مجله مهندسی مکانیک مدرس، دی 1393، دوره 14، شماره 10، ص‌ص 26-34

ماهنامه علمی پژوهشی

مهندسی مکانیک مدرس

mme.modares.ac.ir

شبیه‌سازی عددی جریان خون غیردائم در طول سرخرگ الاستیک با گرفتگی غیرمتقارن

احمدرضا حقیقی[1*]، محمد شهبازی اصل[2]

1- استادیار، گروه ریاضی، دانشگاه صنعتی ارومیه، ارومیه

2- کارشناسی ارشد، گروه ریاضی، دانشگاه صنعتی ارومیه، ارومیه

* ارومیه، صندوق پستی 57155419، ah. haghighi@uut.ac.ir

اطلاعات مقاله

مقاله پژوهشی کامل
دریافت: 06 اسفند 1392
پذیرش: 10 اردیبهشت 1393
ارائه در سایت: 02 مهر 1393

کلید واژگان:
گرفتگی
جریان خون
روش تفاضل محدود،
سیال نیوتنی
سیال میکروپلار

چکیده

در تحقیق حاضر، یک مدل دولایه‌ای از جریان خون غیردائم و پالسی در طول سرخرگ گرفته شده با استفاده از روش عددی شبیه‌سازی می‌شود. مدل حاضر شامل لایه مرکزی سوسپانسیون گلبول‌های قرمز و لایه جانبی پلاسما است. سیال میکروپلار معرف لایه مرکزی و سیال نیوتنی معرف لایه جانبی است. سرخرگ مفروض به صورت الاستیک و هندسه مفروض وابسته به زمان فرض می‌شود، ولی جریان خون در طول سرخرگ الاستیک و غیرالاستیک با هم‌دیگر مقایسه می‌شوند. به منظور شبیه‌سازی هرچه بیشتر شرایط واقعی بدن انسان، نوع گرفتگی نسبت به جهت محوری غیرمتقارن و نسبت به جهت شعاعی متقارن در نظر گرفته شده است. با اعمال تبدیل مختصات شعاعی مناسب، سرخرگ الاستیک گرفته شده، تبدیل به سرخرگ مستطیلی شکل و صلب می‌شود. معادلات ناویر-استوکس حاکم بر جریان خون با در نظر گرفتن گرادیان فشار ورودی با استفاده از روش تفاضل محدود حل شده‌اند. مشخصه‌های دینامیکی جریان خون از قبیل پروفیل سرعت، دبی حجمی و مقاومت در برابر جریان به دست آورده شده است و در مورد تأثیر خاصیت ارتجاعی دیواره و شدت گرفتگی بر روی آن‌ها بحث شده است. نتایج حاصل از شبیه‌سازی حاضر توافق خوبی با نتایج تحلیلی موجود دارد.

Numerical simulation of unsteady blood flow through an elastic artery with a non-symmetric stenosis

Ahmad Reza Haghighi[1*], Mohammad Shahbazi Asl[2]

Department of Mathematics, Urmia University of Technology, Urmia, Iran
* P.O.B. 57155419, Urmia, Iran, ah.haghighi@uut.ac.ir

ARTICLE INFORMATION

Original Research Paper
Received 25 February 2014
Accepted 30 April 2014
Available Online 24 September 2014

Keywords:
Stenosis
Blood Flow
Finite Difference Scheme
Newtonian Fluid
Micropolar Fluid

ABSTRACT

In the present study the problem of a two-layered model for an unsteady and pulsatile flow of blood through a stenosed artery is numerically simulated. The model consists of a core layer of suspension of erythrocytes and a peripheral plasma layer. The core is assumed to be represented using a micropolar fluid and the plasma layer using a Newtonian fluid. The artery is considered to be elastic and the geometry of the stenosis is taken as time-dependent, however, a comparison has been made with the rigid ones. The shape of the stenosis in the arterial lumen is chosen to be axially non-symmetric but radially symmetric in order to improve resemblance to the in-vivo situations. By applying a suitable coordinate transformation, the stenosed artery turns into a rectangular and rigid artery. The Navier-Stokes equations of motion of the blood flow, subjected to a pulsatile pressure gradient are solved numerically using the finite difference scheme. Dynamical characteristics of the blood flow such as the velocity profile, the volumetric flow rate and the resistance to flow are obtained and the effects of the wall motion and the severity of the stenosis on these flow characteristics are discussed. The results are found to be in good agreement with the available analytical results.

1- مقدمه

بیماری‌های قلبی-عروقی از دلایل عمده مرگ و میر در کشورهای مختلف هستند [1]. یکی از شایع‌ترین این بیماری‌ها آتروسکلروز[1] است که در اثر تجمع مواد چرب از جمله کلسترول و تری‌گلیسرید در دیواره رگ به وجود می‌آید. در اثر این بیماری رفتار عادی جریان خون دچار تغییر شده و از جریان عادی خارج می‌شود. این اختلال در جریان طبیعی خون، نقش مهمی در بیماری‌های قلبی عروقی بازی می‌کند، به طوری که بسته به محل گرفته شده، موجب آنژین قلبی یا ایسکمی‌گذاری مغزی و سکته می‌شود. نظریه‌های متعددی به منظور بررسی علت رخ دادن بیماری‌های قلبی-عروقی در محل گرفتگی رگ‌ها و اصولا این که، چرا گرفتگی‌ها به‌وجود می‌آیند ارائه شده، ولی هنوز یک فرضیه قابل قبول و پذیرفته شده در این زمینه به‌دست نیامده است [3،2]. با این وجود بسیاری از محققان خاطرنشان کرده‌اند که پیشرفت آتروسکروز، به مشخصه‌های دینامیکی جریان خون بستگی دارد و مطالعه

1- Atherosclerosis

برای ارجاع به این مقاله از عبارت ذیل استفاده نمایید:

Please cite this article using:
A. R. Haghighi, M. Shahbazi Asl, Numerical simulation of unsteady blood flow through an elastic artery with a non-symmetric stenosis, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 14, No. 9, pp. 26-34, 2014 (In Persian)

[DOR: 20.1001.1.10275940.1393.14.10.7.4]

خواص دینامیکی جریان خون در درک و درمان بسیاری از بیماری‌های قلبی-عروقی نقش اساسی دارد [4-6]. از این‌رو بررسی و مطالعه تأثیر گرفتگی بر جریان خون و تحلیل مشخصه‌های جریان خون در قسمت‌های گرفته شده عروق حائز اهمیت است.

خون سیالی است که از سوسپانسیون سلول‌های مختلفی مانند گلبول‌های قرمز، گلبول‌های سفید، لکوسیت‌ها و پلاکت‌ها در مایع نیوتنی به نام پلاسما تشکیل شده است [8،7]. گلبول‌های قرمز از لحاظ تعداد نسبت به سایر سلول‌های معلق در خون در اکثریت هستند و خواص آن‌ها بر اثر سایر سلول‌های موجود در خون غالب است [9]. در بسیاری از تحقیقات انجام شده در زمینه خواص دینامیکی جریان خون، جریان خون به صورت سیال تک لایه‌ای نیوتونی و یا غیرنیوتونی فرض شده است. لیو و همکاران جریان پالسی خون در طول رگ گرفته شده را مورد بررسی قرار دادند. جریان خون در مطالعه آن‌ها به صورت سیال نیوتنی در نظر گرفته شده و رگ مفروض به‌صورت غیرالاستیک فرض شده است. معادلات ناویر-استوکس حاکم بر جریان خون در مطالعه آن‌ها با استفاده از روش تفاضل محدود حل شده است [10]. سنکار و لی با فرض جریان خون به صورت سیال غیرنیوتنی هرشل-بالکلی، یک مدل ریاضی برای جریان خون در طول سرخرگ گرفته شده ارائه کردند. آن‌ها سرخرگ را به صورت غیرالاستیک و هندسه گرفتگی را مستقل از زمان در نظر گرفتند. جریان خون در این مطالعه به صورت پالسی، تراکم‌ناپذیر و متقارن محور فرض شده است و معادلات حاکم بر جریان با استفاده از روش اختلال حل شده‌اند [11]. شاو و همکاران جریان خون را به صورت سیال غیرنیوتنی، پالسی و غیردائم در نظر گرفتند. سرخرگ مفروض در این مطالعه به صورت الاستیک فرض شده است و معادلات حاکم بر جریان خون با استفاده از روش تفاضل محدود حل شده‌اند [3]. خون به عنوان سیال نیوتنی توانایی توصیف دقیق خواص جریان خون را ندارد. فرض نیوتنی بودن جریان خون برای جریان با کرنش برشی بالا مورد قبول است، که این امر برای جریان در طول رگ‌هایی با قطر داخلی بزرگتر از یک میلی‌متر صادق است [12]. همچنین در شرایط مریضی جریان خون رفتار غیرنیوتونی دارد [13،2]، از طرفی برای جریان خون در طول رگ‌هایی با قطر داخلی کم، وجود لایه جانبی پلاسما و لایه مرکزی متشکل از سوسپانسیون گلبول‌های قرمز مشاهده شده است. بنابراین برای توصیف دقیق و هرچه واقعی‌تر جریان خون، انتخاب جریان خون به عنوان سیال دولایه‌ای مناسب می‌باشد [14-16].

تئوری میکروسیال‌ها توسط ارینگن به منظور بررسی رفتار برخی سیالات مانند حرکت خون حیوانات، کریستال مایع، خون نرمال انسان و سیالات واقعی با سوسپانسیون (که تئوری سیالات نیوتنی و یا غیرنیوتنی توانایی توصیف رفتار آن‌ها را ندارد) معرفی شده است [18،17]. سیالات میکروپلار، زیرکلاسی از این سیالات هستند که در آن‌ها هر المان حجمی حول مرکز ثقلش دوران دارد. سیالات میکروپلار دربردارنده برخی اثرات میکروسکوپی ناشی از تغییر شکل محلی و میکرو حرکات عناصر است [19]. تئوری سیالات میکروپلار قادر به توصیف برخی پدیده‌های فیزیکی است، که توسط معادلات ناویر-استوکس کلاسیک نمی‌تواند بیان شود، زیرا در این شرایط، معادلات حاکم متفاوتی با معادلات مومنتم زاویه‌ای و خطی به دست می‌آید [21،20]. این مدل در واقع تعمیم معادله ناویر-استوکس است که ساختار میکرو سیال را در نظر می‌گیرد. در این نوع سیالات، علاوه بر بردار سرعت محوری، شعاعی و زاویه‌ای بردار سرعت چرخشی به منظور بررسی میکروچرخش‌ها معرفی می‌شود، به همین دلیل استفاده از این نوع سیال برای توصیف جریان خون، مناسب‌تر از سیالات نیوتنی و غیرنیوتنی می‌باشد [22،21،8].

پرالهاد و اسچولتز [23] و سینگ [24] جریان خون را به صورت سیال دولایه‌ای در نظر گرفتند، که لایه مرکزی سیال میکروپلار و لایه جانبی سیال نیوتنی فرض شده بود. در این دو تحقیق جریان خون به صورت تک‌بعدی و دائم فرض شده بود که در نتیجه از جملات مربوط به جهت شعاعی و زمان در معادلات ناویر-استوکس حاکم بر جریان خون صرف‌نظر شده است. آن‌ها همچنین دیواره سرخرگ را به صورت غیرالاستیک و هندسه مفروض را مستقل از زمان فرض کردند، که با توجه به خاصیت الاستیک رگ‌های خونی، فرض مناسبی نیست. آکای و کایا جریان خون دولایه‌ای غیردائم در طول مویرگ‌های دچار گرفتگی شده را بررسی کردند. در این تحقیق لایه مرکزی سیال میکروپلار و لایه جانبی سیال نیوتنی در نظر گرفته شده است و معادلات حاکم بر جریان خون به صورت عددی و با به‌کار بردن روش تفاضل محدود حل شده است [25].

با توجه به گرادیان فشار ضربانی خون که توسط قلب تولید می‌شود، جریان خون در این تحقیق به صورت پالسی در نظر گرفته شده است. جریان سیال غیردائم دولایه‌ای که لایه مرکزی آن سیال میکروپلار و لایه جانبی آن سیال نیوتنی می‌باشد، معرف جریان خون است. هندسه مسأله به صورت وابسته به زمان و سرخرگ مفروض به صورت لوله استوانه‌ای الاستیک فرض شده است. گاهی اوقات عامل اصلی و تعیین‌کننده در تجزیه و تحلیل مشخصه‌های جریان سیال مدل هندسی مفروض برای آن سیال است [26]. آتروسکلروز در سطح دیواره سرخرگ دارای بی‌نظمی‌های زیادی است و هندسه آن نسبت به جهت محوری نامتقارن است [28،27]. بطورکلی بی‌نظمی و نامتقارن بودن مدل هندسی باعث پیچیدگی در انجام شبیه‌سازی‌های تحلیلی و عددی می‌شود، از این‌رو در اکثر تحقیقات پیشین هندسه گرفتگی به صورت متقارن در نظر گرفته شده است. بررسی تأثیر نامتقارن بودن و بی‌نظمی هندسه گرفتگی سرخرگ بر روی مشخصه‌های جریان خون پالسی توسط اندرسون و همکاران مطالعه شده است [26]. نتایج به دست آمده از این تحقیق نشان می‌دهد که بی‌نظمی و نامتقارن بودن هندسه گرفتگی هردو به یک اندازه مشخصه‌های جریان خون را تحت تأثیر قرار می‌دهند. به منظور ارائه شبیه‌سازی عددی از جریان خون در طول سرخرگ گرفته شده، به طوری که این شبیه‌سازی یک گام به واقعیت نزدیک‌تر باشد، در مطالعه حاضر بر خلاف مطالعات پیشین، هندسه گرفتگی مفروض نسبت به جهت محوری نامتقارن در نظر گرفته شده است و در مورد تأثیر نامتقارن بودن گرفتگی بر روی مشخصه‌های جریان خون بحث شده است.

2- فرمول‌بندی مسأله

2-1- هندسه گرفتگی

جریان خون متقارن محور، پالسی، غیردائم، دوبعدی و کاملا گسترش یافته در طول سرخرگ گرفته شده در نظر گرفته شده است. نوع گرفتگی نسبت به جهت محوری نامتقارن ولی نسبت به جهت شعاعی متقارن در نظر گرفته می‌شود. دیواره سرخرگ به صورت الاستیک در نظر گرفته می‌شود و جریان خون به صورت سیال دولایه‌ای مدل‌بندی می‌شود. سیستم مختصات استوانه‌ای (r,θ,z) به ترتیب شعاع، زاویه و مختصات طولی نقطه در راستای محور رگ را نشان می‌دهد. هندسه بی‌بعد وابسته به زمان گرفتگی در لایه جانبی به صورت رابطه 1 بیان می‌شود (شکل 1) [27،24،11،3].

$$\mathrm{R}(\mathrm{z},\mathrm{t}) = \begin{cases} 1 - A[\mathrm{l}_0^{n-1}(\mathrm{z}-\mathrm{d}) - (\mathrm{z}-\mathrm{d})^n]a_1(\mathrm{t}), & \mathrm{d} \le \mathrm{z} \le \mathrm{d} + \mathrm{l}_0 \\ a_1(\mathrm{t}) & \mathrm{OW} \end{cases} \quad (1)$$

[DOR: 20.1001.1.10275940.1393.14.10.7.4]

که در آن $A = \delta/R_0 l_0^n \cdot n^{n(n-1)}/(n-1)$، $R(z,t)$ شعاع رگ گرفته شده در لایه جانبی، $R_1(z,t) = \alpha R(z,t)$ شعاع رگ گرفته شده در لایه مرکزی، R_0 شعاع رگ در ناحیه فراتر از گرفتگی، $n \ge 2$ پارامتر مربوط به نوع گرفتگی، l، l_0 و d به ترتیب طول رگ مورد نظر، طول گرفتگی و طول ناحیه بالادست و τ_m حداکثر گرفتگی می‌باشد که در نقطه $z = d + l_0/n^{1/(n-1)}$ اتفاق می‌افتد. پارامتر زمان به صورت $a_1(t) = 1 + k_r\cos(\omega t - \phi)$ تعریف می‌شود [30،29،3]، که φ بیانگر زاویه فاز و k_r پارامتر نوسان می‌باشد.

2-2- معادلات حاکم بر جریان خون

معادلات بی‌بعد حاکم بر سیال میکروپلار در لایه مرکزی در سیستم استوانه‌ای (r,θ,z) به صورت روابط (2-4) است [31،21،20]:

$$\frac{\partial u_1}{\partial t} + v_1\frac{\partial u_1}{\partial r} + u_1\frac{\partial u_1}{\partial z} = -\frac{\partial p}{\partial z} + \frac{1}{Re}\left(\frac{\partial^2 u_1}{\partial r^2} + \frac{1}{r}\frac{\partial u_1}{\partial r} + \frac{\partial^2 u_1}{\partial z^2}\right) + \frac{m}{Re}\left(\frac{\partial w}{\partial r} + \frac{w}{r}\right) \quad (2)$$

$$\frac{\partial v_1}{\partial t} + v_1\frac{\partial v_1}{\partial r} + u_1\frac{\partial v_1}{\partial z} = -\frac{\partial p}{\partial r} + \frac{1}{Re}\left(\frac{\partial^2 v_1}{\partial r^2} + \frac{1}{r}\frac{\partial v_1}{\partial r} + \frac{\partial^2 v_1}{\partial z^2} - \frac{v_1}{r^2}\right) + \frac{m}{Re}\left(\frac{\partial w}{\partial z}\right) \quad (3)$$

$$\frac{JM}{1-m}\left(\frac{\partial w}{\partial t} + v_1\frac{\partial w}{\partial r} + u_1\frac{\partial w}{\partial z}\right) = -\frac{2N}{Re}w + \frac{N}{Re}\left(\frac{\partial v_1}{\partial z} - \frac{\partial u_1}{\partial r}\right) + \frac{1}{Re}\left(\frac{\partial^2 w}{\partial r^2} + \frac{1}{r}\frac{\partial w}{\partial r} + \frac{\partial^2 w}{\partial z^2} - \frac{w}{r^2}\right) \quad (4)$$

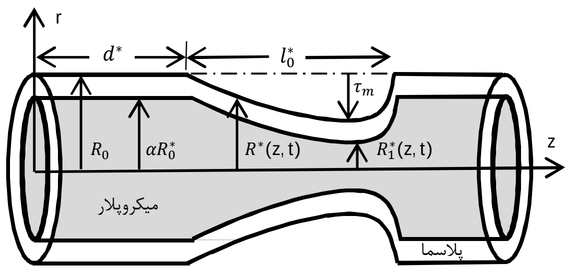
معادلات بی‌بعد حاکم بر سیال نیوتنی در لایه جانبی به همراه معادله پیوستگی در سیستم استوانه‌ای (r,θ,z) به صورت روابط (5-7) است [32،21،10]:

$$\frac{\partial u_2}{\partial t} + v_2\frac{\partial u_2}{\partial r} + u_2\frac{\partial u_2}{\partial z} = -\frac{\partial p}{\partial z} + \frac{1}{Re}\left(\frac{\partial^2 u_2}{\partial r^2} + \frac{1}{r}\frac{\partial u_2}{\partial r} + \frac{\partial^2 u_2}{\partial z^2}\right) \quad (5)$$

$$\frac{\partial v_2}{\partial t} + v_2\frac{\partial v_2}{\partial r} + u_2\frac{\partial v_2}{\partial z} = -\frac{\partial p}{\partial r} + \frac{1}{Re}\left(\frac{\partial^2 v_2}{\partial r^2} + \frac{1}{r}\frac{\partial v_2}{\partial r} + \frac{\partial^2 v_2}{\partial z^2} - \frac{v_2}{r^2}\right) \quad (6)$$

$$\frac{\partial u_i}{\partial z} + \frac{\partial v_i}{\partial r} + \frac{v_i}{r} = 0, \quad (i = 1,2) \quad (7)$$

اعداد و پارامترهای بی‌بعد استفاده شده در معادلات فوق به‌صورت زیر هستند:



شکل 1 هندسه جریان خون دوبعدی در سرخرگ گرفته شده

$$u_i = \frac{u_i^*}{U}, v_i = \frac{v_i^*}{U}, w = \frac{R_0 w^*}{U}, r = \frac{r^*}{R_0}, z = \frac{z^*}{R_0}, t = \frac{t^* U}{R_0},$$

$$R = \frac{R^*}{R_0}, d = \frac{d^*}{R_0}, l_0 = \frac{l_0^*}{R_0}, l = \frac{l^*}{R_0}, J = \frac{J^*}{R_0^2}, m = \frac{\kappa}{\mu_1 + \kappa},$$

$$p = \frac{p^*}{\rho_i U^2}, Re = \frac{\rho_1 U R_0}{\mu_1 + \kappa}, N = \frac{\kappa R_0^2}{\nu}, M = \frac{\mu_1 R_0^2}{\nu}$$

در معادلات بالا اندیس "*" نشانگر کمیت‌های بعددار، اندیس $i = 1$ مربوط به پارامترهای لایه مرکزی، اندیس $i = 2$ مربوط به پارامترهای لایه جانبی، u_i، v_i و w به ترتیب نشانگر سرعت محوری، سرعت شعاعی و سرعت چرخشی، p فشار، ρ_i چگالی، J ثابت میکرواینرسی، κ ویسکوزیته چرخشی، ν ثابت ماده و μ_1 بیانگر ویسکوزیته سیال میکروپلار است.

گرادیان فشار ضربانی برای بدن انسان به صورت رابطه (8) است [33،32،30،4]

$$-\partial p/\partial z = A_0 + A_1\cos(\omega t) \quad (8)$$

که در آن A_0 دامنه ثابت گرادیان فشار، A_1 دامنه پالسی، $\omega = 2\pi f_p$، و f_p فرکانس پالسی است.

شرایط مرزی و شرایط اولیه به صورت زیر در نظر گرفته می‌شود [35،34،23،21]:

مرکز رگ:
$$v_1(r,z,t) = w(r,z,t) = \frac{\partial u_1(r,z,t)}{\partial r} = 0$$

مرز جداکننده دوسیال:
$$v_1 = v_2, u_1 = u_2, (\tau_{rz})_1 = (\tau_{rz})_2$$
$$w(r,z,t) = -\lambda\frac{\partial u_1(r,z,t)}{\partial r}, \ 0<\lambda<1$$

جداره رگ:
$$u_2(r,z,t) = 0, v_2(r,z,t) = \frac{\partial R(z,t)}{\partial t}$$
$$u_2(r,z,0) = 2\overline{u_2}\left[1-\left(\frac{r}{R}\right)^2\right], v_i(r,z,0) = w(r,z,0) = 0$$
$$u_1(r,z,0) = 2\overline{u_1}\left[1-\left(\frac{r}{R}\right)^2 + \frac{4\gamma}{\beta^2}I_0(\beta)\left\{\frac{I_0\left(\frac{\beta r}{R}\right)}{I_0(\beta)} - 1\right\}\right]$$

$\overline{u}_i$ سرعت میانگین، I_0 تابع بسل بهبودیافته مرتبه صفر از نوع اول و I_1 تابع بسل بهبودیافته مرتبه اول از نوع اول می‌باشد.

برای تولید شبکه سرخرگ مفروض، ابتدا نگاشت $\xi = r/R(z,t)$ روی معادلات حاکم بر جریان خون و شرایط مرزی و شرایط اولیه اعمال می‌شود [30،29،5،2]. در نتیجه اعمال این نگاشت، دیواره سرخرگ به‌صورت غیرالاستیک و ثابت تبدیل شده و سرخرگ گرفته شده به سرخرگ مستطیلی شکل تبدیل می‌شود، تا بتوان شبکه تولید شده را روی سطح سرخرگ اعمال کرد. نتیجه اعمال نگاشت مفروض روی معادله پیوستگی و شرایط مرزی به صورت روابط (9-12) خواهد بود:

$$\frac{1}{R}\frac{\partial v_i}{\partial \xi} + \frac{v_i}{\xi R} + \frac{\partial u_i}{\partial z} - \frac{\xi}{R}\frac{\partial R}{\partial z}\frac{\partial u_i}{\partial \xi} = 0 \quad (9)$$

$$\xi = 0:\ v_1(\xi,z,t) = 0,\ w(\xi,z,t) = 0,\ \frac{\partial u_1(\xi,z,t)}{\partial \xi} = 0 \quad (10)$$

$$\xi = \alpha:\ u_1(\xi,z,t) = u_2(\xi,z,t),\ v_1(\xi,z,t) = v_2(\xi,z,t),\ (\tau_{\xi z})_1 = (\tau_{\xi z})_2,\ w(\xi,z,t) = -\frac{\lambda}{R}\frac{\partial u_1}{\partial \xi} \quad (11)$$

$$\xi = 1:\ u_2(\xi,z,t) = 0,\ v_2(\xi,z,t) = \frac{\partial R}{\partial t} \quad (12)$$

3- روش حل عددی معادلات حاکم بر جریان خون

3-1- انتگرال‌گیری از معادله پیوستگی

برای محاسبه سرعت شعاعی برای هر دو سیال از معادله پیوستگی استفاده می‌شود. برای به دست آوردن پروفیل سرعت شعاعی سیال نیوتنی در لایه جانبی، معادله (9) را در ξR ضرب کرده، نسبت به ξ در بازه α تا ξ انتگرال گرفته می‌شود:

[DOR: 20.1001.1.10275940.1393.14.10.7.4]

$$\xi \mathrm{v}_2 - \alpha \mathrm{v}_{2\alpha} - \int_\alpha^\xi \mathrm{v}_2 d\xi + \int_\alpha^\xi \mathrm{v}_2 d\xi + \mathrm{R}\int_\alpha^\xi \xi \frac{\partial \mathrm{u}_2}{\partial \mathrm{z}} d\xi - \frac{\partial \mathrm{R}}{\partial \mathrm{z}}\left(\xi^2 \mathrm{u}_2 - \alpha^2 \mathrm{u}_{2\alpha} - \int_\alpha^\xi 2\xi \mathrm{u}_2 d\xi\right) = 0$$

با استفاده از روش انتگرال‌گیری جزء به جزء رابطه (13) بدست می‌آید:

$$\mathrm{v}_2(\xi,\mathrm{z},\mathrm{t}) = \frac{\alpha}{\xi}\mathrm{v}_{2\alpha} - \frac{\mathrm{R}}{\xi}\int_\alpha^\xi \xi \frac{\partial \mathrm{u}_2}{\partial \mathrm{z}} d\xi + \frac{1}{\xi}\frac{\partial \mathrm{R}}{\partial \mathrm{z}}\left(\xi^2 \mathrm{u}_2 - \alpha^2 \mathrm{u}_{2\alpha} - \int_\alpha^\xi 2\xi \mathrm{u}_2 d\xi\right) \tag{13}$$

با اعمال شرط مرزی دیواره سرخرگ (12)روی رابطه (13)، رابطه (14) بدست می‌آید:

$$\int_\alpha^1 \xi \frac{\partial \mathrm{u}_2}{\partial \mathrm{z}} d\xi = \int_\alpha^1 \left\{ -\frac{2}{\mathrm{R}}\frac{\partial \mathrm{R}}{\partial \mathrm{z}}\xi \mathrm{u}_2 - \left(\frac{1}{\mathrm{R}}\alpha \mathrm{v}_{2\alpha} - \alpha^2 \frac{\partial \mathrm{R}}{\partial \mathrm{z}}\mathrm{u}_{2\alpha} - \frac{\partial \mathrm{R}}{\partial \mathrm{t}}\right)\xi f(\xi)\right\} d\xi \tag{14}$$

که در آن $\mathrm{u}_{2\alpha} = \mathrm{u}_2(\xi,\mathrm{z},\mathrm{t})|_{\xi=\alpha}$ و $f(\xi)$ تابع دلخواهی است که در رابطه $\int_0^\alpha \xi f(\xi) d\xi = -1$ صدق می‌کند. دلیل انتخاب تابع دلخواه $f(\xi)$ بر این اساس است که دوطرف رابطه (14) به طور کامل تحت انتگرال قرار گیرند تا بتوان از هم‌ارزی انتگرال در دو طرف معادله استفاده کرد و از انتگرال صرف‌نظر کرد. با انتخاب $f(\xi) = 4(\xi^2-1)/(\alpha^2-1)$ و قرار دادن آن در رابطه (14) رابطه (15) بدست می‌آید:

$$\frac{\partial \mathrm{u}_2}{\partial \mathrm{z}} = -\frac{2}{\mathrm{R}}\frac{\partial \mathrm{R}}{\partial \mathrm{z}}\mathrm{u}_2 - \frac{1}{\mathrm{R}}\left(\alpha \mathrm{v}_{2\alpha} - \alpha^2 \frac{\partial \mathrm{R}}{\partial \mathrm{z}}\mathrm{u}_{2\alpha} - \frac{\partial \mathrm{R}}{\partial \mathrm{t}}\right)\frac{4(\xi^2-1)}{(\alpha^2-1)^2} \tag{15}$$

سرعت شعاعی برای سیال نیوتنی با جایگذاری رابطه (15) در (13) به دست می‌آید (رابطه 16):

$$\mathrm{v}_2(\xi,\mathrm{z},\mathrm{t}) = \frac{\xi^2+1}{2\xi}\left[\frac{\partial \mathrm{R}}{\partial \mathrm{z}}\mathrm{u}_2 - \frac{\mathrm{R}}{2}\left(\frac{\xi^2-1}{\xi^2+1}\right)\frac{\partial \mathrm{u}_2}{\partial \mathrm{z}} + \frac{2}{\xi^2+1}\frac{\partial \mathrm{R}}{\partial \mathrm{t}}\right] \tag{16}$$

با انجام عملیاتی مشابه بالا روی معادله پیوستگی (9) و استفاده از شرط مرزی لایه جداکننده دو سیال (11) سرعت شعاعی برای سیال میکروپلار در لایه مرکزی به صورت رابطه (17) به دست می‌آید:

$$\mathrm{v}_1(\xi,\mathrm{z},\mathrm{t}) = \xi\left[\frac{\partial \mathrm{R}}{\partial \mathrm{z}}\mathrm{u}_1 - \frac{\left(\alpha \frac{\partial \mathrm{R}}{\partial \mathrm{z}}\mathrm{u}_{1\alpha} - \mathrm{v}_{1\alpha}\right)(\xi^2-2)}{\alpha(\alpha^2-2)}\right] \tag{17}$$

2-3- روش تفاضل محدود

برای به‌دست آوردن سرعت محوری و سرعت چرخشی، از روش تفاضل محدود استفاده می‌شود. جملات مشتق مکانی مرتبه اول و دوم به وسیله فرمول تقریب مرکزی، و جملات مشتق زمانی به وسیله فرمول تقریب پیشرو، تقریب زده می‌شود:

$$(\mathrm{u}_i)_{f\xi} = \frac{\partial \mathrm{u}_i}{\partial \xi} = \frac{(\mathrm{u}_i)_{i,j+1}^k - (\mathrm{u}_i)_{i,j-1}^k}{2\Delta}$$

$$(\mathrm{u}_i)_{fz} = \frac{\partial \mathrm{u}_i}{\partial \mathrm{z}} = \frac{(\mathrm{u}_i)_{i+1,j}^k - (\mathrm{u}_i)_{i-1,j}^k}{2\Delta \mathrm{z}}$$

$$(\mathrm{u}_i)_{s\xi} = \frac{\partial^2 \mathrm{u}_i}{\partial \xi^2} = \frac{(\mathrm{u}_i)_{i,j+1}^k - 2(\mathrm{u}_i)_{i,j}^k + (\mathrm{u}_i)_{i,j-1}^k}{\Delta^2}$$

$$(\mathrm{u}_i)_{sz} = \frac{\partial^2 \mathrm{u}_i}{\partial \xi^2} = \frac{(\mathrm{u}_i)_{i+1,j}^k - 2(\mathrm{u}_i)_{i,j}^k + (\mathrm{u}_i)_{i-1,j}^k}{(\Delta \mathrm{z})^2}$$

$$\frac{\partial \mathrm{u}_i}{\partial \mathrm{t}} = \frac{(\mathrm{u}_i)_{i,j}^{k+1} - (\mathrm{u}_i)_{i,j}^k}{\Delta t}$$

$$i = 1 \Rightarrow \Delta = \Delta\xi, \qquad i = 2 \Rightarrow \Delta = \Delta\xi'$$

برای محاسبه طول گام زمانی باید توجه داشت که روش ارائه شده یک روش صریح است که شرط پایداری آن بر طبق عدد کورانت به صورت رابطه (18) به دست می‌آید [35,27]:

$$\Delta t = \mathrm{c}\,\mathrm{Min}(\Delta \mathrm{t}_1, \Delta \mathrm{t}_2),\ \Delta \mathrm{t}_1 \le \mathrm{Min}\left(\frac{\mathrm{Re}}{2}\frac{\Delta\xi^2 \Delta \mathrm{z}^2}{(\Delta\xi^2 + \Delta \mathrm{z}^2)}\right), \quad \Delta \mathrm{t}_2 \le \mathrm{Min}\left(\frac{\Delta\xi}{\mathrm{u}}, \frac{\Delta \mathrm{z}}{\mathrm{v}}\right),\ 0 < \mathrm{c} < 1 \tag{18}$$

$\Delta\xi$ و $\Delta\xi'$ طول گام‌های مربوط به جهت محوری لایه مرکزی و لایه جانبی، Δz و Δt طول گام جهت شعاعی و جهت زمانی هستند:

$$\xi_j = (j-1)\Delta\xi\ ,\ (j = 1,2,..,N_c+1)\ ;\ \xi_{(N_c+1)} = \alpha$$
$$\xi'_j = \alpha + [j-(N_c+1)]\Delta\xi',\ \ (j = N_c+1,...,N+1)\ ;\ \xi'_{(N+1)} = 1$$
$$\mathrm{t}_k = (k-1)\Delta \mathrm{t},\ (i = 1,2,...)$$
$$\mathrm{z}_i = (i-1)\Delta \mathrm{z}\ ,\ (i = 1,2,..,M+1)$$

نگاشت ارائه شده را روی معادلات (2) و (4) و (5) اعمال کرده و سپس با استفاده از روش تفاضل محدود، معادلات گسسته‌سازی می‌شوند (روابط 19-21):

$$(\mathrm{u}_1)_{i.j}^{k+1} = (\mathrm{u}_1)_{i.j}^k + \Delta \mathrm{t}\left[-\left(\frac{\partial \mathrm{p}}{\partial \mathrm{z}}\right)_i^k + (T_1)_{i,j}^k(\mathrm{u}_1)_{f\xi}^k + (T_2)_{i,j}^k(\mathrm{u}_1)_{s\xi}^k - (\mathrm{u}_1)_{i,j}^k(\mathrm{u}_1)_{fz}^k + \frac{1}{\mathrm{Re}}(\mathrm{u}_1)_{sz}^k + \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{Re}\xi_j \mathrm{R}_i^k}\left((\mathrm{w})_{i,j}^k + \xi_j(\mathrm{w})_{f\xi}^k\right)\right] \tag{19}$$

$$(\mathrm{u}_2)_{i.j}^{k+1} = (\mathrm{u}_2)_{i.j}^k + \Delta \mathrm{t}\left[-\left(\frac{\partial \mathrm{p}}{\partial \mathrm{z}}\right)_i^k + (T_3)_{i,j}^k(\mathrm{u}_2)_{f\xi}^k + (T_2)_{i,j}^k(\mathrm{u}_2)_{s\xi}^k - (\mathrm{u}_2)_{i,j}^k(\mathrm{u}_2)_{fz}^k + \frac{1}{\mathrm{Re}}(\mathrm{u}_2)_{sz}^k\right] \tag{20}$$

$$(\mathrm{w})_{i,j}^{k+1} = (\mathrm{w})_{i,j}^k + \Delta \mathrm{t}\Big[(T_4)_{i,j}^k(\mathrm{w})_{f\xi}^k + (T_5)_{i,j}^k(\mathrm{w})_{s\xi}^k - (\mathrm{u}_1)_{i,j}^k(\mathrm{w})_{fz}^k + \frac{1-\mathrm{m}}{\mathrm{M\,Re\,J}}\left\{(\mathrm{w})_{sz}^k - \frac{(\mathrm{w})_{i,j}^k}{(\xi_j \mathrm{R}_i^k)^2}\right\} + \frac{(1-\mathrm{m})}{\mathrm{M\,Re\,J\,R}} \left\{-2\mathrm{R}_i^k(\mathrm{w})_{i,j}^k + \mathrm{R}_i^k(\mathrm{v}_1)_{fz}^k - \xi_j\left(\frac{\partial \mathrm{R}}{\partial \mathrm{z}}\right)_i^k(\mathrm{v}_1)_{f\xi}^k - (\mathrm{u}_1)_{f\xi}^k\right\} \tag{21}$$

حالت گسسته‌سازی شده‌ی شرایط اولیه و مرزی به شکل روابط (22-26) خواهد بود:

$$(\mathrm{v}_1)_{i,1}^k = (\mathrm{w})_{i,1}^k = 0,\ \ (\mathrm{u}_1)_{i,1}^k = (\mathrm{u}_1)_{i,2}^k \tag{22}$$

$$(\mathrm{v}_1)_{i,N_c+1}^k = (\mathrm{v}_2)_{i,N_c+1}^k,\ (\mathrm{w})_{i,N_c+1}^k = -\frac{\lambda}{\mathrm{R}_i^k}(\mathrm{u}_{f\xi})_{i,N_c+1}^k \tag{23}$$

$$(\mathrm{u}_2)_{i,N+1}^k = 0,\ \ (\mathrm{v}_2)_{i,N+1}^k = \left(\frac{\partial \mathrm{R}}{\partial \mathrm{t}}\right)_i^k \tag{24}$$

$$(\mathrm{u}_2)_{i,j}^1 = 2\overline{\mathrm{u}_2}\left(1-\xi_j^2\right),\ \ \ (\mathrm{v}_i)_{i,j}^1 = (\mathrm{w})_{i,1}^1 = 0 \tag{25}$$

$$(\mathrm{u}_1)_{i,j}^1 = 2\overline{\mathrm{u}_1}\left[1 - \xi_\mathrm{j}^2 + \frac{4\gamma}{\beta^2}I_0(\beta)\left\{\frac{I_0(\beta\xi_\mathrm{j})}{I_0(\beta)} - 1\right\}\right] \tag{26}$$

بعد از محاسبه پروفیل سرعت، مقادیر بی‌بعد مربوط به دبی حجمی (Q) و مقاومت در برابر جریان (Λ) از روابط (27,28) به‌دست می‌آید:

$$\mathrm{Q}_i^k = 2\pi(\mathrm{R}_i^k)^2\left[\int_0^\alpha \xi_j(\mathrm{u}_1)_{i,j}^k d\xi_j + \int_\alpha^1 \xi_j(\mathrm{u}_2)_{i,j}^k d\xi_j\right] \tag{27}$$

$$\Lambda_i^k = \frac{|\mathrm{l}(\frac{\partial \mathrm{p}}{\partial \mathrm{z}})_i^k|}{\mathrm{Q}_i^k} \tag{28}$$

3-3- الگوریتم حل مسأله

شبیه‌سازی حاضر با استفاده از الگوریتم زیر در نرم‌افزار مت‌لب[1] انجام شده است.

1- MATLAB

[DOR: 20.1001.1.10275940.1393.14.10.7.4]

1) ایجاد شبکه با اندازه 60×300؛

2) محاسبه پروفیل سرعت اولیه با استفاده از روابط (25) و (26) در مرحله زمانی t_0؛

3) محاسبه Δt با استفاده از شرط پایداری عدد کورانت در رابطه (18)

4) محاسبه $(u_1)_{i,j}^{k+1}$، $(u_2)_{i,j}^{k+1}$ و $(w)_{i,j}^{k+1}$ برای مرحله زمانی t_1، $(t_1 = t_0 + \Delta t)$ با استفاده از روابط (19) تا (21) با در نظر گرفتن شرایط مرزی (22) تا (24). گرادیان فشار ضربانی در این مرحله با استفاده از رابطه (8) وارد می‌شود؛

4) محاسبه $(v_1)_{i,j}^{k+1}$ و $(v_2)_{i,j}^{k+1}$ با استفاده از روابط (16) و (17)؛

5) محاسبات برای $t = t_1$ در کل دامنه شبکه تولید شده ادامه می‌یابد؛

6) تکرار مراحل 3 تا 5 تا زمان رسیدن به مرحله زمانی مورد نظر؛

4- بحث‌ها ونتایج عددی

برای ارائه شبیه‌سازی عددی حاضر از پارامترهای بی‌بعد زیر استفاده شده است [21، 34، 36]:

$$R_0 = 1.52(\mathrm{mm}), l^* = 30(\mathrm{mm}), d^* = 7(\mathrm{mm}), l_0^* = 10(\mathrm{mm})$$
$$\Delta\xi = 0.01, \Delta\xi' = 0.005, \Delta z = 0.1, \Delta t = 0.0001, \varphi = 0$$
$$f_p = 1.2, \alpha = 0.95, \mathrm{Re} = 300, \mathrm{M} = 1, \mathrm{N} = 1, k_r = 0.05$$
$$A_0 = 0.1, A_1 = 0.2A_0, \mathrm{J} = 0.001, \mathrm{m} = 0.85$$

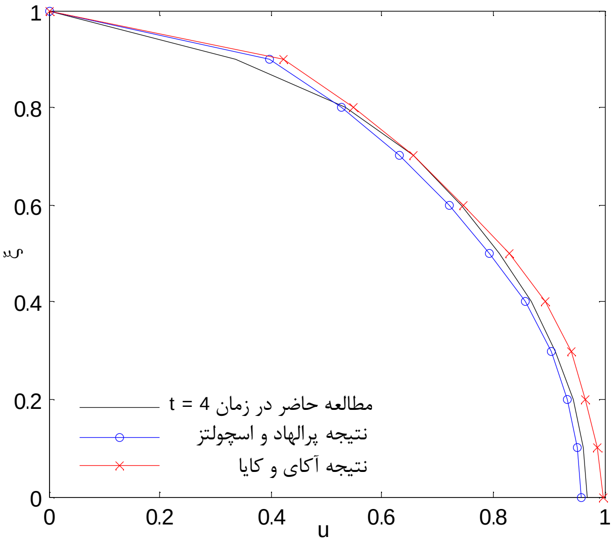
به منظور اعتباردهی به نتایج به دست آمده، سرعت محوری در نقطه بحرانی گرفتگی $z = 19$ برای پارامتر هندسی $n = 4$ و میزان گرفتگی $\tau_m = 0.3R_0$، با نتایج به دست آمده از تحقیق پرالهاد و اسچولتز [23] و آکای و کایا [25]، مقایسه شده است و نتایج در شکل 2 نشان داده شده است. واضح است که در زمان $t = 4$ نتایج تحقیقات توافق خوبی باهم دارند.

نمودار سرعت محوری بی‌بعد در راستای شعاع بی‌بعد در نقطه بحرانی گرفتگی $(z = 19)$ برای میزان گرفتگی‌های متفاوت در شکل 3 ارائه شده است. با توجه به شکل 3، در زمان $t = 5$ با افزایش میزان گرفتگی از $\tau_m = 0.3R_0$ به $\tau_m = 0.7R_0$ مقدار سرعت محوری کاهش پیدا کرده است. این شکل همچنین دربردارنده سرعت محوری جریان خون در طول سرخرگ غیرالاستیک، در زمان $t = 3$ برای میزان گرفتگی $\tau_m = 0.7R_0$ می‌باشد. شکل 3 نشان می‌دهد که در حضور گرفتگی، در زمان $t = 3$ سرعت محوری جریان خون دولایه‌ای مفروض در طول سرخرگ الاستیک کمتر از سرعت محوری در طول سرخرگ غیرالاستیک می‌باشد. دلیل این رفتار این است که دیواره سرخرگ الاستیک خاصیت ارتجاعی دارد، بنابراین به علت حرکت دیواره سرعت محوری مستهلک می‌شود.

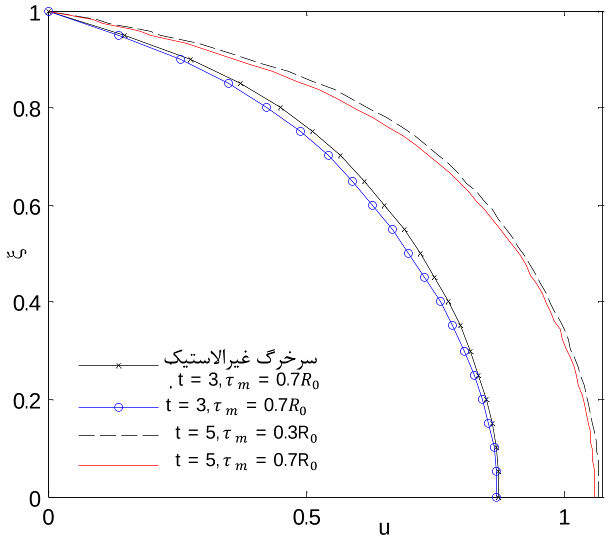
نمودار سرعت شعاعی در راستای شعاع بی‌بعد در زمان $t = 4$ برای میزان گرفتگی‌های متفاوت و پارامتر هندسی $n = 6$ در شکل 4 نشان داده شده است. مقدار سرعت شعاعی در محور سرخرگ الاستیک برابر صفر است و با دور شدن از محور سرخرگ، افزایش می‌یابد. در دیواره سرخرگ با توجه به خاصیت ارتجاعی دیوار سرخرگ، سرعت شعاعی به یک مقدار مثبت و مخالف صفر می‌رسد، در حالی که سرعت شعاعی در محور و دیواره سرخرگ غیرالاستیک، با توجه به شرط عدم لغزش برابر صفر می‌باشد و سرعت شعاعی در این حالت رفتار تقریبا متقارنی دارد. همچنین مقدار سرعت شعاعی در سرخرگ غیرالاستیک بسیار ناچیز است و این مقدار کمتر از مقدار سرعت شعاعی در سرخرگ الاستیک می‌باشد. با توجه به شکل در زمان $t = 4$، با افزایش میزان گرفتگی مقدار سرعت شعاعی کاهش پیدا کرده است. نتیجه به دست آمده از تحقیق شاو و همکاران [3] برای گرفتگی $\tau_m = 0.3R_0$، در زمان $t = 4$ و برای پارامتر هندسی $n = 6$ در شکل 4 آورده شده است. با توجه به شکل 4 دولایه‌ای فرض کردن جریان خون در مطالعه حاضر سرعت شعاعی را تحت تأثیر قرار داده به طوری که سرعت شعاعی جریان خون دولایه‌ای مفروض بیشتر از سرعت جریان خون تک‌لایه‌ای می‌باشد که این مسأله اهمیت فرض دولایه‌ای بودن جریان خون را نشان می‌دهد.

شکل 5 نشانگر سرعت چرخشی در راستای شعاع بی‌بعد در زمان $t = 3$ برای میزان گرفتگی‌های $\tau_m = 0.3R_0$ و $\tau_m = 0.7R_0$ و پارامتر هندسی $n = 4$ می‌باشد. با توجه به شکل 5، در حضور گرفتگی، مقدار سرعت چرخشی در سرخرگ غیرالاستیک بیشتر از مقدار سرعت چرخشی در سرخرگ الاستیک است و با افزایش میزان گرفتگی، مقدار سرعت چرخشی افزایش یافته است.

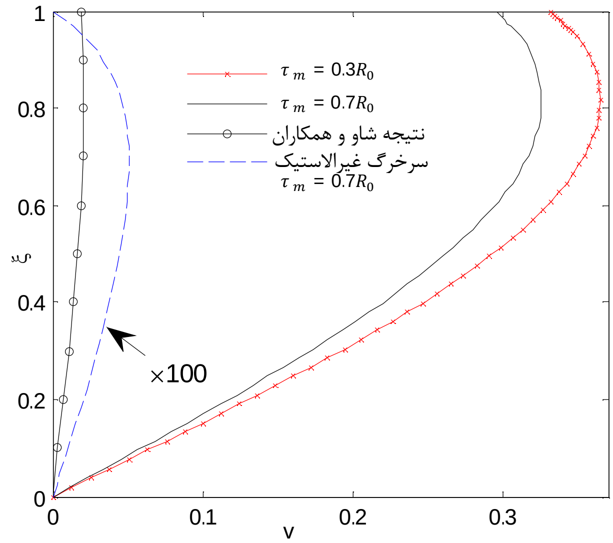
شکل 6 نشانگر چگونگی توزیع دبی حجمی در شش دوره قلبی نسبت به زمان، در نقطه بحرانی $z = 19$ برای پارامترهای مختلف هندسی و مقدار گرفتگی‌های متفاوت می‌باشد.



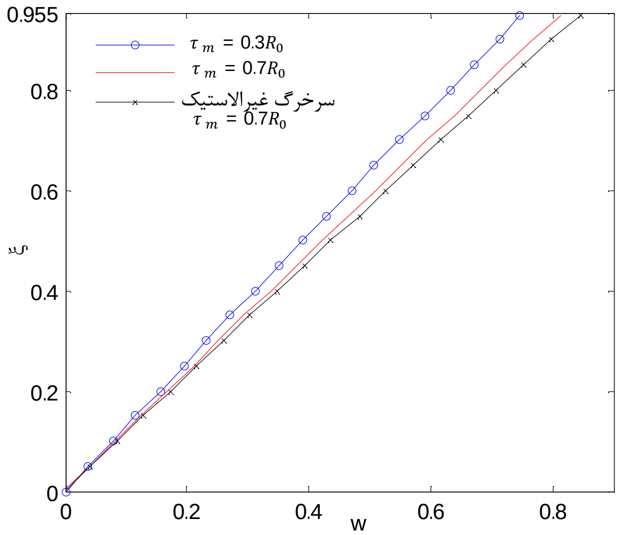
شکل 2 مقایسه سرعت محوری روش حاضر با نتایج [23] و [25]



شکل 3 سرعت محوری بی‌بعد در راستای شعاع بی‌بعد برای $n = 4$



شکل 4 سرعت شعاعی بی‌بعد در راستای شعاع بی‌بعد برای $n = 6$ در زمان t = 4

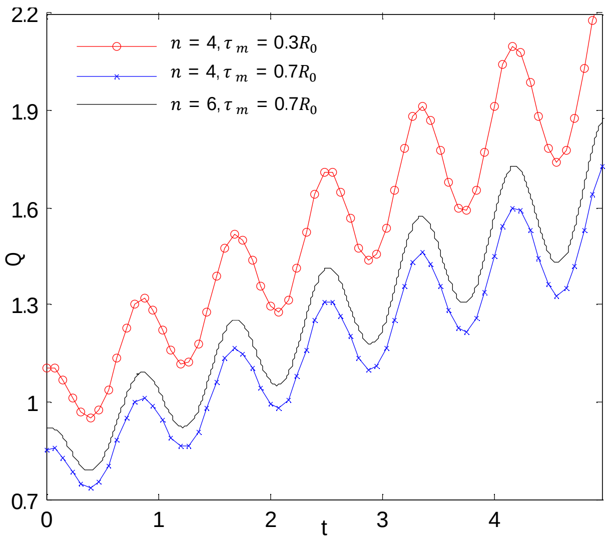


شکل 5 سرعت چرخشی بی‌بعد در راستای شعاع بی‌بعد برای $n = 4$

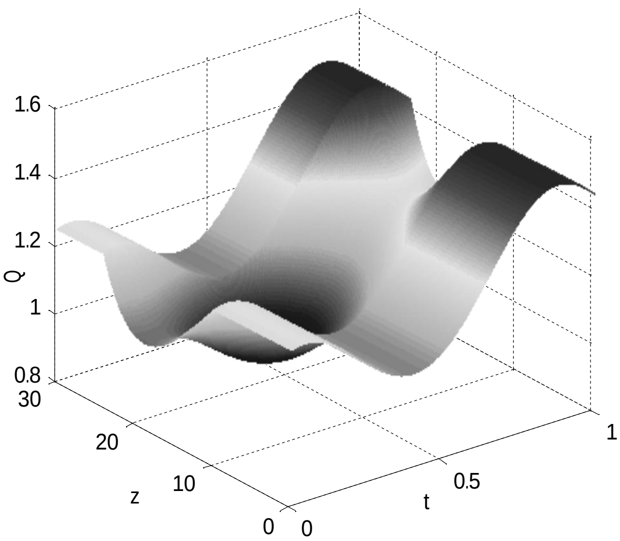
با توجه به شکل 6، روشن است که رفتار غیردائم جریان خون، دبی حجمی را به طور چشمگیری تحت تأثیر قرار می‌دهد. این مسأله اهمیت فرض غیردائم بودن جریان خون را نشان می‌دهد. با مقایسه نمودار های مربوط به پارامترهای هندسی $n = 4$ و $n = 6$ در شکل 6، روشن است که فرض غیرمتقارن بودن هندسه نسبت به جهت محوری تأثیر زیادی در رفتار جریان خون دارد، بطوریکه در حضور گرفتگی، با افزایش مقدار پارامتر هندسی مقدار دبی حجمی نیز افزایش پیدا کرده است.

با مقایسه دبی حجمی در شکل 6 برای میزان گرفتگی‌های $\tau_m = 0.3R_0$ و $\tau_m = 0.7R_0$ مشاهده می‌شود که با افزایش میزان گرفتگی، مقدار دبی حجمی کاهش پیدا کرده است. همچنین رفتار پالسی جریان خون در دوره‌های قلبی در این شکل قابل مشاهده است.

شکل سه بعدی دبی حجمی در راستای طول بی‌بعد سرخرگ که در یک گام زمانی محدود (تا زمان بی‌بعد t = 1) برای پارامتر هندسی $n = 4$ و میزان گرفتگی $\tau_m = 0.3R_0$ به دست آمده است، در شکل 7 نشان داده شده است. با توجه به شکل 7 مقدار دبی حجمی با افزایش زمان افزایش پیدا کرده است.



شکل 6 توزیع دبی حجمی بی‌بعد نسبت به زمان بی‌بعد در نقطه بحرانی z = 19

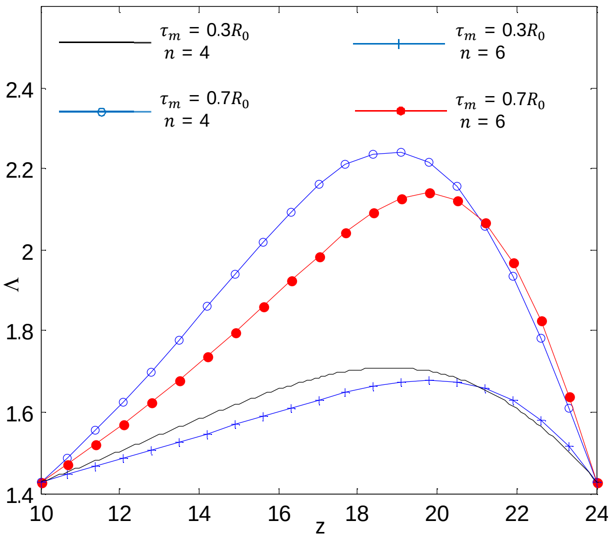


شکل 7 تغییرات دبی حجمی بی‌بعد نسبت به طول بی‌بعد سرخرگ در یگ گام زمانی محدود

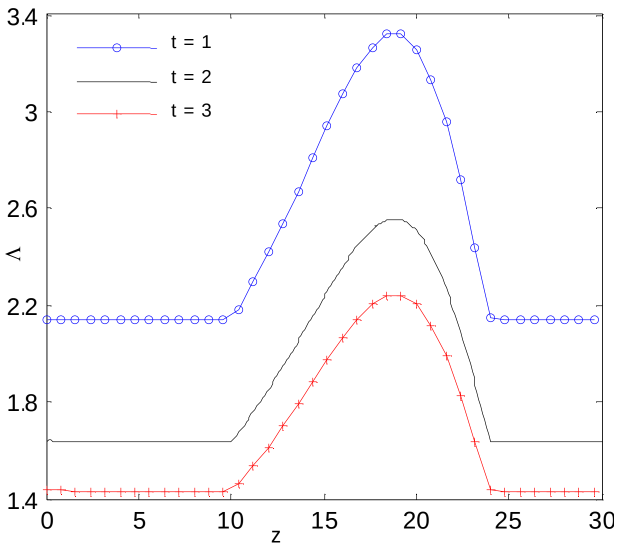
شکل 8، نشانگر توزیع مقاومت در برابر جریان در طول ناحیه گرفته شده از سرخرگ مفروض برای مقادیر مختلف پارامتر هندسی و مقدار گرفتگی‌های متفاوت در زمان t = 3 می‌باشد، با مقاسه نمودارهای مربوطه به پارامترهای هندسی $n = 4$ و $n = 6$ در شکل 8، تأثیر پارامتر هندسی بر روی مقاومت در برابر جریان به روشنی در این شکل قابل رویت است، بطوریکه با افزایش مقدار پارامتر هندسی، مقاومت در برابر جریان کاهش یافته است. با توجه به رابطه (27)، مقاومت در برابر جریان با دبی حجمی نسبت عکس دارد که این امر باعث شده است تا رفتار مقاومت در برابر جریان در شکل 8 برعکس رفتار دبی حجمی باشد، بطوریکه برای هر دو مقدار پارامتر هندسی، با افزایش مقدار گرفتگی از $\tau_m = 0.3R_0$ به $\tau_m = 0.7R_0$، مقدار مقاومت در برابر جریان افزایش یافته است.

به منظور نشان دادن تأثیر رفتار غیردائم جریان خون، توزیع مقاومت در برابر جریان برای میزان گرفتگی $\tau_m = 0.7R_0$ و پارامتر هندسی $n = 4$ در سه زمان متفاوت در شکل 9 ارائه شده است.

شکل 9 نشانگر آن است که مقدار مقاومت در برابر جریان در نواحی باز



شکل 8 توزیع مقاومت در برابر جریان بی‌بعد در ناحیه گرفته شده از سرخرگ الاستیک مفروض در زمان t = 3



شکل 9 توزیع مقاومت در برابر جریان بی‌بعد در طول سرخرگ الاستیک برای $\tau_m = 0.7R_0, n = 4$

رگ که دچار گرفتگی نشده‌اند، ثابت است و با شروع ناحیه گرفته شده مقدار مقاومت در برابر جریان شروع به افزایش یافتن می کند و در نقطه حداکثر گرفتگی، به مقدار ماکسیمم خود می‌رسد.

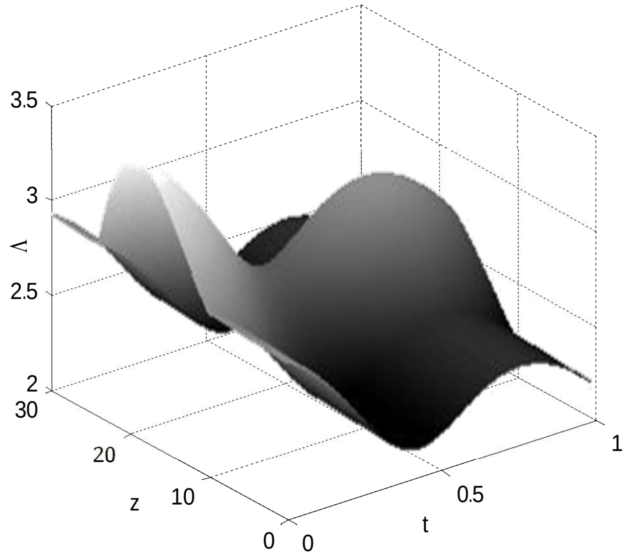
شکل 10 نشانگر شکل سه بعدی مقاومت در برابر جریان در راستای طول بی‌بعد سرخرگ که در یک گام زمانی محدود (تا زمان بی‌بعد t = 1) برای پارامتر هندسی $n = 4$ و میزان گرفتگی $\tau_m = 0.3R_0$ به دست آمده است، می‌باشد. با توجه به شکل 10 برخلاف دبی حجمی، با افزایش زمان مقدار مقاومت در برابر جریان در سرخرگ مفروض کاهش می‌یابد.

در شکل 11 هندسه سرخرگ گرفته شده در نرم‌افزار متلب شبیه‌سازی شده است.

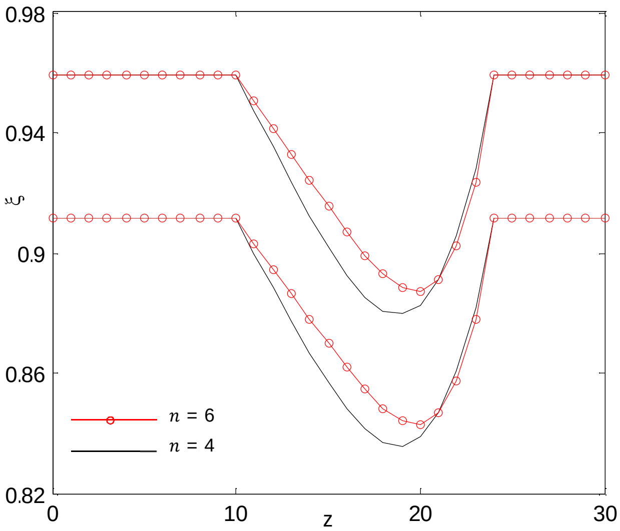
تأثیر پارامتر هندسی ($n = 4,9$) بر هندسه سرخرگ گرفته شده در شکل 11 قابل مشاهده است.

5- نتیجه‌گیری

در مطالعه حاضر جریان خون پالسی و غیردائم در طول سرخرگ گرفته شده



شکل 10 تغییرات مقاومت در برابر جریان بی‌بعد نسبت به طول بی‌بعد سرخرگ در یک گام زمانی محدود



شکل 11 تأثیر پارامتر هندسی بر هندسه سرخرگ گرفته شده

مورد مطالعه قرار گرفت. جریان خون به صورت سیال دولایه‌ای در نظر گرفته شده است، بطوریکه سیال میکروپلار به عنوان لایه مرکزی و سیال نیوتنی به عنوان لایه جانبی فرض شده است. به منظور شبیه‌سازی هرچه بیشتر شرایط واقعی سرخرگ مفروض الاستیک در نظر گرفته شده است و نوع گرفتگی نسبت به جهت محوری نامتقارن نمی‌باشد. معادلات حاکم بر جریان خون در طول سرخرگ مفروض با استفاده از روش تفاضل محدود حل شده‌اند. با توجه به تأثیر مشخصه‌های دینامیکی جریان خون در بیماری‌های قلبی-عروقی، پروفیل سرعت، دبی حجمی و مقاومت در برابر جریان به دست آورده شد و در مورد تأثیر عوامل مختلفی چون میزان گرفتگی، پارامتر هندسی و خاصیت الاستیک دیواره سرخرگ بر روی آن‌ها بحث شد. به منظور اعتباردهی به نتایج عددی به دست آمده، نتایج حاضر با نتایج تحلیلی موجود، مورد مقایسه قرار گرفت و توافق خوبی بین آن‌ها به دست آمد. مشاهده شد که الاستیک بودن سرخرگ مفروض، فرض غیردائم بودن جریان خون و پارامترهای هندسی متفاوت تأثیر چشمگیری در مشخصه‌های دینامیکی جریان خون دارد. با افزایش مقدار گرفتگی، مقدار سرعت چرخشی و مقاومت در برابر

جریان افزایش پیدا کرد، در حالیکه مقدار سرعت محوری، سرعت شعاعی و دبی حجمی کاهش پیدا کرد. مشاهده شد که، مقدار سرعت محوری و سرعت چرخشی جریان خون دولایه‌ای مفروض در طول سرخرگ غیرالاستیک بیشتر از سرخرگ الاستیک است، در حالی‌که سرعت شعاعی رفتار معکوسی دارد. همچنین نتیجه گرفته شد دبی حجمی با افزایش مقدار پارامتر هندسی، افزایش پیدا می‌کند در حالی‌که مقاومت در برابر جریان کاهش پیدا می‌کند.

6- پیوست

T_1-T_5 در روابط (19) تا (21) به صورت زیر می‌باشند:

$$(T_1)_{i,j,k} = \frac{1}{(\mathrm{R}_i^k)^2}\left[\xi_j R_i^k \left(\frac{\partial \mathrm{R}}{\partial \mathrm{t}}\right)_i^k + \xi_j \mathrm{R}_i^k \left(\frac{\partial \mathrm{R}}{\partial \mathrm{z}}\right)_i^k (\mathrm{u}_1)_{i,j}^k - (\mathrm{v}_1)_{i,j}^k \mathrm{R}_i^k + \frac{1}{\mathrm{Re}}\left\{\frac{1}{\xi_j} + 2\xi_j\left(\left(\frac{\partial \mathrm{R}}{\partial \mathrm{z}}\right)_i^k\right)^2 - \xi_j \mathrm{R}_i^k \left(\frac{\partial^2 \mathrm{R}}{\partial \mathrm{z}^2}\right)_i^k\right\}\right]$$

$$(T_2)_{i,j,k} = \frac{1}{\mathrm{Re}}\frac{1}{(\mathrm{R}_i^k)^2}\left[1 + \left(\xi_j \left(\frac{\partial \mathrm{R}}{\partial \mathrm{z}}\right)_i^k\right)^2\right]$$

$$(T_3)_{i,j,k} = \frac{1}{(\mathrm{R}_i^k)^2}\left[\xi_j \mathrm{R}_i^k \left(\frac{\partial \mathrm{R}}{\partial \mathrm{t}}\right)_i^k + \xi_j \mathrm{R}_i^k \left(\frac{\partial \mathrm{R}}{\partial \mathrm{z}}\right)_i^k (\mathrm{u}_2)_{i,j}^k - (\mathrm{v}_2)_{i,j}^k \mathrm{R}_i^k + \frac{1}{\mathrm{Re}}\left\{\frac{1}{\xi_j} + 2\xi_j\left(\left(\frac{\partial \mathrm{R}}{\partial \mathrm{z}}\right)_i^k\right)^2 - \xi_j \mathrm{R}_i^k \left(\frac{\partial^2 \mathrm{R}}{\partial \mathrm{z}^2}\right)_i^k\right\}\right]$$

$$(T_4)_{i,j,k} = \frac{1}{(\mathrm{R}_i^k)^2}\left[\xi_j \mathrm{R}_i^k \left(\frac{\partial \mathrm{R}}{\partial \mathrm{t}}\right)_i^k + \xi_j \mathrm{R}_i^k \left(\frac{\partial \mathrm{R}}{\partial \mathrm{z}}\right)_i^k (\mathrm{u}_1)_{i,j}^k - (\mathrm{v}_1)_{i,j}^k \mathrm{R}_i^k + \frac{1-\mathrm{m}}{\mathrm{M\,J\,Re}}\left\{\frac{1}{\xi_j} + 2\xi_j\left(\left(\frac{\partial \mathrm{R}}{\partial \mathrm{z}}\right)_i^k\right)^2 - \xi_j \mathrm{R}_i^k \left(\frac{\partial^2 \mathrm{R}}{\partial \mathrm{z}^2}\right)_i^k\right\}\right]$$

$$(T_5)_{i,j,k} = \frac{1-\mathrm{m}}{\mathrm{M\,Re\,J}\,(\mathrm{R}_i^k)^2}\left[1 + \left(\xi_j \left(\frac{\partial \mathrm{R}}{\partial \mathrm{z}}\right)_i^k\right)^2\right]$$

γ و β^2 در رابطه (26) به صورت زیر می‌باشد:

$$\gamma = \frac{\mathrm{m}\beta}{4I_0(\beta)},\ \ \beta^2 = \mathrm{N}(2-\mathrm{m})$$

7- فهرست علایم

A_0 دامنه ثابت گرادیان فشار
A_1 دامنه پالسی
d طول بی‌بعد ناحیه بالادست
f_p فرکانس پالسی
I_0 تابع بسل بهبودیافته مرتبه صفر از نوع اول
I_1 تابع بسل بهبودیافته مرتبه اول از نوع اول
J ثابت میکرواینرسی
k_r پارامتر نوسان
l طول بی‌بعد رگ مورد نظر
l_0 طول بی‌بعد گرفتگی
$n \geq 2$ پارامتر هندسی مربوط به هندسه گرفتگی
p فشار
Q دبی حجمی
r فاصله شعاعی
R شعاع بی‌بعد رگ گرفته شده در لایه جانبی
R_0 شعاع رگ در ناحیه فراتر از گرفتگی
R_1 شعاع بی‌بعد رگ گرفته شده در لایه مرکزی
Re عدد رینولدز
t زمان
u_i سرعت محوری
$\bar{\mathrm{u}}_i$ سرعت میانگین
v_i سرعت شعاعی
w سرعت چرخشی
z فاصله محوری

علایم یونانی

α نسبت بین شعاع لایه جانبی و لایه مرکزی
Δt طول گام رمانی
Δz طول گام محوری
$\Delta\xi$ طول گام شعاعی در لایه مرکزی
$\Delta\xi'$ طول گام شعاعی در لایه جانبی
κ ویسکوزیته چرخشی
Λ مقاومت در برابر جریان
μ_1 ویسکوزیته سیال میکروپلار
υ ثابت ماده
ρ_i چگالی
τ_m حداکثر گرفتگی در لایه مرکزی
φ زاویه فاز

اندیس‌ها

i گام شعاعی
$i = 1$ سیال میکروپلار (استفاده شده برای $\bar{\mathrm{u}}, \mathrm{u}, \mathrm{v}, \mathrm{w}, \rho, \mu$)
$i = 2$ سیال نیوتنی (استفاده شده برای $\bar{\mathrm{u}}, \mathrm{u}, \mathrm{v}, \mathrm{w}, \rho, \mu$)
j گام محوری
k گام زمانی

8- سپاس‌گذاری

نویسندگان مقاله از مرکز محاسبات ریاضی، پژوهشکده ریاضیات، پژوهشگاه دانش‌های بنیادی (IPM) بابت همکاری صمیمانه در اجرای برنامه‌های مطلب کمال تشکر را دارند (http://math.ipm.ac.ir/mcc).

9- مراجع

[1] Z. Mortazavinia, A. Zare, A. Mehdizadeh, Effects of renal artery stenosis on realistic model of abdominal aorta and renal arteries incorporating fluid-structure interaction and pulsatile non-Newtonian blood flow, *Appl. Math. Mech. -Engl. Ed,* Vol. 33 ,No. 2, pp. 165-176, 2012 .
[2] P. K. Mandal, An unsteady analysis of non-Newtonian blood flow through tapered arteries with a stenosis, *Internat. J. Non-Linear Mech,* Vol. 40, No. 1, pp. 151-164, 2005 .
[3] S. Shaw, P. Murthy, S. Pradhan, The effect of body acceleration on two dimensional flow of Casson fluid through an artery with asymmetric stenosis, *Open Transport Phenomena Journal,* Vol. 2, pp. 55-68, 2010 .
[4] A. R. Haghighi, Mathematical model of the impact of pressure drop on human body, *Selcuk J. Appl. Math* Vol. 13, No. 1, pp. 35-40, 2012 .
[5] S. Chakravarty, P. K. Mandal, Unsteady flow of a two-layer blood stream past a tapered flexible artery under stenotic conditions, *Comput. Methods Appl. Math.,* Vol. 4, No. 4, pp. 391-409, 2004 .
[6] D. Sankar ,Two-phase non-linear model for blood flow in asymmetric and axisymmetric stenosed arteries, *International Journal of Non-Linear Mechanics,* Vol. 46, No. 1, pp. 296-305, 2011 .
[7] A. Dadvand, M. Navidbakhsh, S. Ghoreishi, M. Baghalnezhad, Numerical simulation of the motion and deformation of red blood cell in viscous flow, *Modares Mechanical Engineering,* Vol. 13, No. 11, pp. 88-98, 2014. (In Persian)
[8] K. S. Mekheimer, M. El Kot, The micropolar fluid model for blood flow through a tapered artery with a stenosis, *Acta. Mech. Sin,* Vol. 24, No. 6, pp. 637-644, 2008 .
[9] G. Pontrelli, Pulsatile blood flow in a pipe, *Computers & fluids,* Vol. 27, No. 3, pp. 367-380, 1998 .

[10] G.-T. Liu, X.-J. Wang, B.-Q. Ai, L.-G. Liu, Numerical study of pulsating flow through a tapered artery with stenosis, *Chinese. J. Phys,* Vol. 42, No. 4, pp. 401-409, 2004 .
[11] D. Sankar, U. Lee, Mathematical modeling of pulsatile flow of non-Newtonian fluid in stenosed arteries, *Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation,* Vol. 14, No. 7, pp. 2971-2981, 2009 .
[12] Z. Ismail, I. Abdullah, N. Mustapha, N. Amin, A power-law model of blood flow through a tapered overlapping stenosed artery, *Appl. Math. Comput,* Vol. 195, No. 2, pp. 669-680, 2008 .
[13] C. Tu, M. Deville, Pulsatile flow of non-Newtonian fluids through arterial stenoses, *J. biomechanics,* Vol. 29, No. 7, pp. 899-908, 1996 .
[14] S. Chakravarty, P. K. Mandal, Unsteady flow of a two-layer blood stream past a tapered flexible artery under stenotic conditions ,*Comput. Methods Appl. Math,* Vol. 4, No. 4, pp. 391-409, 2004 .
[15] D. Sankar, U. Lee, Nonlinear mathematical analysis for blood flow in a constricted artery under periodic body acceleration, *Commun. Nonlinear. Sci. Numer. Simulat,* Vol. 16, No. 11, pp .2011 ,4402-4390 .
[16] D. Biswas, U. S. Chakraborty, Two-Layered Pulsatile Blood Flow in a Stenosed Artery with Body Acceleration and Slip at Wall, *AAM: Intern. J,* Vol. 5, No. 2, pp. 303-320, 2010 .
[17] A. C. Eringen, Theory of microfluids, *J. Math. Mech* ,Vol. 16, pp. 1-18, 1966 .
[18] A. C. Eringen, Simple microfluids, *Int. J. Eng. Sci,* Vol. 2, pp. 205–217, 1964 .
[19] R. Bhargava, R. Agarwal, L. Kumar, H. S. Takhar, Finite element study of mixed convection micropolar flow in a vertical circular pipe with variable surface conditions, *Internat. J. Engrg. Sci,* Vol. 42, No. 1, pp. 13-27, 2004 .
tapered artery with a stenosis, *Math. Meth. Appl. Sci*, Vol. 33, No. 16, pp. 1910-1923, 2 .010
[21] M. A. Ikbal, S. Chakravarty, P. K. Mandal, Two-layered micropolar fluid flow through stenosed artery: Effect of peripheral layer thickness, *Comput. Math. Appl,* Vol. 58, No. 7, pp. 1328-1339, 2009 .
[22] N. Yamaguchi, Existence of global strong solution to the micropolar fluid system in a bounded domain, *Math. Meth. Appl. Sci,* Vol. 28, No. 13, pp. 1507-1526, 2005 .
[23] R. Pralhad, D. Schultz, Two-layered blood flow in stenosed tubes for different diseases, *Biorheology,* Vol. 25, No. 5, pp. 715-7 .1988 ,26
[24] S. Singh, Numerical modeling of two-layered micropolar fluid through an normal and stenosed artery, *IJE-Transactions A: Basics* Vol. 24, No. 2, pp. 177, 2011 .
[25] G. Akay, A. Kaye, Numerical solution of time dependent stratified two-phase flow of micropolar fluids and its application to flow of blood through fine capillaries, *Inr. J. Engng. Sci,* Vol. 23, No. 3, pp. 265-276, 1985 .
[26] H. I. Andersson, R. Halden, T. Glomsaker, Effects of surface irregularities on flow resistance in differently shaped arterial stenoses, *J. Biomech,* Vol. 33, No. 10, pp. 1257-1262, 2000 .
[27] S. Mukhopadhyay, G. Layek, Numerical Modeling of a Stenosed Artery Using Mathematical Model of Variable Shape, *AAM: Intern. J,* Vol. 3, No. 2, pp. 308-328, 2008 .
[28] S. Chakravarty, P. K. Mandal, Effect of surface irregularities on unsteady pulsatile flow in a compliant artery, *International Journal of Non-Linear Mechanics,* Vol. 40, No. 10, pp. 1268-1281, 2005 .
[29] D. Sankar, U. Lee, FDM analysis for MHD flow of a non-Newtonian fluid for blood flow in stenosed arteries, *j. mech. sci. technol,* Vol. 25, No. 10, pp. 2573-2581, 2011 .
[30] M. A. Ikbal, S. Chakravarty, K. K. Wong, J. Mazumdar, P. K. Mandal, Unsteady response of non-Newtonian blood flow through a stenosed artery in magnetic field, *Comput. Appl. Math,* Vol. 230, No. 1, pp. 243-259, 2009 .
[31] R. Devanathan, S. Parvathamma, Flow of micropolar fluid through a tube with stenosis, *Med. & Biol. Eng. & Comput,* Vol. 21, No. 4, pp. 438-445, 1983 .
[32] S. Chakravarty, P. K. Mandal, Two-dimensional blood flow through tapered arteries under stenotic conditions, *Internat. J. Non-Linear Mech,* Vol. 35, No. 5, pp. 779-793, 2000 .
[33] A. H. Haghighi, R. N. Pralhad, Mathematical modelling of blood flows under the effects of body forces and magnetism on human body *Int. J. Biomedical Engineering and Technology* Vol. 2, No. 4, pp. 295-303, 2009 .
[34] D. Philip, P. Chandra, Flow of Eringen fluid (simple microfluid) through an artery with mild stenosis, *Int. J. Eng. Sci,* Vol ,34 .No. 1, pp. 87-99, 1996 .
[35] N. Mustapha, N. Amin, S. Chakravarty, P. K. Mandal, Unsteady magnetohydrodynamic blood flow through irregular multi-stenosed arteries, *Comput. Biol. Me,* Vol. 39, No. 10, pp. 896-906, 2009 .
[36] D. Sankar, J. Goh, M. A .Ismail, FDM analysis for blood flow through stenosed tapered arteries, *Boundary Value Problems,* Vol. 2010, 2010, Article ID 917067, 16 pages