مجله مهندسی مکانیک مدرس، فروردین 1395، دوره 16، شماره 1، ص‌ص 173-180

ماهنامه علمی پژوهشی

مهندسی مکانیک مدرس

mme.modares.ac.ir

# اثر پارامترهای موثر بر روی بهینه‌سازی سطوح گسترش یافته مبدل حرارتی هوا خنک با استفاده از تئوری ساختاری

**امیر مشرف دهکردی[1]، افشین احمدی ندوشن[2*]**

1- دانشجوی کارشناسی ارشد، مهندسی مکانیک، دانشگاه شهرکرد، شهرکرد

2- استادیار، مهندسی مکانیک، دانشگاه شهرکرد، شهرکرد

* شهرکرد، صندوق پستی 115، ahmadi@eng.sku.ac.ir

**اطلاعات مقاله**

مقاله پژوهشی کامل

دریافت: 07 مهر 1394

پذیرش: 04 آذر 1394

ارائه در سایت: 09 دی 1394

*کلید واژگان:*

بهینه‌سازی

مبدل حرارتی

تئوری ساختاری

هوا خنک

لوله- پره

**چکیده**

در کار حاضر بهینه‌سازی مبدل حرارتی هوا خنک با استفاده از تئوری ساختاری بژان و همچنین نرم‌افزار فلوئنت بررسی شده است. برای حل مسئله، دو محدودیت به صورت همزمان در فرایند بهینه‌سازی اعمال می‌شود: اول سطح لوله ثابت $A$ و دوم نسبت سطح تبادل حرارت کلی به سطح لوله ثابت $\varphi$. با استفاده از این دو قید و تئوری مذکور بهترین هندسه که هندسه‌ای متقارن از لوله و پره است به دست آمده و اثرات پارامترهایی همچون افت فشار، عدد استانتون، نسبت ضرایب انتقال حرارت جابجایی، نسبت ضرایب هدایت، تعداد پره‌ها و ... بررسی شد. برای لوله‌ای به طول 5.8 سانتی‌متر و شعاع 4.3 سانتی متر بهینه ترین نسبت قطر پره به قطر لوله 1.88 و بهینه‌ترین تعداد پره 7 عدد به دست آمد. سپس با استفاده از نرم‌افزار فلوئنت و کد نوشته شده در نرم‌افزار متلب هندسه به‌دست آمده از لحاظ ارتفاع پره‌ها و همچنین فواصل بین پره‌ها بررسی شد و با توجه به قیود در نظر گرفته شده، ساختاری انتخاب شد که انتقال حرارت از کلیه پره‌ها یکسان باشد. دیده شد که میزان انتقال حرارت باز هم بهینه‌تر شد و به میزان 6.2 درصد افزایش پیدا کرد.

# The effect of drastic parameters on optimization of developed layers in heat exchanger using constructural theory

Amir Mosharaf Dehkordi, Afshin Ahmadi Nodoshan*

Department of Mechanical Engineering, Shahrekord University, Shahrekord, Iran

* P.O.B. 115, Shahrekord, Iran, ahmadi@eng.sku.ac.ir

ARTICLE INFORMATION

Original Research Paper

Received 29 September 2015

Accepted 25 November 2015

Available Online 30 December 2015

*Keywords:*

Optimization

Heat Exchanger

Constructural theory

Air cooler

Finned-tube

ABSTRACT

In the present work, optimization of air-cooled heat exchanger using structural theory of Bejan using fluent software has been investigated. Two constraints are applied in the optimization process: the first one is to fix the overall area of heat exchanger, *A,* and second, the ratio of fraction of total heat exchange surface in the fixed pipe, $\varphi$. Using these two constraints and the aforementioned theories, the best geometry, which is a symmetric geometry of the tube and the fins, was obtained. Furthermore, the effect of parameters such as pressure, Stanton number, ratio of fraction of the convective heat transfer coefficients, ratio of fraction of the conductivity, and the number of fins, etc. was investigated. The results show that for tubular length of 5.8 cm and 4.3 cm radius, the fraction of optimal fins diameter to pipe diameter is 1.88 and the optimal number of fins is 7. By using software such as Fluent and Matlab, the fins height and the distance between the fins were investigated. According to structural constraints, a structure was selected such that heat transfer from all the fins are equal. It was observed that the amount of the heat transfer was optimized by 6.2%.

## 1- مقدمه

در سال‌های اخیر از پره‌ها برای بالا بردن راندمان تجهیزات حرارتی همچون مبدل‌ها به‌دلیل کاهش جرم و افزایش انتقال حرارت استفاده شده است. همچنین تحقیقات زیادی بر روی بهینه‌سازی ساختاری اجسام، گیاهان، جانداران و... صورت گرفته است. بژان [1]، نخستین بار در سال 1996 تئوری ساختاری را مطرح نمود. وی در کتاب‌هایش [2،1] به این نکته اشاره کرده است که نخستین‌بار در حالی‌که در تلاش برای حل مسئله مربوط به مینیمم‌سازی مقاومت حرارتی بین یک حجم با تولید حرارت و یک نقطه بود، ایده تئوری ساختاری به ذهنش خطور کرده است. بژان در بهینه‌سازی مسئله مذکور به یک شبکه درختی[1] دست یافت که هر عضو آن نتیجه از یک فرایند بهینه‌سازی است. به عبارت دیگر شبکه درختی حاصل و اجزای آن در ابتدا فرض نمی‌شوند، بلکه هر عضو آن نتیجه‌ای از بهینه‌سازی مقاومت حرارتی بین آن حجم و نقطه است. وی سپس نتیجه گرفت که هر شبکه درختی طبیعی دیگر

1- Tree Network

برای ارجاع به این مقاله از عبارت ذیل استفاده نمایید:

Please cite this article using:

A. Mosharaf Dehkordi, A. Ahmadi Nodoshan, The effect of drastic parameters on optimization of developed layers in heat exchanger using constructural theory, *Modares Mechanical Engineering,* Vol. 16, No. 1, pp. 173-180, 2016 (in Persian)

نیز به‌طور طبیعی نتیجه بهینه‌سازی عملکرد جریان میان یک حجم و نقطه است. با توجه به گستردگی شبکه‌های طبیعی درختی و با توجه به این‌که این ساختارها قابل استنتاج از هیچ قانون مشخصی نیستند، وی این فرض را مطرح ساخت که بهینه‌سازی پیکربندی‌ها می‌تواند به‌عنوان قانون جدیدی مطرح شود و آن را تئوری ساختاری نامید. تئوری ساختاری، دیدگاهی است که بیان می‌دارد تولید پیکربندی جریان، یک پدیده‌ی فیزیکی است که می‌تواند برمبنای یک اصل فیزیکی (تئوری ساختاری) استوار باشد. این تئوری بیان می‌کند که مسئله اساسی در تحلیل هر سیستم، ساختار فیزیکی و هندسی آن است و بهینه‌سازی این ساختار، مسیر حداکثر کردن کارایی کل آن سیستم می‌باشد [3]. در واقع این تئوری قبل از تحلیل عملکرد هر سیستم، بهینه‌سازی ساختار فیزیکی و هندسی آن را مقدم می‌داند. به این ترتیب تئوری ساختاری با توجه به هدف موردنظر، تحلیل جامعی از عملکرد سیستم با توجه به مقتضیات ساختار و هندسه ارائه می‌کند. تاکنون سیستم‌های بسیاری با روش تئوری ساختاری مورد آنالیز و بهینه‌سازی قرار گرفته‌اند. به‌عنوان مثال، می‌توان به طراحی و بهینه‌سازی پره‌های T-Y شکل توسط تئوری ساختاری اشاره کرد [5,4]. در این پژوهش‌ها، مقاومت حرارتی کل با توجه به محدود بودن میزان ماده مصرفی، حجم کل پره و حجم فضای خالی پره حداقل گشته، سپس نتایج تحلیلی حاصله با نتایج حاصل از حل عددی مقایسه شده است. همچنین طراحی ساختار بهینه برای سیستم‌های انرژی خورشیدی مورد استفاده در ساختمان‌ها و افزایش راندمان کلی سیستم با استفاده از تئوری گاز رقیق با افت کمینه و تعیین کمینه‌ی مقاومت حرارتی، از دیگر موارد استفاده از این تئوری جهت بهینه‌سازی است [6].

گستره‌ی کاربرد انتقال حرارت در صنعت، از خنک‌کاری ریزپردازنده‌ها تا فرآیندهای عظیم در صنایع پتروشیمی را در بر می‌گیرد. بژان و سیوبا [7] برای اولین‌بار از این تئوری برای چیدمان بهینه صفحات موازی که برای خنک‌سازی سیستم‌های الکترونیکی کاربرد دارد، استفاده کردند. آن‌ها با استفاده از روش تقاطع مجانب‌ها، فاصله‌ی بهینه صفحات را برحسب طول کانال $\frac{b_{\mathrm{opt}}}{L}$ و ماکزیمم انتقال حرارت به ازای واحد حجم را به‌صورت عبارتی از یک پارامتر بدون بعد به‌دست آوردند. این پارامتر بدون بعد به‌عنوان عدد بژان شناخته می‌شود. آن‌ها دریافتند که نرخ انتقال حرارت بیشینه با $\Delta p^{\frac{1}{2}}$، ضخامت مجموع صفحات $H$، بیشینه اختلاف دمای ممکن بین صفحات و دمای سیال ورودی نسبت مستقیم دارد. لازم به‌ذکر است که دمای صفحات و شار حرارتی نیز یکنواخت در نظر گرفته شد. نتایج حاکی از این بود که شرایط دمایی سطح (دمای یکنواخت و شار یکنواخت) کم‌ترین تأثیر را بر فاصله‌ی بهینه و نرخ انتقال حرارت بیشینه دارد.

سلیم‌پور و همکاران [8] انتقال حرارت را در آرایه‌ای از کانال‌های دایره‌ای و غیردایره‌ای با حجم و افت فشار ثابت بررسی کردند. شکوهمند و جلیلی [9] اثرات هدایت گرمایی بین لوله‌های یک مبدل حرارتی لوله– پره را مورد بررسی قرار دادند. آن‌ها دریافتند انتقال حرارت هدایتی پره‌ها نه تنها انتقال حرارت با سیال بیرون لوله‌ها را افزایش می‌دهد؛ بلکه هدایت حرارتی از یک لوله به لوله مجاور آن را نیز موجب می‌شود.

شکوهمند و همکاران [10] به بررسی بهینه‌سازی لوله پره‌دار با استفاده از تئوری ساختاری پرداختند لوله در نظر گرفته شده در تحقیق ایشان با پره‌های حلقوی مجهز شده بود. هدف شکل‌گیری هندسه برای به حداقل رساندن مقاومت حرارتی کلی بود. پارامترهای هندسی و فیزیکی- حرارتی که در نظر گرفته شده بود، تعداد پره، نسبت ارتفاع باله به قطر لوله، نرخ هدایت پره به هدایت هوا، نرخ هدایت مایع درون لوله به هدایت هوا و افت فشار بدون بعد بودند. ایشان دو محدودیت در فرایند بهینه‌سازی اعمال کردند: حجم کلی ثابت مبدل حرارتی و کسر حجمی ثابت از مواد پره. وی با استفاده از این تئوری یک هندسه بهینه از لوله و پره را به دست آورد که در این هندسه تعداد پره‌ها بهینه شد. همچنین بژان و آل‌ابراهیم [11] نیز با استفاده از تئوری ساختاری با در نظر گرفتن کسر حجمی ثابت از پره یک مبدل پره دار را از حیث ماکزیمم انتقال حرارت با محیط و همچنین تغییر دمای ایجاد شده در لوله با استفاده از تغییر در تعداد پره‌ها بهینه کردند. اشوک [12] به تجزیه و تحلیل قانون دوم ترمودینامیک در یک مبدل حرارتی لوله مارپیچ برای هر دو جریان آرام و مغشوش پرداختند. آن‌ها چهار پارامتر بدون بعد: عدد پرانتل، عدد دین، نرخ قطر تیوب و پارامتری که وظیفه تبادل گرما را به‌عهده دارد را ملاک کار خود قرار دادند. مشاهده شده است که برای مقادیر خاص عدد پراندل، عدد دین و پارامتر انتقال گرما یک نرخ قطر بهینه وجود دارد به‌طوری که نرخ تولید بی‌نظمی در حالت کمینه است. همچنین دریافتند که با افزایش عدد دین یا رینولدز مقدار بهینه نرخ قطر برای یک مقدار خاص از عدد پرانتل و پارامتر انتقال گرما کاهش می‌یابد. همچنین آن‌ها نشان دادند که در لوله مارپیچ مبدل با شرط مرزی شار ثابت، نسبت قطر سیم پیچ به لوله معیار مهمی است که باید در مقدار بهینه تنظیم شده باشد.

شیوداس و همکاران [13] به تحلیل انتقال حرارت از طریق آرایه فین با استفاده از همرفت طبیعی پرداخت. نتایج نشان دهنده انتقال حرارت طبیعی از آرایه‌های پره مستطیل شکل عمودی با بریدگی و بدون بریدگی را به صورت تجربی و نظری بررسی شد. همچنین علاوه بر شکاف، اشکال هندسی مختلفی را برای مقایسه و بهینه‌سازی تجزیه و تحلیل کردند. با استفاده از پره آلومینیومی به‌عنوان یک ماده متفاوت روی نرخ انتقال حرارت تحقیقات خود را ادامه دادند. وایز [14] بر روی بهینه‌سازی مبدل‌های حرارتی لوله- پره تحقیقاتی انجام داد. برخلاف سایر دانشمندان که معمولا اثرات فین را یک بعدی بررسی می‌کنند، اثرات فین را دوبعدی در نظر گرفت. او به این نتیجه رسید که نرخ تبادل حرارت فقط به ابعاد سطح دیواره، ضریب انتقال حرارت و اختلاف درجه حرارت بین سیال که صفحه و درجه حرات سطح صفحه را احاطه کرده است، بستگی ندارد بلکه سرعت هوای خارج، سرعت سیال داخل، شکل پره و ... نیز عوامل مهم هستند؛ چرا که پروفیل صفحه را تحت تاثیر جهت جریان قرار می‌دهند. همچنین تمام نتایج به دست آمده محاسبه شده با توجه به جریان هوا و انحراف جریان ناشی از سطح گسترش یافته و هندسه لوله، نسبت به روش‌های بهینه‌سازی دیگر بر این مزیت است که در آن دما دو بعدی در نظر گرفته می‌شود. همچنین اصلاح شکل پره و کاهش جرم، مقوله مهم دیگری است که باعث افزایش راندمان می‌شود.

بژان و لورنته [15] تحقیقات زیادی بر روی تئوری ساختاری تولید هندسه در طبیعت و مهندسی انجام دادند. یک نمونه از قانون ساختاری حرکت گردشی اتمسفر در مقیاس روزانه، که انتقال حرارت نسبت به عدد اکمن بهینه می‌شود، فراخوانده می‌شود هر چند این بهینه‌سازی ثانوی بر مبنای متغیرهای متفاوت بسیار زیادی است، در عمل نتایج مشابهی برای دمای سطح زمین و متغیرهای دیگر ایجاد می‌کند.

اچنده و بژان [16] با استفاده از نتایج کلیدی تئوری ساختاری پیش بینی فواصل بهینه نشان دادند که در طراحی مبدل‌های حرارتی به‌جای استفاده از دسته‌ای از استوانه‌های هم‌اندازه و هم‌فاصله بهتر است که از چیدمان استوانه‌ها با چندین قطر استفاده کنیم. آن‌ها نشان دادند که هر قطر و فاصله و هر دسته به افت فشار کلی بهینه می‌شود. هنگامی که $Be$ افزایش یابد همه فاصله‌ها کاهش خواهد یافت.

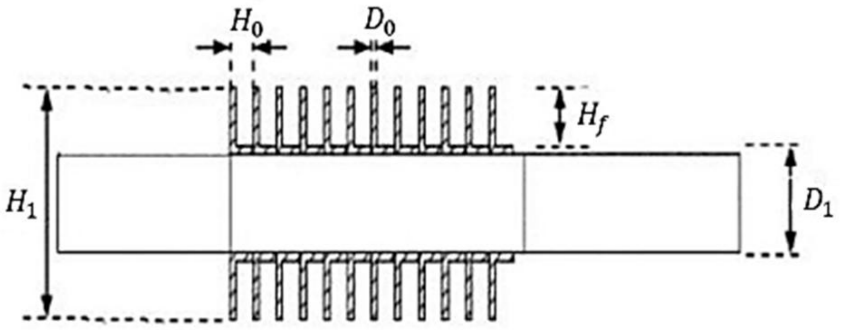


Fig. 1 Studied geometry

**شکل 1** هندسه مورد بررسی

## 2- بیان مسئله و حل عددی

کار حاضر از یک تیوب خالی با پره‌های حلقوی متصل شده بر روی آن تشکیل شده است که هدف پیدا کردن بهترین هندسه می باشد ( شکل 1).

منظور از بهترین هندسه، هندسه‌ای است که با توجه به دو قید: سطح لوله ثابت$A$ و نسبت سطح تبادل حرارت کلی لوله پره به سطح لوله ثابت $\varphi$، بتواند بیشترین تبادل حرارت با محیط بیرون را داشته باشد. در این تحقیق سیال داخلی آب، سیال خارجی هوا، جریان آرام و جنس پره‌ها از مس می‌باشد. با استفاده از دو لوله بلند در ابتدا و انتها جریان داخل لوله اصلی را کنترل شده و کاملاً" فراگیر کردیم. و سپس با استفاده از بی‌بعدسازی معادلات و نوشتن کد متلب، بیشترین تعداد پره بهینه بر روی لوله و پره مشخص شده، سپس برای صحت کد نوشته شده تحلیل نرم‌افزاری با استفاده از نرم‌افزار فلوئنت صورت می‌گیرد.

در بهینه سازی اول هندسه‌ای متقارن از لوله و پره‌ها به دست خواهد آمد. سپس با استفاده از مقادیر به دست آمده روی لوله و پره‌ها و نوشتن دستگاه معادلات در نرم‌افزار متلب و استفاده از معادله (17) و نامعادله (20) بهینه سازی را طوری انجام می‌دهیم که نرخ انتقال حرارت عبوری از اجزای هندسه یکنواخت گردد.

برای اعتبارسنجی نتایج تحلیلی، کار تحلیلی آقایان شکوهمند و محجوب [10] و برای اعتبارسنجی بخش نرم‌افزاری مرجع [17] مورد بررسی قرار گرفت.

## 3- معادلات حاکم بر مسئله

با توجه به روابط انتقال حرارت داریم:

$q_0$ انتقال حرارت روی یک پره است.

$$\frac{q_0}{\pi D_1 H_0} = h_1(T_s - T_\infty) \qquad (1)$$

$$q_0 = \eta\frac{\pi}{2}({H_1}^2 - {D_1}^2)h_0(T_s - T_\infty) + \pi D_1(H_0 - D_0)h_0(T_s - T_\infty) \qquad (2)$$

$\eta$ راندمان پره و تابعی بسل از مشخصات هندسی می‌باشد.

$$\eta = \text{function}\left[\left(\frac{H_1}{2} - \frac{D_1}{2}\right)\left(\frac{2h_0}{K_f D_0}\right)^{\frac{1}{2}}, \frac{H_1}{D_1}\right] \qquad (3)$$

$$\frac{T_m - T_\infty}{T_{mi} - T_\infty} = \exp\left(-\frac{\pi D_1 h_e}{\dot{m}C_p}x\right) \qquad (4)$$

$$q = \dot{m}C_p(T_{mi} - T_\infty)\left[1 - \exp\left(-\frac{\pi D_1 h_e}{\dot{m}C_p}\right)\right] \qquad (5)$$

با استفاده از مرجع [10]:

$$\frac{H_0 - D_0}{H1} \sim \left(\frac{\mu\alpha}{{H_1}^2\Delta P}\right)^{\frac{1}{4}} \qquad (6)$$

معادلات انتقال حرارت حاکم:

معادله پیوستگی به صورت معادله (7) است.

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0 \qquad (7)$$

معادله مومنتم در راستای $x$ به صورت معادله (8) است.

$$\rho\left(u\frac{\partial u}{\partial x} + v\frac{\partial u}{\partial y} + w\frac{\partial u}{\partial z}\right) = -\frac{\partial \bar{P}}{\partial x} + \mu\left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2}\right) \qquad (8)$$

معادله مومنتم در راستای $y$ به صورت معادله (9) است.

$$\rho\left(u\frac{\partial v}{\partial x} + v\frac{\partial v}{\partial y} + w\frac{\partial v}{\partial z}\right) = -\frac{\partial \bar{P}}{\partial y} + \mu\left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial z^2}\right) \qquad (9)$$

معادله مومنتم در راستای $z$ به صورت معادله (10) است.

$$\rho\left(u\frac{\partial w}{\partial x} + v\frac{\partial w}{\partial y} + w\frac{\partial w}{\partial z}\right) = -\frac{\partial \bar{P}}{\partial z} + \mu\left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial z^2}\right) \qquad (10)$$

معادله انرژی به صورت معادله (11) است.

$$\rho C_P\left(u\frac{\partial T}{\partial x} + v\frac{\partial T}{\partial y} + w\frac{\partial T}{\partial z}\right) = k\left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2}\right) \qquad (11)$$

## 4- بی بعدسازی معادلات حاکم

از آن‌جا که سطح به عنوان یک محدودیت ثابت در نظر گرفته شده است، ما $A^{1/2}$ را برای رسیدن به طول بدون بعد اعمال می‌کنیم. با استفاده از $h_O$ ضریب انتقال حرارت جابجایی هوا، ضرایب انتقال حرارت داخلی و خارجی و کلی بدون بعد می‌شوند. همچنین با استفاده از ضریب انتقال حرارت هدایتی هوا $k_O$،ضرایب هدایتی بی‌بعد شده‌اند. با استفاده از این متغیرهای بی‌بعد، معادلات بی‌بعد زیر بدست آمده است.

شرط محدود کننده اول بصورت فرمول (12) بیان می‌شود:

$$\hat{D}_1\hat{L} = \frac{1}{\pi} \qquad (12)$$

$$\frac{\hat{L}}{\hat{H}_0} = n \qquad (13)$$

$$\hat{H}_0 - \hat{D}_0 = C_1\hat{H}_1^{\frac{1}{2}} \qquad (14)$$

در فرمول (14) داریم:

$$C_1 = \Pi^{-\frac{1}{4}} \text{ و } \Pi = \frac{\Delta P A^{\frac{1}{2}}}{\mu\alpha}$$

$$\hat{h}_1 = \frac{\eta}{2\,\hat{D}_1\hat{H}_0}\left({\hat{H}_1}^2 - {\hat{D}_1}^2\right) + \left(1 - \frac{\hat{D}_0}{\hat{H}_0}\right) \qquad (15)$$

$$\eta = f\left[\frac{(\hat{H}_1 - \hat{D}_1)C_2}{(2\,\hat{D}_0)\,)^{\frac{1}{2}}}, \frac{\hat{H}_1}{\hat{D}_1}\right] \qquad (16)$$

در فرمول (16) داریم:

$$C_2 = \left(\frac{K_0}{K_f}\right)^{\frac{1}{2}}\Pi^{\frac{1}{2}}$$

شرط محدود کننده دوم در فرمول (17) بیان شده است:

$$\Phi = \frac{n\pi}{2}\left({\hat{H}_1}^2 - {\hat{D}_1}^2\right) + n\pi\hat{H}_1\hat{D}_0 + n\pi\hat{D}_1(\hat{H}_0 - \hat{D}_0) \qquad (17)$$

$$\hat{q} = \frac{\pi}{4}\frac{{\hat{D}_1}^2}{\text{St}}\left[1 - \exp\left\{-4\frac{\hat{h}_e}{\hat{D}_1}\text{St}\,\hat{L}\right\}\right] \qquad (18)$$

که در فرمول (18) داریم:

$$\text{St} = \frac{h_0}{P_i C_{P_i} U_i}$$

همچنین مقدار $h_e$ در فرمول (18) مطابق فرمول (19) است.

$$\frac{1}{h_e} = \frac{1}{h_i} + \frac{1}{h_1} \qquad (19)$$

ضریب انتقال حرارت بی‌بعد داخل لوله به‌صورت فرمول زیر بیان می‌شود

$$\hat{h}_i = 0.023\left\{\frac{\Pi^{0.5}\hat{D}_1}{\frac{K_i}{K_0}\text{Pr St}}\right\}^{0.8}\text{Pr}^{0.4}\,\frac{K_i}{K_0}\,/\,\left(\hat{D}_1\Pi^{0.5}\right) \qquad (20)$$

## 5- روش حل مسئله

در نرم‌افزار متلب برای حل معادلات از روش نیوتن با استفاده از کد دستوری

تابع "اف سالو"[1] استفاده شده است. به‌طورکلی روش نیوتن سریع‌تر از روش‌های تکراری دیگر نظیر نصف کردن یا وتری می‌باشد. زیرا همگرایی آن فوق خطی و از مرتبه دوم است. در این نرم‌افزار ابتدا یک حدس اولیه‌ای از مقادیر هندسی ($D_1$، $D_0$، $H_0$، $H_1$ و $L$) با استفاده از معادلات 12، 13، 14، 17 و 21 به‌دست آوردیم. سپس با استفاده از کد نوشته شده و حل دستگاه معادلات با استفاده از کد دستوری اف سالو میزان انتقال حرارت بی‌بعد را در ابعاد متمایز هندسه به‌دست آوردیم و از این مقادیر انتقال حرارت، میزان حداکثر انتقال حرارت را با توجه به محدودیت‌های گفته شده به‌دست آوردیم.

همچنین در نرم‌افزار فلوئنت، روشی که برای حل میدان سرعت استفاده شد به نام الگوریتم سیمپل مشهور است. این الگوریتم بیانگر روش نیمه ضمنی برای معادلات است. در این نرم‌افزار با استفاده از ابعاد استخراج شده از نرم‌افزار متلب و با استفاده از روش سیمپل و حلگر مبتنی بر فشار میزان انتقال حرارت را در کل هندسه به‌دست آوردیم. برای این‌که بتوانیم میزان انتقال حرارت تفکیک شده را بر روی هندسه به دست آوریم، برای هر پره یک ناحیه تعریف کردیم. سپس با توجه به میزان انتقال حرارت بر روی هر ناحیه و با استفاده از نرم‌افزار متلب و حل یک دستگاه معادلات یکبار فواصل بین پره‌ها و یکبار ارتفاع پره‌ها را با هدف یکنواخت‌سازی انتقال حرارت به صورت متمایز برای هر پره به دست آوردیم. و در نهایت با استفاده از نرم‌افزار فلوئنت مقدار انتقال حرارت کلی با استفاده از بهینه‌سازی ثانویه با بهینه‌سازی اولیه مقایسه شد.

## 6- شبکه و بررسی استقلال از شبکه

مدل‌سازی و شبکه‌بندی مسئله در نرم‌افزار گمبیت انجام شده است. به منظور بررسی دقیق، هندسه ساخته شده بایستی شبکه‌بندی مناسبی بر روی هندسه ایجاد گردد. نحوهٔ شبکه‌بندی در روش حل بسیار مؤثر است به گونه‌ای که هرگاه از شبکه‌بندی مناسب استفاده نشود باعث کندی روند و یا حتی واگرایی جواب‌ها می‌گردد. همان‌طور که در شکل 2 مشخص است برای ایجاد بهترین نوع مش دایره‌ها را با استفاده از خطوطی به چهارضلعی تقسیم کرده که بتوان مش مربعی[2] را در صفحه و به تبع آن مش مکعبی[3] را در حجم ایجاد کرد.

همان‌طور که در شکل 2 دیده می‌شود داخل لوله و پره و اطراف پره‌ها مش را ریزتر و هرچه به سمت محیط بیرون می‌رویم مش را درشت‌تر می‌کنیم که هزینه محاسبات خیلی بالا نرود. این شبکه‌بندی از لحاظ معیار بدترین انحراف زاویه‌ای[4] مورد بررسی قرار گرفت و دیده شد که این مقدار برابر 0.59 شد که مقدار خیلی خوبی است.

بررسی استقلال حل از شبکه معمولا با مطالعه چندین مقدار برای اندازه شبکه‌های مختلف انجام می‌شود و نتایج حل عددی برای مقادیر مختلف اندازه شبکه، بررسی شده و از یک تعداد شبکه به بعد نباید تغییر چندانی در نتایج، مشاهده شود. چون در پژوهش حاضر هدف ما حداکثر کردن میزان کل انتقال حرارت است، میزان انتقال حرارت دفع شده از هندسه به‌عنوان معیار برای شبکه‌بندی انتخاب شده است. شکل 3 وابستگی انتقال حرارت به مش را نشان می‌دهد. دیده شد که هرچه تعداد مش زیادتر باشد حل دقیق‌تر است.

در این پژوهش با تغییر تعداد سلول از 400000 تا 2700000 مشاهده شد که از تعداد 1400000 سلول به بالا میزان انتقال حرارت تغییر محسوسی نمی‌کند و زیاد کردن تعداد مش بیش از این مقدار فقط هزینه محاسبات را بالا می‌برد. پس در این پژوهش تعداد 1401025 سلول معیار کار در نظر گرفته شده است.

1- fsolve
2- map
3- cooper
4- Equiangle skew

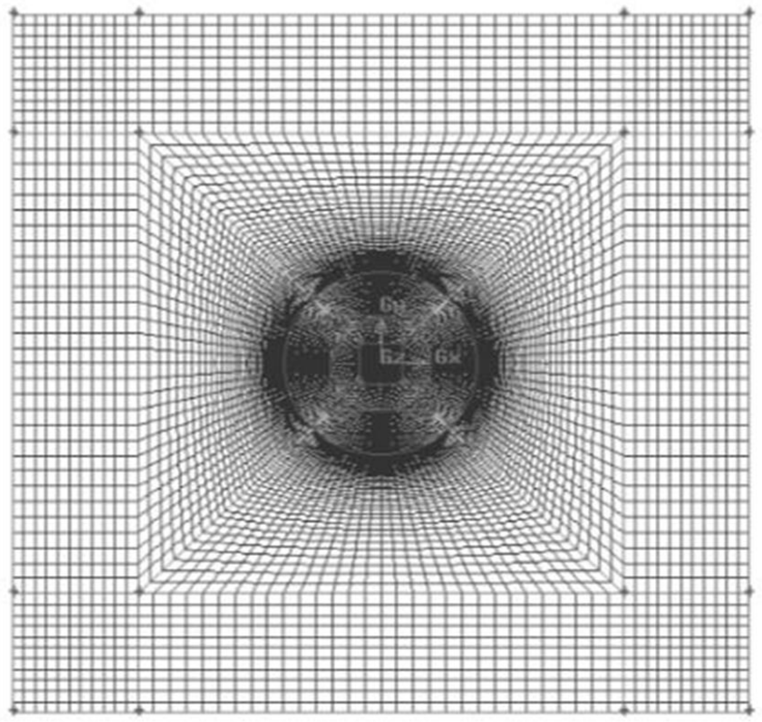

Fig. 2 Section mesh geometry

**شکل 2** مش مقطع هندسه

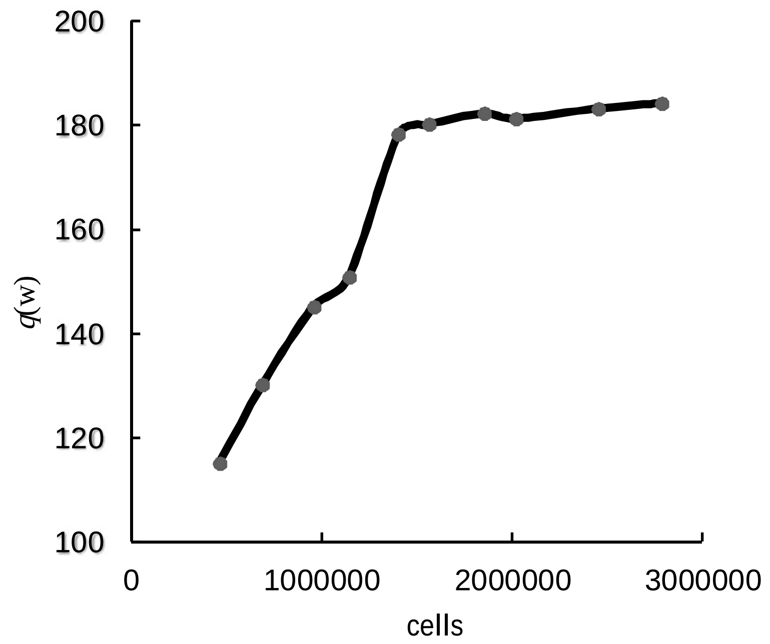


Fig. 3 Chart of heat transfer dependence on meshing

**شکل 3** نمودار میزان وابستگی انتقال حرارت نسبت به مش

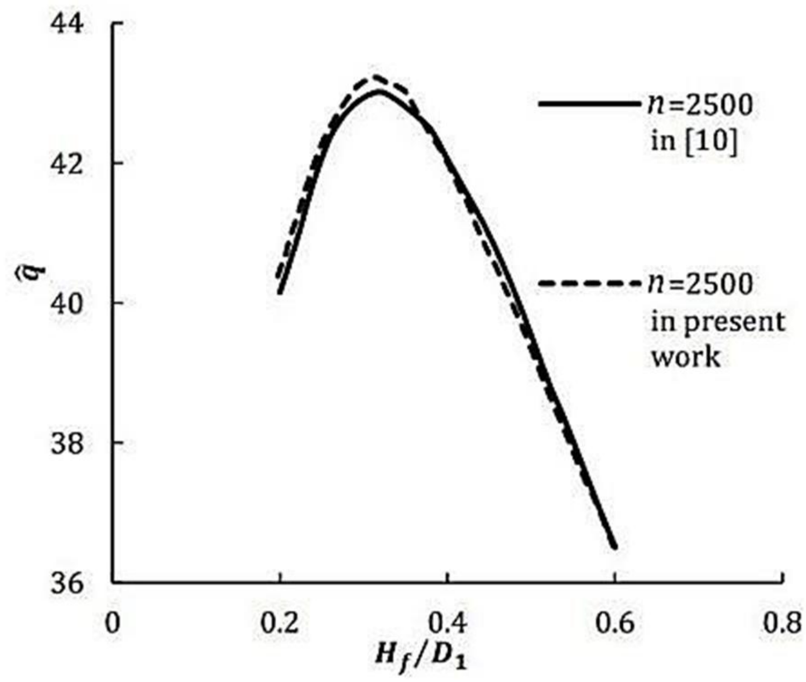


Fig. 4 Comparison of heat transfer in 2500 fins using written code of present work and reference [10]

**شکل 4** مقایسه میزان انتقال حرارت با استفاده از کد نوشته شده کار حاضر و مرجع [10] در 2500 پره

## 7- بررسی اعتبارسنجی

برای بررسی صحت کار انجام شده از مرجع [10] و [17] استفاده شده است.

در مرجع [10] بهینه‌سازی مبدل حرارتی را با استفاده از قیود حجم ثابت و نسبت حجم کل پره‌ها به حجم ثابت انجام دادند. شکل 4 دیاگرام به دست آمده با استفاده از کد متلب نوشته شده صحت کار را تایید می‌کند. در جدول 1 و 2 نتایج در تعداد پره‌های 2500 و 4000 آورده شده که با تقریب خوبی با کار حاضر شبیه است. دیده شد که بیشینه خطا کمتر از 1.23 درصد است.

برای اعتبارسنجی نرم‌افزار فلوئنت از مرجع [17] استفاده شده است. که در این مرجع انتقال حرارت یک سیلندر آلومینیومی در تعداد مختلف پره بررسی شده است. شکل 5 به مقایسه انتقال حرارت بین کار حاضر و مرجع [17] می‌پردازد. در این نمودار مقدار خطای بیشینه 0.98 درصد است.

## 8- بحث و نتایج

### 8-1- نتایج با استفاده از نرم‌افزار متلب

با استفاده از شرط پره‌های بلند [10] داریم $0.7>H_f/D_1>0.2$ در نتیجه:

$$2.4<\hat{H}_f/\hat{D}_1<1.4 \qquad (21)$$

معادله بالا مرزهای بالایی و پایینی $\hat{H}_1$را نشان می‌دهد. این به این معنی است که مقدارآن را نمی‌توان به دلخواه بالا یا پایین آورد.

ابتدا با استفاده از نرم‌افزار میپل و معادلات (12) تا (14) ومعادله (17) و نامعادله (21) یک حدس اولیه‌ای برای مجهولات هندسی ($\hat{H}_1$ قطر بدون بعد پره، $\hat{D}_1$ قطر بدون بعد لوله، $\hat{H}_0$ گام بدون بعد، $\hat{D}_0$ ضخامت بدون بعد پره، $\hat{L}$ طول بدون بعد لوله) به دست می‌آوریم.

**جدول 1** مقایسه میزان انتقال حرارت کار حاضر و مرجع [10] در 2500 پره

Table **1** Comparison of heat transfer in 2500 fins between present work and reference [10]

| $H_f/D_1$ | $\hat{q}$ in [10] | q̂ in present work | Error percent |
|---|---|---|---|
| 0.3 | 42.9277 | 43.1 | 0.4 |
| 0.4 | 42.0482 | 41.95 | 0.23 |
| 0.5 | 39.5344 | 39.36 | 0.414 |
| 0.6 | 36.502 | 36.52 | 0.05 |

**جدول 2** مقایسه میزان انتقال حرارت کار حاضر و مرجع [10] در 4000 پره

Table **2** Comparison of heat transfer in 4000 fins between present work and reference [10]

| $H_f/D_1$ | $\hat{q}$ in [10] | q̂ in present work | Error percent |
|---|---|---|---|
| 0.3 | 40.4819 | 40.2 | 0.7 |
| 0.4 | 37.69746 | 37.43 | 0.72 |
| 0.5 | 33.80578 | 33.39 | 1.23 |
| 0.6 | 29.85941 | 29.79 | 0.23 |

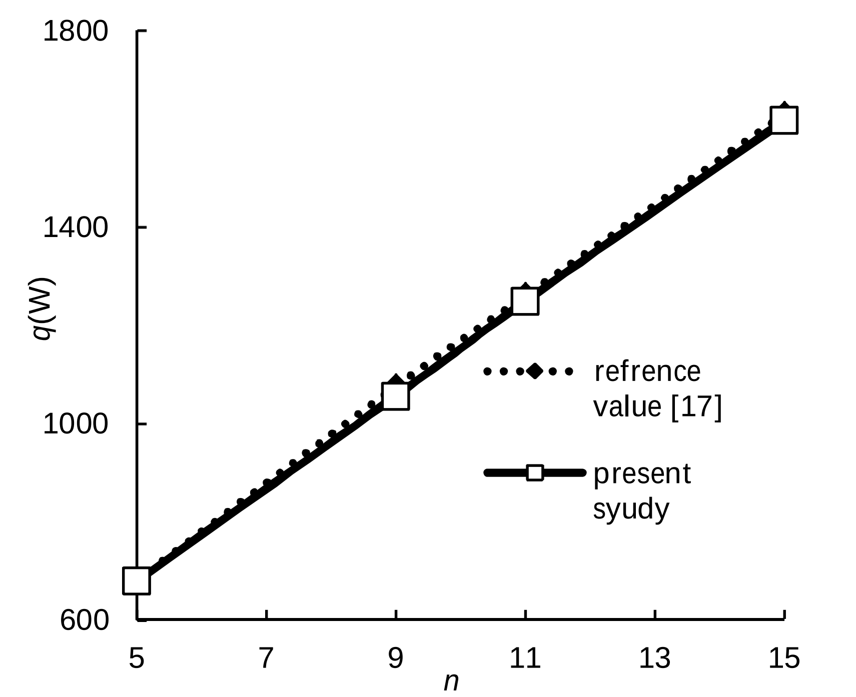


Fig. **5** Heat transfer comparison diagram between present work and reference [17]

**شکل 5** نمودار مقایسه میزان انتقال حرارت در کار حاضر و مرجع [17]

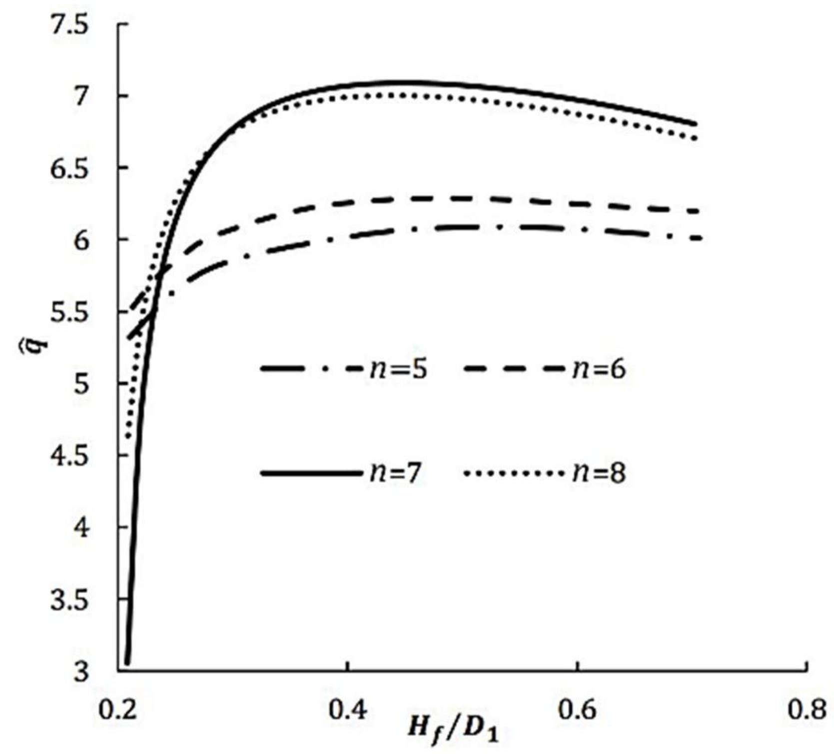


Fig. 6 Variations of $\hat{q}$ with $H_f/D_1$ for some $n$'s

**شکل 6** تغییرات $\hat{q}$ با $H_f/D_1$ در تعداد پره های مختلف

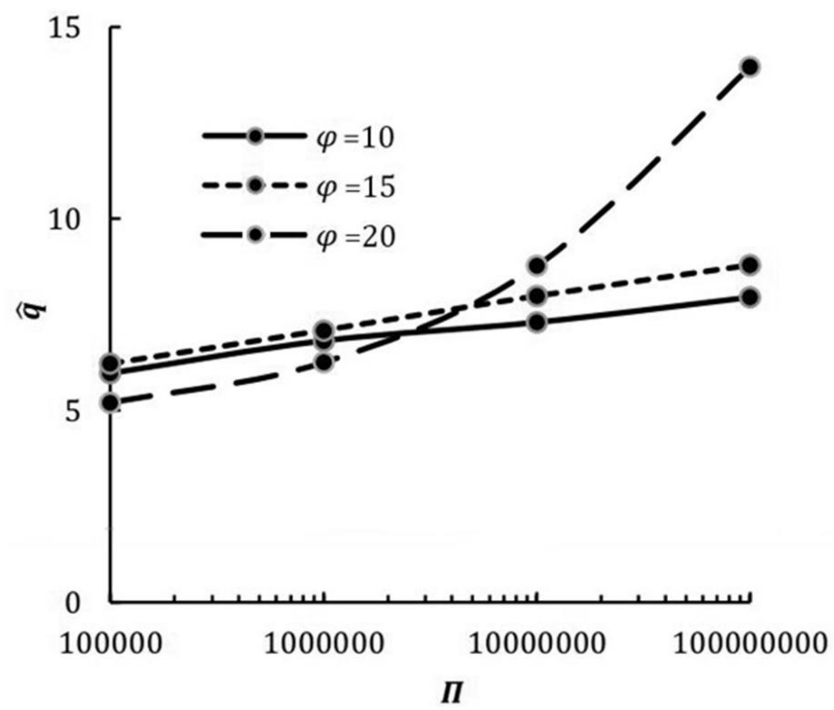


Fig. 7 variations of $\hat{q}$ with respect to $\Pi$ for some $\varphi$'s.

**شکل 7** تغییرات $\hat{q}$ برحسب $\Pi$ در مقادیر مختلف $\varphi$

سپس با استفاده از معادلات (12) تا (20) و نامعادله‌ی (21) مجموعه جواب‌هایی از میزان انتقال حرارت در $H_f/D_1$ های مختلف با استفاده از حل دستگاه معادلات گفته شده به دست می‌آوریم. حال اگر پارامترهای فیزیکی ثابت را به صورت $\varphi$=15، St=$10^{-4}$، $\frac{k_f}{k_o}=10^4$، $\frac{k_i}{k_o}=25$ و $\Pi=10^6$ تعریف کنیم، با حل این دستگاه معادلات، مطابق شکل 6 تغییرات $\hat{q}$ برحسب $H_f/D_1$ برای مقادیر مختلف $n$ نمایش داده شده است.

با استفاده از ثابت $\varphi=15$ و پارامترهای گفته شده برای مقادیر مختلف$n$ افزایش پره‌ها تا 7 پره، به مقدار انتقال حرارت می‌افزاید ولی افزایش بیش از 7 پره موجب کاهش انتقال حرارت می‌شود. مشخص شد که میزان انتقال حرارت بیشینه در این حالت در تعداد 7 پره در $H_f/D_1$ حدود 0.4 می‌باشد که این نقطه معیار طراحی قرار گرفت. بدیهی است با تغییر $\varphi$ تعداد پره‌ها تغییر می‌کند.

سپس به بررسی اثر پارامترهای هندسی و فیزیکی در نرخ انتقال حرارت بهینه می‌پردازیم. بنابرین در شکل 7 اثر $\varphi$ را در تغییرات انتقال حرارت حداکثر می‌بینیم. همان‌طور که مشخص است، کاهش $\Pi$ کاهش انتقال حرارت را نتیجه می‌دهد. چون با کاهش $\Pi$ سرعت جریان بیش از حد کاهش می‌یابد، پس انتقال حرارت کاهش می‌یابد.

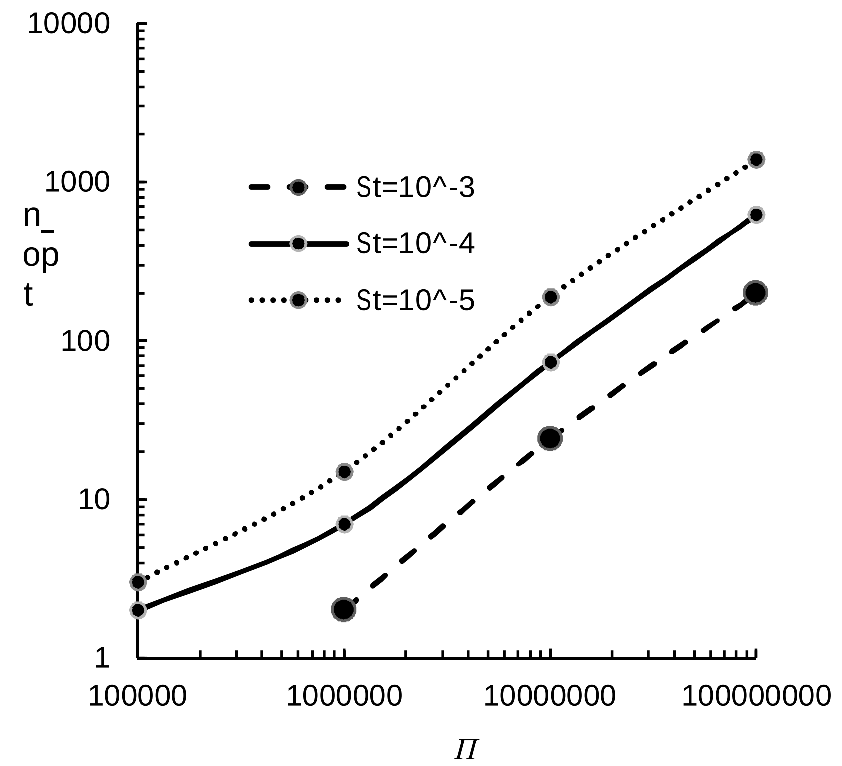


Fig. **8** Variations of $n_{\text{opt}}$ with $\Pi$ for three Stanton numbers.

**شکل** 8 تغییرات $n$ بهینه برحسب $\Pi$ در استانتون های مختلف

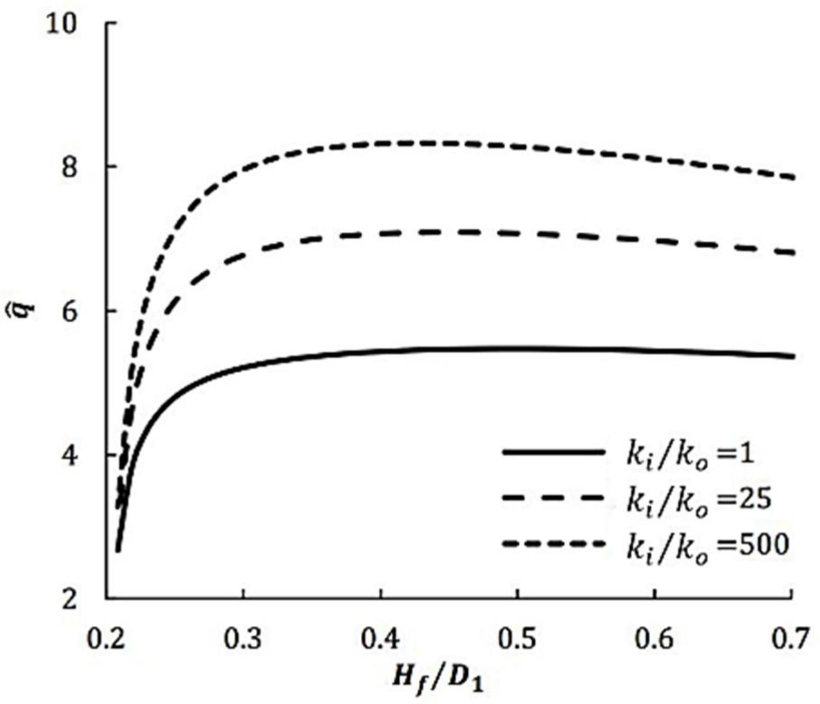


Fig. 9 Variations of $\hat{q}$ versus $H_f$ / $D_1$ for different values of $k_i/k_o$

**شکل** 9 تغییرات $\hat{q}$ برحسب $\frac{H_f}{D_1}$ در نسبت $\frac{k_i}{k_o}$، های متفاوت

در شکل 8 اثر St را با فرض ثابت‌های گفته شده در مقادیر به دست آمده $n$ می‌بینیم، در یک استانتون ثابت افزایش $\Pi$ منجر به افزایش تعداد پره بهینه می‌شود، چون با افزایش $\Pi$ سرعت جریان افزایش می‌یابد، و همین امر منجر به افزایش انتقال حرارت می‌شود، چون کاهش استانتون منجر به افزایش سرعت جریان در لوله می‌شود در نتیجه ضریب انتقال حرارت در لوله تقویت شده، از این رو برای بهینه‌سازی انتقال حرارت، مقاومت در برابر حرارت سمت هوا بایستی کاهش یابد، برای رسیدن به این هدف سطح انتقال حرارت بایستی گسترده شود پس $n_{\text{opt}}$ افزایش می‌یابد.

در شکل 9 تغییرات $\hat{q}$را برحسب $H_f/D_1$در نسبت ضریب هدایت‌های متفاوت دیده می‌شود، بدیهی است که هرچه میزان این نسبت بیشتر شود میزان $\hat{q}$ بیشتر می‌شود.

## 8-2- نتایج شبیه‌سازی با استفاده از نرم‌افزار فلوئنت

با استفاده از کد نوشته در نرم‌افزار متلب برای مقادیر به دست آمده از نرم‌افزار متلب تعداد بهینه پره 7 عدد به‌دست آمد، حال اگر در نقطه طراحی یعنی جایی که مقدار $\hat{q}$در دیاگرام $n$=7 در شکل 6 مقادیر را بازخوانی کنیم می‌توان هندسه لوله پره مربوط را رسم کرد.

$H_0$ = 0.83 cm , $H_1$ = 16.03 cm , $D_1$ = 8.6 cm , $D_0$ = 0.38 cm

و در سه حالت یعنی با سه هندسه متفاوت در نقاط طراحی بیشینه در شکل 6 صحت کار انجام شده را بررسی کرد. برای این‌که مطمن باشیم که در محدوده لوله پره ما جریان داخل کاملا" فراگیر شده در ورود و خروج از لوله پره دو تیوب هم قطر لوله با شرط مرزی عایق قرار می‌دهیم. با شرایط مرزی: ورودی لوله عدد رینولدز 1000، خروجی لوله شرط فشار خروجی، ورودی هوا، عدد رینولدز 50000 و خروجی هوا نیز شرط فشار خروجی به بررسی هندسه به‌دست آمده کردیم. حال مقدار انتقال حرارت به‌دست آمده توسط نرم‌افزار فلوئنت بایستی با مقدار حل دستی تایید شود.

$\dot{m} \cdot C_p \cdot \Delta T = U_r \cdot A \cdot \Delta T$

$\dot{m}$ =Mass flow rate= 0.0676 $\frac{\text{kg}}{\text{s}}$

$T$ inlet=500 k

$C_p$ = 4182 $\frac{\text{J}}{\text{kg}\cdot\text{k}}$

Area weithed average in outlet= 498.721 K

$Q$ = 0.067646·4182· (500 - 498.721) = 361.578 W

حال نتیجه دستی با توجه به معادله به‌دست آمده توسط مرجع [10] و مرجع [18] برای انتقال حرارت جابجایی روی لوله پره را به دست می‌آوریم.

$U_r \cdot A \cdot \Delta T = \sum_1^7 \eta h_s \cdot A \cdot T + \sum_1^7 h_o \cdot A \cdot T$ = 375.704 W

در نتیجه خطای حالت دستی و نرم‌افزاری 3.77 درصد است. حال که از صحت کار اطمینان یافتیم به بررسی انتقال حرارت با شرایط مساوی در هندسه با شش و هشت پره می‌پردازیم. با توجه به جدول 3 مشخص است که مقدار انتقال حرارت هندسه با شش پره مینیمم و هندسه با هفت پره ماکزیمم است. با توجه به میزان انتقال حرارت هر پره و همچنین میزان انتقال حرارت فواصل بین پره‌ها با استفاده از معادله کلی نوشته شده برای $\varphi$، یکبار ارتفاع پره‌ها و یک بار فواصل بین پره‌ها را مجددا" بهینه می‌کنیم. اگر میزان انتقال حرارت پره‌ها را از شروع از لوله به ترتیب با پره 1، پره 2، ...و پره 7 و فواصل بین پره‌ها را به ترتیب از شروع از ورودی لوله با $A_1$, $A_2$, ..., $A_7$ نام‌گذاری کنیم. با توجه به جدول 4 مشخص است که میزان انتقال حرارت از پره یک تا ششم مداوم کم می‌شود که این بدیهی است. اما در پره آخر چون از یک طرف به فضای بین پره و یک طرف به هوای آزاد راه دارد طبیعی است که ضخامت لایه مرزی کمتر شده و انتقال حرارت از پره‌های قبل بیشتر است، همچنین در فضاهای بین پره‌ای نیز همین روال برقرار است. کانتور دما در این حالت مطابق شکل 10 می‌باشد. مطابق این شکل هرچه از سمت راست که همان ورود سیال به داخل لوله است به سمت خروج حرکت کنیم بایستی دمای پره‌ها کاهش یابد. پره‌های ابتدایی دمای بیشتری دارند و هرچه به خروج نزدیک می‌شویم دماها کمتر می‌شود.

حال با استفاده از بهینه‌سازی مجدد، ارتفاع پره‌ها و فواصل بین پره‌ها را طوری تغییر داده که میزان دفع حرارت از قسمت‌های لوله و پره‌ها تا حدودی یکنواخت گردد در نتیجه هندسه‌ی جدیدی مطابق شکل 11 حاصل می‌گردد. با توجه به ابعاد هندسه شکل 11 که در جدول 5 به‌صورت تفکیک شده مشخص است هندسه جدید رسم می‌شود و میزان انتقال حرارت دوباره بررسی می‌گردد این میزان انتقال حرارت از لوله و پره، با یکنواخت‌سازی انتقال حرارت به‌دست آمده است. ابتدا با متغیر قرار دادن ارتفاع پره‌ها در معادله عمومی $\varphi$ و ثابت در نظر گرفتن میزان گام پره، قطر لوله، ضخامت پره و طول لوله مطابق آنچه در دیاگرام $n$=7 در شکل 6 ($H_0$ = 0.83 cm, $L$ = 5.8 cm, $D_1$ = 8.6 cm, $D_0$ = 0.38 cm) گفته شد. میزان ارتفاع متغیر پره‌ها را پیدا می‌کنیم و سپس با متغیر قرار دادن گام پره در معادله عمومی $\varphi$ و ثابت قرار دادن بقیه پارامترهای گفته شده ($L$ = 5.8 cm, $H_1$ =





[ DOR: 20.1001.1.10275940.1395.16.1.2.5 ]

$(16.03\ \text{cm}, D_1 = 8.6\ \text{cm}, D_0 = 0.38\ \text{cm})$ میزان گام را برای هر پره به دست آوردیم. کانتور دما در این حالت مطابق شکل 12 می‌باشد.

میزان انتقال حرارت تفکیک شده در این حالت بهینه‌سازی، مطابق جدول 6 است، از این جدول مشخص است که میزان انتقال حرارت یکنواخت گردیده است، و این اختلاف که وجود دارد در اثر تأثیر انتقال حرارت بین پره‌ای است.

با توجه به جداول 4 و 6 مشخص است که میزان انتقال حرارت در حالت دوم بیشتر از حالت اول شده است و به میزان 6.2 درصد بیشتر شده است، این میزان افزایش بهینه‌سازی به دلیل این که هیچ‌گونه تغییری در میزان سطح تبادل حرارت و شرایط مرزی صورت نگرفته و فقط با تغییر در ساختار هندسه ایجاد شده است قابل توجه است.

همچنین میزان انتقال حرارت و عدد ناسلت متوسط در سه حالت مختلف محاسبه شده که نتایج آن در جدول 7 قابل رؤیت است.

جدول 3 میزان انتقال حرارت در هندسه های با پره های متفاوت

Table 3 Heat transfer rate in fins with different geometry

| تعداد پره | 6 پره | 7 پره | 8 پره |
|---|---|---|---|
| میزان کل انتقال حرارت | 623.52 | 360.441 | 351.802 |

**جدول 4** میزان انتقال حرارت تفکیک شده روی لوله و پره‌ها در بهینه‌سازی اولیه

Table **4** The rate of separated heat transfer on tubes and fins in the primal optimization

| پره | میزان انتقال حرارت (w) | فاصله بین پره | میزان انتقال حرارت (w) |
|---|---|---|---|
| پره 1 | 56.397 | $A_1$ | 3.813 |
| پره 2 | 51.023 | $A_2$ | 3.727 |
| پره 3 | 46.54 | $A_3$ | 3.582 |
| پره 4 | 45.235 | $A_4$ | 3.494 |
| پره 5 | 44.588 | $A_5$ | 3.483 |
| پره 6 | 43.933 | $A_6$ | 3.421 |
| پره 7 | 47.11 | $A_7$ | 4.095 |

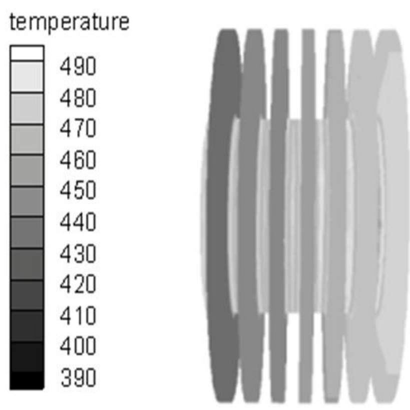


Fig. 10 Temperature contour in primal optimization

**شکل 10** کانتور دما در بهینه‌سازی اولیه

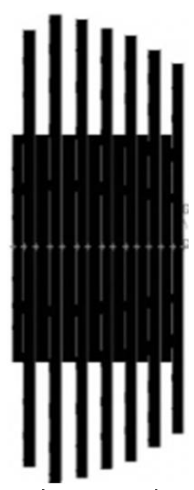

Fig. 11 The obtained geometry using secondary optimization

**شکل 11** هندسه به دست آمده با بهینه‌سازی ثانویه

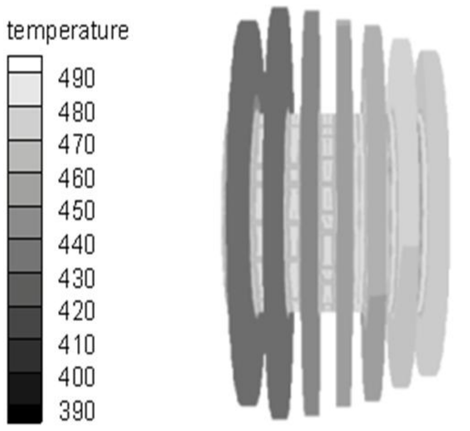


Fig. 12 Temperature contour in secondary optimization

**شکل 12** کانتور دما در بهینه‌سازی ثانویه

**جدول 5** ابعاد هندسه تفکیک شده با بهینه‌سازی ثانویه

Table **5** Separated geometry dimension using secondary optimizing

| پره | شعاع پره (cm) | فاصله بین پره | طول (cm) |
|---|---|---|---|
| پره 1 | 6.7913 | $La_1$ | 0.4299 |
| پره 2 | 7.38725 | $La_2$ | 0.442 |
| پره 3 | 8.05085 | $La_3$ | 0.4562 |
| پره 4 | 8.3087 | $La_4$ | 0.4704 |
| پره 5 | 8.66985 | $La_5$ | 0.4705 |
| پره 6 | 8.81735 | $La_6$ | 0.4793 |
| پره 7 | 8.2468 | $La_7$ | 0.3916 |

**جدول 6** انتقال حرارت تفکیک شده بر روی لوله و پره‌ها در بهینه‌سازی ثانویه

Table 6 The rate of separated heat transfer on tubes and fins in the secondary optimization

| پره | میزان انتقال حرارت (w) | فاصله بین پره | میزان انتقال حرارت (w) |
|---|---|---|---|
| پره 1 | 50.810 | $A_1$ | 3.760 |
| پره 2 | 50.950 | $A_2$ | 3.981 |
| پره 3 | 51.333 | $A_3$ | 3.713 |
| پره 4 | 51.712 | $A_4$ | 3.794 |
| پره 5 | 51.234 | $A_5$ | 3.296 |
| پره 6 | 50.596 | $A_6$ | 3.684 |
| پره 7 | 51.422 | $A_7$ | 3.985 |

**جدول 7** مقایسه میزان عدد ناسلت متوسط در دو حالت بهینه‌سازی

Table **7** Comparison of Nusselt number in two optimized mode

| لوله بدون پره | بهینه‌سازی اولیه | بهینه‌سازی ثانویه |
|---|---|---|
| $Nu_m$=50.982 | $Nu_m$=51.038 | $Nu_m$=50.861 |

## 9- نتیجه گیری

انتقال حرارت جابجایی اجباری بر روی هندسه شامل لوله پره‌دار، تحت نظریه‌ی ساختاری با در نظر گرفتن دو محدودیت برای هندسه بررسی شد، اولین محدودیت، ثابت گرفتن مساحت لوله و دومین محدودیت ثابت در نظر گرفتن نسبت مساحت لوله و پره‌ها به سطح لوله.

دیدیم که پارامترهای زیادی در بهبود میزان انتقال حرارت موثر می-باشند، و با تغییر این پارامترها نرخ انتقال حرارت بهینه تغییر می‌کند، و تنها افزایش سطح تبادل انرژی تاثیرگذار نیست هرچند گاهی این افزایش بیش از حد سطح تبادل انرژی، نتیجه معکوس می‌دهد، دیده شد که میزان ناسلت در هر سه حالت تقریبا" ثابت می‌ماند و این دلیل بر کارایی پره است، همچنین مشخص شد که با یکنواخت سازی نرخ انتقال حرارت میزان انتقال حرارت بازهم بهینه‌تر شد و به میزان 6.2 درصد بیشتر شد، از این ساختار جایی که نیازمند حداکثر کردن نرخ انتقال حرارت هستیم می‌توان استفاده کرد.



[ DOR: 20.1001.1.10275940.1395.16.1.2.5 ]

## 10- فهرست علائم

| | |
|---|---|
| $A$ | مساحت |
| $b$ | |
| Be | افت فشار بی بعد |
| $c_1$ | پارامتر |
| $c_2$ | پارامتر |
| $c_p$ | حرارت مخصوص |
| $D_0$ | ضخامت پره |
| $D_1$ | قطر لوله |
| $F$ | پره |
| $H$ | ضریب انتقال حرارت جابجایی |
| $h_1$ | ضریب انتقال حرارت جابجایی سمت هوا یک گام |
| $h_e$ | ضریب کلی انتقال حرارت جابجایی |
| $h_i$ | ضریب انتقال حرارت جابجایی سیال داخل |
| $h_o$ | ضریب انتقال حرارت جابجایی سمت هوا |
| $H$ | ضخامت مجموع صفحات |
| $H_0$ | گام |
| $H_1$ | قطر پره |
| $H_f$ | ارتفاع پره |
| $K$ | ضریب هدایت |
| $k_i$ | ضریب هدایت سیال داخل لوله |
| $k_f$ | ضریب هدایت پره |
| $k_o$ | ضریب هدایت هوا |
| $l$ | طول لوله |
| $L_a$ | طول فاصله بین پره ای |
| $\dot{m}$ | دبی جرمی |
| $n$ | تعداد پره |
| Nu | عدد ناسلت |
| $p$ | فشار |
| Pr | عدد پراندل |
| $q$ | انتقال حرارت |
| St | عدد استانتون |
| $T_m$ | دمای میانگین |
| $T_{mi}$ | دمای میانگین داخل لوله |
| $T_s$ | دمای سطح لوله |
| $T_\infty$ | دمای محیط |
| $U$ | سرعت در راستای محور x |
| $U_r$ | ضریب انتقال حرارت کلی |
| $V$ | سرعت در راستای محور y |
| $W$ | سرعت در ر استای محور z |
| $X$ | محور مختصات |
| $Y$ | محور مختصات |
| $Z$ | محور مختصات |

**علائم یونانی**

| | |
|---|---|
| $\alpha$ | ضریب پخش حرارتی |
| $\Delta$ | تغییرات |
| $\eta$ | راندمان پره |
| $\mu$ | لزجت |
| π | عدد پی |
| $\Pi$ | فشار بدون بعد |
| $\rho$ | چگالی |
| $\varphi$ | نسبت کل سطح تبادل حرارت به سطح لوله |

**زیرنویس‌ها**

| | |
|---|---|
| f | پره |
| i | داخل |
| m | متوسط |
| o | خارج |
| Opt | بهینه شده |

## 11- مراجع


[1] A. Bejan, *Shape and Structure from Engineering to Nature,* Cambridge University Press, pp. 18-21, Cambridge, UK, 2000.

[2] A. Bejan, *Advanced Engineering Thermodynamics,* Secound edition, pp. 31-32, Wiley, New York, 1997.

[3] A. Bejan, S. Lorente, *Design with constructal theory,* pp. 241-242, John Wiley and Sons, 2008.

[4] G. Lorenzini, L. Rocha, Constructal design of T-Y assembly of fins for an optimized heat removal, *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol. 52, No. 5, pp. 1458-1463, 2009.

[5] G. Lorenzini, S. Moretti, A CFD application to optimized T-shaped fins:comparison to the Constructal Theory's result*, Journal of Electronic Packaging,* Vol. 129, No. 3, pp. 324-327, 2007.

[6] L. Gosselin, A. K. daSilva, Constructalmicrochannel networks of rarefied gas with minimal flow resistance*, Journal of Applied Physics,* Vol. 101, No. 11, pp. 149-159, 2007.

[7] A. Bejan, E. Sciubba, The optimal spacing of parallel plates cooled by forced convection, *International Journal of Heat and Mass Transfer,* Vol. 35, No. 12, pp. 3259–3264, 1992.

[8] M.R. Salimpour, E. Sharifhasan, E. Shirani, Constructal optimization of the geometry of an array of micro-channels, *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol. 38, No. 1, pp. 93-99, 2011.

[9] H. Shokohmand, A. Jalali, Study of heat transfer in porous two-dimensional array of blades, *journal of College of Engineering*, Vol. 39, No. 1, pp. 31-40, 2006. (in Persian)

[10] H. shokohmand, SH. mahjoub, M. R. salimpour, Constructal design of finned tubes used in air-cooled heat exchangers, *Journal of Mechanical Science and Technology,* Vol. 28, No. 6, pp. 2385-2391, 2014.

[11] A. Alebrahim and A. Bejan, Constructal trees of circularfins for conductive and convective heat transfer*, International Journal of Heat and Mass Transfer,* Vol. 42, No. 19, pp. 3585-3597, 1999.

[12] K. Ashok, Thermodynamic optimization of a coiled tube heat exchanger under constant wall heat flux condition, *Science Direct, Energy,* Vol. 34, No. 9, pp. 1122–1126, 2009.

[13] S. Shivdas, F. Kharche Hemant, Heat Transfer Analysis through Fin Array by Using Natural Convection, *International Journal of Emerging Technology and Advanced Engineering,* Vol. 2, No. 4, pp. 595-598, 2012.

[14] P. wais, *fin-Tube Heat Exchanger Optimization,* Campus University, shanghai, pp. 344-364, 2012.

[15] A. Bejan, S. lorente, Constructal theory of generation of configuration in nature and engineering, *journal of American institude of physics,* Vol. 100, No. 4, pp. 799-807, 2006.

[16] T. Ochende, A. Bejan, Constructal multi-scale cylinders in cross-flow, *International Journal of Heat and Mass Transfer,* Vol. 48, No. 3, pp. 1373-1383, 2005.

[17] F. Incropera, D. Dewitt, *Fundamentals of heat and Mass transfer,* seven edition, pp. 172-174, John Wiley and Sons, New York, 2011.

[18] P. kays, *convective heat and mass transfer,* forth edition, pp. 289-302, Mcgraw-Hill series in mechanical engineering, United States of America, 2004.