



ارزیابی دقت روش‌های حوزه‌ی زمان شناسایی مودال از نوع چند ورودی - چند خروجی در آنالیز مودال آزمایشگاهی و عملیاتی

سید علی حسینی کردخیلی^{1*}، سجاد حاجی رضایی²، سید حسن مومنی ماسوله³

1- دانشیار، مهندسی هوافضا، دانشگاه صنعتی شریف، تهران

2- دانشجوی کارشناسی ارشد، مهندسی هوافضا، دانشگاه صنعتی شریف، تهران

3- دانشجوی دکتری، مهندسی هوافضا، دانشگاه صنعتی شریف، تهران

* تهران، صندوق پستی 1458889694، ali.hosseini@sharif.ir

اطلاعات مقاله

مقاله پژوهشی کامل
دریافت: 10 شهریور 1394
پذیرش: 04 آبان 1394
ارائه در سایت: 09 آذر 1394

کلید واژگان:

داده‌های زمانی

تابع همبستگی

فرکانس داده‌برداری

فرکانس طبیعی

ضریب میرایی

چکیده

در پژوهش‌هایی که تاکنون در زمینه آنالیز مودال صورت گرفته، توجه کمتری به روش‌های حوزه زمان شده است. همچنین تاکنون روش‌های مربوط به این دسته با یکدیگر مقایسه نشده‌اند. در این پژوهش مقایسه‌ای بین سه روش مطرح چند ورودی - چند خروجی در حوزه زمان صورت گرفته است. برای انجام این مقایسه، در دو حالت سیستم گسسته (جرم و فنر) و سیستم پیوسته (تیر) ابتدا پارامترهای موثر در دقت خواص مودال استخراج شده تعیین شده است. همچنین این مقایسه برای دو حالت آنالیز مودال آزمایشگاهی و عملیاتی صورت گرفته است یعنی برای هر کدام از روش‌ها، خواص مودال سازه هم از داده‌های مستقیم پاسخ زمانی ضربه (اما) و هم از داده‌های بدست آمده از تابع همبستگی داده‌های زمانی تحریک اتفاقی (وما) استخراج شده است. همچنین حساسیت هر کدام از سه روش مذکور، نسبت به پارامترهای موثر سنجیده شده است به طوری که به ازای چند مقدار مختلف از هر کدام از پارامترها، دقت جواب‌های بدست آمده برای سیستم گسسته مورد بررسی قرار گرفته است. در پایان مقایسه‌ای بین نتایج بدست آمده صورت گرفته و کارایی هر کدام از روش‌ها مورد ارزیابی قرار گرفته است. مشخص شد که نتایج بدست آمده از یکی از روش‌ها برای هر دو حالت آنالیز مودال آزمایشگاهی و عملیاتی، دقیق‌تر و قابل اعتمادتر است و این روش حساسیت کمتری نسبت به پارامترهای تاثیرگذار دارد.

A survey on time domain MIMO identification techniques for experimental and operational modal analysis

Seyed Ali Hosseini Kordkheili*, Sajjad Hajirezaie, Seyed Hassan Momeni Massouleh

Department of Aerospace Engineering, Sharif University of Technology, Tehran, Iran

* P.O.B. 1458889694, Tehran, Iran, ali.hosseini@sharif.ir

ARTICLE INFORMATION

Original Research Paper
Received 01 September 2015
Accepted 26 October 2015
Available Online 30 November 2015

Keywords:

Time history data
correlation function
sampling frequency
natural frequency
damping coefficient

ABSTRACT

A comparison between three different time domain MIMO modal identification techniques i.e., ERA, EITD and PRCE is performed. The comparison is executed for discontinuous (mass and spring) and continuous (beam) systems in two different cases, experimental and operational modal analysis techniques. For this purpose the modal parameters of the system are measured using both direct time history data of impulse response (EMA) as well as correlation function of random response of the structure (OMA). From the results it is noted that some parameters like sampling frequency and total recording time effect their accuracy. Sensitivities of the results due to these parameters are measured and reported for all three considered methods. For this purpose the effecting parameters are altered between a couple of values and the sensitivity of the results is studied for all methods in both EMA and OMA cases. Finally, a comparison between the results of different methods is done and the accuracy of the methods is studied. It is concluded that ERA is the most accurate and reliable method with the least sensitivity to effecting parameters in both EMA and OMA cases.

1- مقدمه

در این بخش ابتدا تاریخچه‌ای از روش‌های مختلف شناسایی مودال ارائه می‌شود در ادامه به معرفی ویژگی‌ها، اهداف و جایگاه این پژوهش پرداخته خواهد شد.

1-1- تاریخچه روش‌های شناسایی مودال

شناسایی مودال در سه دهه اخیر رشد چشمگیری داشته است. الگوریتم‌های مختلفی برای شناسایی خواص مودال سازه‌ها از قبیل تک‌ورودی - تک‌خروجی¹، تک‌ورودی - چندخروجی² و همچنین چند ورودی -

1- Single input – single output (SISO)
2- Single input – multi output (SIMO)

Please cite this article using:

S. A. Hosseini Kordkheili, S. Hajirezaie, S. H. Momeni Massouleh, A survey on time domain MIMO identification techniques for experimental and operational modal analysis, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 15, No. 12, pp. 254-264, 2015 (in Persian)

برای ارجاع به این مقاله از عبارت ذیل استفاده نمایید:

شد، که در واقع توسعه یافته روش ئی آر ای به کمک مهندسی کنترل و سیستم است [9].

اکثر روش‌های حوزه زمان از داده‌های بدست آمده از ارتعاشات آزاد، پاسخ ضربه و یا کاهش اتفاقی¹⁵ استفاده می‌کنند. بعدها فهمیده شده که با استفاده از فیلتر همبستگی¹⁶ یا همان محاسبه تابع همبستگی برای داده‌های دارای نویز می‌توان دقت جواب‌های بدست آمده را بالا برد. [10]

روش‌های تحلیل مودال به دو دسته عمده روش‌های حوزه فرکانس و حوزه زمان تقسیم می‌شوند. روش‌های حوزه فرکانس اغلب از تبدیل فوریه سریع استفاده می‌کنند و پارامترهای مودال سازه را در حوزه فرکانس به دست می‌آورند. روش‌های حوزه زمان با پیشرفت تئوری کنترل مدرن و صنعت کامپیوتر توسعه داده شدند و از داده‌های مستقیم پاسخ زمانی سازه استفاده می‌کنند و از مشکلات مربوط به تبدیل فوریه و نشت مصون می‌باشند.

روش‌های آنالیز مودال در حوزه زمان در برابر روش‌های حوزه فرکانس از مزایای متعددی برخوردارند. همان‌طور که گفته شد این روش‌ها به تحریک و به ابزارهایی که برای اندازه‌گیری نیروهای تحریک استفاده می‌شوند بستگی ندارند، بنابراین به حجم کمتری از داده‌های ورودی احتیاج دارند. از آنجایی روش‌های حوزه زمان بر پایه FRF بنا نشده‌اند، به عنوان جایگزینی برای شناسایی و تحلیل مودهای نزدیک به هم قابل استفاده است. این روش‌ها در شناسایی مودهای فرکانس پایین سازه از دقت بالاتری برخوردارند. همچنین روش‌های حوزه زمان از آن‌جا که با داده‌های خام خروجی سازه سروکار دارند و از فیلترها و پنجره‌های¹⁷ مختلف در شناسایی مودال استفاده نمی‌کنند دقت بالاتری در شناسایی ضرایب میرایی و مودهای نزدیک به هم سازه دارند [11].

1-2- آنالیز مودال محیطی

روش‌های آنالیز مودال کلاسیک محدودیت‌هایی دارند که در زیر به برخی از آن‌ها اشاره می‌کنیم:

1) در این روش‌ها معمولا از تحریک مصنوعی برای اندازه‌گیری تابع پاسخ فرکانسی یا تابع پاسخ ضربه استفاده می‌شود. در حالی که اندازه‌گیری پاسخ فرکانسی و پاسخ ضربه در تست‌های واقعی و سازه‌های بزرگ عملا غیر ممکن است.

2) در روش‌های آنالیز مودال کلاسیک تنها در محیط آزمایشگاه قابل اجرا می‌باشند. در حالی که در کاربردهای صنعتی شرایط کاملا متفاوت است.

3) در این روش‌ها تنها رفتار دینامیکی یک قطعه مجزا از سازه مورد نظر، قابل بررسی است و در نتیجه شرایط مرزی موجود، باید با استفاده از فرضیات منطقی شبیه‌سازی شوند.

از اوایل دهه 1990، آنالیز مودال عملیاتی (وما)¹⁸ توجه مهندسان بسیاری از عمران را در کاربردهایی مانند سکوه‌های دریایی، ساختمان‌ها، برج‌ها، پل‌ها و غیره به خود جلب کرده است. وما که از آن با نام‌های آنالیز مودال محیطی، تحریک طبیعی و خروجی تنها نیز یاد می‌شود، فقط از پاسخ سازه در اثر بارهای طبیعی یا محیطی وارده در شرایط عملیاتی، برای شناسایی خواص مودال استفاده می‌کند. وما در صنایع هوافضا و مکانیک نیز کاربرد گسترده‌ای دارد. برخی از مزایای این روش عبارتند از:

چندخروجی¹ در حوزه‌های مختلف زمان، فرکانس و فضا توسعه داده شده‌اند. آنالیز مودال آزمایشگاهی (اما)² کاربردهای مختلفی در بهبود رفتار دینامیکی سازه‌ها، توسعه مدل تحلیلی، کنترل فعال و غیرفعال ارتعاشات سازه‌ها، پایش سلامت سازه‌ها در هوافضا، مکانیک و عمران پیدا کرده است.

شناسایی مودال، ابتدا از روش‌های مختلف نمایش تابع پاسخ فرکانسی³ از قبیل دامنه- فاز، بخش حقیقی - بخش موهومی و دیاگرام نایکوئیست⁴ آغاز شد. روش‌هایی از قبیل تشخیص قله، فیت کردن دایره و فیت کردن خط از این روش‌ها به حساب می‌آیند که از آن‌ها به‌عنوان روش‌های شناسایی مودال غیرپارامتری نیز یاد می‌شود. روش‌های تشخیص مودال پارامتریک در دهه 1970 پیشرفت چشمگیری داشتند. روش نمایی مختلط (سی ئی)⁵ در سال 1974 معرفی شد که به عنوان اولین روش پارامتریک تک‌ورودی - تک‌خروجی به حساب می‌آید. دو سال بعد روش سی ئی به براساس تئوری کمترین مربعات به روش تک‌ورودی - چندخروجی ارتقا یافت که از آن به عنوان روش نمایی مختلط کمترین مربعات (ال اس سی ئی)⁶ یاد می‌شود. [1] در همان سال روش حوزه زمان ابراهیم (آی تی دی)⁷ نیز برای حالت تک‌ورودی - چندخروجی پیشنهاد شد که از حل مقادیر ویژه (برای شناسایی فرکانس طبیعی و ضریب میرایی سیستم) و بردارهای ویژه (برای شناسایی شکل مودها) استفاده می‌کرد [2].

در دهه 1980 با معرفی روش چندجمله‌های کسری حقیقی (آر اف پی)⁸ اولین روش شناسایی مودال در حوزه فرکانس معرفی شد. این روش براساس چندجمله‌ای‌های متعامد (مثلا چندجمله‌ای‌های فورسیت⁹) کار می‌کرد [3]. در سال 1985 روش تک‌ورودی - چندخروجی مربوطه به آن نیز معرفی شد [4].

در سال 1982 اولین روش تشخیص مودال چندورودی - چندخروجی توسعه داده شده که پیشرفت مهمی برای آنالیز مودال آزمایشگاهی به حساب می‌آمد. این روش همان روش ال اس سی ئی ارتقا یافته است که از آن با عنوان نمایی مختلط چند مرجعی (پی آر سی ئی)¹⁰ یاد می‌شود [5]. در حالت تک‌ورودی - چندخروجی از آنجایی که تنها یک نقطه از سازه تحریک می‌شود امکان دارد برخی از مودهای سازه تحریک نشوند، که این مشکل در روش چندورودی - چندخروجی مربوطه برطرف شد به این ترتیب با روش‌های چندورودی - چندخروجی، آنالیز مودال آزمایشگاهی، توانایی تشخیص مودهای نزدیک به هم و حتی مودهای تکراری را پیدا کرد. روش آی تی دی نیز که در محدوده روش‌های تک‌ورودی - چندخروجی قرار می‌گرفت، در سال 1984 به روشی چندورودی - چندخروجی با عنوان حوزه زمانی ابراهیم گسترش یافته¹¹ (ئی آی تی دی) ارتقا یافت [6]. همچنین در همین سال الگوریتم تشخیص سیستم ویژه (ئی آر ای)¹² که با توصیف فضای حالت یک سیستم دینامیکی خطی کار می‌کرد نیز معرفی شده که موفقیت بزرگی به حساب می‌آمد [7]. در ادامه نسخه‌های مختلفی از این روش از قبیل ئی آر ای/اوکید¹³ [8] و تشخیص معادل کواریانس مارکو¹⁴ نیز معرفی

- 1- Multi input - multi output (MIMO)
- 2- Experimental Modal Analysis (EMA)
- 3- Frequency Response Function
- 4- Nyquist
- 5- Complex Exponential (CE)
- 6- Least Squares Complex Exponential (LSCE)
- 7- Ibrahim Time Domain (ITD)
- 8- Rational Fractional Polynomials (RFP)
- 9- Forsythe
- 10- Polyreference Complex Exponential (PRCE)
- 11- Extended Ibrahim Time Domain (EITD)
- 12- Eigensystem Realization Algorithm (ERA)
- 13- ERA/OKID
- 14- Q-Markov Covariance Equivalent Realization (QMC)

15- Random Decrement
16- Correlation Filter
17- window
18- Operational Modal Analysis (OMA)

تی دی و یک روش دیگر در حوزه زمان در حالت آنالیز مودال عملیاتی انجام داد. در این مقایسه تنها از داده‌های خروجی یک سیستم جرم و فنر دو درجه آزادی استفاده شده بود [12]. در پژوهش دیگری در نیوزلند نتایج به دست آمده دو روش آنالیز مودال عملیاتی در حوزه فرکانس و یک روش در حوزه زمان برای یک پل سیمانی با یکدیگر مقایسه شدند [13]. در پژوهشی دیگر که در ایتالیا بر روی سکوه‌های یک استادیوم ورزشی صورت گرفته است، نتایج به دست آمده از دو روش حوزه زمان سی تی و ال اس سی تی و یک روش حوزه فرکانس باز هم در شرایط محیطی با یکدیگر مقایسه شدند [14].

از مباحث دیگری که در این پژوهش مد نظر قرار خواهد گرفت شناسایی پارامترهای تاثیرگذار و مطالعه اثر هر کدام از این پارامترها بر دقت نتایج خواهد بود. در پژوهش‌های قبلی پارامترهای موثر بر دقت نتایج به دست آمده از روش تی آر ای در ترکیب با روش تحریک طبیعی استخراج شده است [15].

با وجود مزایای روش‌های حوزه زمان به علت پیچیدگی بیشتر این روش‌ها، در پژوهش‌های که تاکنون در زمینه آنالیز مودال صورت گرفته است به این روش‌ها توجه کمتری شده است و کارایی این روش‌ها تاکنون نسبت به روش‌های حوزه فرکانس کمتر مورد ارزیابی قرار گرفته است. در مقالاتی که تاکنون به چاپ رسیده‌اند دقت و کارایی روش‌های حوزه زمان با یکدیگر مقایسه نشده‌اند و غالباً مقایسه بین یک روش حوزه زمان و یک روش حوزه فرکانس صورت گرفته است. از نوآوری‌های این مقاله، این است که مقایسه برای سه روش چندورودی - چند خروجی حوزه زمان، یعنی تی آر ای تی دی، تی آر ای و پی آر سی تی صورت گرفته است. در واقع در این مقاله سه روش حوزه زمان با یکدیگر مقایسه شده‌اند که مقایسه به این صورت که تنها روش‌های حوزه زمان چندورودی - چند خروجی را برای مقایسه در نظر بگیرد تاکنون انجام نشده است. به طوری که جواب‌های بدست آمده از این روش‌ها برای سیستم گسسته و سیستم پیوسته با یکدیگر مقایسه خواهند شد. همچنین در این مقاله مقایسه برای دو حالت آنالیز مودال آزمایشگاهی و آنالیز مودال عملیاتی صورت گرفته که این موضوع نیز از نکات جدید این پژوهش می‌باشد.

از نکات جدید دیگری که در این پژوهش مد نظر قرار گرفته است اثر پارامترهای مختلف بر دقت نتایج به دست آمده از این روش‌ها می‌باشد. پارامترهایی همچون فرکانس داده‌برداری، تعداد داده‌های زمانی در نظر گرفته شده، بر دقت و کیفیت نتایج استخراج شده از هر کدام از روش‌ها تاثیر می‌گذارند که در پژوهش‌های قبلی اثر این پارامترها بررسی نشده است. اما در پژوهش صورت گرفته در این مقاله، اثر این پارامترها بر دقت جواب‌های به دست آمده از تک تک این روش‌ها بررسی خواهد شد.

2- معرفی روش‌ها

در این فصل خلاصه فرآیند مربوط به سه روش تی آر ای تی دی، پی آر سی تی و تی آر ای به همراه روابط ریاضی حاکم بر هر کدام آورده شده است. همچنین روش استفاده و نحوه به کارگیری هر کدام از روش‌ها بیان شده است. لازم به ذکر است که در طی این فرآیند برای جلوگیری از اتلاف وقت از اشاره به بسیاری از جزئیات و اثبات روابط استفاده شده خودداری شده است.

2-1- روش تی آر ای تی دی

در این روش ابتدا بردار پاسخ زمانی نقاط سازه به صورت سری رابطه (1) نوشته می‌شود:

- (1) ارزان و فوری بودن این روش، اوما نیازی به ابزارهای تحریک دقیق و شبیه‌سازی شرایط مرزی ندارد و برخلاف روش‌های اما کفایت تنها پاسخ سازه اندازه‌گیری شود.
 - (2) می‌توان خواص دینامیک چیدمان کامل سازه را بدست آورد، در حالی که در روش‌های اما تنها می‌توان خواص یک قسمت از سازه را به طور جداگانه بدست آورد.
 - (3) به علت تحریک اتفاقی با پهنای وسیع، خواص مدل، تحت بارگذاری واقعی خطی می‌شوند.
 - (4) تمام نقاط سازه را می‌توان به عنوان مرجع انجام محاسبات انتخاب کرد. برای همین روش‌های استفاده شده در اوما از نوع چندورودی - چندخروجی می‌باشند.
 - (5) شناسایی مودال محیطی نه تنها در کنترل سازه، بلکه در پایش سلامت و شناسایی خرابی سازه‌ها قابل استفاده می‌باشد.
- چالش‌های پیش رو در آنالیز مودال محیطی عبارتند از:

- (1) تنها داده‌های خروجی سیستم برای شناسایی خواص مودال سازه استفاده می‌شوند.
- (2) از آن جا که این روش‌ها در محیط عملیاتی سازه اجرا می‌شوند نسبت نويز به سیگنال برای داده‌های اندازه‌گیری شده بیشتر از شرایط آزمایشگاهی می‌باشد.

در سال 1992 روش تحریک طبیعی¹ معرفی شد که در محاسبه خواص مودال سازه از روش‌های آنالیز مودال کلاسیک چندورودی - چندخروجی در حوزه زمان (مانند پی آر سی تی، تی آر ای و آی تی دی) استفاده می‌کند. در همین دهه روش قدرتمندی به نام شناسایی سیستم فضای حالت زیرفضا² توسعه داده شد که از براساس شناسایی تصادفی³ عمل می‌کند. روش‌های آرما و آرماوی نیز از روش‌های اوما در حوزه زمان می‌باشند. همه روش‌های حوزه زمان دارای مشکل اساسی در شناسایی مرتبه مدل دینامیکی می‌باشند. برای همین هنگام استفاده از این روش‌ها مودهای غیرواقعی نیز شناسایی می‌شوند. لازم به ذکر است می‌توان از داده‌های ارتعاشات آزاد نیز برای این روش استفاده کرد. در روش‌های اما پاسخ ضربه سیستم از طریق تبدیل فوریه سریع معکوس پاسخ فرکانسی سیستم می‌توان محاسبه شود و لذا تعداد مودهای جعلی کمتر خواهد بود. در روش‌های اوما مشکل تشخیص مرتبه مدل و شناسایی مودهای جعلی از مودهای واقعی سیستم حادثتر است. برای رفع این مشکل ابزارهای اعتبارسنجی مختلفی توسعه داده شده‌اند. معیار تضمین مودال⁴، ضریب اطمینان مودال⁵، همبستگی دامنه مودال⁶ و نشانگر مشارکت مودال⁷ برخی از این ابزارها می‌باشند. روش‌های گرافیکی نظیر رسم منحنی‌های پایداری نیز می‌تواند در شناسایی مودهای غیرواقعی سیستم مؤثر باشد [10].

تا این‌جا کار، خلاصه‌ای از تاریخچه ابداع و توسعه روش‌های شناسایی مودال و همچنین لزوم استفاده از روش‌های آنالیز مودال عملیاتی ارائه شده است. هدف از انجام این پژوهش مقایسه نتایج به دست آمده از سه روش مطرح چندورودی - چندخروجی در حوزه زمان می‌باشد. برینکر مقایسه‌ای برای نتایج به دست آمده برای ضرایب میرایی از دو روش تی آر ای و تی آر ای

1- Natural Excitation Technique (NExT)
2- Subspace State-space System Identification (4SID)
3- Stochastic Realization
4- Modal Assurance Criterion (MAC)
5- Modal Confidence Factor (MCF)
6- Modal Amplitude Coherence (MAmC)
7- Modal Participation Indicator (MPI)

در نهایت ماتریس A به صورت رابطه (11) نوشته می‌شود: [16]

$$A = \frac{A_{11} + A_{12} + A_{21} + A_{22}}{4} \quad (11)$$

که از حل مقدار ویژه ماتریس A شکل مودها و مقادیر ویژه سیستم بدست می‌آیند.

2-2- روش پی آر سی ئی

همان‌طور که قبلاً نیز اشاره شد، این روش در واقع بهبودیافته روش‌های سی ئی و ال اس سی ئی برای حالت چندورودی-چندخروجی می‌باشد. با فرض وجود q نقطه ورودی، برای پاسخ زمانی خروجی l ام از سازه مطابق رابطه (12) می‌توان نوشت:

$$h_{i1}(t) = \sum_{r=1}^{2N} r A_{i1} e^{s_r t}$$

$$h_{i2}(t) = \sum_{r=1}^{2N} r A_{i2} e^{s_r t}$$

$$h_{iq}(t) = \sum_{r=1}^{2N} r A_{iq} e^{s_r t} \quad (12)$$

$$[V] = \begin{bmatrix} e^{s_1 t} & & & 0 \\ & e^{s_2 t} & & \\ & & \ddots & \\ 0 & & & e^{s_{2N} t} \end{bmatrix} \quad (13)$$

در این روش می‌توان ثابت کرد که ماتریس‌های $[\beta_i]$ طوری وجود دارند که معادله زیر برقرار باشد و $2N$ مقدار ویژه از حل چندجمله‌ای ماتریسی رابطه (14) بدست می‌آید:

$$[\beta_0] + [\beta_1][W][V] + [\beta_2][W][V]^2 + \dots + [\beta_L][W][V]^L = [0] \quad (14)$$

که در آن $[\beta_0], \dots, [\beta_L]$ ماتریس‌های حقیقی مربعی با مرتبه q (تعداد نقاط ورودی) می‌باشند و $[W]$ ماتریس مشارکت مودال نامیده می‌شود. در این روش مطابق رابطه (15) دو برابر تعداد مودهای شناسایی شده از چندجمله‌ای ماتریسی برابر حاصل ضرب مرتبه چندجمله‌ای در ابعاد ماتریس ضرایب می‌باشد:

$$2N = Lq \quad (15)$$

یعنی برای این که حداقل $2N$ مود برای سازه بدست آید باید رابطه (16) برقرار باشد:

$$Lq \geq 2N \quad (16)$$

در ادامه ماتریس $[\beta_i]$ برابر $[I]$ قرار داده می‌شود.

حال با در نظر گرفتن N_t داده زمانی ($N_t \geq L$) می‌توان ماتریس‌های $[\beta_i]$ را می‌توان به کمک روابط (17) تا (22) و استفاده از داده‌های پاسخ زمانی ضبط شده محاسبه کرد:

$$[B_T] = \frac{[h_T'] [h_T]^T ([h_T] [h_T]^T)^{-1}}{q \times Lq} \quad (17)$$

$$[B_T] = [\beta_0] [\beta_1] \dots [\beta_{L-1}] \quad (18)$$

$$[h_T] = [h_1] [h_2] \dots [h_p] \quad (19)$$

$$[h_T'] = \frac{[h_1'] [h_2'] \dots [h_p']}{q \times N_t p} \quad (20)$$

$$[h_i] = \begin{bmatrix} \{h_i(0)\} & \{h_i(\Delta t)\} & \dots & \{h_i((N_t - 1)\Delta t)\} \\ \{h_i(\Delta t)\} & \{h_i(2\Delta t)\} & \dots & \{h_i(N_t \Delta t)\} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \{h_i((L - 1)\Delta t)\} & \{h_i(L\Delta t)\} & \dots & \{h_i((L + N_t - 2)\Delta t)\} \end{bmatrix} \quad (21)$$

$$[h_i'] = -\{h_i((L)\Delta t)\} \{h_i((L + 1)\Delta t)\} \dots \{h_i((L + \dots))\} \quad (22)$$

$$x(t) = \psi_1 e^{s_1 t} + \psi_2 e^{s_2 t} + \dots \quad (1)$$

که در این روابط کمیت ψ_r بردار شکل مود r ام سازه و کمیت s_r نیز برای مود r ام به صورت رابطه (2) تعریف می‌شود:

$$s_r = -\omega_r \zeta_r + i\omega_r \sqrt{1 - \zeta_r^2} \quad (2)$$

با توجه به این که در عمل داده‌های مربوط به پاسخ زمانی سیستم با یک فرکانس داده‌برداری مشخص خوانده می‌شوند مطابق رابطه (3) می‌توان نوشت:

$$x(k\Delta t) = \psi_1 e^{s_1 k\Delta t} + \psi_2 e^{s_2 k\Delta t} + \dots = \psi_1 \alpha_1^k + \psi_2 \alpha_2^k \dots \quad (3)$$

که در آن پارامتر Δt فاصله زمانی میان دو داده پشت سر هم ضبط شده برحسب ثانیه می‌باشد. از آنجایی که این روش از دسته روش‌های چندورودی-چندخروجی به حساب می‌آید، ماتریس $h(k)$ برای زمان k ام به صورت رابطه (4) نوشته می‌شود:

$$h(k) = \begin{bmatrix} x_{11}(k) & x_{12}(k) & \dots & x_{1q}(k) \\ x_{21}(k) & x_{22}(k) & \dots & x_{2q}(k) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ x_{p1}(k) & x_{p2}(k) & \dots & x_{pq}(k) \end{bmatrix} \quad (4)$$

که در این ماتریس گزاره x_{ij} پاسخ نقطه i ام سازه در اثر ضربه و روی به نقطه j ام می‌باشد. همچنین برای انجام شناسایی مودال p نقطه از سازه برای ضبط پاسخ زمانی q نقطه از آن برای ضربه ورودی در نظر گرفته شده است. به این ترتیب ماتریس هنکل به صورت رابطه (5) نوشته می‌شود:

$$H = \begin{bmatrix} h(1) & h(2) & h(3) & \dots \\ h(2) & h(3) & h(4) & \dots \\ h(3) & h(4) & h(5) & \dots \\ h(4) & h(5) & h(6) & \dots \end{bmatrix} \quad (5)$$

با تقسیم ماتریس هنکل به دو بخش مطابق رابطه (6)، می‌توان نوشت:

$$H_1 = \begin{bmatrix} h(1) & h(2) & \dots \\ h(2) & h(3) & \dots \end{bmatrix}, H_2 = \begin{bmatrix} h(3) & h(4) & \dots \\ h(4) & h(5) & \dots \end{bmatrix} \quad (6)$$

با نوشتن ماتریس‌های A_1 و A_2 به صورت رابطه (7):

$$A_1 = H_2 H_1^T (H_1 H_1^T)^{-1}, \quad A_2 = H_2 H_2^T (H_1 H_2^T)^{-1} \quad (7)$$

معمولاً حل مقدار ویژه را برای میانگین دو ماتریس A_1 و A_2 انجام می‌دهند.

$$A = \frac{A_1 + A_2}{2} \quad (8)$$

می‌توان ثابت کرد که با انجام حل مقدار ویژه برای ماتریس A بردارهای ویژه به دست آمده همان شکل مودها و مقادیر ویژه به دست آمده همان $e^{s_r \Delta t}$ می‌باشد.

در حالتی که سازه دارای دو مود نزدیک به هم می‌باشد باید از دو دسته داده زمانی با فاصله زمانی دلخواه $h_1(t)$ و $h_2(t)$ صورت رابطه (9)، استفاده کرد.

$$H_{11} = \begin{bmatrix} h_1(1) & h_1(2) & \dots \\ h_1(2) & h_1(3) & \dots \end{bmatrix}$$

$$H_{12} = \begin{bmatrix} h_1(3) & h_1(4) & \dots \\ h_1(4) & h_1(5) & \dots \end{bmatrix}$$

$$H_{21} = \begin{bmatrix} h_2(1) & h_2(2) & \dots \\ h_2(2) & h_2(3) & \dots \end{bmatrix}$$

$$H_{22} = \begin{bmatrix} h_2(3) & h_2(4) & \dots \\ h_2(4) & h_2(5) & \dots \end{bmatrix} \quad (9)$$

که در این حالت چهار ماتریس A به صورت رابطه (10) تعریف می‌شود:

$$A_{11} = H_{12} H_{11}^T (H_{11} H_{11}^T)^{-1}, \quad A_{12} = H_{12} H_{12}^T (H_{11} H_{12}^T)^{-1}$$

$$A_{21} = H_{22} H_{21}^T (H_{21} H_{21}^T)^{-1}, \quad A_{22} = H_{22} H_{22}^T (H_{21} H_{22}^T)^{-1} \quad (10)$$

همچنین k عددی بزرگتر یا مساوی یک می‌باشد. از تجزیه مقدار ویژه¹ ماتریس $[H(0)]$ مطابق رابطه (29) می‌توان نوشت:

$$[H(0)] = \begin{bmatrix} [U] & [\Sigma] & [V]^T \\ pr \times qs & pr \times pr & pr \times ps \end{bmatrix} \quad (29)$$

ماتریس $[H(0)]$ به تعداد $2N$ مقدار منفرد خواهد داشت یا به عبارتی رنک آن $2N$ خواهد بود که برابر با مرتبه سیستم فضای حالت است. $[H(0)]$ را می‌توان به کمک $2N$ ستون اول $[u]$ و $[v]$ طبق رابطه (30) نیز محاسبه کرد.

$$[H(0)] = \begin{bmatrix} [U_{2N}] & [\Sigma_{2N}] & [V_{2N}]^T \\ pr \times qs & pr \times 2N & 2N \times qs \end{bmatrix} \quad (30)$$

که رابطه (31) نیز بین ماتریس‌های $[U_{2N}]$ و $[V_{2N}]$ برقرار می‌باشد:

$$[U_{2N}]^T [U_{2N}] = [V_{2N}]^T [V_{2N}] = [I] \quad (31)$$

ماتریس‌های $[E_p]$ و $[E_q]$ به صورت روابط (32) و (33) تعریف می‌شوند:

$$[E_p]^T = \begin{bmatrix} [I] & [0] & \dots & [0] \\ p \times pr \end{bmatrix} \quad (32)$$

$$[E_q] = \begin{bmatrix} [I] \\ [0] \\ \vdots \\ [0] \\ qs \times q \end{bmatrix} \quad (33)$$

در نهایت با انجام عملیات نسبتاً پیچیده ریاضی، می‌توان ثابت کرد که ماتریس‌های $[R]$ و $[A]$ به صورت روابط (34) و (35) بدست می‌آیند. از این ماتریس‌ها در شناسایی پارامترهای مودال سازه استفاده می‌شوند:

$$[R] = [E_p]^T [U_{2N}] [\Sigma_{2N}]^{-\frac{1}{2}} \quad (34)$$

$$[A] = [\Sigma_{2N}]^{-\frac{1}{2}} [U_{2N}]^T [H(1)] [V_{2N}] [\Sigma_{2N}]^{-\frac{1}{2}} \quad (35)$$

برای شناسایی خواص مودال سیستم باید مسئله مقدار ویژه رابطه (36) را حل کرد:

$$[A] \{\Psi_u\} = \lambda \{\Psi_u\} \quad (36)$$

که $2N$ شکل مود سیستم به صورت رابطه (37) محاسبه خواهد شد:

$$\{\Psi_x\} = [R] \{\Psi_u\} \quad (37)$$

مقادیر λ بدست آمده نیز به صورت روابط (38) تا (40) خواهد بود:

$$\lambda_r = e^{s_r \Delta t} = e^{(s_r^R + i s_r^I) \Delta t} \quad (38)$$

$$\omega_r = \sqrt{(s_r^R)^2 + (s_r^I)^2} \quad (39)$$

$$\zeta_r = -\frac{s_r^R}{\sqrt{(s_r^R)^2 + (s_r^I)^2}} \quad (40)$$

2-4- روش تحریک طبیعی

همان‌طور که در فصل قبل نیز اشاره شده این روش، از مجموعه روش‌های آنالیز مودال محیطی در حوزه زمان می‌باشد. طبق روش تحریک طبیعی تابع همبستگی² تحریک طبیعی سازه (مانند تحریک محیطی یا عملیاتی و یا نویز سفید) را می‌توان به صورت جمع توابع سینوسی نمایی³ نوشت، به طوری که پارامترهای مودال از قبیل فرکانس‌های طبیعی، ضریب میرایی و ضریب شکل مود هر تابع سینوسی⁴ مشابه خواص مربوط به همان مود سازه می‌باشد.

برای این که ماتریس بدست آمده از این رابطه رتبه کامل داشته باشد باید رابطه $N_t p \geq Lq$ برقرار باشد. با حل مسئله مقدار ویژه رابطه (23) می‌توان مقادیر ماتریس $[V]$ و $[W]$ را بدست آورد:

$$\begin{bmatrix} -[\beta_{L-1}] & -[\beta_{L-2}] & \dots & -[\beta_1] & -[\beta_0] \\ [I] & [0] & \dots & [0] & [0] \\ \vdots & \vdots & \dots & \vdots & \vdots \\ [0] & [0] & \dots & [I] & [0] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \{z_{L-1}\} \\ \{z_{L-2}\} \\ \vdots \\ \{z_0\} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \{z_{L-1}\} \\ \{z_{L-2}\} \\ \vdots \\ \{z_0\} \end{Bmatrix} \quad (23)$$

که در آن بردار $\{W_r\}$ طبق رابطه (24) قابل محاسبه می‌باشد:

$$\{z_0\} = \{W_r\} \quad (24)$$

با حل معادله بدست آوردن Lq مقدار ویژه V_r می‌توان فرکانس‌های طبیعی و ضرایب میرایی سیستم را محاسبه کرد. مقادیر بدست آمده برای $\{z_0\}$ همان مقادیر $\{W_r\}$ می‌باشند. با کنار هم قرار دادن این بردارها ماتریس مشارکت مودال محاسبه خواهد شد. رابطه (25) برای مانده‌های سیستم برقرار است:

$$\begin{Bmatrix} \{h_i(0)\} \\ \{h_i(\Delta t)\} \\ \vdots \\ \{h_i(L\Delta t)\} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} [W][V]^0 \\ [W][V]^1 \\ \vdots \\ [W][V]^L \end{bmatrix} \{A_{i1}\} \quad (25)$$

یا به بیان ساده‌تر می‌توان رابطه (26) را نوشت:

$$\{H_i\} = \begin{bmatrix} [W_V] \\ (L+1)q \times 1 \end{bmatrix} \{A_{i1}\} \quad (26)$$

که در نهایت بردار مانده‌های سیستم به صورت رابطه (27) محاسبه خواهد شد:

$$\{A_{i1}\} = (\{H_i\}^H [W_V])^{-1} \{H_i\}^H \{H_i\} \quad (27)$$

که در آن توان H بیانگر ترانهاده هرمیتی می‌باشد. این محاسبات برای همه نقاط خروجی سیستم تکرار خواهد شد ($i=1, \dots, p$) به این ترتیب تمام مانده‌های سازه بدست خواهند آمد که به کمک آن‌ها می‌توان شکل مودهای سیستم را محاسبه کرد.

2-3- روش ئی آر ای

این روش از دسته روش‌های شناسایی مودال در حالت چندورودی - چندخروجی می‌باشد که برای بدست آوردن و اثبات آن از مباحث مربوط به تئوری کنترل استفاده شده است. همچنین در این روش روابط دینامیکی حاکم بر سیستم به فضای حالت انتقال داده شده‌اند. در اینجا خلاصه‌ای از روابط حاکم بر این روش و نحوه بدست آوردن خواص مودال به اصول حاکم بر این روش، آورده شده است. در این روش پس از نوشتن ماتریس هنکل به صورت رابطه (28):

$$H(k-1) = \begin{bmatrix} [X(k)] & [X(k+1)] & \dots & [X(k+s-1)] \\ [X(k+1)] & [X(k+2)] & \dots & [X(k+s)] \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ [X(k+r-1)] & [X(k+r)] & \dots & [X(k+r+s-2)] \end{bmatrix} \quad (28)$$

که در آن r و s دو عدد طبیعی می‌باشند و به گونه‌ای انتخاب می‌شوند که رتبه ماتریس هنکل به یک مقدار ثابت برسد و ابعاد ماتریس کمینه شود.

1- Singular Value Decomposition (SVD)

2- Correlation Function

3- Exponential Sinusoids

4- Sinusoids

جدول 1 فرکانس‌های طبیعی برحسب رادیان بر ثانیه بدست آمده از سه روش در
Table 1 Natural frequencies extracted by each method in EMA

مود	واقعی	ئی آی تی دی	پی آر سی ئی	ئی آر ای
1	28.46	28.46	28.46	28.46
2	83.08	83.08	83.08	83.08
3	130.97	130.98	130.98	130.98
4	168.25	168.28	168.16	168.29
5	191.90	191.98	192.33	191.98

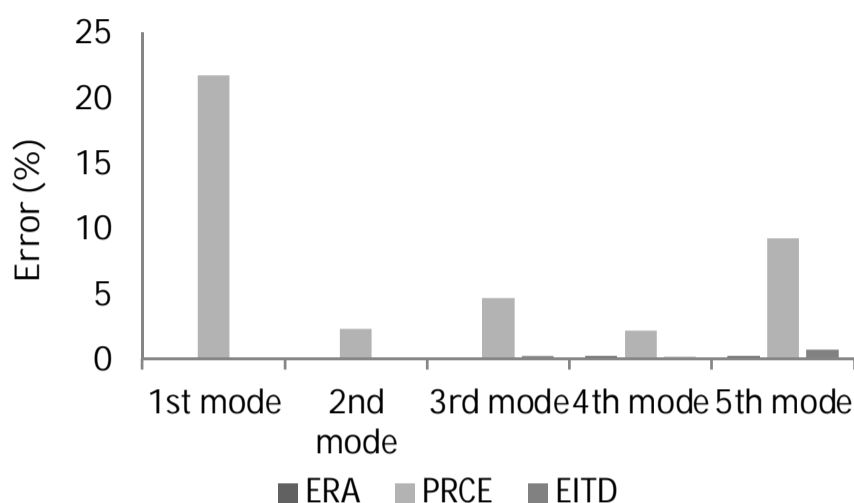


Fig. 2 Error in damping ratios extracted by the three methods in EMA

شکل 2 خطای مربوط به ضرایب میرایی به دست آمده از سه روش در اما

همچنین نمودارهای مک و اوتومک بدست آمده از هر کدام از این روش‌ها نیز بسیار خوب می‌باشد و شکل ایده‌آل آن رعایت شده است.

3-2- روش اوما برای سیستم جرم و فنر

در این قسمت سیستم مورد نظر در چند نقطه با تحریک ضربه مواجه شده و پس از اعمال تابع همبستگی به پاسخ زمانی سیستم پارامترهای مودال استخراج شده است. در روش‌های ئی آر ای و ئی آی تی دی حالت در مجموع 1900 داده زمانی از سیستم با فرکانس 200 هرتز به کار گرفته شده است. برای روش پی آر سی ئی 400 داده زمانی با فرکانس 100 هرتز ضبط شده است. مقادیر بدست آمده از این روش‌ها برای فرکانس طبیعی و ضرایب میرایی به ترتیب در جدول 2 و شکل 3 نمایش داده شده است.

نمودارهای مک و اوتومک در این حالت نیز برای هر سه روش بسیار خوب می‌باشد و فرم ایده‌آل بدست آمده است. برای دو روش ئی آر ای و ئی آی تی دی اگر تعداد داده‌های به کار گرفته شده در محاسبه تابع همبستگی افزایش داشته باشد، دقت محاسبه ضرایب میرایی مود اول و دوم افزایش می‌یابد و سایر اعداد بدست آمده تغییری نمی‌کند. مثلاً به ازای 14000 داده زمانی ضرایب میرایی دو مود اول به صورت جدول 3 می‌باشد.

4- بررسی پارامترهای حساسیت

4-1- آنالیز حساسیت برای حالت اما

4-1-1- روش ئی آر ای

4-1-1-1- تعداد داده‌های زمانی ثبت شده

با فرکانس داده‌برداری 200 هرتز و تحریک درجات آزادی 5، 3 و 1 با ضربات جداگانه در این روش به ازای سه حالت 10، 20 و 30 داده زمانی تغییری در دقت جواب‌ها مشاهده نشده است.

4-1-1-2- فرکانس داده‌برداری

به ازای 20 عدد داده زمانی و تحریک درجات آزادی 5، 3 و 1 با ضربات جداگانه، استخراج پارامترهای مودال برای فرکانس‌های داده‌برداری 50،

به این ترتیب روش‌های حوزه زمان چندورودی - چندخروجی را می‌توان برای شناسایی خواص سازه به کار برد با این تفاوت که به جای پاسخ ضربه از تابع همبستگی استفاده می‌شود.

در این روش، تابع همبستگی $R_{ij}(t)$ بین پاسخ نقاط i و j در زمان t ، در واقع به عنوان پاسخ نقطه i در اثر ضربه ورودی به نقطه j در نظر گرفته می‌شود. توابع همبستگی را می‌توان با کمک یکی از روش‌های کاهش اتفاق و یا تبدیل فوریه معکوس چگالی طیف قدرت¹ بدست آورد. [19]

تابع همبستگی بین پاسخ زمانی گسسته دو نقطه از سازه به کمک رابطه (41) محاسبه می‌شود:

$$R_{ij}(m) = \frac{1}{N} \sum_{n=1}^{N-m+1} x_i(n)x_j(x+m-1) \quad (41)$$

که در آن N تعداد کل داده‌های ضبط شده می‌شود. با افزایش N دقت محاسبه تابع همبستگی بالاتر می‌رود [20].

3- نتایج بدست آمده برای سیستم گسسته

در این قسمت یک سیستم جرم و فنر ساده در محیط سیمولینک² نرم‌افزار متلب³ مدل شده است و خواص مودال آن از سه روش ئی آر ای، پی آر سی ئی و ئی آی تی دی در دو حالت اما و اوما استخراج شده است. مدل جرم و فنر در نظر گرفته شده، به صورت شکل 1 می‌باشد. که در آن

$$m_1 = m_2 = m_3 = m_4 = m_5 = 1 \text{ kg}$$

$$k_1 = k_2 = k_3 = k_4 = k_5 = 10000 \frac{\text{N}}{\text{m}}$$

$$c_1 = c_2 = c_3 = c_4 = c_5 = 1 \frac{\text{N.s}}{\text{m}}$$

برای این سیستم پارامترهای مودال محاسبه شده است. لازم به ذکر است از آنجایی که میرایی سیستم، نسبی می‌باشد شکل مودهای سیستم، مشابه حالت بدون میرایی است.

3-1- روش اما برای سیستم جرم و فنر

در ادامه خواص دینامیکی این سیستم در محیط سیمولینک نرم‌افزار متلب شبیه‌سازی شده و پاسخ زمانی آن در ازای سه ورودی ضربه مجزا (در سه نقطه مختلف سیستم) ضبط شده است. نتایج بدست آمده از اعمال روش‌های ئی آر ای، پی آر سی ئی و ئی آی تی دی بر روی پاسخ بدست آمده به شرح زیر است. در روش ئی آر ای از فرکانس داده‌برداری 100 هرتز استفاده شده است، و داده برداری برای بازه زمانی 0.09 تا 0.34 ثانیه صورت گرفته است. در روش پی آر سی ئی نیز از فرکانس داده‌برداری 100 هرتز استفاده شده است و داده‌برداری در بازه زمانی 0.04 تا 0.23 ثانیه صورت گرفته است و در روش ئی آی تی دی نیز از دوره داده‌برداری 0.008 ثانیه استفاده شده است و 20 داده زمانی از لحظه 0.04 ثانیه به بعد صورت گرفته است. فرکانس‌های طبیعی و ضرایب میرایی بدست آمده به ترتیب در جدول 1 و شکل 2 آمده است.

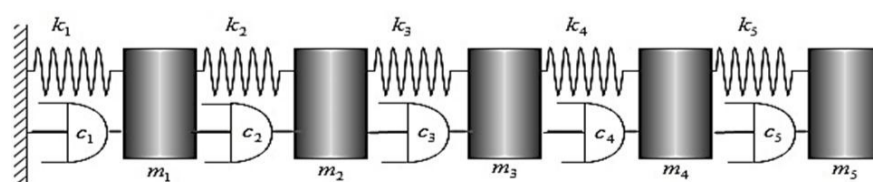


Fig. 1 simulated 5-DOF mass and spring system

شکل 1 مدل گسسته 5 درجه آزادی جرم و فنر

1- Power Spectrum Density
 2- Simulink
 3- MATLAB

فرکانس‌های طبیعی تغییر چندانی مشاهده نشده است، ولی دقت محاسبه ضریب میرایی مربوط به مدهای چهارم و پنجم حساسیت بیشتری نسبت به این پارامتر از خود نشان داده است که این موضوع در جدول 5 نشان داده شده است.

4-1-2-2- فرکانس داده‌برداری

به ازای 20 عدد داده زمانی و تحریک درجات آزادی 5، 3 و 1 با ضربات جداگانه، نتایج بدست آمده به شرح جدول 6 و جدول 7 می‌باشد.

4-1-2-3- نقاط تحریک شده

به ازای فرکانس داده‌برداری 100 هرتز و 20 داده زمانی با تغییر نقاط تحریک فرکانس‌های طبیعی شناسایی شده تغییر چندانی نیافته است ولی حساسیت ضرایب میرایی شناسایی شده به این پارامتر (شکل 4) چشمگیر می‌باشد.

4-1-3- روش ئی آئی تی دی

4-1-3-1- تعداد داده‌های زمانی ضبط شده

با فرکانس داده برداری 200 هرتز و تحریک درجات آزادی 5، 3 و 1 با ضربات جداگانه در این روش به ازای سه حالت 10، 20 و 30 داده زمانی تغییری در دقت جواب‌ها مشاهده نشده است.

جدول 5 اثر تعداد داده‌های زمانی در محاسبه ضریب میرایی (اما - پی آر سی ئی)

Table 5 Effect of recording length on the accuracy of estimated damping ratios (EMA-PRCE)

شماره مود	10 داده زمانی		20 داده زمانی		30 داده زمانی	
	ξ	خطا (%)	ξ	خطا (%)	ξ	خطا (%)
4	0.84	0.44	0.85	0.43	0.85	0.50
5	0.95	0.52	0.95	0.94	0.95	1.31

جدول 6 اثر فرکانس داده‌برداری در دقت محاسبه فرکانس‌های طبیعی رادیان بر

ثانیه (اما - پی آر سی ئی)

Table 6 Effect of sampling frequency on the accuracy of estimated natural frequencies

مود	50 هرتز	100 هرتز	200 هرتز	500 هرتز
1	28.463	28.46	جعلی	جعلی
2	83.08	83.08	جعلی	جعلی
3	130.99	130.98	جعلی	جعلی
4	جعلی	168.29	جعلی	جعلی
5	جعلی	191.97	191.83	جعلی

جدول 7 اثر فرکانس داده‌برداری در دقت محاسبه ضرایب میرایی (اما - پی آر سی ئی)

Table 7 Effect of sampling frequency on the accuracy of estimated damping ratios

مود	50 هرتز		100 هرتز		200 هرتز		500 هرتز	
	ξ	خطا (%)	ξ	خطا (%)	ξ	خطا (%)	ξ	خطا (%)
1	0.14	0.00	0.14	0.00	-	-	-	-
2	0.42	0.19	0.42	0.12	-	-	-	-
3	0.66	0.49	0.66	0.41	-	-	-	-
4	-	-	0.84	0.43	-	-	-	-
5	-	-	0.95	0.94	59.11	زیاد	-	-

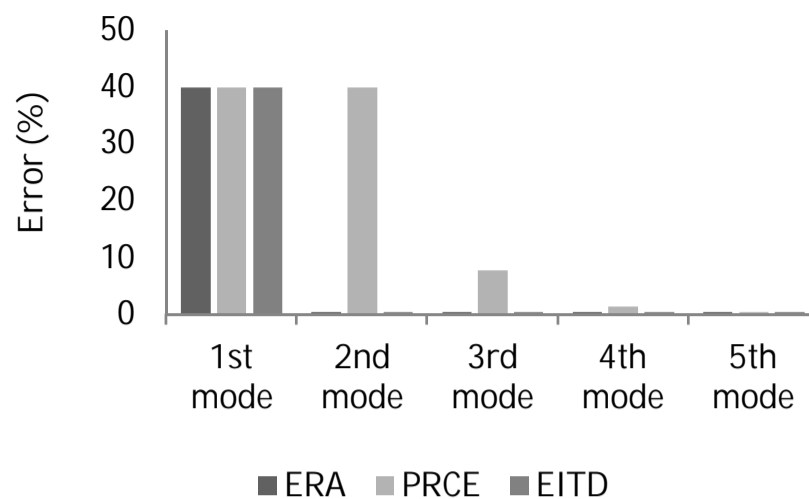


Fig.3 Error in damping ratios extracted by the three methods in OMA

شکل 3 خطای مربوط به ضرایب میرایی به دست آمده از سه روش در اوما

جدول 2 فرکانس‌های طبیعی رادیان بر ثانیه بدست آمده از 3 روش در اوما

Table 2 Natural frequencies extracted by each method in OMA

مود	واقعی	ئی آئی تی دی	پی آر سی ئی	ئی آر آئی
1	28.46	28.46	28.46	28.46
2	83.08	83.08	83.05	83.08
3	130.97	130.98	130.98	130.98
4	168.25	168.27	168.28	168.27
5	191.90	191.95	191.95	191.95

جدول 3 ضرایب میرایی بهبود یافته بدست آمده برای مود اول و دوم

Table 3 Enhanced damping ratios for the first two modes using a longer recording time

مود	ضریب میرایی (%)	خطا (%)
مود اول	0.14	0.70
مود دوم	0.42	0.07

200، 500 و 1000 هرتز انجام شده است. به ازای فرکانس داده‌برداری 50 هرتز تنها 3 مود اول سازه شناسایی شده‌اند. به ازای فرکانس داده‌برداری 200 هرتز تمام مدهای سازه با دقت بسیار خوبی شناسایی شده‌اند. با استفاده از فرکانس‌های 500 و 1000 هرتز دقت محاسبه ضرایب میرایی مدهای چهارم و پنجم افزایش می‌یابد که این موضوع در جدول 4 آورده شده است.

4-1-1-3- نقاط تحریک شده

به ازای فرکانس داده‌برداری 200 هرتز و 20 داده زمانی، برای روش ئی آر آئی با تغییر نقاط تحریک شده سازه تغییری در دقت نتایج مشاهده نشده است.

4-1-2- روش پی آر سی ئی

4-1-2-1- تعداد داده‌های زمانی ضبط شده

به ازای فرکانس داده‌برداری 100 هرتز و تحریک درجات آزادی 5، 3 و 1 با ضربات جداگانه، به ازای سه حالت 10، 20 و 30 داده زمانی در محاسبه

جدول 4 تأثیر فرکانس داده‌برداری در دقت محاسبه ضرایب میرایی (اما - ئی آر آئی)

Table 4 Effect of sampling frequency on the accuracy of estimated damping ratios (EMA-ERA)

مود	50 هرتز		200 هرتز		500 هرتز		1000 هرتز	
	ξ	خطا (%)	ξ	خطا (%)	ξ	خطا (%)	ξ	خطا (%)
4	-	-	0.84	0.43	0.84	0.01	0.84	0.00
5	-	-	0.96	0.31	0.96	0.02	0.96	0.00

ولی دقت در شناسایی ضرایب میرایی مربوط به مودهای فرکانس پایین سازه با افزایش تعداد داده‌های زمانی ضبط شده افزایش قابل توجهی می‌کند، که این موضوع در شکل 5 نشان داده شده است.

2-1-2-4- فرکانس داده‌برداری

به ازای 8000 عدد داده زمانی و تحریک درجات آزادی 5، 3 و 1 با ضربات جداگانه و با فرکانس‌های داده‌برداری مختلف نتایج مربوط به فرکانس‌های طبیعی و ضریب میرایی به صورت جدول 10 و جدول 11 می‌باشد.

2-1-2-4-3- نقاطی که نسبت به آن‌ها تابع همبستگی محاسبه شده

به ازای فرکانس داده‌برداری 200 هرتز و 8000 داده زمانی با تغییر نقاطی که نسبت به آن‌ها تابع همبستگی محاسبه شده است، دقت محاسبه فرکانس‌های طبیعی و ضرایب میرایی سازه تغییری نکرده است.

2-2-4- روش پی آر سی

1-2-2-4- تعداد داده‌های زمانی ضبط شده

به ازای فرکانس داده‌برداری 200 هرتز و محاسبه تابع همبستگی نسبت به

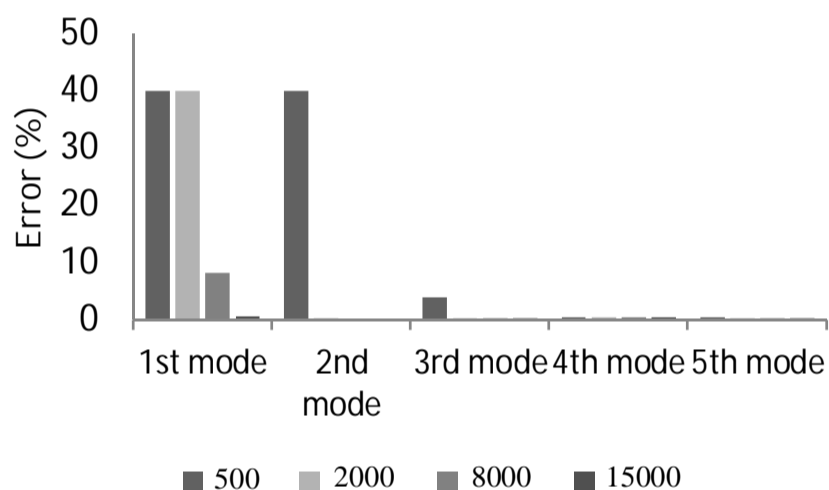


Fig. 5 Effect of recording time length on the accuracy of estimated damping ratios (OMA-ERA)

شکل 5 اثر تعداد داده‌های زمانی ضبط شده بر روی دقت محاسبه ضرایب میرایی (اوما - پی آر سی)

جدول 10 اثر فرکانس داده‌برداری بر روی دقت محاسبه فرکانس‌های طبیعی رادیان بر ثانیه (اوما - پی آر سی)

Table 10 Effect of sampling frequency on the accuracy of estimated natural frequencies (OMA-ERA)

مود	50 هرتز	200 هرتز	500 هرتز	1000 هرتز
1	28.46	28.46	28.46	28.46
2	83.08	83.08	83.08	83.09
3	130.97	130.98	130.97	131.00
4	168.25	168.27	168.25	جعلی
5	191.90	191.95	191.90	جعلی

جدول 11 اثر فرکانس داده‌برداری بر روی دقت محاسبه ضرایب میرایی (اوما - پی آر سی)

Table 11 Effect of sampling frequency on the accuracy of estimated damping ratios (OMA-ERA)

مود	50 هرتز	200 هرتز	500 هرتز	1000 هرتز
1	0.14	0.15	0.25	0.45
2	0.42	0.42	0.42	0.42
3	0.66	0.66	0.65	0.65
4	-	0.84	0.84	0.84
5	-	0.96	0.96	0.96

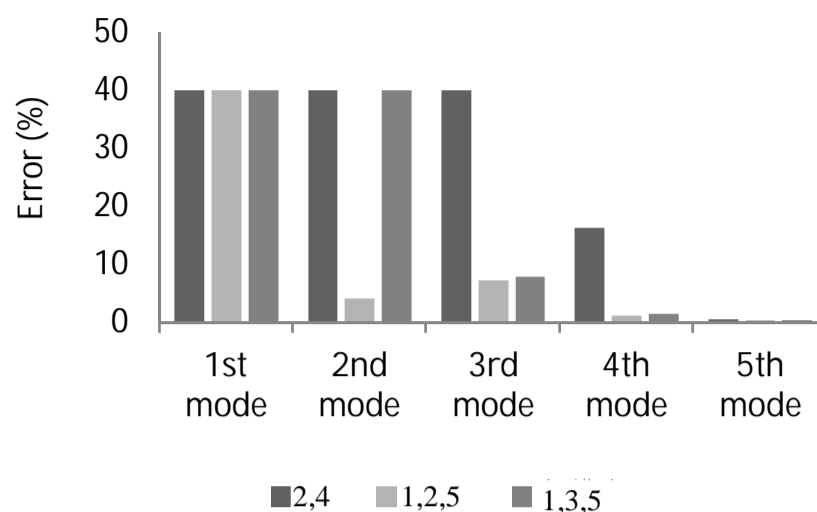


Fig. 4 Effect of excited coordinates on the accuracy of the estimated damping ratios (EMA-PRCE)

شکل 4 اثر نقاط تحریک شده بر روی دقت محاسبه ضرایب میرایی (اما - پی آر سی)

جدول 8 اثر فرکانس داده‌برداری بر روی دقت محاسبه فرکانس‌های طبیعی رادیان بر ثانیه (اما - پی آر سی)

Table 8 Effect of sampling frequency on the accuracy of estimated natural frequencies (EMA-EITD)

مود	50 هرتز	100 هرتز	200 هرتز	500 هرتز
1	28.46	28.46	28.46	28.46
2	74.00	83.08	83.08	83.08
3	جعلی	130.98	130.97	130.97
4	جعلی	168.27	168.25	168.25
5	جعلی	191.95	191.90	191.90

جدول 9 اثر فرکانس داده‌برداری بر روی دقت محاسبه ضرایب میرایی (اما - پی آر سی)

Table 9 Effect of sampling frequency on the accuracy of estimated damping ratios (EMA-EITD)

مود	50 هرتز	200 هرتز	500 هرتز	1000 هرتز	خطا (%)	خطا (%)	خطا (%)	خطا (%)
1	0.14	0.14	0.14	0.14	0.00	0.14	0.00	0.14
2	12.49	0.42	0.07	0.42	0.00	0.41	0.00	0.42
3	-	0.66	0.29	0.66	0.00	0.65	0.00	0.65
4	-	0.85	0.43	0.85	0.00	0.84	0.01	0.84
5	-	0.96	0.31	0.96	0.00	0.96	0.02	0.96

2-3-1-4- فرکانس داده‌برداری

به ازای 20 عدد داده زمانی و تحریک درجات آزادی 5، 3 و 1 با ضربات جداگانه نتایج به شرح جدول 8 و جدول 9 می‌باشد.

2-3-1-4-3- نقاط تحریک شده

به ازای فرکانس داده‌برداری 200 هرتز و 20 داده زمانی، برای روش پی آر سی با تغییر نقاط تحریک شده سازه تغییری در دقت نتایج مشاهده نشده است.

2-4- آنالیز حساسیت برای حالت اوما

1-2-4- روش پی آر سی

1-1-2-4- تعداد داده‌های زمانی ضبط شده

به ازای فرکانس داده‌برداری 200 هرتز و محاسبه تابع همبستگی نسبت به درجات آزادی 5، 3 و 1 با تغییر تعداد داده‌های زمانی دقت فرکانس‌های طبیعی شناسایی شده تغییری نیافته است، به طوری که به ازای 500 داده زمانی دقت استخراج این پارامتر بسیار خوب می‌باشد.

4-2-3- روش‌های تی دی

4-2-3-1- تعداد داده‌های ضبط شده

به ازای فرکانس داده‌برداری 200 هرتز و محاسبه تابع همبستگی نسبت به درجات آزادی 5، 3 و 1 با تغییر تعداد داده‌های زمانی دقت فرکانس‌های طبیعی شناسایی شده تغییری نیافته است به طوری که به ازای 500 داده زمانی دقت استخراج این پارامتر بسیار خوب می‌باشد. ولی دقت در شناسایی ضرایب میرایی مربوط به موده‌های فرکانس پایین سازه با افزایش تعداد داده‌های زمانی ضبط شده افزایش چشمگیری دارد که این موضوع در جدول 14 نشان داده شده است.

4-2-3-2- فرکانس داده‌برداری

به ازای 8000 عدد داده زمانی و تحریک درجات آزادی 5، 3 و 1 با ضربات جداگانه، پارامترهای استخراج شده که به ازای فرکانس‌های طبیعی مختلف در جدول 15 و جدول 16 نمایش داده شده است.

4-2-3-3- نقاط محاسبه تابع همبستگی

به ازای فرکانس داده‌برداری 200 هرتز و 8000 داده زمانی با تغییر نقاطی که نسبت به آن‌ها تابع همبستگی محاسبه شده است دقت محاسبه فرکانس‌های طبیعی سازه تغییری نکرده است. همچنین تغییرات ایجاد شده در دقت محاسبه ضرایب میرایی ناچیز و قابل اغماض می‌باشد.

5- نتایج بدست آمده برای سیستم پیوسته

برای اعتبارسنجی نتایج بدست آمده از روش‌های آنالیز مودال در حوزه زمان، خواص مودال یک تیر یک سر گیردار با کمک روش‌های فوق محاسبه شده‌اند. در ابتدا یک مدل المان محدود از تیر با مقطع مربعی به ضلع 2 سانتی‌متر و طول 1 متر در محیط نرم‌افزار نستر¹ ایجاد شده و خواص مودال مربوطه استخراج شده‌اند.

5-1- روش اما برای سیستم پیوسته

برای استفاده از روش‌های حوزه زمان در آنالیز مودال آزمایشگاهی، در محیط نرم‌افزار سه نقطه از سازه با ضربه تحریک شده است پاسخ زمانی سازه در 100 گره، در اثر هر کدام از تحریک‌ها به صورت جداگانه با دوره‌های داده‌برداری مشخص ضبط شده است. در طول انجام این کار میرایی برای سازه در نظر نگرفته شده است. به این ترتیب می‌توان با کمک روش‌های چندورودی - چندخروجی خواص مودال سازه را بدست آورد.

روش‌های تی دی به تعداد نقاط خروجی سیستم که در آن‌ها پاسخ زمانی ضبط شده کاملاً وابسته می‌باشد. از آن‌جا که برای تیر مورد نظر در

جدول 14 اثر تعداد داده‌های زمانی ضبط شده بر دقت ضرایب میرایی (اوما - تی) (تی دی)

Table 14 Effect of recording time length on the accuracy of estimated damping ratios (OMA-EITD)

مود	داده 500	داده 2000	داده 8000	داده 15000
	زمانی	زمانی	زمانی	زمانی
1	1.42	0.37	0.15	0.14
2	0.60	0.42	0.42	0.42
3	0.67	0.66	0.66	0.66
4	0.85	0.85	0.85	0.84
5	0.96	0.96	0.96	0.96

1- Nastran

درجات آزادی 5، 3 و 1 در این روش به ازای تنها 500 داده زمانی جواب‌های صحیح بدست آمده است و به ازای تعداد داده‌های زمانی 2000، 8000 و 15000 تمامی موده‌های شناسایی شده جعلی می‌باشند.

4-2-2-2- فرکانس داده‌برداری

به ازای 400 عدد داده زمانی و محاسبه تابع همبستگی نسبت به درجات آزادی 5، 3 و 1 نتایج بدست آمده با فرکانس‌های داده‌برداری مختلف به صورت جدول 12 و جدول 13 می‌باشد.

4-2-2-4- نقاط محاسبه تابع همبستگی

به ازای فرکانس داده‌برداری 200 هرتز و 400 داده زمانی، فرکانس‌های طبیعی استخراج شده با تغییر نقاطی که تابع همبستگی نسبت به آن‌ها محاسبه شده است تغییر چندانی نکرده ولی دقت ضرایب میرایی استخراج شده نسبت به این پارامتر حساسیت بیشتری از خود نشان داده است که در شکل 6 آورده شده است.

جدول 12 اثر فرکانس داده‌برداری بر دقت محاسبه فرکانس‌های طبیعی (اوما - پی آر سی تی)

Table 12 Effect of sampling frequency on the accuracy of estimated natural frequencies (OMA-PRCE)

مود	50 هرتز	200 هرتز	500 هرتز	1000 هرتز
1	28.46	28.46	31.88	جعلی
2	83.09	83.05	84.02	جعلی
3	131.01	130.98	133.67	جعلی
4	جعلی	168.28	164.96	جعلی
5	جعلی	191.95	191.40	جعلی

جدول 13 اثر فرکانس داده‌برداری بر دقت محاسبه ضرایب میرایی (اوما - پی آر سی تی)

Table 13 Effect of sampling frequency on the accuracy of estimated damping ratios (OMA-PRCE)

مود	50 هرتز	200 هرتز	500 هرتز	1000 هرتز
1	0.46	1.81	2.26	-
2	0.42	72.84	1.48	-
3	0.67	7.78	1.81	-
4	-	1.4	0.30	-
5	-	0.3	1.29	-

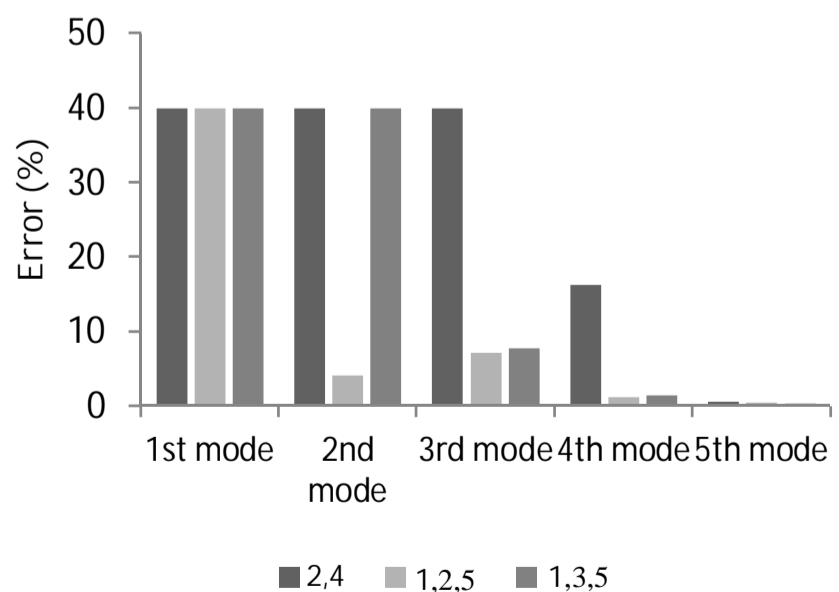


Fig. 6 Effect of reference coordinate on the accuracy of estimated damping ratios (OMA-PRCE)

شکل 6 اثر درجه آزادی بر دقت محاسبه ضرایب میرایی (اوما - پی آر سی تی)

جدول 16 اثر فرکانس داده‌برداری بر دقت محاسبه ضرایب میرایی (اوما - ئی آی تی دی)

Table 16 Effect of sampling frequency on the accuracy of estimated damping ratios (OMA-EITD)

مود	50 هرتز	200 هرتز	500 هرتز	1000 هرتز
1	0.14	0.15	0.25	0.45
2	0.47	0.42	0.41	0.42
3	-	06.6	0.65	0.65
4	-	0.85	0.84	0.84
5	-	0.96	0.96	0.96

جدول 17 فرکانس‌های طبیعی استخراج شده از روش اوما

Table 17 Extracted natural frequencies in EMA

مود	واقعی	ئی آی تی دی	پی آر سی ئی
1	هرتز (ω) 16.76	هرتز (ω) 16.76	هرتز (ω) 16.93
2	هرتز (ω) 104.86	هرتز (ω) 104.85	هرتز (ω) 104.73
3	هرتز (ω) 292.91	هرتز (ω) 292.63	هرتز (ω) 292.81
4	هرتز (ω) 571.99	571.53	-

جدول 18 فرکانس‌های طبیعی استخراج شده از اوما

Table 18 Extracted natural frequencies in OMA

مود	واقعی	ئی آی تی دی	پی آر سی ئی
1	هرتز (ω) 16.76	هرتز (ω) 16.82	هرتز (ω) 16.81
2	هرتز (ω) 104.86	هرتز (ω) 104.75	هرتز (ω) 104.74
3	هرتز (ω) 292.91	هرتز (ω) 292.63	هرتز (ω) 292.50
4	هرتز (ω) 571.99	571.94	571.90

6- نتیجه‌گیری

برای سیستم گسسته (جرم و فنر)، در حالت اوما، جواب‌های بدست آمده برای هر کدام از روش‌های ئی آی تی دی، پی آر سی ئی و ئی آی تی دی وابسته به سه پارامتر فرکانس داده‌برداری، تعداد داده‌های زمانی ضبط شده و همچنین نقاط تحریک شده از سازه می‌باشد. در میان این روش‌ها، ئی آی تی دی و ئی آی تی دی حساسیت بسیار کمی نسبت به نقاط تحریک و تعداد داده‌های زمانی ثبت شده دارند، ولی با افزایش فرکانس داده‌برداری خطای حاصل از این روش‌ها کمتر می‌شود. به طوری که به ازای فرکانس 1000 هرتز (حدوداً 30 برابر بالاترین فرکانس طبیعی سیستم) میزان خطا به صفر رسید. اما روش پی آر سی ئی حساسیت بیشتری نسبت به نقاط تحریک شده سیستم و تعداد داده‌های زمانی ضبط شده نشان داد و تنها به ازای فرکانس داده‌برداری خاص جواب‌های صحیح بدست آمد. تعداد داده‌های زمانی و نقاط تحریک شده سازه برای هر سه روش یکسان در نظر گرفته شده است. روش‌های ئی آی تی دی و پی آر سی ئی به ازای فرکانس داده‌برداری 100 هرتز جواب‌های نسبتاً دقیقی بدست می‌دهند. ولی برای روش ئی آی تی دی به ازای فرکانس 125 هرتز جواب‌های صحیح بدست آمد. در مجموع جواب‌های بدست آمده از روش‌های ئی آی تی دی و ئی آی تی دی از دقت بالاتری برخوردار بود.

برای سیستم گسسته (جرم و فنر)، در حالت اوما، فرکانس داده‌برداری، نقاطی که تابع همبستگی نسبت به آن‌ها محاسبه شده و تعداد داده‌های زمانی ضبط شده برای محاسبه تابع همبستگی، پارامترهای تأثیرگذار در جواب‌های بدست آمده می‌باشند. در این حالت روش‌های ئی آی تی دی و ئی آی تی دی حساسیت کمی نسبت به پارامتر دوم داشتند. همچنین در این دو روش به ازای فرکانس داده‌برداری ثابت، با افزایش تعداد داده‌های زمانی (افزایش بازه زمانی ضبط شده) دقت محاسبه پارامترهای موده‌های پایین سازه

100 نقطه پاسخ زمانی سیستم لحاظ شده است. چنان‌چه روش ئی آی تی دی به کار رود، 100 مود برای سازه تشخیص داده می‌شود که تشخیص درستی و نادرستی هر کدام بسیار مشکل است. لذا تنها پاسخ خروجی 5 نقطه از سازه در نظر گرفته شده است در این حالت 5 مود از سازه شناسایی خواهد شد. به ازای فرکانس داده‌برداری 2000 هرتز مود چهارم سازه شناسایی نشده است.

در روش ئی آی تی دی فرکانس داده‌برداری 2000 هرتز استفاده شده است. در روش پی آر سی ئی ابتدا با فرکانس داده‌برداری 1000 هرتز فرکانس‌های طبیعی سیستم استخراج شده است که در این حالت دو مود دوم و سوم سازه با دقت خوبی شناسایی شده‌اند و باقی مودها شناسایی شده جعلی می‌باشند. برای شناسایی دقیق‌تر مود اول فرکانس داده‌برداری از 1000 به 200 هرتز تغییر یافته است. در این حالت تنها یک مود شناسایی شده است. نتایج بدست آمده در جدول 17 نمایش داده شده است. همان‌طور که مشاهده می‌شود مود چهارم سازه در روش پی آر سی ئی تشخیص داده نشده است. برای هر سه روش از 20 عدد داده زمانی استفاده شده است. همچنین ماتریس مک و اوتومک برای این 2 روش ئی آی تی دی و پی آر سی ئی خوب و دارای شکل ایده‌آل است ولی کیفیت این ماتریس‌ها برای روش ئی آی تی دی کمی پایین‌تر است.

5-2- روش اوما برای سیستم پیوسته

در این روش سازه تیر از چند نقطه تحریک شده است و 1000 داده پاسخ زمانی با فرکانس 2000 هرتز ثبت شده است. پس از اعمال تابع همبستگی بر روی داده‌های زمانی خواص مودال برای سازه محاسبه می‌شود. در این حالت جواب‌های بدست آمده از چند پارامتر مختلف تأثیر می‌پذیرند. این پارامترها عبارتند از:

1. تعداد موده‌های در نظر گرفته شده
 2. نقاطی که تابع همبستگی نسبت به آن‌ها محاسبه می‌شود.
 3. تعداد داده‌های زمانی در نظر گرفته شده
 4. فرکانس داده برداری
- پارامترهای سوم و چهارم ثابت تعیین شده‌اند. این روش در ازای برخی از حالات پارامتر دوم جواب نادرست می‌دهد. برای استخراج خواص مودال سازه، پارامتر اول برای روش ئی آی تی دی، 5 و برای روش پی آر سی ئی، 4 در نظر گرفته شده و پارامتر دوم چند بار تغییر داده شده است. فرکانس طبیعی میانگین بدست آمده در جدول 18 آورده شده است. همچنین برای روش ئی آی تی دی پاسخ 5 نقطه از سازه برای انجام فرآیند شناسایی مودال استفاده شده است.
- ماتریس مک و اوتومک به دست آمده از روش‌های ئی آی تی دی و پی آر سی ئی دارای شکل مناسب و ایده‌آل می‌باشد.

جدول 15 اثر فرکانس داده‌برداری بر دقت محاسبه فرکانس‌های طبیعی (اوما - ئی آی تی دی)

Table 15 Effect of sampling frequency on the accuracy of estimated natural frequencies (OMA-EITD)

مود	50 هرتز	200 هرتز	500 هرتز	1000 هرتز
1	28.46	28.46	28.46	28.46
2	73.99	83.08	83.08	83.08
3	جعلی	130.98	130.97	130.97
4	جعلی	168.27	168.25	168.25
5	جعلی	191.95	191.90	191.90

- [2] S. R. Ibrahim, E. C. Mikulcik, A Method for the Direct Identification of Vibration parameters from the Free Response, *The Shock and Vibration Bulletin*, Vol. 47, No. 4, pp. 183-198, 1977.
- [3] M. H. Richardson, Parameter Estimation from Frequency Response Measurements Using Rational Fraction Polynomials, *Proceeding of 1st IMAC*, pp. 176-181, Orlando, Florida, USA, 1982.
- [4] M. H. Richardson, Global Curve Fitting of Frequency Response Measurements Using the Rational Fraction Polynomial Method, *Proceeding of 3rd IMAC*, pp. 390-397, Orlando, Florida, USA, 1985.
- [5] H. Vold, J. Kundrat, G. Rocklin, R. Russell, A Multi-Input Modal Estimation Algorithm for Mini-Computers, *SAE Technical Paper*, No. 820194, 1982.
- [6] K. Fukuzono, *Investigation of Multiple Reference Ibrahim Time Domain Modal Parameter Estimation Technique*, M.S. Thesis, Department of Mechanical and Industry Engineering, University of Cincinnati, Cincinnati, Ohio, USA, 1986.
- [7] J. N. Juang, R. Pappa, an Eigensystem Realization Algorithm (ERA) for Modal Parameter Identification, *Journal of Guidance, Control and Dynamics*, Vol. 8, No. 5, pp. 620-627, 1984.
- [8] M. Q. Phan, G. Lucas, L. G. Horta, J. N. Juang, W. Richard, R.W. Longman, Identification of Linear Systems by an Asymptotically Stable Observer, *Journal of Optimization Theory and Applications*, Vol. 79, Issue 1, pp. 59-86, 1992.
- [9] A. King, U. B. Desai, R. E. Skelton, A Generalized Approach to q-Markov Covariance Equivalent Realization of Discrete System, *Automatica*, Vol. 24, No. 4, pp. 507-515, 1988.
- [10] L. Zhang, An Overview of Major Developments and Issues in Modal Identification, *Proceeding of the 22nd IMAC*, Detroit, Michigan, USA, 2004.
- [11] J. He, & Z. F. Fu, *Modal Analysis*, Chapter 9, pp. 180, Oxford, UK, Butterworth-Heinemann, 2001.
- [12] A. Barjic, R. Brincker, C. T. Georgakis, Evaluation of Damping Using Time Domain OMA Techniques, *Proceedings of 2014 SEM Fall Conference and International Symposium on Intensive Loading and Its Effects*, pp. 176-181, Beijing, China, 2014.
- [13] G. W. Chen, S. Beskhyroun, P. Omenzetter, A comparison of operational modal parameter identification methods for a multi-span concrete motorway bridge, *Proceedings of the New Zealand Society for Earthquake Engineering Annual Conference*, No. 54, Auckland, New Zealand, 2015.
- [14] A. Caprioli, A. Cigada, M. Vanali, Comparison between different operational modal analysis techniques for the identification of large civil structure modal parameters, *Proceeding of the 24th IMAC*, St. Luise, MO, USA, 2006.
- [15] J. M. Caicedo, Practical Guidelines for The Natural Excitation Technique (NExT) and The Eigensystem Realization Algorithm (ERA) for Modal Identification Using Ambient Vibration, *Experimental Techniques*, Vol. 35, No. 4, pp. 52-58, 2011.
- [16] A. Malekjafarian, R. Brincker, M. R. Ashory, M. M. Khatibi, Identification of closely spaced modes using Ibrahim Time Domain method, *Proceeding of 4th IOMAC*, pp.443-449, Istanbul, Turkey, 2011.
- [17] N. M. M. Maia, *Extraction of Valid Modal Properties from Measured Data in Structural Vibrations*, A thesis submitted to the University of London for the degree of Doctor of Philosophy and for the Diploma of Imperial College, Department of Mechanical Engineering, Imperial College, London, U. K. 1988.
- [18] J. He, Z. F. Fu, *Modal Analysis*, pp. 222, Oxford, UK, Butterworth-Heinemann, 2001
- [19] L. Zhang, R. Brincker, P. Andersen, an Overview of Operational Modal Analysis: Major Development and Issues, *Proceedings of the 1st International Operational Modal Analysis Conference*, pp. 179-190, Kobenhavn, Denmark, 2005.
- [20] S. R. Taghizadeh, *Digital Signal Processing*, part 3. *Discrete-Time Signals & Systems Case Studies*, Lecture Notes at the university of North London, school of Communications Technology and Mathematical Sciences, pp. 23, 2000.

(خصوصاً ضریب میرایی) افزایش می‌یابد و به جواب دقیق همگرا می‌شود. به طوری که برای محاسبه دقیق ضرایب میرایی پایین باید بازه زمانی مورد مطالعه را افزایش داد. یعنی چنانچه فرکانس داده‌برداری افزایش یابد به تبع آن باید برای محاسبه دقیق‌تر ضرایب میرایی تعداد داده‌های زمانی را افزایش داد، هرچند به ازای داده‌های زمانی کم نیز پارامترهای مربوط به موده‌های بالای سازه نیز دقیق محاسبه می‌شوند. در کل، در دو روش ئی آر ای و ئی تی دی با افزایش فرکانس داده‌برداری دقت جواب‌ها بالا می‌رود. این رفتارها در روش پی آر سی ئی مشاهده نشد و با افزایش داده‌های زمانی ثبت شده بعضاً جواب‌های غیر صحیح بدست می‌آید و تنها به ازای فرکانس داده‌برداری مشخصی جواب صحیح بدست می‌آید. به‌طور کلی پارامترهای استخراج شده از روش‌های ئی آر ای و ئی تی دی از دقت و قابلیت اعتماد بالاتری برخوردار می‌باشند.

برای سیستم پیوسته (تیر)، روش ئی تی دی از کارایی خوبی برخوردار نیست. در حالت اما علاوه بر سه پارامتر یاد شده در حالت گسسته، جواب‌های بدست آمده به تعداد موده‌های در نظر گرفته برای سازه نیز وابسته بود. چنانچه موده‌های در نظر گرفته بیشتر از موده‌های واقعی سازه باشد، موده‌های جعلی برای سازه نیز شناسایی می‌شدند که با تغییر تعداد موده‌های در نظر گرفته شده فرکانس طبیعی موده‌های جعلی ثابت نخواهد بود. در صورتی که موده‌های واقعی سیستم با تغییر تعداد موده‌های در نظر گرفته ثابت می‌مانند. در روش ئی آر ای به ازای فرکانس 2000 هرتز جواب‌های دقیقی محاسبه شد، ولی برای روش پی آر سی ئی به ازای فرکانس 1000 و 200 جواب‌های بدست آمده نسبتاً دقیق بودند. در نهایت جواب‌های استخراج شده برای روش ئی آر ای بسیار دقیق‌تر از روش پی آر سی ئی می‌باشد.

برای سیستم پیوسته (تیر)، در حالت اما علاوه بر سه پارامتر یاد شده در حالت گسسته باز هم تعداد موده‌های در نظر گرفته شده برای سازه بر دقت جواب‌های بدست آمده تأثیرگذار بود. در این حالت نیز محاسبه نتایج دقیق به کمک روش ئی آر ای آسان‌تر از روش پی آر سی ئی بود. از طرفی، دقت جواب‌های بدست آمده برای روش پی آر سی ئی در حالت اما بسیار دقیق‌تر از حالت اما بود. بنابراین به نظر می‌رسد که برای سیستم‌های پیوسته، روش پی آر سی ئی با ترکیب با روش تحریک طبیعی در مقایسه با پی آر سی ئی حاصل از اما، کارایی بیشتری داشته باشد.

7- مراجع

- [1] D. L. Brown, R. Allemang, R. Zimmerman, M. Mergeay, Parameter Estimation Techniques for Modal Analysis, *SAE transactions*, Vol. 88, No. 790221, pp. 828-846, 1979.