



## روش فازی تطبیقی مقاوم مبتنی بر رویتگر برای کنترل جریان ربات‌های جابجاگر با استفاده از تخمین عدم قطعیت‌ها

حسام فلاح قویدل<sup>1</sup>، علی اکبرزاده کلات<sup>2\*</sup>، وحید قربانی<sup>3</sup>

1- فارغ التحصیل کارشناسی ارشد، مهندسی کنترل، دانشگاه صنعتی شاهرود، شاهرود  
2- استادیار، مهندسی کنترل، دانشگاه صنعتی شاهرود، شاهرود  
3- دانشجوی کارشناسی ارشد، مهندسی برق، دانشگاه آزاد واحد شهرری، شهرری  
\* شاهرود، صندوق پستی 36199-95161، akbarzadeh@shahroodut.ac.ir

### چکیده

در این مقاله مدل دینامیکی جدیدی برای سیستم چند ورودی چند خروجی ربات‌های جابجاگر الکتریکی ارائه شده است، که به وسیله کنترل کننده فازی تطبیقی مقاوم مبتنی بر رویتگر کنترل می‌شود. طرح کنترلی پیشنهادی از ورودی کنترلی جریان استفاده می‌کند که بسیار موثرتر از روش کنترل گشتاور می‌باشد. روش پیشنهادی بسیار ساده، دقیق و مقاوم است. بر اساس سیستم فازی تطبیقی، یک تخمینگر مبتنی بر رویتگر ارائه شده است که از یک تابع فیدبک خطا بعنوان ورودی سیستم فازی استفاده می‌کند تا بطور تطبیقی اثر عدم قطعیت‌های نامعوم و همچنین اغتشاش خارجی را جبران کند. گرچه در طرح پیشنهادی این عدم قطعیت‌ها باید محدود باشند، اما نیازی نیست که این محدوده شناخته شده و معلوم باشد. یک کنترلر مقاوم  $H_\infty$  بکارگیری شده است تا خطای ماندگار را به سمت یک مقدار مطلوب کاهش دهد و همچنین تاثیر خطاهای مربوط به تقریب سیستم فازی و رویتگر را تقلیل دهد. این روش پایداری سیستم حلقه بسته را بر اساس شرایط اکیداً حقیقی مثبت و تئوری لیاپانوف تضمین می‌کند. این طرح کنترل پیشنهادی تنها محدود به ربات‌ها نمی‌شود، بلکه آن می‌تواند برای کلاسی از سیستم‌های چند ورودی چند خروجی بکار رود. نهایتاً در نتایج شبیه سازی، برای نشان دادن تاثیر و کارایی تکنیک پیشنهادی، سیستم یک ربات جابجاگر دو محور مورد بحث قرار گرفته است.

### اطلاعات مقاله

مقاله پژوهشی کامل  
دریافت: 06 اردیبهشت 1396  
پذیرش: 06 خرداد 1396  
ارائه در سایت: 25 خرداد 1396  
کلید واژگان:  
دینامیک ربات  
کنترل جریان  
فازی تطبیقی مقاوم  
رویتگر

## Observer-Based Robust Adaptive Fuzzy Approach for Current Control of Robot Manipulators by Estimation of Uncertainties

Hesam Fallah Ghavidel<sup>1</sup>, Ali Akbarzadeh Kalat<sup>1\*</sup>, Vahid Ghorbani<sup>2</sup>

1-Department of Control Engineering, Shahrood University of Technology, Shahrood, Iran  
2- Department of Electrical Engineering, Islamic Azad University of Shahr-e-Rey Branch, Shahr-e-Rey, Iran  
\* P.O.B. 36199-95161, Shahrood, Iran, akbarzadeh@shahroodut.ac.ir

### ARTICLE INFORMATION

Original Research Paper  
Received 26 April 2017  
Accepted 27 May 2017  
Available Online 15 June 2017

#### Keywords:

Robot Dynamics  
Current Control  
Robust Adaptive Fuzzy  
Observer

### ABSTRACT

In this paper, a novel dynamical model is proposed for the multi-input multi-output electrically driven robot manipulators, by an observer-based robust adaptive fuzzy controller. The proposed control scheme utilizes current control effort, which is more efficient than the torque control approach. The proposed method is very simple, accurate and robust. Based on the adaptive fuzzy system an observer-based estimator is presented that uses feedback error function as the input of fuzzy system to approximate and adaptively compensate the unknown uncertainties and external disturbance of the system under control. Although the proposed controller scheme requires the uncertainties to be bounded, it does not require this bound to be known. An  $H_\infty$  robust controller is employed to attenuate the residual error to the desired level and recompensates both the fuzzy approximation errors and the observer errors. The proposed method guarantees the stability of the closed-loop system based on the Strictly Positive Real (SPR) condition and Lyapunov theory. The proposed control scheme is not limited to only controlling robotics vehicles, it can be applied for a class of nonlinear MIMO systems. Finally, in simulation study, to demonstrate the usefulness and effectiveness of the proposed technique, a two-link robot manipulator system is employed.

### 1- مقدمه

سیستم‌ها باشد. ربات‌ها دارای سیستم‌های دینامیکی غیرخطی می‌باشند و به علت عدم قطعیت‌ها و همچنین اغتشاشات خارجی، طراحی یک کنترل کننده کارآمد و مقاوم برای این سیستم‌ها همواره مورد بحث و مطالعه بسیاری از

ربات‌ها امروزه در شکل، طرح، اندازه، سرعت و با توانایی‌های مختلفی ساخته می‌شوند. پایداری و کنترل ربات‌ها می‌تواند یک بخش بسیار مهمی از این

#### Please cite this article using:

H. Fallah Ghavidel, A. Akbarzadeh Kalat, V. Ghorbani, Observer-Based Robust Adaptive Fuzzy Approach for Current Control of Robot Manipulators by Estimation of Uncertainties, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 17, No. 6, pp. 286-294, 2017 (in Persian)

برای ارجاع به این مقاله از عبارت ذیل استفاده نمایید:

محققان بوده است.

در گذشته روش‌های مختلفی برای کنترل انواع ربات‌ها طراحی شده است. بیشتر این طراحی‌ها بر مبنای کنترل گشتاور حرکتی ربات ارائه شده است [1,2]. در واقع در این طرح‌های کنترلی، به طراحی گشتاور مورد نیاز برای حرکت و جابجایی ربات‌ها پرداخته می‌شود. اما باید به این نکته مهم توجه داشت که معمولاً این گشتاور توسط محرک‌های ربات تولید می‌شود و در حقیقت این محرک‌ها هستند که باید کنترل شوند. در ربات‌های الکتریکی<sup>1</sup> از موتورهای الکتریکی برای حرکت ربات‌ها استفاده می‌شود. در برخی از مقالات، کنترل کننده‌های مبتنی بر جریان موتور برای کنترل ربات‌ها مورد بحث و بررسی قرار گرفته‌اند [3,4]. در این طرح‌ها معمولاً فرض می‌شود که گشتاور مورد نیاز برای حرکت ربات برابر با ضریب ثابتی از جریان موتور باشد. در حقیقت، در این طرح‌ها از دینامیک موتور صرف‌نظر می‌شود که این فرض ممکن است از درجه اطمینان کافی برخوردار نباشد. در [5]، کنترل کننده ای مبتنی بر ولتاژ موتور طراحی شده است. در این طرح، از دینامیک ربات صرف نظر شده و تنها طراحی کنترل کننده برای مدل دینامیکی موتورها مورد بحث و مطالعه قرار می‌گیرد.

در این مقاله، یک مدل دینامیکی جدید برای ربات‌های جابجاگر<sup>2</sup> ارائه شده است که هر دو دینامیک مربوط به ربات و موتورهای الکتریکی جریان مستقیم<sup>3</sup> را شامل می‌شود.

کنترل کننده‌های فازی بعلاوه نیاز نداشتن به یک مدل دقیق از سیستم تحت کنترل، کاربردهای زیادی در صنعت دارند. نخستین بار ونگ<sup>4</sup> یک سیستم فازی تطبیقی جامع بر اساس خطاهای سیستم ارائه کرد [6]. ترکیب سیستم فازی و طرح کنترل تطبیقی یک روش قدرتمند برای طراحی کنترل کننده‌های مقاوم است و می‌تواند بر عدم قطعیت‌های سیستم غلبه کند [7].

برای تخمین و جبران عدم قطعیت‌های سیستم، در این مقاله یک کنترل فازی تطبیقی پیشنهاد می‌شود. معمولاً دو نوع از کنترل کننده‌های فازی تطبیقی مورد مطالعه قرار می‌گیرند؛ کنترل فازی تطبیقی مستقیم و غیر مستقیم. در کنترل فازی تطبیقی غیرمستقیم، توابع دینامیکی ناشناخته سیستم تخمین زده می‌شوند و کنترل کننده ای بر پایه این تخمین‌ها طراحی می‌شود. در کنترل فازی تطبیقی مستقیم، ورودی سیستم تحت کنترل بطور مستقیم تخمین زده می‌شود.

در کنترل کننده‌های فازی تطبیقی معمولاً از یک جبران کننده مقاوم نیز استفاده می‌شود. بعنوان مثال کنترل مقاوم تناسبی انتگرالی [7]، کنترل مقاوم  $H_\infty$  [8]، کنترل مقاوم حالت لغزشی [9]، کنترل مقاوم نظارتی [10].

در زمینه کنترل فازی تطبیقی تحقیقات فراوانی برای سیستم غیرخطی ربات‌ها صورت گرفته است. به عنوان مثال یک کنترل فازی تطبیقی مقاوم و بهینه در [5] بررسی شده است. در [11] یک کنترل فازی تطبیقی غیر متمرکز برای حرکت ربات ارائه شده است. در [12] از یک طرح امپدانس تطبیقی عصبی برای کنترل ربات استفاده شده است. نویسندگان در [13] به مطالعه کنترل کننده فازی تطبیقی حالت لغزشی برای کنترل ربات‌ها پرداخته‌اند. یک کنترل فازی تطبیقی عصبی برای کنترل نیروی وارد بر ربات‌ها در [14] مورد بحث قرار گرفته است. در [15] به بررسی یک کنترل تطبیقی فازی پسگام<sup>5</sup> پرداخته شده است. در [16] نویسندگان به بررسی کنترل فازی تطبیقی مبتنی بر رویکر پرداخته‌اند. یک کنترل فازی تطبیقی

نوع دوم برای سیستم ربات جابجاگر در [17] ارائه شده است.

علاوه بر این به منظور کنترل سیستم غیرخطی ربات‌ها، در [18] از طرح کنترلی تطبیقی مقاوم با استفاده از یک الگوریتم هوشمند استفاده شده است. نویسندگان در [19] به طراحی یک کنترل کننده حالت لغزشی برای ربات‌ها پرداخته‌اند. همچنین یک طرح کنترلی بر مبنای سیستم عصبی-تطبیقی در [20] ارائه شده است. در [21]، کنترل امپدانس تطبیقی مقاوم بازوی ربات با رویکرد تزریق سلولی رباتیکی به کار گرفته شده است. همچنین استفاده از ترکیب الگوریتم‌های پسگام و ادیتانس در [22] مورد بحث قرار گرفته است. سیستم‌های فازی که از متغیرهای حالت سیستم بعنوان ورودی فازی استفاده می‌کنند ممکن است به تابع مطلوب و تحت تخمین خود همگرا نشوند. به دلیل این که هدف اصلی کنترل کننده‌های فازی تطبیقی ردیابی مسیر مطلوب می‌باشد خطاهای سیستم می‌توانند بعنوان ورودی‌های فازی در نظر گرفته شوند. در نتیجه برای حل این مشکل، نویسندگان در [23-25] یک تابع از خطاهای سیستم تحت کنترل را بعنوان ورودی سیستم فازی پیشنهاد داده‌اند. این طرح علاوه بر کاهش تعداد قواعد فازی باعث بهبود عملکرد کنترل کننده‌های فازی نیز می‌شود.

در عمل، تمام متغیرهای حالت یک سیستم تحت کنترل قابل اندازه‌گیری نمی‌باشند. برای حل این مشکل می‌توان از کنترل کننده‌های مبتنی بر رویکر استفاده نمود. روش مبتنی بر رویکر با پایداری سیستم حلقه بسته و بر اساس شرایط اکیداً حقیقی مثبت و تئوری لیاپانوف، معمولاً طرح مورد علاقه اکثر محققان بوده است [23-29]. اما بسیاری از این مقالات دارای مشکلات و ایراداتی می‌باشند که از مقاله‌ای به مقاله دیگر انتشار یافته است. در نتیجه، نویسندگان در [23-25] علاوه بر بررسی کردن این معایب و ایرادات، به پیشنهاد راهکاری برای حل آن‌ها نیز پرداخته‌اند. بر اساس این روش، در این مقاله ما به طراحی یک کنترل کننده فازی تطبیقی مقاوم مبتنی بر رویکر می‌پردازیم که برای کنترل جریان مورد نیاز یک مدل دینامیکی ربات جابجاگر استفاده می‌شود.

این مقاله دارای مزایای مهمی است، از جمله:

- 1- یک مدل مرکب از دینامیک ربات و موتور مربوط به آن ارائه شده است. این مدل ساده و دقیق است، بدون آن که مرتبه سیستم تحت کنترل افزایش پیدا کرده باشد.
- 2- یک کنترل کننده جریان برای مدل ترکیب شده ربات طراحی می‌شود، در حالی که از هر دو دینامیک مربوط به موتور و ربات به طور همزمان استفاده شده است و در نتیجه عدم قطعیت‌ها بخوبی جبران می‌شوند.
- 3- طراحی کنترل بر اساس گشتاور ربات پیچیده‌تر از کنترل جریان آن است، زیرا برای کنترل ربات‌ها این جریان یا ولتاژ موتور هستند که باید کنترل شود. در نتیجه به نظر می‌رسد که به وسیله این طرح کنترلی علاوه بر کاهش محاسبات، در هزینه‌های کنترلی هم صرفه‌جویی خواهد شد.
- 4- به منظور کاهش قواعد فازی و همچنین افزایش کارایی سیستم کنترلی، یک تابع از خطاهای سیستم کنترلی به عنوان ورودی سیستم فازی پیشنهاد شده است.
- 5- یک کنترل کننده مبتنی بر رویکر برای سیستم چند ورودی چند خروجی ربات ارائه داده می‌شود. این روش بسیار ساده و دقیق است. در واقع در این طرح پیشنهادی، نیازی به طراحی و تنظیم پارامترهای کنترلی پیچیده نیست.

<sup>1</sup> Electrically Driven Robots

<sup>2</sup> Robot Manipulators

<sup>3</sup> DC motors

<sup>4</sup> Wang

<sup>5</sup> Backstepping

## 2- مدل دینامیکی و کنترل سیستم

## 1-1- ربات جابجاگر

در این بخش به بررسی دینامیک ربات‌های جابجاگر و همچنین مدل دینامیکی موتورهای جریان مستقیم می‌پردازیم. برای سادگی، از یک نوع ربات جابجاگر دو محور که در "شکل 1" نشان داده شده است استفاده می‌شود و مدل دینامیکی آن می‌تواند به صورت (1) توصیف گردد [30]:

$$H(q)\ddot{q} + C(q, \dot{q})\dot{q} + G(q) = \tau + D \quad (1)$$

به طوری که:

$$H(q) = \begin{bmatrix} H_{11} & H_{12} \\ H_{21} & H_{22} \end{bmatrix} \quad (2)$$

$$C(q, \dot{q}) = \begin{bmatrix} c_{11} & c_{12} \\ c_{21} & c_{22} \end{bmatrix} \quad (3)$$

$$G(q) = \begin{bmatrix} G_1 \\ G_2 \end{bmatrix} \quad (4)$$

سپس عناصر ماتریس‌های (4)-(2) می‌توانند به صورت زیر تعریف شوند:

$$H_{11} = (m_1 + m_2)l_1^2 + m_2l_1^2 + 2m_2l_1l_2 \cos q_2 \quad (5)$$

$$H_{12} = H_{21} = m_2l_2^2 + m_2l_1l_2 \cos q_2 \quad (6)$$

$$H_{22} = m_2l_2^2 \quad (7)$$

$$c_{11} = -m_2l_1l_2\dot{q}_2 \sin q_2 \quad (8)$$

$$c_{12} = -m_2l_1l_2(\dot{q}_1 + \dot{q}_2) \sin q_2 \quad (9)$$

$$c_{21} = m_2l_1l_2\dot{q}_1 \sin q_2 \quad (10)$$

$$c_{22} = 0 \quad (11)$$

$$G_1 = (m_1 + m_2)l_1g \cos(q_1 + q_2) + m_2l_2g \cos(q_1 + q_2) \quad (12)$$

$$G_2 = m_2l_2g \cos(q_1 + q_2) \quad (13)$$

که  $q = [q_1, q_2]^T$  بردار خروجی سیستم و  $q_1$  و  $q_2$  برتریب جابجایی بازوهای محرک اول و دوم ربات هستند. همچنین  $\tau = [\tau_1, \tau_2]^T$  بردار گشتاور و  $\tau_1$  و  $\tau_2$  گشتاورهای ورودی مورد نیاز برای حرکت بازوهای مرتبط می‌باشند. علاوه بر این،  $D = [d_1, d_2]^T$  می‌تواند بردار اغتشاش خارجی و دینامیک مدل نشده سیستم باشد.

باید به این نکته مهم توجه کرد که درحقیقت ربات‌ها باید به وسیله موتورهای محرکشان کنترل شوند (درواقع بوسیله ولتاژ یا جریان ورودی موتورها). اما گشتاور طراحی شده را نمی‌توانند به‌عنوان ورودی موتورها در نظر گرفت. در نتیجه، لازم است که پس از طراحی کنترل گشتاور ربات، به طراحی راهکاری برای محاسبه جریان یا ولتاژ ورودی موتورها پرداخت.

2-2- موتور جریان مستقیم بدون جاروبک<sup>1</sup>

در بسیاری از این طراحی‌ها فرض می‌شود که گشتاور موتور با جریان ورودی موتور رابطه مستقیم دارد:

$$\tau_m = k_m I \quad (14)$$

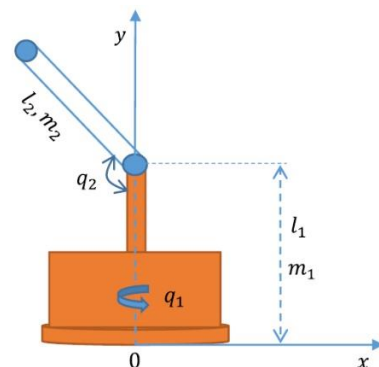


Fig. 1 Two-link Robot Manipulator

شکل 1 ربات جابجاگر دو محور (دو بازو)

<sup>1</sup> BLDC Motor

که  $I$  جریان موتور،  $\tau_m$  گشتاور موتور و  $k_m$  یک ضریب ثابت است.

از طرفی معادله دینامیکی جریان یک موتور جریان مستقیم بدون جاروبک می‌تواند به صورت زیر توصیف شود [5]:

$$\tau_m = \tau + J\ddot{\theta} + B\dot{\theta} \quad (15)$$

که  $\tau$  گشتاور بازوی ربات و  $J$  و  $B$  ضرایب ثابتی هستند. سرعت موتور با سرعت جابجایی بازوها متناسب است:

$$\dot{\theta} = k_b \dot{q} \quad (16)$$

حالا به وسیله جاگذاری (14) و (16) در (15) می‌توان معادله جدیدی به صورت (17) پیشنهاد داد:

$$\tau = k_m I - Jk_b \ddot{q} - Bk_b \dot{q} + \Delta \quad (17)$$

همچنین، در این مقاله فرض می‌شود که  $\Delta$  عدم قطعیتی به صورت دینامیک مدل نشده باشد. چون از یک مدل دینامیکی ربات دو محور استفاده می‌شود، در نتیجه می‌توان معادله پیشنهادی (17) را به این صورت نوشت:

$$\tau = k_m I - \alpha \ddot{q} - \beta \dot{q} + \Delta_m \quad (18)$$

به طوری که:

$$I = [I_1, I_2]^T$$

$$k_m = \text{diag}(k_{m1}, k_{m2})$$

$$\alpha = \text{diag}(J_1 k_{b1}, J_2 k_{b2})$$

$$\beta = \text{diag}(B_1 k_{b1}, B_2 k_{b2})$$

$$\Delta_m = [\Delta_1, \Delta_2]^T$$

که ضرایب 1 مربوط به موتور اول، و ضرایب 2 مربوط به موتور دوم است.

## 2-3- طراحی یک مدل دینامیکی ترکیب شده

با استفاده از معادله دینامیکی (1) و معادله (18)، در این مقاله یک معادله ترکیب شده به صورت (19) طراحی و پیشنهاد می‌شود:

$$H(q)\ddot{q} + C(q, \dot{q})\dot{q} + G(q) = k_m I - \alpha \ddot{q} - \beta \dot{q} + \Delta_m + D$$

$$H_\alpha(q)\ddot{q} + C_\beta(q, \dot{q})\dot{q} + G(q) = k_m I + D_\Delta \quad (19)$$

که

$$H_\alpha(q) = H(q) + \alpha$$

$$C_\beta(q, \dot{q}) = C(q, \dot{q}) + \beta$$

$$D_\Delta = \Delta_m + D$$

معادله دینامیکی (19) را می‌توان مجدد به این به صورت خلاصه کرد:

$$\ddot{q} = F + GU + \psi \quad (20)$$

که

$$U = I = [I_1, I_2]^T$$

$$F = [f_1, f_2]^T = -H_\alpha(q)^{-1}C_\beta(q, \dot{q})\dot{q} - H_\alpha(q)^{-1}G(q)$$

$$G = [g_{11}, g_{12}, g_{21}, g_{22}]^T = H_\alpha(q)^{-1}k_m$$

$$\psi = [\psi_1, \psi_2]^T = H_\alpha(q)^{-1}D_\Delta$$

معادله (20) برای هر بازو می‌تواند به صورت (21) نوشته شود:

$$\ddot{X}_i = A_i X_i + B_i [f_i(X) + \sum_{j=1}^2 g_{ij}(X) I_j + \psi_i] \quad (21)$$

که

$$i, j = 1, 2 \quad X_i = [q_i, \dot{q}_i]^T,$$

$$A_i = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad B_i = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} \text{ and } C_i = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}$$

هدف از طراحی کنترل کننده این است که خروجی سیستم یعنی جابجایی بازوهای محرک  $q_1$  و  $q_2$  ربات به سمت مسیر مطلوب  $q_{d1}$  و  $q_{d2}$  برود. بردار خطای هر بازو به صورت زیر نوشته می‌شود:

$$E_i = q_{di} - q_i = [q_{di}, \dot{q}_{di}]^T - [q_i, \dot{q}_i]^T = [e_i, \dot{e}_i]^T \quad (22)$$

اگر فرض شود که  $F$  و  $G$  معلوم باشند و همچنین بردار عدم قطعیت  $\psi$  قابل صرف نظر باشد، در نتیجه می‌توان کنترل کننده ایده آلی به صورت (23) تعریف کرد:

$$U = G^{-1}(-F + \beta) \quad (23)$$

که

$\beta = [\beta_1, \beta_2]^T = [(\ddot{q}_{d2} + K_1^T E_1), (\ddot{q}_{d2} + K_2^T E_2)]^T$  همچنین  $K_2 = [k_{12}, k_{22}]^T$  و  $K_1 = [k_{11}, k_{21}]^T$  می‌شوند که ریشه‌های چند جمله‌ای  $s^2 + k_{21}s + k_{11}$  و  $s^2 + k_{22}s + k_{12}$  در سمت چپ محور مختصات باشد. علاوه بر این، اگر  $P_{oi}$  و  $Q_{oi}$  ماتریس‌های مثبت معین باشند، برای  $i = 1, 2$  خواهیم داشت:

$$(A_i - B_i K_i^T)^T P_{oi} + P_{oi} (A_i - B_i K_i^T) + Q_{oi} = 0 \quad (24)$$

**فرض 1.** برای کنترل پذیری سیستم، بدون از دست دادن عمومیت فرض می‌شود که:

1- ماتریس  $G$  معکوس پذیر باشد. درحقیقت  $G^{-1}$  در دسترس باشد.

2- بردار  $\psi$ ، نامعلوم ولی محدود باشد.

اما کنترل کننده ایده آل (23) نمی‌تواند مورد استفاده قرار گیرد زیرا درعمل نمی‌توان از عدم قطعیت  $\psi$  صرف نظر کرد. درنتیجه باید به دنبال راهکاری برای حل این مشکل بود. در این مقاله، ما از سیستم فازی تطبیقی برای مقابله با این عدم قطعیت‌ها استفاده خواهیم کرد.

### 3- سیستم فازی

در این بخش، سیستم فازی  $\hat{\psi}_i$  طراحی می‌شود که تخمینی از عدم قطعیت  $\psi_i$  می‌باشد. توجه شود که  $i = 1, 2$ .

درحالت کلی، قواعد اگر-آنگاه فازی که رفتار ورودی خروجی را شرح

می‌دهد، می‌تواند بدین صورت نوشته شود:

$$R^l: \text{IF } x_1 \text{ is } F_1^l \text{ and } \dots \text{ and } x_n \text{ is } F_n^l \text{ THEN } y = \bar{y}^l \quad (25)$$

که  $F_1^l$  مجموعه فازی،  $\bar{y}^l$  یک مقدار ثابت  $l = 1, \dots, M$  تعداد قواعد فازی و  $X = [x_1, \dots, x_n]^T$ ، ورودی و خروجی‌های سیستم فازی هستند. درنتیجه خروجی سیستم فازی می‌تواند به صورت (26) تعریف شود:

$$y(X) = \frac{\sum_{l=1}^M \bar{y}^l \left[ \prod_{i=1}^n \mu_{F_i^l}(x_i) \right]}{\sum_{l=1}^M \left[ \prod_{i=1}^n \mu_{F_i^l}(x_i) \right]} = \theta^T \xi(X) \quad (26)$$

که  $\theta = [\bar{y}^1, \dots, \bar{y}^M]^T$  بردار مراکز توابع عضویت فازی خروجی با توابع عضویت ورودی  $\mu_{F_i^l}$  است. همچنین بردار  $\xi(X)$  به شکل (27) تعریف شود:

$$\xi^l(X) = \frac{\prod_{i=1}^n \mu_{F_i^l}(x_i)}{\sum_{l=1}^M \left[ \prod_{i=1}^n \mu_{F_i^l}(x_i) \right]} \quad (27)$$

پارامترهای بهینه را نیز می‌توان به صورت (28) تعریف کرد:

$$\theta^* = \arg \min_{\theta \in \Omega} \left[ \sup_{X \in R^n} \|y(X|\theta) - y(X)\| \right] \quad (28)$$

با محدوده محدب:

$$\Omega = \{ \theta : \underline{m} \leq \|\theta\| \leq \bar{m} \} \quad (29)$$

که  $\underline{m}$  و  $\bar{m}$  پارامترهای ثابت طراحی هستند. خطای تقریب حداقل نیز

بدین شکل تعریف می‌شود:

$$\omega_o = y(X|\theta^*) - y(X) \quad (30)$$

**توضیح 1.** به تازگی در [25-23]، نویسندگان یک سیستم فازی برای مدل‌های تک-ورودی تک-خروجی<sup>1</sup> طراحی کرده‌اند و به جای این که از بردار حالت سیستم به عنوان ورودی‌های سیستم فازی استفاده شود، از یک تابع که شامل خطاهای سیستم است بهره برده‌اند. مهمترین مزایای این طرح شامل این موارد می‌باشد:

1- هدف اصلی سیستم فازی تطبیقی ردیابی مسیر مطلوب است.

درنتیجه با استفاده از این ورودی فازی که شامل خطاهای سیستم

می‌باشد، حساسیت کنترل کننده نسبت به خطا و ردیابی مسیر

بیشتر می‌شود.

2- یکی از چالش‌های مهم سیستم فازی تعداد زیاد این قواعد و همچنین انتخاب درست آن‌هاست. بوسیله این طرح، تعداد قواعد فازی تا حد زیادی کاهش می‌یابد.

3- خطاهای سیستم تا حد زیادی کاهش می‌یابد و دقت تخمین سیستم فازی تا حد مطلوبی افزایش می‌یابد.

در این مقاله ما روش پیشنهادی در توضیح 1 را برای سیستم‌های چند-ورودی چند-خروجی<sup>2</sup> گسترش می‌دهیم، به طوری که ورودی سیستم فازی می‌تواند به صورت تابعی از خطاهای ردیابی سیستم نوشته شود. این تابع پیشنهادی به صورت  $E = K_1^T E_1 + K_2^T E_2$  است. بنابراین، قواعد اگر-آنگاه فازی به شکل زیر ساده می‌شود:

$$R^l: \text{IF } E \text{ is } F^l \text{ THEN } \hat{\psi}_i = \bar{y}^l, \quad (l = 1, 2, \dots, M_E) \quad (31)$$

که  $\theta_i = [\bar{y}^1, \dots, \bar{y}^{M_E}]^T$  و پارامترهای بهینه را نیز می‌توان به صورت (32) تعریف کرد:

$$\theta_i^* = \arg \min_{\theta_i \in \Omega} \left[ \sup_{E \in R^m, X \in R^n} \|\hat{\psi}_i(E|\theta_i) - \psi_i\| \right] \quad (32)$$

خطای تقریب حداقل فازی بدین شکل تعریف می‌شود:

$$\omega_1 = \hat{\psi}_i(E|\theta_i^*) - \psi_i \quad (33)$$

**توضیح 2.** توجه شود که ورودی‌های سیستم فازی همچنین می‌توانند به صورت دو ورودی با دو تابع مجزای  $K_1^T E_1$  و  $K_2^T E_2$  نیز نوشته شوند که البته در این حالت تعداد قوانین فازی چندین برابر می‌شود. در این مقاله ما از بررسی این طرح چشم پوشی می‌کنیم.

### 4- کنترل فازی تطبیقی مقاوم مبتنی بر رویکر

کنترل ربات‌ها زمانی پیچیده تر می‌شود که تمام حالت‌های سیستم به دقت قابل اندازه گیری نباشند. بنابراین، به یک کنترل کننده مبتنی بر رویکر نیاز می‌شود.

**توضیح 3.** به تازگی در [25-23]، نویسندگان یک کنترل فازی تطبیقی مبتنی بر رویکر ارائه داده‌اند. مهمترین مزایای این طرح شامل این موارد می‌باشد:

1- به بررسی مشکلات و ایرادهای موجود در طراحی‌های پیشین

پرداخته شده و راه حلی برای برطرف کردن آن‌ها ارائه گردیده است.

2- در طراحی این روش نیازی به ماتریس‌های  $P_{io}$ ،  $Q_{io}$ ،  $P_i$ ،  $Q_i$ ، بردار  $B_{Si}$  و همچنین فیلتر  $L_i$  نیست.

3- این روش بسیار ساده، موثر و مقاوم می‌باشد.

در این مقاله ما روش پیشنهادی در توضیح 3 را برای سیستم‌های چند-ورودی چند-خروجی یک ربات دومحور به کار می‌گیریم.

خطای زیر تعریف می‌شوند:

$$E_i = [e_{1i}, e_{2i}]^T \quad \bullet$$

$$\hat{E}_i = q_{di} - \hat{q}_i = [\hat{e}_{1i}, \hat{e}_{2i}]^T \quad \bullet$$

$$\bar{E}_i = E_i - \hat{E}_i = [\bar{e}_{1i}, \bar{e}_{2i}]^T \quad \bullet$$

کنترل کننده فازی تطبیقی مقاوم مبتنی بر رویکر به صورت معادله (25) پیشنهاد می‌شود:

$$U = G^{-1}(\hat{X})(-F(\hat{X}) + \beta - \hat{\psi} - u_s) \quad (34)$$

که  $u_s = [u_{s1}, u_{s2}]^T$  کنترل مقاوم  $H_\infty$  می‌باشد تا سبب پایداری سیستم حلقه بسته شود. با جاگذاری معادله کنترل کننده (34) در معادله ربات (21) و پس از انجام برخی محاسبات ساده، معادله دینامیک خطای

<sup>2</sup> MIMO

<sup>1</sup> SISO

به‌طوری‌که:

$$w_{oi} = L_i^{-1}(\tilde{\psi}_i + u_{si}) - (\tilde{\psi}_i + u_{si}) \quad (45)$$

توجه شود که، در این مقاله فرض شده است که تمام حالت‌های سیستم در دسترس نباشند. در نتیجه تابع ورودی سیستم فازی را می‌توان به‌صورت  $\tilde{\xi} = K_1^T \tilde{E}_1 + K_2^T \tilde{E}_2$  نوشت. سپس سیستم فازی به این صورت بازنویسی می‌شود:

$$\tilde{\psi}_i(\tilde{\xi}|\theta_i) = \theta_i^T \tilde{\xi}_i(\tilde{\xi}) \quad (46)$$

همچنین، خطای تقریب حداقل فازی بدین شکل تعریف می‌گردد:

$$\omega_i = \tilde{\psi}_i(\tilde{\xi}|\theta_i^*) - \psi_i \quad (47)$$

در نهایت، دینامیک خطای رویگر (44) به این شکل بازنویسی می‌شود:

$$\begin{cases} \dot{\tilde{E}}_{si} = A_{si} \tilde{E}_{si} + B_{si} \theta_i^T \tilde{\xi}_i(\tilde{\xi}) + w_i + u_{si} \\ \dot{\tilde{e}}_{1i} = C_i^T \tilde{E}_i \end{cases} \quad (48)$$

که  $\tilde{\theta}_i = \theta_i - \theta_i^*$  و  $w_i = w_{oi} + \omega_i$

**فرض 2.** برای کنترل پذیری سیستم، بدون از دست دادن عمومیت فرض می‌شود که عدم قطعیت  $w_i$  نامعلوم ولی محدود باشد.

جمله مقاوم و قانون تطبیق به این صورت تعریف می‌گردند:

$$u_{si} = -\frac{1}{\lambda_i} B_{si}^T P_i \tilde{E}_{si} = -\frac{\tilde{e}_{1is}}{\lambda_i} \quad (49)$$

$$\dot{\theta}_i = -\gamma_i \tilde{E}_{si}^T P_i B_{si} \tilde{\xi}_i(\tilde{\xi}) = -\gamma_i \tilde{e}_{1is} \tilde{\xi}_i(\tilde{\xi}) \quad (50)$$

همان‌طور که مشاهده می‌شود، در این طراحی نیازی به ماتریس‌های  $Q_i$ ،  $P_i$ ،  $Q_{io}$ ،  $P_{io}$  بردار  $B_{si}$  و همچنین فیلتر  $L_i$  نیست.

**قضیه:** معادله دینامیکی (19) در نظر گرفته می‌شود. سپس به‌وسیله کنترل کننده پیشنهادی (34)، جمله مقاوم (49) و قانون تطبیق (50)، خطای سیستم حلقه بسته به سمت صفر همگرا خواهد شد.

**اثبات قضیه:** تابع لیاپانوف به این صورت پیشنهاد می‌گردد:

$$V_i = \frac{1}{2} \tilde{E}_{si}^T P_{oi} \tilde{E}_i + \frac{1}{2} \tilde{E}_{si}^T P_i \tilde{E}_{si} + \frac{1}{2\gamma_i} \tilde{\theta}_i^T \tilde{\theta}_i \quad (51)$$

با مشتق‌گیری از رابطه  $V_i$  خواهیم داشت:

$$\begin{aligned} \dot{V}_i = & \frac{1}{2} \left\{ \tilde{E}_{si}^T P_{oi} \dot{\tilde{E}}_i + \tilde{E}_{si}^T P_{oi} \dot{\tilde{E}}_i \right\} + \frac{1}{2} \left\{ \dot{\tilde{E}}_{si}^T P_i \tilde{E}_{si} + \tilde{E}_{si}^T P_i \dot{\tilde{E}}_{si} \right\} \\ & + \frac{1}{\gamma_i} \tilde{\theta}_i^T \dot{\tilde{\theta}}_i \end{aligned} \quad (52)$$

سپس با جاگذاری (36) و (48) در (52) و پس از انجام برخی محاسبات ساده داریم:

$$\begin{aligned} \dot{V}_i = & \frac{1}{2} \tilde{E}_{si}^T \left\{ (A_i - B_i K_i^T)^T P_{oi} + P_{oi} (A_i - B_i K_i^T) \right\} \tilde{E}_i \\ & + \tilde{E}_{si}^T C_{si} K_{ci}^T P_{oi} \tilde{E}_i + \frac{1}{2} \tilde{E}_{si}^T \left\{ A_{si}^T P_i + P_i A_{si} \right\} \tilde{E}_{si} \\ & + \tilde{E}_{si}^T P_i B_{si} (w_i + u_{si}) + \tilde{E}_{si}^T P_i B_{si} \tilde{\theta}_i^T \tilde{\xi}_i(\tilde{\xi}) + \frac{1}{\gamma_i} \tilde{\theta}_i^T \dot{\tilde{\theta}}_i \end{aligned} \quad (53)$$

با استفاده از (24) و (37) داریم:

$$\begin{aligned} \dot{V}_i = & -\frac{1}{2} \tilde{E}_{si}^T Q_{oi} \tilde{E}_i + \tilde{E}_{si}^T C_{si} K_{ci}^T P_{oi} \tilde{E}_i \\ & + \frac{1}{2} \tilde{E}_{si}^T \left\{ P_i B_{si} \left( \frac{2}{\lambda_i} - \frac{1}{\rho_i^2} \right) B_{si}^T P_i - Q_i \right\} \tilde{E}_{si} \\ & + \tilde{E}_{si}^T P_i B_{si} (w_i + u_{si}) \\ & + \tilde{E}_{si}^T P_i B_{si} \tilde{\theta}_i^T \tilde{\xi}_i(\tilde{\xi}) + \frac{1}{\gamma_i} \tilde{\theta}_i^T \dot{\tilde{\theta}}_i \end{aligned} \quad (54)$$

$$\begin{aligned} \dot{V}_i = & -\frac{1}{2} \tilde{E}_{si}^T Q_{oi} \tilde{E}_i + \tilde{E}_{si}^T C_{si} K_{ci}^T P_{oi} \tilde{E}_i - \frac{1}{2} \tilde{E}_{si}^T Q_i \tilde{E}_{si} \\ & + \frac{1}{\lambda_i} \tilde{E}_{si}^T P_i B_{si} B_{si}^T P_i \tilde{E}_{si} - \frac{1}{2\rho_i^2} \tilde{E}_{si}^T P_i B_{si} B_{si}^T P_i \tilde{E}_{si} \\ & + \tilde{E}_{si}^T P_i B_{si} (w_i + u_{si}) \\ & + \tilde{E}_{si}^T P_i B_{si} \tilde{\theta}_i^T \tilde{\xi}_i(\tilde{\xi}) + \frac{1}{\gamma_i} \tilde{\theta}_i^T \dot{\tilde{\theta}}_i \end{aligned} \quad (55)$$

سیستم برای هر بازو به‌صورت (35) نوشته می‌شود:

$$\dot{\tilde{E}}_i = A_i \tilde{E}_i + B_i (\tilde{\psi}_i + u_{si}) \quad (35)$$

که  $\tilde{\psi}_i = \hat{\psi}_i - \psi_i$  رویگر خطا از رابطه (27) بدست می‌آید:

$$\begin{cases} \dot{\tilde{E}}_i = (A_i - B_i K_i^T) \tilde{E}_i + K_{ci} \tilde{e}_{1i} \\ \dot{\tilde{e}}_{1i} = C_i^T \tilde{E}_i \\ \dot{\tilde{e}}_{1i} = e_{1i} - \hat{e}_{1i} = C_i^T \tilde{E}_i \end{cases} \quad (36)$$

همچنین  $K_{ci} = [k_{1i}, k_{2i}]^T$  طوری انتخاب می‌شود که ریشه‌های چند جمله‌ای  $A_{si} = A_i - K_{ci} C_i^T$  هرریتز<sup>1</sup> باشد. همچنین، معادله ریکاتی به‌صورت (37) تعریف می‌شود:

$$A_i^T P_i + P_i A_i + Q_i - P_i B_{si} \left( \frac{2}{\lambda_i} - \frac{1}{\rho_i^2} \right) B_{si}^T P_i = 0 \quad (37)$$

به‌طوری‌که  $\lambda_i > 0$  و همچنین  $Q_i$  و  $P_i$  ماتریس‌های مثبت معین باشند. سپس به‌وسیله انتخاب یک مقدار کوچک برای پارامتر تضعیف  $\rho_i$ ، پایداری سیستم بر مبنای عملکرد  $H_{\infty}$  تضمین خواهد شد.

به‌وسیله (35) و (36)، معادله دینامیک خطای رویگر را می‌توان به‌صورت (38) تعریف کرد:

$$\begin{cases} \dot{\tilde{E}}_i = A_{si} \tilde{E}_i + B_i (\tilde{\psi}_i + u_{si}) \\ \dot{\tilde{e}}_{1i} = C_i^T \tilde{E}_i \end{cases} \quad (38)$$

معادله (38) را می‌تواند این چنین نوشت:

$$\tilde{e}_{1i} = H_i(s) \{ (\tilde{\psi}_i + u_{si}) \} \quad (39)$$

که

$$H_i(s) = C_i^T (sI_{2 \times 2} - A_{si})^{-1} B_i = \frac{1}{s^2 + k_{c1i}s + k_{c2i}} \quad (40)$$

برای این که از شرایط اکیداً حقیقی مثبت در پایداری تابع لیاپانوف سیستم استفاده شود، معادله (39) را می‌تواند این چنین بازنویسی کرد:

$$\tilde{e}_{1i} = H_i(s) L_i(s) \{ L_i(s)^{-1} (\tilde{\psi}_i + u_{si}) \} \quad (41)$$

و فیلتر  $L_i(s)$  بگونه ای انتخاب می‌شود که  $L_i(s)^{-1}$  یک تابع انتقال پایدار و  $H_i(s) L_i(s)$  یک تابع اکیداً حقیقی مثبت باشد. در این مقاله  $L_i(s)$  به این صورت تعریف خواهد شد:

$$L_i(s) = b_{1i}s + b_{2i} \quad (42)$$

که  $B_{ci} = [b_{1i}, b_{2i}]^T$  طوری انتخاب می‌شود که ریشه‌های چند جمله‌ای  $L_i(s)$  در سمت چپ محور موهومی باشد.

در نتیجه، معادله دینامیک خطای رویگر را می‌توان به این شکل بازنویسی نمود:

$$\begin{cases} \dot{\tilde{E}}_{si} = A_{si} \tilde{E}_{si} + B_{si} L_i^{-1} (\tilde{\psi}_i + u_{si}) \\ \dot{\tilde{e}}_{1i} = C_i^T \tilde{E}_i \end{cases} \quad (43)$$

که  $\tilde{E}_{si} = [\tilde{e}_{s1i}, \tilde{e}_{s2i}]^T$

اما طراحی فیلتر  $L_i(s)$ ، خود یک مشکل بزرگ برای طراحی یک کنترل کننده مناسب می‌باشد، مخصوصاً برای سیستم‌های مرتبه بالا. طراحی‌های متعددی برای برطرف کردن این مشکل وجود دارد که البته بسیاری از آن‌ها به نتایج مطلوبی ختم نمی‌شوند (برای جزئیات بیشتر مراجع [19,18] را ببینید).

از طرفی دیگر، از رابطه (43) به‌وضوح مشخص است که یک نسخه فیلتر شده  $L_i^{-1}(\tilde{\psi}_i + u_{si})$  وجود دارد و باعث بروز مشکلاتی در مشتق تابع لیاپانوف و همچنین اثبات پایداری خواهد شد. در نتیجه، معادله دینامیک خطای رویگر (43) را می‌توان مجدد به این شکل بازنویسی کرد:

$$\begin{cases} \dot{\tilde{E}}_{si} = A_{si} \tilde{E}_{si} + B_{si} (\tilde{\psi}_i + w_{oi} + u_{si}) \\ \dot{\tilde{e}}_{1i} = C_i^T \tilde{E}_i \end{cases} \quad (44)$$

<sup>1</sup> Hurwitz

که  $\underline{m}_i$  و  $\overline{m}_i$  پارامترهای ثابتی هستند که به وسیله طراح پیش‌بینی می‌شوند. "شکل 2" دیاگرام بلوکی کنترل پیشنهادی را نشان می‌دهد.

### 5- نتایج شبیه‌سازی

در این بخش، برای نشان دادن اثر بخشی طرح کنترلی پیشنهادی، کنترل کننده پیشنهاد شده در (34) بر روی مدل پیشنهادی (20) پیاده‌سازی می‌شود. همچنین برای نمایش مقاوم بودن این طرح در برابر عدم قطعیت‌ها، شبیه‌سازی تحت عدم قطعیت‌های مختلف بررسی می‌شود:

$$\psi_1 = \psi_2 = \begin{cases} \partial_1 & t < 10 \\ \partial_1 + \partial_2 & t \geq 10 \end{cases} \quad (64)$$

$$\partial_1 = \sin(\pi t) \quad (65)$$

$$\partial_2 = 3 \sin(2\pi t) \quad (66)$$

در واقع برای زمان‌های قبل از 10 ثانیه، عدم قطعیت  $\partial_1$  را بر هر یک از بازوهای خواهیم داشت و همچنین پس از گذشت مدت زمان 10 ثانیه، فرض می‌شود که عدم قطعیت  $\partial_2$  به آن افزوده شود.

سه تابع عضویت  $\mu_l(\xi) = \exp[-((\xi + c_l)/\sigma_l)^2]$  برای سیستم فازی در نظر گرفته شده است، به طوری که  $l = 1, 2, 3$ ،  $c_l = \{-1, 0, 1\}$  و  $\sigma_l = 0.3$  شرایط اولیه پارامترهای فازی به‌طور تصادفی بین 2 و -2 انتخاب شده اند و همچنین در این شبیه‌سازی پارامترهای  $\underline{m}_i$  و  $\overline{m}_i$  بزرگ در نظر گرفته شده است. جدول 1 پارامترهای کنترل کننده را نشان می‌دهد. در کنترلر طراحی شده، حوزه پیش‌بینی توابع فازی و میزان ضرایب پیشنهاد شده برای جدول 1، توسط طراح و بسته به تلاش کنترلی، زمان نشست و میزان فراجهش پاسخ‌ها و همچنین بزرگی اغتشاشات وارده به سیستم تعیین می‌گردد. برای تضمین پایداری سیستم بر مبنای عملکرد  $H_\infty$ ، پارامتر  $\lambda_i$  بسیار کوچک تعیین می‌شود. همان‌طور که قبلاً ذکر گردید، در این روش نیازی به طراحی ماتریس‌های  $P_{io}$ ،  $P_i$ ،  $Q_i$ ،  $B_{si}$  و همچنین فیلتر  $L_i$  نیست. علاوه بر این، پارامترهای مربوط به سیستم ترکیبی شده ربات و موتور در جدول 2 پیشنهاد شده اند.

در "شکل‌های 3 و 4" ردگیری مسیر مرجع برای بازوهای اول و دوم ربات نشان داده شده‌اند و همچنین خطاهای ردگیری آن‌ها در "شکل 5" ارائه شده است. براساس "شکل‌های 3-5"، به‌خوبی مشخص است که

جدول 1 پارامترهای طراحی کنترل

Table 1 The control design parameters

پارامترها	مقدار
$\gamma_i$	1500
$\lambda_i$	0.0002
$K_{1i} = K_{2i}$	$[50, 50]^T$
$K_{c1i} = K_{c2i}$	$[30, 30]^T$
$Q_i, P_i, Q_{oi}, P_{oi}, B_{si}$ and $L_i$	نیاز نیست

جدول 2 پارامترهای طراحی ربات و موتور

Table 2 The robot and motor design parameters

پارامترها	مقدار
$J_i$	0.0002
$B_i$	0.001
$k_{bi}$	50
$k_{mi}$	1
$m_1$	0.5
$m_2$	0.5
$l_1$	0.5
$l_2$	0.8
$g$	9.81

به‌وسیله قانون تطبیق (50)، معادله (55) به این شکل نوشته می‌شود:

$$\begin{aligned} \dot{V}_i = & -\frac{1}{2} \tilde{E}_i^T Q_{oi} \tilde{E}_i + \tilde{E}_{si}^T C_{si} K_{ci}^T P_{oi} \tilde{E}_i - \frac{1}{2} \tilde{E}_{si}^T Q_i \tilde{E}_{si} \\ & + \frac{1}{\lambda_i} \tilde{E}_{si}^T P_i B_{si} B_{si}^T P_i \tilde{E}_{si} - \frac{1}{2\rho_i^2} \tilde{E}_{si}^T P_i B_{si} B_{si}^T P_i \tilde{E}_{si} \\ & + \tilde{E}_{si}^T P_i B_{si} (w_i + u_{si}) \end{aligned} \quad (56)$$

زیرا  $\tilde{\theta}_i^T (\tilde{E}_{si}^T P_i B_{si} \xi_i(\xi) + \frac{1}{\gamma_i} \dot{\tilde{\theta}}_i) = 0$

**توضیح 4.** دقت شود که در این مقاله  $K_{ci}^T P_{oi} \tilde{E}_i$  می‌تواند یک بخش از عدم قطعیت  $w_i$  باشد. زیرا  $\tilde{E}_{si}^T C_i K_{ci}^T P_{oi} \tilde{E}_i = \tilde{E}_{si}^T P_i B_{si} K_{ci}^T P_{oi} \tilde{E}_i$  در نتیجه نیازی به یک ترم مقاوم اضافه برای جبران این عدم قطعیت نیست. در حالی که، در [29-26] یک جمله مقاوم اضافی برای جبران این عدم قطعیت در نظر گرفته شده است.

حالا با جاگذاری (49)، معادله (56) به این شکل نوشته می‌شود:

$$\begin{aligned} \dot{V}_i = & -\frac{1}{2} \tilde{E}_i^T Q_{oi} \tilde{E}_i - \frac{1}{2} \tilde{E}_{si}^T Q_i \tilde{E}_{si} \\ & - \frac{1}{2\rho_i^2} \tilde{E}_{si}^T P_i B_{si} B_{si}^T P_i \tilde{E}_{si} + \tilde{E}_{si}^T P_i B_{si} w_i \end{aligned} \quad (57)$$

زیرا  $\tilde{E}_{si}^T P_i B_{si} u_{si} = -\frac{1}{\lambda_i} \tilde{E}_{si}^T P_i B_{si} B_{si}^T P_i \tilde{E}_{si}$  با توجه به معادله (57) می‌توان نوشت:

$$\begin{aligned} \dot{V}_i = & -\frac{1}{2} \tilde{E}_i^T Q_{oi} \tilde{E}_i - \frac{1}{2} \tilde{E}_{si}^T Q_i \tilde{E}_{si} \\ & + \frac{1}{2} \left( \frac{1}{\rho_i} \tilde{E}_{si}^T P_i B_{si} - \rho_i w_i \right)^T \left( \frac{1}{\rho_i} \tilde{E}_{si}^T P_i B_{si} - \rho_i w_i \right) \\ & + \frac{1}{2} \rho_i^2 (w_i^T w_i) \end{aligned} \quad (58)$$

و سپس خواهیم داشت:

$$\dot{V}_i \leq -\frac{1}{2} \tilde{E}_i^T Q_{oi} \tilde{E}_i - \frac{1}{2} \tilde{E}_{si}^T Q_i \tilde{E}_{si} + \frac{1}{2} \rho_i^2 (w_i^T w_i) \quad (59)$$

زیرا  $-\left( (1/\rho_i) \tilde{E}_{si}^T P_i B_{si} - \rho_i w_i \right)^T \left( (1/\rho_i) \tilde{E}_{si}^T P_i B_{si} - \rho_i w_i \right) \leq 0$  معادله (59) می‌تواند نوشته شود به صورت

$$\dot{V}_i \leq -\frac{1}{2} \tilde{E}_i^T Q_i \tilde{E}_i + \rho_i^2 (w_i^T w_i) \quad (60)$$

به طوری که  $Q_i = \text{diag}[Q_{oi}, Q_i]$  و  $E_i = [\tilde{E}_i, \tilde{E}_{si}]^T$  به وضوح مشخص است که به‌وسیله انتخاب یک مقدار کوچک برای ضریب تضعیف  $\rho_i$  پایداری سیستم تضمین خواهد شد. سپس با انتگرال‌گیری از نامعادله (60) خواهیم داشت:

$$\begin{aligned} \int_0^T \dot{V}_i(t) dt & \leq -\frac{1}{2} \int_0^T \|E_i\|_{Q_i}^2 dt + \frac{1}{2} \rho_i^2 \int_0^T \|w_i\|^2 dt \\ 2(V_i(T) - V_i(0)) & \leq -\int_0^T \|E_i\|_{Q_i}^2 dt + \rho_i^2 \int_0^T \|w_i\|^2 dt \\ 2V_i(T) + \int_0^T \|E_i\|_{Q_i}^2 dt & \leq 2V_i(0) + \rho_i^2 \int_0^T \|w_i\|^2 dt \end{aligned} \quad (61)$$

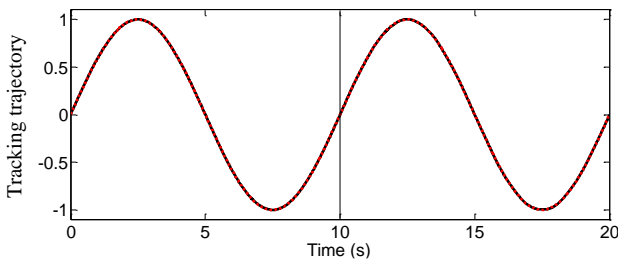
در نتیجه اگر  $\int_0^T \|w_i\|^2 dt$  محدود باشد، بنابراین  $\int_0^T \|E_i\|_{Q_i}^2 dt$  هم محدود است و نهایتاً خواهیم داشت:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} E_i = 0 \Rightarrow \begin{cases} \lim_{t \rightarrow \infty} \tilde{E}_i = 0 \\ \lim_{t \rightarrow \infty} \tilde{E}_{si} = 0 \end{cases} \Rightarrow \lim_{t \rightarrow \infty} E_i = 0 \quad (62)$$

**توضیح 5.** برای این که تضمین کنیم پارامترهای فازی  $\theta_i$  همواره در محدوده مشخصی قرار می‌گیرند، می‌توان از یک الگوریتم ساده استفاده کرد، به طوری که:

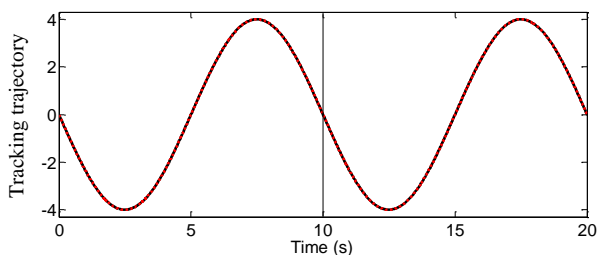
$$\theta_i = \begin{cases} \int_0^t \dot{\theta}_i \tau + \theta_i(0) & \underline{m}_i < \|\theta_i\| < \overline{m}_i \\ \overline{m}_i & \|\theta_i\| \geq \overline{m}_i \\ \underline{m}_i & \|\theta_i\| \leq \underline{m}_i \end{cases} \quad (63)$$

**توضیح 6.** توجه شود که چندین شبیه‌سازی برای طرح کنترل پیشنهادی بر روی سیستم ربات (20) انجام شده است و نتایج شبیه‌سازی برای تمام آن‌ها پایداری، مقاوم بودن و حفظ عملکرد سیستم کنترلی را براساس پارامترهای طراحی جدول 1 نشان می‌دهد. همچنین چندین شبیه‌سازی نیز برای سیستم فازی که از حالات سیستم بعنوان ورودی‌های فازی استفاده می‌کند انجام شد. نتایج شبیه‌سازی عملکرد بهتر سیستم فازی تطبیقی پیشنهادی این مقاله را (سیستم فازی با تابع خطا به‌عنوان ورودی فازی) بخوبی نشان



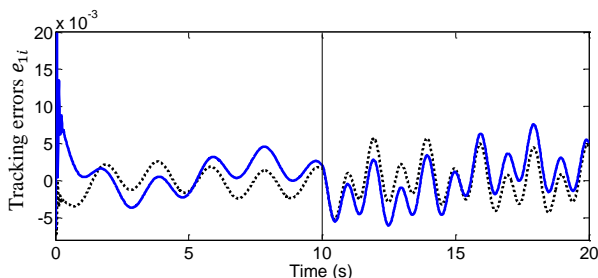
**Fig. 3** Reference trajectory  $q_{d1}$  (dotted) and tracking trajectory  $q_1$  (solid)

شکل 3 مسیر مرجع  $q_{d1}$  (نقطه چین) و ردگیری مسیر  $q_1$  (ممتد)



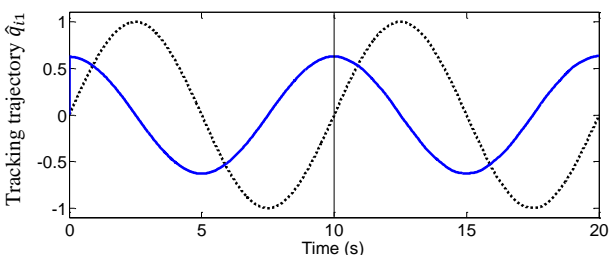
**Fig. 4** Reference trajectory  $q_{d2}$  (dotted) and tracking trajectory  $q_2$  (solid)

شکل 4 مسیر مرجع  $q_{d2}$  (نقطه چین) و ردگیری مسیر  $q_2$  (ممتد)



**Fig. 5** Tracking errors of reference trajectories  $e_{11}$  (dotted) and  $e_{12}$  (solid)

شکل 5 خطاهای ردیابی  $e_{11}$  (نقطه چین) و  $e_{12}$  (ممتد)



**Fig. 6** Reference trajectory  $\hat{q}_{11}$  (dotted) and tracking trajectory  $\hat{q}_{21}$  (solid), for first link

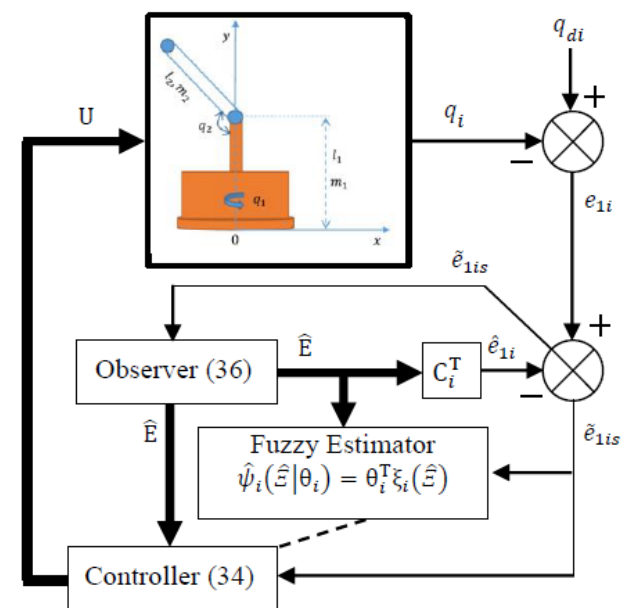
شکل 6 تخمین ردگیری مسیر  $\hat{q}_{11}$  (نقطه چین)  $\hat{q}_{21}$  (ممتد)، برای محور اول

خطاهای ردیابی مسیر مرجع در ناحیه کوچکی و در نزدیکی نقطه صفر قرار گرفته‌اند. همچنین چترینگ<sup>1</sup> در خروجی سیستم تا حد بسیار مطلوبی حذف شده است. علاوه بر این، "شکل‌های 6 و 7" تخمین مسیر مرجع این ردگیری‌ها در "شکل‌های 8 و 9" قابل مشاهده می‌باشند. براساس "شکل‌های 6-9"، می‌توان گفت که تخمین خروجی‌های سیستم یا همان زاویه جابجایی بازوی ربات بخوبی انجام پذیرفته است و این تخمین‌ها دارای خطای بسیار کم و مطلوبی هستند. درنهایت "شکل 10" جریان اعمالی به موتورها را نشان می‌دهند. باید توجه شود که افزایش ورودی‌ها بعد از 10 ثانیه به‌علت افزایش عدم قطعیت‌های سیستم در این محدوده زمانی می‌باشد.

باتوجه به نتایج شبیه‌سازی می‌توان گفت که طرح پیشنهادی قابلیت حفظ عملکرد سیستم تحت عدم قطعیت‌های مختلف را دارا می‌باشد. بعبارت دیگر، تغییرات ناگهانی عدم قطعیت‌ها باعث ناپایداری یا عملکرد نامطلوب سیستم نمی‌شود.

کنترل پیشنهادی دارای مزایایی نظیر محاسبات کم، سادگی، دقت، پایداری و مقاوم بودن است و نتایج شبیه‌سازی نیز بخوبی تایید کننده این مزیت‌هاست. می‌توان گفت که، دلیل آن بهره‌گیری همزمان این طرح از مزایای سیستم فازی بهینه شده، یک طرح کنترلی مبتنی بر رویکرد دقیق با یک کنترل مقاوم ساده و درنهایت یک معادله دینامیکی ترکیب شده برای سیستم ربات دو محور است.

با به‌کارگیری یک معادله دینامیکی ساده و دقیق، این طرح کنترلی از به‌کارگیری ایده‌های جداگانه برای طراحی ورودی موتورها بی‌نیاز است. بعبارت دیگر، جریان ورودی موردنیاز برای حرکت ربات‌ها به‌طور مستقیم توسط طرح پیشنهادی طراحی می‌شود. در نتیجه می‌توان گفت که به وسیله این طرح در هزینه‌های مربوط به کنترل نیز صرفه‌جویی خواهد شد. همچنین مزیت مهم این مدل، جبران همزمان عدم قطعیت‌های مربوط دینامیک ربات و موتور است.



**Fig. 2** Block diagram of the proposed control scheme

شکل 2 دیاگرام بلوکی طرح کنترل پیشنهادی

<sup>1</sup> Chattering



به‌وسیله این طرح کنترلی می‌توان بر عدم قطعیت‌های نامعلوم کل سیستم غلبه کرد و همچنین عملکرد سیستم کنترلی را در میان سطوح متفاوتی از تغییرات این عدم قطعیت‌ها حفظ نمود. سیستم فازی پیشنهادی که از تابع فیدبک خروجی خطا بهره می‌برد، علاوه بر کاهش قوانین فازی سبب بهبود عملکرد این سیستم نیز می‌شود. طرح کنترلی پیشنهادی در این مقاله بسیار ساده، موثر و مقاوم می‌باشد و علاوه بر کاهش دادن محاسبات، می‌توان باعث کاهش هزینه‌های مربوط به مبحث کنترل نیز بشود. نتایج شبیه‌سازی به‌خوبی تاثیر طرح کنترل پیشنهادی را نشان می‌دهد. چترینگ و خطاهای ردیابی تا حد زیادی کاهش یافته است و ردیابی سیستم بسیار مطلوب است. همچنین این طراحی محدود به کنترل ربات‌ها نمی‌شود و می‌تواند برای یک کلاس از سیستم‌های چند ورودی چند خروجی به‌کارگیری شود.

### 7- مراجع

- [1] J. Peng, J. Wang, Y. Wang, Neural network based robust hybrid control for robotic system: An  $H_\infty$  approach, *Nonlinear Dynamics*, Vol. 65, No. 4, pp. 421–431, 2011.
- [2] J. C. Fernandez, L. Penalver, V. Hernandez, J. Tornero, High performance algorithm to obtain Johansen adaptive control in robot manipulators, *Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation*, Vol. 9, No. 2, pp. 167–176, 2004.
- [3] J. V. Miro, A. S. White, Modelling an industrial manipulator a case study, *Simulation practice and theory*, Vol. 9, No. 6, pp. 293–319, 2002.
- [4] F. Reyes, R. Kelly, Experimental evaluation of model-based controllers on a direct-drive robot arm, *Mechatronics*, Vol. 11, No. 3, pp. 267–282, 2001.
- [5] M. M. Fateh, S. Khorashadizadeh, Robust control of electrically driven robots by adaptive fuzzy estimation of uncertainty, *Nonlinear Dynamics*, Vol. 69, No. 3, pp. 1465–1477, 2012.
- [6] L. X. Wang, Stable adaptive fuzzy control of nonlinear systems, *IEEE Transactions on fuzzy systems*, Vol. 1, No. 2, pp. 146–155, 1993.
- [7] R. Shahnaizi, M. R. Akbarzadeh-T, PI adaptive fuzzy control with large and fast disturbance rejection for a class of uncertain nonlinear systems, *IEEE Transactions on fuzzy systems*, Vol. 16, No. 1, pp. 187–197, 2008.
- [8] J. Peng, Y. Liu, J. Wang, Fuzzy adaptive output feedback control for robotic systems based on fuzzy adaptive observer, *Nonlinear Dynamics*, Vol. 78, No. 2, pp. 789–801, 2014.
- [9] H. J. Rong, S. Han, G. S. Zhao, Adaptive fuzzy control of aircraft wing-rock motion, *Applied Soft Computing*, Vol. 14, pp. 181–193, 2014, doi.org/10.1016/j.asoc.2013.03.001.
- [10] S. Labiod, M. S. Boucherit, T. M. Guerra, Adaptive fuzzy control of a class of MIMO nonlinear systems, *Fuzzy sets and systems*, Vol. 151, No. 1, pp. 59–77, 2005.
- [11] M. A. Llama, A. Flores, V. Santibáñez, R. Campa, Global convergence of a decentralized adaptive fuzzy control for the motion of robot manipulators: Application to the Mitsubishi PA10-7CE as a Case of Study, *Journal of Intelligent & Robotic Systems*, Vol. 82, No. 3–4, pp. 363–377, 2016.
- [12] W. He, Y. Dong, C. Sun, Adaptive neural impedance control of a robotic manipulator with input saturation, *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics: Systems*, Vol. 46, No. 3, pp. 334–344, 2016.
- [13] J. He, M. Luo, Q. Zhang, J. Zhao, L. Xu, Adaptive fuzzy sliding mode controller with nonlinear observer for redundant manipulators handling varying external force, *Journal of Bionic Engineering*, Vol. 13, No. 4, pp. 600–611, 2016.
- [14] H. Chaudhary, V. Panwar, R. Prasad, N. Sukavanam, Adaptive neuro fuzzy based hybrid force/position control for an industrial robot manipulator, *Journal of Intelligent Manufacturing*, Vol. 27, No. 6, pp. 1299–1308, 2016.
- [15] W. Chang, S. Tong, Y. Li, Adaptive fuzzy backstepping output constraint control of flexible manipulator with actuator saturation, *Neural Computing and Applications*, pp. 1–11, 2016. doi:10.1007/s00521-016-2425-2
- [16] N. Goléa, A. Goléa, K. Barra, T. Bouktir, Observer-based adaptive control of robot manipulators: Fuzzy systems approach, *Applied Soft Computing*, Vol. 8, No. 1, pp. 778–787, 2008.
- [17] T. C. Lin, H. L. Liu, M. J. Kuo, Direct adaptive interval type-2 fuzzy control of multivariable nonlinear systems, *Engineering Applications of Artificial Intelligence*, Vol. 22, No. 3, pp. 420–430, 2009.
- [18] M. Rahmani, A. Ghanbari, M. M. Etefagh, Robust adaptive control of a bio-inspired robot manipulator using bat algorithm, *Expert Systems with Applications*, Vol. 56, pp. 164–176, 2016. doi.org/10.1016/j.eswa.2016.03.006
- [19] M. Rahmani, A. Ghanbari, M. M. Etefagh, Hybrid neural network fraction integral terminal sliding mode control of an Inchworm robot manipulator, *Mechanical Systems and Signal Processing*, Vol. 80, pp. 117–136, 2016. doi.org/10.1016/j.ymssp.2016.04.004
- [20] M. Rahmani, A. Ghanbari, M. M. Etefagh, A novel adaptive neural network integral sliding-mode control of a biped robot using bat algorithm, *Journal of Vibration and Control*, pp., 2016. doi:10.77546316676734

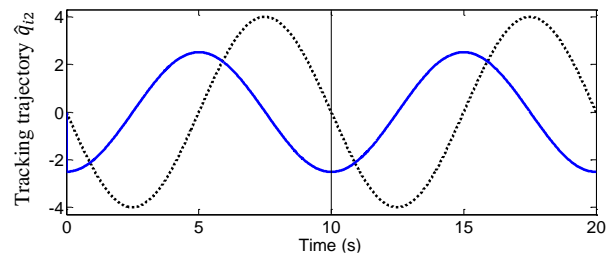


Fig. 7 Reference trajectory  $\hat{q}_{12}$  (dotted) and tracking trajectory  $\hat{q}_{22}$  (solid), for second link

شکل 7 تخمین ردگیری مسیر  $\hat{q}_{11}$  (نقطه چین) و  $\hat{q}_{21}$  (ممتد)، برای محور دوم

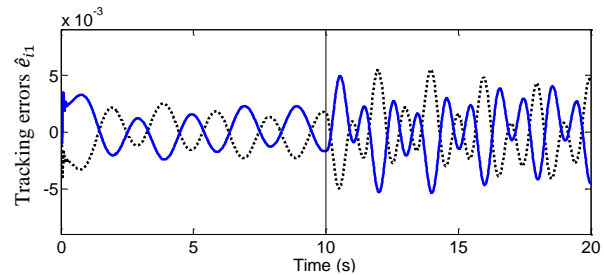


Fig. 8 Tracking errors of estimated trajectories  $\hat{e}_{11}$  (dotted) and  $\hat{e}_{21}$  (solid), for first link

شکل 8 خطاهایی تخمین ردیابی  $\hat{e}_{11}$  (نقطه چین) و  $\hat{e}_{21}$  (ممتد)، برای محور اول

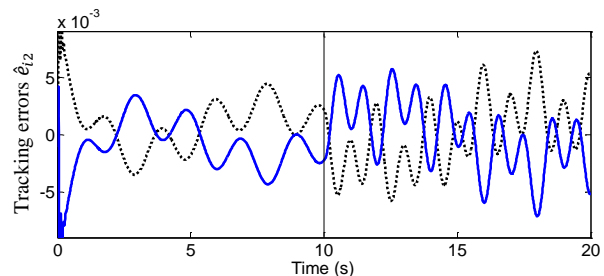


Fig. 9 Tracking errors of estimated trajectories  $\hat{e}_{12}$  (dotted) and  $\hat{e}_{22}$  (solid), for second link

شکل 9 خطاهایی تخمین ردیابی  $\hat{e}_{12}$  (نقطه چین) و  $\hat{e}_{22}$  (ممتد)، برای محور دوم

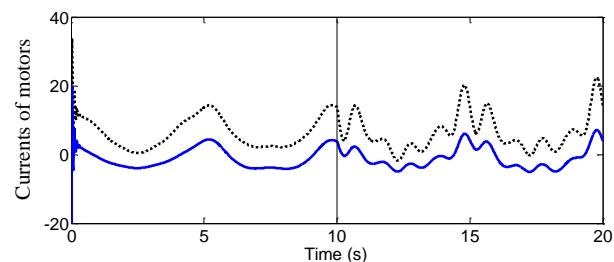


Fig. 10 Currents of motors,  $I_1$  (dotted) and  $I_2$  (solid)

شکل 10 جریان موتورها،  $I_1$  (نقطه چین) و  $I_2$  (ممتد)

می‌دهد. در نتیجه از نمایش این نتایج شبیه‌سازی و این مقایسه‌ها صرف‌نظر می‌شود و تنها به ذکر نتایج حاصل از آن بسنده شده است.

### 6- نتیجه‌گیری

در این مقاله یک معادله دینامیکی برای ربات جابجاگر طراحی شده است که ترکیبی از مدل دینامیکی ربات و موتور محرک آن است. یک کنترل کننده فازی تطبیقی مبتنی بر رویکرد کنترل نیز برای کنترل این مدل دینامیکی در نظر گرفته شده است که درواقع موجب کنترل جریان سیستم ربات می‌شود.



- 10.1007/s13369-017-2552-9.
- [26] M. M. Arefi, M. R. Jahed Motlagh, Observer based adaptive neural control of uncertain MIMO nonlinear systems with unknown control direction, *International Journal of Adaptive Control and Signal Processing.*, Vol. 27, No. 9, pp. 741–754, 2013.
- [27] Q. Kang, W. Wang, Adaptive fuzzy controller design for a class of uncertain nonlinear MIMO systems, *Nonlinear Dynamics.*, Vol. 59, No. 4, pp. 579–591, 2010.
- [28] G. G. Rigatos, A differential flatness theory approach to observer-based adaptive fuzzy control of MIMO nonlinear dynamical systems, *Nonlinear Dynamics.*, Vol. 76, No. 2, pp. 1335–1354, 2014.
- [29] S. Tong, H. X. Li, W. Wang, Observer-based adaptive fuzzy control for SISO nonlinear systems, *Fuzzy sets and systems.*, Vol. 148, No. 3, pp. 355–376, 2004.
- [30] C. Van Pham, Y. N. Wang, Robust adaptive trajectory tracking sliding mode control based on neural networks for cleaning and detecting robot manipulators, *Journal of Intelligent & Robotic Systems.*, Vol. 79, No. 1, pp. 101, 2015.
- [21] Z. G. Zahan, A. A. Kalat, M. M. Fateh, Robust adaptive impedance control in scara robot manipulator for robotic cell injection, *Modares Mechanical Engineering.*, Vol. 16, No. 12, pp. 637–647, 2016.
- [22] F. Yousefi, K. Alipour, B. Tarvirdizadeh, A. Hadi, Control of knee rehabilitation robot based on combination of backstepping and admittance algorithms, *Modares Mechanical Engineering.*, Vol. 16, No. 12, pp. 135–143, 2016.
- [23] H. F. Ghavidel, A. A. Kalat, Observer-based robust composite adaptive fuzzy control by uncertainty estimation for a class of nonlinear systems, *Neurocomputing.*, Vol. 230, No. 22, pp. 135–143, 2017. doi: 10.1016/j.neucom.2016.12.001
- [24] H. F. Ghavidel, A. A. Kalat, Observer-based hybrid adaptive fuzzy control for affine and nonaffine uncertain nonlinear systems, *Neural Computing and Applications.*, 2017. doi: 10.1007/s00521-016-2732-7.
- [25] H. F. Ghavidel, A. A. Kalat, Robust composite adaptive fuzzy identification control of uncertain mimo nonlinear systems in the presence of input saturation, *The Arabian Journal for Science and Engineering.*, 2017. doi: