



مقایسه روش‌های حل معادله انتقال تشعشع در مدل‌سازی مشعل متخلخل

مصطفی خسروی‌الحسینی^{۱*}، داود رحیمی‌یار هریس^۲، قارن درستی^۲

۱- استادیار مهندسی مکانیک، پژوهشگاه صنعت نفت، تهران

۲- پژوهنده ارشد مهندسی مکانیک، پژوهشگاه صنعت نفت، تهران

* تهران، صندوق پستی ۳۳۱۱۱-۱۴۸۵۷، khosravym@ripi.ir

چکیده- این تحقیق به بررسی تقریب مناسب برای تعیین واگرایی شار حرارتی تشعشعی و تاثیر خطای محاسبات بر عملکرد مشعل متخلخل پرداخته است. بدین منظور از دو نمونه مشعل متخلخل تک‌لایه‌ای و دولایه‌ای در شبیه‌سازی عددی مشعلی با شعله مدفون استفاده شده است. به دلیل اختلاف چشمگیر دمای ماتریس جامد و سیال عبوری خصوصاً در ناحیه شعله درون مشعل‌های متخلخل، معادلات انرژی در حالت عدم تعادل حرارتی در نظر گرفته شده‌اند و جهت مدل‌سازی احتراق از سینتیک کامل احتراقی گاز متان استفاده شده است. از آنجا که از اثر مرزهای جانبی چشم‌پوشی شده، هندسه مشعل متخلخل در حالت یک‌بعدی در نظر گرفته شده است تا بتوان حل تحلیلی انتقال حرارت تشعشعی را ارائه نمود. نتایج نشان داده است روش‌های جهت‌های تفکیک‌شده کاملاً مشابه روش احجام محدود رفتار می‌نمایند و بهترین شرایط در تقریب ۸ جهت متصور است و جهت‌های کمتر فاقد دقت مناسب می‌باشند و جهت‌های بیشتر هزینه محاسبات را افزایش می‌دهند بدون آنکه تاثیری قابل توجهی بر افزایش دقت داشته باشند. همچنین، تقریب دو شار و روزلند نیز فاقد اعتبار در مدل‌سازی مشعل متخلخل می‌باشند.

کلیدواژه‌گان: مشعل متخلخل، مدل‌سازی یک‌بعدی، انتقال حرارت تشعشع، حل تحلیلی

Comparison of different radiative transfer equation approximation in modeling of porous radiant burner

M. Khosravy el_Hossaini^{1*}, D. Rahimyar Heris², Q. Dorosti²

1- Assis. Prof., Mech. Eng., Research Institute of Petroleum Industry, Tehran, Iran

2- Senior Researcher, Mech. Eng., Research Institute of Petroleum Industry, Tehran, Iran

* P. O. B. 14857-33111 Tehran, khosravym@ripi.ir

Abstract- Present work tries to determine proper approximation to calculate the thermal radiation flux divergence. The effect of errors on performance evaluation of porous radiant burners (PRB) is then examined. To do this, a single layer and a double layer of buried flame type of a porous radiant burner, are studied using 1-D numerical simulation. Due to the significant difference in the temperature of the solid matrix and the fluid passing the burner, a non-local thermal equilibrium condition is considered. Detailed kinetics of methane air mixture is used for combustion modeling. Since the effect of lateral walls is neglected here, the problem is solved in one-dimensional to explore an exact solution for RTE. Utilizing the discrete ordinate and the finite volume approximation of RTE, leads to the conclusion that eight directional spherical split is the best selection approximation in such problems. Lower ordinates have substantial deviation and increase the number of division enlarges computation cost with no considerable reduction in errors. Moreover, it is found that the two flux method and the Rosseland approximation are not valid for RTE modeling.

Keywords: Porous Burner, One-Dimensional Simulation, Radiative Heat Transfer, Exact Solution

۱- مقدمه

مدلسازی احتراق در محیط متخلخل و بررسی عملکرد آن از دیدگاه انتشار آلاینده‌ها و توان حرارتی موضوعی است که در دهه اخیر مورد توجه بسیاری قرار گرفته است [۱]. یکی از مهم‌ترین موضوعاتی که بر شبیه‌سازی مشعل متخلخل خواه از نوع شعله مدفون و خواه با شعله سطحی تاثیر گذار می‌باشد تعیین دقیق شار حرارت تشعشعی می‌باشد. در میان تحقیقات انجام‌شده موارد اندکی وجود دارد که به اندازه‌گیری خواص تشعشعی محیط متخلخل اشاره دارد و تقریباً در تمامی آن‌ها محیط متخلخل به عنوان یک محیط یک‌پارچه با استفاده از روش متوسط‌گیری حجمی در نظر گرفته شده است [۲]. بنابراین با توجه به ضعف تجربیات آزمایشگاهی، می‌توان نتیجه گرفت که عدم قطعیتی در مورد خواص تشعشعی در مدلسازی عددی وجود دارد. در شبیه‌سازی مشعل متخلخل از روش‌های متنوعی برای مدلسازی انتقال حرارت تشعشعی استفاده شده است.

یکی از روش‌هایی که در گزارش‌های علمی مورد استناد قرار گرفته است استفاده از فرض تعادل حرارتی بین دو فاز گاز و جامد و بنابراین استفاده از یک معادله بقای انرژی برای هر دو محیط است. این روش توسط محمد و همکاران [۳] و برنر و همکاران [۴] به کار گرفته شده است. شاپان ذکر است که با فرض تعادل حرارتی، تشعشع معمولاً به صورت تصحیح ضریب هدایت حرارتی در معادله انرژی اعمال می‌گردد [۴].

در مدلسازی مشعل متخلخل به صورت عدم تعادل حرارتی، برخی از مدل‌های ارائه‌شده با فرض ضخامت نورانی زیاد^۱، از تقریب روزلند^۲ استفاده نموده‌اند که از آن میان می‌توان به تحقیق بوما و همکاران اشاره نمود [۵، ۶].

و اگرایی^۳ مدلسازی مستقیم تشعشع حجمی با در نظر گرفتن واحد سلول‌های محیط متخلخل توسط فو و همکارانش [۷] با الهام از تحقیق برودولیا [۸] دیگر روش پیشنهاد شده است.

دسته دیگری از شبیه‌سازی تشعشعی محیط متخلخل ناظر بر شبیه‌سازی مستقیم می‌باشد [۹] که گستره و کاربرد خاص خود را دارا می‌باشد. به عنوان نمونه هکرت و همکارانش در شبیه‌سازی مستقیم محیط متخلخل از روش مونت کارلو برای شبیه‌سازی تشعشع کمک گرفته‌اند [۱۰]. استفاده از حل دقیق

معادله انتقال تشعشع به دلیل حجم زیاد محاسبات چندان مورد استفاده قرار نگرفته است. در حل تحلیلی دو روش پیشنهاد شده است که عبارت‌اند از روش YIX [۱۱] و روش کرنل انتگرال [۱۲] که در روش حل معادله به صورت ریاضی همسان می‌باشند.

روش دیگری که به‌تازگی در حل تقریبی معادله انتقال تشعشع توسط میسرا پیشنهاد شده است روش ابعاد کاهش‌یافته^۴ می‌باشد. این روش در برخی از تحقیقات مشعل متخلخل جهت مدلسازی تشعشع مورد استفاده قرار گرفته است [۱۳، ۱۴].

در بررسی عددی پس‌زدن شعله در محیط متخلخل، که توسط لامرز و دی جوی گزارش شده است، از روش انتقال‌های مجزا^۵ برای مدلسازی تشعشعی مشعل متخلخل استفاده شده است [۱۵].

روش هارمونیک‌های فضایی نیز یکی از روش‌های پرکاربرد در مدلسازی مشعل متخلخل بوده است که از آن میان می‌توان به مراجع [۱۶] تا [۱۸] اشاره نمود. در تحلیل مشعل متخلخل روش حل جهت‌های تفکیک‌شده برای تقریب معادله انتقال تشعشع را می‌توان روش غالب دانست. از تحقیقاتی که به این شیوه استناد کرده‌اند می‌توان به تحقیق بایک و کیم [۱۹] و همچنین تحقیق کایال [۲۰]، که از روش دوشار^۶ استفاده کرده‌اند، اشاره نمود. همچنین، در مدلسازی مشعل متخلخل می‌توان محدوده متنوعی از تعداد جهت‌های تفکیک‌شده که با S_N نمایش داده می‌شود را در مقالات متعدد یافت. به عنوان نمونه، مندس و همکاران [۲۱] از روش S_2 ، کشتکار و گنجعلیخان نسب [۲۲] از روش S_4 ، مالیکو و پیرا [۲۳] از روش S_6 و در تحقیق دیگری مندس و همکاران [۲۴] از روش S_8 برای محاسبه ترم تشعشع در معادله انرژی ماتریس متخلخل استفاده نموده‌اند. روش احجام محدود نیز، که بهبودیافته روش جهت‌های تفکیک‌شده است، به‌تازگی در تحقیق دو و آکسی [۲۵] مورد استفاده قرار گرفته است.

از بررسی تحقیقات انجام‌شده در شبیه‌سازی مشعل متخلخل می‌توان نتیجه گرفت که تنوع گسترده‌ای در استفاده از روش حل معادله انتقال تشعشع وجود دارد و محققان اجماعی در

1. Optically thick
2. Rosseland
3. Divergence

4. Collapsed Dimension Method
5. Discrete Transfer method
6. Two-Flux

معادله پیوستگی یا بقای جرم

$$\frac{\partial(\rho_g \phi)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho_g \phi U)}{\partial x} = 0 \quad (1)$$

معادله بقای گونه‌های شیمیایی

$$\rho_g \phi \frac{\partial Y_k}{\partial t} + \rho_g \phi U \frac{\partial Y_k}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial x} (\rho_g \phi Y_k V_k) - \phi \dot{\omega}_k W_k = 0 \quad (2)$$

معادله بقای انرژی فاز گاز

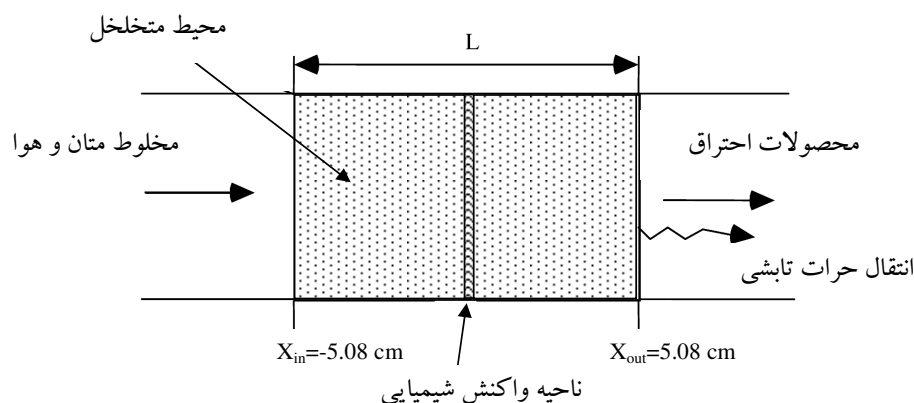
$$\rho_g \phi C_{p,g} \frac{\partial T_g}{\partial t} + \rho_g \phi U C_{p,g} \frac{\partial T_g}{\partial x} - \frac{\partial}{\partial x} (\phi \lambda_g \frac{\partial T_g}{\partial x}) + \phi \sum_{k=1}^N \rho Y_k V_k C_{p,k} \frac{\partial T_g}{\partial x} + \phi \sum_{k=1}^N h_k \dot{\omega}_k + H_v (T_g - T_s) = 0 \quad (3)$$

معادله بقای انرژی فاز جامد

$$\rho_s (1 - \phi) C_{p,s} \frac{\partial T_s}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \left((1 - \phi) \lambda_s \frac{\partial T_s}{\partial x} \right) + H_v (T_g - T_s) - \frac{dq_r}{dx} = 0 \quad (4)$$

در رابطه (۴)، برای تعیین گرادیان شار حرارتی تشعشعی، از معادله تبادل حرارت تشعشعی استفاده می‌شود. شدت تشعشع در محیط خاکستری جاذب-صادرکننده-پراکننده‌ساز در مکان x و در جهت با ضریب جذب σ_a ، ضریب خاموشی β و ضریب پراکنده‌سازی σ_s به طور مستقیم از معادله تبادل حرارت تشعشعی (معادله ۵) به دست می‌آید [۲۹].

$$\frac{\partial I(x, \hat{s}, t)}{c \partial t} + \mu \frac{\partial I(x, \hat{s}, t)}{\partial x} = -\beta(x) I(x, \hat{s}, t) + \sigma_a(x) I_b(x, \hat{s}, t) + \frac{\sigma_s(x)}{4\pi} \int_{\Omega'=4\pi} I(x, \hat{s}', t) \Phi(\hat{s}', \hat{s}) d\Omega' \quad (5)$$



شکل ۱ هندسه مشعل متخلخل

زمینه روش تقریب ترم چشمه تشعشع در معادله انرژی جامد ندارند. هدف تحقیق حاضر یافتن میزان خطا و یا معیار استفاده از تقریب‌های مختلف معادله انتقال تشعشع با مقایسه میزان خطای آن‌ها با حل تحلیلی مربوطه است [۲۶]. از آنجا که بررسی و مقایسه تمامی روش‌ها در این مجال نمی‌گنجد، دایره تحقیق تنها شامل روش‌های مبتنی بر جهت‌های تفکیک‌شده و روش احجام محدود می‌گردد. برای اطمینان از میزان دقت محاسبات نتایج به دست آمده از تقریب جهت‌های تفکیک‌شده، نتایج با حل تحلیلی مورد مقایسه قرار گرفته است.

۲- معادلات حاکم

برای مدل‌سازی محیط متخلخل از روش متوسط‌گیری حجمی استفاده شده است. در این مدل‌سازی، به دلیل طول نسبتاً کوتاه مشعل متخلخل، نوع سیال درون محیط متخلخل و دامنه تخلخل در کاربرد مشعل متخلخل از افت فشار در جهت حرکت جریان صرف‌نظر شده است (شکل ۱). همچنین از انتقال حرارت جانبی چشم‌پوشی شده است و به منظور اینکه معادله انتقال تشعشع به صورت تحلیلی حل گردد و مقدار خطای تقریب‌های مختلف با آن مورد مقایسه قرار گیرد، از مدل یک‌بعدی استفاده شده است.

با توجه به تحقیقات انجام‌شده، چنانچه انتقال حرارت جانبی از مشعل متخلخل ناچیز باشد، مدل‌سازی یک‌بعدی دارای دقت قابل قبولی در مقایسه با مدل‌سازی هندسه کامل مشعل می‌باشد [۲۷]. جریان سیال نیز آرام در نظر گرفته شده است. معادلات حاکم متوسط‌گیری شده در مشعل متخلخل عبارت‌اند از [۲۸]:

$$[h_i(T_{g,i} - T_S) + \sigma \varepsilon_i (T_{i,sur}^4 - T_S^4)](1 - \phi) = -k_{eff,s} \frac{\partial T_S}{\partial x} \quad (10)$$

$$[h_o(T_{g,o} - T_S) + \sigma \varepsilon_o (T_{o,sur}^4 - T_S^4)](1 - \phi) = -k_{eff,s} \frac{\partial T_S}{\partial x} \quad (11)$$

در معادلات (۱۰) و (۱۱)، h_o و h_i ضرایب انتقال حرارت جابه‌جایی به ترتیب در ناحیه ورودی و خروجی مشعل می‌باشند. در مدلسازی مشعل متخلخل می‌توان دو شرط مرزی مختلف را برای قسمت خروجی مشعل در نظر گرفت. این شرایط مرزی، با توجه به اینکه خروجی مشعل متخلخل با جسم سیاهی در دمای گازهای حاصل از احتراق خروجی در تبادل حرارت است یا اینکه جسم سیاه مذکور در دمایی پایین‌تر قرار دارد، تعریف می‌شوند. اثر این شرط مرزی را می‌توان در پروفیل دمایی بعد از جبهه شعله مشاهده نمود. از آنجا که هر چقدر دمای محیط در خروجی مشعل پایین‌تر باشد شار تشعشعی خروجی بیشتر خواهد بود، در اینجا حداقل دمای مورد نظر که می‌تواند معادل دمای مخلوط احتراق ورودی باشد، برای محیط خروجی مشعل در نظر گرفته شده است. نهایتاً شرط مرزی برای معادله تبادل حرارت تشعشعی در یک مرز کدر و دیفیوز، که دارای ضریب صدور ثابت \mathcal{E} و ضریب انعکاس ثابت ρ می‌باشد، به صورت معادله (۱۲) تعریف می‌شود.

$$I(\vec{r}, \hat{s}) = \mathcal{E}I + \frac{\rho}{\pi} \int_{\hat{s}' \cdot \hat{n} < 0} I(\vec{r}, \hat{s}') |\hat{s}' \cdot \hat{n}| d\Omega' \quad (12)$$

۴- روش حل

حل عددی با استفاده از روش تفاضل محدود، که معادلات دیفرانسیل را به یک سیستم دستگاه معادلات جبری تبدیل می‌نماید، آغاز می‌گردد. با توجه به وجود فرایند احتراق و ایجاد تغییرات شدید دما در میدان حل از روش‌های وفق‌پذیر جهت تشکیل شبکه استفاده شده است. تقریب اولیه با استفاده از یک شبکه درشت، که دارای پنج یا شش نقطه می‌باشد، به دست می‌آید. سپس نقاط جدید با توجه به جواب به دست آمده و افزایش ناگهانی گرادیان جواب به شبکه محاسباتی اضافه می‌گردند. جواب‌های به دست آمده از شبکه درشت با استفاده از میان‌یابی به شبکه ریزتر برازش می‌شوند و این پروسه تا حصول

با حل معادله انتقال تشعشع می‌توان شار حرارتی تشعشع و همچنین واگرایی آن را جهت معادله بقای انرژی محیط متخلخل به دست آورد.

$$q_i(x) = \int_{2\pi} I(x, \hat{s}, t) (\hat{s} \cdot \hat{i}) d\Omega \quad (6)$$

$$\frac{dq_i}{dx} = \sigma_a(x) \left(4\pi I_b(x, t) - \int_{\Omega=4\pi} I(x, \hat{s}, t) d\Omega \right) \quad (7)$$

۳- شرایط مرزی و هندسه مشعل

غلظت گونه‌های شیمیایی ورودی به مشعل مشخص می‌باشد که می‌توان آن‌ها را به صورت جزء مولی یا جرمی مشخص نمود. در خروجی دو پیشنهاد مطرح شده است: هسو و همکارانش از معادله انفصالی حاصل از قانون بقای ذرات در خروجی استفاده کرده‌اند [۳۰] و دیگر محققان ترجیح داده‌اند که گرادیان غلظت ذرات در خروجی صفر باشد. برخی دیگر از محققان مانند سانه و همکارانش دامنه حل معادلات را فراتر از ابعاد مشعل متخلخل در نظر گرفته‌اند و بنابراین شرط گرادیان صفر را اعمال نموده‌اند [۱۶].

در این تحقیق از شرط مرزی گرادیان غلظت ذرات صفر در خروجی استفاده شده است.

درخصوص دمای گاز در ورودی، فرض انتقال حرارت هدایت به گازهای ورودی در بالادست جریان (رابطه ۸) مورد استفاده قرار گرفته است [۳۱].

$$\dot{m}C_{p,g}(T_{g,i} - T_g) = -k_g \frac{\partial T_g}{\partial x} \quad (8)$$

دمای خروجی گاز و دما در ناحیه ورودی و خروجی ماتریس متخلخل از روی معادله انفصالی انرژی به دست می‌آید. همچنین، می‌توان از شرط گرادیان دمای گاز صفر در خروجی نیز استفاده نمود که استفاده از آن به دلیل صرف‌نظر نمودن از تلفات تشعشعی گاز صحیح می‌باشد (معادله ۹).

$$\left. \frac{\partial T_g}{\partial x} \right|_{x=L} = 0 \quad (9)$$

شرایط مرزی مورد استفاده برای ماتریس متخلخل در ورودی و خروجی مشعل با توجه به معادله بقای انرژی فاز جامد عبارت است از:

$$G(\tau) = 2\pi[I_{b1}E_2(\tau) + I_{b2}E_2(\tau_L - \tau) + \int_0^\tau S(\tau')E_1(\tau - \tau')d\tau' + \int_\tau^{\tau_L} S(\tau')E_1(\tau' - \tau)d\tau'] \quad (14)$$

$$E_n(x) = \int_1^\infty e^{-xt} \frac{dt}{t^n} = \int_0^1 \mu^{n-2} e^{-\frac{x}{\mu}} d\mu \quad (15)$$

$$S(\tau) = (1 - \omega)I_b(\tau) + \frac{\omega}{4\pi}G(\tau) \quad (16)$$

حل این دسته معادلات نیازمند توجه خاصی می‌باشد. اولاً معادله (۱۴) به صورت ضمنی نسبت به $G(\tau)$ بیان شده است و ثانياً در ابتدا و انتهای حدود انتگرال‌ها نقاط تکین^۱ موجود می‌باشند. برای حل، ابتدا تابع $G(\tau)$ که در معادله (۱۶) ظاهر شده است توسط یک حدس اولیه تخمین زده می‌شود و سپس انتگرال‌های معادله (۱۴) به صورت عددی حل می‌گردند. روش مرسوم برای حل عددی چنین انتگرال‌هایی استفاده از مربعات گوسی^۲ روش گوس کرونرود^۳ است. در این روش، مقدار تقریبی که با استفاده از مربعات گوسی روی n نقطه به دست آمده است با اضافه نمودن $n+1$ نقطه جدید و استفاده از اطلاعات تقریب مرتبه پایین قبلی (در مجموع $2n+1$ نقطه) به مرتبه بالاتری از دقت خواهد رسید. خطای انتگرال‌گیری نیز با مشخص نمودن اختلاف بین مقدار به دست آمده از فرمولبندی n نقطه‌ای و مقدار به دست آمده از فرمولبندی $2n+1$ نقطه به دست خواهد آمد. در ادامه تابع جدید $G(\tau)$ به عنوان حدس تصحیح شده در معادله (۱۶) قرار گرفته و فرایند حل تا زمانی که اختلاف بین مقدار جدید و قبلی $G(\tau)$ به کمتر از 10^{-6} برسد، ادامه خواهد یافت.

۵- نتایج

از آنجا که هدف اصلی این تحقیق بررسی دقت محاسبه ترم واگرایی تشعشع در معادله انرژی فاز جامد مشعل متخلخل می‌باشد، در تمامی حالت‌های ارائه شده، با نسبت هم ارزی $0/9$ مخلوط هوا و متان به عنوان مخلوط احتراق در نظر گرفته شده است. همچنین، از سینتیک اسکلتی با 30 گونه شیمیایی، که بر پایه GRI-3.0 توسعه داده شده است [۳۵]، برای شبیه‌سازی احتراق استفاده می‌شود. از آنجا که معادله انرژی ماتریس جامد

به دقت مورد نظر جواب‌ها ادامه می‌یابد. سیستم دستگاه معادلات جبری با استفاده از الگوریتم بهبودیافته نیوتن میراشونده حل می‌گردد [۳۲]. چنانچه این الگوریتم نتوانست به سمت جواب همگرا شود، یک نقطه شروع جدید یا حدس اولیه جدید با استفاده از یک پیشروی زمانی به دست می‌آید و سپس مراحل الگوریتم تکرار می‌گردد؛ به بیان دیگر حدس اولیه کلید همگرایی این روش می‌باشد.

در این محاسبات، دمای نقطه‌ای از ناحیه پیش‌گرمایش ثابت (1075 K) فرض شده است و با توجه به آن دیگر پارامترها محاسبه می‌شوند. برای رسیدن به جواب از شبکه تطبیق‌یابنده استفاده شده است. این شبکه محاسبه از تعداد 10^5 نقطه شروع شده و تا رسیدن به دقت 10^{-5} در خصوص کلیه پارامترهای وابسته مانند غلظت ذرات یا دمای گاز بین 800 تا 900 نقطه به شبکه محاسباتی، در نقاطی که گرادیان پارامترها شدید است، اضافه می‌گردد [۳۳].

برای حل عددی معادله انتقال تشعشع از روش‌های عددی جهت‌های مجزا و احجام محدود استفاده شده و نتایج به دست آمده به وسیله روش حل تحلیلی اعتبارسنجی شده‌اند. در روش جهت‌های مجزا، برای حل معادله تبادل حرارت تشعشع آن را به n معادله که هر کدام برای جهت $\hat{\delta}_i$ نوشته شده تبدیل می‌کنیم و معادله تبادل حرارت تشعشعی تبدیل شده دستگاه معادلات n معادله و n مجهول می‌شود. جهت $\hat{\delta}_i$ انتخاب شده در این روش به صورت دلخواه می‌باشد، ولی می‌بایست دارای تقارن باشند و شرایط به خصوصی را ارضاء کنند. برای هر یک از جهات انتخاب شده یک ضریب وزنی در نظر گرفته می‌شود و با استفاده از ضریب وزنی جملاتی که به صورت انتگرال است به مجموع تبدیل می‌گردند.

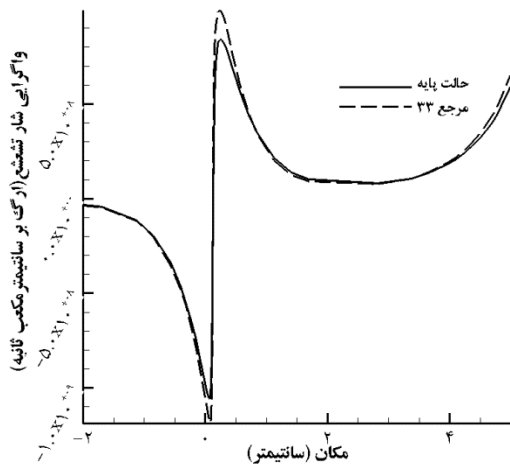
جزئیات روش احجام محدود برای مختصات کارتیزین در مرجع [۳۴] آورده شده است. به طور کلی در این روش از معادله تبادل حرارت تشعشعی ابتدا روی زاویه کنترل فضایی برای منفصل‌سازی زاویه‌ای و سپس روی حجم کنترل مکانی برای منفصل‌سازی مکانی انتگرال‌گیری می‌شود.

حل تحلیلی معادله تبادل حرارت تشعشع برای مختصات کارتیزین یک‌بعدی به صورت معادلات (۱۳) تا (۱۶) ارائه شده است [۲۹].

$$\frac{dq}{d\tau} = (1 - \omega)(4\pi I_b - G(\tau)) \quad (13)$$

1. Singularity
2. Gauss Quadrature
3. Gauss-Kronrod

باشد و بنابراین، برای اینکه تخمین دقیقی از توزیع دما در فاز جامد به دست آید، می‌بایست نرخ دقیق انتقال حرارت همرفتی درون حفره‌های محیط متخلخل تعیین گردد. برای آنکه اهمیت این موضوع مشخص گردد، مقایسه‌ای بین واگرایی شار تشعشعی، در حالتی که تمامی پارامترها ثابت ولی ضریب انتقال حرارت حجمی از مرجع [۳۶] محاسبه شده، ارائه گردیده است. همان‌گونه که در شکل ۳ مشاهده می‌گردد، اندازه بزرگی ضریب انتقال حرارت حجمی به صورت قابل توجهی توزیع دمای فاز جامد را تحت تاثیر قرار داده و در نتیجه اختلاف چشمگیر گرادیان، که در بیشترین اختلاف به حدود ۱۸ درصد می‌رسد، را نشان می‌دهد.



شکل ۳ مقایسه اثر ضریب انتقال حجمی بر مقدار محاسبه شده واگرایی تشعشعی

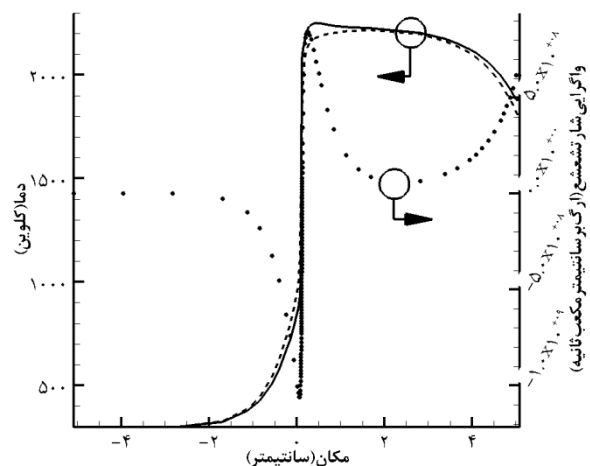
۷- مقایسه روش‌های حل معادله انتقال تشعشع در مشعل تک‌لایه‌ای

همان‌گونه که اشاره شد، روش‌های مختلفی برای حل معادله انتقال تشعشع پیشنهاد شده است و برخی از آن‌ها توسط محققان برای مدل‌سازی مشعل متخلخل مورد استفاده قرار گرفته است. در این بخش مقایسه‌ای بین دقت روش‌های مختلف به کار رفته در تحقیقات گذشته و حل دقیق معادله انتقال تشعشع ارائه شده است. در ابتدا مشعل متخلخلی که از یک لایه تشکیل شده است برای مقایسه تمامی روش‌های مورد نظر مورد بررسی قرار گرفته است و سپس روشی که خطای آن در حد قابل قبول می‌باشد، در مشعل متخلخل دولایه‌ای نیز مورد بررسی

با فاز گاز توسط ترم $H_v(T_g - T_s)$ مربوط می‌شوند و با توجه به اینکه دقت محاسبه واگرایی تشعشع در معادله انرژی جامد اثر خود را روی دمای جامد (T_s) نشان می‌دهد، در ابتدا به بررسی اثر تغییر ضریب انتقال حرارت حجمی بین دو فاز گاز و جامد پرداخته شده و سپس روش‌های مختلف محاسبه واگرایی تشعشع بررسی می‌گردند. در تمامی حالت‌های پایه از تقریب Sg و ضریب جابه‌جایی 10^4 ($W/m^3.K$) استفاده شده است.

۶- شبیه‌سازی عددی

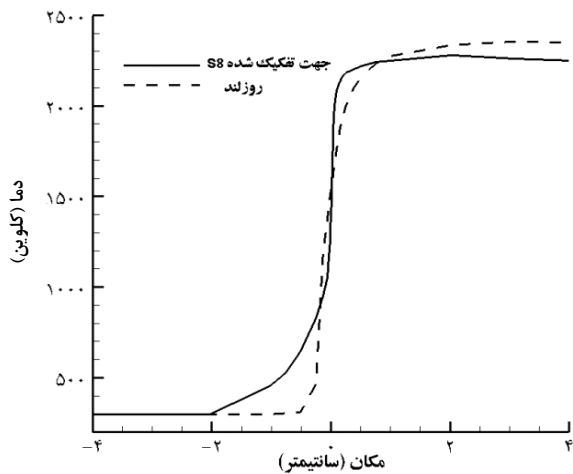
نتایج حل عددی برای جمله واگرایی تشعشعی در معادله انرژی جامد، به دلیل آنکه شرایط مرزی در خروجی تبادل حرارت با محیطی در دمای ۳۰۰ کلوین در نظر گرفته شده است، پس از جبهه شعله و در نزدیک خروجی مشعل افزایشی را نشان می‌دهد. در شکل ۲ تغییرات دما در طول مشعل تک‌لایه‌ای و همچنین واگرایی تشعشع، که ترم چشمه معادله بقای انرژی فاز جامد می‌باشد، نشان داده شده‌اند. با توجه به خواص تشعشعی محیط متخلخل، مانند ضریب خاموشی و تفرق، تا دو سانتی‌متر پس از جبهه شعله دمای فاز جامد، به واسطه کسب حرارت از گازهای حاصل از احتراق، در حال افزایش می‌باشد و سپس، به دلیل افزایش سهم تشعشع به محیط خارج، کاهش می‌یابد.



شکل ۲ پروفیل دمای فازهای جامد و گاز در مشعل متخلخل و واگرایی شار تشعشعی فاز جامد

با توجه به آنچه ذکر شد، مقدار ضریب انتقال حرارت حجمی بین دو فاز می‌تواند در پروفیل دمای فاز جامد تاثیرگذار

البته همان‌گونه که از شکل‌ها مشاهده می‌گردد، در ابتدای مشعل خطای محاسباتی بسیار بیشتر است که دلیل آن را می‌توان در فاصله شبکه محاسباتی که درشت می‌باشد دانست. شایان ذکر است که در روش حل، با توجه به گرادیان هر یک از مجهولات معادلات حاکم در شبکه محاسباتی، تعداد نقاط به صورت تطبیق‌یابنده اضافه یا کاهش می‌یابد و از آنجا که این گرادیان در ابتدای مشعل ناچیز است، شبکه محاسباتی در آنجا درشت‌تر می‌باشد. به هر حال، به دلیل آنکه شار تشعشع از لحاظ عددی مقدار قابل توجهی در ابتدای مشعل نمی‌باشد، این میزان از خطا برای ناحیه ابتدای مشعل در شبیه‌سازی، تاثیری بر نتایج حل عددی نمی‌گذارد.



شکل ۴ مقایسه دمای جامد محاسبه‌شده توسط تقریب روزلند با تقریب جهت‌های تفکیک‌شده

قرار خواهد گرفت. هندسه مشعل متخلخل دولایه‌ای با در نظر گرفتن دو جنس متفاوت از سرامیک متخلخل جدول ۱ با طول یکسان در نظر گرفته شده است که عمدتاً سرامیک اول نقش پیش‌گرمکن مخلوط احتراقی را به‌عهده دارد و شعله نیز در حدفاصل بین دو ماده متخلخل پایدار شده است.

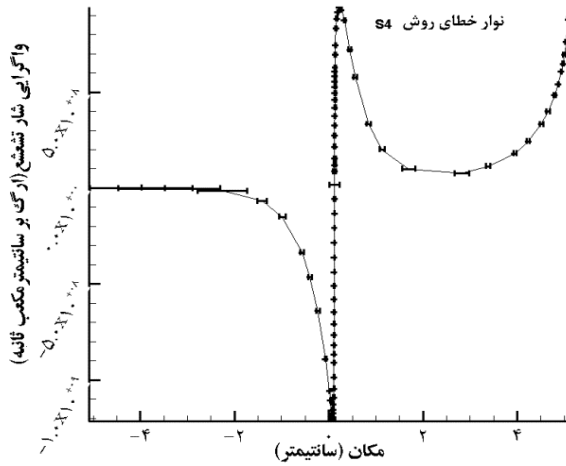
نتایج به‌دست آمده از تقریب روزلند نشان داده است که در مدلسازی مشعل متخلخل دارای دقت مناسبی نمی‌باشد. در شکل ۴ مقایسه‌ای بین دمای جامد محاسبه‌شده توسط این روش و روش جهت‌های تفکیک‌شده در مشعل متخلخل تک‌لایه‌ای مورد نظر انجام شده است. همان‌گونه که مشاهده می‌گردد، طول ناحیه پیش‌گرمایش در تقریب روزلند بسیار کوتاه‌تر به‌دست آمده است و این موضوع بر تخمین دقیق عملکرد مشعل مانند سرعت شعله و نرخ تولید آلاینده‌ها بسیار تاثیرگذار است.

در ادامه مقایسه‌ای بین روش تقریب جهت‌های تفکیک‌شده با روش حل دقیق معادله انتقال تشعشع آورده شده است. برای تبیین دقیق مقدار خطای روش حل، مقدار اختلاف بین مقدار محاسبه‌شده و مقدار دقیق ترم واگرایی روش تحلیلی در هر یک از نقاط شبکه محاسباتی بیان شده است. شکل‌های ۵ تا ۸ بیانگر مقدار خطای روش تقریب جهت‌های تفکیک‌شده در محاسبه ترم چشمه تشعشع در معادله بقای انرژی فاز جامد مدل مشعل متخلخل می‌باشند. روش S_2 را می‌توان معادل روش دوشار دانست [۲۹]. مقدار خطای این روش نسبت به حل دقیق به طور متوسط حدود ۱۴ درصد می‌باشد.

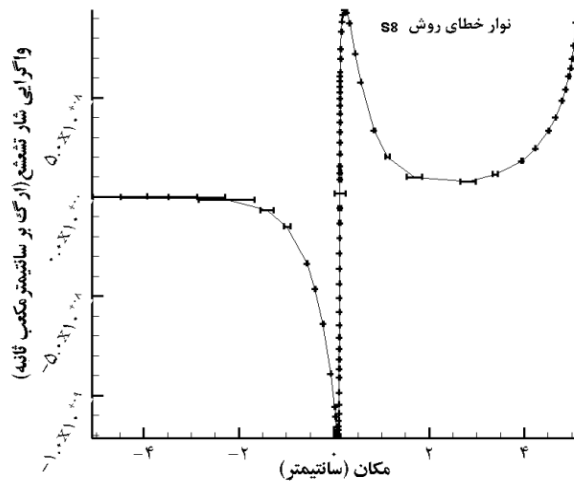
جدول ۱ مشخصات محیط متخلخل مورد استفاده در مشعل

مشعل دولایه‌ای		مشعل تک‌لایه‌ای	نوع محیط متخلخل تخلخل ضریب خاموشی (cm^{-1}) ضریب هدایت حرارتی (W/m.K) آلبدو
بالادست جریان (ناحیه پیش‌گرمایش)	پایین دست جریان (ناحیه واکنش)		
PSZ with 3.9 PPC	PSZ with 26.5 PPC	PSZ with 3.PPC	
۰/۸۷	۰/۸۳۵	۰/۸۳۵	
۰/۵	۱۰/۰	۲/۷	
۰/۱	۰/۲	۰/۲	
۰/۸	۰/۸	۰/۸	
	۱۰ ^۸		ضریب انتقال حرارت حجمی ($\text{W/m}^3.\text{K}$)
	۰/۹		ضریب صدور تشعشع
	۵۵۶		دانسیته (kg/m^3)
	۸۲۴		ظرفیت ویژه حرارت (J/kg.K)

نتیجه گرفت که روش S_8 مناسب‌ترین روش از میان انواع روش‌های جهت‌های تفکیک‌شده است.



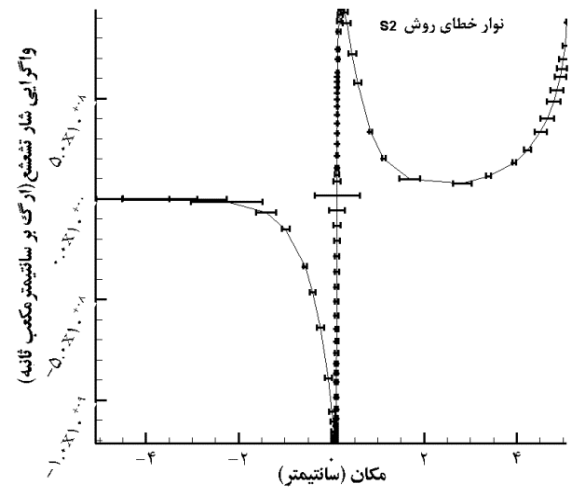
شکل ۶ مقدار خطای تقریب S_4 جهت‌های تفکیک‌شده در محاسبه واگرایی شار تشعشعی



شکل ۷ مقدار خطای تقریب S_8 جهت‌های تفکیک‌شده در محاسبه واگرایی شار تشعشعی

روش احجام محدود در مدل‌سازی تشعشع نیز یکی از روش‌هایی است که کاربرد گسترده‌ای یافته است. مهم‌ترین مزیت این روش نسبت به روش جهت‌های تفکیک‌شده را می‌توان در توانایی آن برای مدل‌سازی هندسه‌های نامنظم دانست. از آنجا که مشعل مورد نظر این تحقیق یک‌بعدی در نظر گرفته شده است و با توجه به نتایج به‌دست آمده از محاسبات، تفاوت قابل ملاحظه‌ای بین نتایج جهت‌های تفکیک‌شده و روش

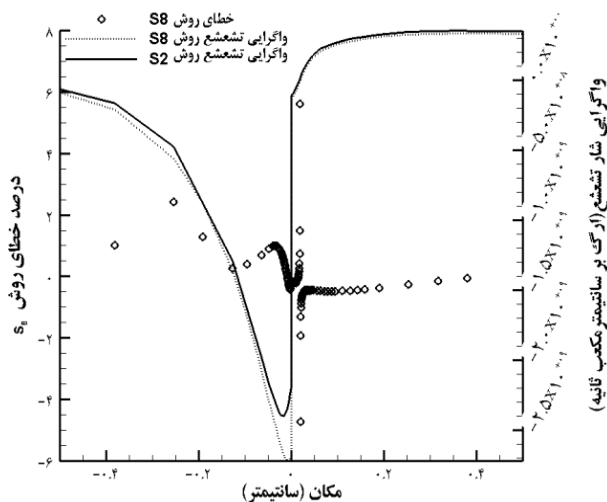
با توجه به نتایج به‌دست آمده، استفاده از روش S_2 ، به دلیل خطایی که به همراه دارد، مناسب شبیه‌سازی مشعل متخلخل نمی‌باشد. به عنوان مثال، استفاده از این روش در تعیین سرعت شعله در مشعل تک‌لایه‌ای مورد نظر آن را $1/2$ درصد بیشتر از میزان تخمین زده شده $90/17$ سانتی‌متر بر ثانیه که از حل تحلیلی به‌دست آمده است، گزارش داده است. نویسندگان این تحقیق پیشنهاد می‌کنند که از تعداد جهت‌های بیشتری مانند S_4 و S_8 برای شبیه‌سازی رفتار مشعل متخلخل استفاده گردد.



شکل ۵ مقدار خطای تقریب S_2 جهت‌های تفکیک‌شده در محاسبه واگرایی شار تشعشعی

روش S_4 دارای خطای محاسبه‌ای در حدود ۵ درصد برای ترم چشمه تشعشعی بوده است که می‌تواند مورد قبول باشد، اما به دلیل آنکه در تحقیق حاضر خواص تشعشعی مشعل ثابت می‌باشد، نمی‌توان تضمینی برای حفظ این میزان خطا در سایر حالات پیش‌بینی نمود. بررسی بیشتر در این خصوص ثابت نموده است که با تغییر خصوصیات مشعل مقدار خطا می‌تواند افزایش یابد. به عنوان نمونه، در مدل‌سازی مشعل متخلخل دولایه‌ای مقدار خطا به دو برابر در حدفاصل بین دو لایه افزایش یافته است. بنابراین، پیشنهاد می‌گردد چنانچه دقت تضمین شده‌ای مدنظر باشد، باید از تعداد تقریب دقیق‌تری در حل معادله انتقال تشعشع استفاده نمود. دقت محاسباتی S_8 در حدود ۱ درصد و روش S_{12} در حدود ۰/۵ درصد مشاهده شده است. از آنجا که کاهش میزان خطای روش S_{12} نسبت به روش S_8 با توجه به زمان محاسبات ارزش چشم‌گیری ندارد، می‌توان

مقایسه روش جهت‌های تفکیک‌شده با یکدیگر نتایج به‌دست آمده از مشعل متخلخل تک‌لایه‌ای را تایید نموده است. به عنوان نمونه، در شکل ۹ روش S_8 دارای حداکثر خطای ۶ درصد در حفاصل بین دو لایه و خطای متوسطی در حدود ۱ درصد در سایر نقاط می‌باشد، در حالی که این مقدار خطا برای روش S_2 بسیار بیشتر به‌دست آمده است. در مقایسه انجام‌شده روش S_2 با حل تحلیلی در ناحیه پیش‌گرمایش قبل از جبهه شعله خطایی در حدود ۱۳ درصد را نشان می‌دهد و بیانگر این موضوع است که نتایج تحلیل از این روش تقریب برای معادله انتقال تشعشع قابل اطمینان نمی‌باشد.

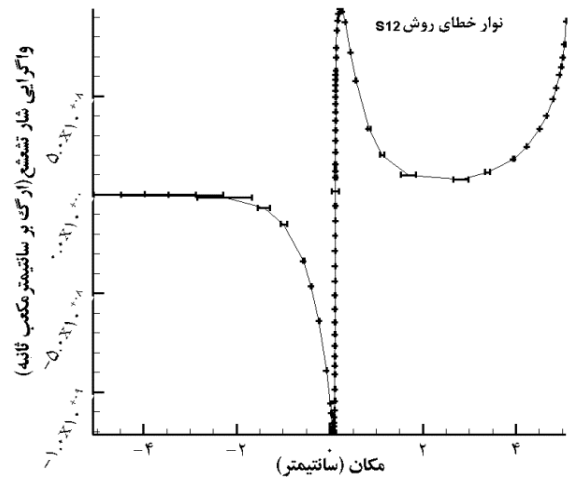


شکل ۹ مقدار خطای تقریب S_8 در محاسبه واگرایی شار تشعشعی و مقایسه آن با روش S_2 در مشعل دولایه‌ای

۶- جمع‌بندی

با توجه به روش‌های متعددی که برای حل عددی ترم چشمه حاصل از انتقال حرارت تشعشع در معادله انرژی مدل مشعل متخلخل پیشنهاد شده است، بررسی جامعی روی انواع روش‌های مبتنی بر جهت‌های تفکیک‌شده و احجام محدود انجام پذیرفت. نتایج به‌دست آمده از تقریب عددی با حل تحلیلی معادله انتقال حرارت تشعشع مورد مقایسه قرار گرفته و میزان انحراف از آن در پیش‌بینی عددی عملکرد مشعل متخلخل ارائه گردیده است. روش روزلند و همچنین روش دوشار دارای خطای قابل ملاحظه‌ای در حدود ۱۴ درصد در مشعل تک‌لایه‌ای بوده‌اند و استفاده از آن‌ها برای مدلسازی

احجام محدود مشاهده نگردیده و در تمامی حالات رفتار یکسانی از لحاظ میزان خطا در مقایسه با حل تحلیلی به‌دست آمده است. بنابراین، می‌توان نتیجه گرفت که رفتار روش احجام محدود و جهت‌های تفکیک‌شده در مشعل مورد نظر کاملاً شبیه به هم می‌باشد.



شکل ۸ مقدار خطای تقریب S_{12} جهت‌های تفکیک‌شده در محاسبه واگرایی شار تشعشعی

۸- مقایسه روش‌های حل معادله انتقال تشعشع در مشعل دولایه‌ای

در بخش قبل نتیجه گرفته شد که حل معادله تشعشع از روش جهت‌های تفکیک‌شده با استفاده از روش S_8 دارای دقت قابل قبولی در مقایسه با سایر روش‌های بررسی شده می‌باشد. در این بخش، این نتیجه‌گیری در مشعل متخلخلی که از دو لایه تشکیل شده است مورد بررسی قرار خواهد گرفت.

چگونگی اعمال شرایط مرزی بین دو لایه تشکیل‌دهنده مشعل متخلخل یکی از موارد بحث‌برانگیز بوده است. در این زمینه پیشنهادات گوناگونی ارائه شده است که از آن جمله می‌توان به مراجع [۱۲] و [۳۰] اشاره نمود. در بررسی‌های به‌عمل آمده، مشخص شد که تفاوتی بین اعمال شرط مرزی برای هر یک از لایه‌ها به صورت مجزا و اعمال یکپارچه شرایط مرزی در ورودی و خروجی مشعل وجود ندارد، اما چنانچه ضریب انعکاس در مرز بین دو لایه قابل توجه باشد می‌بایست تمهیدات خاصی اندیشیده شود [۳۷].

τ	ضخامت خاموشی (-)
ϕ	نسبت تخلخل (-)
Φ	تابع فاز تفرق (-)
k	ضریب هدایت ($\text{Wm}^{-1}\text{K}^{-1}$)
λ	نسبت اختلاط سوخت و هوا (-)
$\dot{\omega}$	نرخ تولید مولی (-)
ω	نسبت تفرق (آلبدو) (-)
Ω	زاویه فضایی (Sr)

زیرنویس‌ها

b	جسم سیاه
g	گاز
i	ورودی
k	گونه‌های شیمیایی
o	خروجی
s	جامد

۹- مراجع

- [1] Mujeebu M. A., et al., "Trends in Modeling of Porous Media Combustion", *Progress in Energy and Combustion Science*, Vol. 36, No. 6, 2010, pp. 627-650.
- [2] Hsu P. f., Howell J. R., "Measurements of Thermal Conductivity and Optical Properties of Porous Partially Stabilized Zirconia", *Experimental Heat Transfer*, 1992, Vol. 5, No. 4, pp. 293-313.
- [3] Mohamad A. A., Ramadhani S., Viskanta R., "Modelling of Combustion and Heat Transfer in a Packed Bed with Embedded Coolant Tubes", *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol. 37, No. 8, 1994, pp. 1181-1191.
- [4] Brenner G., et al., "Numerical and Experimental Investigation of Matrix-Stabilized Methane/Air Combustion in Porous Inert Media", *Combustion and Flame*, Vol. 123, No. 1-2, 2000, pp. 201-213.
- [5] Bouma P. H., de Goey L. P. H., "Premixed Combustion on Ceramic Foam Burners", *Combustion and Flame*, 1999, Vol. 119, No. 1-2, pp. 133-143.
- [6] Bouma P. H., et al., "A Numerical and Experimental Study of the NO-Emission of Ceramic Foam Surface Burners", *Combustion Science and Technology*, Vol. 108, No. 1-3, 1995, pp. 193-203.
- [7] Fu X., Viskanta R., Gore J. P., "A Model for the Volumetric Radiation Characteristics of Cellular Ceramics", *International Communications in Heat*

مشعل متخلخل پیشنهاد نمی‌شود. روش جهت‌های تفکیک‌شده و روش احجام محدود دارای روند یکسانی در شبیه‌سازی یک‌بعدی بوده‌اند و با افزایش تعداد نقاط شبکه فضایی دقت آن‌ها نیز افزایش می‌یابد. از آنجا که افزایش تعداد معادلات حاصل از اعمال آن‌ها روی معادله دیفرانسیل انتقال تشعشع باعث افزایش هزینه محاسبات می‌گردد، بهترین انتخاب استفاده از روش S_8 در هر دو نمونه مشعل تک‌لایه‌ای و دولایه‌ای می‌باشد. روش تحلیلی برای تعیین میزان دقت تقریب‌های فوق‌الذکر به کار گرفته شده است، ولی از آنجا که استفاده از آن دارای هزینه محاسباتی بالایی است، برای مدلسازی عددی توصیه نمی‌گردد.

۷- علایم و نشانه‌ها

C_p	ظرفیت حرارت ویژه ($\text{Jkg}^{-1}\text{K}^{-1}$)
E_n	انتگرال نمایی مرتبه n (-)
G	تشعشع برخوردی (Wm^{-2})
h	ضریب انتقال حرارت جابه‌جایی (Wm^{-2})
H_v	ضریب انتقال حرارت حجمی (Wm^{-3}K)
I	شدت تشعشع ($\text{Wm}^{-2}\text{sr}^{-1}$)
\dot{m}	دبی جرمی (kgs^{-1})
q_r	شار تشعشعی (Wm^{-2})
T	دما (K)
U	سرعت محوری (ms^{-1})
V	سرعت دیفیوژن (ms^{-1})
x	محور طول مشعل (cm)
Y	کسر جرمی ($\text{molcm}^{-3}\text{s}$)

نشانه‌های لاتین

β	ضریب خاموشی (m^{-1})
\mathcal{E}	ضریب صدور (-)
k	ضریب هدایت ($\text{Wm}^{-1}\text{K}^{-1}$)
λ	نسبت اختلاط سوخت و هوا (-)
μ	کسینوس زاویه شار تشعشعی (-)
ρ	جرم حجمی (kgm^{-3})
σ	ثابت استفان بولتزمن ($\text{Wm}^{-2}\text{K}^{-4}$)
σ_a	ضریب جذب محیط فعال تشعشعی (m^{-1})
σ_s	ضریب تفرق محیط فعال تشعشعی (m^{-1})

- Heat and Mass Transfer*, Vol. 48, No. 2, 2005, pp. 331-339.
- [21] Mendes M. A. A., Pereira J. M. C., Pereira J. C. F., "On the Stability of Ultra-Lean H₂/CO Combustion in Inert Porous Burners", *International Journal of Hydrogen Energy*, Vol. 33, No. 13, 2008, pp. 3416-3425.
- [22] Keshtkar M. M., Gandjalikhan Nassab S. A., "Theoretical Analysis of Porous Radiant Burners under 2-D Radiation Field using Discrete Ordinates Method", *Journal of Quantitative Spectroscopy and Radiative Transfer*, Vol. 110, No. 17, 2009, pp. 1894-1907.
- [23] Malico I., Pereira J. C. F., "Numerical Study on the Influence of Radiative Properties in Porous Media Combustion", *Journal of Heat Transfer*, Vol. 123, No. 5, 2001, pp. 951-957.
- [24] Mendes M. A. A., Pereira J. M. C., Pereira J. C. F., "A Numerical Study of the Stability of One-Dimensional Laminar Premixed Flames in Inert Porous Media", *Combustion and Flame*, Vol. 153, No. 4, 2008, pp. 525-539.
- [25] Du L., Xie M., "Numerical Prediction of Radiative Heat Transfer in Reciprocating Superadiabatic Combustion in Porous Media", *Journal of Environmental Sciences*, Vol. 23, Supplement (0), 2011, pp. S26-S31.
- [26] El-Hossaini M. K., Maerefat M., Mazaheri K., "Numerical Investigation on the Effects of Pressure Drop on Thermal Behavior of Porous Burners", *Journal of Heat Transfer*, 2008, Vol. 130, No. 3, pp. 032601-5.
- [27] Maerefat M., Khosravy el-Hossaini M., Mazaheri K., "Numerical Modeling of Two-Dimensional Cylindrical Porous Radiant Burners with Sidewall Heat Losses", *Journal of Porous Media*, 2011, Vol. 14, pp. 317-327.
- [28] Vafai K., *Handbook of Porous Media*, New York, Taylor & Francis, 2005.
- [29] Modest M. F., *Radiative Heat Transfer*, New York, Academic Press, 2003.
- [30] Hsu P. F., Howell J. R., Matthews R. D., "A Numerical Investigation of Premixed Combustion within Porous Inert Media", *Journal of Heat Transfer-Transactions of the Asme*, Vol. 115, No. 3, 1993, pp. 744-750.
- [31] Leonardi S. A., Viskanta R., Gore J. P., "Analytical and Experimental Study of Combustion and Heat Transfer in Submerged Flame Metal Fiber Burners/Heaters", *Journal of Heat Transfer-Transactions of the Asme*, Vol. 125, No. 1, 2003, pp. 118-125.
- [32] Grcar J. F., *The Twopnt Program for Boundary Value Problems*, Sandia National Laboratories, 1992.
- and *Mass Transfer*, 1997, Vol. 24, No. 8, pp. 1069-1082.
- [8] Borodulya V. A., Kovensky V. I., "Radiative Heat Transfer between a Fluidized Bed and a Surface", *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 1983, Vol. 26, No. 2, pp. 277-287.
- [9] Sahraoui M., Kaviany M., "Direct Simulation vs Volume-Averaged Treatment of Adiabatic, Premixed Flame in a Porous Medium", *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 1994, Vol. 37, No. 18, pp. 2817-2834.
- [10] Hackert C. L., Ellzey J. L., Ezekoye O. A., "Combustion and Heat Transfer in Model Two-Dimensional Porous Burners", *Combustion and Flame*, 1999, Vol. 116, No. 1-2, pp. 177-191.
- [11] Hsu P. F., Evans W. D., Howell J. R., "Experimental and Numerical Study of Premixed Combustion within Nonhomogeneous Porous Ceramics", *Combustion Science and Technology*, 1993, Vol. 90, No. 1-4, pp. 149-172.
- [12] Diamantis D. J., Mastorakos E., Goussis D. A., "Simulations of Premixed Combustion in Porous Media", *Combustion Theory and Modelling*, Vol. 6, No. 3, 2002, pp. 383-411.
- [13] Mishra S. C., et al., "Heat Transfer Analysis of a Two-Dimensional Rectangular Porous Radiant Burner", *International Communications in Heat and Mass Transfer*, Vol. 33, No. 4, 2006, pp. 467-474.
- [14] Talukdar P., et al., "Heat Transfer Characteristics of a Porous Radiant Burner under the Influence of a 2-D Radiation Field", *Journal of Quantitative Spectroscopy and Radiative Transfer*, Vol. 84, No. 4, 2004, pp. 527-537.
- [15] Lammers F. A. de Goey L. P. H., "A Numerical Study of Flash Back of Laminar Premixed Flames in Ceramic-Foam Surface Burners", *Combustion and Flame*, 2003, Vol. 133, No. 1-2, pp. 47-61.
- [16] Sathe S. B., Peck R. E., Tong T. W., "A Numerical Analysis of Heat Transfer and Combustion in Porous Radiant Burners", *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol. 33, No. 6, 1990, pp. 1331-1338.
- [17] Henneke M. R., Ellzey J. L., "Modeling of Filtration Combustion in a Packed Bed", *Combustion and Flame*, Vol. 117, No. 4, 1999, pp. 832-840.
- [18] Barra A. J., Ellzey J. L., "Heat Recirculation and Heat Transfer in Porous Burners", *Combustion and Flame*, Vol. 137, No. 1-2, 2004, pp. 230-241.
- [19] Baek S. W., "The Premixed Flame in a Radiatively Active Porous Medium", *Combustion Science and Technology*, Vol. 64, No. 4-6, 1989, pp. 277-287.
- [20] Kayal T. K., Chakravarty M., "Combustion of Liquid Fuel Inside Inert Porous Media: an Analytical Approach", *International Journal of*

- NO Chemistry”, *Combustion and Flame*, Vol. 154, No. 4, 2008, pp. 761-774.
- [36] Viskanta X., Fu R., Gore J. P., “Measurement and Correlation of Volumetric Heat Transfer Coefficients of Cellular Ceramics”, *Experimental Thermal and Fluid Science*, Vol. 17, 1998, pp. 285-293.
- [37] Abhiram K. T. V. S., et al., “Multilayer Differential Discrete Ordinate Method for Inhomogeneous Participating Media”, *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol. 51, No. 9-10, 2008, pp. 2628-2635.
- [۳۳] معرفت م.، خسروی‌الحسینی م.، مظاهری ک.، "تحلیل عددی تاثیر ضرایب انتقال حرارت بر شبیه‌سازی عملکرد مشعل متخلخل"، *فنی و مهندسی مدرس*، ۳۱، ۱۳۸۷، صص ۳۷-۵۳.
- [34] Chai J. C., Lee H. S., Patankar S. V., “Finite-Volume Method for Radiation Heat-Transfer”, *Journal of Thermophysics and Heat Transfer*, Vol. 8, No. 3, 1994, pp. 419-425.
- [35] Lu T. Law C. K., “A Criterion Based on Computational Singular Perturbation for the Identification of Quasi Steady State Species: A Reduced Mechanism for Methane Oxidation with