



## شناسایی نواحی مربوط به رویه‌ی جاروبی از داده‌های ابر نقاط با استفاده از تئوری رویه‌های سینماتیک و جابجایی‌های لغزش پذیر

امیررضا میان‌درویی<sup>1</sup>، خلیل خلیلی<sup>2\*</sup>

1- دانشجوی دکترا، مهندسی مکانیک، دانشگاه بیرجند، بیرجند

2- دانشیار، مهندسی مکانیک، دانشگاه بیرجند، بیرجند

\* بیرجند، صندوق پستی 97175/615، birjand.ac.ir@khalili

### اطلاعات مقاله

مقاله پژوهشی کامل

دریافت: 10 آذر 1394

پذیرش: 29 بهمن 1394

ارائه در سایت: 07 فروردین 1395

کلید واژگان:

مهندسی معکوس

رویه‌ی جاروبی

الگوریتم ناحیه‌بندی تکرارپذیر

رویه‌ی سینماتیک

رویه‌های لغزش پذیر

### چکیده

یکی از مهمترین مسائل مورد بررسی در زمینه‌ی مهندسی معکوس، شناسایی بهترین رویه برای تقریب زدن داده‌های ابر نقاط است. رویه‌ی جاروبی یکی از انواع رویه‌های رویه‌دار است که علاوه بر کاربردهای فراوان در نرم‌افزارهای طراحی و ساخت به کمک کامپیوتر، تمامی شرایط لازم برای استفاده در نرم‌افزارهای مهندسی معکوس را نیز دارد. مهمترین مشکل جهت استفاده از رویه‌های جاروبی برای کاربردهای مهندسی معکوس، شناسایی نواحی متعلق به آن از میان داده‌های ابر نقاط است. در الگوریتم ارائه شده در این مقاله روشی برای شناسایی این نواحی به صورت خودکار ارائه شده است. این در حالی است که در اکثر پژوهش‌های قبلی شناسایی ناحیه‌ی مربوط به رویه‌ی جاروبی توسط کاربر انجام می‌شود. در این مقاله با استفاده از فرمول‌بندی رویه‌های سینماتیک و مفهوم حرکت‌های لغزش‌پذیر، روشی کلی برای شناسایی رویه‌های جاروبی با منحنی مرکزی و پروفایل دلخواه ارائه شده است. برای این منظور، در ابتدا داده‌های ابر نقاط با توجه به معیار حرکت لغزشی با استفاده از الگوریتم تکرارپذیر ناحیه‌بندی می‌شوند و سپس با ارائه الگوریتمی موثر و با استفاده از مفهوم دسته‌بندی سلسله‌مراتبی و تشکیل گراف دوگان، بخش‌های مربوط به رویه‌ی جاروبی شناسایی می‌شود. روش پیشنهادی جهت اعتبار سنجی بر روی مدل‌هایی با شرایط مختلف پیاده‌سازی شده است. مشاهده می‌گردد که نتایج بدست آمده با شرایط واقعی مدل تطابق خوبی دارند که این امر نشان دهنده‌ی کارایی این روش در شناسایی رویه‌ی جاروبی است.

## Sweep Surface Detection from Points Cloud Data using Theory of Kinematic Surfaces and Slippable Motion

Amir Reza Miandarhoie, Khalil Khalili\*

Department of Mechanical Engineering, Birjand University, Birjand, Iran

\* P.O.B. 97175/615, Birjand, Iran, khalili@birjand.ac.ir

### ARTICLE INFORMATION

Original Research Paper

Received 01 December 2015

Accepted 18 January 2016

Available Online 26 March 2016

### Keywords:

Reverse engineering

Sweep surface

Iterative segmentation

kinematic surface

Slippable surface

### ABSTRACT

One important problem investigated in reverse engineering (RE) field is finding the best surface to approximate point cloud data. Swept surface is a surface type that in addition to various applications in CAD/CAM software, satisfies the whole standards required for use in RE software. The most important problem in utilization of swept surfaces for RE purposes is finding the areas belonging to it out of point cloud data. Through an algorithm presented in this paper, a method has been introduced to find these areas automatically. Currently, this process is performed by user intervention. In this paper, using kinematic surface formulation and slippable motion concept, a general method to find swept surfaces with any arbitrary central curve and profile is introduced. To this end, point cloud data are processed regarding slippable motion criterion using iterative segmentation algorithm, then by presenting an effective algorithm and employing the concept of hierarchical classification and drawing the dual graph, swept-surface-related areas are found. The introduced method is implemented in several models with different conditions for validation. It is observed that the results have good agreement with real model condition, showing the efficiency of this method in finding the swept surface.

### 1- مقدمه

معکوس روشی است که با استفاده از اطلاعات سطح پایین هندسی که در بیشتر موارد تنها شامل موقعیت داده‌های ابر نقاط است، امکان بازسازی مدل کامپیوتری از نمونه‌های واقعی را فراهم می‌کند [2]. در یک دهه‌ی گذشته بدلیل ارائه‌ی الگوریتم‌های قدرتمندی جهت استخراج شاخصه‌های هندسی

درک مفهوم طراحی و توانایی بازسازی مدل کامپیوتری از نمونه‌های فیزیکی، نتایج مهمی همچون توانایی تولید مجدد قطعه، تغییر در طراحی جهت تولید محصولی جدید و کنترل کیفیت محصولات را به همراه دارد [1]. مهندسی

عددی باعث شده است تا اکثر پژوهش‌های صورت گرفته در راستای ارائه الگوریتمی باشد که مسیری مناسب برای حرکت ابزار و یا جابجایی بازوی مکانیکی، در حداقل زمان و با کمترین داده‌ی ممکن را پیشنهاد دهد. احتمالاً اولین روش اصولی جهت ساخت رویه‌های جارویی توسط هیند و کوآن در سال 1979 ارائه شده است [16]. الگوریتم ارائه شده توسط هیند، با استفاده از روشی جبری و به طور مستقیم رویه‌ی جارویی  $S(u, v)$  را با استفاده از منحنی پروفایل،  $p(u)$ ، و منحنی مرکزی،  $c(u)$ ، به صورت:

$$S(u, v) = c(u) + R(u)p(v) \quad (1)$$

ارائه می‌دهد. که در آن  $R(u)$  ماتریس متعامدی است که تغییرات راستای منحنی پروفایل را نشان می‌دهد. منحنی‌های  $c(u)$  و  $p(v)$  به ترتیب منحنی پروفایل و منحنی مرکزی هستند.

سو و تان مدلی برای میانمایی رویه‌های جارویی با استفاده از روش میانمایی شبه مکعبی با مرتبه‌ی پیوستگی  $C^2$  پیشنهاد داده‌اند. در این روش، برخلاف روش‌هایی که برای بازسازی منحنی مولد و پروفایل از تقریب زنی بی‌زیر<sup>12</sup> و بی‌اسپلاین<sup>13</sup> استفاده می‌شود، نیازی به محاسبه‌ی نقاط کنترلی و حل معادلات پیچیده نیست. همچنین از تابع مقیاس به عنوان ضریب منحنی پروفایل جهت نشان دادن تغییرات محلی استفاده شده است [17].

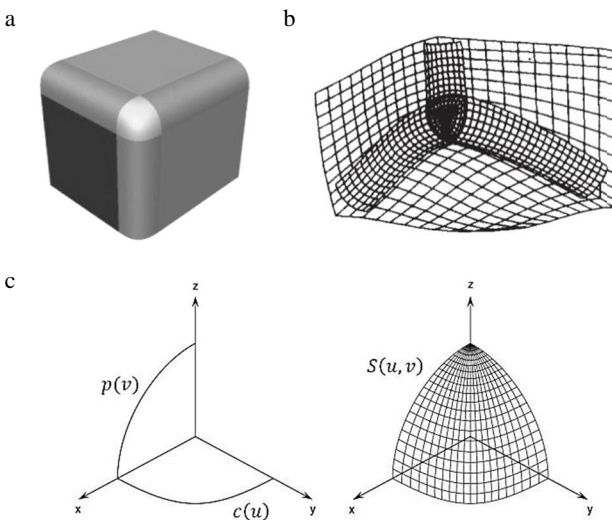
یو و همکاران با استفاده از رویه‌ی جارویی و معادله‌ی دیفرانسیلی برداری مرتبه‌ی چهارم، روشی برای تشکیل رویه‌ی بلند<sup>14</sup> ارائه کرده‌اند. همان‌طور که در شکل 1 دیده می‌شود، رویه‌ی جارویی مورد استفاده در این روش دارای دو منحنی مولد است و شرایط پیوستگی  $C^1$  را تضمین می‌کند [18]. لی و همکاران از رویه‌های جارویی برای موقعیت دهی مناسب ابزار در هنگام ماشین‌کاری سطوح آزاد<sup>15</sup> استفاده کرده‌اند [19]. فاروکی برای نمایش آن دسته از رویه‌های جارویی که با استفاده از منحنی‌های پارامتریک نسبی قابل

[3،4]، ناحیه‌بندی<sup>1</sup> داده‌ها براساس معیارهای مدل‌سازی [5،6]، برازش رویه‌های هموار و مطابق با اصول زیبایی شناختی [7،8] و همچنین شناسایی قیود مهندسی مختلف [9] تحولات گسترده‌ای در زمینه‌ی نرم‌افزارهای تجاری مهندسی معکوس بوجود آمده است. در این نرم‌افزارها با وجود آن‌که ابزارهای مناسبی برای استفاده‌ی کاربران فراهم شده است، ولی در مدل‌های پیچیده استنباط روش و مفهوم طراحی همچنان برعهده‌ی کاربر است. دلیل اصلی این ضعف را می‌توان با توجه به تفاوت موجود در نوع نگاه نرم‌افزار با نوع نگاه کاربر به داده‌های خام ابر نقاط توضیح داد.

در سال‌های اخیر تحقیقات فراوانی جهت توسعه‌ی سیستم‌های هوشمند و استفاده از آن در کاربردهای مختلف علمی انجام شده است. شاید بتوان گفت که هافمن و ریچارد در سال 1984، با ارائه‌ی قانون کمترین<sup>2</sup> که برگرفته از تئوری شناختی<sup>3</sup> است، اولین قدم‌ها را جهت افزایش درک بینایی مصنوعی برداشته‌اند [10]. براساس قانون کمترین، قوه‌ی ادراک انسان برای شناسایی مدل‌های مختلف، آن‌ها را از محلی که با توجه به شاخصه‌ی اندازه‌گیری تعذر چهار ناپیوستگی هستند، به قطعات کوچک‌تری تقسیم می‌کند. با توجه به این اصل، تحقیقات فراوانی جهت ناحیه‌بندی چند ضلعی‌ها و مدل‌های هندسی به زیر مجموعه‌های محذب انجام شده است [11]. در تحقیقی دیگر در مورد نحوه‌ی درک انسان از تصاویر مختلف ثابت شده است که بازشناسی و درک اشکال و مدل‌ها براساس تجزیه‌ی ساختاری آن‌ها به نواحی معنادار صورت می‌پذیرد [12]. نحوه‌ی عملکرد الگوریتم‌های ناحیه‌بندی مفهومی<sup>4</sup>، که در بعضی از مقالات از آن‌ها به‌عنوان الگوریتم ناحیه‌بندی حجمی یاد می‌شود نیز بر همین اساس است.

در نرم‌افزارهای مهندسی معکوس، از الگوریتم‌های ناحیه‌بندی جهت افراز قطعات مکانیکی به رویه‌های اولیه<sup>5</sup> استفاده می‌شود. هرچند شناسایی رویه‌های اولیه، گام مهمی در راستای هوشمندسازی نرم‌افزارهای مهندسی معکوس است، ولی استفاده از آن جهت بازسازی مدل‌های پیچیده امکان‌پذیر نیست. برای این منظور، داده‌های ورودی باید با استفاده از رویه‌های قوی‌تری که امکان استفاده از آن‌ها در نرم‌افزار موجود است، ناحیه‌بندی شوند. این رویه‌ها که سطوح دارای تابع<sup>6</sup> و یا سطوح رویه‌دار<sup>7</sup> نامیده می‌شوند، شامل رویه‌های دورانی، رویه‌های استوانه مدرج<sup>8</sup>، رویه‌های لافتینگ<sup>9</sup> و رویه‌های جارویی<sup>10</sup> هستند. در سال‌های گذشته تحقیقاتی در مورد شناسایی و استخراج پارامترهای مربوط به رویه استوانه مدرج (که از تابع اکستروژن<sup>11</sup> برای تشکیل سطح استفاده می‌کند)، رویه دورانی [5،13] و رویه‌های ترسیم شده با استفاده از تابع لافتینگ [14،15] انجام شده است، ولی در مورد رویه جارویی تحقیقات کمتری صورت گرفته است.

تابع جارویی، روشی بسیار قدرتمند برای طراحی سطوح پیچیده است، که علاوه بر استفاده در نرم‌افزارهای طراحی به کمک کامپیوتر، در زمینه‌ی ساخت به‌کمک کامپیوتر، طراحی نحوه‌ی جابجایی در علم رباتیک و مسیریابی ابزار در ماشین‌های کنترل عددی کاربرد فراوانی دارد. کاربرد این دسته از رویه‌ها در مدل‌سازی نحوه‌ی ماشین‌کاری در ماشین‌های کنترل



**Fig. 1** a- long surface generated by the intersection of three primary surfaces b- generation of long surface by rolling ball method requiring the solution of complicated partial differential equations c- generation of long surface using swept surface and ordinary differential equations

شکل 1 الف- رویه‌ی بلند حاصل از برخورد سه رویه‌ی اولیه ب- تشکیل رویه‌ی بلند با روش rolling\_ball که نیازمند حل معادلات پیچیده‌ی دیفرانسیل جزئی است ج- تشکیل رویه‌ی بلند با استفاده از رویه‌ی جارویی و معادلات دیفرانسیل معمولی

<sup>12</sup> Bezier Spline

<sup>13</sup> B\_Spline

<sup>14</sup> Blend Surface

<sup>15</sup> Free Form Surface

<sup>1</sup> Segmentation

<sup>2</sup> Minima Rule

<sup>3</sup> Cognitive Theory

<sup>4</sup> Semantic Segmentation

<sup>5</sup> Primary Surface

<sup>6</sup> Functional Surface

<sup>7</sup> Processing Surface

<sup>8</sup> Tabulated Cylindrical Surface

<sup>9</sup> Lofting Function

<sup>10</sup> Swept Surface

<sup>11</sup> Extrude Function

داده‌ها پایدار است.

بزرگترین مزیت روش ارائه شده در این مقاله نسبت به روش‌های قبلی توانایی شناسایی ناحیه‌ی مربوط به رویه‌ی جارویی از میان داده‌های ابر نقاط است. معمولاً در الگوریتم‌هایی که برای استخراج پارامترهای رویه‌های روبه‌دار استفاده می‌شوند ناحیه‌ی مربوط به رویه‌ی مورد نظر توسط کاربر تعیین می‌شود و تنها استخراج پارامترها برعهده الگوریتم است [2]. این در حالی است که در این پژوهش تمامی مراحل شناسایی و استخراج پارامترهای لازم به صورت اتوماتیک و بدون کمک کاربر انجام می‌شود.

بخش‌بندی این مقاله به شرح زیر است. در بخش 2 و 3 به ترتیب، روش تخمین بردارهای نرمال و فرمول‌بندی رویه‌های سینماتیک توضیح داده می‌شود. در بخش 4 روش محاسبه لغزش‌پذیری سطح بررسی می‌شود. الگوریتم ناحیه‌بندی تکرارپذیر<sup>10</sup> در بخش 5 توضیح داده شده است. در بخش‌های بعدی الگوریتم پیشنهادی جهت شناسایی رویه‌ی جارویی با استفاده از مثال‌هایی ارائه شده است.

## 2- روش‌های محاسبه‌ی بردار نرمال

در این بخش چگونگی محاسبه‌ی بردار نرمال داده‌های ابر نقاط توضیح داده شده است. هوب و همکاران روشی را برای محاسبه‌ی راستای صفحات مماس برای هر نقطه در ابر نقاط با استفاده از ماتریس کواریانس پیشنهاد می‌کنند [24]. فورگی‌نژاد و خلیلی با تعریف مفهوم همسایگی همگن برای هر یک از نقاط، دقت روش ارائه شده توسط هوب را افزایش داده‌اند [25].

در این پژوهش، از روشی مشابه برای تخمین بردار نرمال استفاده می‌شود. بردار نرمال هر نقطه براساس مختصات همسایگی‌های همگن آن بدست می‌آید. همسایگی‌های همگن هر نقطه  $p_i$ ، که شامل نزدیک‌ترین  $k$  نقطه به  $p_i$  است، با علامت  $N_H(p_i)$  نشان داده می‌شود. برای محاسبه بردار نرمال، ابتدا مرکز  $O_i$  مربوط به  $N_H(p_i)$  محاسبه می‌شود و سپس بردار نرمال با استفاده از تحلیل اجزای اصلی<sup>11</sup> (PCA) بدست می‌آید. برای اندازه‌گیری بردار نرمال، ماتریس مرتبط کواریانس  $N_H(p_i)$  طبق رابطه (2) تشکیل می‌شود.

$$C = \sum_{x_j \in N_H(p_i)} (x_j - O_i)(x_j - O_i)^T \quad (2)$$

$x_j$  یکی از  $k$  همسایگی نقطه  $p_i$  و  $O_i$  مرکز همسایگی‌ها است. بردار نرمال هر نقطه با بردار ویژه‌ی متناظر با کوچکترین مقدار ویژه‌ی ماتریس کواریانس برابر است.

## 3- رویه‌های سینماتیک

رویه‌ی سینماتیک با توجه به رفتار خاصی که تحت تبدیل صلب از خود نشان می‌دهد، تعریف می‌شود [26]. رویه‌های سینماتیک دسته‌ای از رویه‌های اولیه هستند که به دلیل نوع کاربردی که دارند، مورد توجه قرار گرفته‌اند. این گروه رویه‌های فراوانی همچون: کره، استوانه، مخروط، صفحه تخت، رویه‌های دورانی، رویه‌های استوانه مدرج، مارپیچ و مارپیچ حلزونی لگاریتمی<sup>12</sup> را شامل می‌شود [27]. با استفاده از این رویه‌ها می‌توان رویه‌های پیچیده‌تری همچون رویه‌های قابل گسترش<sup>13</sup> را نیز تقریب زد [5].

ماتریس تبدیل  $MT(t)$  از سه بخش تشکیل شده است:  $R(t) \in SO(3)$  که نشان دهنده‌ی دوران،  $\Gamma(t)$  تابع مقیاس و  $T(t)$  نشان

ارائه نیستند، روشی مبتنی بر منحنی‌های  $PH^1$  ابداع کرده است [20]. از آن-جا که در این روش علاوه بر موقعیت نقاط اولیه، خواص دیفرانسیلی و انتگرالی منحنی‌های مولد نیز در نظر گرفته می‌شود، می‌توان انتظار داشت که رویه‌های جارویی متنوع‌تری نمایش داده شود.

نیتلر با استفاده از فرمول‌بندی ارائه شده توسط فاروکی، روشی برای برطرف کردن مشکلات موجود در کدنویسی برای ماشین‌کاری قطعات با استفاده از دستگاه فرز بیان کرده است. در این روش با معرفی تابع میانیب جارویی به جای توابع میانیب خطی و دایروی، از حجم بالای برنامه‌های ماشین‌کاری به شدت کاسته می‌شود و همچنین مشکل تقریبی و غیردقیق بودن مسیر ابزار بر طرف شده است [21].

با وجود آن‌که در سال‌های اخیر پژوهش‌های فراوانی در مورد نحوه‌ی میانیبی رویه‌های جارویی و استفاده از آن در طراحی و ساخت به کمک کامپیوتر ارائه شده است، ولی در مورد شناسایی این دسته از سطوح، با استفاده از داده‌های ابر نقاط و استخراج پارامترهای موردنیاز برای بازسازی آن در کاربردهای مهندسی معکوس، تحقیقات بسیار کمی صورت گرفته است. در اکثر این تحقیقات تمامی نقاط ورودی متعلق به رویه‌ی جارویی هستند، که در آن‌ها الگوریتم ارائه شده تنها به استخراج پارامترهای موردنیاز برای بازسازی سطح می‌پردازد و در نتیجه دیگر نیازی به شناسایی ناحیه‌ی متعلق به رویه‌ی جارویی نیست [22،23]. قابل ذکر است که در چند سال گذشته، در تعداد بسیار محدودی از مقالات به شناسایی نواحی متعلق به رویه‌ی جارویی پرداخته شده است. اندروز و همکاران با استفاده از مفهوم حرکت لغزش‌پذیر<sup>2</sup> و رویه‌های سینماتیک<sup>3</sup>، امکان شناسایی نواحی مربوط به گروهی خاص از رویه‌های جارویی را از میان داده‌های ابر نقاط فراهم کرده‌اند [5]. در روش پیشنهادی آن‌ها امکان شناسایی رویه جارویی در حالت کلی فراهم نیست و تنها رویه‌هایی که منحنی پروفایل آن‌ها دایروی و منحنی مرکزی آن مارپیچ ساده<sup>4</sup> و یا اسپیرال<sup>5</sup> (مارپیچ حلزونی) است، قابل شناسایی می‌باشد. همچنین با توجه به میدان سرعت مورد استفاده در [5]، برای حذف کردن اثر نویز و نرمالیزه کردن داده‌ها، از روش‌های تبیین<sup>6</sup> و ناهمسانی توزیع خطا در متغیرها<sup>7</sup> که احتیاج به محاسبات پیچیده‌تری نسبت به سایر روش‌ها دارد استفاده شده است.

در الگوریتم ارائه شده در این مقاله با ارائه‌ی ایده‌ای جدید و با استفاده از حرکت لغزشی و فرمول‌بندی رویه‌های سینماتیک، روشی برای شناسایی نواحی متعلق به رویه‌ی جارویی از میان داده‌های ابر نقاط ارائه شده است. همچنین جهت شناسایی رویه‌ی جارویی، از گراف دوگان<sup>8</sup> متناظر با ناحیه‌بندی انجام شده بر روی مدل و روش دسته‌بندی سلسله مراتبی<sup>9</sup> استفاده می‌شود. این الگوریتم به صورت مستقیم بر داده‌های ابر نقاط اعمال می‌شود و نیازی به فایل مش‌بندی ندارد. روش پیشنهادی در این مقاله، با برطرف کردن محدودیت‌های الگوریتم‌های قبلی می‌تواند رویه‌هایی جارویی با هر نوع منحنی پروفایل و منحنی مرکزی دلخواه را شناسایی کند. همچنین بدلیل استفاده از میدان سرعت ثابت در محاسبات لغزشی، نیازی به روش‌های پیچیده جهت نرمالیزه کردن داده‌ها نیست و الگوریتم نسبت به وجود نویز در

<sup>1</sup> Pythagorean-hodograph Curve

<sup>2</sup> Slippable Motion

<sup>3</sup> Kinematic Surface

<sup>4</sup> Helix

<sup>5</sup> Spiral

<sup>6</sup> Taubin

<sup>7</sup> Heteroscedastic Errors-in-Variables

<sup>8</sup> Dual Graph

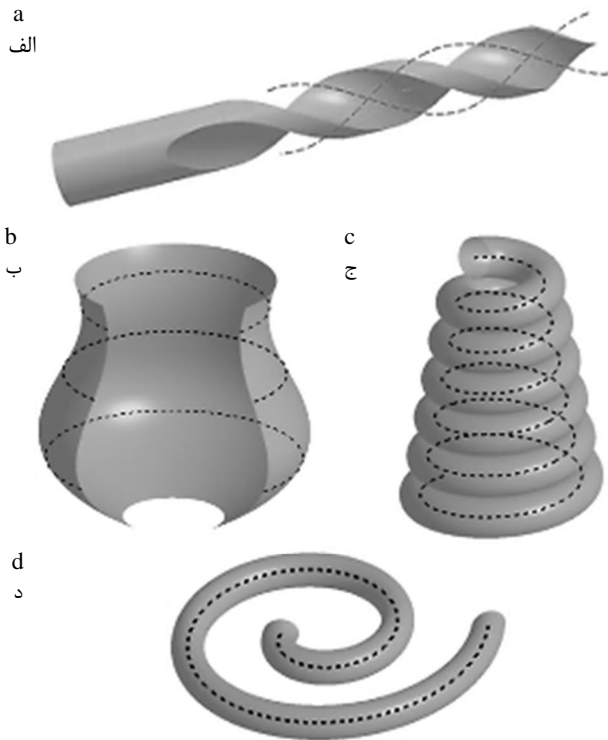
<sup>9</sup> Hierarchical Clustering

<sup>10</sup> Iterative Segmentation

<sup>11</sup> Principal Component Analysis

<sup>12</sup> Logarithmic Spiral Surface

<sup>13</sup> Developable Surface



**Fig. 2** Geometrical models according to different velocity fields a- helical velocity field b- pure rotational velocity field c- spiral velocity field d- logarithmic spiral velocity field (dashed lines denote the direction of velocity field current)

شکل 2 مدل‌های هندسی مطابق با میدان‌های سرعت متفاوت الف- میدان سرعت مارپیچ ب- میدان سرعت دورانی خالص ج- میدان سرعت اسپیرال د- میدان سرعت اسپیرال لگاریتمی (خطوط خط چین نشان دهنده‌ی راستای جریان میدان سرعت است)

و بررسی این‌که آیا بردار نرمال عمود بر میدان سرعت است، بررسی می‌شود. در واقع موازی بودن راستای جایجایی هر نقطه با بردار مماس بر سطح در همان نقطه، شرط لازم برای لغزش‌پذیر بودن تبدیل  $[r \ t \ \gamma]$  است. این شرط را می‌توان به صورت:

$$\int_S (v(x) \cdot n)^2 ds = 0 \quad (6)$$

بیان کرد.

با تعریف رابطه‌ی (6) در قالب یک مسئله‌ی بهینه‌سازی، راستاهای لغزش‌پذیر برای رویه‌ی مورد بررسی مشخص می‌شود. طبق رابطه‌ی (7)، هدف از مسئله‌ی بهینه‌سازی پیدا کردن بردار جایجایی  $[r \ t \ \gamma]$  است، به نحوی که با اعمال آن بر تمامی نقاط متعلق به سطح، مجموع جایجایی‌های نقاط در راستای بردار نرمال متناظرشان کمترین مقدار ممکن شود:

$$\min_{[r \ t \ \gamma]} \sum_{i=1}^n (v(x_i) \cdot n_i)^2 \quad (7)$$

نکته‌ی جالب تشابه این معادله با معادله مورد استفاده در الگوریتم تطابق ابر نقاط است [30]. بنابراین برای حل آن می‌توان از روش‌های مورد استفاده در مسئله تطابق نقاط استفاده کرد.

رابطه‌ی (7) مسئله بهینه‌سازی کمترین مربعات است، و نقطه‌ی کمینه‌ی آن جواب سیستم خطی  $CX = 0$  می‌شود. که در آن  $C$  ماتریس کواریانس مشتق جزئی تابع هدف نسبت به پارامترهای ماتریس انتقال است. ماتریس  $C$  را می‌توان با استفاده از رابطه‌ی (8) محاسبه کرد:

$$C := \sum_{i=1}^n f(x_i) f(x_i)^T \quad (8\text{-الف})$$

دهنده جایجایی خطی است. در زمان  $t$ ، موقعیت نقطه  $x_0$  تحت تبدیل  $MT(t)$  با استفاده از رابطه (3) به صورت:

$$x(t) = \Gamma(t)R(t) \cdot x_0 + T(t) \quad (3)$$

تعریف می‌شود. با در نظر گرفتن  $\Gamma(t) = const \neq 0$ ، شرط لازم برای آن‌که  $MT(t)$  تبدیل صلب باشد، قابل اعمال است. در حالت کلی با مشتق‌گیری از رابطه (3) بردار سرعت نقطه  $x$  برای تبدیل غیرصلب به صورت:

$$v(x) = r \times x + t + \gamma x \quad (4)$$

بدست می‌آید. که در آن  $r = (r_x, r_y, r_z)$  بردار دوران حول محورهای  $x, y$  و  $z$  است،  $t = (t_x, t_y, t_z)$  بردار جایجایی و  $\gamma$  پارامتر تغییر مقیاس است.

برای رویه‌ی مفروض  $S$ ، تبدیل  $M$  ماتریس انتقال لغزش‌پذیر است، به شرط آن‌که رویه‌ی  $S$  در تمامی نقاط، مماس بر میدان سرعت خطی باشد. اگر بردار جایجایی لحظه‌ای در هر نقطه مماس بر سطح باشد، در نتیجه هر نقطه پس از انتقال بر روی سطح اولیه باقی خواهد ماند و بین مدل اولیه و مدل انتقال یافته فاصله‌ای ایجاد نمی‌شود. بنابراین می‌توان فرض کرد که سطح بر روی خودش لغزش کرده است. به همین دلیل به این نوع تبدیلات، تبدیل لغزش‌پذیر گفته می‌شود. رویه‌ی سینماتیک می‌تواند در بیشتر از یک راستا لغزش‌پذیر باشد. به‌عنوان مثال، در مورد صفحه‌ی تخت، جایجایی در تمامی مسیرهای موازی با صفحه و همچنین دوران حول بردار نرمال صفحه، تبدیل لغزش‌پذیر است. با توجه به نوع میدان سرعت و حرکت لغزشی می‌توان انواع رویه‌های سینماتیک را دسته‌بندی کرد:

- در حالت تبدیل صلب، که در آن مقدار  $\Gamma(t)$  ثابت است و در نتیجه  $\gamma = 0$  می‌شود.
- در حالی که  $r = 0$ ، در نتیجه  $v(x) = t$  می‌شود. این حالت را میدان سرعت ثابت می‌نامند که در آن  $M$  نشان‌دهنده‌ی جایجایی با سرعت ثابت در راستای  $t$  است [28].
- در حالی که  $r \neq 0$  و  $r \cdot t \neq 0$ ،  $v(x) = r \times x + t$  می‌شود. این حالت میدان سرعت مارپیچ یا میدان سرعت پیچشی نامیده می‌شود. که در آن جایجایی و دوران همزمان اتفاق می‌افتد [13، 29] (شکل 2-الف).
- شرایطی که در آن  $r \neq 0$  و  $r \cdot t = 0$  باشد، حالتی خاص از میدان سرعت مارپیچ است که نشان‌دهنده رویه‌ی استوانه‌ای است [28].
- در حالت تبدیل غیرصلب که  $\gamma \neq 0$  است.
- حالتی که  $t \neq 0$ ، در نتیجه میدان سرعت برابر با  $v(x) = r \times x + t + \gamma x$  می‌شود. این حالت، کلی‌ترین حالت میدان سرعت است و آن را میدان سرعت اسپیرال (مارپیچ حلزونی) می‌نامند [5] (شکل 2-ج).
- اگر  $t = 0$  باشد، حالتی خاص از میدان سرعت اسپیرال اتفاق می‌افتد. در این شرایط مسیر حرکت به صورت منحنی صفحه‌ای اسپیرال لگاریتمی خواهد شد (شکل 2-د).

#### 4- روش محاسبه‌ی لغزش‌پذیری سطح

اگر  $x$  نقطه‌ای با بردار نرمال  $n$ ، متعلق به رویه‌ی  $S$  باشد، میزان لغزش‌پذیری آن نسبت به میدان سرعت  $v(x)$  با استفاده از رابطه‌ی (5):

$$v(x) \cdot n = 0 \quad (5)$$

- رویه جارویی با سطح مقطع ثابت: در این حالت منحنی پروفایل همواره عمود بر منحنی مرکزی است (شکل 3-ب).
- مماس بر سطح راهنما: در این حالت با صرف‌نظر از راستای اولیه‌ی منحنی پروفایل و زاویه‌ی بین منحنی پروفایل و منحنی مرکزی، رویه به نحوی ایجاد می‌شود که مماس بر سطح راهنما باشد (شکل 3-ج). لازم به ذکر است که با استفاده از الگوریتم ارائه شده در این مقاله، شناسایی و استخراج رویه‌های جارویی متعلق به دو گروه اول به خوبی امکان‌پذیر است. رویه‌های گروه سوم نیز، در حالتی که انحناى سطح راهنمای آنها تغییرات تندی نداشته باشد قابل شناسایی هستند. ولی در حالت کلی برای بررسی رویه‌های گروه سوم لازم است تا اثر سایر اجزای مدل بر رویه‌ی جارویی در نظر گرفته شود و علاوه بر آن راهکاری جهت استخراج سطح راهنما نیز به الگوریتم اضافه شود.

### 6-1- ایده‌ی کلی الگوریتم

معادله‌ی پارامتری رویه‌ی جارویی با سطح مقطع ثابت به صورت:

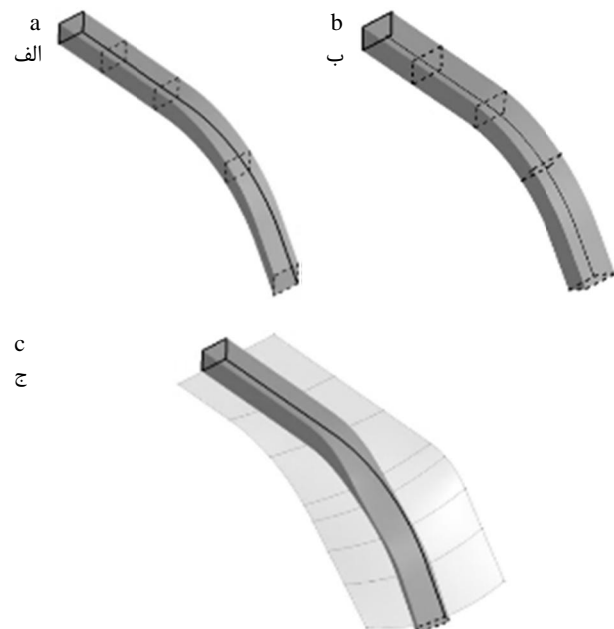
$$S(u, v) = c(u) + R(u)p(v) \quad (9)$$

است که در آن  $R(u)$  ماتریس دوران منحنی پروفایل است و به صورت:

$$R(u) = [T(u), N(u), T(u) \times N(u)] \quad (10)$$

محاسبه می‌شود. در رابطه‌ی بالا،  $T(u) = c'(u)$  بردار مماس بر منحنی مرکزی و  $N(u) = T'(u) / \|T'(u)\|$  بردار نرمال منحنی مرکزی است. در حالتی که  $c(u)$  یک منحنی فضایی باشد، محاسبه‌ی  $R(u)$  با استفاده از داده‌های ابر نقاط بسیار پیچیده است. به همین دلیل معمولاً رویه‌ی جارویی در حالت خاص مورد بررسی قرار می‌گیرد [23]، که در این حالت فرض می‌شود که  $c(u)$  یک منحنی دو بعدی است و در صفحه‌ی عمود بر منحنی پروفایل قرار گرفته است.

به کارگیری میدان سرعت ماریچ و اسپیرال نیز نمی‌تواند در حالت کلی



**Fig. 3** Types of swept surfaces with regard to the direction of profile's curve a- swept surface with parallel section b- swept surface with constant section c- swept surface parallel with guide surface

**شکل 3** انواع رویه‌های جارویی با توجه به راستای منحنی پروفایل الف- رویه جارویی با مقطع موازی ب- رویه‌ی جارویی با سطح مقطع ثابت ج- رویه‌ی جارویی موازی با سطح راهنما

$$x := (p_x, p_y, p_z, n_x, n_y, n_z) \quad (8-ب)$$

$$f(x) := ((p \times n)_x, (p \times n)_y, (p \times n)_z, n_x, n_y, n_z, p \cdot n) \quad (8-پ)$$

بنابراین راستاهای لغزش‌پذیر برای نقطه‌ی  $X$  با بررسی آرایه‌های برابر با صفر از ماتریس  $C$  قابل شناسایی است. برای محاسبه‌ی راستای لغزش واقعی، از تجزیه‌ی مقادیر ویژه ماتریس  $C = XAX^T$  استفاده می‌شود. بردارهای ویژه ماتریس  $C$  که متناظر با مقادیر ویژه صفر هستند، نشان دهنده‌ی راستای حرکت‌های لغزش‌پذیر می‌باشند. قابل ذکر است که در کاربردهای عملی، به دلیل وجود نویز و خطا در داده‌های ابر نقاط، مقادیر ویژه دقیقاً برابر با صفر نخواهند شد، به همین دلیل مقادیر ویژه به اندازه کافی کوچک به عنوان حرکت‌های لغزش‌پذیر در نظر گرفته می‌شود.

### 5- الگوریتم ناحیه‌بندی تکرارپذیر

دسته‌بندی مجموعه‌ای از نقاط مجزا، به معنی افراز آن‌ها به نواحی منفصل است. به طوری که فاصله‌ی نقاط مربوط به یک ناحیه نسبت به یکدیگر از فاصله‌ی آن‌ها نسبت به نقاط سایر نواحی کمتر شود. الگوریتم ناحیه‌بندی تکرارپذیر روشی قطعی و مبتنی بر روش تکرار نقطه ثابت است که می‌تواند چنین دسته‌بندی‌ای را ایجاد کند [6].

ایده‌ی کلی الگوریتم تکرارپذیر که با نام الگوریتم لوید<sup>1</sup> یا الگوریتم ورونی تکرارپذیر<sup>2</sup> نیز شناخته می‌شود، بسیار ساده است. در این روش هر دسته با استفاده از یک المان نماینده، که معمولاً مرکز آن دسته است معرفی می‌شود. در ابتدا  $k$  مرکز تصادفی از فضای داده‌های ورودی به‌عنوان المان نماینده انتخاب شده و سپس با اختصاص دادن هر داده به نزدیک‌ترین مرکز، دسته‌بندی صورت می‌گیرد. الگوریتم با به‌روزرسانی المان‌های نماینده و انتخاب مرکز هر ناحیه به عنوان المان نماینده جدید، دوباره ناحیه‌بندی را انجام می‌دهد. این روند تا زمانی که شرط توقف الگوریتم حاصل شود تکرار خواهد شد.

در الگوریتم‌های تکرارپذیر جهت کاهش خطای تقریب، پس از انجام ناحیه‌بندی و رسیدن به همگرایی توسط الگوریتم لوید، نواحی مختلف بررسی می‌شوند تا با اضافه کردن المان نماینده‌ی جدید در قسمت‌هایی که میزان خطای تقریب بیش از حد مجاز است، ناحیه‌بندی مجدداً انجام شود. همچنین به‌منظور جلوگیری از ناحیه‌بندی بیش از حد<sup>3</sup>، نواحی مجاور که قابلیت ترکیب با یکدیگر را دارند، در قالب یک ناحیه‌ی کلی ارائه می‌شوند.

### 6- الگوریتم شناسایی و استخراج رویه‌ی جارویی

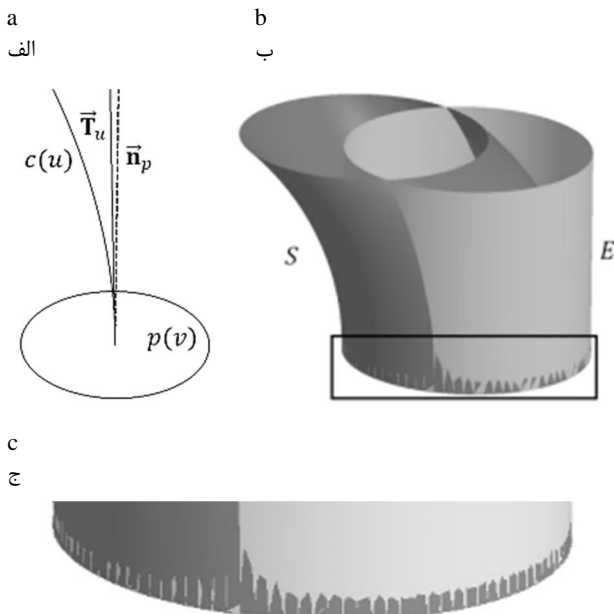
همان‌طور که قبلاً نیز ذکر شد، از فرمول‌بندی رویه‌ی جارویی می‌توان برای نمایش رویه‌های اولیه و سینماتیک [5،13] و حتی در کاربردهای خاص برای رویه‌های پیچیده‌تری همچون رویه‌ی لافتینگ [15،13] و بلند [20،18] نیز استفاده کرد. شاید بتوان گفت تنوع فراوان رویه‌های جارویی، مهمترین مشکل بر سر راه شناسایی آن به صورت خودکار است. اگرچه این دسته از رویه‌ها دارای تنوع فراوانی هستند و در نرم‌افزارهای طراحی روش‌های مختلفی برای ساخت آنها ارائه شده است، ولی در حالت کلی، با توجه به تغییر راستای منحنی پروفایل در مقاطع مختلف، می‌توان آنها را در سه گروه زیر دسته‌بندی کرد:

- رویه‌ی جارویی با مقاطع موازی: در این حالت منحنی پروفایل همواره راستای اولیه‌ی خود را حفظ می‌کند (شکل 3-الف).

<sup>1</sup> Lloyd Algorithm

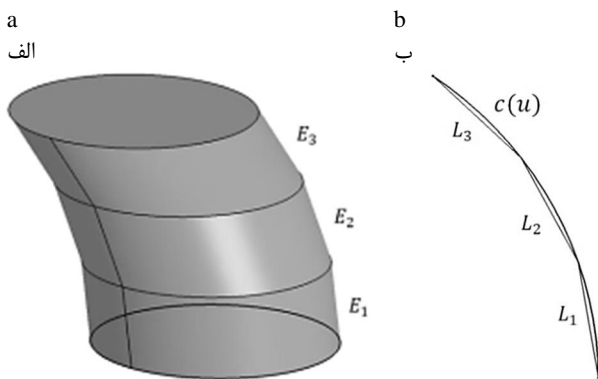
<sup>2</sup> Iterative Voronoi Algorithm

<sup>3</sup> Over segmentation



**Fig. 4** a-  $\vec{n}_p$  normal vector of profile's curve, and  $\vec{T}_u$  tangent vector to central curve, at point  $u = 0$  b- exhibition of swept surface  $S$  (black-hued) produced by two generating curves  $c(u)$  and  $p(v)$ , and extruded surface  $E$  (white-hued) produced by extending the  $p(v)$  curve along  $\vec{T}_u$  vector c- area in which the two surfaces  $E$  and  $S$  overlap (combination of black and white)

**شکل 4** الف- بردار نرمال منحنی پروفایل و  $\vec{T}_u$  بردار مماس بر منحنی مرکزی در نقطه‌ی  $u = 0$  ب- نمایش رویه‌ی جارویی  $S$  (با رنگ مشکی) حاصل از دو منحنی مولد  $p(v)$  و  $c(u)$ ، و رویه‌ی اکستروود  $E$  (با رنگ سفید) حاصل از امتداد منحنی  $p(v)$  در راستای بردار  $\vec{T}_u$  ج- ناحیه‌ای که دو رویه‌ی  $S$  و  $E$  دارای هم‌پوشانی هستند (ترکیبی از دو رنگ سفید و مشکی)



**Fig. 5** a- approximation of swept surface using extruded surfaces b- use of lines  $L_1$ ,  $L_2$  and  $L_3$  which are the corresponding directions with extruded surfaces  $E_1$ ,  $E_2$  and  $E_3$  as an approximation of the curve  $c(u)$ . As seen, it may be expected to result a better approximation of swept surface and  $c(u)$  curve as the number of surfaces  $E_i$  increase.

**شکل 5** الف- تقریب زدن رویه‌ی جارویی با استفاده از رویه‌های اکستروود ب- استفاده از خطوط  $L_1$ ،  $L_2$ ،  $L_3$  که راستاهای متناظر با رویه‌های اکستروود  $E_1$ ،  $E_2$  و  $E_3$  هستند به‌عنوان تقریبی برای منحنی  $c(u)$ ، با افزایش تعداد رویه‌های  $E_i$  می‌توان انتظار داشت به تقریب بهتری از رویه‌ی جارویی و منحنی  $c(u)$  رسید

**2-6- ناحیه‌بندی نقاط**

هدف از این بخش افراز ابر نقطه  $M$  به نواحی جداگانه‌ی  $M_1, M_2, \dots, M_n$  است، به طوری که هر کدام از این نواحی با استفاده از رویه‌ی اکستروود قابل

رویه‌های جارویی را شناسایی و بازسازی کند، زیرا در این حالت تنها امکان شناسایی رویه‌های جارویی با منحنی‌های مرکزی خاص، امکان‌پذیر است. در واقع استفاده از فرمول‌بندی میدان سرعت برای شناسایی رویه‌های مختلف، همانند ناحیه‌بندی جهت‌دار است که با صرف‌نظر از شکل ذاتی و واقعی مدل، نقاط را براساس فرم موردنظر خود ناحیه‌بندی می‌کند.

در رویه‌ی جارویی با مقاطع موازی، راستای منحنی پروفایل همواره ثابت است. بنابراین معادله‌ی پارامتری این دسته از رویه‌ها با حذف پارامتر دوران از معادله‌ی (9)، به صورت زیر بدست می‌آید:

$$S(u, v) = c(u) + p(v) \tag{11}$$

معادله‌ی پارامتری مربوط به رویه‌ی اکستروود نیز مطابق رابطه‌ی 10

تعریف می‌شود:

$$E(u, v) = c(u) + v\vec{n}_p \tag{12}$$

که در آن  $v$  میزان کشش و  $\vec{n}_p$  راستای کشش است. همان‌طور که دیده می‌شود، فرم معادله‌ی رویه‌ی جارویی با مقاطع موازی، با معادله‌ی پارامتری رویه‌ی اکستروود یکسان است، با این تفاوت که منحنی مرکزی در رویه‌ی اکستروود، به صورت خط مستقیم در نظر گرفته می‌شود ولی برای رویه‌ی جارویی می‌توان منحنی‌های پیچیده‌تری را انتخاب کرد. میزان انحنای منحنی مرکزی، زاویه‌ی لحظه‌ای بین پروفایل با منحنی مرکزی و رعایت شرایطی که مانع برخورد رویه با خودش شود، از پارامترهای محدود کننده‌ی فرم منحنی مرکزی است. ایده‌ی مورد استفاده در این مقاله، که در قسمت‌های بعد با جزئیات بیشتری به آن پرداخته شده است، از تشابه موجود میان معادله‌ی رویه‌ی جارویی با مقاطع موازی و معادله‌ی رویه‌ی اکستروود بدست آمده است. در شکل (4)، رویه‌ی اکستروود ( $E$ ) و رویه‌ی جارویی ( $S$ ) با منحنی‌های پروفایل یکسان ترسیم شده‌اند. مطابق شکل دو رویه در قسمت ابتدایی دارای هم‌پوشانی هستند. دلیل این امر موازی بودن راستای کشش رویه‌ی اکستروود با شیب منحنی مرکزی رویه‌ی جارویی در نقطه‌ی  $u = 0$  است. در ناحیه‌ای که هم‌پوشانی ایجاد شده است، می‌توان رویه‌ی جارویی را با استفاده از رویه‌ی اکستروود تقریب زد. ایده‌ی کلی مورد استفاده در این مقاله براساس همین نکته ارائه شده است. در واقع، هدف بازسازی رویه‌ی جارویی  $S$ ، با استفاده از رویه‌های اکستروود متوالی  $E_1, E_2, \dots, E_n$  است، به طوری که راستای کشش رویه‌های اکستروود  $E_i$ ، مماس بر منحنی مرکزی رویه‌ی جارویی  $S$  باشد. در شکل (5)، تقریب زدن رویه‌ی جارویی با استفاده از رویه‌های اکستروود متوالی به صورت شماتیک نشان داده شده است. اگر تعداد رویه‌های اکستروود به اندازه‌ی کافی انتخاب شود، آنگاه بازسازی رویه‌ی جارویی با دقت مناسب ممکن خواهد بود.

مراحل بازسازی رویه‌ی جارویی با استفاده از رویه‌ی اکستروود را می‌توان به صورت زیر بیان کرد:

- بدست آوردن بردار نرمال نقاط متعلق به سطح
  - ناحیه‌بندی ابر نقاط با استفاده از معیار لغزش‌پذیری و الگوریتم تکرارپذیر
  - تشکیل گراف دوگان بر مجموعه‌ی رویه‌های اکستروود و ترکیب نواحی مربوط به رویه‌ی جارویی
  - بدست آوردن راستای کشش برای هر ناحیه
  - ارائه روشی براس شناسایی توالی نواحی مربوط به رویه‌ی جارویی و استخراج نقاط متعلق به آن از میان داده‌های ابر نقاط
- در ادامه روش کار الگوریتم ناحیه‌بندی بیشتر توضیح داده می‌شود.

بستگی به میزان نویز موجود در ابر نقاط دارد و به صورت تجربی تعیین می‌شود. در این تحقیق مقدار مجاز برای  $\epsilon_s$  عددی بین 200 تا 500 در نظر گرفته شده است. هر چقدر میزان نویز موجود در داده‌ها بیشتر باشد مقدار مجاز برای  $\epsilon_s$  کمتر خواهد شد.

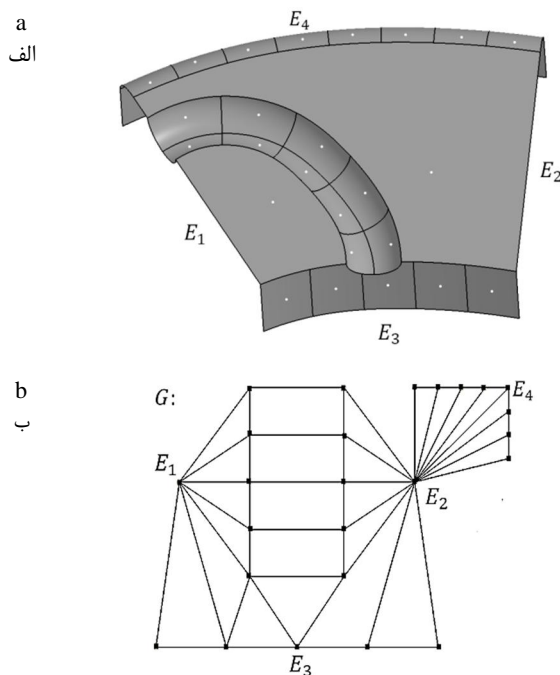
قابل توجه است که با در نظر گرفتن حداقل مقدار برای  $\epsilon_s$ ، می‌توان تمامی قطعات را بشکل مناسبی ناحیه‌بندی کرد. ولی با تعیین  $\epsilon_s$  به صورت اختصاصی برای هر قطعه، علاوه بر افزایش سرعت همگرایی الگوریتم، کیفیت مرز نواحی تفکیک شده را نیز افزایش می‌دهد و از تشکیل بخش‌هایی با مرزهای ناهموار تا حدی جلوگیری می‌کند.

با تعیین مقادیر ویژه‌ی به اندازه‌ی کافی کوچک، راستاهای لغزشی برای هر نقطه‌ی  $X_i$  محاسبه می‌شود. با توجه به میدان سرعت ثابت، هر نقطه می‌تواند حداکثر در دو راستا لغزش‌پذیر باشد. راستاهای لغزش‌پذیر هر نقطه، پارامترهای لغزشی نامیده می‌شود.

با تعیین تعداد و جهت حرکت‌های لغزش‌پذیر برای هر  $X_i \in M$ ، نقاطی که از نظر لغزش‌پذیری مشابه هستند با استفاده از الگوریتم رشد ناحیه دسته‌بندی می‌شوند.

**3-6- تشکیل گراف دوگان بر مجموعه‌ی رویه‌های اکستروژد**

همان‌طور که در بخش 5 توضیح داده شد، پس از انجام ناحیه‌بندی اولیه لازم است تا بخش‌های مجاور که امکان ترکیب با یکدیگر را دارند، جهت تشکیل ناحیه‌ی بزرگتر، شناسایی شوند. در کاربرد خاصی که در این مقاله مورد نیاز



**Fig. 6** The manner of dual graph generation on extruded surfaces a- after primary segmentation, each area is assumed to be a vertex of the graph b- with regard to the areas located adjacently, the edges of graph is drawn (to avoid the ambiguity of figure, only three vertices  $E_1$ ,  $E_2$ ,  $E_3$  and  $E_4$  are titled).

**شکل 6** طریقه‌ی ایجاد گراف دوگان  $G$  بر رویه‌های اکستروژد الف- پس از انجام

ناحیه‌بندی اولیه، هر یک از نواحی به عنوان یک گره از گراف در نظر گرفته می‌شود ب- با توجه به نواحی که در مجاورت یکدیگر قرار دارند، بال‌های گراف ترسیم می‌شود (برای جلوگیری از شلوغ شدن شکل فقط سه گره  $E_1$ ,  $E_2$ ,  $E_3$  و  $E_4$  نام‌گذاری شده است).

تقریب زدن باشد. به همین دلیل معادله‌ی میدان سرعت با حذف پارامتر دوران و تغییر مقیاس از معادله‌ی (4)، به صورت رابطه (13) اصلاح می‌شود:

$$v(x) = t \tag{13}$$

جهت محاسبه‌ی بردار جابجایی لحظه‌ای  $[t]$  که به ازای آن رابطه‌ی:

$$\min_{[t]} \sum_{i=1}^n (v(x_i) \cdot n_i)^2 \tag{14}$$

کمینه شود، می‌توان از تجزیه‌ی مقادیر ویژه‌ی ماتریس کواریانس  $C$ :

$$C = \sum_{i=1}^n \begin{bmatrix} n_{ix}n_{ix} & n_{ix}n_{iy} & n_{ix}n_{iz} \\ n_{iy}n_{ix} & n_{iy}n_{iy} & n_{iz}n_{iy} \\ n_{iz}n_{ix} & n_{iz}n_{iy} & n_{iz}n_{iz} \end{bmatrix} \tag{15}$$

استفاده کرد.

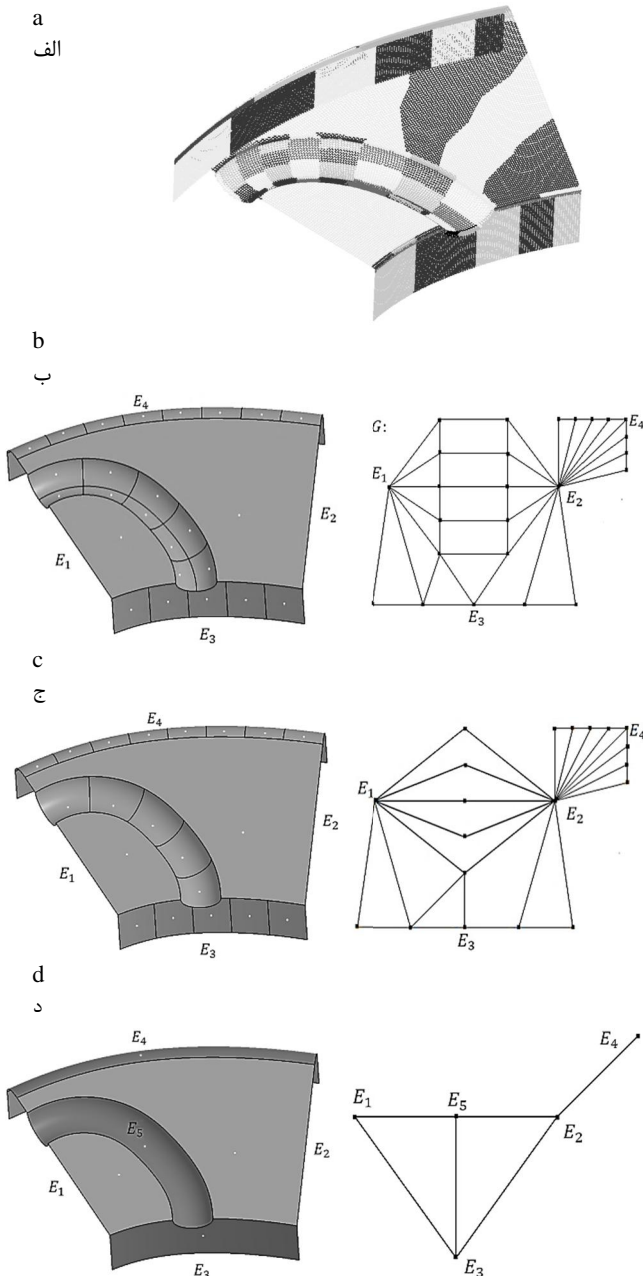
در حالت کلی، ابر نقطه‌ی  $M$  می‌تواند ترکیبی از چندین رویه‌ی متفاوت باشد. به این معنا که لزوماً تمامی نقاط متعلق به  $M$  نسبت به میدان سرعت معادله‌ی (13) لغزش‌پذیر نخواهند بود. بنابراین نمی‌توان روابط بالا را به صورت مستقیم بر  $M$  اعمال کرد. به همین منظور برای هر نقطه‌ی  $X_i \in M$ ، همسایگی  $M_i$  شامل نزدیک‌ترین  $m$  نقطه نسبت به  $X_i$  تعیین می‌شود و پارامترهای لغزش‌پذیری در این همسایگی مورد بررسی قرار می‌گیرد.

جهت افزایش پایداری عددی محاسبات و همچنین جلوگیری از تشکیل جواب  $v(x_i) = 0$  در هر نقطه از زیرمجموعه‌ی  $M_i$ ، لازم است تا قبل از تشکیل ماتریس کواریانس نقاط نرمالیزه شوند. در این مقاله برای نرمالیزه کردن داده‌ها از روش ارائه شده توسط هافر استفاده شده است [27]. نرمالیزه کردن در دو مرحله انجام می‌شود: 1) انتقال تمامی نقاط  $M_i$  به سیستم مختصاتی که مرکز آن بر روی مرکز جرم  $M_i$  قرار دارد، 2) تغییر مقیاس یکنواخت نقاط به نحوی که شعاع میانگین زیر مجموعه‌ی  $M_i$  برابر با یک شود.

قابل توجه است که در صورت وجود نویز در ابر نقاط، در میدان سرعت اسپیرال، استفاده از این روش می‌تواند باعث ایجاد خطا در شناسایی راستای لغزشی شود. به همین دلیل بجای استفاده از روش هافر، استفاده از روش‌های تبیین و ناهمسانی توزیع خطا در متغیرها توصیه شده است [5]. روش‌های ارائه شده در [5] برای نرمالیزه کردن داده‌ها، اگرچه در کاهش اثر نویز بسیار موثر است، ولی از نظر محاسباتی هزینه‌بر می‌باشد. بدلیل این‌که در این مقاله بجای میدان سرعت اسپیرال، میدان سرعت ثابت برای بررسی اثرات لغزشی به کار گرفته شده است، دیگر نیازی به استفاده از روش‌های نرمالیزه کردن پیچیده و زمان‌بر نیست. از طرفی به دلیل عدم بررسی پارامترهای مربوط به دوران الگوریتم نسبت به اثرات نویز پایدار است.

پس از نرمالیزه کردن ماتریس  $C$ ، می‌توان مقادیر ویژه  $\lambda_1 \leq \lambda_2 \leq \lambda_3$  و بردارهای ویژه متناظر با آن‌ها  $\xi_1, \xi_2, \xi_3$  را به سادگی محاسبه کرد. بردارهای ویژه متناظر با مقادیر ویژه صفر نشان دهنده راستای لغزش است. به دلیل وجود نویز در ابر نقاط و همچنین خطاهای محاسباتی در تخمین پارامترهایی مثل بردار نرمال، در عمل مقادیر ویژه دقیقاً برابر با صفر نخواهند شد. به‌همین دلیل بردارهای ویژه متناظر با  $\lambda_i$  به اندازه‌ی کافی کوچک، به عنوان راستای لغزش‌پذیر انتخاب می‌شوند. در این تحقیق از پارامتر  $\epsilon_s$  برای تعیین آستانه‌ی لغزش‌پذیری استفاده شده است.

برای تعیین مقادیر ویژه‌ی به اندازه‌ی کافی کوچک از روش زیر استفاده شده است: اگر  $\lambda_1 \leq \lambda_2 \leq \lambda_3$  مقادیر ویژه  $\xi_1, \xi_2, \xi_3$  بردارهای ویژه متناظر با آن‌ها باشد، آنگاه  $\lambda_i$  یک مقدار ویژه‌ی به اندازه‌ی کافی کوچک است به شرط آن‌که نسبت  $\lambda_3/\lambda_i$  کمتر از مقدار مجاز  $(\epsilon_s)$  شود. مقدار پارامتر  $\epsilon_s$



**Fig. 7** the manner of integration of different areas and dual graphs relating to each step a- model is over-segmented b- model after the first step of integration: integration of areas that are identical in terms of slippable parameters c- model after the second step of integration: integration of areas that are common in at least one slippable parameter d- final model after the third step of integration: detecting of swept surfaces (the surfaces specified with black color)

شکل 7 نحوه‌ی ترکیب بخش‌های مختلف و گراف دوگان‌های مربوط به هر مرحله از ترکیب نواحی الف- مدل بیش از حد ناحیه‌بندی شده ب- مدل پس از اولین مرحله‌ی ترکیب: ترکیب ناحیه‌هایی که از نظر پارامترهای لغزشی یکسان هستند ج- مدل پس از دومین مرحله‌ی ترکیب: ترکیب نواحی که حداقل در یک پارامتر لغزشی مشترک هستند د- مدل نهایی پس از سومین مرحله ترکیب: مرحله‌ی شناسایی رویه‌هایی جارویی (رویه‌هایی که با رنگ سیاه مشخص شده‌اند)

بیش از حد است (شکل 7-ب). در این مرحله، نواحی مجاور که از نظر پارامترهای لغزشی یکسان هستند با یکدیگر ترکیب می‌شوند.

در مرحله‌ی دوم نواحی مجاور که تعداد راستاهای لغزشی یکسانی ندارند ولی در یک راستای لغزش مشترک هستند، با روش دسته‌بندی سلسله

است، ترکیب بخش‌های جداگانه باید به نحوی صورت گیرد که با اتصال بخش‌های مختلف مربوط به رویه‌ی جارویی، امکان استخراج پارامترهای مورد نیاز برای بازسازی آن فراهم شود.

برای این منظور، ابتدا در این بخش مفهوم گراف دوگان و نحوه‌ی تشکیل آن بر روی داده‌ها توضیح داده می‌شود و سپس در بخش بعد چگونگی ترکیب نواحی مختلف مورد بررسی قرار می‌گیرد.

پس از ناحیه‌بندی رویه‌ی جارویی  $S$  با استفاده از رویه‌های اکستروید  $E_i$ ، بر روی مجموعه‌ی  $E = \{E_1, E_2, \dots, E_n\}$  گراف دوگان  $G$  تشکیل می‌شود. برای این منظور کافی است هر یک از رویه‌های  $E_i$  به عنوان یک گره از گراف  $G$  در نظر گرفته شود. یال‌های گراف  $G$  با استفاده از نحوه‌ی مجاورت رویه‌های  $E_i$ ، مطابق شکل (6) رسم می‌شود.

در روش‌های مدل‌سازی حجمی، برای آن‌که مدلی صحیح و سازگار از نظر توپولوژیکی ارائه شود، لازم است تا تمامی اجزای اصلی از داده‌های ابر نقاط قابل تشخیص باشند و بعضی از اجزای فرعی اجازه‌ی حذف شدن را داشته باشند [2]. بنابراین در ابتدا نواحی کوچک از مجموعه  $E$  که معمولاً تاثیر نویز هستند، حذف می‌شود و سپس گراف دوگان  $G$  بر روی آن تشکیل می‌شود. با توجه به پیچیدگی مدل‌های هندسی برای ذخیره‌سازی گراف دوگان از مفهوم ماتریس مجاورت<sup>1</sup> استفاده می‌شود.

#### 4-6- نحوه‌ی ترکیب نواحی مختلف

در الگوریتم‌های ناحیه‌بندی، بنا بر دلایل مختلفی (مثل ماهیت الگوریتم ناحیه‌بندی، روش انتخاب نقطه‌ی مبنا، وجود نویز و نوع شاخص اندازه‌گیری) ممکن است پس از افزایش اولیه، در بعضی از قسمت‌ها ناحیه‌بندی بیش از حد اتفاق بیافتد. به همین دلیل در تمامی الگوریتم‌های موجود، پس از انجام ناحیه‌بندی، بخش‌های مجاور بررسی می‌شوند تا در صورت امکان با یکدیگر ترکیب شوند و نواحی بزرگتری را ایجاد کنند (شکل 7).

در این مقاله ترکیب نواحی مختلف، علاوه بر برطرف کردن مشکل ناحیه‌بندی بیش از حد، هدف مهم دیگری را نیز دنبال می‌کند. در اصل ترکیب بخش‌های مختلف به نحوی صورت می‌گیرد که ناحیه‌ی مربوط به رویه‌ی جارویی شناسایی و بازسازی شود.

همان‌طور که قبلاً نیز اشاره شد، جهت ترکیب نواحی مختلف از روش دسته‌بندی سلسله مراتبی استفاده می‌شود. در روش سلسله مراتبی، داده‌ها از جزء به کل دسته‌بندی می‌شوند. بنابراین استفاده از این روش امکان شناسایی شاخصه‌های کوچک سطح را فراهم می‌کند. در طراحی قطعات مکانیکی ابتدا اجزای اصلی ترسیم می‌شود و در مراحل بعدی با اضافه شدن جزئیات، مدل نهایی بدست می‌آید. دسته‌بندی سلسله مراتبی داده‌ها بدلیل سازگاری با این اصل، می‌تواند کمک موثری برای شناسایی اتوماتیک مراحل طراحی مدل باشد.

در شکل (7) راستاهای لغزش‌پذیر با توجه به میدان سرعت  $V(X) = \dot{t}$  برای نواحی مختلف محاسبه شده است. نقاط متعلق به هر یک از نواحی از نظر تعداد و همچنین راستای لغزش با هم مشابه هستند. همان‌طور که دیده می‌شود، تفکیک مدل با توجه به این شرایط باعث ناحیه‌بندی بیش از حد می‌شود (شکل 7-الف). برای رفع این مشکل و همچنین جهت شناسایی نواحی مربوط به رویه‌ی جارویی، ترکیب نواحی مجاور در سه مرحله صورت می‌گیرد.

هدف از انجام مرحله‌ی اول ترکیب، بر طرف کردن مشکل ناحیه‌بندی

<sup>1</sup> Adjacency Matrix



مختلفی از خطا در مدل ایجاد شود و همچنین میزان خطا و نحوه‌ی توزیع آن با شرایط نمونه‌برداری در حالت عملی مطابقت دارد. در این مقاله نیز جهت بررسی الگوریتم از نمونه‌های استاندارد استفاده شده است.

در شکل 9 نمودار ناحیه‌بندی سلسله مراتبی برای مدل مفروض ارائه شده است. همان‌طور که دیده می‌شود با استفاده از الگوریتم پیشنهادی می‌توان اجزای مختلف مدل را به‌طور مطلوبی تفکیک کرد. همچنین نحوه‌ی ارتباط این اجزای با یکدیگر قابل نمایش است. از این جهت مدل ارائه شده را می‌توان با روش مدل‌سازی عنصری<sup>1</sup> (مدل‌سازی درختی) مقایسه کرد. با این تفاوت که در مدل عنصری از رویه‌های اولیه برای تفکیک مدل استفاده می‌شود، ولی در این‌جا از رویه‌های اکستروود و جارویی استفاده شده است.

مطابق شکل 9، نواحی مربوط به رویه‌ی جارویی به خوبی به سایر قسمت‌ها شناسایی شده است (بخش‌های a, b, c و f). برای این منظور پس از ترکیب نواحی کوچک‌تر مطابق شکل 8 و ایجاد یک ناحیه‌ی بزرگتر، به‌روزرسانی ماتریس مجاورت در گراف دوگان، مجدداً نواحی مختلف جهت ترکیب با یکدیگر بررسی می‌شوند. این عمل تا زمانی که تمامی اجزای مدل شناسایی شود ادامه می‌یابد. همان‌طور که توضیح داده شد از رویه‌های جارویی برای بازسازی سطوح بلند نیز استفاده می‌شود. در شکل 9 ناحیه‌ی f حاوی نقاط مربوط به سطح بلند است. بنابراین با ناحیه‌بندی مدل با استفاده از رویه‌های اکستروود و ترکیب آن‌ها به‌منظور شناسایی رویه‌های جارویی، می‌توان ناحیه‌ی مربوط به سطح بلند را به خوبی از سایر بخش‌های مدل تفکیک کرد. همچنین صفحات تخت به‌عنوان ناحیه‌هایی که نقاط متعلق به

مراتبی ترکیب می‌شوند (شکل 7-ج). همان‌طور که توضیح داده شد، روش سلسله‌مراتبی، داده‌ها را از جزء به کل دسته‌بندی می‌کند. به همین دلیل، ترکیب از بخش‌هایی آغاز می‌شود که اولاً راستاهای لغزشی کمتری دارند، ثانیاً در ماتریس مجاورت از مرتبه‌ی کمتری برخوردار هستند. اگر  $M$  ابر نقطه متعلق به رویه‌ی جارویی باشد، آن‌گاه تمامی نواحی  $M_i$  نسبت به میدان سرعت  $v(x) = t$  یا در دو راستا و یا در یک راستا لغزش پذیر خواهند شد. بنابراین در دسته‌بندی سلسله‌مراتبی، در ابتدا ناحیه‌هایی که تنها یک راستای لغزشی دارند به عنوان نماینده‌ی گروه در نظر گرفته می‌شوند و امکان ترکیب نواحی مجاور با آن‌ها بررسی می‌شود. پس از این مرحله می‌بایست گراف دوگان  $G$  به روز رسانی شود.

در سومین مرحله‌ی ترکیب نیز، همانند مرحله‌ی قبل از روش دسته‌بندی سلسله‌مراتبی استفاده می‌شود (شکل 7-ت). هدف از این مرحله، شناسایی و ترکیب کردن مجموعه‌ی رویه‌های اکستروود متوالی  $E = \{E_1, E_2, \dots, E_n\}$  است، که برای تقریب زدن رویه‌ی جارویی  $S$  از آن استفاده شده است. فرض می‌شود  $E'_{i-1}, E'_i, E'_{i+1}$  عضو گراف دوگان به‌روزرسانی شده‌ی  $G$  و بردارهای  $L'_{i-1}, L'_i, L'_{i+1}$  راستاهای کشش متناظر با آن‌ها هستند. شرط لازم برای آن‌ها که  $E'_{i-1}, E'_i, E'_{i+1}$  اعضای متوالی از مجموعه‌ی  $E$  باشند عبارت است از:

- $\max\{1 - L'_{i-1} \cdot L'_i, 1 - L'_i \cdot L'_{i+1}\} \leq \epsilon_p$  که در آن  $\epsilon_p$  نشان دهنده‌ی میزان اختلاف مجاز بردارهای لغزش است.
- بردار لغزشی هر دو ناحیه‌ی جداگانه‌ی متوالی، بر صفحه‌ی تقریبی مرز مشترک هر دو ناحیه تقریباً عمود باشد.
- در گراف به روز رسانی شده‌ی  $G$  گره‌ی متناظر با  $E'_i$  به گره‌های  $E'_{i-1}, E'_{i+1}$  متصل باشد، ولی دو گره‌ی  $E'_{i-1}$  و  $E'_{i+1}$  به صورت مستقیم به یکدیگر متصل نباشند.

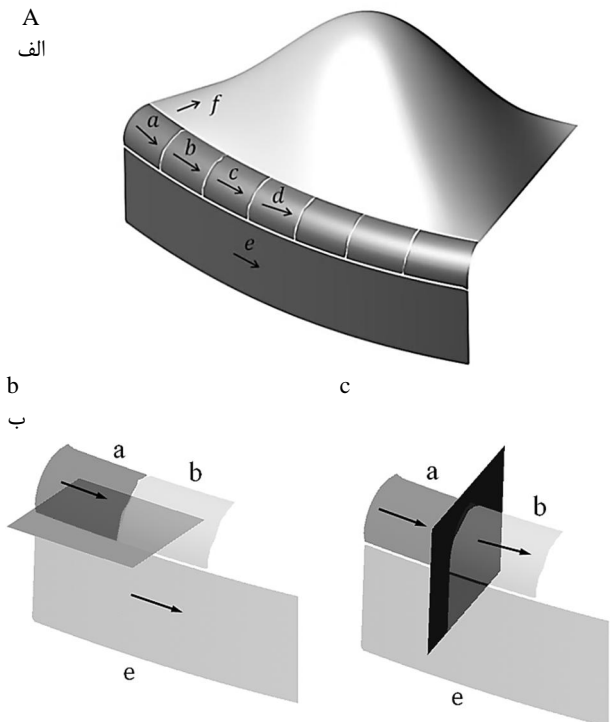
شرط اول تضمین‌کننده‌ی عدم وجود تغییرات ناگهانی در شیب منحنی مرکزی است. شرط دوم و سوم تضمین‌کننده‌ی انتخاب دنباله‌ای صحیح از رویه‌های اکستروود است.

برای بدست آوردن صفحه‌ی مرزی بین دو ناحیه‌ی مجاور، از ماتریس کواریانس مربوط به نقاط واقع در مرز مشترک و همچنین روابط ارائه شده در بخش 2 استفاده شده است.

فرض می‌شود ناحیه‌ی  $a$  در مدل ارائه شده در شکل 8 به عنوان المان مبنا انتخاب شده است. هدف پیدا کردن توالی از نواحی همسایگی  $a$  با استفاده از روش دسته‌بندی سلسله‌مراتبی است. به نحوی که مجموع نواحی انتخاب شده تشکیل یک رویه‌ی جارویی را دهد. با شروع از نقطه‌ی  $a$  و با بررسی شرط اختلاف مجاز راستای بردارهای لغزشی برای سه ناحیه‌ی موجود در همسایگی آن، یعنی نواحی  $f, b, e$  از گزینه‌ها حذف می‌شود. با بررسی شرط دوم و با در نظر گرفتن راستای بردارهای لغزشی نواحی  $a$  و  $e$  نسبت به صفحه‌ی مرزی  $a - e$ ، ناحیه‌ی  $e$  نیز از گزینه‌های ممکن حذف می‌شود و ناحیه‌ی  $b$  به عنوان دومین عضو از دنباله‌ی مورد نظر انتخاب می‌گردد. به همین ترتیب می‌توان سایر اعضای متعلق به این دنباله را شناسایی کرد.

### 7- مثال‌ها

تقریباً در تمامی مقالات مربوط به مبحث ناحیه‌بندی جهت بررسی عملکرد الگوریتم از مدل‌ها و نمونه‌های استاندارد استفاده می‌شود [3-6]. استفاده از مدل‌های کامپیوتری این امکان را فراهم می‌کند که در صورت نیاز انواع



**Fig. 8 a-** The segmented model according to slippable criterion with regard to constant velocity field b, c- boundary planes for adjacent segments (The orientation of arrow shows the slip vector in first direction)

**شکل 8 الف-** مدل ناحیه‌بندی شده براساس معیار لغزش‌پذیری با توجه به میدان سرعت ثابت ب، ج- نمایش صفحات مرزی برای نواحی مجاور (جهت پیکان نشان دهنده‌ی بردار لغزش در راستای اول است)

<sup>1</sup> Constructive Solid Geometry

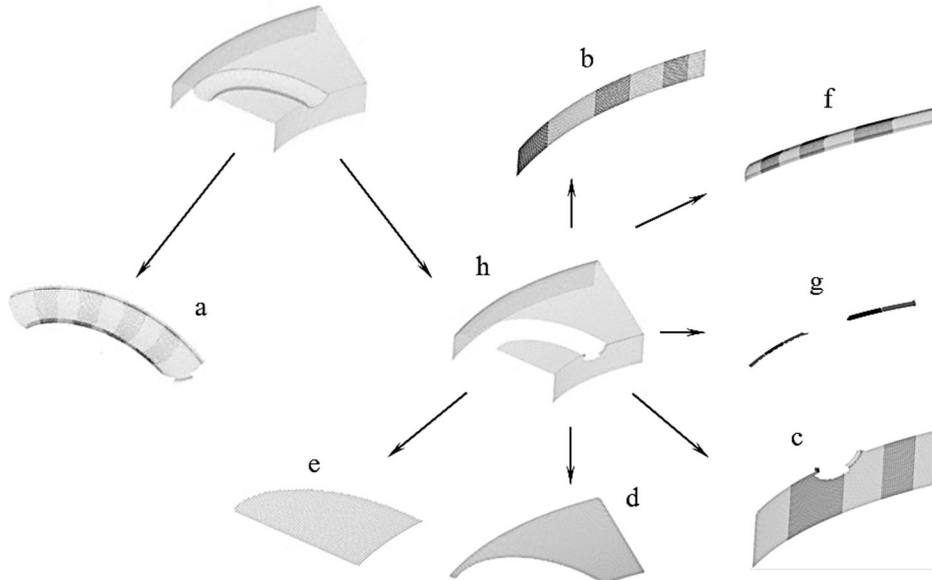


Fig. 9 Exhibition of the constituting elements of the model using hierarchical view method

شکل 9 نمایش اجزای تشکیل دهنده‌ی مدل با استفاده از روش نمایش سلسله مراتبی

جارویی نمایش داده شده است. ناحیه‌ی b، رویه‌ای جارویی با منحنی مرکزی سه‌بعدی دلخواه است که با استفاده از پژوهش‌های انجام شده در سایر مقالات امکان شناسایی آن وجود ندارد. جهت بازسازی رویه‌های مربوط به نواحی a و c، علاوه بر فرمول‌بندی رویه‌ی جارویی، می‌توان به ترتیب از رویه‌ی مخروطی و رویه‌ی دورانی نیز استفاده کرد. بنابراین جهت شناسایی و بازسازی رویه‌های مخروطی و دورانی نیز الگوریتم ارائه شده در این مقاله قابل استفاده است. در شکل 11 ناحیه‌بندی مدل دارای نویز نمایش داده شده است. در این مدل، خطا با استفاده از تابع توزیع گاوسی ایجاد شده است. همان‌طور که دیده می‌شود، الگوریتم ارائه شده به‌دلیل استفاده از روش ناحیه‌بندی تکرارپذیر (به‌عنوان روش حل مسئله‌ی بهینه‌سازی ناحیه‌بندی) و همچنین استفاده از میدان سرعت ثابت (و در نظر نگرفتن پارامترهای دورانی سرعت) برای محاسبه‌ی پارامترهای لغزشی، توانایی ناحیه‌بندی داده‌های نویزدار را نیز دارا می‌باشد.

همان‌طور که دیده می‌شود نواحی مربوط به رویه‌ی جارویی (بخش‌های a, c, d و e) به خوبی از سایر اجزای مدل تفکیک شده است. قابل توجه است که منحنی پروفایل هیچ‌کدام یک از این نواحی، منحنی دایروی نیست. این در حالی است که در سایر تحقیقات صورت گرفته، معمولاً رویه‌های جارویی با منحنی پروفایل دایروی بررسی شده‌اند. همچنین بخش‌های مربوط به رویه‌ی بلند (ناحیه‌های b, f, g و h) نیز به طور مطلوبی از سایر بخش‌های مدل تفکیک شده‌اند.

در این مقاله برای اجرای الگوریتم از نرم‌افزار برنامه‌نویسی متلب استفاده شده است و به دلیل ضعیف بودن محیط گرافیکی آن، قطعات در نرم‌افزار کتیا نمایش داده شده‌اند.

### 8- نتیجه‌گیری

رویه‌ی جارویی یکی از پیچیده‌ترین و پرکاربردترین رویه‌های مورد استفاده در کاربردهای طراحی کامپیوتری و مدل‌سازی گرافیکی است که بدلیل مشکلات موجود در شناسایی و تفکیک آن از داده‌های ابر نقاط، کمتر در زمینه‌ی مهندسی معکوس کاربرد پیدا کرده است. در این مقاله با استفاده از تئوری

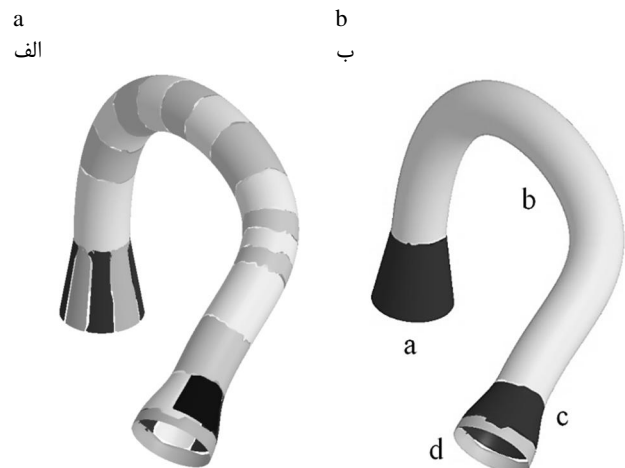


Fig. 10 a- The segmented model after the second step of integration b-detection and separation procedure of the swept surfaces using proposed algorithm

شکل 10 الف- مدل ناحیه‌بندی شده پس از دومین مرحله‌ی ترکیب ب- شناسایی و تفکیک بخش‌های مربوط به رویه‌ی جارویی با استفاده از الگوریتم پیشنهادی

آن‌ها در دو راستا لغزش‌پذیر هستند نیز از سایر نواحی تفکیک شده‌اند. در شکل 9، ناحیه‌ی g به دلیل عدم توانایی محاسبه‌ی دقیق پارامترهای لغزشی در نقاط متعلق به لبه‌های مدل ایجاد شده است. دلیل پیدایش ناحیه‌ی g استفاده از همسایگی‌های محلی جهت محاسبه‌ی پارامترهای لغزشی (بخش 6-2) است. لازم به ذکر است که عدم توانایی در محاسبه‌ی دقیق پارامترهای مربوط به ابر نقاط در لبه‌های مدل، در تمامی الگوریتم‌هایی که از همسایگی‌های محلی استفاده می‌کنند دیده می‌شود. که البته از این ضعف می‌توان در الگوریتم‌های لبه‌یاب برای شناسایی نقاط مرزی مدل استفاده کرد. همان‌طور که در بخش 6-3 توضیح داده شد، برای بازسازی مدلی که از نظر توپولوژیکی با نمونه‌ی اولیه سازگار باشد تنها کافی است تا اجزای اصلی شناسایی شود و می‌توان از اجزای فرعی صرف‌نظر کرد. در شکل 10 مدل ناحیه‌بندی شده‌ی قطعه‌ای متشکل از چندین رویه‌ی

از این روش می‌توان نواحی مربوط به رویه‌های بلند، دورانی، سطوح تخت و مخروطی را نیز به خوبی شناسایی کرد.

مهمترین مزیت الگوریتم ارائه شده نسبت به سایر روش‌ها، فراهم شدن امکان شناسایی رویه‌های جارویی با منحنی پروفایل و مرکزی دلخواه است. در سایر روش‌ها تنها رویه‌هایی با منحنی پروفایل دایروی و با منحنی مرکزی با فرم خاص، قابل شناسایی هستند.

روش پیشنهادی بر روی مدل‌های استاندارد که میزان خطای آن‌ها با شرایط طبیعی داده‌برداری مطابقت دارد، پیاده‌سازی شده است. همان‌طور که مشاهده می‌شود در تمامی مدل‌ها نواحی مختلف به‌طور مطلوبی شناسایی شده‌اند. بنابراین این الگوریتم در ناحیه‌بندی مدل‌های دارای نویز محدود نیز قابل استفاده می‌باشد.

ناحیه‌بندی انجام شده در این پژوهش را می‌توان به‌عنوان مرحله‌ی پیش پردازش در نظر گرفت، که در ادامه و با به کارگیری الگوریتم‌های مناسب بر روی هر یک از این نواحی، امکان استخراج ابعاد و پارامترهای لازم جهت بازسازی خودکار مدل مهیا می‌شود. هدف از پژوهش‌های آتی ارائه‌ی الگوریتم‌هایی است که با پردازش بر روی نواحی شناسایی شده در این مقاله، امکان استخراج منحنی‌های مولد و پارامترهای لازم جهت بازسازی مدل را داشته باشند.

**9- فهرست علائم**

C	ماتریس کواریانس
G	گراف دوگان
M	شبکه‌ی ابر نقاط ورودی
MT	ماتریس تبدیل
N <sub>H</sub>	همسایگی همگن
N	بردار نرمال
o	مرکز همسایگی‌های همگن
p	نقطه موجود در شبکه ابر نقاط
r	بردار دوران
S	سطح تقرب زنده‌ی ابر نقاط
T	ماتریس انتقال
t	زمان
t	بردار جایجایی
V	بردار سرعت
X	نقطه موجود در شبکه ابر نقاط

**علائم یونانی**

$\Gamma$	تابع مقیاس
$\gamma$	ضریب مقیاس
$\epsilon_p$	میزان اختلاف مجاز بردارهای لغزشی
$\epsilon_s$	آستانه‌ی لغزش‌پذیری
$\lambda$	میزان لغزش‌پذیری
$\xi$	بردارهای لغزشی

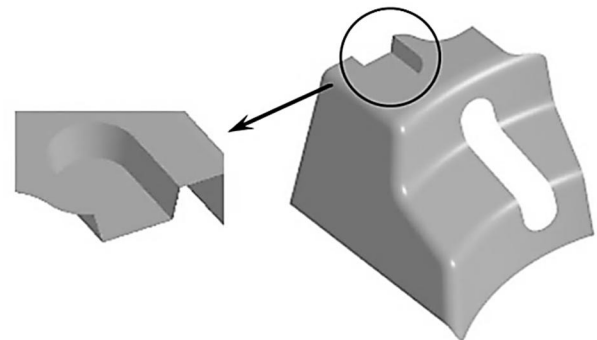
**10- مراجع**

[1] T. Varady, R. R. Martin, J. Cox, Reverse engineering of geometric models an introduction, *Computer Aided Design*, Vol. 29, No. 4, pp. 255-268, 1997.  
 [2] K. Yinling, F. Shuqian, Z. Weidong, L. An, L. Fengshan, S. Xiquan, Feature-based reverse modeling strategies, *Computer Aided Design*, Vol. 38, No. 5, pp. 485-506, 2006.

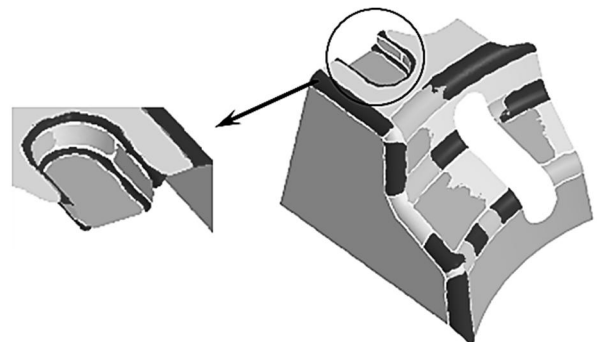
سطوح سینماتیک و مفهوم حرکت لغزش‌پذیر و با به کارگیری الگوریتم ناحیه‌بندی تکرارپذیر، روشی برای تفکیک مدل و شناسایی نواحی مربوط به رویه‌های جارویی از میان داده‌های ابر نقاط ارائه شده است. همچنین با استفاده از الگوریتم دسته‌بندی سلسله‌مراتبی برای ترکیب نواحی مختلف، امکان ارائه‌ی مدل با استفاده از روش مدل‌سازی عنصری (نمودار درختی) برای قطعات نسبتاً پیچیده که امکان مدل‌سازی آن‌ها با سطوح اولیه وجود ندارد، مهیا شده است.

الگوریتم پیشنهادی در این پژوهش با به کارگیری مجموعه‌ای از رویه‌های اکستروود متوالی جهت ناحیه‌بندی مدل، و با ترسیم گراف دوگان متناظر با رویه‌های اکستروود، بخش‌های مختلف مدل را در قالب رویه‌های جارویی تفکیک می‌کند. همان‌طور که در بخش 7 نشان داده شد، با استفاده

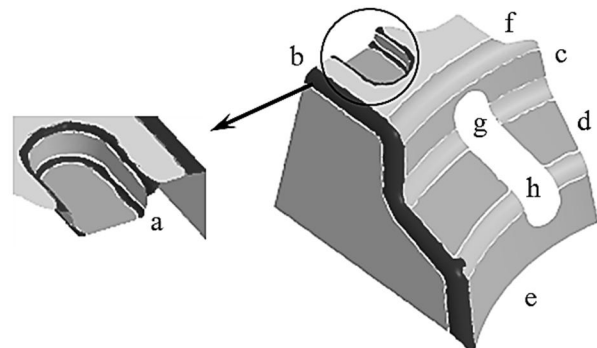
(a) الف



(b) ب



(c) ج



**Fig. 11** Segmentation of noisy model a- The real CAD model b- The segmented model after the second step of integration c- Detection and separation procedure of the swept surfaces using proposed algorithm

شکل 11 ناحیه‌بندی مدل دارای نویز الف- مدل واقعی ب- مدل ناحیه‌بندی شده پس از دومین مرحله‌ی ترکیب ج- شناسایی و تفکیک بخش‌های مربوط به رویه‌ی جارویی با استفاده از الگوریتم پیشنهادی

- of *Computational science*, Beijing, China, May 27-30, 2007.
- [18] L. H. You, H. Ugail, B. P. Tang, Xiaogang Jin, X. Y. You, J. J. Zhang, Blending using ODE swept surfaces with shape control and C1 continuity, *The Visual Comput*, Vol. 30, No. 6, pp. 625-636, 2014.
- [19] C. Li, S. Bedi, S. Mann, NURBS approximation to the flank-milled surface swept by a cylindrical NC tool, *International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, Vol. 61, No. 1, pp. 35-51, 2012.
- [20] R. T. Farouki, K. M. Nittler, Rational swept surface constructions based on differential and integral sweep curve properties, *Computer Aided Geometric Design*, Vol. 33, pp. 1-16, 2015.
- [21] Kevin M. Nittler, Rida T. Farouki, A real-time surface interpolator methodology for precision CNC machining of swept surfaces, *International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, Vol. 84, No. 1, pp. 1-14, 2015.
- [22] H. Pottmann, J. Wallner, *Computational Line Geometry*, pp. 195-221, New York: Springer, 2009.
- [23] C. Wu, S. Agarwal, Schematic Surface Reconstruction, *Proceedings of the twelfth Computer Vision and Pattern Recognition Conference*, Washington: IEEE Computer Society, pp. 1498-1505, 2012.
- [24] H. Hoppe, T. DeRose, T. Duchamp, J. McDonald, W. Stuetzle, Surface reconstruction from unorganized points, *Proceedings of the 19th annual conference on computer graphics and interactive techniques*, New York: ACM, pp. 71-80, 1992.
- [25] A. Foorginejad, K. Khalili, Point clouds curvature estimation using umbrella curvature, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 15, No. 1, pp. 227-235, 2015. (in Persian فارسی)
- [26] Y. Liu, H. Pottmann, W. Wang, Constrained 3D shape reconstruction using a combination of surface fitting and registration, *Computer Aided Design*, Vol. 38, No. 6, pp. 572-583, 2006.
- [27] M. Hofer, B. Odehmal, H. Pottmann, T. Steiner, J. Wallner, 3D shape recognition and reconstruction based on line element geometry, *Proceedings Tenth IEEE international conference on computer vision*, Beijing: IEEE, pp. 1532-1538, 2005.
- [28] T. Randrup, Approximation of surfaces by cylinders, *Computer-Aided Design*, Vol. 30, No. 10, pp. 807-812, 1998.
- [29] H. Pottmann, T. Randrup, Rotational and helical surface approximation for reverse engineering, *Computing*, Vol. 60, No. 4, pp. 307-322, 1998.
- [30] A. Nüchter, J. Elseberg, P. Schneider, D. Paulus, Study of parameterizations for the rigid body transformations of the scan registration problem, *Computer Vision and Image Understanding*, Vol. 114, No. 8, pp. 963-980, 2010.
- [3] W. Jun, Y. Zeyun, Surface feature based mesh segmentation, *Computers & Graphics*, Vol. 35, No. 3, pp. 661-667, 2011.
- [4] P. M. Castro, L. A. Lima, F. L. Lucena, Invariances of single curved manifolds applied to mesh segmentation, *Computers & Graphics*, Vol. 38, pp. No. 1, 399-409, 2014.
- [5] J. Andrews, C. H. Séquin, Generalized, basis-independent kinematic surface fitting, *Computer Aided Design*, Vol. 45, No. 3, pp. 615-620, 2013.
- [6] A. R. Miandarhoie, K. Khalili, Geometric model segmentation using approximate voronoi diagram and fuzzy regions construction, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 14, No. 15, pp. 127-136, 2015. (in Persian فارسی)
- [7] B. Song, N. S. Zheng, D. W. Li, R. L. Chen, L. Li, Reconstructing DEM using TLS point cloud data and NURBS surface, *Transactions of Nonferrous Metals Society of China*, Vol. 25, No. 9, pp. 3165-3172, 2015.
- [8] L. Liu, Y. J. Zhang, X. Wei, Weighted T-splines with application in reparameterizing trimmed NURBS surfaces, *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, Vol. 295, No. 1, pp. 108-126, 2015.
- [9] M. Moinet, G. Mandil, P. Serre, Defining tools to address over-constrained geometric problems, *Computer Aided Design*, Vol. 48, No. 1, pp. 42-52, 2014.
- [10] D. D. Hoffman, W. A. Richards, Parts of recognition, *Cognition*, Vol. 18, No. 1, pp. 65-96, 1984.
- [11] W. H. Hung, S. C. Jessy Kang, Automatic clustering method for real-time construction simulation, *Advanced Engineering Informatics*, Vol. 28, No. 2, pp. 138-152, 2014.
- [12] A. Shamir, A survey on mesh segmentation techniques, *Computer graphics forum*, Vol. 27, No. 15, 39-56, 2008.
- [13] N. Gelfand, L. J. Guibas, Shape segmentation using local slippage analysis, *Proceeding of The 4th Euro graphics Conference*, New York: ACM, pp. 214-223, 2004.
- [14] F. P. Arribas, I. T. Vargas, Computer-aided design of horizontal axis turbine blades, *Renewable Energy*, Vol. 44, No. 1, pp. 252-260, 2012.
- [15] A. Gameros, L. D. Chiffre, H. R. Siller, J. Hiller, G. Genta, A reverse engineering methodology for nickel alloy turbine blades with internal features, *Manufacturing Science and Technology*, Vol. 9, No. 1, pp. 116-124, 2015.
- [16] J. K. Hinds, L. P. Kuan, Surfaces defined by curve transformations, *Proceedings of the 15th numerical control society annual meeting & technical conference*, Chicago, USA, April 9-12, 1978.
- [17] B. Su, J. Tan, Sweeping Surface Generated by a Class of Generalized Quasi-cubic Interpolation Spline, *Proceeding of The 7th International Conference*