



## توسعه استفاده از معادلات حالت بنیادی در شبیه‌سازی سیستم‌های کرایوژنیک؛ مطالعه موردی: چرخه سرمازای برایتون معکوس مورد استفاده در تأسیسات کابل اچ تی اس

محمد معبودی<sup>1</sup>، مسعود ضیاءبشرحق<sup>2\*</sup>

1- دانشجوی کارشناسی ارشد، مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی، تهران

2- دانشیار، مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی، تهران

\* تهران، صندوق پستی 19395-1999، mzia@kntu.ac.ir

### چکیده

### اطلاعات مقاله

مقاله پژوهشی کامل

دریافت: 12 مرداد 1393

پذیرش: 16 شهریور 1393

ارائه در سایت: 28 مهر 1393

کلید واژگان:

خواص ترمودینامیکی

کرایوژنیک

معادلات حالت

آنالیز حساسیت

چرخه برایتون معکوس

عدم وجود معادله حالت دقیق در گستره وسیعی از دما و فشار جهت پیش‌بینی خواص ترموفیزیکی مواد، محققان را به مطالعه و تحقیق بر روی معادلات دقیق‌تر سوق داده است. معادلات حالت بنیادی، معادلاتی هستند که بر حسب انرژی هلمهولتز صریح شده‌اند. این معادلات به ویژه در محدوده دمایی کرایوژنیک (دماهای زیر 120 کلون)، دارای دقت مناسبی در پیش‌بینی خواص ترموفیزیکی هستند. در این تحقیق، به منظور معرفی قابلیت‌های این دسته از معادلات حالت در پیش‌بینی دقیق خواص ترمودینامیکی و کارایی آنان در شبیه‌سازی سیستم‌های کرایوژنیک، طراحی و شبیه‌سازی رایانه‌ای چرخه برایتون معکوس دماپایین به منظور تأمین نیتروژن مایع مورد نیاز جهت ایجاد شرایط ابررسانایی در یک کیلومتر کابل انتقال قدرت اچ تی اس مدنظر قرار گرفته است. در ابتدا یک کد محاسباتی با استفاده از معادلات حالت بنیادی به منظور پیش‌بینی خواص ترمودینامیکی مبردهای هلیوم و نئون در گستره وسیعی از دما و فشار توسعه داده شده است. مقایسه نتایج پیش‌بینی خواص ترمودینامیکی با داده‌های تجربی معتبر، دقت بالای معادلات حالت بنیادی را در پیش‌بینی خواص ترموفیزیکی، مورد تأیید قرار می‌دهد. در ادامه با استفاده از کد محاسباتی توسعه داده شده جهت پیش‌بینی خواص ترمودینامیکی سیالات کرایوژنیک، یک چرخه برایتون معکوس با ظرفیت سرمایش 10 کیلووات طراحی و شبیه‌سازی شده و اثر پارامترهای مختلف طراحی بر عملکرد آن ارزیابی شده است. به منظور آنالیز حساسیت عملکرد چرخه نسبت به پارامترهای طراحی، نمودارهای مشخصه عملکرد چرخه تحت شرایط عملیاتی مختلف ارائه شده و تأثیر پارامترهای نسبت تراکم، فشار بیشینه، نوع مبرد، بازده مبدل بازیاب و بازده منبسط‌کننده بر عملکرد چرخه مورد بررسی قرار گرفته است. با توجه به نتایج حاصل از شبیه‌سازی چرخه مشخص شد که استفاده از مبرد نئون کارایی بهتری را نسبت به مبرد هلیوم به دست می‌دهد. بازده مبدل بازیاب حرارتی اثر چشمگیری بر عملکرد سیکل دارد به نحوی که با افزایش 3 درصدی آن می‌توان عدد شایستگی سیکل را تا 11 درصد افزایش داد.

## Applicability of fundamental equations of state in Simulation of Cryogenic Systems; Case Study: Reverse Brayton cryocooler for HTS cable

Mohammad Maboudi, Masoud Ziabasharhagh\*

Department of Mechanical Engineering, K. N. Toosi University of Technology, Tehran, Iran.

\* P.O.B. 19395-1999 Tehran, Iran, mzia@kntu.ac.ir

### ARTICLE INFORMATION

Original Research Paper  
Received 03 August 2014  
Accepted 07 September 2014  
Available Online 20 October 2014

#### Keywords:

Thermodynamic properties  
Cryogenics  
Equation of state  
Sensitivity analysis  
Reverse Brayton cycle

### ABSTRACT

The lack of an accurate equation of state for predicting the thermodynamic properties of materials in a wide range of temperature and pressure encouraged the researchers to study new equations. Fundamental equations of state are the equations that are explicit in terms of the Helmholtz energy. This form of equation of state has high applicability, especially in cryogenics ranges. In this investigation, a reverse Brayton cryocooler was simulated as a system that prepares the sub-cooled liquid nitrogen supplying the operation condition for high temperature superconductor cables. A computational code was developed for predicting thermodynamic properties of Helium and Neon using fundamental equation of state. Comparing the results with experimental data validates the accuracy of these equations in predicting the thermodynamic properties. Then, using the developed computational code, a reverse Brayton cycle with 10 kW cooling capacity was designed and simulated and the effect of various parameters on its performance was evaluated. Performance characteristic curves were plotted to illustrate the sensitivity analysis under different operation conditions, and the influence of various parameters such as compression ratio in compressor, maximum pressure, working fluid, efficiency of the heat recovery exchanger and efficiency of expander on the performance of the cycle were addressed. The results showed that the use of neon as a refrigerant gives a better performance than helium. Efficiency of heat recovery exchanger has a significant effect on the performance of cycle, so that 3 percent increase of this parameter increases 11 percent figure of merit (FOM) of the cycle.

Please cite this article using:

M. Maboudi, M. Ziabasharhagh, Applicability of fundamental equations of state in Simulation of Cryogenic Systems; Case Study: Reverse Brayton cryocooler for HTS cable, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 14, No. 15, pp. 103-110, 2015 (In Persian)

برای ارجاع به این مقاله از عبارت ذیل استفاده نمایید:

M. Maboudi, M. Ziabasharhagh, Applicability of fundamental equations of state in Simulation of Cryogenic Systems; Case Study: Reverse Brayton cryocooler for HTS cable, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 14, No. 15, pp. 103-110, 2015 (In Persian)

## 1- مقدمه

برای نخستین بار در سال 1911، دانشمند هلندی، هایک کمرلینگ اوزن [1] دریافت که اگر دمای برخی مواد (مانند جیوه) از مقداری خاص - که آن را دمای بحرانی یا دمای گذار نامید- پایین تر رود، مقاومت الکتریکی آنها صفر شده و تبدیل به ابررسانا می‌شوند. این دما برای فلزات خالص بسیار پایین و نزدیک به صفر مطلق است. از آن زمان تا کنون دانشمندان همواره در پی یافتن مواد جدیدی با دمای بحرانی بالاتر بوده‌اند. ابررساناهای دما بالا که تحت عنوان اچ‌تی‌اس<sup>1</sup> شناخته می‌شوند، موادی هستند که در دماهای نسبتاً بالایی به صورت یک ابررسانا عمل می‌کنند. درحالی‌که ابررساناهای معمولی یا فلزی دمای گذار پایین‌تر از 30 کلون دارند، اچ‌تی‌اس‌ها دارای دمای گذار به بزرگی 138 کلون می‌باشند.

ابررساناها دارای کاربردهای مختلفی هستند. برای ایجاد میدان‌های مغناطیسی بسیار قوی به کاررفته در قطارهای سریع‌السیر، شتاب‌دهنده‌های ذرات، دستگاه‌های تصویربرداری پزشکی و ... از این ابررساناها استفاده می‌شود. همچنین همان طور که می‌دانیم درصد نسبتاً زیادی از انرژی به دلیل مقاومت الکتریکی کابل‌های خطوط انتقال برق تلف می‌شود. امروزه این مشکل با استفاده از کابل‌های اچ‌تی‌اس قابل حل است. این کابل‌ها که دارای ساختارهای مختلف و پیچیده‌تری نسبت به کابل‌های معمولی می‌باشند انرژی الکتریکی را از طریق ماده ابررسانای دما بالا عبور می‌دهند.

استفاده از این کابل‌ها نیازمند کاهش دمای آنها به مقدار نسبتاً زیاد و به طور پیوسته است. این عمل از طریق عبور کرایون‌هایی مانند نیتروژن مایع، از مسیرهای رفت و برگشتی که در اطراف ماده ابررسانا تعبیه شده میسر می‌شود. این کرایون‌ها در اثر انتقال حرارت با ماده ابررسانا گرم شده و نیازمند سرمایش مجدد هستند. خنک‌کاری این کرایون‌ها غالباً از طریق کرایوکولرها و یا سایر فناوری‌های سرمایشی میسر می‌گردد.

به دلیل اهمیت فراوان استفاده از اچ‌تی‌اس‌ها، تحقیقات و طرح‌های گسترده‌ای پیرامون طراحی سیستم‌های خنک‌کاری اچ‌تی‌اس انجام گرفته است. سوزوکی و همکاران [2] از نیتروژن مایع مادون سرد شده برای خنک‌کاری ترانسفورماتورها و خطوط انتقال قدرت اچ‌تی‌اس استفاده کردند. در سیستم‌های مورد مطالعه آنان، دمای عملکرد حدود 68 کلون و فشار نیتروژن مایع برابر فشار جو بود تا با ایجاد سیستمی ساده از بروز مشکلات ناشی از اختلاف فشار با محیط جلوگیری کنند. آنها از یک سیستم سرمایشی 10 کیلوواتی جهت تأمین نیتروژن مایع برای 300 تا 500 متر کابل اچ‌تی‌اس استفاده کردند. فان و همکاران [3] کابل انتقال قدرت سه‌فاز اچ‌تی‌اس به طول 10 متر را در چین آزمایش کردند. آنها برای تأمین شرایط ابررسانایی کابل اچ‌تی‌اس، از یک سیستم کرایونیک استفاده کردند که نیتروژن مایع با دبی 72 لیتر بر ساعت را تا دمای 65 کلون سرد می‌کرد. هو و همکاران [4] جنبه‌های عمومی چرخه کرایوکولر برایتون معکوس را برای کاربردهای آن در برنامه‌های شبیه‌سازی فضایی و کرایوکولرهای مکانیکی مورد استفاده در کاربری‌های دماپایین فضایی، مورد بررسی قرار دادند و پارامترهای اصلی طراحی و عملکرد این‌گونه کرایوکولرها را ارائه کردند. لی و همکاران [5] برای سرمایش کابل‌های انتقال قدرت اچ‌تی‌اس زیرزمینی از یک سیستم سرمایش ژول-تامسون با مبرد مخلوط دو جزئی نیتروژن-نتون استفاده کردند. ضرب عملکرد یخچال پیشنهاد شده توسط آنها در دمای 70 کلون حدود 0/058 بود. سانگ و لی [6] استفاده از کرایون جامد را برای خنک‌کاری کابل‌های

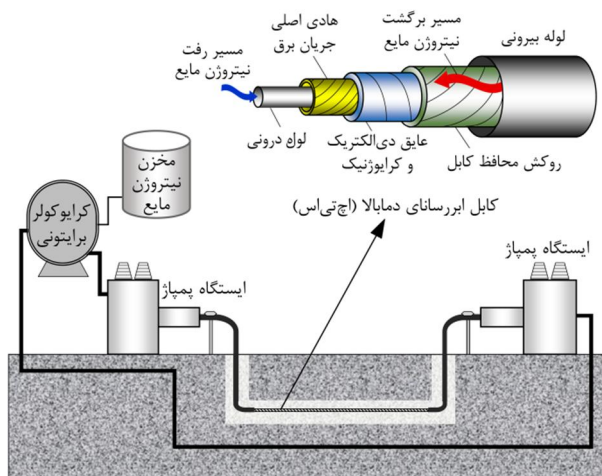
2- spen HYSYS  
3- Pressure-explicit EOS  
4- Fundamental EOS

1- High Temperature Superconductors (HTS)

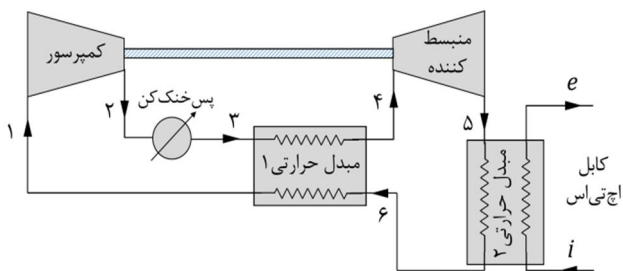
تعبیه شده است (شکل 1). کرایوژن جریان یافته در کابل اچ‌تی‌اس در اثر انتقال حرارت با ماده ابررسانا گرم شده و نیازمند سرمایش مجدد است. عمل گردش سیال کرایوژنیک در سیستم انتقال توان اچ‌تی‌اس توسط ایستگاه‌های پمپاژ صورت می‌گیرد که بر حسب طراحی در فواصل معینی از یکدیگر قرار دارند. برای خنک کاری پیوسته سیال کرایوژنیک از انواع کرایوکولرها مانند کرایوکولر برایتون معکوس، کرایوکولر ژول-تامسون و ... استفاده می‌شود.

شکل 1 یک سیستم انتقال برق اچ‌تی‌اس را که در آن از کرایوکولر برایتون معکوس استفاده شده است، به طور شماتیک نشان می‌دهد. چرخه برایتون معکوس مورد مطالعه در این تحقیق شامل یک کمپرسور، یک منبسط‌کننده<sup>1</sup>، یک پس‌خنک‌کن<sup>2</sup> و دو مبدل حرارتی است که یکی از آنها به عنوان مبدل بازیاب عمل می‌کند. شمای کلی چرخه در شکل 2 نشان داده شده است. ماده میرد (هلیوم یا نئون) همواره در فاز گازی قرار دارد و هرگز چگالیده نمی‌شود.

چرخه ایده‌آل برایتون از دو فرایند آنتروپی ثابت و دو فرایند فشار ثابت تشکیل شده است. در اثر بازگشت ناپذیری‌های ناشی از اصطکاک سیال میرد با تجهیزات تشکیل دهنده چرخه و نیز نادرستی فرض گاز ایده‌آل برای میرد، چرخه از حالت ایده‌آل منحرف می‌شود. شکل 3 نمودار دما-آنتروپی را برای چرخه واقعی برایتون معکوس با میرد هلیوم و فشار بیشینه  $1/25 \text{ MPa}$  نسبت فشار  $2/5$ ، بازده مبدل بازیاب  $97/82\%$  و بازده کمپرسور و منبسط‌کننده  $75\%$  نشان می‌دهد.



شکل 1 سیستم انتقال توان الکتریکی با کابل ابررسانای دما بالا (اچ‌تی‌اس)



شکل 2 کرایوکولر برایتون معکوس برای سرمایش نیتروژن مایع

650 کلوبین و تا فشار 280 مگاپاسکال ارائه کردند. آنها از داده‌های تجربی شامل فشار، چگالی، ظرفیت گرمایی هم‌حجم، سرعت صوت و فشار بخار برای تعیین معادله حالت بنیادی استفاده کردند و برای اطمینان از سازگاری ترمودینامیکی در مرز فاز مایع و بخار از مقادیر مربوط به حالت اشباع به دست آمده از توابع کمکی استفاده نمودند. آنها نتیجه گرفتند که رابطه ارائه شده می‌تواند برای محاسبه چگالی با  $0/2\%$  خطا، ظرفیت گرمایی با  $3\%$  خطا و سرعت صوت با  $1\%$  خطا استفاده شود. مقادیر اشباع برای فشار بخار و چگالی اشباع دارای  $0/5\%$  خطا (به استثنای نواحی نزدیک نقطه بحرانی) بود. لیچمن و همکاران [10] معادله حالت بنیادی را برای هیدروژن، نرمل هیدروژن و پاراهیدروژن توسعه دادند و خواص ترمودینامیکی آن را محاسبه کردند. آنها برای پیش‌بینی دقیق خواص ترموفیزیکی در نزدیکی نقطه بحرانی و در حالت مایع، قانون کوانتومی حالت‌های متناظر را به کار گرفتند تا رابطه نرمل هیدروژن و ارتوهیدروژن را در غیاب داده‌های تجربی بهبود بخشند. در نتایجی که آنها از محاسبه خواص ترمودینامیکی سه ماده‌ی یادشده گرفتند، عدم اطمینان برای چگالی در ناحیه‌ی بین 250 تا 450 کلوبین و فشار تا 300 مگاپاسکال برابر  $0/04\%$  است. عدم اطمینان برای فشار بخار و چگالی مایع اشباع از  $0/1\%$  تا  $0/2\%$  متغیر است. آنها ظرفیت‌های گرمایی را عموماً با  $1\%$  درصد خطا تخمین زدند در حالی که سرعت صوت دارای دقت  $0/5\%$  برای فشارهای زیر 100 مگاپاسکال بود. باکر و واگنر [11] به کمک معادله حالت بنیادی، خواص ترمودینامیکی اتان را در محدوده‌ی دمایی خط ذوب تا  $675\text{K}$  و تا فشار  $900\text{MPa}$  محاسبه کردند. آنها همچنین با معادله حالت ارائه شده، سطوح ترمودینامیکی فشار-دما-چگالی اتان را توصیف نمودند. خطای محاسبه چگالی در ناحیه خط ذوب تا دمای  $520\text{K}$  و فشار  $30\text{MPa}$  کمتر از  $0/02\%$  تا  $0/03\%$  گزارش شد. دقت بالای سرعت صوت (با خطای کمتر از  $0/015\%$ ) در ناحیه‌ی گازی و فوق بحرانی یکی دیگر از نتایج خوبی بود که باکر و واگنر گرفتند. آنها علاوه بر معادله حالت، معادله مستقلی برای فشار بخار، چگالی مایع اشباع و بخار اشباع و فشار ذوب ارائه کردند. همچنین نگارندگان مقاله در تحقیق پیشین خویش [12] از معادلات حالت بنیادی برای محاسبه خواص ترمودینامیکی هلیوم گازی در محدوده دمایی 10 تا 1500 کلوبین و فشار تا 100 مگاپاسکال استفاده کردند و نتایج به دست آمده موید آن بود که معادلات مذکور از دقت بسیار بالایی برای پیش‌بینی خواص ترمودینامیکی میردها در محدوده وسیعی از دما و فشار برخوردار است.

هدف اصلی تحقیق حاضر، طراحی ترمودینامیکی یک چرخه کرایوکولر برایتون معکوس، به منظور تأمین شرایط ابررسانایی در یک کابل اچ‌تی‌اس است. از معادله حالت بنیادی جهت پیش‌بینی خواص ترمودینامیکی سیالات عامل استفاده شده است. کرایوکولر مذکور برای مادون سرد کردن نیتروژن مایع گردشی در یک کیلومتر کابل انتقال قدرت اچ‌تی‌اس به کار می‌رود. با ارائه نمودارهای عملکرد چرخه تحت شرایط کاری مختلف، آنالیز حساسیت عملکرد چرخه نسبت به پارامترهای اصلی طراحی شامل فشار کاری، بازده مبدل بازیاب، بازده منبسط‌کننده و نوع میرد انجام گرفته است.

## 2- معرفی کابل‌های اچ‌تی‌اس و سیستم تأسیسات جانبی

کابل‌های اچ‌تی‌اس ساختار پیچیده‌تری نسبت به کابل‌های معمولی دارند. به منظور ایجاد شرایط ابررسانایی، دمای ماده ابررسانا باید به طور پیوسته پایین (در حدود 70 کلوبین) نگه داشته شود. از این رو در کابل‌های اچ‌تی‌اس در اطراف ماده ابررسانا، مسیرهایی برای عبور ماده کرایوژن (مانند نیتروژن مایع)

1- Expander  
2- After Cooler



جاکوبسن و همکاران [16] مقایسه شده است. با مشاهده نتایج به دست آمده، مشخص گردید معادلات حالت بنیادی برای بازه وسیعی از دما و فشار نتایج بسیار خوبی می‌دهد. جدول 2 مقادیر خطای نسبی خواص ترمودینامیکی محاسبه شده توسط معادلات حالت بنیادی را در محدوده دما و فشار ذکر شده (به غیر از نواحی بسیار نزدیک به خط بخار اشباع) نشان می‌دهد.

در نواحی نزدیک به خط بخار اشباع نتایج حاصل از معادلات حالت بنیادی به مقدار اندکی از مقادیر واقعی منحرف می‌شود هر چند در این نواحی نیز خطا بسیار اندک و قابل قبول است. شکل 4 و 5 به ترتیب نمایشگر درصد خطای نسبی آنتالپی و آنترپی به دست آمده از معادلات حالت بنیادی برای گاز هلیوم در فشار 1 مگاپاسکال و در مقایسه با داده‌های تجربی جاکوبسن و همکاران است. همان طور که مشاهده می‌شود بیشینه خطا در نزدیکی خط بخار اشباع اتفاق می‌افتد و برای آنتالپی % 0/05 و برای آنترپی حدود % 0/11 است. همچنین به محض افزایش اندک دما و دور شدن از خط بخار اشباع، خطا به شدت افت کرده و برای آنتالپی به نزدیک صفر و برای آنترپی به مقدار % 0/04 می‌رسد.

برای سایر خواص ترمودینامیکی نیز همین روند مشاهده شده است. نکته حائز اهمیت این است که در طراحی ترمودینامیکی چرخه برایتون مورد نظر دمای مبرد همواره بیشتر از خط بخار اشباع است، بنابراین خطای پیش‌بینی خواص ترمودینامیکی توسط معادلات حالت بنیادی به قدری اندک است که می‌توان از آن صرف نظر کرد.

جدول 1 برخی خواص ترمودینامیکی به دست آمده از انرژی هلمهولتز [16]

رابطه	خاصیت ترمودینامیکی
$\frac{P}{P_c} = \frac{\delta}{\tau Z_c} \left[ 1 + \delta \left( \frac{\partial \bar{\alpha}}{\partial \delta} \right) \right]$	(20) فشار
$Z = \frac{P}{\rho RT} = 1 + \delta \left( \frac{\partial \bar{\alpha}}{\partial \delta} \right)$	(21) ضریب تراکم پذیری
$\frac{U}{RT} = \tau \left[ \left( \frac{\partial \alpha^0}{\partial \tau} \right) + \left( \frac{\partial \bar{\alpha}}{\partial \tau} \right) \right]$	(22) انرژی داخلی
$\frac{S}{R} = \tau \left[ \left( \frac{\partial \alpha^0}{\partial \tau} \right) + \left( \frac{\partial \bar{\alpha}}{\partial \tau} \right) \right] - \alpha^0 - \bar{\alpha}$	(23) آنترپی
$\frac{H}{RT} = \tau \left[ \left( \frac{\partial \alpha^0}{\partial \tau} \right) + \left( \frac{\partial \bar{\alpha}}{\partial \tau} \right) \right] + \delta \left( \frac{\partial \bar{\alpha}}{\partial \delta} \right) + 1$	(24) آنتالپی
$\frac{C_V}{R} = -\tau^2 \left[ \left( \frac{\partial^2 \alpha^0}{\partial \tau^2} \right) + \left( \frac{\partial^2 \bar{\alpha}}{\partial \tau^2} \right) \right]$	(25) ظرفیت گرمایی حجم ثابت
$\frac{C_P}{R} = \frac{C_V}{R} + \frac{\left[ 1 + \delta \left( \frac{\partial \bar{\alpha}}{\partial \delta} \right) - \delta \tau \left( \frac{\partial^2 \bar{\alpha}}{\partial \delta \partial \tau} \right) \right]^2}{\left[ 1 + 2\delta \left( \frac{\partial \bar{\alpha}}{\partial \delta} \right) + \delta^2 \left( \frac{\partial^2 \bar{\alpha}}{\partial \delta^2} \right) \right]}$	(26) ظرفیت گرمایی فشار ثابت

جدول 2 محدوده خطای نسبی خواص ترمودینامیکی به دست آمده از معادلات حالت بنیادی

محدوده خطای نسبی		خاصیت ترمودینامیکی
هلیوم	نئون	
0/56 %	0/024 %	چگالی
0/0015 %	0/0097 %	انرژی داخلی
0/0066 %	0/015 %	آنتالپی
0/048 %	0/0001 %	آنترپی
0/0075 %	0/0002 %	ظرفیت گرمایی حجم ثابت
0/006 %	0/0004 %	ظرفیت گرمایی فشار ثابت

ساده، از معادله حالت بنیادی به دست آورد. این درحالی است که معادله حالت صریح شده بر حسب فشار باید برای محاسبه آنتالپی و آنترپی انتگرال‌گیری شود که از لحاظ محاسباتی پیچیده‌تر است.

اشمیت و وانگر [14] یک معادله بنیادی را که دارای 32 جمله بود در سال 1985 بیان کردند. اگر چه این معادله برای اکسیژن بیان شد اما توسط دیگر محقق‌ها برای محاسبه خواص سایر سیالات نیز استفاده شده است. این معادله بر حسب انرژی هلمهولتز بدون بعد صریح شده است.

جاکوبسن و همکاران [15] یک فرم عمومی از معادله بنیادی، شبیه آنچه که اشمیت و وانگر برای خواص ترمودینامیکی چند سیال کرایونیک به کار برده‌اند بیان کردند. فرم کاربردی معادله جاکوبسن به شکل رابطه (15) است:

$$\frac{A(\rho, T)}{RT} = \alpha(\delta, \tau) = \alpha^0(\delta, \tau) + \bar{\alpha}(\delta, \tau) \quad (15)$$

که در این رابطه  $\delta = \frac{p}{\rho_c}$  و  $\tau = \frac{T_c}{T}$  و  $\rho_c$  چگالی بحرانی است. انرژی هلمهولتز شامل دو قسمت است که یکی مربوط به سهم گاز ایده‌آل از انرژی،  $\alpha^0(\delta, \tau)$  است و دیگری باقیمانده انرژی هلمهولتز،  $\bar{\alpha}(\delta, \tau)$  نام دارد. سهم گاز ایده‌آل از انرژی هلمهولتز طبق رابطه (16) برابر است با:

$$\alpha^0(\delta, \tau) = \frac{h_0^0 \tau}{RT_c} - \frac{s_0^0}{R} - 1 + \ln \frac{\delta \tau_0}{\delta_0 \tau} - \frac{\tau}{R} \int_{\tau_0}^{\tau} \frac{C_p^0}{\tau^2} d\tau + \frac{1}{R} \int_{\tau_0}^{\tau} \frac{C_p^0}{\tau} d\tau \quad (16)$$

که  $\delta_0$  و  $\tau_0$  به صورت زیر تعریف می‌شوند و  $h_0^0$  و  $s_0^0$  مقادیر اختیاری برای آنتالپی و آنترپی در دمای  $T_0$  و فشار  $P_0$  می‌باشند. طبق روابط (17) و (18) داریم:

$$\tau_0 = \frac{T_c}{T_0} \quad (17)$$

$$\delta_0 = \frac{P_0}{RT_0 \rho_c} \quad (18)$$

$$T_0 = 298.15 \text{ K}$$

$$P_0 = 0.101325 \text{ MPa}$$

باقیمانده انرژی هلمهولتز از رابطه (19) به دست می‌آید:

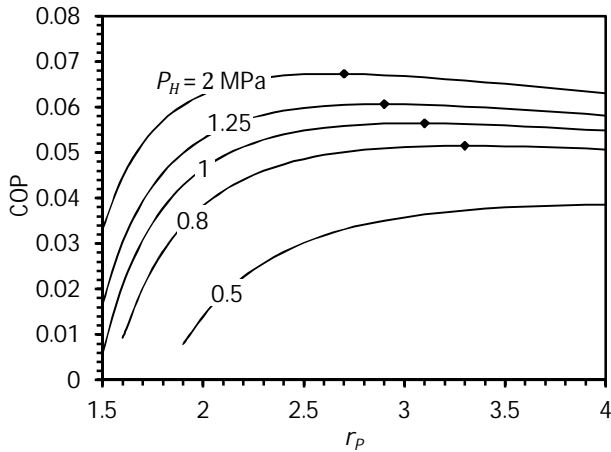
$$\bar{\alpha}(\delta, \tau) = \sum_{k=1}^m N_k \delta^{i_k} \tau^{j_k} \exp(-\gamma \delta^{l_k}) \quad (19)$$

که در آن برای  $l_k = 0$  داریم:  $\gamma = 0$  و برای  $l_k \neq 0$  داریم:  $\gamma = 1$ ،  $N_k$ ،  $i_k$ ،  $j_k$  و  $l_k$  ثابت‌های معادله حالت بنیادی هستند.  $i_k$  و  $j_k$  اعداد صحیح مثبت هستند و  $j_k$  عدد حقیقی است (مثبت یا منفی).

همان طور که گفته شد معادلات حالت بنیادی این امکان را فراهم می‌کنند تا با مشتق‌گیری از انرژی هلمهولتز بتوان سایر خواص ترمودینامیکی را به دست آورد. جدول 1 به عنوان نمونه روابط برخی از خواص ترمودینامیکی را که از معادله حالت بنیادی به دست می‌آیند، نشان می‌دهد. توابعی که در این جدول آمده‌اند به سهولت در برنامه‌های کامپیوتری که برای محاسبه خواص ترمودینامیکی به کار می‌رود قابل استفاده هستند.

### 3-2-1- نتایج پیش‌بینی خواص ترمودینامیکی هلیوم و نئون با استفاده از معادلات حالت بنیادی و راستی آزمایی آن

با استفاده از معادلات حالت بنیادی و نیز معادلات ذکر شده در جدول 1 یک کد کامپیوتری توسعه داده شده است که خواص ترمودینامیکی هلیوم و نئون را محاسبه می‌کند. خواص ترمودینامیکی تا فشار 100 مگاپاسکال و در محدوده دمایی 10 تا 1500 کلون برای هلیوم و 30 تا 650 کلون برای نئون محاسبه شده و نتایج به دست آمده با داده‌های تجربی ارائه شده توسط

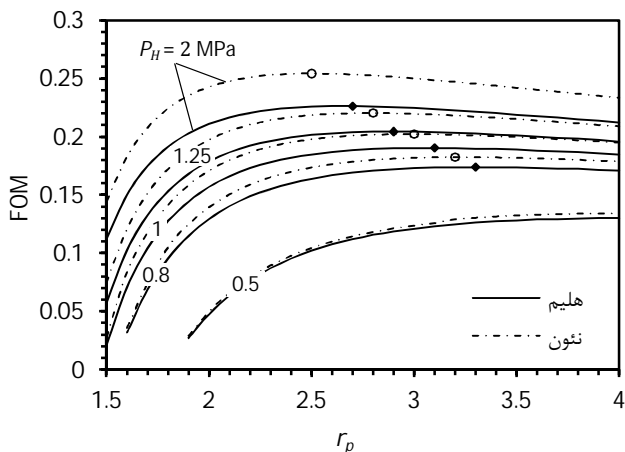


شکل 7 ضریب عملکرد چرخه به عنوان تابعی از نسبت فشار برای مقادیر مختلفی از فشار بیشینه، بازده مبدل بازیاب 98٪، بازده کمپرسور و منبسط‌کننده 75٪

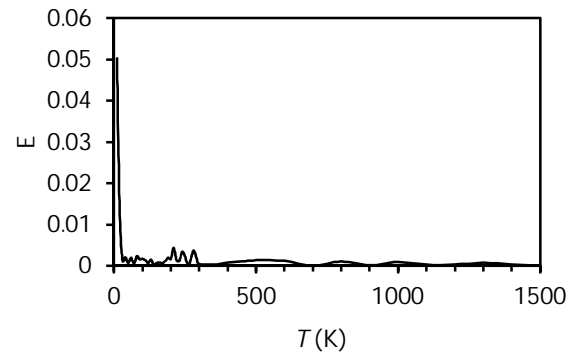
فشارهای پایین‌تر از 0/8 MPa این نسبت تراکم بالاتر از 4 است که معمولاً با یک طبقه کمپرسور قابل حصول نیست. برای دستیابی به عدد شایستگی بالاتر از 20٪، فشار بیشینه باید بالاتر از 1/25 MPa و نسبت تراکم در محدوده 2/4 تا 3/6 باشد.

#### 4-2- اثر مبرد نئون بر عملکرد سیکل

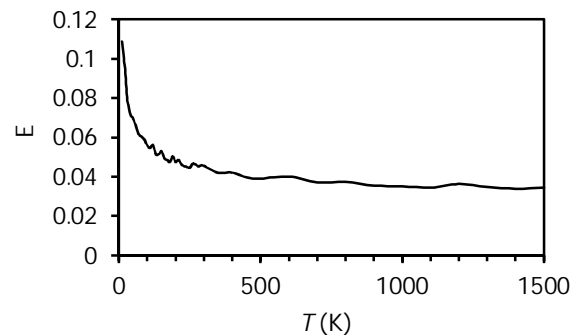
در شکل‌های 8 و 9 عدد شایستگی و ضریب عملکرد چرخه با دو نوع مبرد هلیوم و نئون بر حسب نسبت تراکم و برای فشارهای بیشینه مختلف ترسیم شده است. برای فشارهای پایین، رفتار هر دو مبرد نزدیک به رفتار گاز ایده‌آل است، بنابراین همان طور که مشاهده می‌شود منحنی‌های مربوط به دو مبرد تقریباً بر هم منطبق هستند. هر چه فشار بیشینه افزایش می‌یابد رفتار گازها واقعی‌تر شده و منحنی‌ها از یکدیگر فاصله می‌گیرند و مشاهده می‌شود که چرخه با مبرد نئون دارای کارایی بهتری نسبت به چرخه با مبرد هلیوم است. از آنجایی که هلیوم دارای چگالی کمتر (و در نتیجه حجم مخصوص بیشتر) نسبت به نئون است، برای متراکم کردن آن نیاز به کار بیشتری در کمپرسور است، بنابراین مشخصه عملکرد چرخه کاهش می‌یابد. مطابق شکل در فشار بیشینه 2 MPa با استفاده از مبرد نئون به جای هلیوم، می‌توان عدد شایستگی چرخه را در حدود 3 درصد افزایش داد.



شکل 8 مقایسه عدد شایستگی چرخه با دو مبرد هلیوم و نئون، بازده مبدل بازیاب 98٪، بازده کمپرسور و منبسط‌کننده 75٪



شکل 4 درصد خطای نسبی آنتالپی گاز هلیوم بر حسب دما در فشار 1 مگاپاسکال

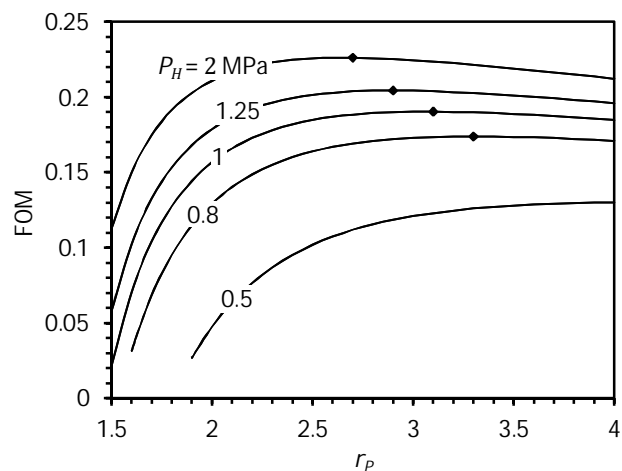


شکل 5 درصد خطای نسبی آنتروپی گاز هلیوم بر حسب دما در فشار 1 مگاپاسکال

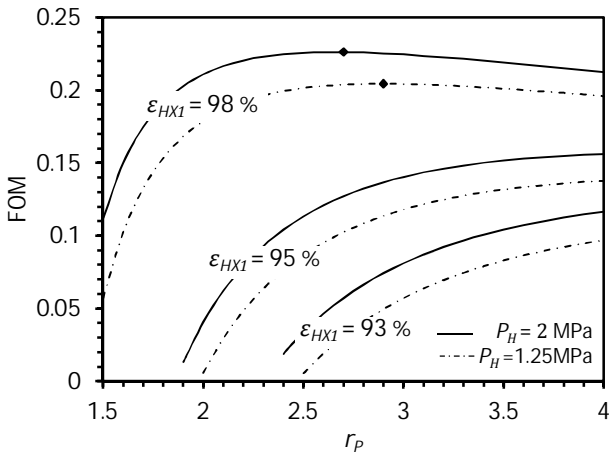
#### 4- نتایج شبیه‌سازی چرخه برای تون معکوس

##### 4-1- اثر فشار بیشینه و نسبت تراکم بر عملکرد سیکل

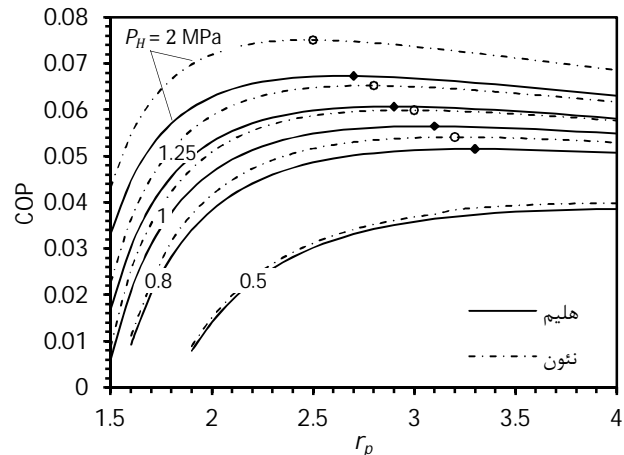
در شکل‌های 6 و 7 نمودار عدد شایستگی و ضریب عملکرد چرخه با مبرد هلیوم به عنوان تابعی از نسبت تراکم و فشار بیشینه ترسیم شده است. همان طور که مشاهده می‌شود نمودارهای عملکرد چرخه به ازای یک نسبت تراکم خاص دارای بیشینه نسبی هستند که توسط نقطه بر روی نمودار علامت گذاری شده است. این بدین معناست که برای هر فشار بیشینه خاص یک نسبت تراکم منحصربه‌فرد وجود دارد که در نسبت تراکم‌های بیشتر و یا کمتر از آن، عملکرد چرخه کاهش می‌یابد. همچنین مشاهده می‌شود که این نسبت تراکم با کاهش فشار بیشینه، افزایش می‌یابد به طوری که در بیشینه



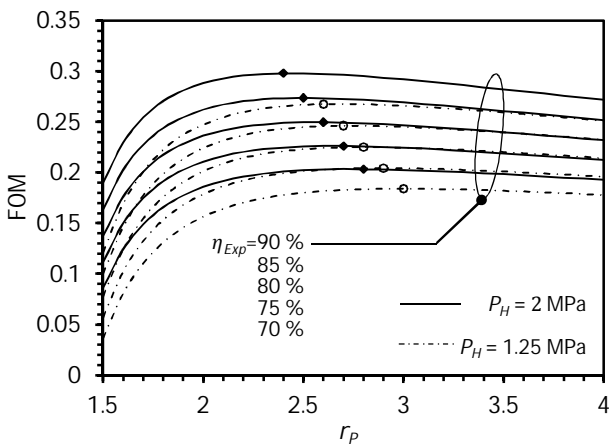
شکل 6 عدد شایستگی چرخه به عنوان تابعی از نسبت فشار برای مقادیر مختلفی از فشار بیشینه، بازده مبدل بازیاب 98٪، بازده کمپرسور و منبسط‌کننده 75٪



شکل 10 اثر بازده میدل بازیاب حرارتی بر عدد شایستگی چرخه برای بیشینه فشار 2 MPa و 1/25 MPa، بازده کمپرسور و منبسط کننده 75%



شکل 9 مقایسه ضریب عملکرد چرخه با دو مبرد هلیوم و نئون، بازده میدل بازیاب 98%، بازده کمپرسور و منبسط کننده 75%



شکل 11 اثر بازده منبسط کننده بر عدد شایستگی چرخه برای بیشینه فشار 2 MPa و 1/25 MPa، بازده کمپرسور 75% و بازده میدل بازیاب 98%

محدوده وسیعی از دما و فشار برای پیش‌بینی دقیق خواص ترمودینامیکی مواد، خصوصاً مبردها به کاربرد، تقریباً در تمامی محدوده دما و فشار اعمال شده به چرخه، خطای معادلات حالت بنیادی به قدری اندک است که می‌توان از آن صرف نظر کرد. با مشاهده نتایج حاصل از شبیه‌سازی چرخه مشخص می‌شود که طراحی ترمودینامیکی چرخه دارای یک نقطه بهینه است. به طوری که تحت هر فشار بیشینه خاص یک نسبت تراکم وجود دارد که در آن ضریب عملکرد (عدد شایستگی) چرخه به بیشترین مقدار خود می‌رسد. این نسبت تراکم منحصربه‌فرد با افزایش فشار بیشینه چرخه کاهش می‌یابد. مبرد نئون به دلیل برخورداری بودن از حجم مخصوص کمتر نسبت به مبرد هلیوم کار کمتری را در کمپرسور طلب می‌کند و در نتیجه تحت شرایط کاری یکسان، مبرد نئون عملکرد بهتری را به دست می‌دهد. بازدهی میدل بازیاب در عملکرد چرخه بسیار موثر بوده به طوری که کاهش 3 درصدی آن از 98 تا 95 درصد، 11 درصد کاهش در عدد شایستگی را در پی خواهد داشت. تأثیر بازده منبسط کننده بر عملکرد چرخه کمتر از بازده میدل بازیاب است. همچنین کاهش در بازده میدل بازیاب و بازده منبسط کننده باعث پیشروی قله منحنی‌های عملکرد به سمت نسبت تراکم‌های بالاتر می‌شود.

#### 6- فهرست علائم

A انرژی هلمهولتز (kJ/kg)

#### 4-3- اثر بازده میدل بازیاب و بازده منبسط کننده بر عملکرد چرخه

مبدل بازیاب یکی از مهم‌ترین عناصر چرخه برای تون معکوس است به طوری که بازده آن اثر چشمگیری بر عملکرد چرخه دارد. در شکل 10 نمودار عدد شایستگی چرخه برای بازده‌های مختلف میدل بازیاب ترسیم شده است. همان طور که مشاهده می‌شود با کاهش بازده میدل بازیاب مقدار عدد شایستگی چرخه به شدت کاهش پیدا می‌کند. این کاهش به قدری چشمگیر است که در بازده‌های کمتر از 95 درصد میدل بازیاب، برای رسیدن به عدد شایستگی بیشینه، به نسبت تراکم‌های بالاتر از 4 نیاز است. در شکل 11 اثر بازده منبسط کننده بر روی عملکرد چرخه مشاهده می‌شود. در این نمودار عدد شایستگی بر حسب نسبت تراکم و به ازای مقادیر مختلف بازده منبسط کننده از 70 تا 90 درصد برای فشار بیشینه 2 MPa و 1/25 MPa رسم شده است. با توجه به شکل 11 با افزایش بازده منبسط کننده تا مقدار 90% می‌توان به عدد شایستگی 30% رسید. با مقایسه منحنی‌های مربوط به فشار بیشینه 2 MPa (به صورت خط پررنگ) و 1/25 MPa (به صورت خط نقطه) می‌توان دریافت که کاهش فشار بیشینه از 2 تا 1/25 مگاپاسکال را می‌توان با افزایش 5 درصدی راندمان منبسط کننده جبران کرد و بالعکس (در شکل 11 برای هر کدام از فشارهای بیشینه 2 و 1/25 مگاپاسکال، 5 منحنی مربوط به بازده‌های مختلف منبسط کننده وجود دارد که به ترتیب از پایین به بالا برابر 70، 75، 80، 85 و 90 درصد می‌باشند). همچنین با مقایسه شکل‌های 10 و 11 نتیجه می‌شود که اثر بازده میدل بازیاب بر روی عملکرد چرخه به نسبت اثر بازده منبسط کننده بیشتر است. به طور مثال با افزایش 3 درصد در بازده میدل بازیاب در نسبت تراکم 2/5 و با فشار بیشینه 2 MPa، عدد شایستگی در حدود 11 درصد افزایش پیدا می‌کند در حالی که با افزایش 5 درصد در بازده منبسط کننده و با همان نسبت تراکم و فشار بیشینه، عدد شایستگی تنها در حدود 2 درصد افزایش پیدا می‌کند.

#### 5- نتیجه گیری

به منظور طراحی ترمودینامیکی سیستم کرایوژنیک برای تون معکوس برای سرمایش یک کیلومتر کابل انتقال قدرت اچ‌تی‌اس، یک کد کامپیوتری بر مبنای معادلات حالت بنیادی توسعه داده شد. نتایج به دست آمده از معادلات حالت بنیادی برای خواص ترمودینامیکی هلیوم و نئون و مقایسه آن‌ها با داده‌های تجربی موجود، حاکی از آن است که این معادلات را می‌توان در

	$R$	ضریب عملکرد	$COP$
مبرد			
فرایند بازگشت پذیر آنتروپی ثابت	$s$	ظرفیت گرمایی ویژه فشار ثابت (kJ/kg-K)	$C_p$
شرایط مرجع	$0$	ظرفیت گرمایی ویژه حجم ثابت (kJ/kg-K)	$C_v$
		عدد شایستگی	$FOM$
		آنتالپی (kJ/kg)	$H$
		آنتالپی (kJ/kg)	$h$
		ثوابت معادله حالت بنیادی	$i, j, l, N$
		فشار (Pa)	$P$
		ثابت گاز ایده آل (kJ/kg-K)	$R$
		آنتروپی (kJ/kg-K)	$S$
		آنتروپی (kJ/kg-K)	$s$
		دما (K)	$T$
		اختلاف دمای بین سیال سرد و گرم در مبدل	$TD$
		انرژی داخلی (kJ/kg)	$U$
		حجم مخصوص ( $m^3/kg$ )	$v$
		ضریب تراکم پذیری	$Z$
		علائم یونانی	
		انرژی هلمهولتز بدون بعد	$\alpha$
		چگالی ( $kg/m^3$ )	$\rho$
		چگالی کاهیده	$\delta$
		دمای کاهیده	$\tau$
		بازده آدیباتیک کمپرسور و منبسط کننده	$\eta$
		بازده مبدل حرارتی	$\varepsilon$
		بالانویس‌ها	
		خاصیت مربوط به گاز ایده‌آل	$0$
		زیرنویس‌ها	
		شرایط محیط	$a$
		شرایط بحرانی	$c$
		کمپرسور	Comp
		منبسط کننده	Exp
		خروجی از مبدل حرارتی	$e$
		مبدل حرارتی	HX
		ورودی به مبدل حرارتی	$i$
		نیتروژن مایع	LN

## 7- مراجع

- [1] D. v. Delft, History and significance of the discovery of superconductivity by Kamerlingh Onnes in 1911, *Physica C: Superconductivity*, Vol. 479, No. 0, pp. 30-35, 9//, 2012.
- [2] Y. Suzuki, S. Yoshida, Y. Kamioka, Subcooled liquid nitrogen refrigerator for HTS power systems, *Cryogenics*, Vol. 43, No. 10-11, pp. 597-602, 10//, 2003.
- [3] Y. F. Fan, L. H. Gong, X. D. Xu, L. F. Li, L. Zhang, L. Y. Xiao, Cryogenic system with the sub-cooled liquid nitrogen for cooling HTS power cable, *Cryogenics*, Vol. 45, No. 4, pp. 272-276, 4//, 2005.
- [4] Y. Hou, H. L. Zhao, C. Z. Chen, L. Y. Xiong, Developments in reverse Brayton cycle cryocooler in China, *Cryogenics*, Vol. 46, No. 5, pp. 403-407, 5//, 2006.
- [5] J. Lee, G. Hwang, S. Jeong, B. J. Park, Y. H. Han, Design of high efficiency mixed refrigerant Joule-Thomson refrigerator for cooling HTS cable, *Cryogenics*, Vol. 51, No. 7, pp. 408-414, 7//, 2011.
- [6] J.-B. Song, H. Lee, Mixed cryogen cooling systems for HTS power applications: A status report of progress in Korea University, *Cryogenics*, Vol. 52, No. 12, pp. 648-655, 12//, 2012.
- [7] H.-M. Chang, C. Park, H. Yang, S. H. Sohn, J. H. Lim, S. Oh, S. D. Hwang, Thermodynamic design of 10 kW Brayton cryocooler for HTS cable, *Adv Cryog Eng*, Vol. 57, pp. 1664-1671, 2012.
- [8] R. T. Jacobsen, R. B. Stewart, M. Jahangiri, A thermodynamic property formulation for nitrogen from the freezing line to 2000 K at pressures to 1000 MPa, *International Journal of Thermophysics*, Vol. 7, No. 3, pp. 503-511, 1986/05/01, 1986. English
- [9] H. Dillon, S. Penoncello, A fundamental equation for calculation of the thermodynamic properties of ethanol, *International journal of thermophysics*, Vol. 25, No. 2, pp. 321-335, 2004.
- [10] J. W. Leachman, R. Jacobsen, S. Penoncello, E. Lemmon, Fundamental equations of state for parahydrogen, normal hydrogen, and orthohydrogen, *Journal of Physical and Chemical Reference Data*, Vol. 38, No. 3, pp. 721-748, 2009.
- [11] D. Bucker, W. Wagner, A reference equation of state for the thermodynamic properties of ethane for temperatures from the melting line to 675 K and pressures up to 900 MPa, *Journal of physical and chemical reference data*, Vol. 35, No. 1, pp. 205-266, 2006.
- [12] m. maboudi, m. ziaabasharhagh, Prediction of Thermodynamic Properties of Gas-Helium from 10 to 1500 K and at Pressures up to 100 MPa using fundamental equations of state, in *The 5th International Conference on Heating, Ventilation and Air-Conditioning*, Tehran, Iran, 2014. (In Persian)
- [13] M. Mafi, S. Naeynian, M. Amidpour, Exergy analysis of multistage cascade low temperature refrigeration systems used in olefin plants, *international journal of refrigeration*, Vol. 32, No. 2, pp. 279-294, 2009.
- [14] R. Schmidt, W. Wagner, A new form of the equation of state for pure substances and its application to oxygen, *Fluid Phase Equilibria*, Vol. 19, No. 3, pp. 175-200, 12/27/, 1985.
- [15] R. T. Jacobsen, R. B. Stewart, M. Jahangiri, S. G. Penoncello, *A New Fundamental Equation for Thermodynamic Property Correlations, Advances in Cryogenic Engineering in: R. W. Fast, Advances in Cryogenic Engineering*, Eds., pp. 1161-1168: Springer US, 1986. English
- [16] R. T. Jacobsen, S. G. Penoncello, E. W. Lemmon, *Thermodynamic properties of cryogenic fluids*, Springer US, 1997.