



## مدل سازی دینامیکی و کنترل تطبیقی مقاوم بهینه ربات متحرک همه جهته با استفاده از الگوریتم جستجوی هارمونی

محمود مزارع<sup>1</sup>، پگاه ق-قنبری<sup>2</sup>، محمدقاسم کاظمی<sup>3</sup>، محمدرسول نجفی<sup>4\*</sup>

1- کارشناسی ارشد، مهندسی مکانیک، دانشگاه شهید بهشتی، تهران  
 2- دانشجوی کارشناسی ارشد، مهندسی مکانیک، دانشگاه شهید بهشتی، تهران  
 3- دانشجوی دکتری، مهندسی برق، دانشگاه شهید بهشتی، تهران  
 4- مربی، مهندسی مکانیک، دانشگاه قم، قم  
 \* قم، صندوق پستی 1743524155، qom.ac.ir، mr.najafi@qom.ac.ir

### چکیده

در این مقاله، به طراحی کنترل کننده مود لغزشی تطبیقی بهینه به کمک الگوریتم جستجوی هارمونی برای ربات متحرک چند جهته پرداخته شده است. ابتدا مدل سازی سینماتیکی انجام و سپس با استفاده از معادلات مومنتوم خطی و زاویه‌ای، معادلات مدل دینامیکی ربات استخراج شده است. از آنجایی که مدل استخراجی، بیان دقیقی از رفتار ربات همه جهته نیست، مدل دارای عدم قطعیت می‌باشد. از این رو یک روش برای کنترل ردیابی ربات ارائه شده است. کنترل کننده پیشنهادی، شامل یک مدل دینامیک معکوس تقریباً شناخته شده به عنوان خروجی بخش مدل-مبنای کنترل کننده، ترم تخمینی از عدم قطعیت برای جبران دینامیک مدل نشده، اغتشاشات خارجی، و پارامترهای متغیر با زمان برای بهبود پایداری حلقه-بسته و میزان خطای تخمین عدم قطعیت‌ها می‌باشد. در ادامه به منظور مقایسه پاسخ کنترل کننده پیشنهادی، کنترل کننده‌های خطی سازی پسخور و مود لغزشی بهینه نیز طراحی، سپس یک تابع هزینه به صورت ترکیبی از نرخ سیگنال کنترلی و معیار خطای انتگرالی در نظر گرفته شده که به کمک الگوریتم جستجوی هارمونی مینیمم شده و پارامترهای کنترلی بهینه استخراج شده است. عملکرد کنترل کننده پیشنهادی در شرایط مختلف از جمله در حضور اغتشاش و تغییر پارامترهای سیستم، شبیه سازی و مورد بررسی قرار گرفته است.

### اطلاعات مقاله

مقاله پژوهشی کامل  
 دریافت: 06 خرداد 1396  
 پذیرش: 16 تیر 1396  
 ارائه در سایت: 18 مرداد 1396  
 کلید واژگان:  
 ربات همه جهته متحرک  
 مدل سازی دینامیکی  
 کنترل مقاوم تطبیقی  
 مود لغزشی  
 الگوریتم جستجوی هارمونی

## Dynamic Modeling and Optimal Adaptive Robust Control of an Omni Directional Mobile Robot Using Harmony Search Algorithm

Mahmood Mazare<sup>1</sup>, Pegah Ghaf-Ghanbari<sup>1</sup>, Mohammad Ghasem Kazemi<sup>2</sup>, Mohammad Rasool Najafi<sup>3\*</sup>

1- School of Mechanical Engineering, Shahid Beheshti University, Tehran, Iran  
 2- School of Electrical Engineering, Shahid Beheshti University, Tehran, Iran  
 3- School of Mechanical Engineering, Qom University, Qom, Iran  
 \* P.O.B. 1743524155, Qom, Iran, mr.najafi@qom.ac.ir

### ARTICLE INFORMATION

Original Research Paper  
 Received 27 May 2017  
 Accepted 07 July 2017  
 Available Online 09 August 2017

### Keywords:

Omni-Directional Mobile Robot  
 Dynamic modeling  
 Adaptive robust control  
 Sliding mode  
 Harmony search algorithm

### ABSTRACT

In this paper, an optimal adaptive sliding mode controller for an Omni-Directional Mobile Robot (ODMR) is proposed using harmony search algorithm. First, kinematic model of the robot is derived and then governing equations of dynamic model have been obtained using linear and angular momentum equilibrium. Since the derived model is not an exact definition of the system, it includes some uncertainties. To compensate them, a tracking control method has been offered. The proposed controller consists of an approximately known inverse dynamic model output as the model-based part of the controller, an estimated uncertainty term to compensate for the un-modeled dynamics, external disturbances, and time-varying parameters to enhance closed-loop stability and account for the estimation error of the uncertainties. In order to compare the results of the proposed controller, an optimal feedback linearization and sliding mode controllers are designed and then, a cost function has been defined by combining the variation rate of control signal and the integral error index. This cost function has been minimized using harmony search algorithm, resulting in optimum control parameters. Finally, the performance of the designed controller in different conditions such as in presence of disturbance and system parameter variation has been simulated and discussed.

### 1- مقدمه

حرکات انتقالی و دورانی را به طور مستقل انجام دهد. چالاکي نهنفته در ذات این نوع ربات باعث شده که در محیط‌های دینامیکی به‌طور گسترده مورد مطالعه قرار گیرد [1-3]. مسابقات روبوکاپ بین‌المللی سالانه که در آن

ربات متحرک همه جهته<sup>1</sup> نوعی ربات هولونومیک است که می‌تواند هم‌زمان

<sup>1</sup> Omni-Directional Mobile Robot

### Please cite this article using:

M. Mazare, P. Ghaf-Ghanbari, M. Gh. Kazemi, M. R. Najafi, Dynamic Modeling and Optimal Adaptive Robust Control of an Omni Directional Mobile Robot Using Harmony Search Algorithm, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 17, No. 8, pp. 191-200, 2017 (in Persian)

برای ارجاع به این مقاله از عبارت ذیل استفاده نمایید:

در روش‌های تطبیقی غیرخطی مرسوم، هدف کنترل‌کننده، به‌دست آوردن پارامترهای متغیر دینامیک ساختار یافته‌ای است که منجر به ردیابی خوبی شود. همچنین عدم قطعیت‌های ساختاریافته و اغتشاشات محدود را جبران کند. در نتیجه، این فاکتورها در مواردی که مدل دینامیکی ربات چندان شناخته شده نیست، یا زمانی که کنترل سریع بلادرنگ نیاز است، روی کنترل‌کننده‌های تطبیقی غیرخطی تأثیر می‌گذارند [18-20].

کنترل‌کننده‌های مقاوم با ساختار متغیر که از کنترل مود لغزشی استفاده می‌کنند، به دلیل قابلیت کنترل عدم قطعیت‌ها، عملکرد گزرای خوبی مثل خطای ردیابی کم و پاسخ سریع را از خود بر جای می‌گذارند. طبیعت گسسته قانون کنترل مود لغزشی، سبب "چترینگ"<sup>3</sup> می‌شود، که ممکن است تحریک یک دینامیک فرکانس بالا را در پی داشته باشد. روش لایه مرزی که تلاش می‌کند پدیده چترینگ را از بین ببرد، به یک مصالحه بین عملکرد و چترینگ نیاز دارد. علاوه بر این، شناختی قبلی از کران بالای بردار اغتشاشات در بدترین حالت، برای رسیدن به همگرایی نیاز است و طراحی کنترل‌کننده براساس بدترین حالت، مستلزم ریسک بالایی است.

کنترل‌کننده‌های ترکیبی مود لغزشی و تطبیقی به عنوان روشی برای غلبه بر مشکل کنترل تطبیقی و مود لغزشی مطالعه شده است. ایده اصلی این است که از کنترل تطبیقی برای تخمین پارامترهای ناشناخته سیستم دینامیکی و از کنترل مود لغزشی برای غلبه بر دینامیک‌های مدل نشده و اغتشاشات خارجی استفاده شود [21]، هر چند کنترل ترکیبی تطبیقی به یک مدل پارامتریزه شده خطی از سیستم در حال تحلیل و دانش قبلی از محدوده عدم قطعیت نیاز دارد. علاوه بر این تعداد زیادی از پارامترها و یک بهره تطبیق (مثل پارامتر طراحی) متناظر با هر پارامتر ناشناخته باعث پیچیدگی بیشتر است. مسئله طراحی یک کنترل‌کننده مقاوم و تطبیقی بدون دانستن مرزهای عدم قطعیت در مرجع [22] بیان شده که به یک مدل خطی پارامتریزه شده مشخص برای سیستم به منظور طراحی کنترل‌کننده نیاز دارد.

این مقاله طراحی کنترل‌کننده مقاومی را برای ربات متحرک همه جبهه با استفاده از تکنیک مقاوم تطبیقی پیشنهاد می‌دهد. مدل‌سازی سینماتیکی و دینامیکی سیستم در حضور اغتشاش و اصطکاک ارائه شده است. بر اساس مدل دینامیکی، طراحی کنترل‌کننده مقاوم تطبیقی به گونه‌ای انجام شده است که با وجود تغییر پارامترها و عدم قطعیت‌ها، ربات در تعقیب مسیر مطلوب پایدار شود. با انتخاب یک تابع لیاپانوف مناسب، و براساس روش مستقیم لیاپانوف با کنترل‌کننده مقاوم تطبیقی یک قانون کنترلی و قانون تطبیق برای پارامتر مجهول و نیروهای اصطکاک محدود و عدم قطعیت اعمالی به چرخ‌های محرک به دست می‌آید، به طوری که پایداری سیستم را تضمین کنند. نتایج شبیه‌سازی برای نشان دادن کارآمدی کنترل‌کننده پیشنهادی و قانون تطبیق برای ربات متحرک همه جبهه در حضور پارامترهای مجهول، اغتشاش و اصطکاک ارائه شده است. نوآوری مقاله شامل ارائه کنترل مقاوم تطبیقی بهینه بر مبنای الگوریتم جستجوی هارمونی [23] روی مسیر طراحی شده می‌باشد.

ساختار این مقاله بدین ترتیب است: در قسمت 2 به مدل‌سازی سینماتیکی و دینامیکی ربات مورد مطالعه پرداخته شده است. سپس در قسمت 3 کنترل‌کننده‌های مختلف طراحی می‌شود. در قسمت 4، یک مسیر مطلوب به منظور تعقیب برای ربات متحرک همه جبهه طراحی و به عنوان مسیر مرجع به کنترل‌کننده‌ها داده می‌شود. در قسمت 5 شبیه‌سازی‌های

تیم‌هایی از ربات‌های خودگردان در مسابقاتی فوتبال-مانند به رقابت می‌پردازند، نمونه‌ای از کاربرد ربات‌های متحرک همه جبهه است.

کنترل دقیق ردیاب مسیر یکی از ارکان اصلی به‌کارگیری ربات‌های همه جبهه است. کنترل ردیاب ربات متحرک همه جبهه را می‌توان به دو فعالیت برنامه‌ریزی مسیر<sup>1</sup> و تعقیب مسیر<sup>2</sup> تقسیم‌بندی کرد [4,5]. برنامه‌ریزی مسیر به معنای تعیین مسیر هندسی عملی و بهینه است. الگوریتم‌های بهینه‌سازی مسیر ربات‌های متحرک همه جبهه در مراجع [4,6-9] مورد بحث و بررسی قرار گرفته‌اند. در [7] برنامه‌ریزی مسیر دینامیکی برای ربات همه جبهه با لحاظ نمودن قیود دینامیکی مطالعه شده است. در مقاله حاضر، تمرکز اصلی بر کنترل تعقیب مسیر دقیق است. فرض می‌شود که مسیری عملی و سازگار با محدودیت‌های فیزیکی ربات، معلوم باشد. از آن‌جا که برنامه‌ریزی مسیر دینامیکی بهینه موضوع بحث این مقاله نیست، از یک فیلتر آماده برای جلوگیری از اشباع عملگرها و انباشتگی خطای انتگرال‌گیر در صورت صدور دستور ناگهانی و غیر منتظره مسیر، و مغایر با محدودیت‌های دینامیکی ربات استفاده شده است.

تعقیب مسیر در حوزه‌های مختلفی از جمله کارخانجات، سیستم‌های ناوبری و بیمارستان‌ها مطالعه و به کار گرفته شده است. بازده عملکردی بالا، قابلیت حرکت آزادانه در فضاهای باریک و رسیدن به نقاط مطلوب به صورت دقیق و بدون نیاز به سنسورهای پیچیده از ملزومات این امر است.

اخیراً، ربات‌های متحرک همه جبهه، در حوزه رباتیک و سیستم‌های کنترل به شدت مورد توجه قرار گرفته‌اند. نتایج بسیاری از تحقیقاتی که بر روی ربات‌های متحرک همه جبهه انجام شده، با تکنیک‌های مختلف در مسائل تعقیب مسیر پیاده‌سازی شده‌اند. لی و همکاران [10] کنترل‌کننده PD برای تعقیب مسیر سینوسی توسط ربات همه جبهه را ارائه دادند. اما آن‌ها از دینامیک سیستم چشم‌پوشی کردند و تنها مدل سینماتیکی را لحاظ کردند. وازکز و همکاران [11] نیز براساس مدل دینامیکی ربات و به منظور حل مسأله تعقیب مسیر دایره‌ای، کنترل‌کننده گشتاور محاسباتی را با استفاده از قانون فیدبک PD پیشنهاد دادند. نگی و همکاران [4]، استراتژی کنترل بلادرنگی برای حرکت ربات از نقطه اولیه به نقطه هدف در کوتاه‌ترین زمان ممکن ارائه دادند. ولی آن‌ها تغییر پارامترها و شرایط لغزش ناشی از سطح کار را در نظر نگرفتند. هانگ و همکاران [12] کنترل‌کننده‌ای برای مسأله تعقیب مسیر به روش مود لغزشی تناسبی-دیفرانسیلی پیشنهاد کردند. واتانابه و همکاران [13] ربات متحرک همه جبهه را با کنترل گشتاور محاسباتی و روش‌های کنترل شتاب بررسی کردند. با این حال آن‌ها بر کنترل بلادرنگ تمرکز نکردند.

از آن‌جا که تکنیک کنترلی پیش‌گام مزایای زیادی از جمله پاسخ سریع و مقاومت بالا دارد، تحقیقات متعددی [14-17] بر روی کنترل ربات‌های چرخ‌دار متحرک با به‌کارگیری تکنیک پیش‌گام انجام شده است. در این مطالعات، از روش کنترلی تلفیق مدل سینماتیکی در مدل دینامیکی استفاده شده است. با این وجود، مسأله پایدارسازی و ردیابی ربات‌های متحرک همه جبهه با استفاده از رویکرد تطبیقی همچنان باز است.

در دهه‌های اخیر، پژوهش‌های زیادی برای طراحی و بهبود کنترل‌کننده برای سیستم‌های دارای عدم قطعیت انجام شده است. اساس عمده روش‌های کنترل مقاوم و غیرخطی شناخته شده، کنترل تطبیقی، کنترل مود لغزشی، ترکیب کنترل تطبیقی و مود لغزشی، و کنترل مقاوم مبتنی بر لیاپانوف است.

<sup>1</sup> Path Planning

<sup>2</sup> Trajectory Following

<sup>3</sup> Chattering

مربوطه صورت گرفته و در آخر، در قسمت 6 نتیجه گیری ذکر شده است.

جدول 1 مقادیر پارامترهای ربات

مقدار	واحد	پارامتر
2.54	kg	$m$
$6.25 \times 10^{-3}$	kg m <sup>2</sup>	$I$
0.09	m	$L$
10	N V <sup>-1</sup>	$\delta$
2	-	$\beta$
146	N s rad <sup>-1</sup>	$\gamma$
14.8	V	$u_{max}$
5	m s <sup>-2</sup>	$a_{max}$

بخش بعد به مدل سازی سینماتیکی و دینامیکی ربات در حضور اغتشاش می پردازد.

1-2- مدل سازی سینماتیکی

مطابق "شکل 1"، سرعت های خطی مرکز چرخ ها به صورت روابط (1) قابل بیان هستند.

$$\begin{aligned}
 v_1 &= -\dot{x} \sin \theta + \dot{y} \cos \theta + L\dot{\theta} \\
 v_2 &= -\dot{x} \sin \left( \theta + \frac{2\pi}{3} \right) + \dot{y} \cos \left( \theta + \frac{2\pi}{3} \right) + L\dot{\theta} \\
 v_3 &= -\dot{x} \sin \left( \theta - \frac{2\pi}{3} \right) + \dot{y} \cos \left( \theta - \frac{2\pi}{3} \right) + L\dot{\theta}
 \end{aligned} \tag{1}$$

این روابط به فرم ماتریسی به صورت رابطه (2) نوشته می شوند.

$$\Gamma = H^{-1} \dot{Q}_C \tag{2}$$

که در آن،  $\Gamma = [v_1 \ v_2 \ v_3]^T$  بردار سرعت چرخ ها است و ماتریس  $H^{-1} \in \mathcal{R}^{3 \times 3}$  به صورت (4) تعریف می شود.

$$H^{-1} = \begin{bmatrix} -\sin \theta & \cos \theta & L \\ -\sin \left( \frac{\pi}{3} - \theta \right) & -\cos \left( \frac{\pi}{3} - \theta \right) & L \\ \sin \left( \frac{\pi}{3} + \theta \right) & -\cos \left( \frac{\pi}{3} + \theta \right) & L \end{bmatrix} \tag{3}$$

روابط مربوط به سرعت زاویه ای چرخ ها برحسب سرعت های خطی به صورت ماتریسی به صورت رابطه (4) قابل بیان می باشد.

$$\Omega = \frac{\Gamma}{r} = \frac{1}{r} H^{-1} \dot{Q}_C \tag{4}$$

که در آن  $\Omega = [\omega_1 \ \omega_2 \ \omega_3]^T$  بردار سرعت زاویه ای چرخ ها است. با توجه به معادله (4) می توان بردار سرعت نقطه  $C$  را به صورت (5) ساده کرد.

$$\dot{Q}_C = rH\Omega \tag{5}$$

با توجه به "شکل 1" بردار سرعت ربات همه جهته،  $Y$ ، به صورت زیر به دست می آید:

$$Y = \begin{bmatrix} v_C \\ \omega_C \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \theta & \sin \theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{\theta} \end{bmatrix} \tag{6}$$

2-2- مدل سازی دینامیکی

نمای شماتیک پلتفرم متحرک همه جهته به همراه نیروهای ناشی از اصطکاک و پدیده لغزش در "شکل 2" نشان داده شده است.

معادلات تعادل مومنتوم خطی و زاویه ای ربات با لحاظ نمودن بردار نیروی اغتشاش ناشی از اصطکاک سطح و پدیده لغزش براساس قانون دوم نیوتن به صورت زیر نوشته می شود:

2- مدل سازی دینامیکی ربات متحرک همه جهته

نمای شماتیک ربات متحرک همه جهته در "شکل 1" نشان داده شده است. سه چرخ ربات در فواصل مساوی و با زاویه  $120^\circ$  از هم قرار دارند. شعاع هر سه چرخ برابر و مساوی با  $r$  است و با یک موتور الکتریکی DC به حرکت در می آید. فاصله مرکز چرخ تا مرکز هندسی  $C$ ،  $L$  در نظر گرفته می شود. بردار موقعیت هر چرخ نسبت به دستگاه مختصات متحرک  $P_{wi} \in \mathcal{R}^{2 \times 1}$   $CX_0Y_0$  است که در نقطه  $C$  به ربات متصل شده است. بردار  $d_{wi} \in \mathcal{R}^{2 \times 1}$  جهت حرکت هر چرخ نسبت به دستگاه مختصات مرجع  $OXY$  است. بردار حالت نقطه  $C$  در دستگاه مختصات مرجع با  $Q_C = [x \ y \ \theta]^T$  نشان داده می شود.  $P_C = [x \ y]^T$  نیز به عنوان بردار موقعیت نقطه  $C$  نسبت به دستگاه مختصات مرجع در نظر گرفته می شود.  $v_C$  و  $\omega_C$  به ترتیب سرعت خطی و زاویه ای ربات و  $v_i$  و  $\omega_i$  سرعت خطی و زاویه ای چرخ های ربات هستند.

مقادیر پارامترهای ربات در جدول 1 ارائه شده است.

برای مدل سازی ربات فرض های زیر در نظر گرفته می شود:

- 1- مرکز ثقل ربات بر مرکز هندسی آن در نقطه  $C$  منطبق است.
- 2- مقدار دقیق پارامترهای سینماتیکی از جمله  $L$  و  $r$  معلوم است.
- 3- بردار اغتشاشی که بر ربات اعمال می شود شامل اصطکاک سطح و لغزش بین چرخ و زمین است.

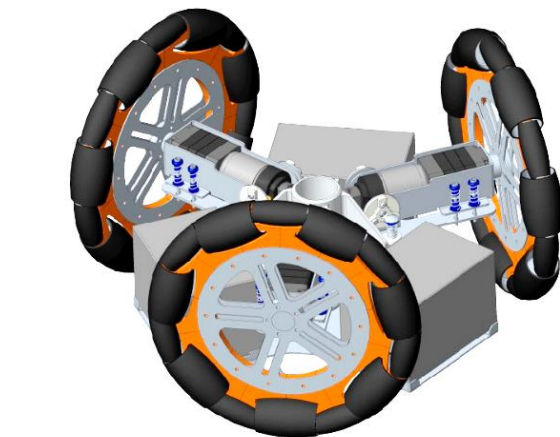
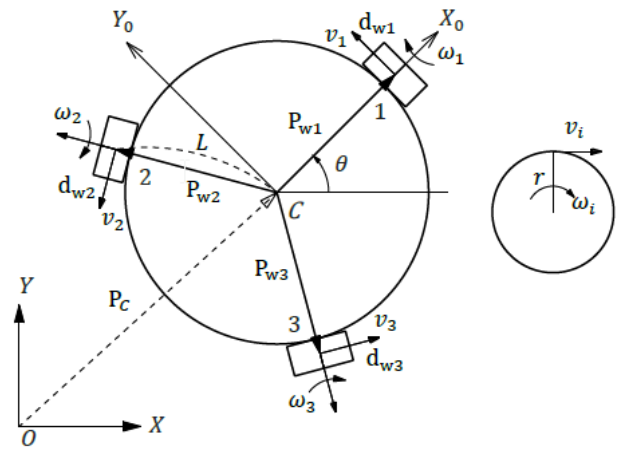


Fig. 1 Geometrical model of ODMR

شکل 1 مدل هندسی ربات همه جهته متحرک

$$f_{d1} = -f_{M1} \sin \theta - f_{M2} \sin \left( \frac{\pi}{3} - \theta \right) + f_{M3} \sin \left( \frac{\pi}{3} + \theta \right) + f_{A1} \cos \theta + f_{A2} \cos \left( \frac{2\pi}{3} + \theta \right) + f_{A3} \cos \left( \frac{4\pi}{3} + \theta \right)$$

$$f_{d2} = f_{M1} \cos \theta - f_{M2} \cos \left( \frac{\pi}{3} - \theta \right) - f_{M3} \cos \left( \frac{\pi}{3} + \theta \right) + f_{A1} \sin \theta + f_{A2} \sin \left( \frac{2\pi}{3} + \theta \right) + f_{A3} \sin \left( \frac{4\pi}{3} + \theta \right)$$

$$f_{d3} = L(f_{M1} + f_{M2} + f_{M3}) - \frac{mg}{3} \mu_{M \max} \leq f_{Mi} \leq \frac{mg}{3} \mu_{M \max}$$

$$-\frac{mg}{3} \mu_{A \max} \leq f_{Ai} \leq \frac{mg}{3} \mu_{A \max} \quad (12)$$

در  $\mu_{A \max}$  و  $\mu_{M \max}$  به ترتیب حداکثر ضرایب اصطکاک استاتیکی در راستای حرکت چرخ و در راستای محوری آن و  $g$  شتاب گرانش است. بردار نیروی اصطکاک غیرقطعی در نامساوی صدق می‌کند. به عبارت دیگر،  $\|F_d\|_{\infty} \leq k_{\max}$  که  $\|F_d\|_{\infty}$  نرم بی‌نیهایت  $F_d$  و  $k_{\max}$  حداقل حد بالای  $\|F_d\|_{\infty}$  است.

با تعریف  $q = Q_C = [x \ y \ \theta]^T$  به عنوان بردار وضعیت ربات، بردار سرعت به فرم  $\dot{q} = \dot{Q}_C = [\dot{x} \ \dot{y} \ \dot{\theta}]^T$  حاصل می‌شود. فرم ماتریسی معادلات حرکت به صورت زیر است:

$$M\ddot{q} + A\dot{q} + F_d = Bu \quad (13)$$

که

$$M = B^{-1} \begin{bmatrix} m & 0 & 0 \\ 0 & m & 0 \\ 0 & 0 & I \end{bmatrix} \quad B = \delta H^{-T}$$

$$A = B^{-1} \begin{bmatrix} 1.5\beta & 0 & 0 \\ 0 & 1.5\beta & 0 \\ 0 & 0 & 3\beta L^2 \end{bmatrix} \quad F_d = B^{-1} \begin{bmatrix} f_{d1} \\ f_{d2} \\ f_{d3} \end{bmatrix} \quad (14)$$

### 3- طراحی کنترل کننده

#### 1-3- روش کنترلی خطی سازی پسخور

در این بخش با اعمال روش خطی سازی پسخور روی معادلات ربات، معادلات مذکور به حالت خطی در آمده و در ادامه کنترل کننده PD به سیستم اعمال شده است. در ابتدا معادلات دینامیکی به فرم فضای حالت نوشته می شوند.

$$\dot{x}_1 = x_2 \quad (15)$$

$$\dot{x}_2 = -M^{-1}Ax_2 - M^{-1}F_d + M^{-1}Bu \quad (16)$$

اگر ورودی به شکل زیر انتخاب شود، سیستم به فرم خطی درمی‌آید.

$$u = B^{-1}M[v + M^{-1}F_d + M^{-1}Ax_2] \quad (17)$$

با جایگذاری رابطه (17) در (16)، معادله (18) حاصل می‌شود.

$$\dot{q} = v \quad (18)$$

برای رسیدن به هدف طراحی، ابتدا بردار خطا به صورت زیر تعریف می‌شود.

$$e = q - q_d \quad (19)$$

با در نظر گرفتن ورودی معادل به شکل زیر معادله دیفرانسیل خطا به دست می‌آید.

$$v = \dot{x}_2 - K_d \dot{e} - K_p e \quad (20)$$

اگر ورودی معادل  $v$  به شکل فوق در نظر گرفته شود و ضرایب  $K_p$  و  $K_d$  مثبت انتخاب شوند، خروجی حول خروجی مطلوب پایدار شده و خطا به سمت صفر میل می‌کند.

$$\sum_{i=1}^3 (f_i - f_{Mi})R(\theta)d_{wi} - F_A = m\ddot{P}_C \quad (7)$$

$$L \sum_{i=1}^3 (f_i - f_{Mi}) = I\ddot{\theta} \quad (8)$$

$$F_A = \begin{bmatrix} f_{A1} \cos \theta + f_{A2} \cos \left( \frac{2\pi}{3} + \theta \right) + f_{A3} \cos \left( \frac{4\pi}{3} + \theta \right) \\ f_{A1} \sin \theta + f_{A2} \sin \left( \frac{2\pi}{3} + \theta \right) + f_{A3} \sin \left( \frac{4\pi}{3} + \theta \right) \end{bmatrix} \quad (9)$$

که  $F_A$  بردار نیروی اغتشاش ناشی از اصطکاک سطح و پدیده لغزش بین چرخ و زمین در راستای محوری چرخ است.  $f_{Ai}$  و  $f_{Mi}$  ( $i = 1, 2, 3$ ) به ترتیب اندازه نیروهای اصطکاک وارد بر چرخ  $i$ ام در راستای حرکت چرخ و در راستای محوری آن هستند و  $\dot{P}_C \in \mathcal{R}^{2 \times 1}$  معرف بردار شتاب خطی و  $\ddot{\theta}_C$  شتاب زاویه‌ای است.  $f_i$  ( $i = 1, 2, 3$ ) اندازه نیروی محرک وارد بر هر چرخ از سوی موتور  $i$ ام می‌باشد و  $m$  و  $I$  به ترتیب جرم و ممان اینرسی ربات حول مرکز ثقل آن می‌باشند. نیروی ایجاد شده در چرخ متصل به موتور الکتریکی را می‌توان از مشخصه‌های موتور DC به صورت زیر نوشت:

$$f_i = \delta u_i - \beta v_{wi} \quad (10)$$

که  $u_i$  ( $i = 1, 2, 3$ ) ولتاژ اعمال شده به هر موتور DC و  $v_{wi}$  ( $i = 1, 2, 3$ ) سرعت خطی هر چرخ است.  $\delta$  و  $\beta$  نیز ضرایب مشخصه موتور هستند که وابسته به پارامترهای موتور DC می‌باشند و از کاتالوگ آن یا از طریق تست به دست می‌آیند. از معادلات (7) تا (9) معادلات دینامیکی ربات به صورت زیر نوشته می‌شوند:

$$\begin{bmatrix} m\ddot{x} \\ m\ddot{y} \\ I\ddot{\theta} \end{bmatrix} + \frac{3\beta}{2} \begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ 2L^2\dot{\theta} \end{bmatrix} = \delta H^{-T}u - F_d \quad (11)$$

که  $u = [u_1 \ u_2 \ u_3]^T \in \mathcal{R}^{3 \times 1}$  بردار ولتاژ ورودی اعمال شده به موتور DC و  $F_d = [f_{d1} \ f_{d2} \ f_{d3}]^T \in \mathcal{R}^{3 \times 1}$  بردار نیروی اغتشاش اصطکاک و لغزش است که با توجه به "شکل 2"، در جهت‌های 1، 2 و 3 به صورت روابط (12) قابل تصویرسازی و برآیندگیری است:

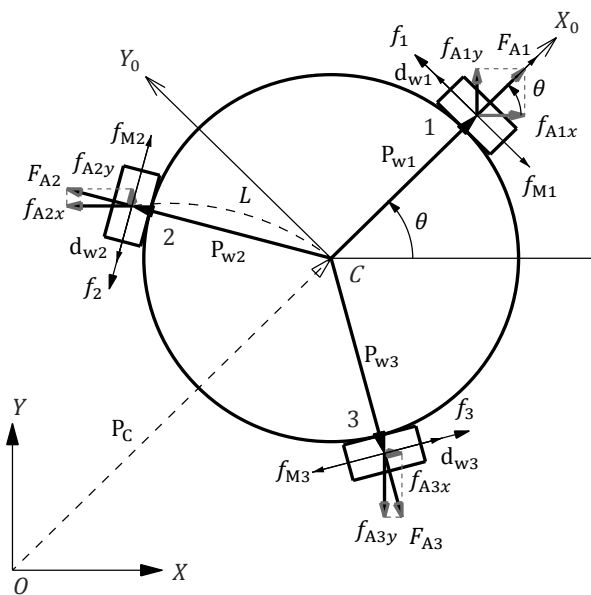


Fig. 2 Configuration for geometric model of the ODMR

شکل 2 مدل هندسی ربات متحرک همه جهته

مناسب به صورت تطبیقی در طول حرکت ربات محاسبه می شوند. در این قسمت با در نظر گرفتن پارامترهای مدل دینامیکی ربات، الگوریتم کنترل مقاوم تطبیقی ارائه می شود. این تکنیک کنترلی شامل مود لغزشی تطبیقی است که قانون تطبیق فقط براساس حد بالای عدم قطعیت تطبیق داده می شود. برای استخراج قوانین کنترلی و تطبیقی، تابع لیاپانوف به صورت رابطه (28) در نظر گرفته می شود:

$$V(t) = \frac{1}{2}(S^TMS + \tilde{\rho}^T\Gamma\tilde{\rho}) \quad (28)$$

که در آن

$$S = \dot{e} + \lambda e \quad (29)$$

و  $S$  بردار سطح لغزش  $\Gamma = \text{diag}(\Gamma_1, \dots, \Gamma_n)$ ،  $\lambda = \text{diag}(\lambda_1, \dots, \lambda_n)$ ،  $\Gamma$  و ماتریس های مثبت و متقارن هستند. همچنین درجه آزادی ربات  $n$  می باشد و  $\tilde{\rho} = \hat{\rho} - \rho$  بردار خطای تخمین حد بالای عدم قطعیت است. با مشتق گیری از  $V(t)$ :

$$\begin{aligned} \dot{V}(t) &= S^T\dot{M}\dot{S} + \frac{1}{2}S^T\dot{M}S + \tilde{\rho}^T\Gamma\dot{\tilde{\rho}} \\ &= S^T M(\ddot{q}_d + \lambda\dot{e}) + S^T[\frac{1}{2}(\dot{M} - 2A) + A]S + \tilde{\rho}^T\Gamma\dot{\tilde{\rho}} \end{aligned} \quad (30)$$

با توجه به خاصیت پاد متقارن بودن  $(\dot{M} - 2A)$  و فرم ماتریسی معادلات ربات رابطه (31) بازنویسی می شود:

$$\dot{V}(t) = S^T[u - (A\dot{q} + F_d) - M\ddot{q}_d + M\lambda\dot{e} + AS] + \tilde{\rho}^T\Gamma\dot{\tilde{\rho}} \quad (31)$$

حال یک مسیر مرجع مجازی به صورت (32) و (33) تعریف می شود:

$$q_r = q_d - \lambda \int_0^q e dt \quad (32)$$

$$\dot{q}_r = \dot{q}_d - \lambda e, \quad \ddot{q}_r = \ddot{q}_d - \lambda \dot{e} \quad (33)$$

با جایگذاری در رابطه (31):

$$\dot{V}(t) = S^T[u - (A\dot{q}_r + F_d) - M\ddot{q}_r + M\lambda\dot{e} + M\lambda e] + \rho\tilde{\rho}^T \quad (34)$$

با توجه به اینکه  $u = \hat{u} - K_{ASMC} \tanh(S)$  قانون کنترلی به صورت (35) تعریف می شود.

$$u = \hat{M}\ddot{q}_r + \hat{A}\dot{q}_r + \hat{F}_d - K_{ASMC} \tanh(S) \quad (35)$$

ماتریس های  $\hat{M}$ ،  $\hat{A}$ ،  $\hat{F}_d$  تخمین های موجود از ترم های دینامیکی هستند.  $K_{ASMC} = \text{diag}(k_{ASMC_1}, \dots, k_{ASMC_n})$  و یک ماتریس مثبت معین متقارن است.

حال با جایگذاری قانون کنترلی استخراجی در رابطه  $\dot{V}(t)$ :

$$\begin{aligned} \dot{V}(t) &= S^T[u - (M\ddot{q}_r + A\dot{q}_r + F_d)] + \tilde{\rho}^T\Gamma\dot{\tilde{\rho}} \\ &= S^T[-K_{ASMC}K \tanh(S) + \tilde{M}\ddot{q}_r + \tilde{A}\dot{q}_r + \tilde{F}_d - M\ddot{q}_r \\ &\quad - A\dot{q}_r - F_d] + \tilde{\rho}^T\Gamma\dot{\tilde{\rho}} \\ &= S^T[-K_{ASMC}K \tanh(S) + \tilde{M}\ddot{q}_r + \tilde{A}\dot{q}_r + \tilde{F}_d] + \tilde{\rho}^T\Gamma\dot{\tilde{\rho}} \\ \tilde{M} &= \hat{M} - M, \tilde{A} = \hat{A} - A, \tilde{F}_d = \hat{F}_d - F_d \end{aligned} \quad (36)$$

مطابق این خصوصیت مدل دینامیکی ربات که بردار نیروهای گرانش  $F_d$  دارای کران بالا می باشد:

$$\|F_d(q)\| \leq \zeta_g \rightarrow \|\tilde{M}\ddot{q}_r + \tilde{A}\dot{q}_r + \tilde{F}_d\| \leq \sum_{i=1}^n \rho_i(S_i, t) \quad (37)$$

$\dot{V}(t)$  به صورت (38) بازنویسی می شود.

$$\dot{V}(t) \leq \sum_{i=1}^n |S_i|[-k_{ASMC_i} + \rho_i] + \tilde{\rho}^T\Gamma\dot{\tilde{\rho}} \quad (38)$$

با فرض اینکه  $k_{ASMC_i} = k_i + \hat{\rho}_i$  که  $k_i$  یک پارامتر مثبت است. با

$$\ddot{e} + K_d\dot{e} + K_p e = 0 \quad (21)$$

در نتیجه قانون کنترلی به شکل رابطه (22) بیان می شود.

$$u = M[\ddot{x}_2 - K_d\dot{e} - K_p e + M^{-1}F_d + M^{-1}Ax_2] \quad (22)$$

مدل دینامیکی حاصل بیانگر مدل دقیق سیستم نمی باشد، از این رو سیستم دارای عدم قطعیت پارامتری و غیر ساختار یافته است، که این مهم باعث کاهش حاشیه پایداری و حساسیت به اغتشاش خارجی در روش خطی سازی پسخور می شود. البته وجود کنترل کننده PD در ورودی خطی سازی پسخور تا حدودی این عوارض ناخواسته را تعدیل می کند. بنابراین در کل کارایی این روش به میزان خطا در مدل سازی وابسته بوده که در شبیه سازی ها میزان اثر پذیری آن نسبت به پارامترها بررسی شده است.

### 2-3- کنترل کننده مود لغزشی

عدم قطعیت مدل در سیستم های مکانیکی می تواند اثرات منفی بر عملکرد آن ها داشته باشد. رویکرد کنترل مقاوم از جمله ابزارهای مهم برای مقابله با عدم قطعیت در مدل است که از جمله روش های کنترلی که در این رهیافت قرار می گیرد، روش کنترل مود لغزشی می باشد [24]. از جمله معایب این روش کنترلی که معمولاً کاربرد آن را برای کنترل سیستم های مکانیکی محدود می کند، سوئیچینگ فرکانس بالا است که باعث به وجود آمدن پدیده چترینگ می شود.

خطای تعقیب مسیر در متغیر حالت  $q$  را به صورت  $e = q - q_d$  در نظر گرفته و یک سطح متغیر با زمان در فضای حالت  $n$  بعدی را با رابطه (23) تعریف می کنیم که در آن  $\Lambda_{SMC}$  یک ثابت اکیداً مثبت می باشد. هدف از این تعریف، نگه داشتن شیب سطح لغزش در نزدیکی صفر است.

$$S(q, t) = \left(\frac{d}{dt} + \Lambda_{SMC}\right)^{n-1} e \quad (23)$$

از طرفین رابطه (23) با انتخاب  $n = 2$  نسبت به زمان مشتق گیری می شود.

$$\dot{S} = (\ddot{q} - \ddot{q}_d) + \Lambda_{SMC}(\dot{q} - \dot{q}_d) \quad (24)$$

قانون کنترلی  $\hat{u}(t)$  جهت رسیدن به  $\dot{S} = 0$  به صورت (25) تقریب زده می شود.

$$\hat{u}(t) = -\hat{f} + \ddot{q}_d - \Lambda_{SMC}(\dot{q} - \dot{q}_d) \quad (25)$$

برای اینکه شرط لغزش با وجود عدم قطعیت در دینامیک  $f(q, t)$  برقرار باشد، روی سطح  $S = 0$ ، یک جمله ناپیوسته به  $\hat{u}(t)$  اضافه شده که بیان گر قانون کنترلی سوئیچینگ است.

$$u(t) = \hat{u}(t) - K_{SMC} \tanh(S) \quad (26)$$

که  $K_{SMC}$  یک ثابت مثبت است. بنابراین با انتخاب  $K_{SMC}$  نسبتاً بزرگ، مربع فاصله تا سطح در امتداد همه مسیرهای سیستم کاهش می یابد.

با توجه به شرایط پایداری تابع لیاپانوف و با استفاده از معادله سطح لغزش در نظر گرفته شده، با ساده سازی ریاضی، قانون کنترل مود لغزشی برای ربات به صورت رابطه (27) استخراج می شود:

$$u = (\ddot{q}_d - \dot{e} - \Lambda_{SMC}e) + A\dot{q} + F_d - MK_{SMC} \tanh(S) \quad (27)$$

### 3-3- کنترل کننده مود لغزشی تطبیقی

کنترل کننده مود لغزشی با مشخص بودن حد بالای عدم قطعیت در مقابل اغتشاشات خارجی عملکرد مناسبی خواهد داشت اگر اطلاع دقیقی از میزان حد بالای آنها باشد. از اینرو با استفاده از کنترل تطبیقی مشکل مذکور قابل حل می باشد بدین صورت که ضرایب کنترلی با استفاده از قوانین تطبیق

جایگذاری در (38):

$$\dot{V}(t) \leq \sum_{i=1}^n |S_i| [-k_{ASMC_i} \left(\frac{|S_i|}{\mu_i}\right) + \rho_i] + \tilde{\rho}_i \Gamma \hat{\rho}_i \quad (44)$$

با استفاده از قانون تطبیق تغییر یافته و ساده سازی:

$$\begin{aligned} \dot{V}(t) &\leq \sum_{i=1}^n |S_i| [-k_{ASMC_i} \left(\frac{|S_i|}{\mu_i}\right) + (\rho_i - \tilde{\rho}_i)] \\ &\leq \sum_{i=1}^n |S_i| [-k_{ASMC_i} \left(\frac{|S_i|}{\mu_i}\right) + (2\rho_i - \hat{\rho}_i)] \\ &\leq \sum_{i=1}^n |S_i| [-k_{ASMC_i} \left(\frac{|S_i|}{\mu_i}\right) + 2\rho_i] \end{aligned} \quad (45)$$

از این رو کنترل کننده پیشنهادی سیستم را پایدار کرده و خطای ردیابی بصورت یکنواخت محدود خواهد ماند. در این حالت  $\dot{V}(t)$  منفی معین است اگر

$$|S_i| > \left(\frac{2\rho_i}{k_i}\right) \mu_i = \delta_{S_i} \quad (46)$$

به هر حال،  $\delta_{S_i}$  به حد بالای عدم قطعیت  $\rho_i$  پارامترهای  $\mu_i$  و نیز  $k_i$  وابسته است. این باعث می شود که برای کاهش خطای ردیابی حالت ماندگار ناچار به افزایش بهره  $k_i$  و در نتیجه افزایش تلاش کنترلی مورد نیاز شویم.

### 4-3- تعیین ضرایب کنترل کننده ها

در این قسمت به نحوه تعیین ضرایب کنترل کننده های طراحی شده پرداخته می شود. بدین منظور یک تابع هزینه مطابق رابطه (47) پیشنهاد شده است.

$$\begin{aligned} \text{Obj} &= \alpha(\text{ITAE}) + \beta(|\dot{u}|) \\ \text{ITAE} &= \int |e(t).t| dt \end{aligned} \quad (47)$$

که  $e(t)$  بیانگر خطا و  $|\dot{u}|$  نرخ تعیین سیگنال کنترلی، و  $\alpha$  و  $\beta$  وزن های اعمالی می باشند. به منظور تأثیر برابر در بهینه سازی، مقدار هر یک از وزن های فوق برابر یک در نظر گرفته شده اند. در ادامه به منظور تعیین ضرایب بهینه، تابع هزینه پیشنهادی با استفاده از الگوریتم جستجوی هارمونی [24] مینیمم شده و نتایج در جدول 2 نشان داده شده است.

### 4- طراحی مسیر

مسایل کنترلی در دسته بندی موسوم به مسایل بهینه سازی نرم قرار می گیرند. حل این مسایل به میزان قابل توجهی ساده تر از مسایل بهینه سازی

جدول 2 پارامترهای کنترل کننده ها

مقدار	پارامتر	کنترل کننده
diag(551.2368, 551.2368, 551.2368)	$K_P$	خطی سازی پسخور
diag(48.7514, 48.7514, 48.7514)	$K_D$	(FLC)
diag(20.3019, 20.3019, 20.3019)	$K_{SMC}$	مود لغزشی
diag(91.2562, 91.2562, 91.2562)	$\Lambda_{SMC}$	(SMC)
diag(58.3964, 58.3964, 58.3964)	$K_{ASMC}$	مود لغزشی تطبیقی
diag(0.0690, 0.0690, 0.0690)	$\mu$	(ASMC)
34.2539	$\lambda_1$	
$4.5005 \times 10^3$	$\lambda_2$	
$1.4827 \times 10^3$	$\lambda_3$	

<sup>1</sup> Soft optimization problems

$$\dot{V}(t) \leq \sum_{i=1}^n |S_i| [-k_i - \tilde{\rho}_i] + \tilde{\rho}_i \Gamma \hat{\rho}_i \quad (39)$$

حال قانون تطبیق به صورت رابطه (40) تعریف در نظر گرفته می شود.

$$\hat{\rho}_i = \hat{\rho} = \Gamma_i^{-1} |S_i| \quad (40)$$

با استفاده از این قانون تطبیق، معادله  $\dot{V}(t)$  به صورت زیر خلاصه می شود.

$$\dot{V}(t) \leq \sum_{i=1}^n -k_{ASMC_i} |S_i| \leq 0 \quad (41)$$

از این رو  $\dot{V}(t)$  منفی معین می باشد. نتایج نشان می دهد که کنترل کننده پیشنهادی قابلیت پایدارسازی سیستم را داشته و ردیابی حلقه بسته جهت همگرا شده به سطح لغزش را تضمین می کند. بنابراین، کنترل کننده پیشنهادی خطای ردیابی حالت ماندگار صفر را تضمین می کند. از ویژگی های اصلی این کنترل کننده این است که نیاز به دانش قبلی از حد بالای عدم قطعیت ندارد.

همان طور که از رابطه (40) پیداست مقدار  $\hat{\rho}_i$  صفر می باشد وقتی مقدار  $S_i$  صفر است در غیر این صورت مقدار  $\hat{\rho}_i$  مدام افزایش می یابد. اما در عمل، به دلیل نویز، خطای ترکینگ حالت ماندگار روی سطح لغزش نمی ماند. در این صورت حالت بهره کنترلی  $k_{ASMC_i}$  به وضوح بیشتر از حد تخمین زده شده نسبت به عدم قطعیت است که باعث پدیده چترینگ می شود. به منظور جلوگیری از افزایش بهره های کنترلی، قانون کنترلی و قانون تطبیقی به صورت زیر تغییر پیدا می کند.

$$u = \tilde{M}\ddot{q}_r + \tilde{A}\dot{q}_r + \tilde{F}_d - K_{ASMC} \tanh\left(\frac{S}{\mu}\right) \quad (42)$$

$$\hat{\rho}_i = \Gamma_i^{-1} |S_i| \tanh((|S_i| - \mu_i) \hat{\rho}_i) \quad (43)$$

که  $\mu = \text{diag}(\mu_1, \dots, \mu_n)$  و پهنای باند متغیر  $S$  می باشد که بر اساس دامنه نویز اندازه گیری شده انتخاب می شود. این تغییر در قانون های کنترلی و تطبیقی، اثر افزایش بهره را به طور قابل توجهی از بین می برد و چترینگ را هم تضمین می کند (چترینگ خروجی). این تغییر، دستاوردهای کنترلی زیر را به همراه دارد:

1. اگر  $|S_i| \geq \mu_i$  باشد علامت قانون تطبیق (43) مثبت بوده و بهره برای مقابله با عدم قطعیت محدود افزایش می یابد تا به یک مقدار به اندازه کافی بزرگ برسد و در نتیجه خطای ترکینگ به سطح لغزش می رسد.
  2. تا زمانی که مسیر درون لایه مرزی قرار دارد،  $|S_i| < \mu_i$  بوده و علامت قانون تطبیق (43) منفی می باشد. همچنین بهره  $k_{ASMC_i}$  به اندازه ای کاهش می یابد که متناسب با عدم قطعیت های معمول می باشد. با این قانون تطبیق کمترین مقدار  $k_{ASMC_i}$  روی  $k_i$  تنظیم می شود.
  3. اگر یک بار اضافی یا یک اغتشاش خارجی به ربات اعمال شود و باعث شود که  $|S_i| \geq \mu_i$  گردد در این صورت با توجه به الگوریتم بالا، بهره کنترلی  $k_{ASMC_i}$  نسبت به عدم قطعیت فعلی (معمول) تنظیم می شود.
- برای آنالیز پایداری سیستم حلقه بسته، همان تابع لیاپانوف قبلی را در نظر می گیریم و قانون های کنترلی تغییر داده شده را مجدداً در آن جایگذاری می کنیم. برای حالتی که  $|S_i| \geq \mu_i$  است همان آنالیز پایداری برای سیستم حلقه بسته قبلی برقرار است و ردیابی مسیر به سمت مرز صفحه لغزش همگرا شود. اما تا زمانی که مسیر رسیدن درون لایه مرزی است و  $|S_i| < \mu_i$ ، مشتق تابع لیاپانوف نسبت به زمان ذکر شده در رابطه (36) به صورت رابطه (44) تغییر می کند.

نشان داده شده است. همان طور که مشاهده می شود کنترل کننده مود لغزشی تطبیقی در مقابل عدم قطعیت اعمالی به سیستم دارای میزان خطای کمتری می باشد. سیگنال کنترلی عملگرها برای کنترل ربات در مسیر مطلوب در "شکل 9" نشان داده شده است. چنان که دیده می شود سیگنال های کنترلی، هموار بوده و به محدوده اشباع خود نرسیده اند. با قرار گرفتن سیگنال ها از نظر دامنه و فرکانس در محدوده کارکرد عملگرها، اعمال سیگنال ها امکان پذیر است. دامنه کمتر سیگنال کنترلی در کنترل مود لغزشی تطبیقی، گرچه نشان دهنده تلاش کنترلی کمتر است، اما مطابق "شکل 9" می توان نتیجه گرفت که با تلاش کمتر، منجر به کاهش خطای ردیابی شده است.

#### 1-5 حساسیت به عدم قطعیت ها

انحراف معیار خطای هر کدام از حالت های سیستم در حضور عدم قطعیت های مختلف به ترتیب در "شکل های 10 تا 13" نشان داده شده است. همانطور که مشاهده می شود کنترل کننده مود لغزشی تطبیقی در مقابل عدم قطعیت اعمالی به سیستم مقاومت قابل توجهی را نشان داده است. مطابق اشکال مربوط به انحراف معیار خطای حالت های سیستم، با بالا رفتن میزان عدم قطعیت، عملکرد کنترل کننده مود لغزشی تطبیقی خیلی بهتر از عملکرد دیگر کنترل کننده ها می باشد. از طرف دیگر، متوسط خطای کنترل کننده خطی سازی پسخور با نرخ بیشتری در حال افزایش می باشد که این مهم به دلیل حاشیه کم پایداری این کنترل کننده در برابر عدم قطعیت های اعمالی است.

همچنین در ادامه به منظور نشان دادن عملکرد بهتر کنترل کننده پیشنهادی، معیارهای خطا برای هر کدام از کنترل کننده های طراحی شده محاسبه و در جدول 3 شان داده شده است. لازم به ذکر است که اغتشاش خارجی در تمامی شبیه سازی های انجام گرفته اعمال شده است.

جدول 3 مقادیر معیارهای خطا برای کنترل کننده های طراحی شده

Table 3 values of error criteria for designed controllers

IASE	ITASE	ITAE	Controller
0.0176	0.0456	0.6587	FLC
2.817 e-4	7.254 e-4	0.08341	SMC
8.56 e-5	2.322 e-4	0.04368	ASMC

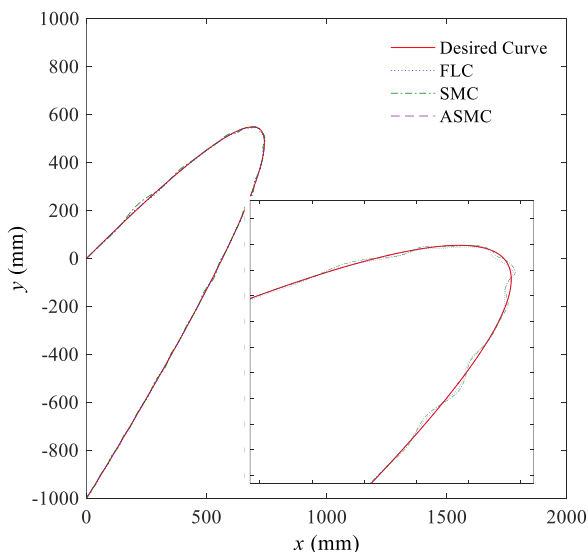


Fig. 3 Designed trajectory for omni-directional mobile robot

شکل 3 مسیر طراحی شده برای ربات متحرک همه جهته

صرف است. در ادامه یک مسیر مرجع پیوسته با زمان طراحی می شود به گونه ای که پیوستگی شتاب و سرعت نیز حفظ شود.

#### 1-4 مسیر مرجع

ساده ترین مسیریابی  $(q_{ref}(t))$  که چهار شرط مرزی را ارضاء می کند،

$$\begin{aligned} q_{ref}(0) &= q_0 & \dot{q}_{ref}(0) &= v_0 \\ q_{ref}(t_f) &= q_f & \dot{q}_{ref}(t_f) &= v_f \end{aligned} \quad (48)$$

چند جمله ای های درجه سوم به فرم زیر هستند:

$$q_{ref}(t) = at^3 + bt^2 + ct + d \quad (49)$$

چهار ضریب مجهول  $a, b, c, d$  را می توان به آسانی به دست آورد و در

نتیجه مسیر مرجع  $q_{ref}$  به صورت زیر حاصل می شود.

$$\begin{aligned} q_{ref}(t) = & \left[ -\frac{2(q_f - q_0)}{t_f} + v_f + v_0 \right] \frac{t^3}{t_f^2} \\ & + \left[ \frac{3(q_f - q_0)}{t_f} - v_f - 2v_0 \right] \frac{t^2}{t_f} \\ & + v_0 t + q_0 \end{aligned} \quad (50)$$

در شبیه سازی، مسیر ربات حداقل یک بار در هر میلی ثانیه محاسبه شده است. بنابراین، پیاده سازی آن به معنای واقعی بلادرنگ تلقی می شود. "شکل 10" مسیر ایجاد شده در مانوری که شرایط زیر را ارضاء می کند و به ربات داده شده است، را نشان می دهد.

$$\begin{aligned} x(0) &= 0, & y(0) &= 0, & \theta(0) &= -\pi/2 \\ \dot{x}(0) &= 1, & \dot{y}(0) &= 1, & \dot{\theta}(0) &= 0 \\ x(t_f) &= 0, & y(t_f) &= -1/2, & \theta(t_f) &= 0 \\ \dot{x}(t_f) &= 0, & \dot{y}(t_f) &= 0, & \dot{\theta}(t_f) &= 0 \end{aligned} \quad (51)$$

در شبیه سازی، به منظور در نظر گرفتن اثر لغزش، چسبندگی و غیره، یک اغتشاش تصادفی (با اندازه مطلق 0.1 m دامنه، 0.01 m/s سرعت، 0.01 rad فاز و 0.01 rad/s سرعت زاویه ای) پس از هر گام زمانی به حالت ها اضافه شده است.

لازم به ذکر است که تمامی شبیه سازی ها با اعمال نویز در نظر گرفته شده انجام شده اند.

#### 5- شبیه سازی

نتایج پیاده سازی سیستم حلقه بسته برای کنترل ربات مورد مطالعه در شبیه سازی روی مسیر طراحی شده در ادامه آورده می شود.

در شبیه سازی صورت گرفته، سه تکنیک کنترلی خطی سازی پسخور، مود لغزشی و کنترل مقاوم تطبیقی پیشنهادی در تعقیب مسیر مورد نظر پیاده سازی شده است. در این شبیه سازی سه نیروی اغتشاشی سینوسی با دامنه های 3، 4 و 5 نیوتن و فرکانس های 30، 40 و 20 رادیان بر ثانیه روی عملگرها در نظر گرفته شده است. همچنین جهت بررسی عملکرد مقاوم تکنیک های کنترلی، عدم قطعیت های مختلف در نظر گرفته شده است.

مسیر مطلوب و کنترل شده برای ربات متحرک همه جهته در "شکل 3" نشان داده شده است. رفتار کیفی حاصل، نشان دهنده عملکرد بهتر کنترل مقاوم تطبیقی پیشنهادی در حضور عدم قطعیت و اغتشاش خارجی می باشد. تعقیب مسیر مطلوب در منحنی های نمودار زمانی حرکت ربات در "شکل های 4، 5 و 6" به طور واضح تر دیده می شود.

سیگنال خطای مربوط به کنترل کننده ها نیز در "شکل 7" نشان داده شده است. همان طور که در شکل قابل مشاهده است، سیگنال خطای حاصل از کنترل کننده پیشنهادی علاوه بر داشتن مقدار کوچکتر، نوسان های کمتری نیز دارد. در ادامه به منظور نشان دادن عملکرد بهتر کنترل کننده های طراحی شده، RMS خطا با وجود عدم قطعیت 70 درصدی در سیستم، در "شکل 8"

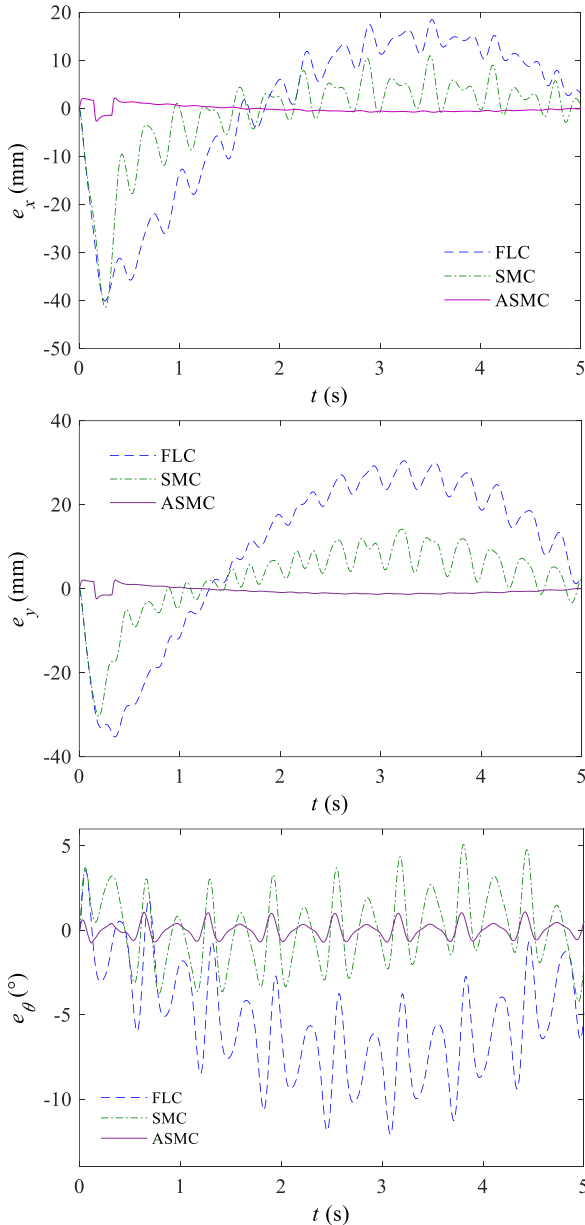


Fig. 7 Error signal of states of robot with different controllers  
شکل 7 سیگنال خطای حالت ربات با کنترل کننده‌های مختلف

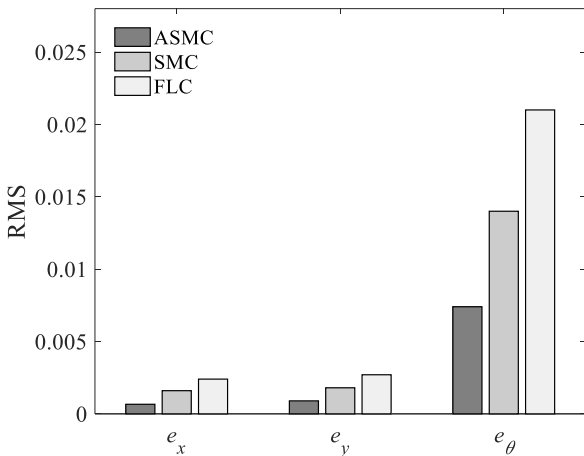


Fig. 8 RMS for each of the designed controllers  
شکل 8 RMS خطا برای هر کدام از کنترل کننده‌های طراحی شده

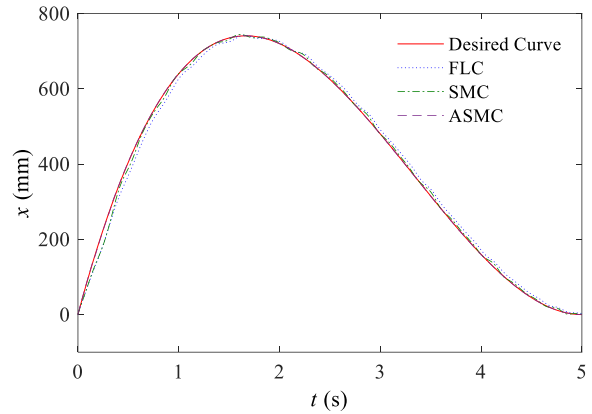


Fig. 4  $x$  state of robot on the designed trajectory  
شکل 4 مولفه  $x$  برای ربات روی مسیر طراحی شده

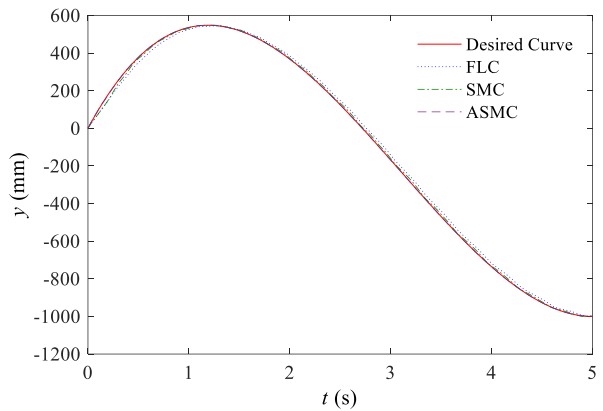


Fig. 5  $y$  state of robot on the designed trajectory  
شکل 5 مولفه  $y$  برای ربات روی مسیر طراحی شده

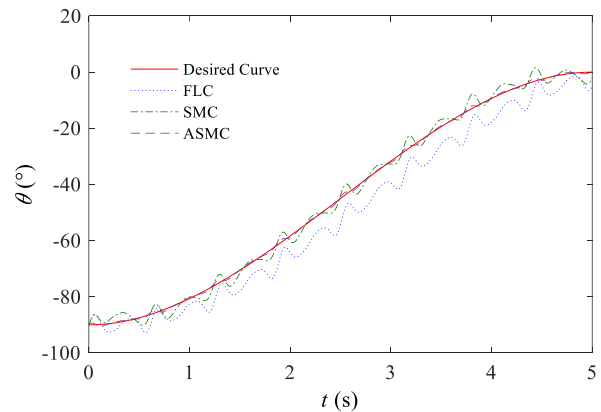
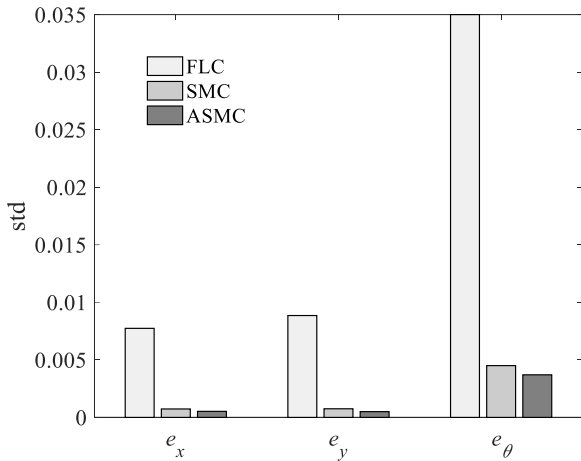


Fig. 6  $\theta$  state of robot on the designed trajectory  
شکل 6 مولفه  $\theta$  برای ربات روی مسیر طراحی شده

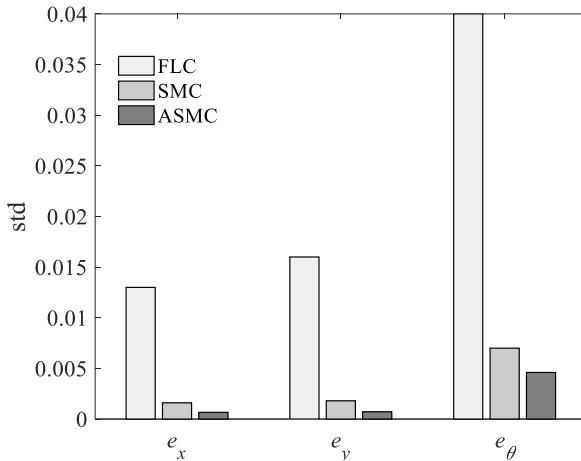
### 6- نتیجه گیری

در این مقاله، به طراحی کنترل کننده مود لغزشی تطبیقی بهینه با استفاده از الگوریتم جستجوی هارمونی برای ربات متحرک چند جهته پرداخته شد. ابتدا مدل سازی سینماتیکی انجام شد و سپس با استفاده از معادلات مومنوم خطی و زاویه‌ای، معادلات مدل دینامیکی ربات استخراج گردید. با توجه به خطاهای موجود در مدل سازی و عدم قطعیت‌های پارامتری، یک روش برای کنترل ردیابی ربات ارائه شد. کنترل کننده پیشنهادی، شامل یک مدل دینامیک معکوس تقریباً شناخته شده به عنوان خروجی بخش مدل - مبنای

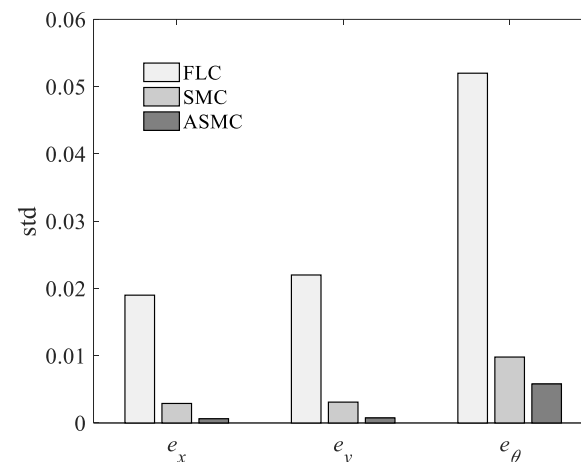




**Fig. 11** Error deviation for robot states with 40 % uncertainty  
 شکل 11 انحراف معیار خطا برای حالت‌های ربات با عدم قطعیت 40 درصد

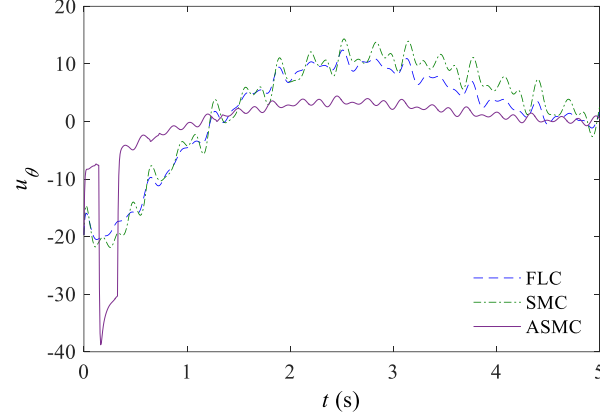
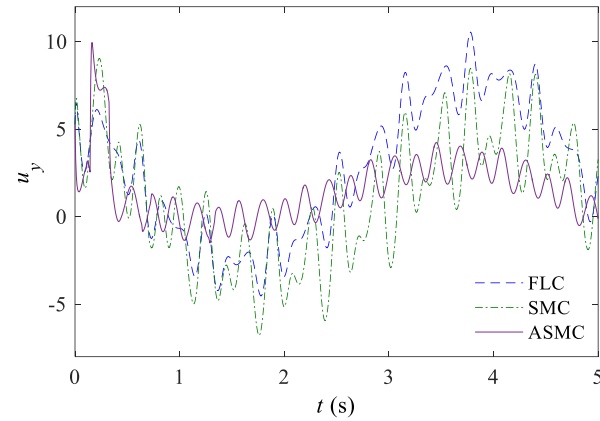
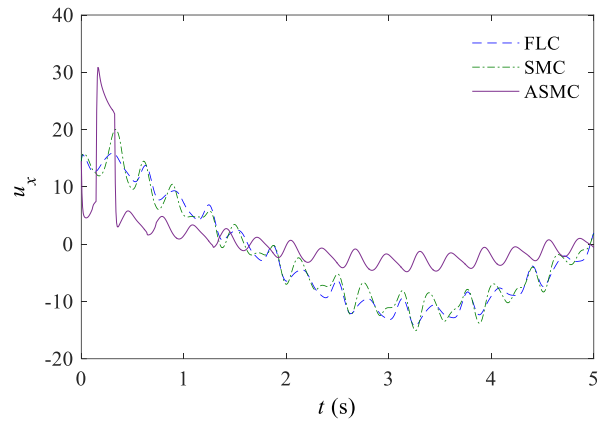


**Fig. 12** Error deviation for robot states with 70 % uncertainty  
 شکل 12 انحراف معیار خطا برای حالت‌های ربات با عدم قطعیت 70 درصد

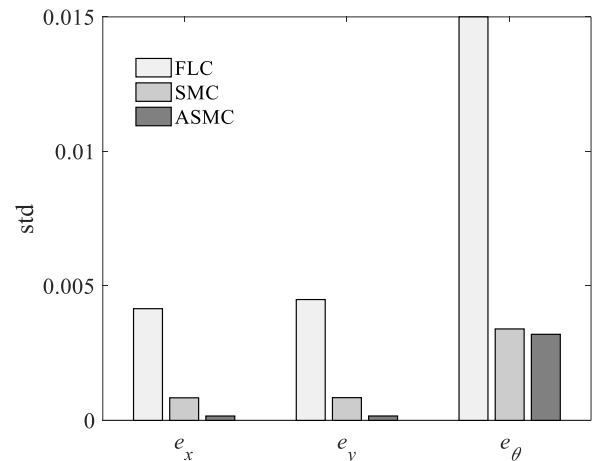


**Fig. 13** Error deviation for robot states with 100 % uncertainty  
 شکل 13 انحراف معیار خطا برای حالت‌های ربات با عدم قطعیت 100 درصد

کنترل کننده، ترم تخمینی از عدم قطعیت برای جبران دینامیک مدل نشده، اغتشاشات خارجی، و پارامترهای متغیر با زمان برای بهبود پایداری حلقه-بسته و میزان خطای تخمین عدم قطعیت‌ها بود. در فرآیند شبیه‌سازی،



**Fig. 9** Control signal of states of robot with different controllers  
 شکل 9 سیگنال کنترلی ربات با کنترل کننده‌های مختلف



**Fig. 10** Error deviation for robot states with 20 % uncertainty  
 شکل 10 انحراف معیار خطا برای حالت‌های ربات با عدم قطعیت 20 درصد

- mobile robots and its application to robot soccer, *Robotics and Autonomous Systems*, Vol. 42, No. 1, pp. 17–30, 2003.
- [10] X. Li, M. Wang, A. Zell, Dribbling control of omnidirectional soccer robots, *Proceedings of the 2007 IEEE International Conference on Robotics and Automation*, Roma, Italy, pp. 2623-2628, 2007.
- [11] J. A. Vazquez, M. V. Villa, Computed-Torque control of an omnidirectional mobile robot, *4th International Conference on Electrical and Electronics Engineering*, Mexico City, pp. 274-277, 2007.
- [12] N. Hung, D. H. Kim, H. K. Kim, S. B. Kim, Tracking control of omnidirectional mobile robot using sliding mode control technique, *Proceedings of the 2009 International Symposium on Advanced Engineering*, Busan, Korea, pp. 42-45, 2009.
- [13] K. Watanabe, Y. Shiraishi, S. G. Tzafestas, J. Tang, T. Fukuda, Feedback control of an omnidirectional autonomous platform for mobile service robots, *Journal of Intelligent and Robotic Systems*, Vol. 22, No. 3-4, pp. 315-330, 1998.
- [14] N. Yagiz, Y. Hacioglu, Backstepping control of a vehicle with active suspensions, *Control Engineering Practice*, Vol. 16, No. 12, pp. 1457-1467, 2008.
- [15] N. A. B. Sulaiman, A. B. M. Yusop, S. I. B. Samsudin, Solving tracking problem of a nonholonomic wheel mobile robot using backstepping technique, *Journal of Mechanical Engineering and Technology*, Vol. 2, No. 1, pp. 85-92, 2010.
- [16] R. Fierro, F. L. Lewis, Control of a nonholonomic mobile robot: backstepping kinematics into dynamics, *Journal of Robotic Systems*, Vol. 14, No. 3, pp. 149-163, 1997.
- [17] Y. Zhang, Fidan, P. A. Ioannou, Backstepping control of linear time-varying systems with known and unknown parameters, *Proceedings of the IEEE Transactions on Automatic Control*, Nov., Vol. 48, No. 11, pp. 1908-1925, 2003.
- [18] J. J. Craig, P. Hsu, S. S. Sastry, Adaptive control of mechanical manipulators, *International Journal of Robotics Research*, Vol. 6, No. 2, pp. 16–28, 1987.
- [19] J. J. E. Slotine, W. Li, *Applied Nonlinear Control*, pp. 207-389, Prentice-Hall Inc., 1991.
- [20] H. Seraji, A new approach to adaptive control of manipulators, *ASME Journal of Dynamic Systems, Measurement and Control*, Vol. 109, No. 3, pp. 193–202, 1987.
- [21] B. Yao, F. Bu, G. T. C. Chiu, Non-linear adaptive robust control of electro-hydraulic systems driven by double-rod actuators, *International Journal of Control*, Vol. 74, No. 8, pp. 761–775, 2001.
- [22] J. Q. Gong, B. Yao, Adaptive robust control without knowing bounds of parameter variations, *Proceedings of the 38th IEEE Conference on Decision and Control*, Phoenix, AZ, pp. 3334–3339, 1999.
- [23] M. Mazare, M. R. Najafi, Adaptive control of a 3-PUU parallel robot on optimized trajectories generated by harmony search algorithm, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 16, No. 11, pp. 187-198, 2016. (in Persian)
- [24] K. U. Sung, M. C. Lee, S. Kwon, W. Y. Suk, Sliding Mode controller with sliding perturbation observer based on gain optimization using genetic algorithm, *Proceedings of the 2004 American Control Conference*, Boston, MA, USA, Vol. 18, No. 3, pp. 1958-1963, 2004.

برای مقایسه پاسخ کنترل کننده پیشنهادی، کنترل کننده های خطی سازی پسخور و مود لغزشی بهینه نیز طراحی، و سپس یک تابع هزینه به صورت ترکیبی از نرخ سیگنال کنترلی و معیار خطای انتگرالی در نظر گرفته شد و به کمک الگوریتم جستجوی هارمونی مینیمم و پارامترهای بهینه کنترلی استخراج شد. به منظور نشان دادن عملکرد کنترل کننده پیشنهادی در شرایط مختلف، با اعمال عدم قطعیت های مختلف در شبیه سازی، مقدار RMS خطا و همچنین انحراف معیار خطا از جمله در حضور اغتشاش و تغییر پارامترهای سیستم، شبیه سازی و مورد بررسی قرار گرفت.

همان طور که از نتایج مشاهده شد، کنترل کننده های طراحی شده در مقابل عدم قطعیت های پایین، به نسبت پاسخ های مطلوبی داشتند ولی رفته رفته با افزایش عدم قطعیت، پاسخ بهتر از کنترل کننده مود لغزشی تطبیقی بهینه پیشنهادی مشاهده شد.

## 7- مراجع

- [1] F. G. Pin, S. M. Killough, A new family of omnidirectional and holonomic wheeled platforms for mobile robots, *Proceedings of the IEEE Transactions on Robotics and Automation*, June, Vol. 10, No. 2, pp. 480–489, 1994.
- [2] M. J. Jung, H. S. Kim, S. Kim, J. H. Kim, Omni-directional mobile base OK-II, *Proceedings of the IEEE International Conference on Robotics and Automation*, San Francisco, CA, USA, pp. 3449–3454, 2000.
- [3] M. West, H. Asada, Design of a holonomic omnidirectional vehicle, *Proceedings of the 1992 IEEE International Conference on Robotics and Automation*, Nice, France, pp. 97-103, 1992.
- [4] T. K. Nagy, R. D'Andrea, P. Ganuly, Near-optimal dynamic trajectory generation and control of an omnidirectional vehicle, *Robotics and Autonomous Systems*, Vol. 47, No. 1, pp. 47-64, 2004.
- [5] J. K. Choi, B. K. Kim, Near minimum-time direct voltage control algorithms for wheeled mobile robots with current and voltage constraints, *Robotica*, Vol. 19, No. 1, pp. 29-39, 2001.
- [6] O. Purwin, R. D'Andrea, Trajectory generation and control for four wheeled omnidirectional vehicles, *Robotics and Autonomous Systems*, Vol. 54, No. 1, pp. 13–22, 2006.
- [7] J. Wu, *Dynamic Path Planning of an Omni-Directional Robot in a Dynamic Environment*, PhD. Thesis, Ohio University, Athens, OH, 2005.
- [8] I. E. Paromtchik, U. Rembold, A practical approach to motion generation and control for an omnidirectional mobile robot, *Proceedings of the 1994 IEEE International Conference on Robotics and Automation*, San Diego, CA, USA, pp. 191–200, 1994.
- [9] D. H. Kim, J. H. Kim, A real-time limit-cycle navigation method for fast