http://mechanics.journals.modares.ac.ir

مجله علمی پژوهشی
مهندسی مکانیک مدرس
دوره ۱۱ شماره ۲ تابستان ۱۳۹۰ ص ص ۱۳-۲۵

تاریخچه مقاله:
دریافت ۸۹/۱۰/۲۸
پذیرش ۹۰/۶/۶
ارائه در سایت ۹۰/۶/۲۲

مقایسه روشهای حل عددی در برخورد قائم و مورب پرنده

رضا هدایتی[۱]، سعید ضیایی راد[۲*]

۱- کارشناس ارشد، دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی اصفهان، اصفهان
۲- استاد، دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی اصفهان، اصفهان
* اصفهان، صندوق پستی ۸۴۱۵۶-۸۳۱۱۱ szrad@cc.iut.ac.ir

چکیده- تصادم بین پرنده و هواپیما که به عنوان "برخورد پرنده" شناخته می‌شود، پدیده‌ای معمول و در عین حال خطرناک است. در این پژوهش برای تحلیل برخورد پرنده از سه روش لاگرانژ، هیدرودینامیک ذره‌ای هموارشده (SPH) و اویلر-لاگرانژ اختیاری (ALE) استفاده‌شده و نتایج حاصل از آن‌ها با هم و با نتایج تجربی مقایسه شده است. برای مقایسه نتایج، نحوه تغییر شکل مدل پرنده و نمایه فشار در مرکز برخورد با هم مقایسه شده‌اند. نتایج نشان داد که هر سه روش لاگرانژ، هیدرودینامیک ذره‌ای هموارشده و اویلر-لاگرانژ اختیاری به‌خوبی می‌توانند نمودار فشار آزمون‌های عملی را چه در برخورد عمود و چه در برخورد مورب پیش‌بینی کنند. همچنین هر سه روش تغییر شکل مشابهی از پرنده را چه در برخورد عمودی و چه در برخورد مورب پیش‌بینی می‌کنند. کوتاهی زمان حل، نداشتن پارامترهای زیاد و دشوار و نیز مواجه‌نشدن با خطاهای عددی شایستگی بهتر روش SPH را در مدل‌سازی برخورد پرنده نسبت به دو روش دیگر نشان می‌دهد.

کلیدواژگان: برخورد قائم و مورب پرنده، روش لاگرانژ، روش اویلر-لاگرانژ اختیاری ، روش هیدرودینامیک ذره‌ای هموارشده

Comparison of numerical methods in perpendicular and inclined bird strike events

R. Hedayati[1], S. Z. Rad[2]*

1- M.Sc. Student, Department of Mechanical Engineering, Isfahan Univ. of Tech.
2- Prof., Department of Mechanical Engineering, Isfahan Univ. of Tech.
*P.O.B. 84156-83111, Isfahan, Iran. szrad@cc.iut.ac.ir

Abstract- Collisions between a bird and an aircraft, known as “bird strike event” is a common and dangerous phenomenon in aviation industry. In this study, three numerical methods namely Lagrange, Smoothed Particles Hydrodynamics (SPH) and Arbitrary Lagrangian Eulerian (ALE) have been implemented in order to investigate bird strike incident. The results have been compared with each other and also with exeperimental data. In order to compare the results obtained from three methods, pressures at the center of impact and also deformation of bird models have been compared. Results indicate that all the three methods are able to predict the pressure at the center of impact almost accurately in both perpendicular and inclined impacts. In addition to that all the methods are able to predict same deformation of bird at particular time intervals. Shorter solution time, not having much parameters to deal with and low probability of numerical errors make the SPH method as a good candidate to analyze bird strike problems.

Keywords: Perpendicular and inclined bird impact, Lagrangian method, SPH method, ALE method

[Downloaded from mme.modares.ac.ir on 2024-04-18]

[DOR: 20.1001.1.10275940.1390.11.2.6.6]

۱- مقدمه

تصادم بین پرنده و هواپیما که به عنوان "برخورد پرنده" شناخته می‌شود، پدیده‌ای معمول و در عین حال خطرناک است. سطوح خارجی یک هواپیما از جمله آشیانه موتور[1]، سرپوش کابین[2]، شیشه جلو، لبه جلویی بال و دم[3]، پروانه موتورها و... در معرض برخورد پرنده قراردارند. در یک دوره ۱۵ ساله (۱۹۹۰-۲۰۰۴)، ۵۹۱۹۶ برخورد پرنده با هواپیماهای مسافربری به سازمان هوایی آمریکا گزارش و در پایگاه‌داده‌ای "برخورد حیات‌وحش" ثبت شدند. از سال ۱۹۸۸، برخورد حیات‌وحش با هواپیما بیش از ۱۹۴ نفر را کشته و بیش از ۱۶۳ هواپیما را نابود کرده‌است. در ایالات متحده، آسیب مالی ناشی از برخورد پرنده بیش از ۶۰۰ میلیون دلار در سال است[۱]. گفتنی‌است که هرسال که می‌گذرد، برتعداد برخوردهای پرنده با هواپیما و به‌تبع هزینه‌ی سالیانه ناشی از آن افزوده می‌شود[۱]. این امر صنایع هواپیما سازی را بر آن داشته‌است که هواپیماهایی مقاوم‌تر در برابر پرندگان بسازند. لذا پیش از آن‌که به هواپیماها اجازه ورود به ناوگان هوایی داده‌شود، باید مقاومت اجزای مختلف آن‌ها در برابر برخورد پرندگان مورد تایید مقامات و یا سازمان‌های هوایی معتبر قرارگیرد.

از آنجا که گرفتن تاییدیه از طریق آزمایش عملی نیاز به مدت‌ها برنامه‌ریزی دارد و نیز انجام آن مشکل و هزینه‌بر است، شبیه‌سازی‌های عددی می‌توانند کمک شایانی در طراحی سازه‌های مقاوم در برابر پرندگان داشته‌باشند. بنابراین برای درست پیش‌بینی کردن نحوه آسیب در اجزای هواپیما در یک حادثه برخوردپرنده، نیاز به ایجاد مدل عددی قابل اتکا به‌خوبی احساس می‌شود. این مدل عددی باید بتواند به درستی نحوه آسیب و مقدار نیروهای تولیدی در اثر برخورد را پیش‌بینی‌کند. یک شیوه مناسب برای مدل‌سازی عددی، استفاده از نرم‌افزارهای المان‌محدود صریح است، چرا که این نرم‌افزارها از پس تحلیل هندسه‌های پیچیده و نیز تحلیل‌های غیرخطی گذرا به‌خوبی برمی‌آیند زیرا در مساله برخورد پرنده تغییرشکل‌ها و جابه‌جایی‌ها بزرگ، قیود از نوع تماسی و رفتار ماده از نوع الاستیک-پلاستیک است.

۲- شبیه‌سازی عددی

از اواخر دهه ۸۰ میلادی، کدهای المان‌محدود صریح[4] برای طراحی سازه‌های مقاوم در برابر پرنده به‌کار رفته‌اند. این کدها از شیوه‌های المان‌محدود مختلفی برای مدل‌سازی پدیده برخورد بهره‌برده‌اند، که از آن جمله می‌توان: شیوه لاگرانژ، شیوه اویلر، شیوه لاگرانژ-اویلری انتخابی[5] و اخیرا شیوه هیدرودینامیک ذره‌ای هموارشده[6]" را نام برد. شیوه لاگرانژ بیشتر برای توصیف حرکت مواد جامد به‌کارمی‌رود. اما مشکل آنجاست که برای تحلیل مساله برخورد پرنده، استفاده از شیوه لاگرانژ می‌تواند منجر به از دست رفتن جرم پرنده شود، چرا که رفتار مایع‌گونه پرنده در این برخورد، منجر به اعوجاج[7] در المان‌ها می‌شود. از آنجا که اندازه گام‌زمانی با کوچک‌ترین بعدِ کوچک‌ترین المان نسبت مستقیم دارد، اعوجاج المان‌ها اندازه گام‌زمانی را به سمت صفر میل‌می‌دهد و حل را واگرا می‌کند. برای اجتناب از واگراشدن محاسبات المان‌های دچار اعوجاج‌شده را از شبیه‌سازی حذف می‌کنند و همین امر است که منجر به ازدست‌رفتن مقداری از جرم پرنده می‌شود. ازدست‌رفتن جرم پرنده در شبیه‌سازی، ممکن است مقدار نیروهای وارده بر سطح هدف را به‌اشتباه کاهش دهد. با این حال، شیوه لاگرانژ دارای مزیت‌های زیادی نسبت به شیوه دیگری به نام شیوه اویلری می‌باشد. در شیوه اویلر، پرنده برای برخورد با سازه هدف، درون شبکه اویلری جریان می‌یابد. المان‌های پرنده، نیرو را توسط الگوریتم درگیری[8] ALE به المان‌های هدف وارد می‌کنند. در هردو مورد، مدل هدف توسط المان‌های لاگرانژی شبکه‌بندی می‌شود. در روش ALE، شبیه‌سازی به سه مرحله لاگرانژی، اویلری و هموارسازی[9] تقسیم می‌شود. به این دلیل است که در شیوه ALE، ماده اجازه تغییرشکل بسیار بیشتری نسبت به شیوه

1. Nacelle
2. Canopy
3. Leading Edge

4. Explicit
5. Arbitrary Lagrangian Eulerian
6. Smoothed Particle Hydrodynamics
7. Element Distortion
8. Coupling Algorithm
9. Smoothing

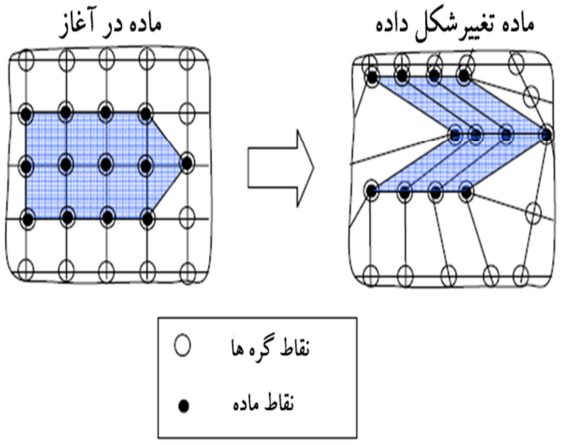
[Downloaded from mme.modares.ac.ir on 2024-04-18]

[DOR: 20.1001.1.10275940.1390.11.2.6.6]

لاگرانژ دارد و لذا زمان حل موردنیاز آن نیز از شیوه لاگرانژ بالاتر است. روش SPH، روش دیگری است که اخیرا برای حل مساله برخورد پرنده استفاده می‌شود. این روش در واقع نوعی روش لاگرانژ بدون شبکه است که در آن شبکه المان‌محدود جامد با مجموعه‌ای از ذرات جدا ولی موثر بر هم جایگزین‌می‌شود. این روش از آنجا که ذرات در آن تغییرشکل نمی‌دهند، روشی کارا برای مدل‌سازی مسائلی است که در آن‌ها تغییرشکل‌ها بزرگ و پیچیده‌اند. از آنجا که این روش در واقع نوعی روش لاگرانژ تغییریافته است، می‌توان آن را به‌راحتی با نرم‌افزارهای کدنویسی معمول پیونداد. در این پژوهش برای تحلیل برخورد پرنده از هر سه روش استفاده‌شده و نتایج حاصل از آن‌ها با هم مقایسه شده است.

۲-۱- روش لاگرانژ

تفاوت فرمولاسیون‌های گوناگونی که برای تحلیل المان‌محدود وجوددارند در مختصات مرجعی که برای توصیف حرکت استفاده‌می‌شود و نیز در نوع معادلات حاکم می‌باشد. روش لاگرانژ از مختصات مادی (که به‌عنوان مختصات لاگرانژی هم شناخته‌می‌شود) به عنوان مرجع استفاده‌می‌کند. گره‌های شبکه لاگرانژ به اجزای ماده مورد بررسی متصل‌اند و لذا هر گره، یک جز از ماده را دنبال‌می‌کند، که در شکل ۱ قابل‌مشاهده است.



شکل ۱ نحوه تغییر شکل در شبکه‌بندی به روش لاگرانژ

این نوع فرمولاسیون بیشتر برای مواد جامد کاربرد دارد. از ویژگی‌های مثبت این نوع فرمولاسیون آن است که اعمال شرایط مرزی در آن آسان است، چرا که گره‌های مرزی روی مرزهای ماده باقی می‌مانند. یکی دیگر از مزیت‌های این روش آن است که بررسی پیشینه هر جز از ماده آسان است، چرا که برای بررسی پیشینه هر ذره کافیست که پیشینه زمانی نزدیک‌ترین گره به آن را بررسی کنیم. بزرگترین اشکال روش لاگرانژ، امکان به‌وجودآمدن نتایج نادقیق در صورت تغییرشکل‌های خیلی بزرگ است.

مکان اولیه یک ذره را X (مختصات لاگرانژی) و مکان کنونی ذره را x می‌نامیم. برای فرمولاسیون لاگرانژ توصیف حرکت عبارت است از:

$$x = \varphi(X,t) \qquad (۱)$$

که در آن $\varphi(X,t)$ نگاشت بین موقعیت کنونی و موقعیت اولیه است. جابه‌جایی هر نقطه از ماده از اختلاف بین موقعیت کنونی و موقعیت اولیه آن به‌دست می‌آید:

$$u(X,t) = \varphi(X,t) - X = x - X \qquad (۲)$$

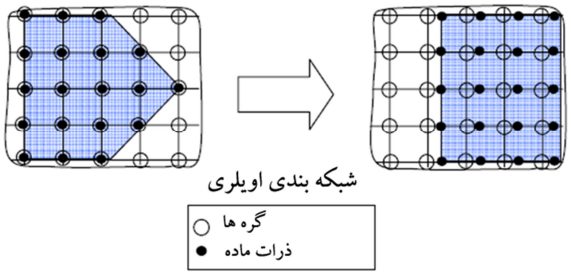
۲-۲- روش اویلری[1]

پیش از تشریح روش اویلری-لاگرانژی (ALE) لازم است توضیح کوتاهی راجع به روش اویلری ارائه‌گردد. در فرمولاسیون اویلری شبکه در فضا ثابت‌می‌ماند و همان‌طور که در شکل ۲ دیده‌می‌شود، ماده در درون شبکه جاری‌می‌شود. از آنجا که شبکه حرکت‌نمی‌کند و تغییرشکل نمی‌دهد لذا یکی از مشکلات اصلی روش لاگرانژ که همان اعوجاج بیش‌ازحد المان‌هاست، به‌وجود نمی‌آید. از این روش بیشتر برای شبیه‌سازی سیالات استفاده می‌شود، اگرچه در مواردی در شبیه‌سازی جامدات نیز کاربرد داشته‌است. دو اشکال بزرگ این روش دشواری دنبال‌کردن سطوح مادی و نیز دنبال‌کردن پیشینه

1. Eulerian

[Downloaded from mme.modares.ac.ir on 2024-04-18]
[DOR: 20.1001.1.10275940.1390.11.2.6.6]

دگرگونی مواد است. پیگیری این دو مورد نیاز به محاسبات بیشتری نسبت به روش لاگرانژ دارد و زمان حل را بالا می‌برد.



شکل ۲ توصیف حرکت در فرمولاسیون اویلری

توصیف حرکت اویلری توسط نگاشت معکوس حرکت لاگرانژی بیان‌می‌شود:

$$X = \varphi^{-1}(x,t) \qquad (۳)$$

این روش مختصات مادی را برحسب مختصات فضایی بیان‌می‌کند.

۲-۳- روش اویلری-لاگرانژی انتخابی(ALE)[1]

روش ALE همان‌طور که از نامش برمی‌آید، ترکیبی از روش‌های لاگرانژ و اویلری است که در آن مرجع توسط کاربر به‌نحوی تنظیم‌می‌شود که از مزیت‌های دو روش استفاده و از اشکالات آن‌ها دوری‌گردد. در این روش حرکت شبکه تنها در جاهایی که لازم‌است همچون مرزهای آزاد به ماده مقیدمی‌شود، در غیر این صورت حرکت شبکه و ماده از هم مستقل‌هستند. کاربر باید شبکه را به‌گونه‌ای تنظیم‌کندکه با تغییرشکل المان‌ها، شبکه کمترین اعوجاج را متحمل‌شود. این موضوع مهم‌ترین اشکال این روش است، چرا که کاربر باید در زمینه انتخاب شبکه، مجرب و کارآزموده باشد.

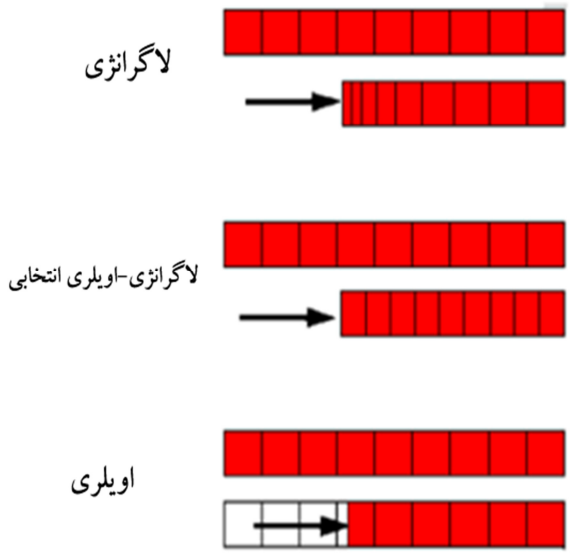
در این روش، مختصات مرجع با $\bar{\chi}$ نمایش‌داده‌می‌شود. موقعیت ذره با رابطه $\bar{\chi} = \varphi(\bar{X},t)$ و موقعیت شبکه با رابطه $\bar{x} = \hat{\varphi}(\bar{\chi},t)$ تعیین می‌شود. جابه‌جایی شبکه با رابطه زیر تعریف می‌شود:

$$\hat{u}(\bar{\chi},t) = \bar{x} - \bar{X} \qquad (٤)$$

رابطه بین مختصات مادی و مختصات ALE همان‌طور که در شکل ۲-۶ نمایش‌داده شده است از رابطه زیر به‌دست می‌آید:

$$\bar{\chi} = \hat{\varphi}^{-1}(\bar{\varphi}(\bar{X},t),t) = \bar{\psi}(\bar{X},t) \qquad (٥)$$

که در آن: $\bar{\psi} = \hat{\varphi}^{-1} o \bar{\varphi}$. در شکل ۳ نحوه حرکت ماده و شبکه بین سه روش لاگرانژ، اویلری و ALE مقایسه شده است.



شکل ۳ مقایسه حرکت ماده و شبکه بین سه روش لاگرانژ، اویلر و ALE

۲-۴ روش هیدرودینامیک ذره‌ای هموارشده (SPH)

روش SPH در واقع روش لاگرانژ بدون شبکه است که در آن شبکه المان‌محدود جامد با مجموعه‌ای از ذرات جدا ولی موثر بر هم جایگزین‌می‌شود. این روش از آنجا که ذرات در آن تغییرشکل نمی‌دهند، روشی کارا برای مدل‌سازی مسائلی است که در آن‌ها تغییرشکل‌ها بزرگند. از آنجا که این روش در واقع

1. Arbitrary Lagrangian Eularian

[Downloaded from mme.modares.ac.ir on 2024-04-18]

[DOR: 20.1001.1.10275940.1390.11.2.6.6]

نوعی روش لاگرانژ تغییریافته است، می‌توان آن‌را به‌راحتی با نرم‌افزارهای کدنویسی معمول پیونداد بدون آنکه با مشکلات متداول ایجادشده در سطوح ماده که در روش اویلری به‌وجود می‌آید مواجه‌شد. این روش برای اولین بار توسط لوسی[1] مطرح شد[۲] و گینگولد و موناگان[2] از آن برای حل مسائل اخترفیزیک استفاده‌کردند[۳]. اخیرا این روش در حل سایر مسایل فیزیکی در مکانیک پیوسته، شبیه‌سازی تصادف و شکست نرم و ترد در جامدات نیز کاربرد پیداکرده‌است. به دلیل نبود شبکه در این روش، این روش شبیه‌سازی بسیاری از مسایل را که در گذشته به دلیل تغییرشکل‌های بزرگ چالشی بزرگ در المان‌محدود به‌شمار می‌رفتند امکان‌پذیر کرده‌است. یکی دیگر از مزیت‌های روش SPH این است که به‌دلیل نبود شبکه، امکان حل مسایل با هندسه‌های پیچیده وجود دارد.

در این فرمولاسیون، ماده (معمولا سیال) توسط مجموعه‌ای از ذرات متحرک معرفی‌می‌شود، که هر کدام از این ذرات نماینده یک نقطه درون‌یابی هستند. سپس با استفاده از یک تابع درون‌یابی، می‌توان تمام ویژگی‌های ماده را در تمام نقاط به‌دست آورد. در این روش جسم به عنوان مجموعه‌ای از ذرات (نقاط درون‌یابی) معرفی‌می‌شودکه از نظر مکانی از هم مستقلند. معادلات پایستگی انرژی، جرم و مومنتوم در مکانیک پیوسته، توسط "تابع هموارکننده کرنل[3]" از شکل پاره‌ای به شکل انتگرالی تغییرفرم می‌یابند.

تابع هموارکننده کرنل، هر متغیر فیزیکی میدانی (ویژگی‌های ترمودینامیکی و هیدرودینامیکی) را در هر نقطه از فضا تخمین می‌زند. این تابع به ذرات مختلف با توجه به فاصله‌ای که از نقطه مورد بررسی در فضا دارند، وزن می‌دهد. معمولا در اطراف هر نقطه شعاعی به نام طول هموارسازی[4] تعریف می‌شود. ویژگی‌های فیزیکی هر ذره توسط جمع‌زدن آن ویژگی در تمام ذراتی که درون طول هموارسازی قرارگرفته‌اند، به‌دست می‌آید (اصطلاحا گفته‌می‌شود: ویژگی‌های مختلف ماده در هر ذره توسط تابع کرنل "هموار" می‌شود). نقش هر ذره در ویژگی فیزیکی هر نقطه توسط فاصله‌اش از آن نقطه و نیز جرم آن ذره تعیین‌می‌شود. در حد، هنگامی که طول هموارسازی به صفر میل‌می‌کند ($h \to 0$) تابع هموارکننده کرنل، به تابع دلتا تبدیل می‌شود.

یکی از مشکلات در SPH آن است که این روش نیاز به حافظه و پردازشگر قوی دارد چرا که حجم محاسبات در آن بسیار بالاست. یکی دیگر از مشکلات این روش پیچیدگی در ایجاد شرایط مرزی است، چرا که ذرات ممکن است به مرزها نفوذ کرده و از دقت حل بکاهند.

ذرات متحرک به‌صورت زیر تعریف می‌شوند:

$$(x_i(t), m_i(t))_{i\in P} \qquad (۶)$$

که در آن P تعداد ذرات، $x_i(t)$ موقعیت ذرات و $m_i(t)$ جرم ذرات را نشان‌می‌دهد. لاکوم[5] در سال ۲۰۰۱ [۴] میزان تغییر در وزن را با رابطه زیر نشان‌داد:

$$\frac{dm_i}{dt} = \nabla.V(x_i,t)m_i \qquad (۷)$$

همان‌طور که می‌دانیم یکی از جنبه‌های اصلی در روش SPH کرنل هموارکننده است. ابتدا لازم است که تابع بی‌اسپلاین مکعبی معین[6] را معرفی‌کنیم:

$$\theta(y) = \alpha_1 \times \begin{cases} 1-\frac{3}{2}y^2+\frac{3}{4}y^3 & y \le 1 \\ \frac{1}{4}(2-y)^3 & 1 \le y \le 2 \\ 0 & y \ge 2 \end{cases} \qquad (۸)$$

که در آن α_1 به بعد و شکل تابع کرنل بستگی‌دارد، در دو بعد: $\alpha_1 = \frac{10}{7\pi}$

لاکوم [۵] کرنل هموارکننده را به‌صورت زیر پیشنهادکرد:

$$W(x_i - x_j, \bar{h}) = \frac{1}{\bar{h}}\theta\left(\frac{x_i - x_j}{\bar{h}}\right) \qquad (۹)$$

که در آن $\bar{h}$ طول هموارسازی[7] است (منظور از علامت بار روی h، میانگین آن است). به طور کلی، ویژگی دلخواه $A(x_i)$

1. Lucy
2. Gingold and Monaghan
3. Smoothing Kernel Function
4. Smoothing Length
5. Lacome
6. Auxiliary cubic B-spline function
7. Smoothing Length

[Downloaded from mme.modares.ac.ir on 2024-04-18]
[DOR: 20.1001.1.10275940.1390.11.2.6.6]

در هر ذره توسط مقدار تخمینی هموارشده آن یعنی $A^h(x_i)$ معرفی می‌شود. ویژگی دلخواه هموارشده $A^h(x_i)$ در هر ذره i توسط رابطه زیر به‌دست می‌آید:

$$A^h(x_i) = \sum_{j=1}^{N} m_j \frac{A(x_j)}{\rho(x_j)} W(x_i - x_j, \bar{h}) \quad (۱۰)$$

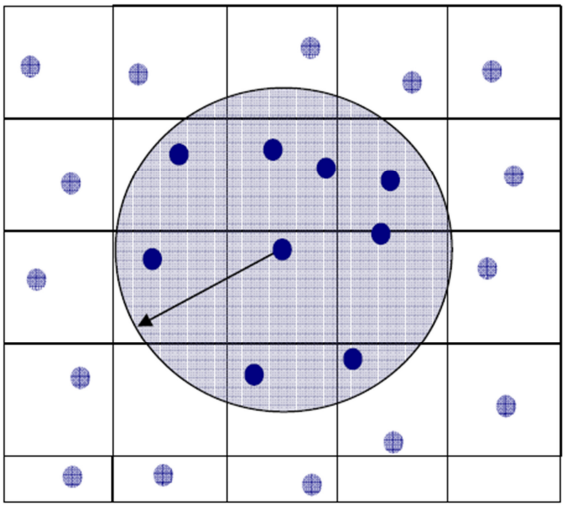
گرادیان این تابع با اعمال اپراتور مشتق روی طول هموارسازی به‌دست می‌آید:

$$\nabla A^h(x_i) = \sum_{j=1}^{N} m_j \frac{A(x_j)}{\rho(x_j)} \nabla W(x_i - x_j, \bar{h}) \quad (۱۱)$$

در اوایل، همواره در روش SPH، طول هموارسازی در تمام شبیه‌سازی ثابت درنظر گرفته می‌شد. به‌هرحال، نشان داده شده است که بهتراست هر ذره با توجه به تعداد ذراتی که در نزدیکی آن وجوددارد، طول هموارسازی مربوط به خود را داشته باشد. لذا در فرمول‌های بالا جایگذاری می‌کنیم:

$$\bar{h} \rightarrow h(x_i) \quad (۱۲)$$

در روش SPH، دانستن آن‌که کدام یک از ذرات مجاور بر هرذره اثرمی‌کنند، مهم است. به همین دلیل لاکوم در سال ۲۰۰۱ یک روش جستجوی همسایه برای ذرات را توسعه داد. هر ذره تنها بر آن ذراتی در همسایگیش اثرمی‌کند که درون کره‌ای به شعاع 2h قرارداشته‌باشند که h طول هموارسازی است. در شکل ۴ یک ذره و ذرات همسایه با آن که درون کره‌ای به مرکز ذره و شعاع 2h قرار دارند، نشان‌داده شده است. در طی فرایند جستجوی همسایه، در هر گام زمانی، فهرست‌کردن ذراتی که در درون کره قرار می‌گیرند نیز مهم است. اگر سیستم ما دارای N ذره باشد، آنگاه لازم‌است که $(N-1)$ مقایسه فاصله صورت بگیرد. اگر این مقایسه برای هر ذره صورت بگیرد، آنگاه تعداد کل مقایسه‌ها در هر گام زمانی $N(N-1)$ خواهدبود.



شکل ۴ ذرات همسایه با یک ذره که درون کره‌ای به شعاع 2h قرار دارند.

برای اجتناب از مشکلات حاصل از فشردگی و انبساط ماده، بهتر است که طول هموارسازی متغیرباشد. راهکار طول هموارسازی متغیر، توسط بنز[1] توسعه یافت. ایده اصلی راه‌کار او این است که برای صحیح بودن تخمین متغیرهای پیوسته، لازم است که تعداد کافی ذرات در همسایگی هر ذره وجود داشته باشد. به همین دلیل طول هموارسازی می‌تواند در زمان و مکان تغییر یابد. چنانچه طول هموارسازی ثابت باشد، انبساط ماده منجر به شکست عددی می‌شود و برعکس، فشردگی ماده می‌تواند تا حد زیادی سرعت حل را پایین بیاورد.

نرخ زمانی تغییر طول هموارسازی از رابطه زیر به‌دست می‌آید:

$$\frac{dh}{dt} = \frac{1}{3} \bar{h} \nabla . V \quad (۱۳)$$

برای برقراری این معادله، جرم درون همسایگی باید ثابت بماند. برای داشتن بازده در محاسبات، یک کمینه و یک بیشینه برای طول هموارسازی در نظر می‌گیرند. معمولا برای کمینه، ۰/۲ طول هموارسازی اولیه و برای بیشینه ۲ برابر طول هموارسازی اولیه را در نظر می‌گیرند. تا پایان حل، طول هموارسازی همواره بین این دو مقدار خواهد بود.

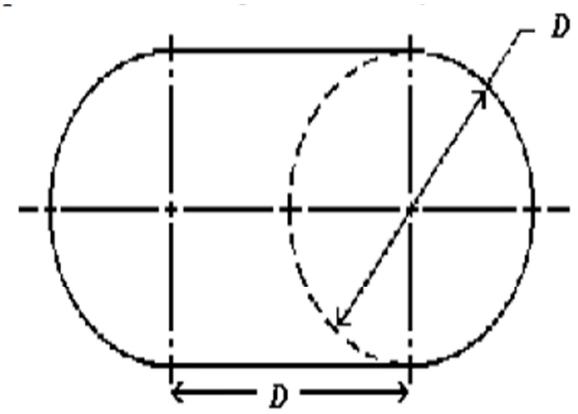
1. W. Benz

[Downloaded from mme.modares.ac.ir on 2024-04-18]

[DOR: 20.1001.1.10275940.1390.11.2.6.6]

۳- مدل پرنده

تاکنون در مطالعات مختلف برای مدل‌کردن پرنده در روش المان‌محدود از مدل‌های مختلفی همچون بیضی‌گون ، استوانه دوسرتخت و استوانه دوسرکروی استفاده شده است. اعتبار یک مدل عددی پرنده، از طریق مقایسه نمودار فشار اعمالی بر سطح صلب در آن شبیه‌سازی با نمودار تجربی متناظر سنجیده می‌شود. اولدی و کچیون[1] در سال ۲۰۰۵ توسط نرم‌افزار پم-کرش[2] بر روی بهترین روش مدل‌سازی پرنده تحقیقاتی را انجام دادند[۶]. آن‌ها پرنده‌هایی با تخلخل، نسبت طول به قطر و سر(انتهای)[3] مختلف را مدل‌کردند و نمودارهای فشار حاصل از مدل‌های خود را با نمودار فشار برخورد پرنده واقعی مقایسه کردند تا بهترین مدل را برای پرنده برگزینند. نتایج تحقیق آنها نشان داد که پرنده با انتهای نیم‌کروی و نسبت طول به قطر ۲ بهترین مدل برای شبیه‌سازی پرنده واقعی است. لذا در این تحقیق نیز برای مدل‌کردن پرنده، از استوانه دوسرکروی با نسبت طول به قطر ۲ و جنس ژلاتین استفاده می‌شود. شکل ۵ نمایی از مدل پرنده‌ای مورد استفاده را نشان می‌دهد.



شکل ۵ هندسه مدل پرنده

از آنجا که بیشتر بافت بدن پرندگان، از آب تشکیل شده است، برای پرنده، می‌توان از مدل متشکل‌های با پاسخ هیدرودینامیکی مشابه آب بهره برد. ساختار آناتومی پرنده، شامل حفره‌های داخلی زیادی از جمله شش‌ها و کیسه‌های هوایی مختلفی است که چگالی پرنده را بدون در نظرگرفتن پرها، از ۱۰۰۰ به ۹۰۰ تا ۹۵۰ کیلوگرم/مترمکعب کاهش می‌دهند[۷، ۸].

یکی دیگر از مزیت‌های ارتباط دادن پرنده با آب آن است که در آن می‌توان همچون آب از معادله حالت (EOS[4]) برای بیان رابطه فشار-چگالی ماده بهره‌برد. برای آب از معادلات حالت مختلفی استفاده می‌شود: معادله حالت چندجمله‌ای، جدولی و گرونایسن. در مورد معادله حالت بهینه تحقیقاتی صورت گرفت و معادله حالت گرونایسن به عنوان معادله‌حالت بهینه برای این پژوهش انتخاب‌شد. این معادله‌ی حالت، رابطه فشار-حجم را بسته به آن‌که ماده فشرده یا منبسط شده است، به دو شکل بیان می‌کند. برای ماده فشرده‌شده، معادله حالت گرونیسن به‌صورت زیر بیان می‌شود:

$$P = \frac{\rho_0 C^2 \mu\left[1+\left(1-\frac{\gamma_0}{2}\right)\mu-\frac{a}{2}\mu^2\right]}{\left[1-(S_1-1)\mu-S_2\frac{\mu^2}{\mu+1}-S_3\frac{\mu^3}{(\mu+1)^2}\right]^2} + (\gamma_0 + a\mu)\,E \qquad (۱۴)$$

و برای حالت منبسط‌شده:

$$P = \rho_0 C^2 \mu + (\gamma_0 + a\mu)E \qquad (۱۵)$$

که در آن‌ها C تقاطع منحنی $v_s - v_p$؛ S_1، S_2 و S_3 ضرایب شیب منحنی $v_s - v_p$؛ γ_0 گامای گرونیسن؛ a اصلاح حجم مرتبه اول γ_0؛ و $\mu = \rho/\rho_i - 1$ است. برای آب از $C = 1480$، $S_1 = 1.92$ و γ_0=0.1 استفاده شد و سایر پارامترها برابر صفر قرارداده شدند.

برای پرنده از یک استوانه دو سرکروی به جرم یک کیلوگرم و چگالی متوسط ۹۵۰ کیلوگرم/مترمکعب استفاده شد. قطر استوانه برابر ۰/۰۹۳۴ متر و طول استوانه دوسرکروی برابر ۰/۱۸۶۸ متر قرار داده شد.

1. Airoldi And Cacchione
2. PAM-CRASH
3. Different Ends
4. Equation of State

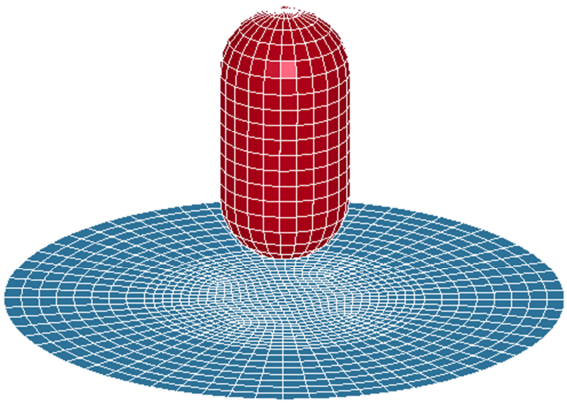
[Downloaded from mme.modares.ac.ir on 2024-04-18]
[DOR: 20.1001.1.10275940.1390.11.2.6.6]

۴- سطح هدف

سطح هدف مورد استفاده برای شبیه‌سازی‌های برخورد پرنده یک صفحه دیسکی‌شکل صلب می‌باشد. صفحه دیسکی‌شکل دارای قطر ۰/۴ متر و ضخامت ۱ میلی‌متر می‌باشد. علت استفاده از صفحه صلبی شکل آن است که رفتار آن مشخص است – در واقع هیچ تغییر شکلی نمی‌دهد و تنشی در آن ایجاد نمی‌شود- و لذا تمام توجه به رفتار پرنده در حین برخورد معطوف می‌شود. اگرچه ویژگی‌های ماده مورد استفاده برای سطح، به‌دلیل صلب‌بودن آن تغییری در نتایج فشار ایجاد نمی‌کند، به منظور تعریف تماس، برای سطح هدف از ویژگی‌های فولاد ۴۳۴۰ استفاده شده است. برای سطح هدف، ماده‌ای با مدول کشسانی ۲۰۵ گیگاپاسکال و چگالی ۷۸۰۰ کیلوگرم/ مترمکعب در نظر گرفته شد. دو دسته برخورد شبیه سازی می‌شوند. در دسته اول پرنده به‌صورت عمود با سرعت اولیه ۱۱۶ متر/ثانیه به صفحه هدف برخورد می‌کند و در دسته دوم پرنده با زاویه ۳۰ درجه نسبت به خط عمود بر صفحه سرعت اولیه ۹۵ متر/ثانیه به صفحه هدف برخورد می‌کند .

سطح هدف در تمامی شبیه‌سازی‌های این پژوهش از ۱۲۸۰ المان غشایی[1] با ضخامت ۱ میلی‌متر تشکیل شده است. در شکل ۶ نحوه شبکه‌بندی سطح هدف مشاهده می‌شود. برای شبیه‌سازی لاگرانژ و SPH از الگوریتم تماسی برای تعریف واکنش بین پرنده و سطح هدف استفاده‌شد. قید تماسی به‌طور معمول توسط روش پنالتی اعمال می‌شود. در تمامی محاسبات، تماس بین پرنده و سطح صلب توسط الگوریتم تماسی گره به‌سطح تعریف شده است. ضریب اصطکاک بین پرنده و سطح هدف برابر ۰/۱ قرارداده شده است. برخلاف دو روش SPH و لاگرانژ، برای روش ALE از الگوریتم درگیرکننده لاگرانژ در جامد[2] استفاده می‌شود. در این الگوریتم المان‌های ALE به عنوان المانهای اصلی[3] و المان‌های سطح هدف به عنوان برده (تابع)[4] تعریف می‌شوند.

1. Shell Element
2. Constrained Lagrange in Solid
3. Master
4. Slave



شکل ۶ نحوه شبکه‌بندی کلی پرنده و سطح

برای مقایسه نتایج با نتایج تجربی از نمایه نیرو بخش بر سطح در هر لحظه استفاده می‌شود. این روش در مقالات مختلفی مورد استفاده قرارگرفته و دقت آن تایید شده است [۹، ۱۰].

۵- شبکه‌بندی پرنده

در هر سه روش از المان‌های جامد مخصوص به همان روش استفاده شده است. یعنی در روش لاگرانژ از المان‌های مکعبی، در روش SPH از المان‌های SPH و در روش ALE از المان‌های مکعبی نوع ALE استفاده شده است. در شبیه‌سازی‌های لاگرانژ و SPH کنترل ساعت‌شنی نیز فعال شد تا از تغییرشکل المان‌ها با انرژی صفر جلوگیری‌شود. برای کنترل ساعت‌شنی از الگوریتم کنترل ارائه شده توسط فلانگان بلیتسکو[5] با ضریب کنترل۰/۱۴ استفاده شده است.

شبیه‌سازی‌های به روش لاگرانژ و SPH با سه اندازه شبکه متفاوت انجام‌شده است تا حساسیت به اندازه شبکه نیز بررسی شود. روش ALE با دو اندازه شبکه انجام شده است. علت آن است که در روش ALE به‌دلیل آنکه فضای اطراف پرنده هم دارای المان است، با ریز شدن اندازه المان‌ها کد المان محدود نیاز به حافظه موقت بیشتری دارد که امکانات موجود سخت‌افزاری پاسخ‌گوی آن نبود. تعداد المان‌ها در شبیه‌سازی به روش‌ها و در اندازه‌های شبکه مختلف در جدول ۱ آمده است.

5. Flanagan-Belytschko

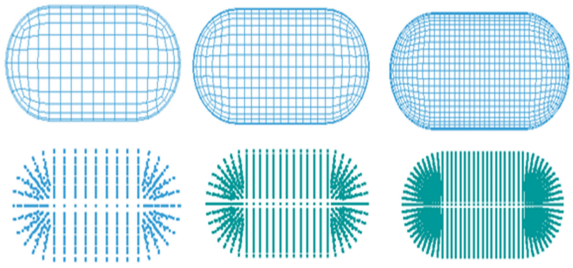
[Downloaded from mme.modares.ac.ir on 2024-04-18]

[DOR: 20.1001.1.10275940.1390.11.2.6.6]

جدول ۱ تعداد المان‌ها در شبیه‌سازی به روش‌ها واندازه شبکه‌های مختلف

شبیه‌سازی	شبکه درشت (۶ المان در شعاع)	شبکه متوسط (۸ المان در شعاع)	شبکه ریز (۱۲ المان در شعاع)
لاگرانژ	پرنده ۲۴۴۸ المان	پرنده ۶۶۵۶ المان	پرنده ۲۳۰۴۰ المان
SPH	پرنده ۱۹۶۵ المان	پرنده ۴۷۸۱ المان	پرنده ۱۵۶۱۹ المان
ALE	پرنده ۱۹۴۴ المان فضای اطراف ۹۱۲۰ المان	پرنده ۶۴۰۰ المان فضای اطراف ۱۸۴۰۰ المان	-

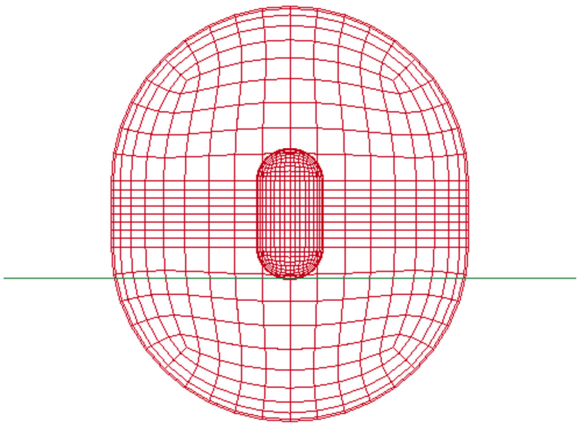
نحوه شبکه‌بندی مدل پرنده برای شبیه‌سازی‌های لاگرانژ و SPH در شکل ۷ آمده‌است. در نرم‌افزار LS-PrePost نمی‌توان پرنده را به‌صورت SPH شبکه‌بندی کرد. بدین منظور ابتدا پرنده توسط المان‌های لاگرانژی شبکه‌بندی می‌شود و سپس در گره‌های آن شبکه‌بندی، نقاط کلیدی[1] تعریف می‌شود. سپس المان‌های لاگرانژی پاک شده و در نقاط کلیدی که از قبل ایجادشده، المان‌های ذره‌ای SPH تعریف می‌شود.



شکل ۷ شبکه‌بندی لاگرانژ و SPH مدل پرنده با سه اندازه شبکه

1. Keypoint

شیوه ALE همان‌طور که قبلا گفته‌شد، ترکیبی از شیوه‌های لاگرانژ و اویلری است که در آن مرجع توسط کاربر به نحوی تنظیم می‌شود که از مزیت‌های دو روش استفاده و از اشکالات آن‌ها دوری گردد. در این روش حرکت شبکه تنها در جاهایی که لازم است -همچون مرزهای آزاد- به ماده مقید می‌شود، در غیر این صورت حرکت شبکه و ماده از هم مستقل هستند. لذا لازم است که فضای خالی اطراف پرنده نیز شبکه‌بندی شود. پرنده و فضای اطراف آن، هر دو باید بخشی از یک دامنه محاسباتی باشند، و لذا المان‌های آن‌ها نباید با هم تداخل کنند. بنابراین ادغام گره‌های مشترک موجود بین پرنده و فضای اطرافش ضروری است. کاربر باید شبکه را به گونه‌ای تنظیم کندکه با تغییرشکل المان‌ها، شبکه کمترین اعوجاج را متحمل شود. در شکل ۸ نحوه شبکه‌بندی پرنده و فضای خالی اطراف آن برای شبکه‌بندی با اندازه شبکه متوسط مشاهده می‌شود.



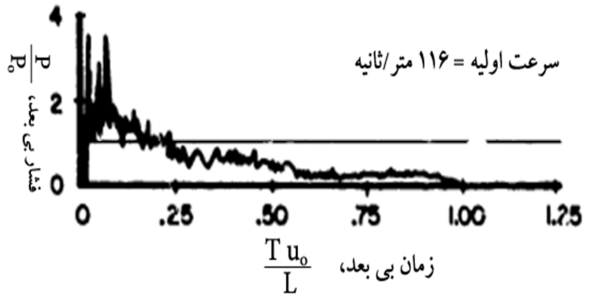
شکل ۸ شبکه‌بندی پرنده و فضای خالی اطراف آن برای شبکه‌بندی با اندازه متوسط

۶- نتایج شبیه‌سازی‌های عمود

نتایج شبیه‌سازی‌های عمودی با نتایج آزمون‌های عملی انجام‌شده توسط ویلبک مقایسه می‌شود. از بین آزمون‌های ویلبک، آزمون برخورد عمودی یک پرنده با سرعت ۱۱۷ متر/ثانیه انتخاب شد. نمودار بی‌بعد فشار هوگونیوت، یعنی

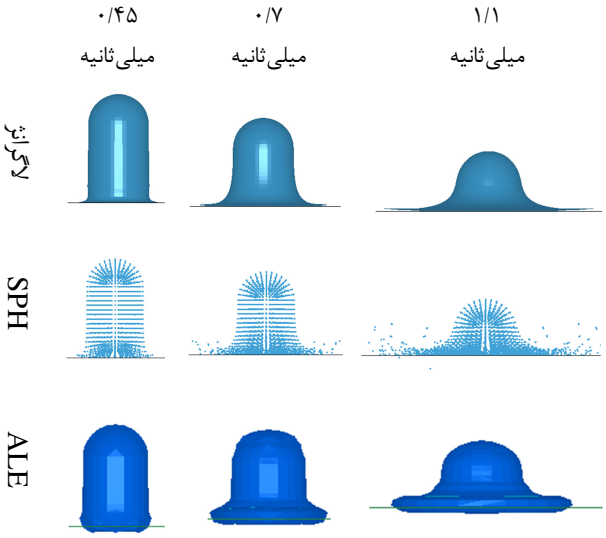
[Downloaded from mme.modares.ac.ir on 2024-04-18]
[DOR: 20.1001.1.10275940.1390.11.2.6.6]

بیشینه فشار بوجود آمده در لحظات اولی برخورد، در آزمون مورد بررسی در شکل ۹ مشاهده می‌شود.



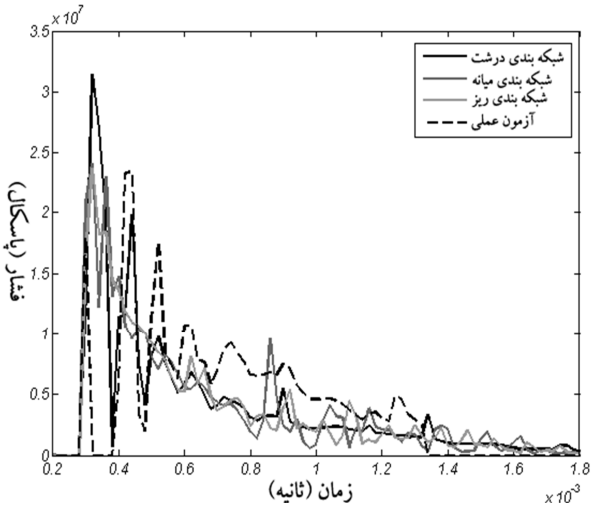
شکل ۹ نمودار بی‌بعد فشار آزمون مرجع ویلبک - آزمون برخورد عمودی پرنده با سرعت ۱۱۷ متر/ثانیه

نحوه تغییر شکل مدل پرنده در سه روش لاگرانژ، SPH و ALE در زمان‌های مشخص در شکل ۱۰ آمده‌است.



شکل ۱۰ نحوه تغییر شکل مدل پرنده در سه روش لاگرانژ، SPH و ALE

همان‌طور که مشاهده می‌شود، هر سه روش در زمان‌های یکسان تغییرشکل‌های مشابهی را از پرنده پیش‌بینی می‌کنند. در شکل ۱۱ فشار در مرکز برخورد در روش لاگرانژ برای سه اندازه شبکه مختلف با فشار اندازه‌گیری شده در آزمون عملی ویلبک مقایسه شده است. همان‌طور که مشاهده می‌شود هر سه اندازه شبکه فشار بیشینه‌ای مشابه با نتیجه عملی پیش‌بینی می‌کنند. اگرچه با ریزتر شدن اندازه شبکه، نتیجه به نتیجه عملی نزدیک‌تر شده است.

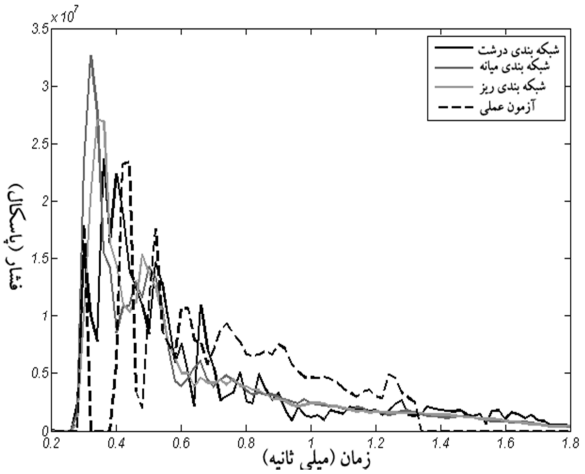


شکل ۱۱ فشار در مرکز برخورد در روش لاگرانژ برای سه اندازه شبکه مختلف و آزمون عملی

در شکل ۱۲ فشار در مرکز برخورد در روش SPH برای سه اندازه شبکه مختلف با فشار اندازه‌گیری شده در آزمون عملی ویلبک مقایسه شده است. فشار بیشینه اندازه‌گیری شده در هر سه اندازه شبکه با فشار بیشینه آزمون عملی نزدیک است اما با ریزتر شدن شبکه، فشار بیشینه روند افزایشی یا کاهشی خاصی را طی نمی‌کند. علت این امر را می‌توان به خاصیت ذاتی روش SPH نسبت‌داد. چرا که با اندکی کوچکتر یا بزرگترشدن اندازه شبکه، تعداد المان‌هایی که در لحظه اول با سطح هدف تماس پیدا می‌کنند تغییر زیادی می‌کند. این مورد اگرچه یکی از مشکلات روش SPH است، اما تغییر زیادی را در نتایج ایجاد نمی‌کند. علاوه بر این برخورد با سطوح نسبتا پیچیده را تنها می‌توان با روش SPH مدل‌کرد و مدل لاگرانژ ممکن است با اعوجاج المان‌ها و در نتیجه اشکال در حل مواجه شود. لذا روش SPH را هیچگاه نمی‌توان به‌طور کلی کنارگذاشت.

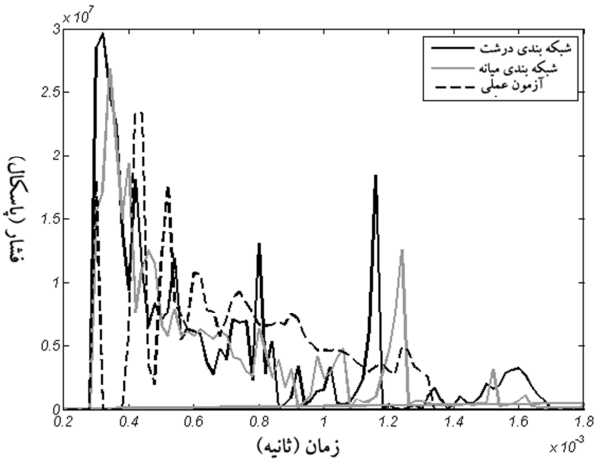
[Downloaded from mme.modares.ac.ir on 2024-04-18]

[DOR: 20.1001.1.10275940.1390.11.2.6.6]



شکل ۱۲ فشار در مرکز برخورد در روش SPH برای سه اندازه شبکه مختلف و آزمون عملی

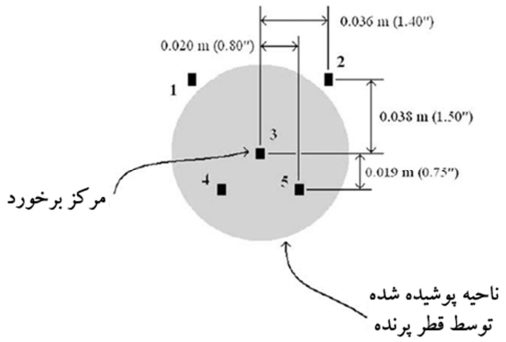
در شکل ۱۳ فشار در مرکز برخورد در روش ALE برای دو اندازه شبکه مختلف با فشار اندازه‌گیری شده در آزمون عملی ویلبک مقایسه شده است. قابل ذکر است که به علت کمبودهای سخت‌افزاری امکان انجام شبیه‌سازی با اندازه شبکه ریز وجود نداشت. همان‌طور که پیش‌بینی می‌شد، با کاهش اندازه‌شبکه، بیشینه فشار مرکز برخورد کاهش یافته و به بیشینه فشار آزمون عملی نزدیک‌تر می‌شود.



شکل ۱۳ فشار در مرکز برخورد در روش ALE برای دو اندازه شبکه مختلف و آزمون عملی

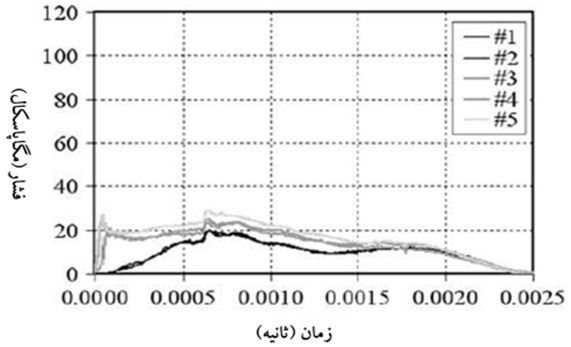
۷- نتایج شبیه‌سازی‌های مورب

نتایج شبیه‌سازی‌های مورب با نتایج آزمون‌های عملی انجام‌شده توسط لاوویه مقایسه می‌شود [۱۱]. در آزمون لاوویه سطح برخورد با مسیر حرکت توده ژلاتینی زاویه ۳۰ می‌سازد. او از مدل پرنده‌ای به جرم یک کیلوگرم بهره برد. لاوویه برای ثبت فشار اعمالی پرنده روی سطح صلب از پنج کرنش سنج[1] کربنی در شعاع‌های مختلف از مرکز برخورد استفاده‌کرد. در شکل ۱۴ نحوه چیدمان کرنش سنج های کربنی با شماره‌های ۱ تا ۵ مشاهده می‌شود.



شکل ۱۴ نحوه چیدمان گیج‌های کربنی

در شکل ۱۵ نمایه فشار برخورد مایل توده ژلاتینی در کرنش‌سنج‌های ۱ تا ۵، مشاهده می‌شود.



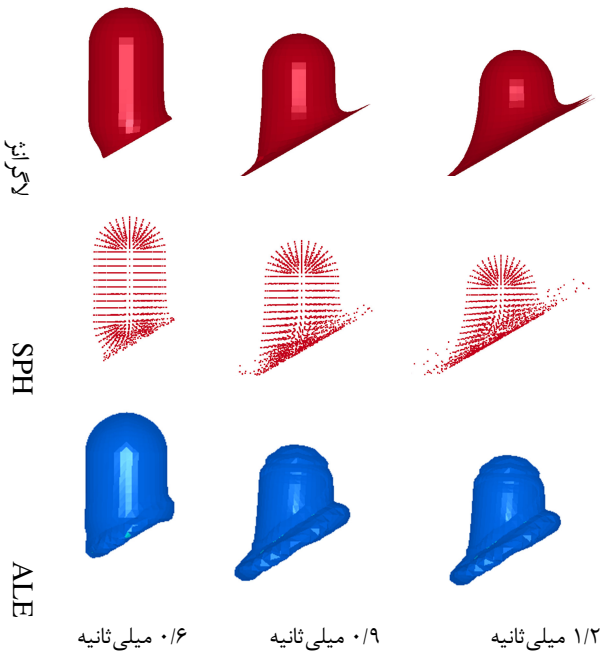
شکل ۱۵ نمایه فشاربرخورد مایل توده ژلاتینی در کرنش‌سنج‌های ۱ تا ۵

1. gage

[Downloaded from mme.modares.ac.ir on 2024-04-18]
[DOR: 20.1001.1.10275940.1390.11.2.6.6]

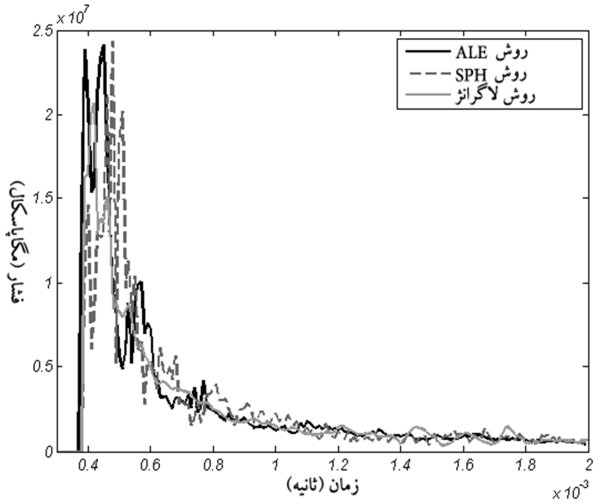
برای برخورد پرنده با سطح شیب‌دار برای هر روش شبیه‌سازی، یک حل با اندازه شبکه متوسط انجام‌شد. برای شبیه‌سازی لاگرانژ پرنده دارای ۵۶۳۲ المان جامد، برای شبیه‌سازی SPH پرنده دارای ۴۳۶۳ المان SPH و برای روش ALE، پرنده دارای ۶۴۰۰ المان و فضای اطراف آن دارای ۱۸۴۰۰ المان می‌باشد. در این شبیه‌سازی‌ها اگرچه سطح هدف به‌جای المان‌های غشایی از المان‌های جامد تشکیل شده است، اما از آنجا که جنس سطح هدف صلب درنظر گرفته شده است، تغییر ایجاد شده در سطح هدف تغییری در نتایج حل ایجاد نمی‌کند.

نحوه تغییر شکل مدل پرنده در سه روش لاگرانژ، SPH و ALE در زمان‌های مشخص در شکل ۱۶ آمده است.



شکل ۱۶ نحوه تغییر شکل مدل پرنده در سه روش لاگرانژ، SPH و ALE

همان‌طور که از نحوه تغییرشکل پرنده مشخص است، هر سه روش برای مدل پرنده تغییرشکل مشابهی را در زمان‌های یکسان پیش‌بینی می‌کنند. تغییرات فشار در مرکز ضربه برای سه روش در شکل ۱۷ آمده است.



شکل ۱۷ تغییرات فشار در مرکز ضربه برای سه روش لاگرانژ، SPH و ALE

همان‌طور که مشاهده می‌شود هر سه روش فشار بیشینه‌ای نزدیک به فشار بیشینه آزمون عملی پیش‌بینی می‌کنند.در هر سه روش فشار مرکز ضربه روند مشابهی را طی می‌کند. یعنی پس از ایجاد یک یا چند قله فشار، نمودار فشار رو به افول نهاده و پس از مدتی و با شیب کم به صفر میل می‌کند.

۸- نتیجه‌گیری

در این پژوهش، روش‌های مدل‌سازی عددی برخورد پرنده با مقادیر تجربی و نیز با یکدیگر مقایسه شده‌اند. هر سه روش لاگرانژ، SPH و ALE به‌خوبی میتوانند نمودار فشار آزمون‌های عملی را چه در برخورد عمود و چه در برخورد مورب پیش‌بینی کنند. همچنین هر سه روش تغییر شکل مشابهی از پرنده را چه در برخورد عمودی و چه در برخورد مورب پیش‌بینی می‌کنند. زمان حل در روش لاگرانژ از همه کمتر، در روش SPH میانه و روش ALE از همه بیشتر بود. مهمترین اشکال روش لاگرانژ خطاهای عددی بود که به‌دلیل اعوجاج در المان‌ها بوجود می‌آمدند. برای حل خطاهای عددی نیاز به تلاش و صرف وقت فراوانی بود. روش SPH اگرچه برای حل نیاز به زمان بیشتری داشت اما با اشکالات حل مواجه نمی‌شد و نیازی به تغییر پارامترها در آن نبود. روش ALE نیز همچون روش SPH با اشکالات در حل مواجه نمی‌شد اما برای مدل‌سازی

[Downloaded from mme.modares.ac.ir on 2024-04-18]
[DOR: 20.1001.1.10275940.1390.11.2.6.6]

پرنده و تعریف تماس نیاز نیاز به تعریف پارامترهای زیادی داشت. علاوه بر این‌ها نحوه تعریف المان‌های فضای اطراف پرنده به نحوی که بتوان تغییر شکل سریع پرنده را دنبال کند از دیگر اشکالات این روش بود. در کل مقایسه سه روش، شایستگی بهتر روش SPH را در مدل‌سازی برخورد پرنده نشان می‌دهد.

۹- منابع

[1] York, D.L., Cummings, J.L., Engeman, R.M., and Wedemeyer, K.L.; "Hazing and movements of Canada geese near Elmendorf Air Force Base in Anchorage", Alaska, Int. Biodeterior. Biodegrad. Vol. 4, No. 3–4, 2004, pp 103–110.

[2] Lucy, L.B.; "A Numerical Approach to the Testing of Fusion Process", The Astronomical Journal, Vol. 88, 1977, pp 1013–1024.

[3] Gingold, R.A. and Monaghan, J.J.; "Smoothed Particle Hydrodynamics: Theory and Application to Non-SPHerical Stars", Monthly Notices of the Royal Astronomical Society 181, 1977, pp 375–389.

[4] Lacome, J.; "Smooth Particle Hydrodynamics - Part II", FEA Information International News for the World-Wide Engineering Community, November 2001, pp 6-11.

[5] Langrand, B., Bayart, A.S., Chauveau, Y. and Deletombe, E.; "Assessment ofMulti-Physics FE Methods for Bird StrikeModelling – Application to a Metallic Riveted Airframe", International Journal of Crashworthiness, Vol. 7, No. 4, 2002, pp 415–428.

[6] Airoldi, A. and Cacchione, B.; "Modelling of impact forces and pressures in Lagrangian bird strike analyses". International Journal of Impact Engineering 32, 2006, pp 1651–1677.

[7] Wilbeck, J.S.; "Impact behavior of low strength projectiles", Air Force Materials Laboratory; 1977.

[8] Cassenti, B.N.; "Hugoniot pressure loads in soft body impact", In: Proceedings of the 20th structural dynamics, and materials conference, 1979, pp 241–8.

[9] Mao, R. H., Meguid, S. A., Ng, T. Y.; "Transient three dimensional finite element analysis of a bird striking a fan blade", Int J Mech Mater Des, Vol. 4, No. 1, 2008, pp 79–96.

[10] Mao, R. H., Meguid S. A., Ng, T. Y.; "Effects of incidence angle in bird strike on integrity of aero-engine fan blade", International Journal of Crashworthiness, Vol. 14, No. 4, 2009, pp 295–308.

[11] Lavoie, M.A., Gakwaya, A., Nejad Ensan, M., Zimcik, D.G., Nandlall, D.; "Bird's substitute tests results and evaluation of available numerical methods", International Journal of Impact Engineering, Vol. 36, No. 10-11, 2009, pp 1276–1287

[Downloaded from mme.modares.ac.ir on 2024-04-18]
[DOR: 20.1001.1.10275940.1390.11.2.6.6]