ماهنامه علمى پژوهشى



mme.modares.ac.ir



کاربرد روش سلول محدود در پیشبینی آسیب نرم با درنظر گرفتن اثر بستهشدن ترکها

امیر حسین حدادگر اصفهانی¹، محمد مشایخی^{2*}، جمشید پرویزیان²

1- کارشناس ارشد، دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی اصفهان، اصفهان

2- دانشیار، دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی اصفهان، اصفهان

* اصفهان، كدپستى84156-83111 mashayekhi@cc.iut.ac.ir

چکیدہ	اطلاعات مقاله
در این مقاله، روش سلول محدود برای پیشبینی آسیب نرم و رشد ترک در شرایط کرنشهای کوچک و کارسختی غیرخطی همسان به کار گرفته میشود. در گام اول یک مدل الاستیک- پلاستیک- آسیب مبتنی بر مدل اصلاح شده لمتر، توسعه داده شد و به صورت یک زیربرنامه که انتگرالگیری عددی از معادلات ساختاری آن به صورت ضمنی است، به روش سلول محدود پیادهسازی	مقاله پژوهشی کامل دریافت: 10 خرداد 1393 پذیرش: 23 تیر 1393 ارائه در سایت: 12 مهر 1393
گردید. همچنین اثر بسته شدن ریزترکها که به صورت قابل ملاحظهای نرخ رشد اسیب را در بارگذاری فشاری به تاخیر میاندازد، درنظر گرفته شد، روش سلول محدود ترکیبی از روش دامنه مجازی و روش اجزای محدود مرتبه بالا است و نشان داده میشود که	کلید واژگان: آسیب نرم
برای حل مسایل با هندسههای پیچیده که شبکهبندی آن دشوار است، روشی موثر است. سلول محدود تولید شبکه ساده و سریع را با نرخ همگرایی بالای روش اجزای محدود مرتبه بالا، ترکیب میکند. در ادامه، عملکرد روش سلول محدود و مدل آسیب، با تحلیل	روش سلول محدود اثر بسته شدن ترکها
مثال های متنوع و مقایسه آنها با نتایج تجربی معتبر، اعتبارسنجی شد. نتایج بهدست آمده نشان داد مدل اصلاح شده لمتر میتواند به عنوان ابزاری کارآ و سریع برای پیش بینی آسیب نرم و شکست در فرآیندهای شکل دهی فلزات مورد استفاده قرار گیرد.	

Using the finite cell method to predict ductile damage with crack closure effect

Amir Hosein Hadadgar Esfahani¹, Mohammad Mashayekhi^{2*}, Jamshid Parvizian²

1- Department of Mechanical Engineering, Isfahan University of Technology, Isfahan, Iran 2- Department of Mechanical Engineering, Isfahan University of Technology, Isfahan, Iran *P.O.B. 84156-83111 Isfahan, Iran, mashayekhi@cc.iut.ac.ir

ARTICLE INFORMATION	Abstract	
Driginal Research Paper Received 31 May 2014 Accepted 14 July 2014 Available Online 04 October 2014	In this paper, the Finite Cell Method (FCM) is used to predict the ductile damage and crack evolution in ductile materials under small strains and nonlinear isotropic hardening conditions. In the first step, a fully coupled elastic-plastic-damage model based on modified Lemaitre ductile damage model was developed and implemented into FCM implicit codes. Also, the effect of micro	
<i>Teywords:</i> Juctile damage Finite cell method Crack closure effect	crack closure, which may dramatically decrease the rate of damage growth under compression, was incorporated and its computational implementation discussed. The FCM is the result of combining the p-version finite element and fictitious domain methods, and has been shown to be effective in solving problems with complicated geometries for which the meshing procedure can be quite expensive. It, therefore, combines fast and simple mesh generation with a high convergence rate inherited from p-FEM. The performance of the FCM and damage model was verified by means of numerical examples and the results were compared with experimental observation. The results showed that modified Lemaitre damage model can be used as a quick and	

accurate tool to predict ductile damage and fracture in metal forming processes.

1– مقدمه

که همان پیدایش و وقوع عیوب در ماده است تا گسترش ترک ماکروسکوپی یعنی حوزه مکانیک شکست، به بررسی مسأله می پردازد. آسیب در ماده پروسهای میکروسکوپیک است که باعث تغییر در ساختار ماده شده و زوال خواص ماده از جمله کرنش نرمی و یا کاهش مدول الاستیسیته را به همراه دارد. هنگام فرآیند آسیب بافت ماده با تغییراتی همراه است که می توان به جوانه زنی، رشد و به هم پیوستن حفرههای میکروسکوپیک و ترکهای ریز تحت بارگذاریهای مختلف اشاره نمود. شکل 1 مراحل گسترش آسیب ماده در یک نمونه را نشان می دهد[1].

مکانیک آسیب¹ از زمینههای جدید مهندسی است که به بررسی رفتار و پاسخ مواد تضعیف شده می پردازد. مکانیک آسیب پیوسته، تلاش می کند تا بین مکانیک پیوسته کلاسیک و مکانیک شکست²ار تباط برقرار کند. مکانیک شکست، از ابتدا وجود یک ترک ماکروسکوپی در ماده را فرض می کند و سپس به بررسی رشد آن می پردازد، ولی مکانیک آسیب از مراحل ابتدایی تر

برای ارجاع به این مقاله از عبارت ذیل استفاده نمایید:

A. H. Hadadgar Esfahani, M. Mashayekhi, J. Parvizian, Using the finite cell method to predict ductile damage with crack closure effect, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 14, No. 13, pp. 107-118, 2015 (In Persian)

¹⁻ Damage Mechanics

²⁻ Fracture Mechanics

کاچانوف در سال 1958 اساس روش مکانیک آسیب را پایه گذاری نمود[2]. وی کاهش سفتی و زوال ماده را به ترکهای ریز درون آن نسبت داد که می توان آنرا توسط یک پارامتر آسیب ماکروسکوپی اندازه گیری کرد. این مدل در مسایل خزش به کار گرفته شد. لمتر [3] مبنای مکانیک آسیب پیوسته را در دهه 1990 تدوین نمود و از آن زمان تاکنون، پیشرفتهای زیادی در زمینه مکانیک آسیب به وجود آمده است.

یکی از ابزارهای عددی مناسب و جدیدی که برای شبیهسازی مکانیک آسیب میتواند مورد استفاده قرار گیرد، روش سلولهای محدود است. این روش عددی شبکهبندی مساله را به طور قابل توجهی ساده میسازد و نیاز به المانها و شبکهبندیهای پیچیده را حذف میکند. ایده اصلی روش سلول محدود، سادهسازی شبکهبندی حوزه تقریب با به کارگیری روش دامنه مجازی² است و با استفاده از تکنیکهایی مثل اصلاح روش انتگرالگیری و اجزای محدود مرتبه بالا³، جوابها به دقت مورد نظر میرسند. در سال 2007 پرویزیان و همکاران مبنای اصلی روش سلول های محدود را معرفی کردند و برای تحلیل مسایل مختلف از جمله صفحات سوراخدار، محیطهای متخلخل و نقاط منفرد در حالت الاستیک خطی دو بعدی به کار گرفتند[4].

در ادامه دوستر و همکاران در سال 2008 از روش سلولهای محدود برای حل مسایل پیچیده سهبعدی سود بردند [5]. اخیراً کاربرد روش سلول محدود در بهینهسازی توپولوژی، مسایل غیرخطی هندسی، شکلهای پیچیده و تغییر شکل های بزرگ مورد استفاده قرار گرفته است [6-10]. در سال 2012 مسایل الاستوپلاستیک به روش سلول محدود توسط عابدیان و همکاران مورد تحلیل قرار گرفت[11،12] و هم اکنون کاربرد روش سلول محدود در زمینه مكانيك آسيب مورد توجه قرار گرفته است[13].

2- مدل آسبب اصلاح شده لمتر

مباني مكانيك آسيب پيوسته براي آسيب نرم اولين بار توسط لمتر ارايه شد [3]. در این مدل، آسیب یک متغیر ترمودینامیکی است که تضعیف ماده را بیان می کند و بیان گر کاهش تحمل بار در یک فرآیند برگشتناپذیر است. این زوال در حالت الاستیک، کاهش مدول الاستیسیته و یا به عبارت دیگر باعث نرمی ماده می شود و در حالت پلاستیک، کاهش تنش تسلیم را به دنبال دارد. در اثر تغییر شکل پلاستیک، حفرهها و ترکهای ریز رشد کرده و به یکدیگر می پیوندند تا آسیب نرم اتفاق افتد. در مدل اصلاح شده لمتر رفتار ماده در



⁻ Finite Cell Method

3- High order Finite Element Method

کشش و فشار متفاوت در نظر گرفته می شود و در تحلیل مسایل الاستیک-پلاستیک - آسیب، اثر بستهشدن ترکها لحاظ می گردد[3].

در مدل استاندارد لمتر تنش موثر به صورت زیر معرفی شده است:
$$\tilde{\sigma} = \frac{\sigma}{\mathbf{1} - D}$$
 (1)

آزمایشهای تجربی نشان میدهد که ریزترکها و ریزحفرهها که در بار گذاریهای کششی باز میشوند، در اثر نیروهای فشاری بازشدگی آنها با تاخیر مواجه می شود و در مواردی بسته خواهند شد. برای این منظور برای تنشهای فشاری در حالت تنش تک محوره رابطه تنش بصورت زیر در نظر گرفته می شود: (2) $\tilde{\sigma} = \frac{\sigma}{1 - hD}$

پارامتر h اثر بسته شدن ریزترکها را نشان میدهد که مقدار آن توسط آزمایشهای متعددی بر روی فلزات، بین 0/05 تا 0/5 ارزیابی شده است[3]. شکل 2 نمودار تنش کرنش در حالت الاستیک یک بعدی را نشان میدهد، با توجه به نمودار اثر بسته شدن ترکها در بارگذاریهای فشاری مشخص است. اکنون مساله اصلی، تشخیص کششی یا فشاری بودن تنش در حالت سه-

بعدی در هر نقطه است که این امر به کمک تفکیک مولفههای اصلی تانسور تنش به مقادیر مثبت و منفی صورت می گیرد. اگر در فضای تنشهای اصلی، تانسور تنش به صورت زیر نشان داده شود:

$$\sigma = \begin{bmatrix} \sigma_1 & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \sigma_2 & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \sigma_3 \end{bmatrix}$$
(3)

با تعریف تابع براکت علامت میتوان مولفههای مثبت و منفی تنشها اصلي را تفكيك كرد و تانسور تنش را به صورت معادله 5 نوشت.

$$\langle x \rangle = \begin{cases} x, & x \ge \mathbf{0} \\ \mathbf{0}, & x < \mathbf{0} \end{cases}$$

$$\sigma = \sigma^{+} + \sigma^{-} = \begin{bmatrix} \langle \sigma_{1} \rangle & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \langle \sigma_{2} \rangle & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \langle \sigma_{3} \rangle \end{bmatrix}$$

$$+ \begin{bmatrix} -\langle -\sigma_{1} \rangle & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & -\langle -\sigma_{2} \rangle & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & -\langle -\sigma_{3} \rangle \end{bmatrix}$$

$$(5)$$

خواهند بود.



مهندسی مکانیک مدرس، فوقالعاده اسفند 1393، دوره 14، شماره 13

Downloaded from mme.modares.ac.ir on 2024-05-02

DOR: 20.1001.1.10275940.1393.14.13.15.8

²⁻ Fictitious domain method

قانون دوم ترموديناميك براى مسايل الاستيك-پلاستيك-آسيب يعنى نامعادله كلازيوس - دوهم به صورت رابطه 6 قابل بيان است:

 $\sigma: \dot{\varepsilon}^{\mathrm{p}} - R\dot{\varepsilon}_{\mathrm{eq}}^{\mathrm{p}} - Y\dot{D} \geq \mathbf{0}$ در اينجا $\dot{\epsilon}^{\mathrm{p}}$ تانسور نرخ كرنش پلاستيك، $\dot{\epsilon}^{\mathrm{p}}_{\mathrm{eq}}$ نرخ كرنش پلاستيك معادل $\|\dot{\varepsilon}^p\| = \sqrt{\frac{2}{2}} \|\dot{\varepsilon}^p\|$ کارسختی همسانگرد و Y نرخ رهایی انرژی آسیب اصلاح شده و یا متغیر وابسته به آسیب است.

$$-Y_{n+1} = \frac{1}{2E(1-D)^2} [(1+\nu)\sigma^+:\sigma^+ - \nu\langle tr\sigma\rangle^2] + \frac{h}{2E(1-hD)^2} [(1+\nu)\sigma^-:\sigma^- - \nu\langle -tr\sigma\rangle^2]$$
(7)

تنش معادل E مدول یانگ s ، $\sigma_{\rm eq} = \sqrt{\frac{3}{2}} \|s\|$ مدول یانگ $\sigma_{\rm eq}$ و v ضريب پواسون است. عبارت YD بيانگر اتلاف انرژی به واسطه فرآيند زوال داخلی ماده است. معادلات رشد متغیرهای داخلی از تابع پتانسیل اتلاف Ψ بهدست میآیند. Ψ یک تابع محدب اسکالر از متغیرهای داخلی است که قابل تفکیک به دو مولفه پلاستیک و آسیب است. Ψ برای فرآیندهای با کارسختی و آسیب همسان قابل بیان به شکل زیر است:

$$Y = \Psi^{p} + \Psi^{d} = f + \frac{r}{(1 - D)(s + 1)} (\frac{-r}{r})^{s+1}$$
(8)

r و s پارامترهای آسیب ماده هستند که به روش تغییرات مدول الاستيسيته يا تغييرات ريزسختي واز طريق آزمون كشش محاسبه مي شوند. f نیز بیان گر سطح تسلیم است.

$$f = \sqrt{\frac{3}{2} \frac{\|s\|}{(1-D)}} - \sigma_y(R)$$
(9)

بر مبنای تئوری قانون جریان پلاستیک، جریان پلاستیک در جهت عمود بر سطح تسليم بوده، از اين رو معادله جريان پلاستيک عبارت است از:

$$\dot{\varepsilon}^{\mathrm{p}} = \dot{\gamma} \sqrt{\frac{3}{2} \frac{s}{\|s\|}} = \dot{\gamma} \frac{3}{2} \frac{s}{\sigma_{\mathrm{eq}}}$$
(10)

معادلات رشد متغیرهای داخلی عبارتند از:

$$\dot{\varepsilon}_{eq}^{p} = -\dot{\gamma} \frac{\partial \Psi}{\partial R} = \dot{\gamma}$$
 (11)

$$\dot{D} = -\dot{\gamma} \frac{\partial \Psi}{\partial Y} = \dot{\gamma} \frac{1}{(1-D)} \left(\frac{-Y}{r}\right)^s \qquad (-11)$$

γ ضریب پلاستیک است که باید شرایط سازگاری در بارگذاری و باربرداری را ارضا نماید:

$$\dot{\gamma} \ge \mathbf{0}, f \le \mathbf{0}, \dot{\gamma}f = \mathbf{0}$$
 (12)

از آنجا که معادلات رشد متغیرهای داخلی دارای رفتار غیرخطی شدیدی هستند، باید از یک الگوریتم انتگرال گیری کارآ در این زمینه استفاده کرد.

2-1- الگوريتم انتگرال گيري عددي

در این بخش برای مدل آسیب نرم اصلاح شده لمتر، از معادلات ساختاری الاستیک-پلاستیک- آسیب انتگرالگیری می شود. در این رویکرد الگوریتمی بیان می شود که رفتار ماده در حالت کشش و فشار را یکسان در نظر نمی-

در این الگوریتم، در بازه زمانی [t_n,t_{n+1}] با معلوم بودن مقادیر در زمان $\Delta \varepsilon$ مقادیر $D_n, R_n, \varepsilon_n, \sigma_n$ در زمان t_{n+1} محاسبه می شود. اساس انتگرال گیری D_{n+1} R_{n+1} ε_{n+1}

از معادلات ساختاری الاستیک پلاستیک آسیب به صورت ضمنی² و بر مبنای الگوريتم نگاشت برگشتي است.

قدم اول در این الگوریتم پیشبینی گام به صورت الاستیک است. در این t_n صورت متغیرهای داخلی وابسته به گام پلاستیک همان متغیرهای زمان خواهند بود.

$$\varepsilon_{n+1}^{e,trial} = \varepsilon_n^e + \Delta \varepsilon , \quad \varepsilon_{eq,n+1}^{p,trial} = \varepsilon_{eq,n}^p$$
(13)
(13)
(13)
(13)

 $\sigma^{\text{trial}} = \sigma_{n} + C^{e} : \Delta \varepsilon$ که C^{e} ماتریس سختی در حالت الاستیک است. با تقسیم تنش به C^{e} مولفه های هیدروستاتیکی و انحرافی خواهیم داشت:

$$s^{\text{trial}} = s_n + 2G\Delta e$$
 , $p^{\text{trial}} = p_n + K\Delta \vartheta$ (15)
در این روابط، p تنش هیدرواستاتیکی، β مدول برشی، K مدول حجمی،

e تانسور کرنش انحرافی و b کرنش حجمی است. قدم دوم بررسی امکان وقوع حالت پلاستیک است. با دانستن مقادیر متغیرها می توان تابع تسلیم را محاسبه کرد:

$$f^{\text{trial}} = \sqrt{\frac{3}{2} \frac{\|s^{\text{trial}}\|}{(1 - D_n)}} - (\sigma_{y0} + R_n)$$
(16)

در صورتی که f **trial < 0** باشد جریان پلاستیک واقع نشده و آسیب رشد نکرده است و می توان نوشت:

$$\sigma_{n+1} = \sigma^{\text{trial}}, \quad \varepsilon_{\text{eq,n+1}}^{p} = \varepsilon_{\text{eq,n}}^{p}, \quad D_{n+1} = D_{n}$$
 (17)
c, صورتی که $\mathbf{0} \ge \mathbf{0}$ در این - طرح پلاستیک صورت گیرد. در این -
صورت باید از معادلات 10 و 11 به روش اویلر پسرو انتگرال گیری شود.

$$\varepsilon_{n+1}^{p} = \varepsilon_{n}^{p} + \Delta \gamma \sqrt{\frac{3}{2} \frac{s^{\text{trial}}}{\|s^{\text{trial}}\|}}$$
(18)

$$\varepsilon_{\mathrm{eq},\mathrm{n+1}}^{\mathrm{p}} = \varepsilon_{\mathrm{eq},\mathrm{n}}^{\mathrm{p}} + \Delta\gamma \tag{19}$$

$$D_{n+1} = D_n + \frac{\Delta \gamma}{(1 - D_{n+1})} (\frac{-Y_{n+1}}{r})^s$$
(20)

معادلات فوق به همراه تنش حاصل، باید شرط سازگاری در انتهای گام

$$f_{n+1} = \sqrt{\frac{3}{2} \frac{\|s_{n+1}\|}{(1 - D_{n+1})}} - (\sigma_{y0} + R_{n+1}) = \mathbf{0}$$
(21)

مطابق الگوريتم اصلاح پلاستيک ميتوان معادله 21 را به صورت زير نوشت:

$$\frac{\mathbf{3}}{\mathbf{2}} \| s^{\text{trial}} \| - \mathbf{3} G \Delta \gamma - (\mathbf{1} - D_{n+1}) [\sigma_{y0} + R_{n+1}] = \mathbf{0}$$
(22)

$$\left\|\frac{3}{2}\right\|s^{\text{trial}}\| - \mathbf{3}G\Delta\gamma$$

$$D = D_{n+1} = D(\Delta \gamma) = 1 - \frac{\sqrt{\frac{1}{2}} \|s^{\text{trial}}\| - 3G\Delta \gamma}{\sigma_{y0} + R_{n+1}}$$
(23)

که D_{n+1} به صورت ضمنی تابع $\Delta\gamma$ خواهد شد. با قرار دادن معادله 23 در معادله 20 یک معادله غیرخطی برحسب پارامتر پلاستیک یعنی معادله 24 بەدست مىآيد.

$$D - D_{\rm n} - \frac{\Delta \gamma}{(1 - D)} \left(\frac{-Y_{n+1}}{r}\right)^{s} = \mathbf{0}$$
(24)

بنابراین طبق معادله رشد آسیب، باید در ناحیه پلاستیک رابطه زیر برقرار ىاشد:

2- Implicit

¹⁻ Micro hardness

مهندسی مکانیک مدرس، فوقالعاده اسفند 1393، دوره 14، شماره 13

$$F(\Delta \gamma) = \begin{cases} D = \mathbf{0}, & \varepsilon_{eq}^{p} < \varepsilon_{D}^{p} \\ D - D_{n} - \frac{\Delta \gamma}{(\mathbf{1} - D)} \left(\frac{-Y}{r}\right)^{s} = \mathbf{0}, \varepsilon_{eq}^{p} \ge \varepsilon_{D}^{p} \end{cases}$$
(25)

در این رابطه $\mathcal{E}_{\mathrm{D}}^{*}$ کرنش پلاستیک آستانه شروع رشد آسیب است. در معادله 25 روابط سطح تسليم و رشد آسيب باهم تركيب شدهاند.

در نهایت با محاسبه ۵γ از معادله 25 با استفاده از روشهای تکرار نظیر نیوتون- رافسون و بهره گیری از روشهای عددی مناسب [15-18] میتوان مقادیر بهنگام شده تنشها، کرنشها، آسیب و مدول مماسی در حالت الاستيك - پلاستيك - أسيب را طبق مجموعه روابط 26 محاسبه نمود:

$$s_{n+1} = (1 - \sqrt{\frac{3}{2} \frac{2G\Delta\gamma}{\|s^{\text{trial}}\|}} s^{\text{trial}}$$
(16)

$$p_{n+1} = p^{\text{trial}}, \ \sigma_{n+1} = s_{n+1} + p_{n+1}I$$
 (-26)

$$\varepsilon_{\text{eq,n+1}}^{p} = \varepsilon_{\text{eq,n}}^{p} + \Delta \gamma , \varepsilon_{n+1}^{e} = \frac{1}{2G} s_{n+1} + \frac{1}{3K} p_{n+1} I \qquad (\downarrow -26)$$

$$D_{n+1} = D(\Delta \gamma) \tag{(2-20)}$$

$$C^{\text{epd}} = \frac{\partial \Delta \varepsilon}{\partial \Delta \varepsilon}$$
(26)

3- روش سلول محدود

بیشتر معادلات دیفرانسیل که در حوزه مهندسی استفاده میشوند به کمک روشهای عددی مانند روش تفاضلات متناهی، روش اجزای محدود، روش حجمهای متناهی، روش المان مرزی حل می شوند. در دهههای اخیر روش اجزای محدود به سرعت گسترش یافت و امروزه معروف ترین و متداول ترین روش عددی است که در حل مسایل عددی مهندسی مکانیک به کار می ود. در این روش با تفکیک ناحیه حل¹ به قسمتهای کوچک و تقریب حل مورد نظر در هر یک از این اجزا، معادلات حل می گردد، ولی با این وجود هنوز از مشکلاتی در تحلیل مسایلی مانند محیطهای متخلخل یا هندسههای پیچیده رنج مىبرد. عمده اين مشكلات و محدوديتها عبارتند از:

محدودیت برای حل مسایل ناپیوستگی: مسایلی مانند ترک و حفره که دارای ناپیوستگی قوی² و مسایلی مانند مواد کامپوزیتی که دارای ناپیوستگی ضعيف³ هستند و در آنها پرش و ناپيوستگي بر روي متغيرهايي مثل كرنش و جابهجایی وجود دارد.

هزینه بالای شبکه بندی مساله: شبکه بندی مسایل پیچیده و دستیابی به المان های مطلوب، زمان زیادی از حل مساله را به خود اختصاص میدهد و گاهی نیاز به تلاش چندینباره دارد. مثلاً مسایل حوزه بیومکانیک مثل شبكهبندى استخوان بسيار دشوار است.

شبکهبندی مجدد⁴ هنگام حل مساله: مورد دیگری که مستلزم صرف زمان زیاد است، حل مسایل دارای تغییر شکلهای بزرگ⁶ است که شکل المان از حالت استاندارد اولیه خارج می شود و برای افزایش دقت حل لازم است شبکه بندی مجدد انجام گیرد. به عنوان مثال در مسایل دارای ترک، با گسترش ترک هنگام حل، باید شبکه بندی مجدد انجام گیرد.

برای برطرف کردن مشکلات فوق، محققین روش های جدیدی را مثل روش های بدون شبکه⁶ پایهریزی کردند. در این روش ها وابستگی مساله به

المان و شبکهبندی های پرهزینه و پیچیده حذف شد ولی در این میان مشکلات اساسی مثل زمان حل بالا و عدم ارضای شرایط مرزی به وجود آمد.

امروزه با وجود روشهای جدید اجزای محدود گسترش یافته / و اجزای محدود تعمیم یافته⁸، در مدلسازی مسایلی نظیر گسترش ترک، از روش بدون شبکه کمتر استفاده می شود. این روش ها با داشتن مزیت روش اجزای محدود، با غنیسازی های محلی و کلی، قادر به حل مسایل ناپیوستگی هستند[21-19].

اخیراً در تحقیقی که در دانشگاه صنعتی مونیخ⁹ در سال 2007 انجام شد، روش سلول محدود برای حل مسایل دوبعدی و سهبعدی ارایه گردید. استفاده از روش سلول محدود برای مسایل زیر شاخص خواهد بود: مسایلی که هندسه جسم با گذر زمان تغییر میکند، مسایلی با محیط متخلخل که دارای ناپیوستگی هستند و مسایل دارای هندسه پیچیده مانند بافتهای استخواني يا بدنه اتومبيل.

روش سلول های محدود یک روش عددی دامنه مجازی بر مبنای روش اجزاى محدود مرتبه بالاست. بنابراين قابليت شبكه بندى ساده روش دامنه مجازی و نرخ همگرایی بالای اجزا محدود مرتبه بالا را به صورت همزمان دارا است. روش دامنه مجازی توسط ساولو برای مسایل مقدار مرزی ارایه شد [22،23]. روش اجزاى محدود مرتبه بالا نيز براى افزايش نرخ همگرايي روش اجزای محدود معرفی گردید[24]. در روش سلول محدود یک شبکه-بندی ثابت بر روی دامنه ایجاد می گردد و میدان حل با استفاده از روش اجزای محدود مرتبه بالا درون یابی می شود.

فرم ضعیف معادله تعادل در یک مساله الاستیک خطی عبارت است از: (27) B(u,v) = F(v)

که در آن ترم دوخطی¹⁰ عبارتست از:

(28)

 $B(u,v) = \int_{\Omega} [Lu]^{\mathrm{T}} C[Lv] d\Omega$

که در آن *u* جابهجایی، *v* تابع آزمایش، *L* عملگر کرنش و *C* ماتریس سختی الاستیک است. با فرض $T_{\rm N}$ به عنوان مرز نویمن با بارگذاری معین، تابعک خطی¹¹ برابر است با:

$$F(v) = \int_{\Omega} v^{\mathrm{T}} f d\Omega + \int_{\Gamma_{\mathrm{N}}} v^{\mathrm{T}} \bar{t} d\Gamma$$
⁽²⁹⁾

که در آن f بردار نیروهای حجمی و \overline{t} بارگذاری تعریف شده بر روی مرز نویمن 12 و $\Gamma \supset \Gamma_{N}$ است. شرط مرزی دیریشله 13 بر روی مرز $\Gamma \supset \Gamma_{N}$ اعمال .($\partial \Omega = \Gamma_{\rm N} \cup \Gamma_{\rm D}$, $\Gamma_{\rm N} \cap \Gamma_{\rm D} = \emptyset$) مىشود (30) $u = \overline{u}$ $\Gamma_{\rm D}$

برای حل معادله 27، با استفاده از روش مرتبه بالای سلول محدود گالرکین، دامنه Ω به دامنه $\Omega_{
m e}$ تعمیم داده می شود.

شکل3 دامنه $arOmega_{
m e}$ را نشان میدهد که دامنه فیزیکی arOmega را در بر می گیرد. جابجایی در مرز این دو محیط با یکدیگر برابر است که نشان دهنده پیوستگی - محیط $arDelta_{
m e}$ است. بازه جدید تنها این مزیت را دارد که می توان آن را با سلول های مربعی منظم، گسستهسازی نمود. مرز بین ناحیه Ω و $\Omega_{
m e} \Omega_{
m e}$ به صورت . تعريف می گردد. $\Gamma_{\rm I} = \partial \Omega \setminus (\partial \Omega \cap \partial \Omega_{\rm e})$

متغیر تغییر مکان *U* به صورت زیر تعریف می شود:

Computational domain

²⁻ Strong discontinuity 3- Weak discontinuity

⁴⁻ Remeshing 5- Large deformations

⁶⁻ Mesh free methods

⁷⁻ Extended finite element method

⁸⁻ Generalized finite element method 9- Technischen Universität München (TUM)

¹⁰⁻ Bilinear functional 11- Linear functional

¹²⁻ Neumann boundry condition 13- Dirichlet

که در این رابطه $\Gamma_{
m e, D}$ و $\Gamma_{
m e, D}$ مرزهای نیومن و دیریشله برای $\partial \Omega_{
m e}$ هستند

اکنون معادلات 27 تا 29 در دامنه $arOmega_{
m e}$ برای استفاده از روش سلول

+ $\int_{\Omega, \Lambda \Omega} [Lu]^{\mathrm{T}} \mathbf{O}[Lv] d\Omega = \int_{\Omega} [Lu]^{\mathrm{T}} C_{\mathrm{e}} [Lv] d\Omega$

در معادله **36**، پارامتر α برابر صفر، نشاندهنده یک ماده با سختی بسیار کم است که برای جلوگیری از تکینشدن ماتریس سختی به جای صفر، مقدار

دامنه تعميم يافته جديد را مىتوان با سلول هاى مربعى ساده به صورتى

که در شکل 4 نشان داده شده است، گسسته سازی نمود. اتحاد تمامی

که در آن $\Omega_{\rm c}$ دامنهای است که بهوسیله یک سلول معرفی شده است. دامنه

lpha سلول هایی که کاملاً خارج از ناحیه arLambda قرار دارند، نادیده گرفته شده و

سلول هایی که کاملاً داخل ناحیه α قرار دارند، α برای آنها یک تعریف شده و بنابراین برای تعیین ماتریس سختی محلی و بردار بار محلی مشکلی

سلولهایی که بهوسیله مرز ناحیه Ω قطع می شوند به دلیل این که برای آنها توابع زیر انتگرال ناپیوسته می شوند، دقت و روش انتگرال گیری اهمیت

 $\Omega_e \setminus \Omega$

شکل 3 توسعه دامنه فیزیکی در یک دامنه مجازی ساده

وجود ندارد زیرا برای انتگرال گیری، توابع زیر انتگرال پیوسته است.

آن یک عدد بسیار کوچک متناسب با نوع مساله در نظر گرفته می شود.

 $F_{\rm e}(v) = \int_{\Omega_{\rm e}} v^{\rm T} f d\Omega + \int_{\Gamma_{\rm e}} v^{\rm T} \bar{t} d\Gamma + \int_{\Gamma_{\rm e}} v^{\rm T} \bar{t} d\Gamma$

و در ناحیه بین Ω و $\Omega \backslash \Omega_{\rm e}$ یعنی $\Gamma_{\rm I}$ می توان نوشت:

و شرایط مرزی در $\partial arOmega_{\mathbf{e}}$ به صورت زیر اس

 $.(\partial \Omega_{\rm e} = \Gamma_{\rm e,N} \cup \Gamma_{\rm e,D}, \ \Gamma_{\rm e,N} \cap \Gamma_{\rm e,D} = \emptyset)$

كه ترم آخر معادله 37 با توجه به معادله 33 صفر است.

سلولها، دامنه تعميم يافته را نشان ميدهد:

تعميم يافته توسط m سلول تقسيم بندى مىشود.

دارد که در قسمت بعد به آن پرداخته می شود.

برای آنها صفر تعریف میشود.

Q

بنابراین در این حالت سه نوع سلول وجود دارد:

محدود بازنویسی میشود:

(31)

(32-الف)

(32-ب)

(33-الف)

(33-ت)

(34)

(35)

(36)

(37)

(38)

 $\Omega_{e} \Omega$

 Γ_{I}

 Γ_{I}

 $\Gamma_{e,N}$

 $\Gamma_{e,D}$

 $B_{\rm e}(u,v) = \int_{\Omega} [Lu]^{\rm T} C[Lv] d\Omega$

 $C_{\rm e} = \alpha C_{\star} \alpha = \begin{cases} \mathbf{1}, & \Omega \\ \mathbf{0}, & \Omega_{\rm e} \setminus \Omega \end{cases}$

 $\Omega_{\rm e} = \left[\Omega_{\rm c} \right]$

Itt, t

Ω

ū m

 $B_e(u,v) = F_e(v)$

 $u^1 = u^2$

 $t^1 = t^2$

 $\bar{t} = \mathbf{0}$

 $\bar{u} = \mathbf{0}$

شود:

 $\frac{n}{\sqrt{2}}$

رابطه 35 برای دامنه گسسته شده به شکل زیر تبدیل می
$$u = \begin{cases} u^1 \\ u^2 \end{cases}$$

$$B(u, v) = \sum_{c=1}^{n} \int_{\Omega_{e}} [Lu]^{r} \alpha c [Lv] d\Omega$$
(39)
 u , $u = NU$, $v = NV$
 $u = 0$
 $u =$

فرمولاسیون اصلی روش سلول محدود به دست میآید: (41)

F بردار نیرو و K ماتریس سختی کل است، ماتریس سختی کل حاصل برهم گذاردن ماتریسهای سختی سلولی میباشد که از رابطه زیر به دست میآید.

$$K^{c} = \iint_{\alpha} (LN)^{T} \alpha C(LN) [J] d\xi d\eta$$

$$J = \begin{bmatrix} \frac{\partial x}{\partial \xi} & \frac{\partial y}{\partial \xi} & \frac{\partial y}{\partial \xi} \\ \frac{\partial x}{\partial \eta} & \frac{\partial y}{\partial \xi} & \frac{\partial y}{\partial \xi} \end{bmatrix}$$
(42)
(43)

حاصل ضرب LN معمولاً به عنوان ماتریس استاندارد کرنش جابهجایی B شناخته میشود. با توجه به سادگی شکل سلول ها دترمینان ماتریس جاکوبین نگاشت² det J = **ارا** به سادگی محاسبه می شود که یکی از مزیتهای این روش جهت افزایش سرعت حل است.

3-1- انتگرال گیری عددی از توابع گسسته

سلولهایی که بهوسیله مرز ناحیه فیزیکی نمونه قطع میشوند، باعث ایجاد ناپیوستگیهایی در توابع انتگرالگیری میشوند و بنابراین برای حل این مشکل باید از روشهای کارآ در این زمینه استفاده کرد. روش انتگرالگیری تطبیقی کوادتری³ و آکتری⁴ یکی از روشهای انتگرالگیری پرکاربرد در حل مسایل ناپیوستگی است. از کوادتری در گسسته سازی یک فضای دوبعدی و از آکتری برای تقسیم بندی فضای سهبعدی استفاده میشود. همان طور که در شکل 5 مشاهده میشود، در کوادتری هر سلول مادر⁵ که بوسیله مرز ناحیه قطع میشود به چهار زیرسلول⁶ با رتبه انتگرالگیری یکسان تقسیم -بندی می گردد. هر سلول فرزند نیز مجدداً به چهار زیرسلول تقسیم شده و این فرآیند تا رسیدن به دقت مورد نظر دایماً تکرار میشود.



شكل 4 دامنه تعميم يافته $arOmega_{
m e}$ بهوسيله سلولهاى مربعى ساده تقسيم بندى شده

111

6- Sub cell (Child cell)

=

¹⁻ Hierarchic

²⁻ Mapping

³⁻ Quadtree 4- Octree

⁵⁻ Paraent cell

با استفاده از کوادتری، ماتریس سختی یک سلول را مطابق شکل **6** می-توان با انتگرال گیری ترکیبی روی زیرسلولها م₅ به دست آورد. در انتگرال-گیری تمام نقاط گوس زیرسلولها در نظر گرفته می شود و هر نقطه گوس با پارامتر α که به مکانش بستگی دارد، مشخص می شود یعنی اگر نقطه گوس در ناحیه فیزیکی مساله باشد α برابر یک و در غیر این صورت صفر است.

$$K^{c} = \sum_{sc=1}^{n_{sc}} \int \int B_{c}^{T}(\xi(r)) \alpha(x(\xi(r))) CB_{c}(\xi(r)) det J_{c} det \tilde{J}_{c}^{sc} dr ds$$
(44)

در رابطه 44 لازم است که دترمینان ماتریس ژاکوبین که به خاطر تغییر در متغیرهاست، در محاسبات وارد شود. همچنین بایستی یک نگاشت خطی اعمال شود تا رابطهای بین مختصات زیرسلولها (r,s) و سلول (ξ,η) برقرار شود.

4- حل مسایل عددی

تحلیل مسایل به روش سلول محدود با استفاده از نرم افزار ادهاک¹ در سیستم عامل لینوکس و با بهکارگیری حلگر اسپولز² انجام میگیرد،



شکل 5 تقسیم بندی صفحه با کوادتری[11]



شکل 6 انتگرال گیری ترکیبی از زیرسلول ها و ارتباط (r,s) و (x,y) [11]

همچنین شبکهبندی و اصلاح شبکه توسط زیربرنامههایی³ در نرم افزار ادهاک انجام میشود. در این قسمت با استفاده از مدل آسیب نرم لمتر اصلاح شده، که الگوریتم آن به زبان برنامه نویسی *C* نوشته شده است، به تحلیل چند مساله پرداخته میشود.

4-1- میله شیاردار

در این بخش آزمون کشش تک محوره یک میله استوانهای با شیار جانبی، برای سنجش مدل آسیب نرم و زیربرنامه تدوین شده، مورد استفاده قرار می-گیرد. آزمون کشش به صورت گستردهای در هر دو تحلیل تجربی و عددی برای آسیب نرم توسط محققان استفاده شده است[25-29]. در این آزمون، یک نمونه شکافدار مطابق شکل 7 تحت بارگذاری کششی قرار میگیرد و مشاهدات تجربی نشان میدهد که شکستگی از مرکز نمونه آغاز و در ادامه به صورت شعاعی به سمت ریشه نمونه انتشار پیدا میکند.

مطابق شکل 7 به دلیل وجود تقارن محوری میله استوانهای شکافدار، مدل سازی نمونه به صورت دوبعدی متقارن محوری انجام میشود. بار اعمالی بهصورت جابهجایی محوری (عمودی) یکنواخت در لبه بالا افزایش میابد. خواص ماده مورد استفاده در تحلیل حاضر (فولاد کم کربن) در جدول 1 آمده است[14].

تجزیه و تحلیل این فرآیند با استفاده از جابه جایی محوری تدریجی انجام شده است. شبیه سازی تا زمانی که آسیب در یکی از نقاط انتگرال گیری گوس به عدد بحرانی یعنی Dr برسد، میتواند ادامه پیدا میکند. از نظر عددی مقدار بحرانی پارامتر آسیب یک در نظر گرفته می شود ولی در بسیاری از کاربردهای عملی Dr عددی بین 0/3 تا 8/8 است[3].

برای تحلیل مساله ابتدا باید حوزه تقریب را به صورت مجازی طبق آنچه گفته شد توسعه داد، مطابق شکل 8 ابتدا یک صفحه مستطیلی را با سلول-های مربعی به ابعاد 1 × 1 شبکهبندی کرده و سپس معادله ربع دایره معرفی میشود تا سلولهایی که کاملاً خارج از ناحیه حل قرار دارند، نادیده گرفته شوند و برای سلولهایی که مرز ناحیه را قطع میکنند لازم است که از روش انتگرالگیری مناسب استفاده شود. برای مسایل دو بعدی انتگرالگیری تطبیقی کوادتری و اصلاح زیرسلول به وسیله آن مناسب است. شکل 9 سلول بندی نمونه به همراه اصلاح کوادتری برای انتگرالگیری تطبیقی کوادتری را نشان میدهد.



3- do mesh, netzgin, MeshIO

مهندسی مکانیک مدرس، فوقالعاده اسفند 1393، دوره 14، شماره 13

Downloaded from mme.modares.ac.ir on 2024-05-02

¹⁻ Adhoc

²⁻ Spools

شکل 10 نشان میدهد که در هنگام مراحل اولیه از فرآیند بارگذاری حداکثر آسیب در نزدیکی ریشه شکاف است (نقطه C) و به تدریج با افزایش بارگذاری ناحیه آسیب گسترش مییابد و منطقه حداکثر آسیب به تدریج به سمت مرکز نمونه حرکت میکند (نقطه A) و در آن ناحیه تمرکز مییابد. سرانجام در مرحله پایانی با جابهجایی حدود 0/55 میلیمتر آسیب به شدت در مرکز نمونه متمرکز شده و بنابراین، شروع شکست را باید در این منطقه انتظار داشت.

در شکل 11 برای سه نقطه A B و C نمودار تنش معادل میزز برحسب کرنش پلاستیک معادل رسم شده است. با توجه به شکل میتوان مشاهده کرد نقطه A که در مرکز نمونه است نسبت به سایر نقاط به شدت دچار زوال شده و قابلیت تحمل بار آن کم شده است و در آستانه گسیختگی و شکست قرار دارد.

جهت راستی آزمایی روش سلول محدود، میله شیاردار تحت بارگذاری محوری به روش اجزای محدود نیز مورد تحلیل قرار گرفت و نتایج دو روش با یکدیگر مقایسه گردید. مقادیر پارامتر آسیب و مکان بیشترین مقدار آسیب به

جدول 1 پارامترها و خواص ماده مورد استفاده برای نمونه تحت کشش [14]

مقدار	خواص ماده
210000	E (MPa)
0/3	ν
620	$\sigma_{ m y0}$ (MPa)
620+3300(1-exp(-0/4 ε ^p _{eq}))	$\sigma_{ m y}$ (MPa)
3/5	r (MPa)
1	S
0/05	h





شکل 9 شبکه سلول محدود به همراه اصلاح کوادتری برای انتگرال گیری تطبیقی



شکل 10 پارامتر آسیب در تحلیل سلول محدود برای میله شیاردار تحت کشش



شکل 11 تنش معادل میزز برحسب کرنش پلاستیک معادل برای سه نقطه A ، B و C

روش اجزای محدود در شکل 12 آمده است. مقایسه شکلهای 10 و 12 از تطابق نتایج روش سلول محدود و اجزای محدود حکایت می کند. جدول 2 مقدار و مکان بیشترین مقدار پارامتر آسیب در دو تحلیل اجزای محدود و سلول محدود را نشان می دهد.

نمودار تنش موثر میزز نسبت به جابهجایی عمودی انتهای میله برای مرکز نمونه (نقطه A) برای دو روش در شکل 13 آمده است. اختلاف محدود دو منحنی، صحت نتایج روش سلول محدود را نشان میدهد. لازم به ذکر است که زمان تحلیل این مساله در مقایسه با روش اجزای محدود، حدود 30 درصد افزایش یافت.

این پیش بینی با نتایج عددی نتو [30] و تجربی هنکاک و مکنزی [31] تطابق دارد و نشان میدهد شروع شکست در نمونه از مرکز آغاز شده و با انتشار شعاعی به سمت ریشه ادامه پیدا میکند. در شکل 14 نتیجه آزمایش تجربی هنکاک و در شکل 15 نتایج تحلیل عددی نتو آمده است.

میتوان دلیل رشد سریع آسیب در مرکز نمونه را به رشد سریع تنش سه



شکل 14 مشاهدات هنکاک در شروع شکست در مرکز میله شیاردار تحت كشش[31]



شكل 15 نتايج عددى نتو براى ميله شياردار تحت كشش[30]

شکل 16 تاریخچه پارامتر آسیب و کرنش پلاستیک معادل را نسبت به جابهجایی انتهای نمونه برای المان مرکز نمونه یعنی A نشان میدهد. مشاهده می شود که پارامتر آسیب در انتهای بارگذاری به شدت افزایش مییابد ولی افزایش کرنش پلاستیک معادل تقریباً به صورت خطی است. لازم به ذکر است که در این مساله به دلیل وجود بارگذاری کششی، اثر بسته شدن ترک ها در بارگذاری فشاری مشهود نیست.

در ادامه، نمونه تحت بارگذاری فشاری قرار می گیرد و اثر بسته شدن ترکها در مقایسه با بارگذاری کششی بررسی می شود. در صورتی که با همان هندسه و شبکه به میله جابه جایی محوری فشاری اعمال شود، نتایجی مطابق شكل 17 حاصل مي گردد.

در ابتدا با جابهجایی یکسان نسبت به حالت کشش، مقادیر پارامتر آسیب به دلیل بسته شدن ترکها بسیار کمتر است. به عنوان مثال در حالت کشش



شکل 12 پارامتر آسیب در تحلیل اجزای محدود برای میله شیاردار تحت کشش

جدول 2 مقایسه نتایج روش سلول محدود و اجزای محدود

محل وقوع	D _{max}	D _{max}	<i>u</i> (mm)
ماكزيمم أسيب	(اجزای محدود)	(سلول محدود)	
"ریشه شکاف"	0/003923	0/00393	0/051
"ریشه شکاف به سمت مرکز"	0/009432	0/00954	0/076
"مركز نمونه"	0/1304	0/134	0/256
"مركز نمونه"	0/5654	0/585	0/550



شکل 13 نمودار تنش معادل میزز برحسب جابجایی محوری برای مرکز نمونه به دو روش اجزای محدود و سلول محدود

محوره (نسبت تنش هیدرواستاتیک به تنش معادل= $rac{p}{\sigma_{
m eq}}$ نسبت داد که این مقدار در مرکز نمونه بیشتر است. در مدلهای الاستیک-پلاستیک-آسیب، کرنش پلاستیک معادل و تنش سه محوره نقش مهمی در رشد آسیب دارند.

با جابهجایی 0/256 میلیمتر، ماکزیمم مقدار آسیب 0/134 بود، درصورتی که در حالت فشار با جابهجایی 0/256- میلیمتر، ماکزیمم مقدار آسیب 0/00474 است. همچنین در حالت کشش، ناحیه حداکثر آسیب از ریشه شکاف (نقطه C) شروع شده و به سمت مرکز نمونه (نقطه A) حرکت می کند و در نهایت با رسیدن به پارامتر بحرانی آسیب، نمونه از مرکز شروع به شکست می کند، در صورتی که در حالت فشاری پس از آن که ناحیه حداکثر آسیب از ریشه به سمت مرکز نمونه حرکت کرد، به دلیل اثر بسته شدن ترکها در مرکز نمونه، مجدداً ناحیه ماکزیمم آسیب به سمت ریشه شکاف جابهجا می گردد و در آن محل متمرکز می شود.

در شکل 18 نمودار پارامتر آسیب نسبت به جابهجایی عمودی انتهای میله آمده است. این شکل نشان میدهد در جابهجاییهای بسیار کوچک (جابهجایی کمتر از 0/07- میلیمتر) ناحیه ماکزیمم آسیب در نزدیکی شیار میله است (نقطه C) و با افزایش بارگذاری به سمت مرکز حرکت کرده (نقطه A) و مجدداً ماکزیمم آسیب به سمت شیار جهتگیری میکند.

4-2- نمونه متقارن تحت فشار

در این قسمت نمونه تقارن محوری که تحت بارگذاری فشاری است، مورد بررسی قرار میگیرد. با توجه به شکل 19، تحلیل یک چهارم نمونه بهصورت متقارن محوری کفایت می کند. مشخصات ماده مورد استفاده در جدول 3 آمده است. این آزمایش برای سه مقدار پارامتر *h* بررسی میشود تا اثر بستهشدن ترکها در پیش بینی صحیح نقطه شروع آسیب تعیین گردد. مطابق شکل 20 یک چهارم نمونه به صورت مستطیلی به ابعاد 7/5 × 5 با 150 سلول گسسته -سازی شده است. در این فرآیند مرز بالایی نمونه تحت جابه جایی فشاری قرار می گیرد و منطقه بحرانی برای شروع شکست مشخص می گردد.

با جابهجایی فشاری عمودی 3/0- میلی متر برای مرز بالایی نمونه در سه مقدار متفاوت پارامتر بسته شدن ترکها، نتایج پارامتر آسیب و نقاط بحرانی در شکل 21 آمده است. با توجه به شکل مشخص است که در صورتی که اثر بسته شدن ترکها محسوس باشد (h=0.05) ناحیه بحرانی شروع شکست نرم از دو سمت بالا و پایین لبه بالایی جسم یعنی نقاط A و B است و ماکزیمم آن در سمت بالایی (نقطه A) است ولی با نادیده گرفتن اثر بسته شدن ترک-ها، ناحیه بحرانی در قسمت پایینی (نقطه B) پیش بینی می شود.

با توجه به شکل 22 که پارامتر آسیب را برای دو نقطه بحرانی A و B نشان میدهد، میتوان دریافت که در نقطه A به دلیل تنش کششی بیشتر و



شکل 16 تاریخچه پارامتر آسیب و کرنش پلاستیک معادل در المان مرکز نمونه (A)



شکل 17 مقادیر پارامتر آسیب در تحلیل سلول محدود میله شیاردار تحت فشار در جابهجاییهای مختلف



فشار میله شیاردار

باز شدن ترکها، پارامتر آسیب مقدار بیشتری نسبت به سایر نقاط دارد و شروع شکست را میتوان در این ناحیه پیش بینی نمود. در صورتی که نتایج حاصل با مشاهدات آکیاما و همکاران در شکل 23 مقایسه شود[32]، مشخص می گردد که نتایج ماکزیمم آسیب با در نظر گرفتن بسته شدن ترکها با مشاهدات تجربی هماهنگ است.



شکل 19 هندسه مساله تحت فشار به صورت تقارن محوری[32] جدول 3 پارامترها و خواص ماده مورد استفاده برای نمونه متقارن محوری تحت فعل [23]

فسار [50]	
مقدار	خواص ماده
210000	E (MPa)
0/3	ν
294	$\sigma_{ m y0}$ (MPa)
294+159/3(1- exp (-5/82 ε ^p _{eq}))	$\sigma_{ m y}$ (MPa)
3/5	r (MPa)
1	S



شکل 20 شبکه نمونه تحت فشار به روش سلول محدود



شکل 21 مقادیر پارامتر آسیب برای نمونه متقارن تحت فشار به روش سلول محدود الف: 10.6 مج: 6=0.0 مج: h=0.5



شكل 23 آزمايش فشار سرد نمونه متقارن[32]

4-3- صفحه مربعی سوراخدار

در این قسمت یک صفحه مربعی سوراخدار در حالت کرنش صفحهای که تحت بارگذاری کششی و فشاری است، در نظر گرفته می شود. با توجه به شکل 24 به دلیل رعایت تقارن یک چهارم صفحه در نظر گرفته شده است (در پایین و راست صفحه شرط تقارن افزوده شده است و جابجایی عمودی به مرز بالایی اعمال می شود) و خواص ماده نیز در جدول 1 آمده است. مطابق شکل 24 صفحه به ابعاد 10 × 10 با سوراخ ربع دایره به شعاع 1 توسط 900 سلول گسسته سازی شده است و از روش انتگرال گیری تطبیقی کوادتری در مکان سوراخ دایره ای استفاده می شود.

همان گونه که در شکلهای 25 و 26 مشخص است، در همان بارگذاری-های ابتدایی حداکثر آسیب در کنار سوراخ دایرهای و در مرز تقارن افقی است. با افزایش بارگذاری حداکثر آسیب در ناحیهای کوچکتر متمرکز می-شود. تفاوت بارگذاری کششی و فشاری مقدار پارامتر آسیب است که در بارگذاری فشاری به دلیل بسته شدن ترکها مقدار آسیب کمتر است ولی مکان آن تفاوت چندانی ندارد.



شکل 24 شبکه سلول محدود صفحه سوراخدار به همراه اصلاح کوادتری برای انتگرال گیری تطبیقی



شکل 25 مقادیر پارامتر آسیب در تحلیل سلول محدود صفحه سوراخدار تحت کشش



شکل 26 مقادیر پارامتر آسیب در تحلیل سلول محدود صفحه سوراخدار تحت فشار

منحنی های تنش موثر برحسب کرنش پلاستیک معادل و پارامتر آسیب برحسب جابهجایی عمودی برای صفحه سوراخدار تحت کشش در نقطه A، در شکلهای 27 و 28 آمده است.

5- جمع بندی و نتیجه گیری

در این تحقیق رشد آسیب در مواد نرم با در نظر گرفتن اثر بسته شدن ترکها در بارگذاری های فشاری به کمک روش سلول محدود مورد بررسی قرار



شکل 28 مقادیر پارامتر آسیب نسبت به جابجایی عمودی برای نقطه A در تحلیل سلول محدود کشش صفحه سوراخدار

گرفت. ابتدا با انتخاب مدل آسیب اصلاح شده لمتر، یک فرمولبندی مناسب برای مسایل الاستیک - پلاستیک - آسیب استخراج و یک الگوریتم بهینه جهت حل ارایه گردید. در این مدل، با اضافه کردن متغیر بسته شدن ترکها یعنی h و جداسازی تنشهای کششی و فشاری، معادلات پایه لمتر، به ویژه معادله نرخ رهایی انرژی آسیب با پیچیدگیهایی همراه شد.

در گام بعد، روابط، معادلات و الگوریتم مدل اصلاح شده لمتر به صورت زیربرنامه ضمنی برای استفاده در روش سلول محدود پیادهسازی گردید. سپس برای اعتبارسنجی مدل آسیب و همچنین استفاده از مزایای روش سلول محدود، چندین مساله کاربردی تحلیل و بررسی شد و نتایج آن با نتایج تجربی و عددی معتبر مقایسه گردید.

نتایج تحلیل نشان میدهد روش سلول محدود با ایجاد شبکهبندی ساده برای مسایل پیچیده و دارای ناپیوستگی، توانایی حل مسایل در زمینههای مختلف مهندسی از جمله مکانیک آسیب را دارا است و با توجه به جدید بودن آن، قابلیتهای آن در حال افزایش است. همچنین میتوان از مدل اصلاح شده لمتر به عنوان ابزاری دقیق و سریع برای پیشبینی آسیب نرم و شروع جوانهزنی و شکست نمونه در انواع فرآیندهای شکل دهی فلزات استفاده کرد.

6- مراجع

- C. Soyarslan, Modelling damage for elastoplasticity, Department of Civil Engineering, Ph.D thesis, Middle East Technical University, 2008.
- [2] L.M. Kachanov, Time of the rupture process under creep condition. Izv. Akad. Nauk.SSSR, Otd. Tekhn. Nauk, pp. 26-31, 1958.
- [3] J. Lemaitre, J., A Course on Damage Mechanics, Springer Verlag, Berlin,

principal space, Comput. Methods Appl. Mech. Engrg. 171, pp. 463-489.1998

- [19]A. Yazid, N. Abdelkader, H. Abdelmadjid, A state of the art review of the X-FEM for computational fracture mechanics. Applied Mathematical Modelling, 2009. 33(12): pp. 4269-4282, 2009.
- [20]Y. Abdelaziz, A. Hamouine, A survey of the extended finite element.
- [20] Froductiz A. Fronting, p. 1141-1151, 2008.
 [21] T.Belytschko, R. Gracie, G. Ventura, A review of extended/generalized finite element methods for material modeling. *Modelling and Modelling and Modelling*. Simulation in Materials Science and Engineering, 17(4), 043001, 2009.
- [22]V. Saulev, A method for automatization of the solution of boundary value problems on high performance computers, Dokl. Akad. Nauk. SSSR v144, pp. 497-500, 1962. (In Russian)
- [23]V. Saulev, On the solution of some boundary value problems on high performance computers by fictitious domain method. Siberian Math. J, pp. 912-925, 1963.
- [24] B.A. Szabo, I. Babuska, Finite element analysis, Wiley-Interscience, 1991
- [25]J.W. Hancock, A.C. Mackenzie, On the mechanism of ductile fracture in high strength steels subjected to multi-axial stress-states, J. Mech. Phys. Solids 24, pp. 147–169, 1976.
- [26]A. Benallal, R. Billardon, J. Lemaitre, Continuum damage mechanics and local approach to fracture: numerical procedures, Comput. Methods
- Appl. Mech. Engrg. 92, pp. 141–155, 1991.
 [27]S. Cescotto, Y.Y. Zhu, Modelling of ductile fracture initiation during bulk forming. Computational plasticity: fundamentals and applications, in: E. Onate, D.R.J. Owen (Eds.), Proceedings of the Fifth International Conference, 1995.
- [28]M. Vaz Jr, D.R.J. Owen, Aspects of ductile fracture and adaptive mesh refinement in damaged elasto-plastic materials, Int. J. Numer. Meth. Engrg. 50, pp. 29-54, 2001.
- [29]P. O. Bouchard, L. Bourgeon, S. Fayolle, K. Mocellin, An enhanced Lemaitre model formulation for materials processing damage computation, Int J Mater Form, pp. 299–315, 2011.
- [30]E.A. de Souza Neto, A fast, one-equation integration algorithm for the Lemaitre ductile damage model, Commun. Numer. Meth. Engng, pp. 541-554, 2002.
- [31]J.W. Hancock, A.C. Mackenzie, On the mechanism of ductile fracture in high strength steels subjected to multi-axial stress-states, J. Mech. Phys Solids 24, pp. 147–169, 1976. [32]M. Akiyama, Y. Neishi, Y. Adachi, K. Terada, Trigger for the occurrence
- of grain coarsening phenomenon of BS304S31 austenite stainless steel under small plastic strain at high temperature, Engineering Computations, 20(5/6), pp. 499-512, 2003.
- [33]M. Mashayekhi, Prediction of Central Burst in Forward Extrusion Using Continuum Damage Mechanics, Esteghlal Mechanical Engineering, 29(1), pp. 74-85, 2013. (In Persian)

1992.

- [4] J. Parvizian , A. Duester, E. Rank , Finite Cell Method: h- and p-extension for embedded domain problems in Solid Mechanics. Computational Mechanics, 41, pp. 121-133, 2007.
- A. Duester, J. Parvizian, Z. Yang, E. Rank, The Finite Cell Method for 3D problems of solid mechanics, Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, 197, pp. 3768-3782, 2008.
- A. Duester, J. Parvizian, E. Rank, Topology optimization based on the finite cell method. *Proceedings in Applied Mathematics and Mechanics*, [6] 10, pp. 151-152, 2010.
- [7] E. Rank, J. Parvizian, Z. Yang, A. Duester, A high order embedded domain method. *International Workshop on High-Order Finite Element* Methods, Herrsching, Munich, 17-19 May, 2007.
- A. Duester, J. Parvizian, E. Rank, Z. Yang, The Finite cell method for orthopedic simulation. mini-symposium on higher order and hp methods with applications to elliptic and maxwell problems, 9th US National Congress on Computational Mechanics, San Francisco, CA, July 23-26 2007
- D. Schillinger, M. Ruess, N. Zander, Y. Bazilevs, A. Düster, E. Rank, Small [9] and large deformation analysis with the p- and B-spline versions of the Finite Cell Method, Computational Mechanics, 50(4), pp. 445-478 2011.
- [10]D. Schillinger, A. Duster, E. Rank, The hp-d-adaptive finite cell method for geometrically nonlinear problems of solid mechanics. International Journal for Numerical Methods in Engineering, 89(9), pp. 1171-1202, 2012
- [11]A. Abedian, J. Parvizian, A. Duester, E. Rank, The finite cell method for the J2 flow theory of plasticity, Finite Elements in Analysis and Design, 69, pp. 37-47, 2013.
- [12]A. Abedian, J. Parvizian, A. Duester, H. Khademyzadeh, E. Rank, Finite cell method for elasto-plastic problems. Proceedings of the Tenth International Conference on Computational Structures Technology, Valencia, Spain, September 14-17, 2010.
- [13]M. Ranjbar, M. Mashayekhi, J. Parvizian, A. Düster, E. Rank, Using the finite cell method to predict crack initiation in ductile materials, *Computational Materials Science*, 82, pp. 427–434, 2014. [14]E.A. de Souza Neto, *Computational Methods for Plasticity*, JohnWiley,
- 2008.
- [15]P. Chadwick, R.W. Ogden, A theorem on tensor calculus and its application to isotropic elasticity, Arch. Rat. Mech. Anal. 44, pp.54-68, 1971.
- [16]D.E. Carlson, A. Hoger, The derivative of a tensor-valued function of a tensor, Quart. Appl. Math. 44, pp. 409-423, 1986.
- [17]C. Miehe, Computation of isotropic tensor functions, Commun. Numer. Meth. Engrg. 9, pp. 889–896, 1993.
- [18]D. Peric, E.A. de Souza Neto, A new computational model for tresca plasticity at finite strains with an optimal parametrization in the