



«یادداشت تحقیقاتی»

بررسی تاریخچه دمایی جوش با روش المان مرزی دوگانه‌ای

مرتضی قصابزاده^۱، حسن قاسمی^{۲*}، مهدی نهالی^۳

۱- دانشجوی دکترای مهندسی دریا، دانشگاه صنعتی امیرکبیر، تهران

۲- دانشیار دانشکده مهندسی دریا، دانشگاه صنعتی امیرکبیر، تهران

۳- کارشناس ارشد مهندسی کشتی‌سازی، دانشگاه صنعتی امیرکبیر، تهران

*تهران، صندوق پستی ۴۴۱۳-۱۵۸۷۵، gasemi@aut.ac.ir

چکیده- برای تحلیل مسائل مهندسی روش‌های عددی متعددی بوجود آمده است. روش المان مرزی از روش‌های مناسب در حل معادلات دیفرانسیل پارهای حاکم در مسائل مهندسی است. یکی از این معادلات حاکم مهم که در بسیاری از مسائل مهندسی کاربرد دارد معادله پواسون است. جواب عمومی این معادله بر اساس روش المان مرزی به دو انتگرال روی مرز و یک انتگرال روی دامنه درونی تعریف می‌شود. روش المان مرزی دوگانه راهکار جدیدی برای حل انتگرال روی دامنه درونی است. به‌طور مثال برای تحلیل مسأله انتقال حرارت جوش در بخش گذرا می‌توان از این روش استفاده نمود. در تحلیل جوش به‌دست آوردن تاریخچه دمایی منطقه جوش برای بارگذاری حرارتی و پیدا کردن تنش‌های پسماند و باقیمانده و اعوجاج‌ها مهم می‌باشد. در این مقاله تلاش شده است با تهیه کد مناسبی به کمک تکنیک روش المان مرزی دوگانه‌ای تخمین دقیقی برای تاریخچه دمایی جوش دوبعدی به‌دست آید. در ادامه به ترتیب، ابتدا به تئوری روش دوگانه‌ای، فرضیات فیزیکی حاکم، راستی آزمایی کد با مسائل حل شده در انتقال حرارت و بررسی تاریخچه پرداخته می‌شود. باتوجه به سادگی و کم هزینه بودن روش از نظر زمانی و حجم محاسبات استفاده از آن توصیه می‌شود.

کلیدواژگان: تحلیل عددی، توزیع دمایی جوش، روش المان مرزی دوگانه‌ای

«Research Note»

Study of welding temperature history by dual reciprocity boundary element method

M. Ghassabzadeh¹, H. Ghassemi^{2*}, M.Nahali³

1-Ph. D. Student, Marine Eng., Amirkabir Univ.

2-Assoc. Prof. of Marine Eng., Amirkabir Univ.

3-M.Sc., Marine Eng., Amirkabir Univ.

*P.O.B. 15875-4413, Tehran, Iran, gasemi@aut.ac.ir

Abstract- Several numerical methods have been emerged to analyze the engineering problems. Boundary Element Method (BEM) is an important method for solving the partial differential equation in engineering problems. The Poisson equation is an applicable equation in various engineering problems. General solution of this equation is obtained based on BEM by definition of the two integrals on the domain boundaries, and one integral in the internal domain which is a drawback for this method. To remove this disadvantage, Dual Reciprocity Method (DRM) is suggested. For example, in analysis of the welding heat transfer problems in transient zone where not homogeneous part is involved time dependent terms, is solved by this method. The calculation of the welding zone temperature history is a significant step for the thermal loading and residual stress analysis of the process.

In this work, welding temperature history is obtained using the DRM. The Method and its theory are explained. Then, the code validation is carried out by common heat transfer problems. The welding temperature history is studied for a specific case by the created code. Because of the method simplicity and low time and error in computation process, the application of DRM is recommended.

Keywords: Numerical Analyzes, Welding Temperature History, Dual Reciprocity Boundary Element Method

۱- مقدمه

سالها پیش، بهترین روش برای تأیید تئوری‌های محققان و دانشمندان، انجام آزمایش‌های تجربی و نمونه برداری‌های مستقیم از پدیده‌ها در حین رخ دادن آنها بود. سپس با ایجاد میدان فیزیکی با استفاده از یک مجموعه نقاط و اتصالات بین آنها شبکه محاسباتی را بوجود آمد و فضای فیزیکی به فضای محاسباتی تبدیل شد. با اختراع کامپیوتر محاسبات بزرگ نیز قابل انجام شد. برای حل این شبکه محاسباتی روش‌های عددی زیادی ایجاد و ابداع شد. در این بین، روش‌های عددی متعددی نظیر تفاضل محدود، المان محدود، تئوری نواری، روش صفحه‌ای و المان مرزی بوجود آمد. هر یک از این روش‌ها دارای مزایا و معایبی بوده که سبب بوجود آمدن یک دامنه عملیاتی مشخص برای آنها در رفع مشکلات بشر شده و با توجه به نیازها و مشکلات و توانایی‌های هر کدام از این روش‌ها، مناسب‌ترین روش انتخاب شده است.

روش المان مرزی یکی از روش‌های مناسب در حل معادلات دیفرانسیل حاکم در مسائل مهندسی است که کم کم جای خود را در بین روش‌های قدیمی‌تر باز کرده است. در این روش از گسسته‌سازی مرز برای حل کردن معادلات انتگرالی مرزی استفاده می‌شود. در اوایل دهه ۶۰ در زمینه‌های مختلف مهندسی از این موضوع کمک گرفته شد [۱-۲]. نقطه تحول در پیشرفت این روش، انتشار مقاله‌ای بود که در آن المان‌های ایزوپارامتریک برای اولین بار استفاده شد و باعث استفاده از الگوریتم‌های قوی روش المان محدود در این روش شد [۳]. در سال ۱۹۷۸ ساختار امروزی روش المان مرزی برای اولین بار معرفی شد [۴]. بخشی از پیشرفت این روش مدیون مجموعه مقالات نخستین کنفرانس بین المللی المان مرزی [۵] و بخش دیگر مدیون انتشار اولین کتاب [۶] در این زمینه توسط گروه تحقیق محاسبات مکانیکی می‌باشد. اولین کتاب تحت عنوان روش‌های معادلات انتگرالی برای حل عددی مسایل مقدار مرزی الاستیتسیته و تئوری پتانسیل [۷] در سال ۱۹۷۷ توسط جاسون و سیم منتشر شد.

بدین ترتیب روش المان مرزی وارد حوزه تحلیل‌های مهندسی شد و کمکم بعنوان روشی مناسب در کنار روش‌های

دیگر نظیر المان محدود معرفی شد. این روش همانند روش‌های دیگر عددی بدون مشکل و نقص نیست. یک نقطه ضعف مهم این روش تحلیل مسائل غیرخطی می‌باشد. امروزه روش‌های مختلفی برای حل این مسائل بوجود آمده است. مهمترین این روش‌ها عبارتند از: روش حل خصوصی^۱، روش انتگرالگیری درون مرز^۲، انتقال انتگرال به مرز^۳، خطی سازی^۴ و روش دو گانه‌ای^۵.

کلی‌ترین روش در المان مرزی برای محاسبه اینگونه انتگرالها روش دو جانبه ای است. دیگر روش‌ها در حالت‌های خاص قابل استفاده هستند. این روش برای اولین بار توسط ناردینی و بریبا [۸] برای حل مسائل الاستودینامیک و سپس توسط رابل و بریبا [۹] برای مسائل دینامیک به کار رفت.

جوش الکترونی یکی از پرکاربردترین روش‌های ساخت برای اتصال قطعات و قسمت‌های مختلف سازه می‌باشد. بخاطر دمای بالای منطقه جوش در حین و بعد از فرآیند جوش و تأثیر آن بر توزیع تنش‌های پسماند و تغییرشکل‌های ناخواسته، به دست آوردن توزیع دمایی و سپس کاهش اثرات ناشی از آن بویژه در انتخاب توالی پاس‌های جوشکاری اهمیت خاصی دارد. علیرغم اینکه تا کنون در این زمینه تحقیقات زیادی صورت گرفته است، تلاش برای رسیدن به برنامه مناسبی که بتواند این تاریخیچه دمایی را استخراج کند و بررسی تأثیر آن بر توزیع تنش‌های پسماند و تغییرشکل‌های ناخواسته را ساده نماید، هنوز مهم می‌نماید. این مقاله تلاشی برای نزدیک شدن به این برنامه و ارائه توزیع دمایی جوش دو بعدی با کمک گرفتن از تکنیک روش دو جانبه‌ای در روش المان مرزی می‌باشد.

۲- معادله پواسون و روش دو گانه‌ای [۱۰]

در روش دوگانه‌ای به حل معادله پواسون در حالات مختلف پرداخته می‌شود. شکل کلی معادله پواسون به صورت زیر است:

$$\nabla^2 T = b \quad (1)$$

1. Particular Solution Method
2. Domain integration Method
3. Transfer of Domain to Boundary
4. Quasi linearization
5. Dual Reciprocity Method

$$\varphi_k(x, y) = 1 + r_k(x, y) \quad (4)$$

که در آن Γ_k فاصله میان گره مورد نظر و گره k ام است. بنابراین می توان نوشت :

$$\alpha_k = \sum_{m=1}^{N+L} E_{km} b_m \quad (5)$$

که در آن E همان معکوس ماتریس φ است که بستگی به تابع b ندارد.

حال فرض می کنیم مجموعه توابعی مانند f_k وجود دارد که معادله زیر را ارضا نماید:

$$\nabla^2 f_k = \varphi_k \quad (6)$$

براحتی تابع f_k به صورت زیر به دست می آید :

$$f_k = \frac{r_k^2}{4} + \frac{r_k^3}{9} \quad (7)$$

با استفاده از روابط به دست آمده تابع b به دست آمده و در نهایت معادله پواسون به شکل زیر بیان می شود :

$$\nabla^2 T = \sum_{k=1}^{N+L} \nabla^2 f_k \alpha_k \quad (8)$$

برای چشمه ای که در نقطه A قرار گرفته است داریم (تابع وزن است)

$$\int_{\Omega} G_i \nabla^2 T d\Omega = \int_{\Omega} G_i \left[\sum_{k=1}^{N+L} \nabla^2 f_k \alpha_k \right] d\Omega \quad (9)$$

حال هر دو ترم را می توان به مرز منتقل نمود و با استفاده از روش های گسسته سازی عادی، مورد استفاده در روش المان مرزی برای المان ثابت، سمت چپ معادله ۹ را نوشت. نکته قابل ذکر در این قسمت این است که بر خلاف معادله لاپلاس چشمه در معادله پواسون، مخصوصاً برای حالت غیرخطی، باید درون مرز هم حرکت کند. به این معنا که چشمه باید علاوه بر گره های مرزی روی گره های گانه ای نیز قرار گیرد.

برای سمت راست معادله ۹ نیز می توان از تئوری گوس-گرین و مشتق جزئی، کمک گرفت.

با ترکیب سمت راست و چپ معادله ۹ با یکدیگر و تعریف یک ماتریس ضرایب به صورت M_{im} خواهیم داشت:

در اینجا T نشان دهنده دما در مسائل حرارتی است.

مسائل پواسون می توانند بسته به ماهیت تابع b به مسائل خطی یا غیر خطی دسته بندی شوند.

نمونه هایی از مسائل خطی پواسون عبارتند از :

- $b = \text{ثابت}$

- $b = b(x, y)$ که در آن a و b ثابت هستند.

- $b = a(x, y) + c(x, y)T$ که کلی ترین حالت خطی پواسون است.

پواسون است.

کلی ترین حالت غیرخطی برای مسائل دو بعدی را می توان

به صورت زیر بیان نمود :

$$b = b\left(x, y, T, \frac{\partial T}{\partial x}, \frac{\partial T}{\partial y}\right) \quad (2)$$

هنگامی که روش المان مرزی بر معادله پواسون اعمال شود، یک ترم انتگرالی درون مرز علاوه بر ترم های انتگرالی مربوط به مرزها ایجاد می شود.

در روش دوگانه ای، تابع b بر حسب مقادیر آن در گره های درون مرز بسط داده می شود. تعدادی تابع درونیاب φ_k برای این منظور مورد استفاده قرار می گیرد. حال اگر تابعی مانند f_k یافت شود که لاپلاس آن برابر φ_k شود، می توان انتگرال درون مرز را به روی مرز منتقل نمود.

برای نگاشت دقیق تابع b به روی مرز، گره های درونیاب باید نه تنها از روی مرز بلکه از درون آن نیز باشند. گره های روی مرز را گره مرزی و گره های درون آن را گره دو جانبه ای می نامیم. با فرض N گره مرزی و L گره دوگانه ای تابع b به صورت زیر تقریب زده می شود.

$$b(x, y) = \sum_{k=1}^{N+L} \varphi_k(x, y) \alpha_k \quad (3)$$

که در آن φ_k توابع درونیاب و α_k ضرایب درونیابی هستند. در صورتی که b تابعی از خود T هم باشد، مساله به همین شکل قابل حل است با این تفاوت که در آن صورت باید مساله را به صورت تکرارای حل نماییم.

توابع درونیاب می توانند از هر نوعی باشند. مانند چند جمله ای از درجه دلخواه و ... اما مطالعات محاسباتی نشان داده است که تابع زیر بهترین بازدهی را دارد.

$$\sum_{j=1}^N L_{ij} p_j - \sum_{j=1}^N \hat{H}_{ij} T_j - d_i T_i = \sum_{m=1}^{N+L} M_{im} b_m \quad (10)$$

بنابراین مساله به روی مرز نگاشته شده است. رابطه ۱۰ گسسته‌سازی شده معادله پواسون به روش دوگانه‌ای می‌باشد. در حالت کلی b تابعی از T و مشتقات آن است. نمونه‌ای از این حالت در زیر آمده است.

$$b = T \frac{\partial T}{\partial x} \quad (11)$$

با استفاده از درونیایی انجام شده برای $\frac{\partial T}{\partial x}$ ، رابطه فوق به رابطه زیر تبدیل می‌گردد.

$$b_m = T_m \sum_{n=1}^{N+L} T_n N_{mn} = \sum_{n=1}^{N+L} T_m T_n N_{mn} \quad (12)$$

۳- معادلات حاکم در تحلیل حرارتی جوش

با فرض کوچک بودن ضخامت ورق در حال جوش، می‌توان توزیع دمایی ناشی از جوش را دو بعدی فرض کرد و در نتیجه معادله حاکم بر مساله به صورت زیر بیان شود.

$$-\left(\frac{\partial R_x}{\partial x} + \frac{\partial R_y}{\partial y}\right) + Q(x, y, t) = \rho C \frac{\partial T(x, y, t)}{\partial t} \quad (13)$$

در این رابطه K ضریب انتقال حرارت جهتی ماده، Q نرخ گرمای تولیدی خارجی، C ظرفیت گرمای ویژه ماده و ρ چگالی آن می‌باشد. در این معادله معمولاً ضریب انتقال حرارت ماده بدون جهت بوده (ماده ایزوتروپیک) و در مساله مورد بررسی نرخ گرمای تولیدی برابر صفر می‌باشد. شرط مرزی کلی حاکم بر این مساله به صورت زیر بیان می‌شود:

$$K_x \frac{\partial T}{\partial x} N_x + K_y \frac{\partial T}{\partial y} N_y + q_s + q_c + q_r = 0 \quad (14)$$

در این رابطه N کسینوس جهتدار مرزها، q_s گرمای انتقالی روی سطح جسم، q_c گرمای انتقالی در اثر همرفت و q_r گرمای انتقالی تشعشعی می‌باشد. هریک از این حرارت‌های انتقالی براساس روابط زیر قابل محاسبه هستند:

$$q_c = h_c(T - T_\infty) \quad (15)$$

$$q_r = \varepsilon \sigma (T^4 - T_\infty^4) \quad (16)$$

در این رابطه h ضریب همرفت هوا در ناحیه جوشکاری، T_∞ دمای محیط، ε ضریب تشعشع ماده و σ ثابت بولتزمن می‌باشد. همان‌گونه که مشاهده می‌شود، انتقال حرارت تشعشعی رابط‌های غیرخطی دارد و برای خطی‌سازی آن از دمای مرحله قبل تحلیل استفاده شده است. رابطه ۱۶ به صورت زیر ساده می‌شود:

$$q_r = \{\varepsilon \sigma (T_{t-1} + T_\infty) \cdot (T_{t-1}^2 + T_\infty^2)\} (T - T_\infty) \quad (17)$$

در مورد مدل‌سازی حرارت ناشی از قوس الکتریکی جوشکاری روابط متنوعی بیان شده است که یکی از معتبرترین آنها در نظر گرفتن مخروط قوس و بیان رابطه توزیع گوسی حرارت به صورت رابطه ۱۸ می‌باشد. در شکل ۱ این مخروط ملاحظه می‌شود. روی سطح جوش تأثیر این مخروط به صورت دایره ای است که حرارت ناشی از قوس الکتریکی فلز را در آنجا مذاب و بنام حوضچه مذاب خوانده می‌شود.

$$q_s = q(x, y, t) = \frac{3\eta \cdot V \cdot I}{\pi \cdot r_b^2} \exp\left(-\frac{3}{r_b^2} [(y - s \cdot t)^2 + x^2]\right) \quad (18)$$

در این رابطه r_b شعاع مخروط جوش روی سطح قطعه، S سرعت خطی الکتروود جوش، I شدت جریان، V اختلاف پتانسیل و η بازده قوس الکتریکی می‌باشد. باتوجه به تحلیل دو بعدی جوش، گرمای ورودی ناشی از حرکت الکتروود به صورت شرط دمایی بر دایره جوش اعمال شده و در این صورت رابطه دمایی گره به صورت زیر می‌باشد:

$$T_{Node} = T_m \exp\left(-\frac{3}{r_b^2} [(y - s \cdot t)^2 + x^2]\right) \quad (19)$$

در این رابطه T_m حداکثر دمای حوضچه مذاب می‌باشد.

۴- مطالعه و محاسبات موردی

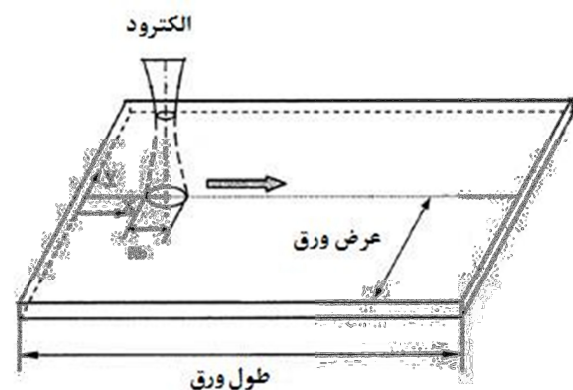
مساله مورد بررسی در این مقاله به دست آوردن توزیع دمایی ناشی از جوشکاری دو ورق مستطیلی می‌باشد. هندسه مورد بررسی در شکل ۱ ملاحظه می‌شود. ورق نازک مستطیلی با ابعاد مشخص که محور Y عمود بر راستای خط جوش و محور X در راستای آن می‌باشد. در موقعیت $y=0$ ، باتوجه به اینکه

جدول ۱ فرضیات مسأله

| ردیف | عنوان | نماد | مقدار | واحد |
|------|-----------------------------|--------------|----------------|----------------------------------|
| ۱ | طول قطعه | Length | 50 | mm |
| ۲ | عرض قطعه | Berth | 50 | mm |
| ۳ | دمای محیط | T_{∞} | 298 | k |
| ۴ | دمای اولیه قطعه | T_0 | 298 | k |
| ۵ | دمای حوضچه مذاب | T_{mold} | 2300 | k |
| ۶ | ضریب انتقال حرارت همرفت هوا | h_c | 10 | w/m ² .k |
| ۷ | ضریب صدور تشعشعی فولاد | ϵ | 0.08 | |
| ۸ | ثابت بولتزمن | σ | $5.6697E^{-8}$ | w/m ² .k ⁴ |
| ۹ | شعاع مخروط قوس الکتریکی | R_p | 3 | mm |
| ۱۰ | سرعت خطی الکترود | S | 20 | mm/s |
| ۱۱* | بازده حرارتی قوس الکتریکی | η | 0.8 | |
| ۱۲* | شدت جریان قوس الکتریکی | I | 200 | A |
| ۱۳* | اختلاف پتانسیل قوس الکتریکی | V | 10 | V |

* این پارامترها (ردیف‌های ۱۱ تا ۱۳) با پارامتر ردیف ۵ هم ارز می‌باشد.

درز جوش می‌باشد، شرایط تقارن برقرار بوده و انتقال حرارت از این جهت صفر و این خط عایق فرض می‌شود. برای سه مرز دیگر شرط مرزی به صورت رایین و با انتقال حرارت به صورت همرفت و تشعشعی فرض شده است. فرضیات مدل فیزیکی جوش با کمک گرفتن از [۱۱، ۱۲، ۱۳ و ۱۴] در جدول (۱) بیان شده است.



شکل ۱ ورق و الکترود جوشکاری

برای حل این مسأله کدی به زبان برنامه نویسی ویژوال بیسیک تهیه شده است. در ابتدای کد، اطلاعات و فرضیات اولیه مسأله به عنوان ورودی تعیین می‌شود. سپس مختصات و شماره گره‌های شبکه محاسباتی تولید می‌شود. در قسمت بعد برنامه، در دو حلقه متوالی، با اضافه شدن زمان، دماهای گره‌ها به صورت دوره‌های محاسبه می‌گردد. در زمان ابتدایی، دماهای ورودی گره‌های در معرض مخروط حرارتی قوس الکتریکی محاسبه شده و در صورتی که گره‌ها دور از قوس باشند و یا مرحله زمانی بعد از جوشکاری باشد (در هنگام خنک شدن قطعه)، دماهای مرحله قبل لحاظ می‌گردد.

۴-۱- راستی آزمایی کد محاسباتی

برای کنترل صحت برنامه نوشته شده از ۳ روش زیر استفاده شده است. رفتار انتقال حرارتی جسم برای هر یک از ۳ حالت قابل پیش‌بینی و به روش تحلیلی قابل محاسبه می‌باشد. به همین سبب از این روش‌ها برای راستی آزمایی کد استفاده شده است.

روش اول: همدامی با قطعه: در این روش دمای اولیه قطعه دمای محیط اختیار شده و همه مرزها با شرط دمای ثابت ۱۰۰۰ کلون در نظر گرفته می‌شود. در این حالت پیش‌بینی

چگالی ρ ، ضریب حرارتی ویژه C_p و ضریب رسانایی فولاد k ، متغیر با دما فرض شده است و به کمک توابعی تغییرات آن تعریف شده است. دماها براساس درجه سانتیگراد می‌باشد. ضوابط به کار برده شده به قرار زیر است:

$$\rho(T) = -5.8 * 10^{-5} * T + 7870 \quad (kg/m^3) \quad (20)$$

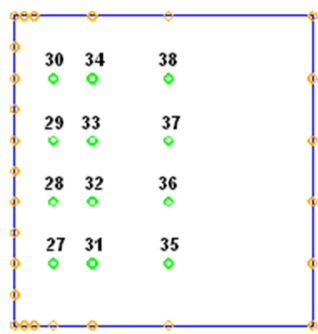
$$K(T) = \begin{cases} 54 - 3.35 * 10^{-2} * T & 20 \leq T < 800 \\ 27.3 & 800 \leq T \end{cases} \quad (21)$$

$$C_p(T) = \begin{cases} 425 + 0.773T - 0.001697T^2 + 2.22 * 10^{-6}T^3 & 20 < T < 600 \\ 666 + \frac{13002}{738-T} & 600 \leq T < 735 \\ 545 + \frac{1782}{738-T} & 735 \leq T < 900 \\ 650 & 900 \leq T \end{cases} \quad (22)$$

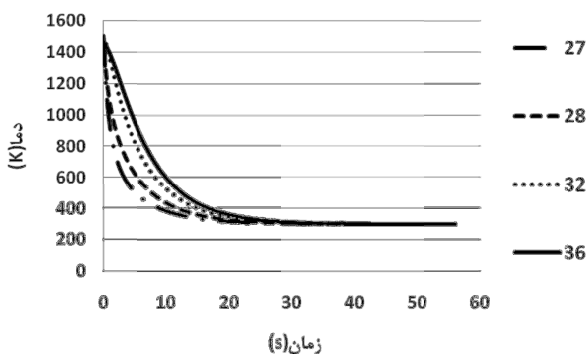
در این مسأله شکل ساده می‌باشد و تولید گره‌های شبکه محاسباتی به راحتی انجام می‌شود، تنها می‌بایست با منطق درستی شماره‌گذاری گره‌ها انجام شود تا در مراحل مختلف حل بتوان گره‌ها را به درستی فراخوانی کرد.

سریعتر با مرز همدمای می‌شود. نتایج این حالت در شکل شماره ۵ و چینش گره‌ها در شکل ۴ نشان داده شده است. در نتایج این موضوع به وضوح دیده می‌شود که گره‌ها با گذر زمان به دمای مرزها رسیده و سرعت همدمایی نیز به ترتیب از سریعتر به کندتر، گره شماره ۲۷، ۲۸، ۳۲ و ۳۶ می‌باشد که دقیقاً توالی گره‌ها در نزدیکی به مرزها هم بدین ترتیب است.

در مقایسه این حالت با حالت قبل دیده می‌شود زمان همدمایی کوتاهتر شده است. زمان همگرایی به میزان اختلاف دمای دو منطقه (گره‌های داخلی و مرزی) وابسته است. هرچه این اختلاف بیشتر باشد همگرایی سریعتر انجام می‌شود. این موضوع با مقایسه نتایج دو حالت همخوانی دارد. در حالت دوم اختلاف دمای مرز با داخل ۷۰۰ درجه و در حالت سوم ۱۲۰۰ درجه می‌باشد.



شکل ۴ شماره گره‌ها در حالت مرزهای سرد دما ثابت



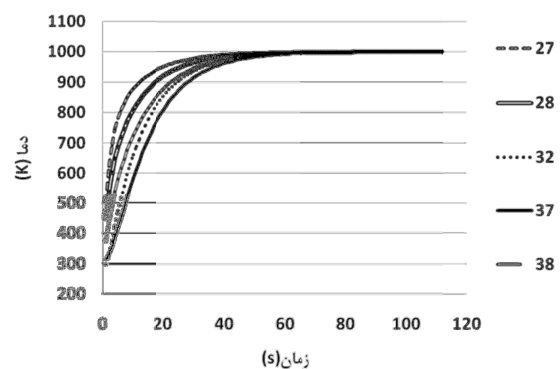
شکل ۵ تاریخچه دمایی در حالت مرزهای سرد دما ثابت

روش سوم: مرز عایق: در این حالت دمای اولیه قطعه ۲۹۸ درجه کلوین و سه مرز با شرط دمای ثابت ۲۳۰۰ کلوین و مرز چهارم

می‌شود با گذر زمان دمای همه گره‌های داخلی به دمای مرزها نزدیک شده و در نهایت دمای قطعه برابر دمای مرزها شود. نتایج این حالت برای چند گره مختلف داخل جسم در شکل ۳ نشان داده شده است. در شکل ۲ محل هریک از این گره‌ها نمایش داده شده است. با توجه به نتایج دیده می‌شود هرچقدر گره از مرزها دورتر باشد، زمان همگرا شدن دمای آن به دمای مرزها بیشتر است. به این ترتیب گره دورتر مثل گره شماره ۳۷ دیرترین و گره نزدیکتر ۲۷ زودترین همگرایی را با دمای مرزها دارند. این فرآیند با واقعیت نیز کاملاً همخوانی داشته و می‌تواند نشان دهنده صحت روش حل باشد.



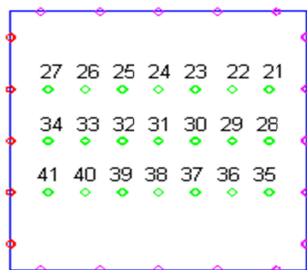
شکل ۲ شماره گره‌ها در حالت مرزهای داغ دما ثابت



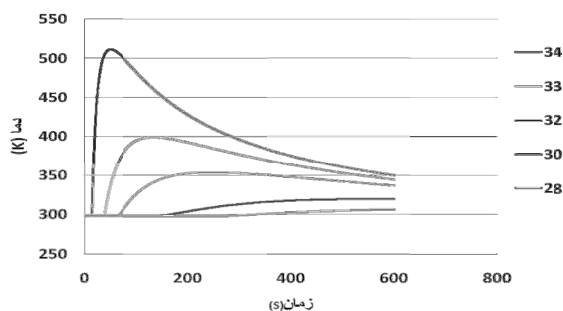
شکل ۳ تاریخچه دمایی در حالت مرزهای داغ دما ثابت

روش دوم: همدمایی با محیط: در این روش دمای اولیه قطعه ۱۵۰۰ درجه کلوین و همه مرزها با شرط دمای ثابت محیط، ۳۰۰ کلوین، در نظر گرفته می‌شود. پیش‌بینی می‌شود با گذر زمان قطعه خنک شده و دمای گره‌های داخلی به دمای مرزها نزدیک شود. بدیهی است هرچه گره به مرز نزدیکتر باشد، گره

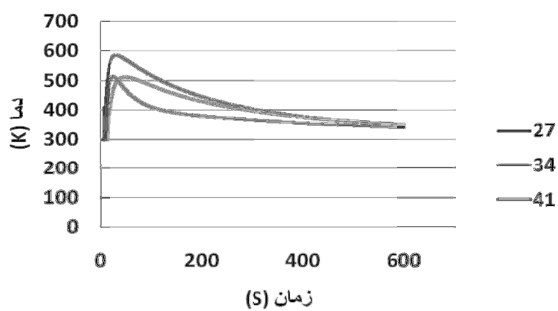
سه ضلع دیگر به صورت همرفت و تشعشع فرض شده است. شبکه محاسباتی شامل ۲۱ گره داخلی و ۲۰ گره روی مرزها می باشد که در شکل ۸ ارائه شده است.



شکل ۸ شماره گره‌ها در حالت عمومی با الکتروود متحرک



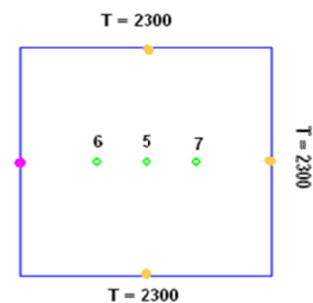
شکل ۹ توزیع دمایی گره‌های ۲۸ تا ۳۴ در عرض خط جوش



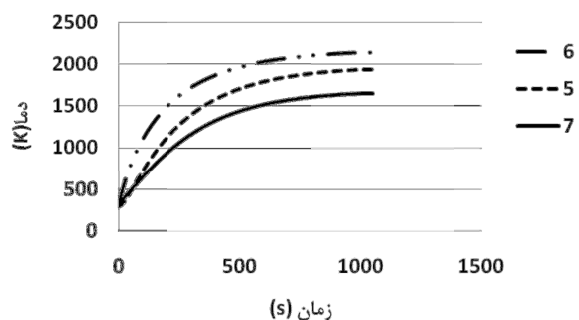
شکل ۱۰ توزیع دمایی گره‌های ۲۷ و ۳۴ و ۴۱ در طول خط جوش

نمونه‌ای از نتایج تحلیل در شکل‌های ۹ و ۱۰ بیان شده است. نمودار کلی توزیع و تاریخچه دمایی گره‌ها توزیع شبه گوسی دارد که این با واقعیت همخوانی دارد. در شکل ۱۰ نتایج گره‌های شماره ۲۷، ۳۴ و ۴۱، موازی با درز جوش و در کنار آن، بیان شده است. این گره‌ها در ابتدا که الکتروود جوش حرکت می‌کند در معرض حرارت

(سمت چپ) با شرط آدیباتیک (عایق) فرض شده است. شبکه محاسباتی و نتایج تاریخچه دمایی تحلیل در شکل‌های ۶ و ۷ نشان داده شده است. باتوجه به قوانین انتقال حرارت پیش‌بینی می‌شود، دمای گره‌های داخلی به دمای بالاتری همگرا شده ولی دمای همگرایی آنها بخاطر عدم تقارن در مرز سمت چپ (عایق بودن) یکسان نبوده و از چپ به راست دمای همگرایی کاهش یابد. این مقایسه در نتایج این روش کاملاً مشاهده می‌شود.



شکل ۶ شماره گره‌ها در حالت سه مرز داغ و یک مرز عایق



شکل ۷ تاریخچه دمایی گره‌ها در حالت سه مرز داغ دما ثابت و یک مرز عایق با دمای اولیه 298 K

۲-۴- تحلیل تاریخچه دمایی جوش

در این مرحله بعد از اثبات صحت کد با بررسی مسائل ساده انتقال حرارت در روش‌های فوق، بکمک کد، محاسبات برای حالت واقعی جوش دو بعدی انجام شده است. در این حالت الکتروود حرکت از پایین به بالا دارد و روی هر گره خط جوش (گره‌های سمت چپ) به میزان ۱ ثانیه (این میزان براساس سرعت الکتروود قابل تنظیم می‌باشد) توقف دارد. بعد از گذر الکتروود از روی درز جوش شرط آدیباتیک بر روی درز جوش اعمال می‌شود. انتقال حرارت روی

- [2] Jaswon, M.A., "Integral Equation Method in Potential Theory", Proceedings of the Royal Society of London, Series A, Vol. 275, p.p. 23-32.
- [3] Lachant, J.C. and Watson, J.O., "Effective Numerical Treatment of Boundary Integral Equations", International Journal for Numerical Methods in Engineering, Vol. 10, p.p. 991-1005.
- [4] Partidge, P.W., Brebbia, C.A and Wrobel, L.C., "The Dual Reciprocity Method", Computational Mechanics Publications, Southampton.
- [5] Brebbia, C.A., (1978), "Recent Advances in Boundary Element Method", Pentech Press, London.
- [6] Brebbia, C.A., (1978), "The Boundary Element Method for Engineers", Pentech Press, London.
- [7] Jaswon, M. and Symm, G.T., (1977), "Integral Equation Methods in Potential Theory and Elastostatics", Academic Press, London.
- [8] Nardini, N. and Brebbia, C.A., (1982), A new approach to free vibration analysis using boundary elements, Boundary Element Methods in Engineering, Computational Mechanics Publications, Southampton, and Springer-Verlag, Berlin.
- [9] Wrobel, L.C. and Brebbia, C.A., (1986), The Dual Reciprocity Boundary Element Formulation For Transient Heat Conduction in Finite Elements in Water Resources, Vol. 2, Computational Mechanics Publications, Southampton, and Springer-Verlag, Berlin, and New York.
- [10] D.Radaj. "heat effects of welding", Springer-Verlag, Berlin, 1992.
- [11] P.A. Ramachandran: "Boundary Element Methods in Transport Phenomena", Cambridge University, 2002.
- [12] Li Yongbing: Study on Fluid Flow and Heat Transfer of Moving GTAW Weld Pool in the Longitudinal Magnetic Field Controlling, Xi'an Jiaotong University Master Thesis, 38-39, 2001.
- [13] S.A.A. Akbari Mousavi "Experimental and numerical analyses of residual stress distributions in TIG welding process for 304L stainless steel", journal of materials processing technology 2008, P. 383-394, 2008.
- [14] Dean Deng "Numerical simulation of welding distortion in large structures", Compute Methods Appl. Mech. Engrg. 196, P. 4613-4627, 2007.

قرار می‌گیرد. بدیهی است تاخیر در رسیدن شار حرارتی به گره دورتر باعث می‌شود دمای حداکثر گره در زمان بزرگتری آن دیده می‌شود. در مورد المان‌های عمود بر خط جوش هم نتایج در شکل ۹ می‌شود. (گره‌های ۲۸ تا ۳۴) با این تفاوت که حرارت الکتروود جوش از بالا به پایین دیرتر به این نقاط انتقال می‌یابد. همچنین با فاصله گرفتن از درز جوش دمای حداکثر هر گره کاهش می‌یابد.

۵- نتیجه گیری

باتوجه به نتایج ارائه شده، همانگونه که دیده می‌شود، شکل کلی توزیع و تاریخیچه دمایی معتبر بوده و توزیع شبه گوسی دارد. با کمک روش‌های ارائه شده صحت تحلیل صورت گرفته مورد تأیید می‌باشد. بدین ترتیب می‌توان از روش المان‌مرزی دو گانه ای برای تحلیل این نوع مسائل که حالت گذرا داشته و با کمک روش المان‌مرزی معمولی قابل حل نیستند استفاده نمود.

توجه به سه فاکتور در مورد بررسی هر روش عددی ضروری است. ۱- زمان محاسبات ۲- دقت نتایج ۳- هزینه. این سه فاکتور نقش عمده‌ای در انتخاب نوع روش محاسباتی دارد. همانگونه که دیده شد با توضیحات ارائه شده برای حل چنین مسائلی نظیر تحلیل حرارتی جوش روش المان‌مرزی گانه‌ای دقت مناسبی داشته و همچنین باتوجه به حجم محاسبات کم، سرعت و هزینه کمی دارد. قابلیت روش المان‌مرزی در این نوع مسائل کاهش حجم محاسبات با حفظ دقت لازم بواسطه نوع تعریف شبکه محاسباتی متفاوت می‌باشد. همانگونه که دیده شد، تعداد گره‌های مرز با گره‌های داخلی ارتباطی نداشته و می‌توان تعداد گره‌های داخلی را کم نمود. این تکنیک کمک می‌کند تا تنها در نقاط دلخواه به بررسی مسأله پرداخت و هزینه محاسباتی بیشتری صرف نکرد. کاری که در روش‌های دیگر تحلیل این نوع مسائل نظیر تفاضل محدود قابل دستیابی نیست. لذا برای به‌دست آوردن تاریخیچه دمایی جوش می‌توان از این روش استفاده نمود. ارتقاء کد حاضر برای تحلیل هندسه‌های پیچیده‌تر در حالت سه بعدی هدف مؤلفین این مقاله می‌باشد. استفاده از روش دوگانه‌ای، حل مسائل گذرای دیگر را نیز با کمک روش المان‌مرزی ممکن می‌سازد.

۶- مراجع

- [1] Symm, G.T. "Integral Equation Method in Potential Theory", Proceedings of the Royal Society of London, Series A, Vol. 275, p.p. 33-46.