



## مدل سازی دوبعدی جریان دوفازی در بین پره های توربین بخار با استفاده از تلفیق روش حجم محدود جیمسون و روش کاسپ

ادریس یوسفی راد<sup>1</sup>، محمدرضا مه پیکر<sup>2\*</sup>

1- دانشجوی دکتری، گروه مکانیک، دانشگاه فردوسی مشهد، مشهد

2- استاد، گروه مکانیک، دانشگاه فردوسی مشهد، مشهد

\*mahpeymr@um.ac.ir ، 917751111 ، صندوق پستی

### اطلاعات مقاله

مقاله پژوهشی کامل

دریافت: 26 آبان 1393

پذیرش: 04 بهمن 1393

ارائه در سایت: 06 اسفند 1393

کلید واژگان:

جریان بخار دوفازی

جوانه زایی

کاسپ

شوک چگالش

پره های توربین

### چکیده

جریان بخار در گذرگاه پره های طبقه کم فشار توربین بخار، بعلا انبساط سریع و تأخیر در چگالش سیال، به شرایط بخار فوق سرد خشک تبدیل می گردد و در نهایت با جوانه زایی و با شوک چگالش، تغییر فاز از بخار به قطره های مایع صورت می گیرد که جریان بخار مرطوب یا دوفازی نامیده می شود. در این مقاله هدف توسعه جریان حجم محدود جیمسون مرطوب با بکارگیری مزایای روش عددی کاسپ بوده است که برای اولین بار در حالت دو بعدی مورد نظر قرار گرفته است. در این مقاله معادله های حاکم بر تشکیل فاز مایع با معادله های بقایی ترکیب شده و با بکارگیری روش عددی کاسپ در روش حجم محدود جیمسون (روش تلفیقی) می توان ویژگی های مثبت هر دو روش بیان شده را همزمان در مدل سازی جریان دوفازی استفاده کرد. برای محاسبه جوانه زایی از معادله کلاسیک جوانه زایی با تصحیح مناسب و همچنین حل لاگرانژی رشد قطره ها در روش تلفیقی استفاده شده و اثر شوک چگالش در توزیع فشار و نیز اندازه قطره ها محاسبه و با داده های تجربی مقایسه شده است. با توجه به اهمیت ناحیه شوکها در قسمت سطح مکش پره، تمرکز روش تلفیقی بیان شده به این ناحیه متمرکز شده است. نتیجه های مدل دوفازی تلفیقی در جریان های خروجی مادون صوت و مافوق صوت مورد بررسی قرار گرفته است که در منطقه شوک روی سطح مکش پره در مقایسه با داده های تجربی، روش تلفیقی حجم محدود با روش کاسپ با کاهش حدود 20 درصدی خطاهای عددی، پوشش بهتری را در پیش بینی خواص جریان در ناحیه هدف نشان می دهد.

## Modeling of 2D Two-Phase Flow in Cascade Blades of Steam Turbine Using Jameson's Finite Volume Method with CUSP Technique

Edris Yousefi Rad, Mohammad Reza Mahpeykar\*

Department of Mechanical Engineering, Ferdowsi University of Mashhad, Mashhad, Iran

\*P.O.B. 917751111, Mashhad, Iran, mahpeymr@um.ac.ir

### ARTICLE INFORMATION

Original Research Paper  
Received 17 November 2014  
Accepted 24 January 2014  
Available Online 25 February 2015

**Keywords:**  
Two-Phase Steam Flow  
Nucleation  
CUSP  
Condensation Shock  
Turbine

### ABSTRACT

Steam flow at blade passages of low pressure steam turbines becomes a supercooled dry steam due to rapid expansion and crossing the saturation line. But after nucleation and condensation shock, phase change from vapor to liquid droplets occurs which is called two-phase or wet steam flow. In this paper, the aim of developing finite-volume flow of wet Jameson is considered for the first time in two-dimensional study by using the advantages of CUSP's numerical method. In this paper, equations governing the formation of liquid phase are combined with equations of survival and by using CUSP's numerical approach in Jameson's finite-volume method (the integrated method) the positive features of both of these methods can be simultaneously used in the modeling of two-phase flow. To calculate nucleation, the classical equation of nucleation with appropriate correction and also Lagrangian solution for growth of droplets are used in integrated method. Additionally, condensation shock effect on the pressure distribution and the droplet size has been calculated and compared with experimental data. Given the importance of areas of shocks on the suction surface of the blade, the focus of integrated method is shifted to this area. The results of integrated two-phase model are examined in subsonic and supersonic flow output. In the shock area on suction surface blade, using the CUSP's method (the integrated method) demonstrates better coverage in predicting attributes of flow in target area in comparison with the experimental data by a reduction of 20 percent in numerical errors.

1- حل های عددی مختلفی ارائه شده است و با داشتن اهمیتی که در راندمان این تجهیزات وجود دارد، افزایش راندمان همیشه مورد توجه بوده است. در نیروگاه های بخار، گذرگاه پره های توربین فشار پایین از جمله قسمت هایی

1- مقدمه

به منظور شناسایی دقیق عملکرد توربین های بخار، روش های تحلیلی و یا

Please cite this article using:

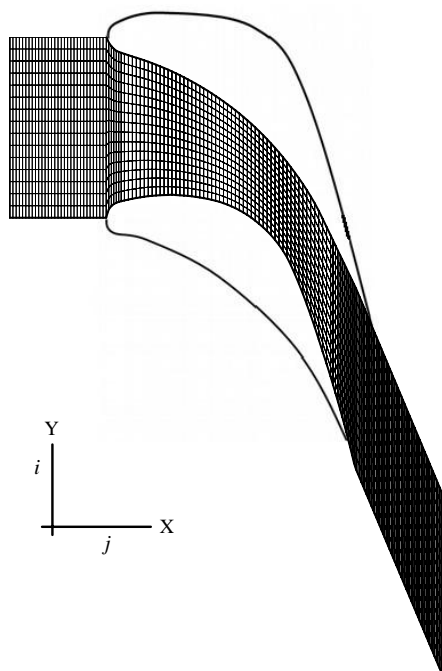
E. Yousefi Rad, M. R. Mahpeykar, Modeling of 2D Two-Phase Flow in Cascade Blades of Steam Turbine Using Jameson's Finite Volume Method with CUSP Technique, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 15, No. 4, pp. 141-150, 2015 (In Persian)

برای ارجاع به این مقاله از عبارت ذیل استفاده نمایید:

اولین بار با بکارگیری روش کاسپ در روش حجم‌محدود جیمسون در پره ثابت توربین بخار، بهبود قابل ملاحظه‌ای را در نتیجه‌های مدل‌سازی جریان دوفازی از خود نشان می‌دهد. لازم به یادآوری است که منطقه بخش میانی سطح مکش پره به سمت انتهایی آن، به علت وجود شوک میعان و شوک‌های آیرودینامیکی در جریان دوفازی بخار، از اهمیت ویژه‌ای برخوردار است. به همین جهت هدف، بهبود روش‌های حجم‌محدود از جمله روش جیمسون به کمک تلفیق با روش کاسپ است، که در دو حالت جریان خروجی مافوق صوت و مادون صوت از پره مورد بررسی قرار گرفته است. در ادامه نحوه تولید فاز مایع و چگونگی وارد شدن آن در معادله‌های اصلی بقای جریان بخار و همچنین روش کاسپ به همراه خلاصه‌ای از روش حجم‌محدود جیمسون تشریح می‌شود. در این مقاله هدف توسعه برنامه جریان دوفازی همگن و دوبعدی روش حجم‌محدود جیمسون مرطوب است که با بکارگیری مزایای روش عددی کاسپ [11,12] برای اولین بار در حالت دو بعدی در هندسه شبکه استاندارد ساده (شکل 1)، استفاده از مزیت‌های دو روش در بهبود حل جریان مورد نظر قرار گرفته است. لازم به ذکر است از هر روش عددی حجم‌محدود دیگری نیز می‌توان به جهت این تلفیق استفاده نمود.

## 2- طرح جریان دوفازی

یکی از مشخصه جریان بخار در گذرگاه‌های پره‌های توربین، انبساط سریع آن و انحراف بخار از حالت تعادل ترمودینامیکی است. به طوری که بخار بدون تشکیل فاز مایع در شرایط بخار مافوق سرد<sup>3</sup> و غیرتعادلی تا خط ویلسون در دیگرام مولیر می‌تواند انبساط یابد که در این وضعیت بازگشت به حالت تعادل به روش تشکیل خودبخودی قطره‌های آب و رشد تدریجی آنها صورت می‌پذیرد. لازم بذکرست که در جریان غیرتعادلی بخار، معمولاً به بخاری که در انبساط سریع، خط اشباع را قطع کرده و به تعادل دوفازی کامل نرسیده باشد، بخار مافوق سرد یا بخار مافوق اشباع<sup>4</sup> گفته می‌شود. در این تحقیق رشد



شکل 1 شبکه استاندارد نوع H

بوده که به علت دوفازی شدن جریان همیشه مورد توجه طراحان بوده است، همچنین با وجود روش‌های عددی مختلف برای پیش‌بینی رفتار توربین‌ها، برای مدل‌سازی این جریان‌ها به طور معمول از روش عددی حجم‌محدود استفاده می‌شود [1]. در پدیده‌های دوفازی حاکم بر جریان، به دلیل پیچیدگی‌های نسبتاً زیاد، بهبود روش‌های عددی مدل‌سازی جریان همچنان احساس نیاز می‌شود. به همین دلیل بدست آوردن یک روش عددی دقیق برای نمایش شوک میعان، شوک‌های آیرودینامیک و یا ناپیوستگی‌های جریان که دارای حداقل خطاهای عددی و نوسان‌ها در حل باشد را شاید بتوان یکی از مهمترین چالش‌های روش دینامیک سیالات عددی دانست [2].

تغییر فاز از بخار به قطره‌ی مایع، موجب آزاد شدن گرمای نهان شده که بخشی از این گرما در درون قطره باقی‌مانده و باعث افزایش دمای آن می‌گردد، و بخش دیگر آن به محیط بخار منتقل شده تا از بخار شدن مجدد قطره جلوگیری شود. ایجاد فاز مایع با معادله جوانه‌زایی همگن (بخار خالص) و رشد قطره‌ها، قابل‌محاسبه است. این تأثیر باعث افزایش فشار موضعی که شوک چگالش نامیده می‌شود شده، که باعث کاهش عملکرد توربین‌ها می‌گردد. اولین حل دوبعدی، به روش حجم‌محدود دنتون برای جریان بخار دوفازی بین تیغه‌های توربین توسط باختر و توچای [3]، براساس یک روش حجم‌محدود توسعه و پیشنهاد گردید. هر چند که اختلاف‌های مهمی بین جریان بخار خشک و جریان بخار دوفازی ارائه شده است، ولی آن نتیجه‌ها به دلیل کمبود داده‌های تجربی مورد تأیید قرار نگرفت. بعدها نتیجه‌های آزمایش، نشان دادند که حل اولیه، ویژگی‌های عمومی جریان دوفازی را تا حدودی پیش‌بینی نموده، اما دقت جواب‌ها راضی‌کننده نیست. بیشتر اختلاف‌های موجود در محث دو فاز به روش حل و نوع شبکه عددی مربوط می‌شود، که از مهمترین آنها اعمال روش دنتون بهبودیافته بر یک شبکه شبه متعامد شده را می‌توان نام برد [1]. باختر [4] برای دستیابی به جواب‌های بهتر از الگوریتم رانج‌کوتا منسوب به جیمسون که از دقت رسته دو در فضا برخوردار است، برای جریان غیرلزج استفاده کرد و نشان داد که روش جیمسون در آشکارسازی شوک‌ها در جریان بخار دوفازی قابلیت بهتری دارد. در جریان‌های دوفازی نیز به علت عدم سادگی در همگرایی و پیچیدگی محاسبه‌ها برای میدان اصلی جریان بخار، دیدگاه لاگرانژی برای محاسبه‌ی رشد قطره‌ها [5] به همراه شبکه استاندارد [1] توصیه می‌گردد.

از دهه هشتاد به بعد تلاش‌های گسترده‌ای بر روی طرح‌های بالادست جریان صورت گرفت که به دو دسته روش‌های تجزیه بردار شار و روش‌های اختلاف بردار شار طبقه‌بندی گردید که از خاصیت انتشاری موج جهت حل معادله‌های اویلر استفاده شده است. نقطه مشترک در این‌گونه روش‌ها، در رابطه بین راستای انتشار دامنه، راستای گسسته نمودن معادله‌های دیفرانسیل و همچنین هماهنگ‌سازی محدوده حل با رفتار جریان غیرلزج است [6,7].

در تحقیق حاضر به بررسی تأثیر بکارگیری طرح کاسپ<sup>1</sup> دوبعدی [8] در روش عددی حجم‌محدود پرداخته می‌شود که در ادامه‌ی تحقیق‌های منتشر شده‌ی یوسفی‌راد و مه‌پیکر [4,9,10,11] بوده است. این تحقیق در ادامه کار آنها در مرجع [11] است که ابتدا روش جیمسون به همراه کاسپ (مدل تلفیقی) در جریان دوبعدی تک فاز بخار (بخار خشک) استفاده شده است ولی در تحقیق حاضر این تجربه در جریان دوبعدی جوانه‌زایی دوفازی بخار به مایع آب برای ورودی جریان مافوق گرم<sup>2</sup> توسعه یافته است، بنابراین برای

3- Supercooled Vapour  
4- Supersaturation Vapour

1- Convective Upstream Split Pressure  
2- Superheat

$$\omega = \frac{(\text{جرم مایع})}{(\text{جرم بخار}) + (\text{جرم مایع})} \quad (4)$$

بنابراین آنتالپی، انرژی داخلی و حجم مخصوص برای مخلوط دوفازی همگن در رابطه های (5) تا (7) ارائه می شود:

$$h = (1 - \omega) \cdot h_G + \omega \cdot h_L \quad (5)$$

$$e = h + \frac{p}{\rho} \quad (6)$$

$$\frac{1}{\rho} = (1 - \omega) \cdot \frac{1}{\rho_G} + \omega \cdot \frac{1}{\rho_L} \quad (7)$$

زیرنویس های G و L به ترتیب اشاره بر فازهای بخار و مایع داشته و کمیت های بدون زیرنویس مربوط به کل مخلوط است. داده های مورد نیاز دیگر نیز در مطالعه این رابطه ها توصیف کننده خواص سیال برای فازهای مایع و بخار آب است که از روابط آب در کینان و کیز استخراج شده است [13].

کسر رطوبت عملاً توسط شعاع قطره ها،  $r$ ، و تعداد قطره ها در خروجی المان،  $N$ ، در رابطه (8) قابل محاسبه است.

$$\omega = \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot r^3 \cdot \rho_L \cdot N \quad (8)$$

اندازه شعاع از تئوری جوانه زایی و معادله های رشد قطره بدست می آید و تعداد کل قطره ها در انتهای هر مرحله حل عددی معلوم می گردد. کمیت بیان شده شامل مجموع قطره های موجود در جریان قبل از مرحله حل،  $N$ ، و قطره های حاصل از پدیده جوانه زایی در طی انجام فرآیند است و در رابطه (9) تعریف می گردد:

$$N = N_1 + N_{\text{nuc}} \quad (9)$$

### 2-1-3- معادله جوانه زایی

تعداد قطره های حاصل از فرآیند جوانه زایی در طول هر مرحله را می توان با دانستن نرخ جوانه زایی و زمان پیمایش مرحله حل توسط سیال و حجم المان محاسبه کرد که در رابطه (10) نشان داده شده است:

$$N_{\text{nuc}} = J_{\text{st}} \cdot \delta t \cdot \text{حجم المان} \quad (10)$$

$J_{\text{st}}$ ، نرخ جوانه زایی بهبودیافته است و بصورت رابطه (11) ارائه می - گردد [1]:

$$J_{\text{st}} = \frac{q}{1 + \nu} \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot \sigma}{\pi \cdot m^3}} \times \frac{\rho_s(T_G)}{\rho_L} \cdot \exp\left(\frac{-\Delta G}{k \cdot T_G}\right) \quad (11)$$

که در رابطه بیان شده  $q$  ضریب تقطیر،  $\nu$  ضریب اصلاح در معادله جوانه - زایی و  $k$  ثابت بولتزمن است. شعاع بحرانی جوانه ها یا قطره های جدید توسط رابطه کلوین هلمتز به حالت بخار وابسته است. شکل بهبودیافته ای این رابطه که شامل ضریب ویریال است در رابطه (12) ذکر شده است:

$$r^* = \frac{2 \cdot \sigma}{\rho_L \cdot R \cdot T_G \left[ \ln\left(\frac{\rho}{\rho_s(T_G)}\right) + 2 \cdot B(\rho - \rho_s(T_G)) \right]} \quad (12)$$

قطره های آب به صورت لاگرانژی و تحلیل فاز بخار به صورت اویلری از طریق روش حجم محدود مدل شده است [13]. بررسی جریان چگالشی در کسکید توربین های بخار در مقایسه با جریان بخار خشک بسیار پیچیده تر است. قطره هایی که به واسطه ی چگالشی ناگهانی در گذرگاه تیغه های توربین در جریان همگن تولید می شوند بسیار کوچک اند و معمولاً از شعاعی در حد کسری از میکرون برخوردار می باشند و در این حالت لغزش بین فاز بخار و قطره ها به علت کوچک بودن قطره های مایع قابل صرف نظر است. در ادامه معادله های اصلی جریان و همچنین معادله های مربوط به فاز مایع تشریح می شود.

### 2-1-1- معادله های بقای حاکم بر جریان اصلی

معادله های بقای حاکم بر جریان اصلی جریان بخار دوبعدی، تراکم پذیر، آدیاباتیک<sup>1</sup>، پایدار و غیرلزج در مختصات کارتزین دوبعدی در رابطه های (1) و (2) بیان شده است:

$$\frac{\partial w}{\partial t} + \frac{\partial F_x}{\partial x} + \frac{\partial F_y}{\partial y} = 0 \quad (1)$$

$$w = \begin{bmatrix} \rho \\ \rho \cdot u \\ \rho \cdot v \\ \rho \cdot e_0 \end{bmatrix} \quad F_x = \begin{bmatrix} \rho \cdot u \\ \rho \cdot u^2 + p \\ \rho \cdot u \cdot v \\ \rho \cdot u \cdot h_0 \end{bmatrix} \quad F_y = \begin{bmatrix} \rho \cdot v \\ \rho \cdot u \cdot v \\ \rho \cdot v^2 + p \\ \rho \cdot v \cdot h_0 \end{bmatrix} \quad (2)$$

در معادله فوق، بردار  $w$  شامل متغیرهای بقایی جریان، بردارهای  $F_x$  و  $F_y$  بیانگر شارهای غیرلزج و  $e_0$  انرژی کل است. فرض غیرلزج بودن سیال، به علت انبساطی بودن جریان و همچنین ضخامت بسیار کم لایه مرزی در این گونه جریان ها است [4,1].

### 2-1-1-1- معادله حالت

معادله حالت برای فاز بخار بایستی با معادله های مورد استفاده در تعیین خواص ترمودینامیکی آن سازگار بوده و در نزدیکی خط اشباع و به ویژه بخار مافوق سرد غیرتعادلی از دقت قابل قبولی برخوردار باشد. بر این اساس یک معادله حالت مناسب از نوع سری ویریال و کلوویج در رابطه (3) استفاده شده است [4]:

$$\frac{p}{\rho_G \cdot R \cdot T_G} = 1 + B \cdot \rho_G \quad (3)$$

در این عبارت،  $\rho_G$ ،  $T_G$  و  $R$  به ترتیب دانسیته، دما و ثابت گاز برای بخار آب بوده و  $B$  ضریب ویریال است.

### 2-1-1-2- کسر رطوبت

در جریان های چگالشی مهمترین اثر تغییر فاز، با آزاد شدن گرمای نهان تقطیر مشخص می شود. برای بررسی این ویژگی و نیز اعمال اثرهای دوفازی شدن جریان بایستی پارامتری تحت عنوان کسر رطوبت به معادله ها وارد شود. پارامتر بیان شده در رابطه (4) تعریف شده است:

1- Adiabatic

## 4-1-2- رابطه‌های رشد قطره

نرخ رشد قطره‌ها براساس فرآیند انتقال حرارت و انتقال جرم بین قطره و بخار در ناحیه‌های مختلف جریان محاسبه می‌شود و بایستی مورد توجه قرار داد که انتقال حرارت بیان شده به دمای نامعلوم قطره،  $(T_L)$ ، بستگی دارد. در این تحقیق دمای قطره با استفاده از تقریب گارماسی بدست آمده است که توسط پژوهشگرهای بسیاری بکارگرفته شده است [1,14]. گرماسی دمای قطره‌ای به شعاع  $r$  که در توده‌ای از بخار تحت فشار  $p$  و دمای  $T_G$  غوطه‌ور باشد را در رابطه (13) پیشنهاد نموده است:

$$T_L = T_s(p) - \frac{r^*}{r} \cdot (T_s(p) - T_G) \quad (13)$$

که در رابطه (13)، دمای  $T_s(p)$  دمای اشباع در فشار بیان شده است، و اختلاف آن با دمای بخار را درجه فوق‌سردی<sup>1</sup> می‌نامند، بر این اساس و نیز کمک تقریب ارائه شده توسط باختر و توچای [3]، شعاع اولیه هر قطره  $r_1$  پس از زمان  $\delta t$ ، از رابطه (14) محاسبه می‌شود:

$$\frac{a}{2} \cdot (r^2 - r_1^2) + b \cdot (r - r_1) + c \cdot \ln\left(\frac{r - r^*}{r_1 - r^*}\right) = d \cdot \delta t \quad (14)$$

ضرایب  $a$ ،  $b$ ،  $c$  و  $d$  پارامترهای ثابتی هستند [15].

هنگامی که قطره‌های موجود در بخار بسیار بزرگتر از اندازه بحرانی شوند، ساده‌سازی دیگری ارائه می‌شود [15]. در این حالت به کمک یک تقریب مستقیم، رابطه‌ای برای محاسبه‌ی شعاع قطره بدست می‌آید که به علت عدم وجود جمله لگاریتمی، راه حل ساده‌تری محسوب می‌شود که در رابطه (15) تعریف شده است [16]:

$$r = -1.59 \cdot \bar{l} + \sqrt{(1.59 \cdot \bar{l})^2 + r_1 \cdot (r_1 + 2 \cdot (1.59 \cdot \bar{l})) + 2 \cdot \left(\frac{\lambda}{\rho_L}\right) \cdot \left(\frac{T_L - T_G}{h_G - h_L}\right) \cdot \delta t} \quad (15)$$

البته بایستی توجه داشت که پس از پایان جوانه‌زایی، قطره‌ی جدیدی تشکیل نشده و اندازه قطره‌ها به کمک رابطه‌های (14) یا (15) محاسبه شده [16,1] و همزمان با استفاده از فرمول گرماسی یا رابطه (13) دمای قطره مشخص می‌گردد.

در رابطه با نحوه متوسط‌گیری شعاع قطره‌ها در ناحیه جوانه‌زایی و پس از آن در دو حالت شرح داده می‌شود:

الف- تعداد قطره‌های بوجود آمده و متوسط شعاع ورودی به المان محاسباتی جدید، از خروجی المان قبلی مشخص است. در منطقه جوانه‌زایی تعداد قطره‌های جدید و شعاع آن‌ها نیز در داخل المان محاسباتی جدید معلوم می‌گردد. هر دو دسته قطره‌های قدیم و جدید در طول المان محاسباتی می‌توانند رشد کنند که برای متوسط شعاع خروجی از المان محاسباتی جدید، می‌توان با داشتن تعداد هر دسته از قطره‌ها به روش‌های مختلف از جمله متوسط‌گیری سطحی، متوسط شعاع را محاسبه نمود.

ب- در منطقه پس از جوانه‌زایی یا همان منطقه مرطوب، تعداد قطره‌ها ثابت بوده و فقط قطره‌ها می‌توانند رشد نمایند. کافی است پس از محاسبه رشد قطره‌ها در هر المان محاسباتی، نسبت به متوسط‌گیری شعاع آن‌ها از

روش بیان شده استفاده کرد.

## 3- طرح روش کاسپ

اساس این طرح، بر پایه جدا کردن جمله‌های فشار در رابطه‌های شار جریان است [9]. در این روش‌ها شار بر روی وجه هر سلول به دو قسمت جابجایی و فشاری تبدیل می‌شود و برای محاسبه شار جابجایی از تقریب بالادست در جریان و برای قسمت فشاری نیز از تخمین بالادست با در نظر گرفتن آکوستیک استفاده شده است، که با مشخص شدن مقدار و علامت آن در دو طرف هر وجه تعیین می‌شود. این ایده شروع طرح بوده و با توجه به قابلیت‌های زیاد آن خانواده در شبیه‌سازی‌های جریان، باعث شد تا از آن در طرح‌های تفاضل مرکزی استفاده گردیده و طرح ائتلافی جدیدی با استفاده از روش‌های بالادست به نام کاسپ معرفی شود. با توجه به نوسان‌هایی که طرح‌های تفاضل مرکزی در حل جریان دارند، لازم به اضافه شدن طرح‌های ائتلافی به این معادله‌ها خواهند بود. به همین علت این روش از گروه تفاضل مرکزی و بالادست نیست، بلکه روشی میانه و ترکیبی از دو روش است که باعث به وجود آمدن نتیجه‌های بسیار خوبی در حل جریان می‌گردد. در این طرح سعی شده است همزمان با رسیدن به یک جواب قابل قبول از پیچیدگی محاسبه‌ها و زمان لازم کاسته شود. در حالت دو بعدی بردار شار به دو جمله جابجایی شار و جمله فشار تجزیه‌شده که از دو مؤلفه در جهت‌های  $x, y$  تشکیل شده است که در رابطه‌های (16) تا (18) بیان شده است [17]:

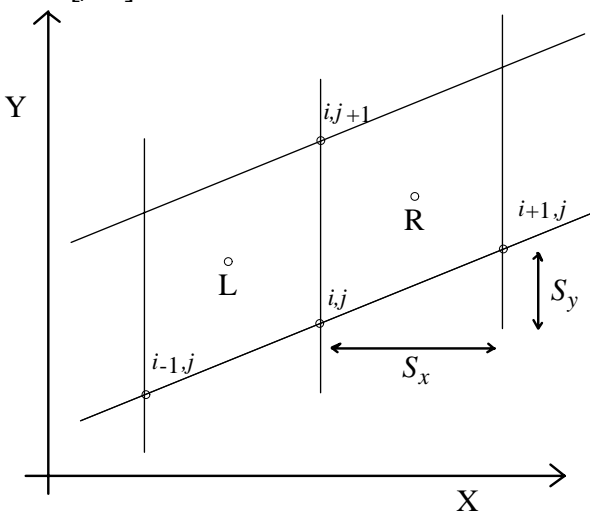
$$F = F_x \cdot S_y + F_y \cdot S_x \quad (16)$$

$$F_x = \begin{bmatrix} \rho \cdot u \\ \rho \cdot u^2 + p \\ \rho \cdot u \cdot v \\ \rho \cdot u \cdot h \end{bmatrix} \quad (17)$$

$$F_y = \begin{bmatrix} \rho \cdot v \\ \rho \cdot u \cdot v \\ \rho \cdot v^2 + p \\ \rho \cdot v \cdot h \end{bmatrix} \quad (18)$$

در رابطه‌های فوق  $S_x$  و  $S_y$  بردارهای سطح در جهت‌های  $x, y$  (شکل 2) و  $h$  تعریف آنتالپی می‌باشند.  $w$  شامل متغیر بقایی جریان در حالت دو بعدی در رابطه (19) بیان شده است:

$$w = \begin{bmatrix} \rho \\ \rho \cdot u \\ \rho \cdot v \\ \rho \cdot e \end{bmatrix} \quad (19)$$



شکل 2 نمایی از المان در شبکه استاندارد

1- Degree of Supercooling

$$S = \sqrt{S_x^2 + S_y^2} \quad (30)$$

$$F_R - F_L = (F_x \cdot S_y + F_y \cdot S_x)_R - (F_x \cdot S_y + F_y \cdot S_x)_L = (F_{x,R} - F_{x,L}) \cdot S_y + (F_{y,R} - F_{y,L}) \cdot S_x \quad (31)$$

$$\begin{aligned} \bar{u} &= (u_{i+1,j} + u_{i,j})/2 \\ \bar{v} &= (v_{i,j+1} + v_{i,j})/2 \\ \bar{w} &= (w_{i+1,j} + w_{i,j})/2 \end{aligned} \quad (32)$$

در این حالت مؤلفه‌های شار جریان مانند رابطه (19) در رابطه‌های (33) و (34) محاسبه می‌گردد [11]:

$$F_{x,R} - F_{x,L} = \bar{u} \cdot (w_R - w_L) + \bar{w} \cdot (u_R - u_L) + F_{px,R} - F_{px,L} \quad (33)$$

$$F_{y,R} - F_{y,L} = \bar{v} \cdot (w_R - w_L) + \bar{w} \cdot (v_R - v_L) + F_{py,R} - F_{py,L} \quad (34)$$

بنابراین رابطه (31) تغییر کرده که در رابطه‌های (35) تا (37) بیان می‌گردد:

$$F_R - F_L = q \cdot (w_R - w_L) + \bar{w} \cdot (\Delta u \cdot S_y + \Delta v \cdot S_x) + \Delta F_{px} \cdot S_y - \Delta F_{py} \cdot S_x \quad (35)$$

$$\Delta v = (v_R - v_L), \quad \Delta u = (u_R - u_L) \quad (36)$$

$$\begin{aligned} \Delta F_{px} &= F_{px,R} - F_{px,L} \\ \Delta F_{py} &= F_{py,R} - F_{py,L} \end{aligned} \quad (37)$$

عدد ماخ محلی و نوسان‌های سرعتی به ترتیب بصورت  $\lambda^\pm = q \pm c \cdot S$  و  $M = \frac{q}{c \cdot S}$  تعریف می‌گردند [19]. بنابراین ضریب‌های  $\alpha_x$  و  $\beta_x$  در رابطه‌های (38) و (39) بیان می‌شود:

$$\alpha_x = |M| \quad (38)$$

$$\beta_x = \begin{cases} +\max\left(0, \frac{q + \lambda^-}{q - \lambda^-}\right) & 0 \leq M \leq 1 \\ -\max\left(0, \frac{q + \lambda^-}{q - \lambda^-}\right) & -1 \leq M \leq 0 \\ +\text{sign}(M) & |M| \geq 1 \end{cases} \quad (39)$$

در این حالت در نزدیکی نقطه‌های سکون، ضریب  $\alpha$  در رابطه (40) باید تصحیح گردد:

$$\alpha_x = \frac{1}{2} \cdot \left( \alpha_0 + \frac{|M|^2}{\alpha_0} \right) \quad (40)$$

که در آن  $\alpha_0$  یک مقدار بسیار کوچک ( $\approx 0/0001$ ) است [11]. برای اینکه بتوان جواب دقیق‌تری بدست آورد بایستی جمله‌های اتلاف مصنوعی در نزدیکی موج‌های ضربه‌ای با مقداری بالا، و در قسمت‌های دیگر میدان حل با مقداری پایین وارد حل شوند. به این منظور یک تابع سوئیچ  $L(u, v)$  که قابلیت شناسایی جریان را دارد وارد محاسبات می‌گردد. مقدار توان  $Z$  در رابطه (20) انتخابی است که  $2/66$  در نظر گرفته شده است [11].

#### 4- الگوریتم بکارگیری تلفیق دو روش حل کاسپ و حجم‌محدود

برای محدوده حل در تحقیق حاضر از شبکه استاندارد نوع H استفاده شده است و با انتخاب این شبکه ساده از پیچیدگی و حجم این محاسبات تا حدی

در اولین مرحله بایستی بردار متغیر اولیه جریان در دو سمت چپ و راست نقطه  $i, j$  به کمک تابع سوئیچ  $L(u, v)$  که در رابطه (20) تعریف شده است محاسبه می‌گردد [11]:

$$L(u, v) = \frac{1}{2} \cdot \left( 1 - \left| \frac{u-v}{|u|+|v|} \right|^z \right) \cdot (u+v) \quad (20)$$

مقدار توان  $Z$  انتخابی است و بین 2 تا 3 در نظر گرفته می‌شود، همچنین  $\varepsilon$  عددی بین 1 تا 5 پیشنهاد می‌شود [18,11].

همچنین در رابطه (21) شرایط خواص دو طرف المان تعریف شده است:

$$\begin{aligned} w_R &= w_{i+1,j} - \frac{1}{2} \cdot L(\Delta w_{i+3/2,j}, \Delta w_{i-1/2,j}) \\ w_L &= w_{i,j} + \frac{1}{2} \cdot L(\Delta w_{i+3/2,j}, \Delta w_{i-1/2,j}) \end{aligned} \quad (21)$$

که برای  $\Delta w$  رابطه (22) خواهد بود:

$$\Delta w_{i+1/2,j} = w_{i+1,j} - w_{i,j} \quad (22)$$

در رابطه (23) مؤلفه‌های شار جریان به دو جمله جابجایی و فشار تفکیک می‌گردد که:

$$\begin{aligned} F_x &= u \cdot w + F_{px} \\ F_y &= v \cdot w + F_{py} \end{aligned} \quad (23)$$

با در نظر گرفتن شار جابجایی  $q$ ، برای جمله‌های شار فشار جریان در رابطه‌های (24) تا (27) بدست خواهد آمد:

$$q = u \cdot S_y + v \cdot S_x \quad (24)$$

$$F = F_x \cdot S_y + F_y \cdot S_x = q \cdot w + F_{px} \cdot S_y + F_{py} \cdot S_x \quad (25)$$

$$F_{px} = \begin{bmatrix} 0 \\ p \\ 0 \\ u \cdot p \end{bmatrix} \quad (26)$$

$$F_{py} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ p \\ v \cdot p \end{bmatrix} \quad (27)$$

شار عبوری از سطح، بین سلول  $i$  و  $i+1$  در رابطه (28) عبارت است از:

$$F_{i+1/2,j} = \frac{1}{2} \cdot (F_{i+1,j} + F_{i,j}) - d_{i+1/2,j} \quad (28)$$

مؤلفه اتلاف مصنوعی در جهت  $x$  در رابطه (29) بیان می‌گردد:

$$\begin{aligned} d_{i+1/2,j} &= \frac{1}{2} \cdot \alpha^*_{i+1/2,j} \cdot c \cdot (w_R - w_L) \cdot S + \frac{1}{2} \cdot \beta_x \\ &\quad \times (F_R - F_L) \\ \alpha^* \cdot c &= \alpha_x \cdot c - \beta_x \cdot \bar{u} \end{aligned} \quad (29)$$

همچنین شارها در رابطه‌های (30) تا (32) تعیین می‌گردد:

کاسته می‌شود [11.4].

برای سرعت بخشیدن برای دست‌یابی به حل پایدار در حالت دوفازی، ابتدا حل مدل بیان شده برای حالت خشک در کل مسیر پره صورت می‌گیرد و این حل به عنوان حدس اولیه برای مدل‌سازی جریان دوفازی استفاده می‌شود.

به‌طور کلی نحوه بروز کردن دما، فشار و به دنبال آن آنتالپی، بستگی به حالت سیال عامل دارد. بایستی توجه داشت، هنگامی که بخار خشک در گذرگاه تیغه‌ها انبساط می‌یابد، ابتدا به صورت خشک بوده و به تدریج درجه فوق‌سردی آن افزایش یافته و پس از جوانه‌زایی به صورت بخار دوفازی در می‌آید و در نهایت ضمن بازگشت جریان به تعادل، جوانه‌زایی متوقف می‌گردد، اما کسر رطوبت به واسطه‌ی رشد قطره‌های موجود همچنان افزایش پیدا می‌کند. بنابراین، سیال عامل حالت‌های مختلفی را تجربه می‌کند و به همین دلیل فرآیند آن به سه ناحیه خشک، جوانه‌زایی و دوفازی قابل تقسیم است.

جریان ابتدا با روش حجم‌محدود جیمسون خشک حل می‌شود تا مقداره‌ی اولیه‌ی برای دامنه حل داشته باشد، سپس مقادیر حل بعد از 10 مرحله به معادله‌های اتلافی کاسپ داده‌شده و مراحل اجرا در آن صورت می‌پذیرد و این مرحله‌ها به نوبت تکرار می‌پذیرد. برای همگرایی نهایی هر کدام از روش‌ها یک سنسور برای بررسی جواب‌ها دارند. در مرحله دوم حل جریان رابطه گاز واقعی به همراه حالت خشک جریان در نظر گرفته می‌شود که بصورت مشابه مرحله اول ادامه می‌یابد. در مرحله سوم از رابطه مرطوب استفاده شده که سنسور جیمسون به همراه سنسور کاسپ همگرایی محدوده حل را کنترل می‌نماید.

تعیین خواص جریان در ناحیه جوانه‌زایی وابسته به محاسبه کسر رطوبت است. برای این منظور می‌بایست معادله‌های جریان را به طور همزمان با معادله‌های تشکیل و رشد قطره‌ها حل نمود. یک اختلاف مهم بین دو دسته معادله‌های بیان شده آن است که معادله‌های حاکم بر تشکیل و رشد قطره‌ها نسبت به زمان حساسیت بیشتری داشته و بایستی روی فواصل زمانی کوچک‌تری انتگرال‌گیری شوند. هرچند معادله‌های جریان بر پایه دیدگاه اوپلری می‌باشند، اما معادله‌های رشد قطره به طور طبیعی فرم لاگرانژی داشته و به همین علت فرض بر آن است که قطره‌ها در امتداد خطوط جریان رشد آن‌ها محاسبه می‌شود.

## 5- همگرایی حل

به طور کلی، برای بقای پایداری در طرح‌های صریح، بیش‌ترین گام زمانی توسط شرط کورانت [20] در رابطه (41) تعیین می‌گردد.

$$\Delta t = FT \cdot CFL \cdot \frac{\Delta x}{|V| + a} \quad (41)$$

که در آن  $|V|$  اندازه سرعت،  $a$  سرعت صوت و  $\Delta x$  گام مکانی است. CFL عدد کورانت است که برای روش استاندارد رانج‌کوتای چهار مرحله‌ای جیمسون  $2\sqrt{2}$  گزارش شده است و FT تا 0/4 در پایداری حل مشکلی ایجاد نمی‌کند. در این تحقیق، تغییر در مقدار سرعت محوری به عنوان معیار همگرایی در رابطه‌های (42) و (43) در نظر گرفته شده است [20,11]:

$$\left| \frac{\delta u}{u} \right|_{\max} \leq 0/01\% \quad (42)$$

$$\left| L_{i,j}^{t+1} - L_{i,j}^t \right| \leq 0/001\% \quad (43)$$

که با برقرار شدن همگرایی به روش بالا، شاخص نهایی انتخاب می‌گردد.

## 6- نتیجه‌ها

همانگونه که از هندسه پره در شکل (1) مشاهده می‌شود، مقطع میانی پره ثابت توربین نشان داده شده است. شرایط مرزی در نظر گرفته شده برای جریان پایدار دوبعدی با زاویه ورودی صفر، مافوق‌گرم، تراکم‌پذیر، آدیاباتیک و غیرلزج در دو حالت اعمال می‌شود:

1- حالت مادون‌صوت در پایین دست پره [4]:

$$P_{0 \text{ ورودی}} = 172 \text{ kPa}, \Delta T_{\text{درجه‌سردی}} = 8 \text{ K}, \frac{P_{\text{خروجی}}}{P_{0 \text{ ورودی}}} = 0/57$$

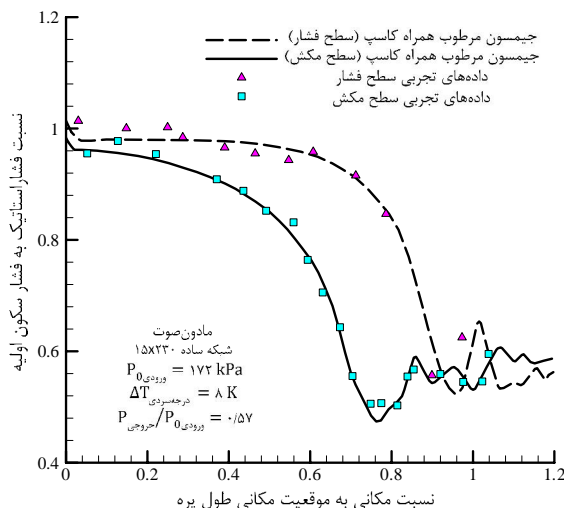
2- حالت مافوق‌صوت در پایین دست پره [4]:

$$P_{0 \text{ ورودی}} = 172 \text{ kPa}, \Delta T_{\text{درجه‌سردی}} = 8 \text{ K}, \frac{P_{\text{خروجی}}}{P_{0 \text{ ورودی}}} = 0/48$$

شبکه عددی استفاده شده همانگونه که در بخش مقدمه توضیح داده شد از نوع شبکه استاندارد با اندازه  $15 \times 230$  در نظر گرفته شده است، که استقلال این شبکه بارها در مراجع [10.9.4.1] ثابت گردید. لازم به ذکر است که در مرجع [11] که کار تحقیقی گذشته نویسنده‌های این مقاله است نیز استقلال شبکه آزمایش شده است، به همین جهت برای شرایط جدید این تحقیق نیز استقلال شبکه بررسی و تأیید شده است.

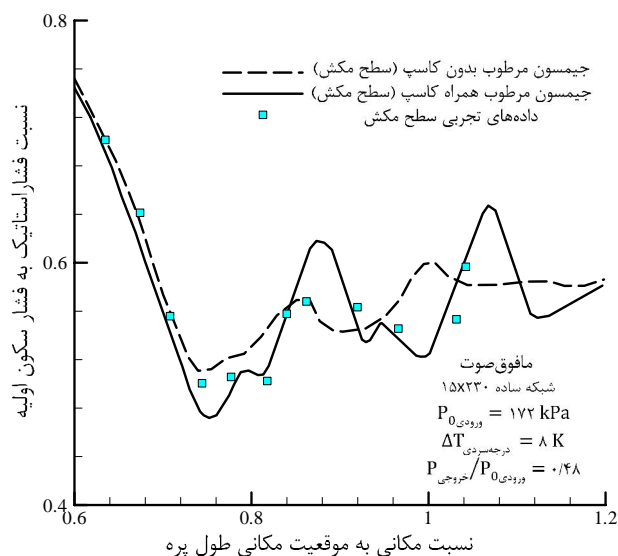
نتیجه‌های حاصل از بهبود روش عددی حجم‌محدود جیمسون مرطوب با بکارگیری روش کاسپ (روش تلفیقی) که برای اولین بار در حالت‌های مادون‌صوت و مافوق‌صوت صورت پذیرفته، در شکل‌های (3) تا (15) ارائه شده است.

در شکل‌های (3) و (4) تغییرهای نسبت فشار استاتیک به فشار سکون اولیه در طول پره روی سطح‌های مکش<sup>1</sup> و فشار<sup>2</sup>، برای جریان دوفازی بهبودیافته به روش کاسپ به ترتیب در حالت‌های مادون‌صوت و مافوق‌صوت مشخص شده است. شوک چگالش در امتداد سطح مکش قابل مشاهده است و افزایش فشار در محدوده  $0/7 = X/X$  روی سطح مکش به علت شوک آیرودینامیکی است منطقه هدف ( $0/9 < X/X < 0/65$ ) ناحیه حساس

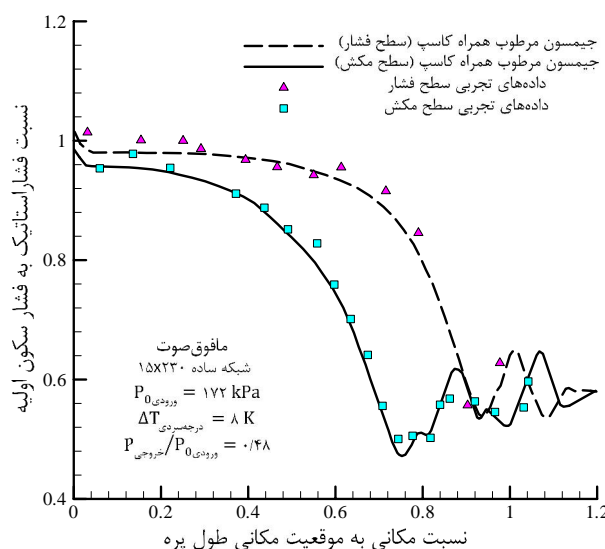


شکل 3 توزیع فشاراستاتیک به فشار سکون اولیه در طول پره در سطح‌های مکش و فشار حاصل از روش عددی تلفیقی (جیمسون + کاسپ) و مقایسه با داده‌های تجربی جریان خروجی مادون‌صوت [4]

1- Suction Side  
2- Pressure Side

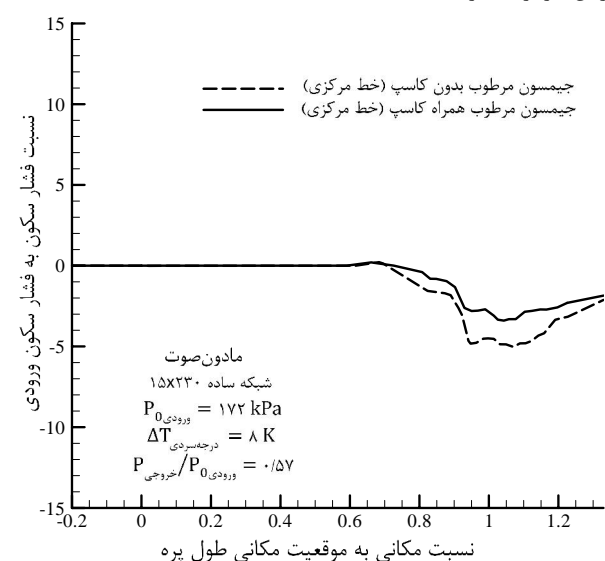


شکل 6 مقایسه توزیع فشار استاتیک به فشار سکون اولیه روی پره سطح‌های مکش حاصل از روش‌های عددی جیمسون و تلفیقی (جیمسون + کاسپ) و مقایسه با داده‌های تجربی جریان خروجی مافوق صوت [4]



شکل 4 توزیع فشار استاتیک به فشار سکون اولیه در طول پره در سطح‌های مکش و فشار حاصل از روش عددی تلفیقی (جیمسون + کاسپ) و مقایسه با داده‌های تجربی جریان خروجی مافوق صوت [4]

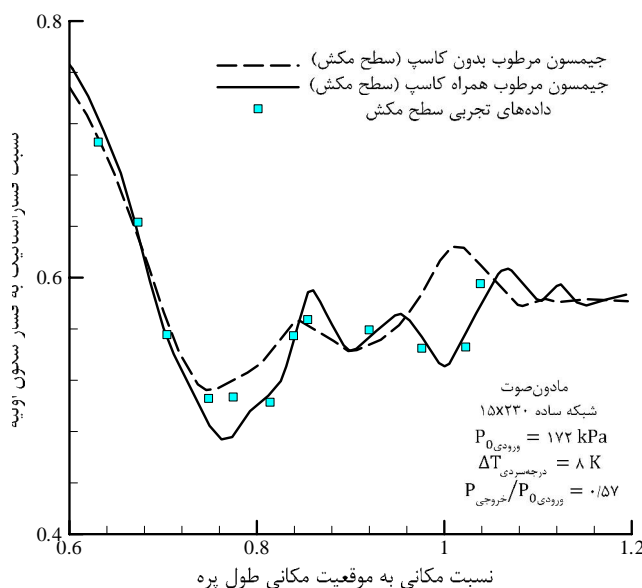
در مدل‌سازی جریان شده بیان شده، به علت انبساطی بودن مقدار فشار سکون تا قبل از شوک بایستی ثابت بماند. در شکل‌های (7) و (8) تغییرهای فشار سکون نسبت به فشار سکون اولیه ابتدای پره برای جریان دوفازی به روش بدون کاسپ و دوفازی تلفیقی پیشنهادی در حالت‌های مادون صوت و مافوق صوت ترسیم شده، که هرچه این تغییرها کمتر باشد حل مسئله به پیش فرض‌ها نزدیکتر است (نسبت به خط  $y = 0$ ). از آنجا که در طرح پیشنهادی تغییرهای فشار سکون کم‌تر بوده و نوسان‌های خطای عددی، که ناشی از شوک‌های جریان در مسیر روی پره است، به صورت نسبی در حالت مادون صوت در حدود 15 درصد بهبود یافته، همچنین در حالت مافوق صوت نیز در حدود 20 درصد بهبود حاصل شده است، به همین جهت نتیجه‌های حاصل از این روش تلفیقی به فرضیه‌های مسئله و یا به واقعیت جریان نیز نزدیک‌تر است.



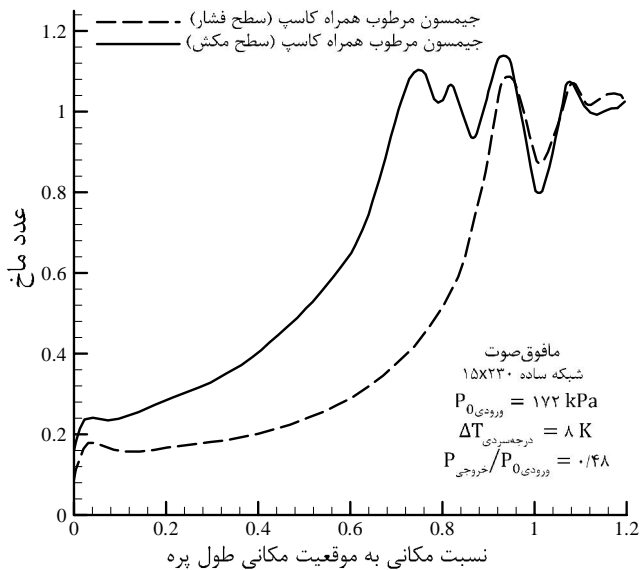
شکل 7 مقایسه توزیع درصد تغییرهای نسبت فشار سکون به فشار سکون ورودی حاصل از روش‌های عددی جیمسون و تلفیقی (جیمسون + کاسپ) در طول پره در خط مرکزی جریان خروجی مادون صوت

و بر اهمیت شوک‌ها روی سطح مکش است که روش تلفیقی نیز در این ناحیه تمرکز یافته است، و پوشش مناسبی بین نتیجه‌های عددی و داده‌های آزمایشگاهی [4] در شکل‌ها دیده می‌شود.

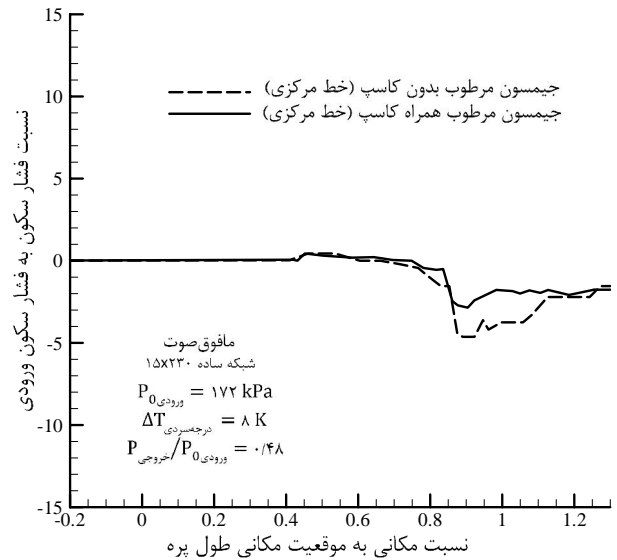
به علت اهمیت نتیجه‌های روی سطح مکش، در شکل‌های (5) و (6) تغییرهای نسبت فشار استاتیک به فشار سکون اولیه در طول پره روی سطح‌های مکش، برای جریان دوفازی و همچنین تأثیر استفاده از روش کاسپ در روش بهبود یافته به ترتیب در حالت‌های مادون صوت و مافوق صوت مشخص شده است. در مقایسه روش‌های جیمسون همراه کاسپ و بدون کاسپ با نتیجه‌های تجربی در شکل‌های (5) و (6) که در منطقه حساس شوک‌های میعان و آیرودینامیک می‌باشند، برتری روش تلفیقی به دلیل پوشش بهتر نتیجه‌های آزمایشگاهی همراه با کاهش خطاهای عددی را نشان می‌دهد.



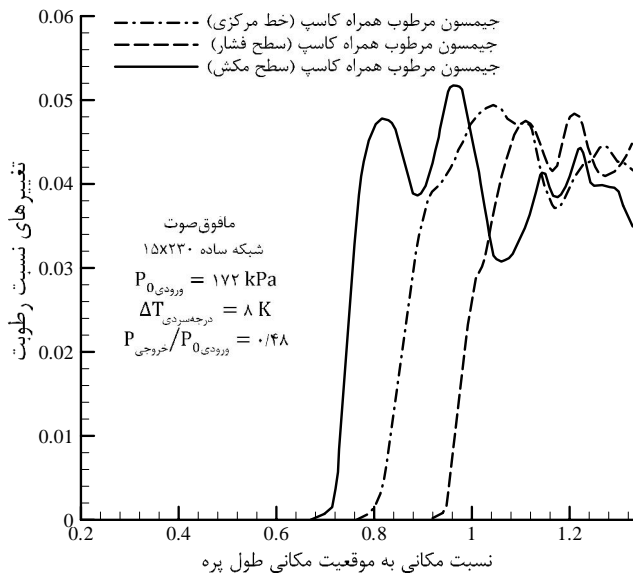
شکل 5 مقایسه توزیع فشار استاتیک به فشار سکون اولیه در طول پره در سطح مکش حاصل از روش‌های عددی جیمسون و تلفیقی (جیمسون + کاسپ) و مقایسه با داده‌های تجربی جریان خروجی مادون صوت [4]



شکل 10 توزیع ماخ در سطح‌های مکش و فشار حاصل از روش عددی تلفیقی (جیمسون + کاسپ) برای حالت خروجی مافوق صوت



شکل 8 مقایسه توزیع درصد تغییرهای نسبت فشار سکون به فشار سکون ورودی حاصل از روش‌های عددی جیمسون و تلفیقی (جیمسون + کاسپ) در طول پره در خط مرکزی جریان خروجی مافوق صوت



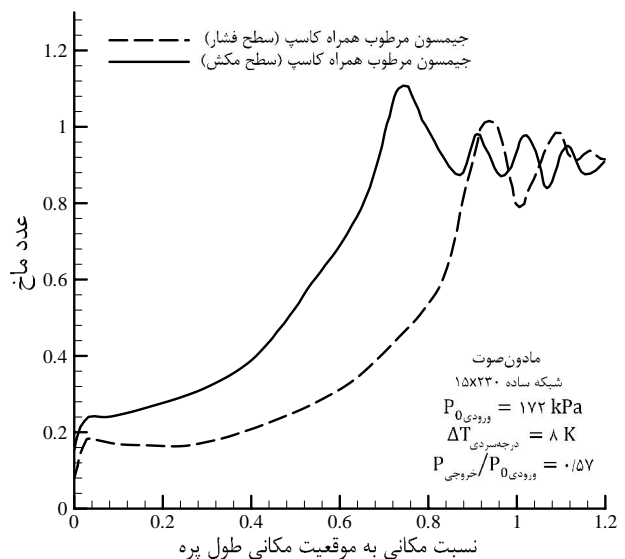
شکل 11 توزیع تغییرهای نسبت رطوبت در سطح‌های خط مرکزی جریان، مکش و فشار حاصل از روش عددی تلفیقی (جیمسون + کاسپ) برای حالت خروجی مافوق صوت

همچنین شکل (12) میزان بهبود تغییرهای نسبت رطوبت در اثر استفاده از حالت روش تلفیقی (جیمسون+کاسپ) و روش استاندارد (بدون کاسپ) را در سطح خط مرکزی جریان در روش تلفیقی پیشنهادی بصورت مشخص نشان می‌دهد.

در شکل (13) نرخ جوانه‌زایی در مسیر جریان را برای مدل دوفازی تلفیقی در حالت مادون صوت نمایش می‌دهد. از آنجا که نرخ انبساط در سطح مکش نسبت به سطح فشار بیشتر است، بنابراین جوانه‌زایی ابتدا روی سطح مکش شروع شده و تغییرهای نرخ جوانه‌زایی بین پره را به خوبی مشخص و نشان می‌دهد.

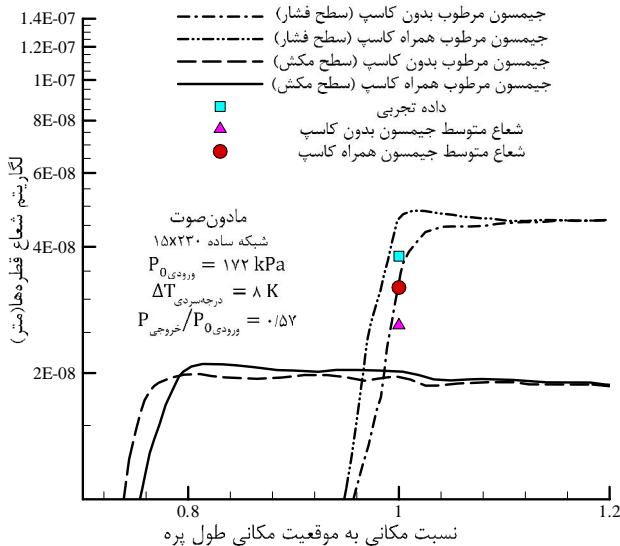
در شکل‌های (9) و (10)، تغییرهای عدد ماخ در طول پره در سطح‌های مکش و فشار برای جریان دوفازی تلفیقی پیشنهادی (جیمسون+کاسپ) در حالت‌های مادون صوت و مافوق صوت مشاهده می‌شود. با توجه به اینکه شوک باعث کاهش سرعت و در نتیجه کاهش عدد ماخ می‌شود، استفاده از روش تلفیقی دوفازی استفاده شده، اثرهای شوک روی کاهش عدد ماخ یا افزایش نسبی فشار را بهتر نشان می‌دهد. لازم بذکرست که منظور از جریان مادون-صوت در قسمت خروجی از پایین دست پره است.

در شکل (11) ناحیه‌ی چگالش ناگهانی کمی پس از گلوگاه واقع گردیده و به دلیل دو بعدی بودن جریان در هنگام عبور از روی سطح‌های مکش و فشار، مکان رخ دادن پدیده دوفازی متفاوت است. به همین جهت مقدارهایی چون نسبت رطوبت و عددهای ماخ در محدوده‌ی مرزها، پس از لبه فرار یکسان نیست که به علت حالت غیرپریودیک است.

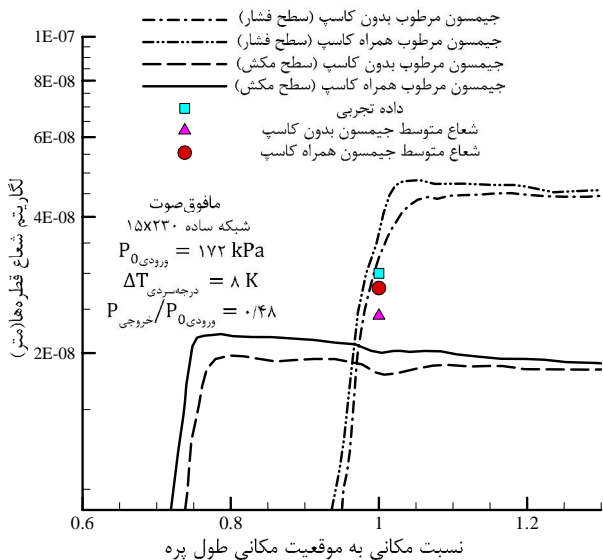


شکل 9 توزیع ماخ در سطح‌های مکش و فشار حاصل از روش عددی تلفیقی (جیمسون + کاسپ) برای حالت خروجی مادون صوت





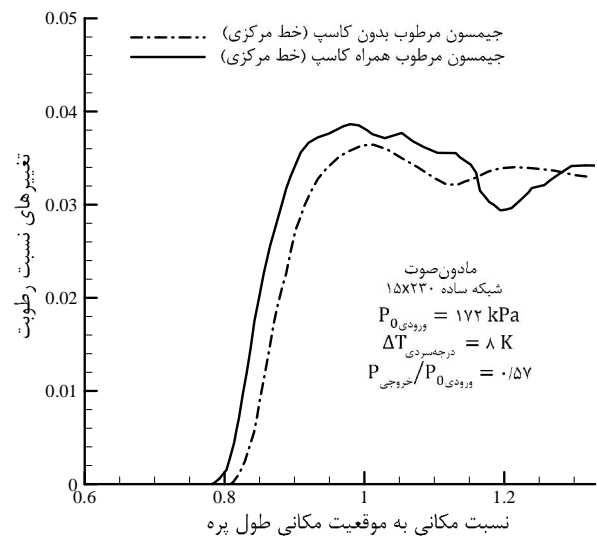
شکل 14 توزیع تغییرهای لگاریتمی شعاع قطره‌ها در امتداد سطح‌های مکش و فشار حاصل از روش‌های عددی جیمسون و تلفیقی (جیمسون + کاسپ) و مقایسه شعاع‌های متوسط با داده تجربی خروجی مادون صوت [10]



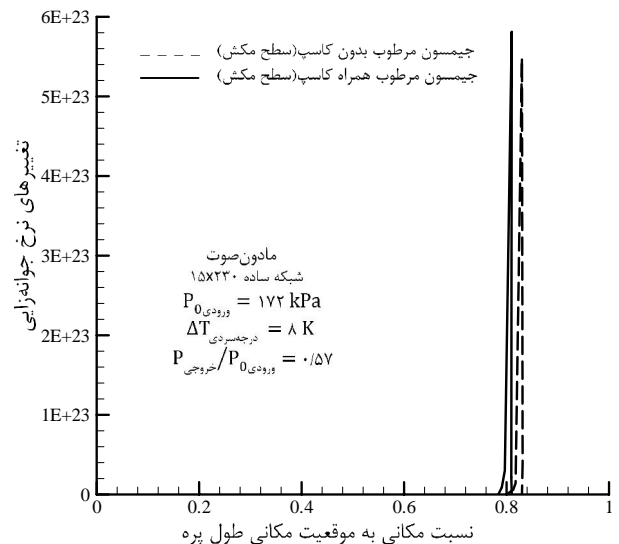
شکل 15 توزیع تغییرهای لگاریتمی شعاع قطره‌ها در امتداد سطح‌های مکش و فشار حاصل از روش‌های عددی جیمسون و تلفیقی (جیمسون + کاسپ) و مقایسه شعاع‌های متوسط با داده تجربی خروجی مافوق صوت [10]

توربین بخار استفاده شده است. مقایسه کلی نتیجه‌های دوفازی روش پیشنهادی (روش تلفیقی) با روش استاندارد (روش جیمسون بدون کاسپ) همراه نتیجه‌های آزمایشگاهی در حالت‌های مادون صوت و مافوق صوت، نشان از بهبود قابل ملاحظه‌ی نتیجه‌های حاصل از روش تلفیقی است. بهبود توزیع نسبت فشار در ناحیه حساس و پر اهمیت شوک‌ها روی سطح مکش کاملاً قابل مشاهده است که خود باعث بهبود اندازه متوسط شعاع قطره‌ها به میزان قابل توجهی نیز شده است.

خطاهای عددی ناشی از روش تلفیق پیشنهادی نیز تا میزان 20 درصد کاهش یافته است. یکی دیگر از ویژگی‌های روش تلفیقی استفاده از هر روش حجم‌محدود دیگر در تلفیق با روش کاسپ است.



شکل 12 توزیع تغییرهای نسبت رطوبت در سطح خط مرکزی جریان حاصل از روش‌های عددی جیمسون و روش عددی تلفیقی (جیمسون + کاسپ) برای حالت خروجی مادون صوت



شکل 13 توزیع تغییرهای نرخ جوانه‌زایی در سطح مکش حاصل از روش‌های عددی جیمسون و روش عددی تلفیقی (جیمسون + کاسپ) برای حالت خروجی مادون صوت

اندازه شعاع قطره‌های حاصل از مدل‌های دوفازی استاندارد (بدون کاسپ) و تلفیقی پیشنهادی در امتداد سطح‌های فشار و مکش در شکل‌های (14) و (15) با شعاع متوسط قطره‌ها در انتهای گذرگاه با شعاع تجربی در حالت‌های مادون صوت و مافوق صوت مقایسه شده است [10]. نتیجه‌های مدل تلفیقی در رابطه با اندازه قطره‌ها در مقایسه با مقدار داده تجربی برای هر دو حالت بیان شده پوشش مطلوب‌تری را نشان می‌دهد. با عبور قطره‌ها از شوک‌های آیرودینامیکی، کمی تبخیر صورت می‌پذیرد به طوری که قطر قطره‌ها کاهش می‌یابد. این کاهش قطر در موقعیت  $X/X = 1$  و تر  $X/X$  روی سطح مکش مشخص شده است که پس از آن قطره‌ها به رشد خود ادامه می‌دهند.

## 7- نتیجه‌گیری و جمع‌بندی

همانگونه که توضیح داده شد، ایده تلفیق دو روش حجم‌محدود جیمسون و کاسپ (روش تلفیقی) برای اولین بار در مدل‌سازی جریان دوفازی در پره

9- مراجع

8- فهرست علائم

[1] F. Bakhtar, M. Y. Zamri, J. M. Rodrigues-Lelis, A Comparative Study of Treatment of 2-D Two-Phase Flows of Steam by a Runge-Kutta and by Denton's Method, *Journal of Mechanical Engineering Sciences, IMechE* Vol. 221, No. 1, pp. 689-706, 2007.

[2] E. YousefiRad, M. R. Mahpeykar, Using Inverse Methods For The Numerical Integration Of Two-Dimensional, Finite Volume And Finite Difference Between Fixed-Blade Turbine, *Iranian Journal of Mechanical Engineering Transactions of the ISME*, Vol. 12, pp. 7-25, 2010. (In Persian)

[3] F. Bakhtar, M. T. M. Tochai, An Investigation of Two-Dimensional Flows Of Nucleating and Wet Steam by the Time-Marching Method, *Int. J. Heat and Fluid Flow* Vol. 12, No. 1, pp. 16, 1980.

[4] F. Bakhtar, M. R. Mahpeykar, K. Abbas, An Investigation of Nucleating Flows of Steam in a Cascade of Turbine Blading-Theoretical Treatment, *Journal of Fluids Engineering*, Vol. 117, No. 1, 1995.

[5] B. Zareyan, M. Mirzaei, Numerical Analysis of Supersonic Flows in Unified Coordinate System, Using Iterative Riemann Problem and Godunov Scheme, *Aerospace Mechanics Journal*, Vol. 7, No. 3, pp. 17-28, 2011. (In Persian)

[6] K. Mazaheri, M. Darbandi, S. Vakili-pour, Extension of an Implicit Upwind Scheme to an Unstructured Grid for Viscous Flow Fields, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 6, pp. 1-12, 2014. (In Persian)

[7] V. Venkatakrishnan, Convergence to Steady State Solutions of the Euler Equations on Unstructured Grids with Limiters, *Journal of Computational Physics*, Vol. 118, No. 1, pp. 120-130, 1995.

[8] Y. Shen, G. Zha, M. A. Huerta, E-CUSP Scheme For The Equations of Ideal Magnetohydrodynamics with High Order WENO Scheme, *Journal of Computational Physics*, Vol. 231, No. 19, pp. 6233-6247, 2012.

[9] E. Yousefi Rad, M. R. Mahpeykar, A. Teymourtash, Using Reverse Cusp Optimization Techniques to Improve the Two-Dimensional Jameson's Finite Volume Method, in *21th Iranian Conference of Mechanical Engineering*, 2013, pp. 234-340. (In Persian)

[10] A. R. Teymourtash, M. R. Mahpeykar, A Blade-To-Blade Inviscid Transonic Flow Analysis Of Nucleating Steam in a Turbine Cascade by the Jameson's Time-Marching Scheme Using Body Fitted Grid, *Journal of Engineering, Ferdowsi University of Mashhad*, Vol. 18, No. 1, pp. 1-20, 2006. (In Persian)

[11] E. Yousefi Rad, M. R. Mahpeykar, A. Teymourtash, Optimization of CUSP Technique Using Inverse Modeling for Improvement of Jameson's 2-D Finite Volume Method, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 14, No. 8, pp. 174-182, 2014. (In Persian)

[12] F. Liu, I. Jennions, A. Jameson, *Computation of Turbomachinery Flow by a Convective-Upwind-Split-Pressure (CUSP) Scheme*, Aerospace Sciences Meetings in: *36th AIAA Aerospace Sciences Meeting and Exhibit*, Eds.: American Institute of Aeronautics and Astronautics, 1998.

[13] M. R. Mahpeykar, A. R. Teymourtash, E. Lakzian, The Effects of Viscosity on Pressure Distribution and Droplet Size in Cascade of Transonic Steam Turbine, *Iranian Journal of Mechanical Engineering Transactions, ISME*, Vol. 11, pp. 6-29, 2010. (In Persian)

[14] G. Gyarmathy, *Bases for a Theory for Wet Steam Turbines*, Institute for Thermal Turbomachines, Federal Technical, Univ. Zurich, Vol. No. 6, 1964.

[15] E. Lakzian, M. R. Mahpeykar, A. R. Teymourtash, Controlling the Intensity and Location of Spontaneous Condensation in a 2D Laval Nozzle by Spraying Water Droplets at the Throat of Nozzle, *Aerospace Mechanics Journal*, Vol. 7, No. 4, pp. 35-49, 2011. (In Persian)

[16] A. Gerber, Two-Phase Eulerian/Lagrangian Model For Nucleating Steam Flow, *ASME J. Fluids Eng.*, Vol. 124, pp. 465-475, 2002.

[17] M. Nemeć, D. W. Zingg, Aerodynamic Computations Using the Convective-Upstream Split-Pressure Scheme with Local Preconditioning, *AIAA Journal*, Vol. 38, No. 3, pp. 402-411, 2000.

[18] A. Shah, L. Yuan, A. Khan, Upwind Compact Finite Difference Scheme for Time-Accurate Solution of the Incompressible Navier-Stokes Equations, *Applied Mathematics and Computation*, Vol. 215, No. 9, pp. 3201-3213, 2010.

[19] B. Srinivasan, A. Jameson, S. Krishnamoorthy, An Upwind State Approximate Riemann Solver, *International Journal for Numerical Methods in Fluids*, Vol. 70, No. 5, pp. 578-602, 2012.

[20] A. Jameson, W. Schmidt, E. Turkel, Numerical Solutions of the Euler Equations by Finite Volume Method, Using Runge-Kutta Time-Stepping Scheme, *AIAA 14th Fluid and Plasma Dynamics Conf.*, Vol. 2, pp. 1-14, 1981.

A	مساحت وجه المان (m <sup>2</sup> )
CFL	عدد کورانت
e	انرژی داخلی
F <sub>p</sub>	بردار شار ناشی از فشار در طرح کاسپ
F <sub>x</sub> , F <sub>y</sub>	بردارهای شار
ΔG	انرژی گیبس
G	نماد فاز بخار
J	نرخ تشکیل قطره‌ها
k	ثابت بولتزمن
L	نماد فاز مایع یا نماد چپ در روش کاسپ
h	آنتالپی
h <sub>0</sub>	آنتالپی کل
L(u, v)	سویچ جمله اتلاف مصنوعی
$\bar{l}$	مسیر پویا ازاد مولکول‌های بخار
m	دبی جرمی یا جرم یک مولکول
M	ماخ
MP	خط مرکز جریان
P	فشار استاتیک (kPa)
P <sub>0</sub>	فشار سکون (kPa)
$\vec{p}$	پارامتر مجهول
PS	سطح فشار
$\vec{P}_{est}$	تخمینی از پارامتر مجهول
r	شعاع قطره
q	ضریب تقطیر
R <sub>ij</sub>	مقدار باقی‌مانده در المان (ij) ام
R	ثابت گاز یا نماد راست در روش کاسپ
SS	سطح مکش
S <sub>ij</sub>	کل مساحت سطح المان (ij) ام
S <sub>x</sub> و S <sub>y</sub>	بردار سطح المان در جهت‌های X و Y
T	دمای استاتیک (K)
T <sub>0</sub>	دمای سکون (K)
T <sub>G</sub>	دمای بخار
T <sub>L</sub>	دمای قطره
T <sub>s</sub>	دمای اشباع
u, v	مؤلفه‌های سرعت (m/s)
ΔV	حجم المان
w	شار
x, y	مختصات در راستای جریان و عمود بر آن
z	پارامتر انتخابی در طرح کاسپ
<b>علائم یونانی</b>	
ω	رطوبت جرمی
σ	کشش سطحی
ν	ویسکوزیته سینماتیکی یا ضریب اصلاح در معادله جوانه‌زایی
λ	ضریب هدایت حرارتی
Ω	ماتریس قطری جهت کاهش انحراف
ρ	چگالی (kg/m <sup>3</sup> )