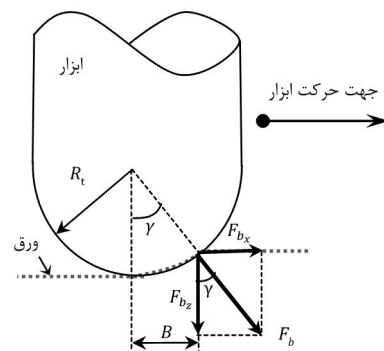
شکل 2 مراحل  $n$ ام و  $n-1$ ام هندسه فرآیند شکل‌دهی افزایشی برای شکل‌دهی در حالت  $R_t - n\Delta z \leq 0$



شکل 3 نمای جانبی هندسه ابزار و ورق در شکل‌دهی افزایشی



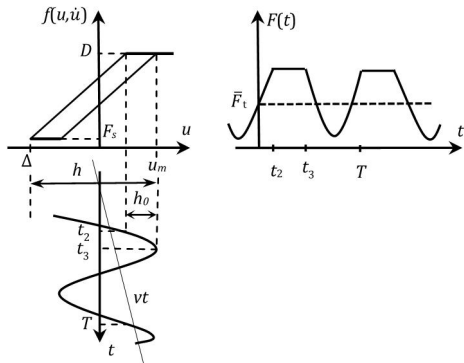
شکل 4 مؤلفه‌های نیروهای شکل‌دهی در فرآیند شکل‌دهی افزایشی



شکل 5 مؤلفه‌های نیروی خمکاری  $F_{b_z}$  و  $F_{b_x}$

با توجه به شکل 2، روابط (7) تا (9) نتیجه می‌شود:

$$d_{z_n} = n\Delta z - R_t \quad (7)$$



شکل 6 شماتیکی از بارگذاری پیوسته در محدوده پلاستیک [17]

که در آن  $a$  دامنه ارتعاشات،  $\omega$  سرعت نوسانی زاویه‌ای،  $v$  سرعت خطی ابزار در جهت ارتعاشات و  $T_s$  نیروی کشش ایجاد شده در ورق بدون ارتعاشات است. ناحیه متأثر از ارتعاشات و تحت کشش را می‌توان ورق مستطیل شکل به طول محیط نیم دایره ابزار  $(\pi \rho_t)$  و پهنای  $B$  و ضخامت  $t_0$  فرض کرد. از این‌رو سختی استاتیکی  $k_0$  از رابطه (26) محاسبه می‌شود.

$$k_0 = E \times B \times t_0 / \pi \rho_t \quad (26)$$

که در آن  $E$ ،  $B$ ،  $\rho_t$  و  $t_0$  به ترتیب شعاع تار خنثی ورق در تماس با ابزار، عرض ورق در تماس با ابزار، ضخامت ورق و مدول الاستیسیته ورق است.

با قرار دادن رابطه (25) در رابطه (16) می‌توان نیروی عمودی وارد بر ابزار در اثر کشش ایجاد شده در ورق با وجود ارتعاشات آلتراسونیک را تعیین نمود. طبق روابط (27) و (28) داریم:

$$F_{xU} = T_U (1 - \cos \theta) \quad (27)$$

$$F_{zU} = T_U \sin \theta \quad (28)$$

با فرض صرف‌نظر از اثر نوسانات آلتراسونیک بر نیروی خمکاری با استفاده از رابطه (27) و (28) نیروی شکل‌دهی کلی وارد بر ابزار در حالت اعمال ارتعاشات از رابطه (29) محاسبه می‌شود.

$$F_{zTU} = F_{zU} + F_{b_z} \quad (29)$$

### 3- شرایط و تنظیمات آزمون‌های تجربی

طراحی آزمایش با توجه به تعداد متغیرها براساس سطح پاسخ با طرح باکس-بنکن انجام شده است. در این طراحی آزمایش با استفاده از مطالعات و شبیه‌سازی عددی و آزمایش‌های اولیه انجام شده پارامترها انتخاب و برای هر حالت سه سطح در نظر گرفته شده است [18].

در جدول 1 مقادیر مختلف متغیرهای ورودی و شرایط انجام آزمون‌ها برای حالت بدون اعمال نوسانات آلتراسونیک و حالت اعمال نوسانات آلتراسونیک آورده شده است.

#### 3-1- طراحی و ساخت کَلگی دستگاہ

در این تحقیق برای اولین بار کَلگی مناسب برای انجام فرآیند شکل‌دهی افزایشی با نوسانات آلتراسونیک طراحی و ساخته شد و در آزمایش‌های تجربی از آن استفاده شد. این مجموعه با نصب بر روی دستگاہ فرز امکان انجام فرآیند شکل‌دهی افزایشی با اعمال نوسانات آلتراسونیک و بدون آلتراسونیک را فراهم می‌آورد.

کَلگی طراحی شده در شکل 7 نشان داده شده است. این کَلگی با تجهیزات کامل خود به پیشانی ماشین فرز اضافه شده است.

$$M = \left( \frac{2}{2+m} \right) \left( \frac{\rho_t \theta K \left( \frac{2}{\sqrt{3}} \right)^{m+1}}{\rho_t^m} \right) \left( \frac{t_d}{2} \right)^{m+2} \quad (21)$$

که در آن  $M$  به ترتیب زاویه تماس ابزار و ورق از نمای جانبی، نیروی خمکاری وارد بر ابزار، مولفه افقی نیروی خمکاری وارد بر ابزار، مولفه عمودی نیروی خمکاری وارد بر ابزار، توان کار سختی و گشتاور لازم برای خمکاری است.

با مشخص شدن مؤلفه عمودی نیروی خمکاری و نیروی عمودی حاصل از کشش ایجاد شده در ورق، نیروی کلی عمودی شکل‌دهی،  $F_{zT}$ ، برآیند این دو نیرو خواهد شد که از روابط (17) و (18) به صورت رابطه (22) حاصل می‌شود:

$$F_{zT} = F_z + F_{b_z} \quad (22)$$

### 2-2- تخمین نیروی شکل‌دهی با اعمال نوسانات آلتراسونیک

با توجه به مطالعات انجام شده در فرآیندهای شکل‌دهی مختلف اثر اعمال ارتعاش بر نیروهای شکل‌دهی با توجه به ویژگی‌های ارتعاشات از جمله دامنه، فرکانس نوسان و مشخصات ماده (مانند ضریب الاستیسیته، تنش تسلیم و سختی) و همچنین نرخ تغییر شکل فرآیند در جهت اعمال ارتعاشات متفاوت است. در فرآیند شکل‌دهی با اعمال نوسانات آلتراسونیک با توجه به رابطه حرکت ارتعاشی ابزار در راستای محور آن،  $u = a \sin \omega t$  که  $a$  دامنه نوسان،  $t$  زمان و  $\omega$  سرعت زاویه‌ای است رابطه مقدار نیروی شکل‌دهی با جابه‌جایی،  $u$  و سرعت نوسانی ابزار،  $\dot{u}$  به صورت رابطه (23) تعیین می‌شود [17].

$$f = f(u, \dot{u}) = \begin{cases} 0 \leq u \leq \Delta, \dot{u} > 0 \\ k_0 u \Delta \leq u \leq \Delta + \frac{D}{k_0}, \dot{u} > 0 \\ D \Delta + \frac{D}{k_0} \leq u \leq u_m, \dot{u} > 0 \\ D + k_0(u - u_m) u_m - \frac{D}{k_0} \leq u \leq u_m, \dot{u} < 0 \\ 0 \leq u \leq u_m - \frac{D}{k_0}, \dot{u} < 0 \end{cases} \quad (23)$$

که در آن  $u_m$  به صورت رابطه (24) تعریف می‌شود.

$$u_m = a \left[ \sqrt{1 - \left( \frac{v}{a\omega} \right)^2} + \frac{v}{a\omega} \cos^{-1} \left( -\frac{v}{a\omega} \right) \right] \quad (24)$$

نیروی تسلیم  $D$  (شکل دهی)،  $k_0$  سختی استاتیکی،  $v$  سرعت خطی ابزار در جهت ارتعاشات،  $\Delta$  فاصله بین ابزار و قطعه تغییر شکل نیافته،  $a$  دامنه نوسان و  $\omega$  سرعت زاویه‌ای است.

جهت بررسی اثر اعمال ارتعاش در فرآیند شکل‌دهی افزایشی می‌توان به دلیل برگشت فنری و با فرض برقرار بودن رابطه  $a \leq D/2k_0$  در این فرآیند نوع ارتعاشات را پیوسته در نظر گرفت. به عبارت دیگر، در طول فرآیند ابزار از ورق جدا نشده و در طول یک سیکل نوسان نیرو به‌طور متغیر به ابزار وارد می‌شود این موضوع به صورت شماتیک در شکل 6، نشان داده شده است.

با صرف‌نظر از اثر ارتعاشات بر نیروی خمکاری می‌توان فرض کرد نیروی شکل‌دهی کششی  $T_s$  در فرآیند شکل‌دهی افزایشی همان نیروی تسلیم  $D$  است. با قرار دادن  $T_s$  به جای  $D$  در رابطه (23) و استفاده از تئوری ضربه و انتگرال‌گیری از این رابطه نیروی شکل‌دهی کشش با وجود ارتعاشات،  $T_U$  به دست آمده است [17]. طبق رابطه (25) داریم:

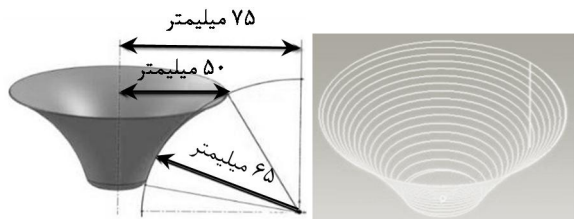
$$T_U = \frac{k_0 a}{2\pi} \left[ 2\pi \left( \frac{T_s}{k_0 a} - 1 + \frac{\pi v}{a\omega} \right) - \sqrt{1 - \left( 1 - \frac{2\pi v}{a\omega} \right)^2} + \left( 1 - \frac{2\pi v}{a\omega} \right) \cos^{-1} \left( 1 - \frac{2\pi v}{a\omega} \right) \right] \quad (25)$$

سازی تبریز با قابلیت حرکت سه محور همزمان استفاده شد. برای انجام فرایند شکل‌دهی، ورق از جنس آلومینیم و به شکل مربعی و با اندازه 130×130 میلیمتر انتخاب شده است. رابطه تنش- کرنش و ضخامت ورق مورد استفاده که از آزمون‌های عملی بدست آمده است در جدول 2 آورده شده است. مطابق شکل 8 نمونه آزمایش به شکل مخروط با زاویه متغیر دیواره و مسیر حرکت ابزار بصورت مارپیچ پیوسته و روانکار مورد استفاده روغن مقاوم 68 بهران است.

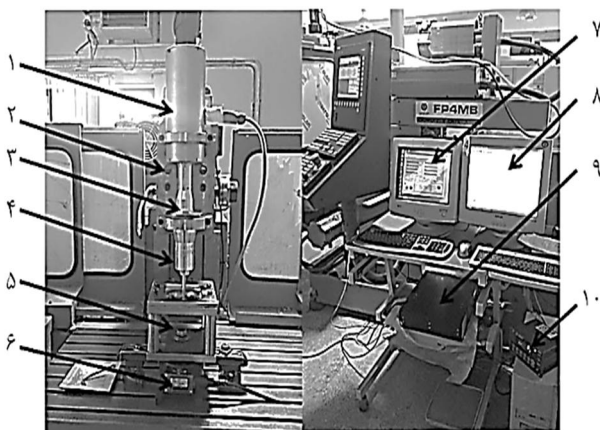
جهت اندازه‌گیری نیروی عمودی وارد بر ابزار از نیروسنج فشاری SEWHA-SL410 با ظرفیت 50 کیلونیوتن استفاده شده است که بین ورقگیر و میز دستگاه نصب شده است. در شکل 9 تجهیزات و وسایل استفاده شده جهت انجام آزمایش‌ها نشان داده شده است. نتایج آزمون‌های تجربی برای حالت اعمال نوسانات آلتراسونیک و معمولی در شرایط مختلف در جدول 3 آورده شده است. همچنین، نمونه‌های شکل داده شده در شکل 10 نشان داده شده است.

جدول 2 خواص ورق آلومینیوم مورد استفاده

جنس	AL 1100
مدول الاستیک (GPa)	70
ضریب پواسون	0/33
چگالی (kg/m <sup>3</sup> )	2700
رابطه تنش-کرنش	$\sigma = 184 \varepsilon^{0.1}$
ضخامت ورق (mm)	0/33



شکل 1 ابعاد نمونه مورد آزمایش با زاویه دیواره متغیر و مسیر حرکت ابزار



شکل 2 تجهیزات و وسایل استفاده شده جهت انجام آزمون‌ها بر روی ماشین فرز CNC  
 1- ترانسدیوسر 2- اتصال دهنده 3- بوستر 4- هورن و ابزار 5- ورقگیر 6- نیروسنج  
 7- نرم افزار کنترل ترانسدیوسر 8- نرم افزار نمایش و ثبت نیرو 9- مولد قدرت  
 ترانسدیوسر 10- نمایشگر نیرو

مبدل تولید نوسانات مافوق صوت مورد استفاده از نوع پیزوالکتریکی دارای توان 3 کیلووات و فرکانس 20 کیلوهرتز است. برای انتقال امواج آلتراسونیک به ابزار یک قطعه انتقال‌دهنده و یک ابزارگیر طراحی و ساخته شده است.



شکل 7 کنگی شکل‌دهی افزایشی با امواج آلتراسونیک

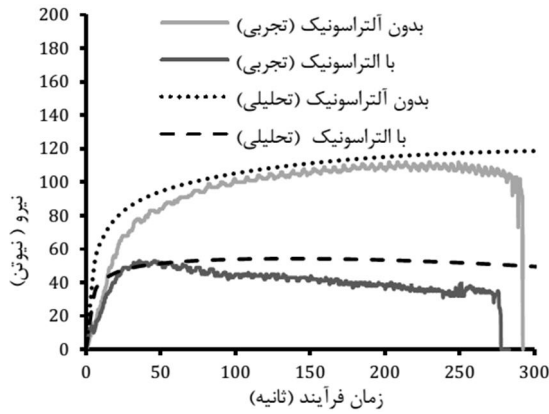
جدول 1 مقادیر متغیرهای ورودی و شرایط انجام آزمون‌ها برای حالت معمولی و حالت اعمال ارتعاشات آلتراسونیک [18]

شماره آزمایش	بدون آلتراسونیک (معمولی)		با آلتراسونیک	
	قطر ابزار (میلیمتر)	انبارگام (میلیمتر)	قطر ابزار (میلیمتر)	انبارگام (میلیمتر)
1	8	0/8	8	0/8
2	8	1/0	8	1/0
3	8	1/0	8	1/0
4	8	1/2	8	1/2
5	10	0/8	10	0/8
6	10	0/8	10	0/8
7	10	1/0	10	1/0
8	10	1/2	10	1/2
9	10	1/2	10	1/2
10	12	0/8	12	0/8
11	12	1/0	12	1/0
12	12	1/0	12	1/0
13	12	1/2	12	1/2

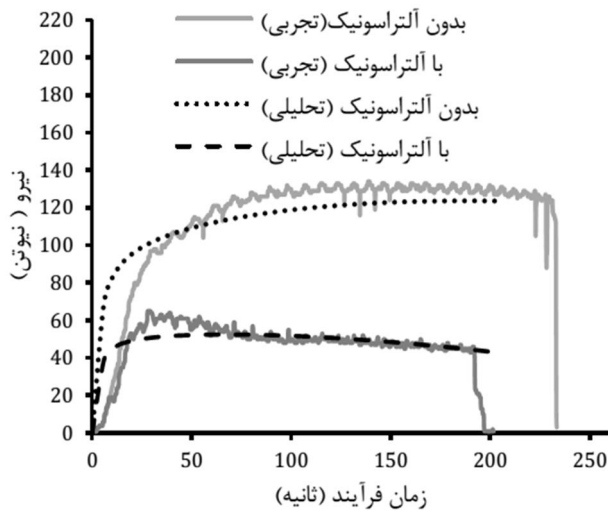
ابزارگیر از جنس آلومینیوم 7075-T6 و ابزار شکل‌دهی به‌صورت سر کروی از جنس فولاد تندبر است. ابزار شکل‌دهی به‌صورت پرسی در داخل قسمت آلومینیمی قرار گرفته است تا انتقال نوسانات به ابزار به‌طور کامل انجام گرفته و از میرایی نوسانات جلوگیری شود. طراحی این قطعه شامل ابزار و ابزارگیر به‌صورت تحلیلی براساس فرکانس و خصوصیات فیزیکی دو ماده انجام و سپس با هندسه واقعی و سایر پارامترهای جنس دو قسمت با روش عددی توسط نرم‌افزار امان محدود تحلیل و ابعاد نهایی استخراج شده است. فرکانس طراحی با توجه به فرکانس مبدل مورد استفاده 20 کیلوهرتز در نظر گرفته شده است [18].

### 2-3- تجهیزات و شرایط آزمایش

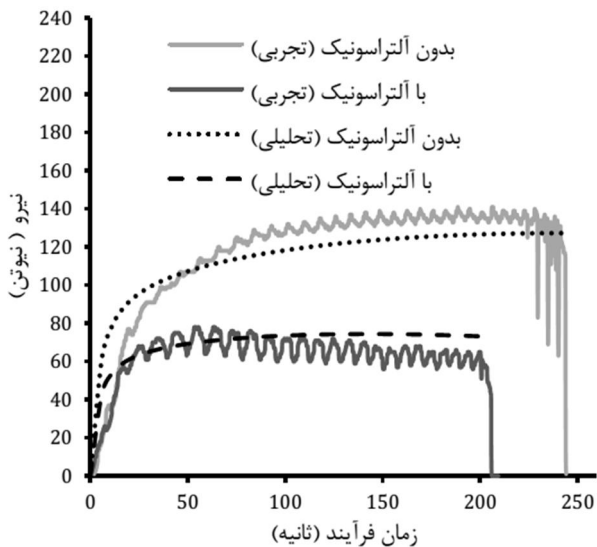
در آزمایش‌های تجربی از ماشین فرز CNC سه محور FP4MB ساخت ماشین



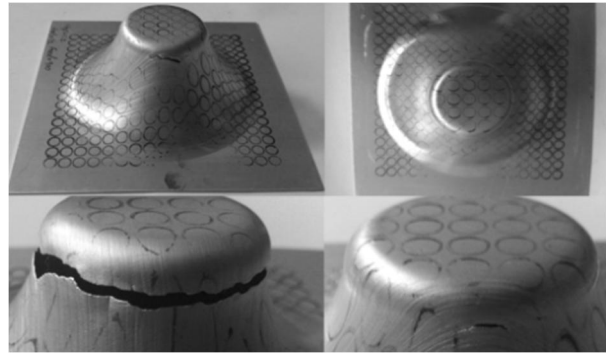
شکل 11 نیروی شکل‌دهی به‌دست آمده از آزمون تجربی و روابط تحلیلی در حالت با آلتراسونیک و بدون آلتراسونیک برای قطر ابزار 8 میلیمتر، اندازه‌گام 0/8 میلیمتر و دامنه 20 میکرون



شکل 12 نیروی شکل‌دهی به‌دست آمده از آزمون تجربی و روابط تحلیلی در حالت با آلتراسونیک و بدون آلتراسونیک برای قطر ابزار 8 میلیمتر، اندازه‌گام 1/2 میلیمتر و دامنه نوسان 20 میکرون



شکل 13 نیروی شکل‌دهی به‌دست آمده از آزمون تجربی و روابط تحلیلی در حالت با آلتراسونیک و بدون آلتراسونیک برای قطر ابزار 10 میلیمتر، اندازه‌گام 1 میلیمتر و دامنه‌نوسان 20 میکرون



شکل (10) شکل نمونه‌ها در آزمون تجربی و پارگی اتفاق افتاده در اثر شکل‌دهی

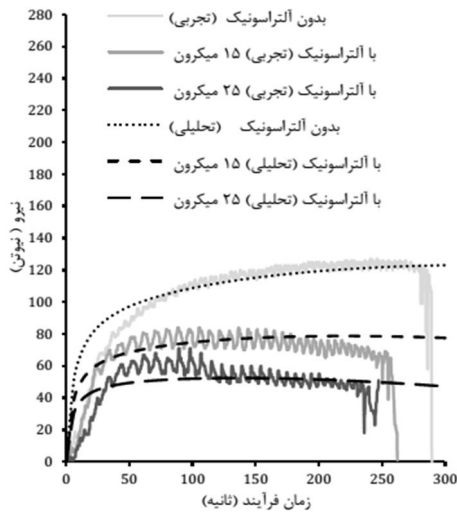
#### 4- نتایج و بحث

##### 4-1- نیروهای شکل‌دهی حاصل از روابط تحلیلی و نتایج تجربی

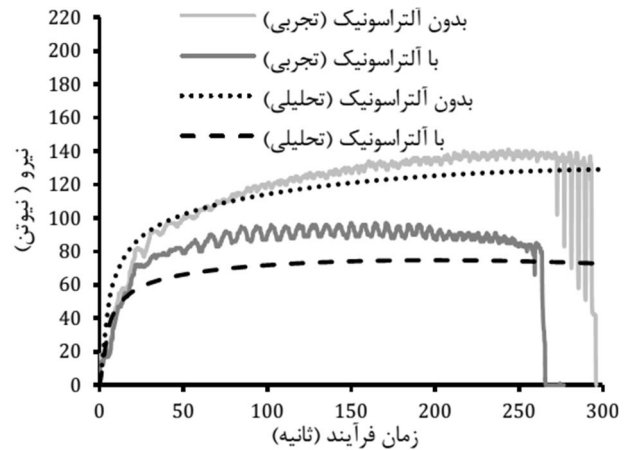
نمودار تغییرات نیروی شکل‌دهی وارد بر ابزار به‌دست آمده از آزمون‌های تجربی و روابط تحلیلی برای ابزار با قطرهای 8، 10 و 12 میلیمتر و اندازه‌گام‌های 0/8، 1/0 و 1/2 میلیمتر در حالت بدون اعمال نوسانات آلتراسونیک و با اعمال ارتعاشات آلتراسونیک با دامنه نوسان 20 میکرون در شکل 11 الی شکل 15، و برای دامنه نوسان 15 و 25 میکرون در شکل 16 الی شکل 19 نشان داده شده است. همان‌طور که مشاهده می‌شود، با توجه به مقادیر به‌دست آمده از روابط تحلیلی و نتایج آزمون‌های عملی، استفاده از نوسانات آلتراسونیک باعث کاهش قابل ملاحظه نیرو شده است. همچنین، همان‌طور که مشاهده می‌شود، نمودارهای حاصل از مدل تحلیلی و نتایج تجربی در حالت بدون اعمال آلتراسونیک دارای تطابق نسبتاً خوبی هستند. همچنین، در تمام حالت‌ها نمودارهای تحلیلی ابتدا نیرو با شیب زیادی افزایش و سپس با شیب کمی تغییر می‌کند. دلیل این موضوع همان‌طور که در روابط تحلیلی استخراج شده مشاهده شد، تأثیر دو مکانیزم خمکاری و کشش است [19]. افزایش اولیه در نیروی شکل‌دهی متأثر از مکانیزم خمکاری بوده [20] و در ادامه مکانیزم کشش باعث افزایش نیرو شده است [21]. نمودارهای تجربی مربوط به حالت بدون آلتراسونیک در ابتدا همانند نمودارهای تحلیلی نیرو با شیب زیادی افزایش یافته اما، در مرحله بعدی تقریباً ثابت شده است. دلیل این پدیده را می‌توان اثر بر هم نهی نازک شدگی دیواره که باعث کاهش نیرو و اثر کار سختی که باعث افزایش نیرو می‌شود، بیان نمود [19-21].

نمودارهای تجربی مربوط به حالت اعمال نوسانات آلتراسونیک همانند نمودارهای تحلیلی این حالت ابتدا نیرو با شیب زیادی افزایش و سپس در مرحله بعدی بر خلاف حالت بدون آلتراسونیک نیرو با شیب قابل ملاحظه‌ای کاهش یافته است. دلیل این پدیده را می‌توان دو عامل اصلی زیر بیان نمود.

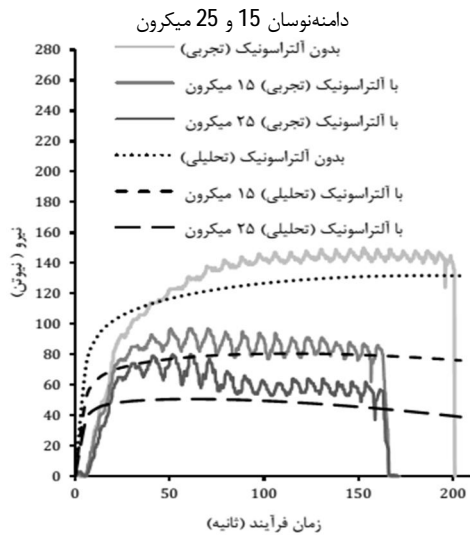
- 1- افزایش حرارت ناشی از نوسانات ایجاد شده توسط امواج آلتراسونیک و گرم شدن ورق است و در نتیجه کاهش تنش تسلیم ماده
  - 2- افزایش کاهش اثر اصطکاک ناشی از نوسانات آلتراسونیک در اثر تغییر زاویه محور ابزار و ورق از حالت عمودی به مماسی هنگام افزایش زاویه کشش نمونه
- اختلاف بین نمودارهای حاصل از مدل تحلیلی و نتایج آزمون‌ها در حالت اعمال نوسانات آلتراسونیک را می‌توان، به‌دلیل ساده‌سازی‌های صورت گرفته در مدل تحلیلی، از جمله صرف‌نظر از نیروی اصطکاک، افزایش دما و کاهش تنش تسلیم و نیز کاهش اصطکاک در اثر نوسانات آلتراسونیک در مدل تحلیلی بیان کرد.



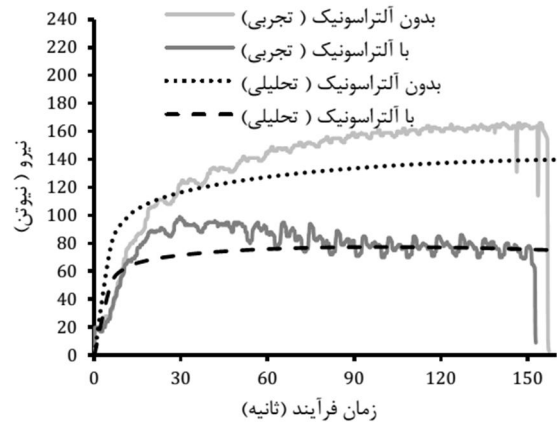
شکل 17 نیروی شکل‌دهی به‌دست آمده از آزمون تجربی و روابط تحلیلی در حالت با آلتراسونیک و بدون آلتراسونیک برای قطر ابزار 10 میلی‌متر، اندازه‌گام 0/8 میلی‌متر و دامنه‌نوسان 20 میکرون



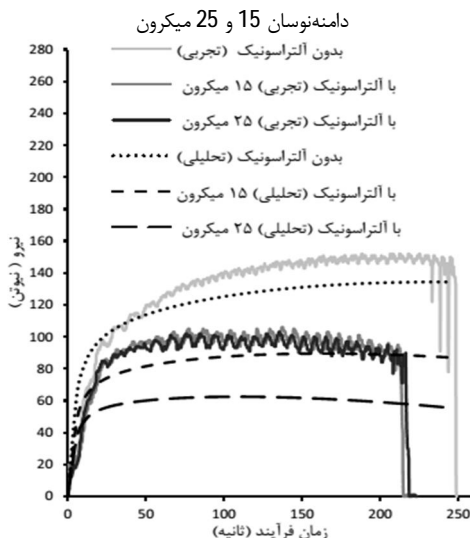
شکل 14 نیروی شکل‌دهی به‌دست آمده از آزمون تجربی و روابط تحلیلی در حالت با آلتراسونیک و بدون آلتراسونیک برای قطر ابزار 12 میلی‌متر، اندازه‌گام 0/8 میلی‌متر و دامنه‌نوسان 20 میکرون



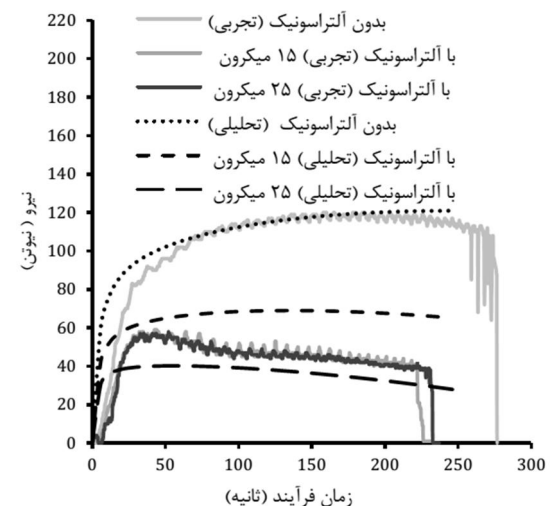
شکل 17 نیروی شکل‌دهی به‌دست آمده از آزمون تجربی و روابط تحلیلی در حالت با آلتراسونیک و بدون آلتراسونیک برای قطر ابزار 10 میلی‌متر، اندازه‌گام 0/8 میلی‌متر و دامنه‌نوسان 25 و 15 میکرون



شکل 15 نیروی شکل‌دهی به‌دست آمده از آزمون تجربی و روابط تحلیلی در حالت با آلتراسونیک و بدون آلتراسونیک برای قطر ابزار 12 میلی‌متر، اندازه‌گام 1/2 میلی‌متر و دامنه‌نوسان 20 میکرون



شکل 18 نیروی شکل‌دهی به‌دست آمده از آزمون تجربی و روابط تحلیلی در حالت با آلتراسونیک و بدون آلتراسونیک برای قطر ابزار 1 میلی‌متر، اندازه‌گام 1/2 میلی‌متر و دامنه‌نوسان 25 و 15 میکرون



شکل 16 نیروی شکل‌دهی به‌دست آمده از آزمون تجربی و روابط تحلیلی در حالت با آلتراسونیک و بدون آلتراسونیک برای قطر ابزار 8 میلی‌متر، اندازه‌گام 1 میلی‌متر و دامنه‌نوسان 15 و 25 میکرون

## 2-4- بررسی و مقایسه نیروی شکل‌دهی در حالت اعمال نوسانات آلتراسونیک و حالت معمولی

در جدول 3، نیروی شکل‌دهی اندازه‌گیری شده در آزمون‌های تجربی برای حالت اعمال نوسانات آلتراسونیک و معمولی با قطر ابزار و اندازه‌گام مختلف و دامنه نوسان متفاوت آورده شده است. همان‌طور که مشاهده می‌شود، در

تمامی شرایط آزمایش در حالت اعمال آلتراسونیک نیروی شکل‌دهی نسبت به حالت معمولی کاهش یافته است. که این کاهش نیرو بین 33/3 تا 63/5 درصد بوده است. همچنین، این کاهش نیرو در مقادیر تحلیلی که از روابط تحلیلی استخراج شده‌اند مشاهده می‌شود، که بیان‌کننده پیش‌بینی و تطابق مناسب روابط تحلیلی به‌دست آمده برای نیروی شکل‌دهی است.

جدول 3 نتایج حاصل از آزمون‌های تجربی برای حالت اعمال نوسانات آلتراسونیک و حالت معمولی در شرایط مختلف آزمایش

شماره آزمایش	قطر ابزار (میلیمتر)	اندازه‌گام (میکرون)	با آلتراسونیک			بدون آلتراسونیک				
			نیروی تجربی (نیوتن)	نیروی تحلیلی (نیوتن)	درصد خطای نتایج تحلیلی (%)	نیروی تجربی (نیوتن)	نیروی تحلیلی (نیوتن)	درصد خطای نتایج تحلیلی (%)		
1	8	0/8	20	40	56	40	110	115	4/5	63/5
2	8	1/0	15	48	68	41/6	120	118	1/6	62/5
3	8	1/0	25	45	40	11/1	120	118	1/6	60
4	8	1/2	20	50	52	4	130	120	7/6	61/5
5	10	0/8	15	75	78	4	123	120	2/4	39
6	10	0/8	25	55	52	5/4	123	120	2/4	55/2
7	10	1/0	20	65	64	1/5	135	126	6/6	51/8
8	10	1/2	15	85	80	5/8	145	130	10/3	41/3
9	10	1/2	25	60	50	16/6	145	130	10/3	58/6
10	12	0/8	20	90	74	17/7	135	127	5/9	33/3
11	12	1/0	15	95	89	6/3	150	134	10/6	36/6
12	12	1/0	25	93	62	33	150	134	10/6	38
13	12	1/2	20	80	77	3/7	160	140	12/5	50

دلایل کاهش نیرو در هنگام اعمال نوسان آلتراسونیک را می‌توان به‌صورت ذیل بیان کرد:

- 1- کاهش ضریب اصطکاک و نیروی اصطکاک بین ابزار و ورق به‌دلیل نوسانات آلتراسونیک و تماس غیر مداوم بین ابزار و ورق
- 2- کاهش تنش تسلیم ماده در اثر نوسانات آلتراسونیک در ماده
- 3- افزایش دمای ناشی از نوسانات آلتراسونیک و کاهش تنش سیلان ماده
- 4- تغییر مکانیزم تماس بین ابزار و ورق از حالت پیوسته به حالت ضربه‌ای

## 5- نتیجه‌گیری

در این مقاله، اثر اعمال نوسانات آلتراسونیک به ابزار در فرآیند شکل‌دهی افزایشی به‌صورت تحلیلی و تجربی مورد مطالعه قرار گرفته و با فرآیند شکل‌دهی افزایشی معمولی مقایسه شده است. برای این منظور مدل تحلیلی فرآیند شکل‌دهی افزایشی بهبود داده شده است و با اضافه نمودن اثر نوسانات آلتراسونیک روابط نیروی شکل‌دهی در حالت اعمال آلتراسونیک به‌دست آمده است. سپس به‌منظور بررسی صحت روابط تحلیلی و بررسی تجربی اثر نوسانات آلتراسونیک بر نیروی شکل‌دهی کنگی شکل‌دهی افزایشی با آلتراسونیک طراحی، ساخته و متصل به‌دستگاه فرز CNC شده است و فرآیند در حالت با اعمال نوسانات آلتراسونیک و بدون اعمال نوسانات آلتراسونیک انجام شده است و نیروی شکل‌دهی اندازه‌گیری شده است. با توجه به نتایج به‌دست آمده از روش‌های تحلیلی و آزمون‌های عملی، می‌توان نتایج کلی این تحقیق را به‌صورت زیر بیان کرد:

1. روابط تحلیلی به‌دست آمده تخمین خوبی از نیروی شکل‌دهی در حالت

بدون التراسونیک و با آلتراسونیک ارائه می‌دهند که علت خطای آن نیز صرف نظر از نیروی اصطکاک و افزایش دمای ایجاد شده در ورق به دلیل وجود آلتراسونیک است.

2. اعمال نوسانات آلتراسونیک به فرآیند شکل‌دهی افزایشی باعث کاهش قابل ملاحظه نیروی شکل‌دهی می‌شود که با توجه به شرایط انجام آزمون‌ها این کاهش به‌طور میانگین 50 درصد و در بهترین حالت 63/5 درصد است.

## 6- فهرست علائم

$a$	دامنه نوسان (m)
$B$	پهنای ورق در تماس با ابزار (m)
$D$	نیروی تسلیم (N)
$E$	مدول الاستیک (N/m-2)
$F$	نیروی اصطکاک (N)
$F_a$	نیروی اصطکاک با ارتعاشات (N)
$F_b$	نیروی خمکاری (N)
$F_{b_x}$	مولفه افقی نیروی خمکاری (N)
$F_{b_z}$	مولفه عمودی نیروی خمکاری (N)
$F_x$	مولفه افقی نیروی شکل‌دهی (N)
$F_z$	مولفه عمودی نیروی شکل‌دهی (N)
$h$	تغییر طول در اثر شکل‌دهی (m)
$h_{x_1}$	فاصله ابزار تا لبه عمودی قالب در مرحله یک (m)
$h_{x_2}$	فاصله ابزار تا لبه عمودی قالب در مرحله دو (m)



- [2] E. Leszak, *Apparatus and process for incremental dieless forming*, US Patent No. 3342051 A, 1967.
- [3] F. C. Minutolo, M. Durante, A. Formisano, A. Langella, Forces analysis in sheet incremental forming and comparison of experimental and simulation results, in *Intelligent Production Machines and Systems*, pp. 229-234, Oxford, UK, 2006.
- [4] C. Winsper, D. Sansome, Fundamentals of ultrasonic wire drawing, *The Journal of Institute of Metals*, Vol. 97, No. 9, pp. 274-280, 1969.
- [5] F. Blaha, B. Langenecker, Dehnung von Zink-Kristallen unter Ultraschalleinwirkung, *Naturwissenschaften*, Vol. 42, No. 20, pp. 556-556, 1955.
- [6] M. Murakawa, M. Jin, The utility of radially and ultrasonically vibrated dies in the wire drawing process, *Journal of Materials Processing Technology*, Vol. 113, No. 1, pp. 81-86, 2001.
- [7] V. P. Severdenko, V. V. Klubovich, A. V. e. Stepanenko, *Ultrasonic rolling and drawing of metals*, New York: Consultants Bureau, 1972.
- [8] K. Rattanachan, C. Chungchoo, Formability in single point incremental forming of dome geometry, *Asian International Journal of Science and Technology in Production and Manufacturing Engineering*, Vol. 2, No. 4, pp. 57-63, 2009.
- [9] G. Ngai, C. Bunget, Influence of ultrasonic vibration on microforming, *Transactions of NAMRI/SME*, Vol. 36, pp. 137-144, 2008.
- [10] M. Rasoli, A. Abdullah, M. Farzin, A. F. Tehrani, A. Taherizadeh, Influence of ultrasonic vibrations on tube spinning process, *Journal of Materials Processing Technology*, Vol. 212, No. 6, pp. 1443-1452, 2012.
- [11] Z. H. Jiang, Y. T. Gong, Z. K. Zhang, Analysis of sheet metal vibration incremental forming Mechanism, *Advanced Materials Research*, Vol. 154, pp. 1526-1529, 2011.
- [12] G. P. Cai, N. Y. Zhu, N. Wen, Stress analysis of sheet metal vibration incremental forming, *Advanced Materials Research*, Vol. 154, pp. 166-170, 2011.
- [13] G. P. Cai, C. W. Xing, Z. H. Jiang, Z. K. Zhang, Sheet Single point vibration incremental forming process simulation and analysis of process parameters, *Advanced Materials Research*, Vol. 430, pp. 74-78, 2012.
- [14] H. Iseki, An approximate deformation analysis and FEM analysis for the incremental bulging of sheet metal using a spherical roller, *Journal of Materials Processing Technology*, Vol. 111, No. 1, pp. 150-154, 2001.
- [15] D. Young, J. Jeswiet, Wall thickness variations in single-point incremental forming, *Journal of Engineering Manufacture*, Vol. 218, No. 11, pp. 1453-1459, 2004.
- [16] L. Zhou, Research on the thickness change laws in numerical control incremental sheet forming, *Jixie Gongcheng Xuebao (Chinese Journal of Mechanical Engineering)*, Vol. 47, No. 18, pp. 50-54, 2011.
- [17] V. K. Astašev, *Ultrasonic processes and machines: dynamics, control and applications*, pp. 17-26, Verlag Berlin Heidelberg: Springer, 2007.
- [18] M. Mahmoudi, *Study of improvement in incremental forming process by ultrasonic vibration*, M.Sc. Thesis, Department of Mechanical Engineering, Arak University of Technology, Arak, 2013. (In Persian)
- [19] A. Petek, K. Kuzman, B. Suhač, Autonomous on-line system for fracture identification at incremental sheet forming, *CIRP Annals - Manufacturing Technology*, Vol. 58, No. 1, pp. 283-286, 2009.
- [20] G. Ambrogio, L. Filice, F. Micari, A force measuring based strategy for failure prevention in incremental forming, *Journal of Materials Processing Technology*, Vol. 177, No. 1-3, pp. 413-416, 2006.
- [21] A. Petek, *The definition of stable technological window by incremental sheet metal forming*, PhD Thesis, University of Ljubljana, Ljubljana, 2009.
- فاصله ابزار تا لبه افقی قالب در مرحله یک (m)  $h_{z_1}$
- فاصله ابزار تا لبه افقی قالب در مرحله دو (m)  $h_{z_2}$
- فاصله افقی مرکز ابزار از لبه قالب (m)  $h_x$
- فاصله عمودی مرکز ابزار از لبه قالب (m)  $h_z$
- سختی استاتیکی (N/m)  $k_0$
- ضریب استحکام (N/m-2)  $K$
- طول نصف دهانه قالب (m)  $L$
- طول قوس تماس ابزار و ورق در مرحله یک (m)  $\ell_{2_1}$
- طول قوس تماس ابزار و ورق در مرحله دو (m)  $\ell_{2_2}$
- طول ورق تغییرشکل نیافته بین ابزار و ورق در مرحله یک (m)  $\ell_{3_1}$
- طول ورق تغییرشکل نیافته بین ابزار و ورق در مرحله دو (m)  $\ell_{3_2}$
- گشتاور خمکاری (N.m)  $M$
- توان کارسختی  $m$
- تعداد گام‌های پایین رونده  $n$
- نیروی تغییرشکل (N)  $P$
- شعاع ابزار (m)  $R_t$
- شعاع ابزار (m)  $R_t$
- زمان (sec)  $t$
- ضخامت ورق تغییرشکل یافته (m)  $t_d$
- نیروی کشش ورق (N)  $T_s$
- نیروی کشش با اعمال ارتعاشات  $T_U$
- جابجایی (m)  $u$
- سرعت پیشروی ابزار در جهت ارتعاشات (m/s)  $v$
- سرعت زاویه‌ای (rad/s)  $\omega$
- زاویه جانبی تماس ابزار و ورق (rad)  $\gamma$
- کرنش در جهت  $x$   $\epsilon_x$
- زاویه تماس ابزار و ورق در مرحله یک (rad)  $\theta_1$
- زاویه تماس ابزار و ورق در مرحله دو (rad)  $\theta_2$
- پیشروی ابزار در جهت جانبی (m)  $\Delta x$
- اندازه گام پایین رونده (m)  $\Delta z$
- زاویه تماس (rad)  $\theta$
- تنش ایجاد شده در ورق (N/m-2)  $\sigma$
- شعاع تار خنثی ورق در تماس با ابزار (m)  $\rho_t$

## 7- مراجع

- [1] A. Petek, K. Kuzman, J. Kopač, Deformations and forces analysis of single point incremental sheet metal forming, *Materials Science and Engineering*, Vol. 35, No. 2, pp. 35-42, 2009.