مجله مهندسی مکانیک مدرس، دی 1395، دوره 16، شماره 10، ص‌ص 181-190

ماهنامه علمی پژوهشی

مهندسی مکانیک مدرس

mme.modares.ac.ir

کنترل مود لغزشی تطبیقی با تخمین‌گر عدم قطعیت برای ربات موازی انتقالی 3-[P-2(US)]

محمود مزارع[1]، مصطفی تقی‌زاده[2*]

1- کارشناسی ارشد، مهندسی مکانیک، دانشگاه شهید بهشتی، تهران
2- استادیار، مهندسی مکانیک، دانشگاه شهید بهشتی، تهران
* تهران، صندوق پستی 1743524155، mo_taghizadeh@sbu.ac.ir

اطلاعات مقاله

مقاله پژوهشی کامل
دریافت: 25 تیر 1395
پذیرش: 11 شهریور 1395
ارائه در سایت: 18 مهر 1395

کلید واژگان:
ربات‌های موازی 3-[P-2(US)]
مدل‌سازی دینامیکی
کنترل مقاوم تطبیقی
مود لغزشی
تخمین زننده خطا

چکیده

در این مقاله، ابتدا به استخراج معادلات سینماتیک معکوس یک نوع ربات موازی با سه درجه آزادی انتقالی پرداخته شده و سپس با استفاده از روش لاگرانژ، معادلات حاکم بر مدل دینامیکی ربات استخراج شده است. از آنجایی که مدل استخراجی، بیان دقیقی از رفتار ربات نیست، مدل دارای عدم قطعیت پارامتری می‌باشد. از این‌رو یک روش برای کنترل ردیابی این ربات ارائه شده است. کنترل کننده پیشنهادی، شامل یک مدل دینامیک معکوس تقریبا شناخته شده به عنوان خروجی بخش مدل-مبنای کنترل کننده، یک ترم تخمینی از عدم قطعیت برای جبران دینامیک مدل نشده، اغتشاشات خارجی، و پارامترهای متغیر با زمان، و همچنین یک کنترل کننده PID غیرمتمرکز به عنوان بخش بازخورد برای بهبود پایداری حلقه-بسته و میزان خطای تخمین عدم قطعیت‌ها می‌باشد. عملکرد کنترل‌کننده طراحی شده در شرایط مختلف از جمله در حضور اغتشاش و تغییر پارامترهای سیستم، شبیه‌سازی و مورد بررسی قرار گرفته است. بدین منظور، پاسخ کنترل‌کننده تطبیقی مقاوم پیشنهادی با پاسخ یک کنترل‌کننده خطی‌سازی پسخورد مقایسه شده و تاثیر اغتشاش و تغییر پارامترها روی هر دو کنترل‌کننده نشان داده شده است. نتایج نشان می‌دهند که کنترل-کننده پیشنهادی با وجود درنظرگرفتن اغتشاش و عدم قطعیت‌های موجود در مدل، دارای عملکرد مطلوبی می‌باشد.

Adaptive sliding mode control with uncertainty estimator for a 3-[P-2(US)] translational parallel robot

Mahmood Mazare, Mostafa Taghizadeh*

School of Mechanical Engineering, Shahid Beheshti University, Tehran, Iran
* P.O.B. 1743524155 Tehran, Iran, mo_taghizadeh@sbu.ac.ir

ARTICLE INFORMATION

Original Research Paper
Received 15 July 2016
Accepted 01 September 2016
Available Online 09 October 2016

Keywords:
3-[P-2(US)] Parallel manipulator
Dynamic modeling
Adaptive robust control
Sliding mode
Uncertainty estimator

ABSTRACT

In this paper, constraint equations are derived based on the kinematic model of the robot and Lagrange method is applied to derive the dynamic equations. In order to control the robot position on planned reference trajectories, in presence of uncertainties of the dynamic model, an adaptive robust controller with uncertainty estimator is designed which is robust against the uncertainties and induced noises. The proposed controller consists of an approximately known inverse dynamics model output as model-based part of the controller, an estimated uncertainty term to compensate for the un-modeled dynamics, external disturbances, and time-varying parameters, and also a decentralized PID controller as a feedback part to enhance closed-loop stability and account for the estimation error of uncertainties. Performance of the designed controller is simulated and evaluated in different conditions including the presence of noise and parameters variation. In this regard, a comparison has been made between the response of the proposed adaptive robust controller and response of a feedback linearization controller, indicating their capabilities in noise rejection and to compensate parameter variations. Also, the results show that the proposed sliding mode controller has a desirable performance in tracking the reference trajectories in presence of the model uncertainties and noises for this kind of parallel mechanism.

1- مقدمه

تئوری‌های کنترل مدرن و کلاسیک برای سیستم‌هایی که از نظر توصیف قطعی و تصادفی به خوبی تعریف شده‌اند، مفید بوده‌اند. در رباتیک همانند بسیاری از کاربردهای مهندسی، به دلیل وجود انعطاف‌پذیری زیاد، اصطکاک کولمب، تنوع مقدار بار، اغتشاشات ناشناخته، کوپل دینامیکی بزرگ بین لینک‌های مختلف و پارامترهای متغیر با زمان مثل اصطکاک، بدست آوردن یک مدل دینامیکی دقیق برای ربات، غیر ممکن یا بسیار سخت است. به همین دلیل، مدل ریاضی یک ربات در بهترین حالت می‌تواند تقریبی از مدل واقعی باشد، در نتیجه خطای مدل کردن وجود دارد. وقتی که از یک مدل خطی با پارامترهای ثابت با زمان استفاده شود، این خطا بیشتر هم خواهد بود، در نتیجه نیاز به یک استراتژی کنترل مقاوم، تطبیقی با همگرایی سریع و ساختار ساده وجود دارد [2,1].

در دهه‌های اخیر، پژوهش‌های زیادی برای طراحی و بهبود کنترل کننده برای سیستم‌های دارای عدم قطعیت انجام شده است. اساس عمده روش‌های کنترل مقاوم و غیرخطی شناخته شده، کنترل تطبیقی، کنترل مود لغزشی، ترکیب کنترل تطبیقی و مود لغزشی، و کنترل مقاوم مبتنی برلیاپانوف است.

Please cite this article using:

برای ارجاع به این مقاله از عبارت ذیل استفاده نمایید:

M. Mazare, M. Taghizadeh, Adaptive sliding mode control with uncertainty estimator for a 3-[P-2(US)] translational parallel robot, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 16, No. 10, pp. 181-190, 2016 (in Persian)

[DOR: 20.1001.1.10275940.1395.16.10.18.9]

در روش‌های تطبیقی غیرخطی مرسوم، هدف کنترل کننده، به دست آوردن پارامترهای متغیر دینامیک ساختاریافته‌ای است که منجر به ردیابی خوبی شود، همچنین عدم قطعیت‌های ساختاریافته و اغتشاشات محدود را جبران کند. در نتیجه، این فاکتورها در مواردی که مدل دینامیکی ربات زیاد شناخته شده نیست، یا زمانی که کنترل سریع زمان واقعی نیاز است، روی کنترل کننده‌های تطبیقی غیرخطی تأثیر می‌گذارند [3-5].

کنترل کننده‌های مقاوم با ساختار متغیر که از کنترل مود لغزشی استفاده می‌کنند، به دلیل قابلیت کنترل عدم قطعیت‌ها، عملکرد گذرای خوبی مثل خطای ردیابی کم، و پاسخ سریع را از خود بر جای می‌گذارند. طبیعت گسسته قانون کنترل مود لغزشی، سبب "چترینگ" می‌شود، که ممکن است باعث تحریک یک دینامیک فرکانس بالا شود. روش لایه مرزی که تلاش می‌کند پدیده چترینگ را از بین ببرد، به یک مصالحه بین عملکرد و چترینگ نیاز دارد. علاوه بر این، یک شناخت قبلی از کران بالای بردار اغتشاشات در بدترین حالت، برای رسیدن به همگرایی نیاز است و طراحی کنترل کننده بر اساس بدترین حالت، نیازمند ریسک بالایی است. برای غلبه بر موانع روش کنترل مود لغزشی (از قبیل چترینگ و مقدار مرز بالای بردار آشفتگی)، مسأله تخمین اغتشاش در [6-9] برای یک کلاس مشخص از سیستم‌های تصادفی غیرخطی، مورد بررسی قرار گرفته است. هر چند این مسائل اکثرا حل نشده باقی مانده‌اند.

ربات‌های موازی به دلیل آن‌که در ساختار خود دارای زنجیره سینماتیکی حلقه بسته می‌باشند، دینامیک نسبتا پیچیده‌ای دارند که همین مساله نیز کنترل آن‌ها را با مشکل مواجه کرده است. الگوریتم‌های کنترل حرکت، می‌توانند بر مبنای روش‌های طراحی کنترل‌کننده طبقه‌بندی شوند. از میان این طبقه‌بندی‌ها می‌توان به کنترل کننده PID کلاسیک اشاره نمود. تحقیقات بسیاری در زمینه کنترل این دسته از ربات‌ها صورت گرفته است. کنترل کننده‌های غیرخطی از قبیل روش‌های مبتنی بر لیاپانوف [11,10] و کنترل دینامیک معکوس(گشتاور محاسبه شده) [13,12] نیز استفاده شده‌اند که در بهبود پاسخ سیستم کنترلی و ردیابی سیگنال مرجع، عملکرد خیلی خوبی داشته‌اند. کردجزی و اکبرزاده [14] با استفاده از کنترل کننده مبتنی بر دینامیک معکوس، به کنترل موقعیت یک نوع ربات موازی پرداخته‌اند که کنترل کننده طراحی شده را به ازای ورودی‌های مختلف تست نموده‌اند. از آنجا که دینامیک ربات‌های موازی دارای عوامل عدم قطعیت می‌باشد، کنترل کننده طراحی شده باید تا حد امکان مقاوم باشد. از جمله روش‌های کنترل مقاوم می‌توان به روش مود لغزشی اشاره نمود. سانگ و همکاران [15] یک کنترل کننده مود لغزشی به همراه رؤیت‌گر طراحی نمودند که مقادیر بهینه بهره‌ها را با استفاده از الگوریتم ژنتیک تعیین کرده و به منظور صحه گذاری نتایج، کنترل کننده طراحی شده را به صورت زمان واقعی روی پلتفرم استوارت پیاده سازی نمودند. تقی‌راد [16] و همکاران نیز یک کنترل کننده مود لغزشی مقاوم تطبیقی برای کنترل موقعیت ربات موازی کابلی ارائه کردند و پایداری آن را با استفاده از روش دوم لیاپانوف اثبات نمودند. معزی و همکاران، یک کنترل کننده مود لغزشی برای یک ربات موازی صفحه‌ای طراحی کردند که با استفاده از الگوریتم فاخته، یک مسیر بهینه به عنوان مسیر مرجع به ربات داده شده بود [17]. جعفری و همکاران به کنترل تطبیقی یک ربات موازی کابلی با شش درجه آزادی پرداختند [18].

کنترل‌کننده‌های ترکیبی مود لغزشی و تطبیقی به عنوان روشی برای غلبه کردن بر مشکل کنترل تطبیقی و مود لغزشی مطالعه شده است. ایده اصلی این است که از کنترل تطبیقی برای تخمین پارامترهای ناشناخته سیستم دینامیکی و از کنترل مود لغزشی برای غلبه بر دینامیک‌های مدل نشده و اغتشاشات خارجی استفاده شود [19]، هر چند کنترل ترکیبی تطبیقی به یک مدل پارامتریزه شده خطی از سیستم در حال تحلیل و دانش قبلی از محدوده عدم قطعیت نیاز دارد. علاوه بر این تعداد زیادی از پارامترها و یک بهره تطبیق (مثل پارامتر طراحی) متناظر با هر پارامتر ناشناخته باعث پیچیدگی بیشتر است. مسأله طراحی یک کنترل کننده مقاوم و تطبیقی بدون دانستن مرزهای عدم قطعیت در مرجع [20] بیان شده که به یک مدل خطی پارامتریزه شده مشخص برای سیستم به منظور طراحی کنترل کننده نیاز دارد.

یک طرح کنترلی تطبیقی مقاوم، مدل-مبنا که از منطق فازی در مقابل مدل دینامیکی سیستم و همچنین از شبکه عصبی به عنوان ابزار تنظیم استفاده می کند، توسط نوتاش و همکاران [21] برای کنترل ردیابی ربات در حضور عدم قطعیت‌های مدل و اغتشاشات خارجی متغیر با زمان پیشنهاد شده است. این کنترل کننده بر اساس تئوری کنترل مود لغزشی طراحی شده، و تحلیل پایداری کنترل کننده با استفاده از تئوری لیاپانوف صورت گرفته است.

سه قسمت متمایز کنترل کننده تطبیقی مقاوم عبارتند از: 1- عدم قطعیت یا پارامترهای ساختار یافته و عدم قطعیت‌های بدون ساختار (دینامیک‌های مدل نشده، اغتشاشات خارجی ناشناخته) در یک نوع واحد به نام آشفتگی ترکیب شده‌اند (ترم آشفتگی فشرده). در نتیجه به یک مدل دینامیکی از سیستم که به صورت خطی پارامتریزه شده نیاز نیست و ساختار ساده و خصوصیات موثر محاسباتی این روش، آن را برای کاربردهای کنترل زمان واقعی مناسب می‌کند. 2- طراحی کنترل بر اساس طرح مقاوم تطبیقی بیشتر به بردار تخمین زده شده عدم قطعیت آنلاین بستگی دارد تا به شرایط بدترین حالت (مرزهای عدم قطعیت). به همین دلیل یک شناخت قبلی از مرزهای عدم قطعیت نیاز نیست، و در هر لحظه کنترل کننده به جبرانسازی در مقابل عدم قطعیت موجود می‌پردازد. 3- قانون کنترل پیشنهادی که از اصول تئوری کنترل مود لغزشی استفاده می‌کند، پدیده چترینگ را بدون تبادل بین عملکرد و مقاوم بودن حذف می‌کند که در روش لایه مرزی غیر ممکن است. پژوهش‌های بسیاری در زمینه کنترل تطبیقی مقاوم انجام شده است.

در این مقاله بر اساس مدل هندسی ربات، معادلات سینماتیک معکوس و قید حاکم بر مکانیزم استخراج، سپس با استفاده از روش لاگرانژ، معادلات دینامیکی ربات موازی 3-[P-2(US)] که توسط نویسندگان ارائه شده [22] استخراج شده است. به منظور کنترل موقعیت ربات مذکور، با استفاده از ترکیب روش تطبیقی و مقاوم، یک کنترل کننده به همراه یک تخمین‌گر خطا نیز طراحی شده است. طراحی مسیر ربات با استفاده از منحنی‌های اسپیلاین انجام شده و به عنوان مسیر مرجع به ربات داده می‌شود تا توسط کنترل کننده پیشنهادی ردیابی شود. نوآوری مقاله عبارتست از: ارائه یک کنترل کننده مقاوم تطبیقی با تخمین‌گر عدم قطعیت برای یک مکانیزم موازی جدید برای اولین بار.

ساختار این مقاله بدین ترتیب است: در بخش 2 مکانیزم طراحی شده معرفی شده است. سپس در بخش 3 به استخراج معادلات سینماتیک معکوس و قید ربات که شامل سینماتیک معکوس است، پرداخته شده و در بخش 4 مدل‌سازی دینامیکی ربات آورده شده است. در بخش 5 طراحی کنترل کننده

[DOR: 20.1001.1.10275940.1395.16.10.18.9]

صورت گرفته است. در بخش 6 به طراحی مسیر با استفاده از منحنی‌های اسپیلاین اشاره شده و در بخش‌های 7 و 8 نتایج به کارگیری روش کنترل و شبیه‌سازی و سپس نتیجه‌گیری ذکر شده است.

2- معرفی مکانیزم پیشنهادی

یکی از کاربردهای مهم ربات‌های موازی با درجات آزادی انتقالی در فرایندهای ماشین‌کاری است. شماتیک مدل ربات طراحی شده در شکل 1 نشان داده شده است. مکانیزم مورد نظر از یک صفحه پایینی متحرک به نام مجری نهایی، صفحه بالایی (پلتفرم ثابت) و سه بازو تشکیل شده است. هر بازو به وسیله یک مفصل کشویی به پایه متصل است.

روی هر شاخه دو مفصل یونیورسال توسط میله به دو مفصل کروی متصل شده است. طراحی مفاصل این ربات بر این مبنا بوده که فقط سه حرکت انتقالی برای مجری نهایی امکان پذیر باشد. بنابراین برای اینکه مجری نهایی دوران نداشته باشد، یک ساختار متوازی الاضلاع توسط مفاصل یونیورسال و کروی تشکیل شده تا از دوران مجری نهایی جلوگیری کند. مفاصل کشویی که به عنوان عملگر در این مکانیزم استفاده شده‌اند از یک طرف به پایه در یک نقطه، و از طرف دیگر به صفحه بالایی با زاویه 120 درجه متصل شده‌اند. دو مفصل کروی و دو مفصل یونیورسال توسط دو لینک به هم متصل شده‌اند که از یک طرف به مفصل کشویی و از طرف دیگر به مجری نهایی متصل شده‌اند. از این رو، این ربات دارای ساختار [P2(US)]-3 می‌باشد. مجری نهایی در این ربات به دو صورت می‌تواند قرار بگیرد، در حالت اول، مجری نهایی در بالای پایه ثابت یا رو به بالا قرار می‌گیرد و از آن می‌توان به عنوان شبیه ساز در کاربردهای مختلف استفاده کرد. حالت دوم که در شکل 1 نشان داده شده و مجری نهایی در پایین قرار می‌گیرد، حالتی است که از آن می‌توان در کاربردهای مختلف مانند عملیات مونتاژ استفاده کرد.

3- سینماتیک معکوس

در تحلیل سینماتیک معکوس، با داشتن موقعیت و جهت‌گیری مجری نهایی باید موقعیت عملگرها را تعیین کرد. در این قسمت با توجه به شکل‌های 2 و 3 به استخراج معادلات سینماتیک معکوس با استفاده از روش تحلیلی پرداخته شده است. مطابق شکل 2 دو چارچوب مختصات نسبی و هم‌چنین صفحه عبوری از سه نقطه انتهای لینک‌ها مطابق شکل در نظر گرفته شده است. چارچوب مختصات مرجع XYZ در محل تقاطع صفحه مذکور و محور تقارن عمودی قرار داده شده است. مختصات دکارتی محلی uvw در مرکز پلتفرم متحرک، و دو لینک رابط به طول L بین پلتفرم متحرک و لغزنده نصب شده‌اند. بردار مکان نقاط B_i و C_i به صورت روابط (1) و (2) نوشته می‌شود:

$$\overrightarrow{r_{B_i}} = \overrightarrow{r_{A_i}} + \overrightarrow{r_{A_iB_i}} \tag{1}$$

$$\overrightarrow{r_{C_i}} = \overrightarrow{r_{p_i}} + \overrightarrow{r_{pc_i}} \tag{2}$$

با توجه به شکل 3، $\alpha_i = (i-1) \times 120°$ و $\beta = 40°$ می‌باشد. بنابراین بردارهای داده شده، مطابق روابط (3) و (4) قابل بیان هستند.

$$\overrightarrow{r_{A_iB_i}} = q_i \begin{pmatrix} -\cos\beta\cos\alpha_i \\ -\cos\beta\sin\alpha_i \\ -\sin\beta \end{pmatrix} \tag{3}$$

$$\overrightarrow{r_{A_i}} = \begin{pmatrix} b\cos\alpha_i \\ b\sin\alpha_i \\ 0 \end{pmatrix}, \overrightarrow{r_{p_i}} = \begin{pmatrix} x_p \\ y_p \\ z_p \end{pmatrix}, \quad \overrightarrow{r_{pc_i}} = \begin{pmatrix} d\cos\alpha_i \\ d\sin\alpha_i \\ 0 \end{pmatrix} \tag{4}$$

با تفاضل رابطه (2) از (1)، روابط (5) تا (7) حاصل خواهند شد:

$$\overrightarrow{r_{B_iC_i}} = \overrightarrow{r_{C_i}} - \overrightarrow{r_{B_i}} \tag{5}$$

Fig. 1 Schematic of the 3-[P2(US)] parallel manipulator
شکل 1 شماتیک ربات موازی [P2(US)]-3

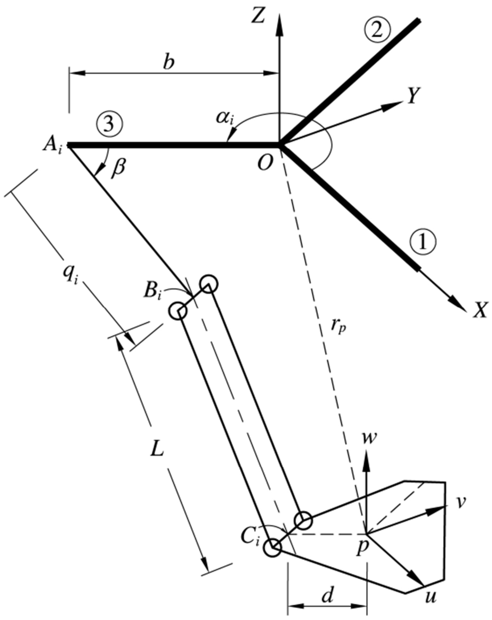

Fig. 2 Schematic of one of limbs of the 3-[P2(US)] robot
شکل 2 شماتیک یکی از شاخه‌های مکانیزم [P2(US)]-3

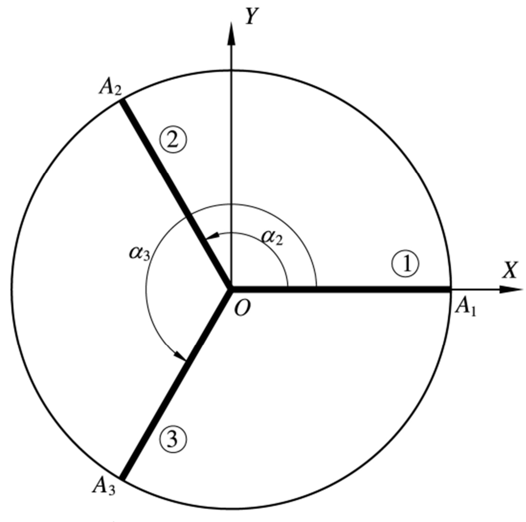

Fig. 3 Top view of the 3-[P2(US)] robot
شکل 3 مکانیزم [P2(US)]-3 از نمای بالا

$$\overrightarrow{r_{B_iC_i}} = \begin{pmatrix} x_p \\ y_p \\ z_p \end{pmatrix} + d\begin{pmatrix} \cos\alpha_i \\ \sin\alpha_i \\ 0 \end{pmatrix} + q_i\begin{pmatrix} \cos\beta\cos\alpha_i \\ \cos\beta\sin\alpha_i \\ \sin\beta \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} b\cos\alpha_i \\ b\sin\alpha_i \\ 0 \end{pmatrix} \quad (6)$$

$$\overrightarrow{r_{B_iC_i}} = \begin{pmatrix} x_p + d\cos\alpha_i + q_i\cos\beta\cos\alpha_i - b\cos\alpha_i \\ y_p + d\sin\alpha_i + q_i\cos\beta\sin\alpha_i - b\sin\alpha_i \\ z_p + q_i\sin\beta \end{pmatrix} \quad (7)$$

اکنون فاصله دو نقطه B_i و C_i به دلیل قرار داشتن بر روی بازوی صلب توسط اندازه آن به صورت رابطه‌های (8) و (9) مقید می‌گردد.

$$\left|\overrightarrow{r_{B_iC_i}}\right|^2 = L^2 \quad (8)$$

$$\begin{aligned} L^2 = &\left[x_p + (d-b)\cos\alpha_i + q_i\cos\beta\cos\alpha_i\right]^2 \\ &+\left[y_p + (d-b)\sin\alpha_i + q_i\cos\beta\sin\alpha_i\right]^2 \\ &+\left[z_p + q_i\sin\beta\right]^2 \end{aligned} \quad (9)$$

با ساده سازی رابطه (9) برای کمیت q_i سینماتیک معکوس مطابق رابطه (10) استخراج می‌شود.

$$\begin{aligned} f_i = &\, q_i^2 + 2\{z_p\sin\beta + [(x_p + (d-b)\cos\alpha_i)\cos\alpha_i \\ &+(y_p + (d-b)\sin\alpha_i)\sin\alpha_i]\cos\beta\}q_i + z_p^2 \\ &+(x_p + (d-b)\cos\alpha_i)^2 + (y_p + (d-b)\sin\alpha_i)^2 \\ &-L^2 = 0 \end{aligned} \quad (10)$$

این سه معادله، معادلات قید سیستم را تشکیل می‌دهند. کمیت‌های ζ_i و ξ_i مطابق رابطه (11) و (12) تعریف می‌شوند.

$$\begin{aligned} \zeta_i = &\, z_p\sin\beta + [(x_p + (d-b)\cos\alpha_i)\cos\alpha_i \\ &+(y_p + (d-b)\sin\alpha_i)\sin\alpha_i]\cos\beta \end{aligned} \quad (11)$$

$$\begin{aligned} \xi_i = &\,(x_p + (d-b)\cos\alpha_i)^2 + (y_p + (d-b)\sin\alpha_i)^2 \\ &+z_p^2 - L^2 \end{aligned} \quad (12)$$

حال با جایگذاری روابط (11) و (12) در رابطه (10)، معادلات سینماتیک معکوس ربات مورد نظر، برای هرکدام از پایه‌ها به صورت (13) به دست می‌آید.

$$q_i = -\zeta_i \pm \sqrt{\zeta_i^2 - \xi_i} \quad (13)$$

با توجه به رابطه (13) دو جواب برای سینماتیک معکوس بدست می‌آید، که با توجه به پیکربندی در نظر گرفته شده برای مکانیزم جواب منفی در این مکانیزم قابل قبول است. ابعاد این مکانیزم که توسط نویسندگان [22] طراحی شده در جدول 1 آمده است.

4-مدل‌سازی دینامیکی

در این بخش، مدل دینامیکی ربات بر مبنای مدل سینماتیکی ارائه شده در بخش سوم استخراج می‌شود. برای استخراج مدل دینامیکی ربات از روش لاگرانژ استفاده می‌شود. از آنجائی‌که معادلات حرکت مکانیزم موازی، دارای قید روی مختصات تعمیم یافته هستند، فرمول‌بندی معادلات لاگرانژ برای سیستم مقید مطابق رابطه (14) به کار گرفته می‌شود.

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial L}{\partial \dot{\theta}_j}\right) - \frac{\partial L}{\partial \theta_j} = Q_j + \sum_{i=1}^{3}\lambda_i\frac{\partial f_i}{\partial \theta_j}, \ (j = 1,2,\ldots,6) \quad (14)$$

جدول 1 ابعاد و زوایای ربات

Table 1 Dimensions and angles of the robot

پارامترها	مقادیر
α_i	$(i-1)\times 120^\circ$
β	40°
d(mm)	28
b(mm)	325
L(mm)	340

که θ_j، j امین مختصه تعمیم یافته و Q_j نیروی تعمیم یافته نظیر آن می‌باشند. همچنین λ_i و f_i به ترتیب بیانگر ضرایب لاگرانژ و معادلات قید تعریف شده در (10) می‌باشند. مختصات تعمیم یافته برای توصیف سیستم به صورت رابطه (15) تعریف شده‌اند.

$$\theta = \begin{bmatrix} q \\ p \end{bmatrix}, \quad q = [q_1\ q_2\ q_3]^{\mathrm{T}}, p = [x_p\ y_p\ z_p]^{\mathrm{T}} \quad (15)$$

که q حاوی مولفه‌های موقعیت عملگرها و p مولفه‌های موقعیت مجری نهایی می‌باشند، تابع لاگرانژین به صورت رابطه (16) نوشته می‌شود.

$$L(\theta,\dot{\theta}) = K(\theta,\dot{\theta}) - U(\theta) \quad (16)$$

که K و U به ترتیب انرژی‌های جنبشی و پتانسیل ربات می‌باشند، ترم انرژی جنبشی ربات به صورت رابطه (17) بیان می‌شود.

$$\begin{aligned} &K = \tfrac{1}{2}m_1(\dot{q}_1^2 + \dot{q}_2^2 + \dot{q}_3^2) + \tfrac{1}{2}m_2(\dot{x}_p^2 + \dot{y}_p^2 + \dot{z}_p^2) \\ &m_1 = m_p + \frac{m_l}{2}, \quad m_2 = m_e + 3\left(\frac{m_l}{2}\right) \end{aligned} \quad (17)$$

که m_e، m_1 و m_p به ترتیب بیانگر جرم مجری نهایی، جرم میله‌های رابط و جرم پیستون عملگرهای ربات هستند. لازم به ذکر است که جرم شش میله رابط، مساوی با هم و هریک متمرکز در دو انتها فرض شده است. همچنین می توان انرژی پتانسیل مکانیزم را به صورت رابطه (18) نوشت.

$$U = m_1 g\sin\beta(q_1 + q_2 + q_3) + m_2 g z_p \quad (18)$$

که β زاویه بین راستای مفصل کشویی با پلتفرم ثابت است. با جایگذاری روابط (17) و (18) در رابطه (14)، لاگرانژین به صورت رابطه (19) بازنویسی می‌شود.

$$\begin{aligned} L = &\tfrac{1}{2}m_1(\dot{q}_1^2 + \dot{q}_2^2 + \dot{q}_3^2) + \tfrac{1}{2}m_2(\dot{x}_p^2 + \dot{y}_p^2 + \dot{z}_p^2) \\ &-[m_1 g\sin\beta(q_1 + q_2 + q_3) + m_2 g z_p] \end{aligned} \quad (19)$$

با جایگذاری لاگرانژین در معادلات (19)، شش معادله لاگرانژ به صورت روابط (20) تا (23) در خواهند آمد:

$$\begin{aligned} &m_1\ddot{q}_i - 2\lambda_i\{\sin\alpha_i\cos\beta \\ &[x_p - y_p + (\cos\alpha_i + \sin\alpha_i)(d - b + q_i\cos\beta)] \\ &+\sin\beta(z_p + q_i\sin\beta)\} - m_1 g\sin\beta = \mathrm{F}_i \quad (i = 1,2,3) \end{aligned} \quad (20)$$

$$m_2\ddot{x}_p - \sum_{j=1}^{3} 2\lambda_j\{x_p + (d - b + q_j\cos\beta)\cos\alpha_j\} = 0 \quad (21)$$

$$m_2\ddot{y}_p - \sum_{j=1}^{3} 2\lambda_j\{y_p + (d - b + q_j\cos\beta)\sin\alpha_j\} = 0 \quad (22)$$

$$m_2\ddot{z}_p + m_2 g - \sum_{j=1}^{3} 2\lambda_j\{z_p + q_j\sin\beta\} = 0 \quad (23)$$

برای حل شش معادله دیفرانسیل حاصل که شامل 9 مجهول هستند، نیاز به سه معادله دیگر می‌باشد که با دو بار مشتق‌گیری از معادلات قید (10) به صورت (24) بدست می‌آیند.

$$\begin{aligned} &[q_i + (d-b)\cos\beta + z_p\sin\beta + x_p\cos\beta\sin\alpha_i \\ &-2y_p\cos\beta\cos\alpha_i]\ddot{q}_i + [x_p - (d-b)\sin\alpha_i \\ &+q_i\cos\beta\sin\alpha_i]\ddot{x}_p + [y_p - (d-b)\cos\alpha_i \\ &-q_i\cos\beta\cos\alpha_i]\ddot{y}_p + (z_p + q_i\sin\beta)\ddot{z}_p \\ &+\dot{x}_p^2 + \dot{y}_p^2 + \dot{z}_p^2 + 2\dot{q}_i\dot{x}_p\cos\beta\sin\alpha_i \\ &-2\dot{q}_i\dot{y}_p\cos\beta\cos\alpha_i + 2\dot{q}_i\dot{z}_p\sin\beta = 0 \quad (i = 1,2,3) \end{aligned} \quad (24)$$

با محاسبه ضرایب لاگرانژ از معادلات (21) تا (23) و قرار دادن در معادلات (20) ضرایب لاگرانژ حذف شده و در نهایت معادلات دینامیکی ربات به صورت شش معادله دیفرانسیل غیرخطی (20) و (24) در می‌آیند. این شش معادله را می‌توان به فرم ماتریسی (25) نشان داد.

$$M(\theta)\ddot{\theta} + C(\theta,\dot{\theta})\dot{\theta} + G(\theta) = F \quad (25)$$

که M و C و G به ترتیب ماتریس‌های جرم، ماتریس اثرات گریز از مرکز و ژیروسکوپی و بردار نیروهای گرانشی می‌باشند. مدل نشان داده شده در رابطه (25) یک مدل غیر خطی چند ورودی-چند خروجی است که دارای خواص زیر می باشد:

1- ماتریس M یک ماتریس متقارن و مثبت معین است که دارای کران بالا و پایین می‌باشد.

[DOR: 20.1001.1.10275940.1395.16.10.18.9]

2- کران بالای ماتریس C مستقل از q بوده و فقط تابعی از $\dot{q}$ می‌باشد.

3- ماتریس $\dot{M}-2C$ یک ماتریس پاد متقارن می‌باشد، بنابراین برای هر X:

$$X^{\mathrm{T}}(\dot{M}-2C)X=0$$

5-طراحی کنترل کننده مقاوم تطبیقی

مسأله کنترل مقاوم تطبیقی برای یک کلاس از سیستم‌های دینامیکی غیر خطی که به صورت رابطه (26) بیان شده است، عبارت است از طراحی یک قانون کنترلی که سیستم حلقه بسته آن پایدار بوده و یک حالت متغیر با زمان را برای تمام مقادیر ممکن بردار عدم قطعیت، در تمام فضای حالت (تمام فضای کاری ربات) دنبال‌کند. عدم قطعیت در مدل دینامیکی می‌تواند اثرات منفی بر عملکرد سیستم بگذارد. رهیافت کنترل مقاوم از جمله ابزارهای مهم برای مقابله با عدم قطعیت درمدل می‌باشد. به عنوان نمونه یکی از رهیافت‌های کنترل مقاوم، روش کنترل مود لغزشی می‌باشد [15].

از جمله معایب این روش کنترلی که معمولا کاربرد آن را برای کنترل سیستم‌های مکانیکی محدود می‌کند، سوئیچینگ فرکانس بالا است که باعث به وجود آمدن پدیده چترینگ می‌شود. یک سیستم تک ورودی-تک خروجی غیرخطی به صورت رابطه (26) تعریف می‌شود.

$$q^{(n)}=f+bu \tag{26}$$

که q بردار متغیرهای حالت، u ورودی کنترلی، f و b نیز توابعی از متغیرهای حالت و زمان‌اند. به دلیل عدم قطعیت در سیستم، اغتشاش خارجی و تغییر پارامترها، مدل دینامیکی سیستم، یک تقریب از سیستم واقعی است. در نتیجه در حضور عدم قطعیت‌ها، تابع‌های f و b به صورت روابط (27) و (28) نشان داده می‌شوند.

$$f=\hat{f}+f_u \tag{27}$$

$$b=\hat{b}+b_u \tag{28}$$

که $\hat{b}$ و $\hat{f}$ قسمت معلوم و b_u و f_u بیانگر عدم قطعیت در b و f می‌باشند. در حضور عدم قطعیت مدل و اغتشاش خارجی، معادله (26) می‌تواند به صورت (29) نوشته شود.

$$\ddot{q}=\hat{f}+\hat{b}u+f_u+b_u u+\eta \tag{29}$$

که η بیانگر اغتشاش خارجی محدود است. فرض شده است که شرایط تطابق (خصوصیات ساختار سیستم) ارضا شده و تضمین می‌شود که عدم قطعیت‌ها در محدوده ورودی ماتریس باشند. بنابراین تمام عدم قطعیت‌ها به صورت رابطه (30) نوشته خواهند شد:

$$D=f_u+b_u u+\eta \tag{30}$$

با جایگذاری در رابطه (26) برای سیستم مرتبه دو، (31) حاصل می‌شود.

$$\ddot{q}=\hat{f}+\hat{b}u+D \tag{31}$$

به طوریکه D بردار شامل عدم قطعیت دینامیک‌های مستقیم و تمام بردارهای عدم قطعیت ناشی از اغتشاش خارجی است. فرض‌هایی که در ادامه انجام می‌شود با توجه به سیستم معادله (25) صورت می‌گیرد.

فرض 1: ماتریس تقریبا معلوم بهره کنترل، معکوس‌پذیر بوده و روی تمام فضای حالت محدود و مثبت معین است. بر اساس این فرض، مدل دینامیک معکوس سیستم نامعین غیر خطی مرتبه دوم در معادله (31) با قرار دادن $u=F$ می‌تواند به صورت (32) نوشته شود.

$$F=\hat{b}^{-1}\ddot{q}-\hat{b}^{-1}\hat{f}-\hat{b}^{-1}D \tag{32}$$

فرض 2: بردار عدم قطعیت و مشتقات جزئی آن پیوسته و نرم اقلیدسی آن به صورت (33) محدود می‌باشد:

$$\|D\|\le\rho \tag{33}$$

فرض 2 تضمین می‌کند که نرخ تغییر D، به صورت محلی محدود می‌شود. حال به منظور پیاده سازی قانون فوق، مدل دینامیکی ربات موازی 3-[P-2(US)] که در رابطه (25) نشان داده شده است، به عنوان سیستم دینامیکی نامعین غیر خطی در نظر گرفته می‌شود. به دلیل عدم قطعیت سیستم، اغتشاش خارجی و تغییرات پارامترها، معادله (25)، که مدل دینامیکی ربات است، دقیقا معلوم نیست. در نتیجه، مدل دینامیکی سیستم به صورت رابطه (34) بازنویسی می‌شود.

$$F+F_D=\hat{M}\ddot{\theta}+\hat{C}\dot{\theta}+\hat{G}+(M_u\ddot{\theta}+C_u\dot{\theta}+G_u) \tag{34}$$

که M_u، C_u و G_u به ترتیب بیانگر عدم قطعیت در ماتریس‌های ربات می باشند و F_D بردار نیروهای اغتشاشی خارجی است. با مقایسه با رابطه (31) بردار آشفتگی کلی به صورت رابطه (35) بازنویسی می‌شود.

$$D=\hat{M}^{-1}(F_D-M_u\ddot{\theta}-C_u\dot{\theta}-G_u) \tag{35}$$

هدف عمده این پژوهش، به دست آوردن یک قانون کنترلی برای تخمین بردار آشفتگی فشرده متغیر با زمان D که شامل عدم قطعیت‌ها و اغتشاشات خارجی است، به منظور طراحی یک کنترل کننده مقاوم تطبیقی (مود لغزشی تطبیقی) می‌باشد. قانون کنترل مود لغزشی برای سیستم‌های مرتبه دوم نامعین غیرخطی، که پایداری و همگرایی را تضمین می‌کند، پیوسته نیست. ازاینرو این قانون کنترل برای ربات موازی به صورت رابطه (36) استخراج می‌شود.

$$F=M(\ddot{q}_d-2\Lambda e-\Lambda^2 e)+C\dot{q}+G-Mk\,\mathrm{sgn}(S) \tag{36}$$

وظیفه طراحی کنترل کننده مقاوم تطبیقی، با مشخصه‌های بالا و بدون دانستن محدوده عدم قطعیت‌ها، با دنبال کردن روش مبتنی بر ترکیب کنترل مود لغزشی و روش‌های طراحی سیستماتیک لیاپانوف انجام می‌شود.

هدف، نگه داشتن شیب سطح لغزش در نزدیکی صفر $S=0$ است. در این پژوهش صفحه لغزش از نوع انتگرالی (37) انتخاب شده است.

$$\begin{aligned} S&=\left(\frac{d}{dt}+\Lambda\right)^2\left(\int_0^t\tilde{q}\,dt\right)\\ &=\left(\frac{d^2}{dt^2}+2\Lambda\frac{d}{dt}+\Lambda^2\right)\left(\int_0^t\tilde{q}\,dt\right)\\ &=\dot{e}+2\Lambda e+\Lambda^2\int_0^t e\,dt \end{aligned} \tag{37}$$

به طوری که S یک بردار $n\times 1$، Λ یک ماتریس ثابت مثبت معین قطری $n\times n$، و $e=q-q_d$ بردار خطای ردیابی و همچنین بردارهای q و q_d به ترتیب متغیرهای حالت دلخواه و اندازه‌گیری شده هستند. در معادله (37)، انتگرال خطا به منظور تضمین صفر کردن خطای آفست بکار گرفته شده است. چون در حضور خطای اولیه زیاد، انتگرال‌گیری می‌تواند باعث ایجاد بالازدگی و اشباع عملگر شود، عمل انتگرال‌گیری در کنترل کننده PID می‌بایست زمانی شروع شود که خطا در یک محدوده مشخص باشد. قدم بعدی در طراحی کنترل کننده انتخاب یک قانون کنترل با پارامترهای متغیر بوده که تابع لیاپانوف را یک تابع کاهنده با زمان می‌کند. قانون کنترل (38) در نظر گرفته شده است.

$$F=F_{\mathrm{s}}+F_{\mathrm{PID}}+F_{\mathrm{ad}} \tag{38}$$

ترم کنترل F_{s} برای سیستم تقریبا معلوم (نامی) نشان داده شده در رابطه (26) در غیاب اغتشاش در نظر گرفته شده و می تواند بر اساس دینامیک‌های هم ارز فیلیپف ساخته شود. از معادله سطح لغزش مشتق گرفته می‌شود.

$$\dot{S}=\ddot{e}+2\Lambda\dot{e}+\Lambda^2 e=\ddot{q}-(\ddot{q}_d-2\Lambda\dot{e}-\Lambda^2 e) \tag{39}$$

عبارت $\ddot{q}_d-2\Lambda\dot{e}-\Lambda^2 e$ شتاب مرجع نامیده می‌شود. با جایگذاری رابطه (26) در رابطه (39)، F_{s} به صورت (40) به دست می‌آید.

[DOR: 20.1001.1.10275940.1395.16.10.18.9]

$$F_s = \hat{b}^{-1}\left(\ddot{q}_d - 2\Lambda\dot{e} - \Lambda^2 e - \hat{f}\right) \tag{40}$$

ترم فیدبک F_{PID} به منظور بهبود پایداری حلقه بسته و عملکرد گذرای سیستم در نظر گرفته شده است، همچنین این ترم کنترلی خطای ناشی از تخمین اغتشاشات را جبران می‌کند و به صورت رابطه (41) تعریف می‌شود.

$$F_{\mathrm{PID}} = -\hat{b}^{-1}K\left(\dot{e} + 2\Lambda e + \Lambda^2\int_0^t e\,dt\right) \tag{41}$$

که K ماتریس قطری مثبت معین و ثابت بوده و یکی از پارامترهای طراحی است و F_{PID} یک قانون کنترل تناسبی نسبت به متغیر S می‌باشد.

ترم F_{ad} یک ترم تطبیقی متغیر است که برای جبران اغتشاش در نظر گرفته شده و بر اساس آشفتگی تخمین‌زده شده به صورت (42) تعریف می‌شود.

$$F_{\mathrm{ad}} = -\hat{b}^{-1}D_{\mathrm{est}} \tag{42}$$

D_{est} یک پارامتر طراحی است، با ترکیب تخمین آنلاین آشفتگی در قانون کنترل، دیگر نیازی به استفاده از مرز عدم قطعیت نیست، درنهایت، قانون کنترل نشان داده شده در رابطه (43) در این پژوهش پیشنهاد می‌شود.

$$F = \hat{b}^{-1}\left(\ddot{q}_d - 2\Lambda\dot{e} - \Lambda^2 e - \hat{f} - KS - D_{\mathrm{est}}\right) \tag{43}$$

در قسمت بعدی به تحلیل پایداری قانون کنترل پیشنهادی و استخراج قانون تطبیق پرداخته خواهد شد.

6-تحلیل پایداری

برای اثبات مقاوم بودن و پایداری کنترل کننده پیشنهادی و استخراج یک قانون تخمین برای مجهول D_{est}، تابع لیاپانوف (44) در نظر گرفته می‌شود.

$$V = \frac{1}{2}\left(S^{\mathrm{T}}S + \rho^{\mathrm{T}}\Gamma^{-1}\rho\right) \tag{44}$$

که Γ ماتریس مثبت معین و قطری بوده و یک پارامتر طراحی می‌باشد، ρ یک بردار فشرده از خطای تخمین عدم قطعیت است و به صورت (45) تعریف می‌شود.

$$\rho = D_{\mathrm{est}} - D \tag{45}$$

به طوری که D_{est} و D به ترتیب آشفتگی تخمین زده شده و بردار مجهول آشفتگی واقعی هستند. از رابطه (44) مشتق تابع لیاپانوف به صورت رابطه (46) نوشته می‌شود.

$$\dot{V} = S^{\mathrm{T}}\dot{S} + \rho^{\mathrm{T}}\Gamma^{-1}\dot{\rho} \tag{46}$$

با جایگذاری مقادیر مربوطه در رابطه (46)، (47) حاصل می‌شود.

$$\dot{V} = S^{T}\left(\ddot{q} - \left(\ddot{q}_d - 2\Lambda\dot{e} - \Lambda^2 e\right)\right) + \rho^{\mathrm{T}}\Gamma^{-1}\left(\dot{D}_{\mathrm{est}} - \dot{D}\right) \tag{47}$$

با استفاده از رابطه (26) و قانون کنترلی استخراجی در رابطه (36) و همچنین رابطه (45)، مشتق تابع لیاپانوف به صورت رابطه (48) بازنویسی می‌شود.

$$\dot{V} = -S^{\mathrm{T}}KS - S^{\mathrm{T}}\rho + \rho^{\mathrm{T}}\Gamma^{-1}\left(\dot{D}_{\mathrm{est}} - \dot{D}\right) \tag{48}$$

با انتخاب قانون تطبیق به صورت رابطه (49)،

$$\dot{D}_{\mathrm{est}} = \Gamma S \tag{49}$$

و با جایگذاری رابطه (49) در رابطه (48)، مشتق تابع لیاپانوف به صورت رابطه (50) ساده خواهد شد.

$$\dot{V} = -S^{\mathrm{T}}KS - \rho^{\mathrm{T}}\Gamma^{-1}\dot{D} \tag{50}$$

تحلیل پایداری بر اساس دو فرض مختلف انجام می‌شود: عدم قطعیت‌هایی که با زمان به آرامی تغییر می‌کنند که پایداری تقریبی برای آنها تضمین می‌شود و عدم قطعیت‌هایی که با زمان به سرعت تغییر می‌کنند، به یک همسایگی کوچک از مبدا فضای حالت که قابل دست‌یابی است محدود و همگرا می‌شوند.

فرض 3. اگر عدم قطعیت‌ها اتفاقی و به کندی با زمان تغییر کنند، $\dot{D}$ صفر و یا قابل صرف‌نظر کردن است. برای مثال جایی که $\dot{D}$ خیلی کوچک خواهد شد وقتی که در معادله (27)، ترم f_u بزرگ است و به کندی تغییر می‌کند، ترم b_u صفر یا ناچیز است که بدین معنی است که در b هیچ عدم قطعیتی وجود ندارد، و یک ورودی پله به عنوان اغتشاش خارجی وجود دارد. اگر $\dot{D}$ صفر باشد شرط (51) برقرار است.

$$\dot{V} = -S^{\mathrm{T}}KS \le 0 \tag{51}$$

که همیشه صفر یا منفی است. شرط (51) در حضور عدم قطعیت‌هایی که به کندی با زمان تغییر می‌کنند بدست آمده، که نشان می‌دهد که مسیرها به صورت تقریبی از خطاهای غیر صفر اولیه به صفحه $S = 0$ همگرا می‌شوند، و پایداری و مقاوم بودن سیستم حلقه بسته را تضمین می‌کند. تنها شرط این است که زمانی که q با q_d برابر نیست سیستم حلقه بسته نباید در مرحله‌ای که $\dot{V} = 0$ است، گیر کند. این مشکل می‌تواند با استفاده از لم باربالات نیز حل شود، در نتیجه سیستم کنترل تقریبا پایدار، و خطای ردیابی به صفر همگرا می‌شود.

فرض 4. اندازه عدم قطعیت‌ها به صورت دلخواه بوده و با زمان به سرعت تغییر می‌کنند ولی دارای نرم محدود هستند، در این مورد، یک شرط کافی برای منفی کردن معادله (51)، رابطه (52) است.

$$\rho^{\mathrm{T}}\Gamma^{-1}\dot{D} \ge 0 \tag{52}$$

شرط (51) منجر به یک پایداری نسبی با همگرایی سریعتر حالت‌های سیستم به نقطه تعادل (مبدا فضای حالت) شده، و نتایج بدست آمده با توجه به فرض 3 برای این مورد نیز صادق است. دو حالت که نامساوی (52) ارضا می‌شود زمانی است که:

1- اگر $\rho > 0$ و $\dot{D} > 0$ باشند، به این معنی است که تمام اجزا مثبت هستند، پس هر دو خطای تخمین و نرخ تغییرات عدم قطعیت‌ها با توجه به زمان، به پایداری سیستم حلقه بسته کمک می‌کند.

2- اگر $\rho \to 0$ میل کند یک فرض منطقی برای یک کنترل کننده با طراحی خوب است، این در بخش شبیه‌سازی این پژوهش بررسی شده است. در بد-ترین حالت، اگر $\rho^{\mathrm{T}}\Gamma^{-1}\dot{D} < 0$، معادله (50) می‌تواند به صورت رابطه (53) بازنویسی شود.

$$\dot{V} = -S^{\mathrm{T}}KS + \varepsilon \tag{53}$$

به طوری که $\varepsilon = \rho^{\mathrm{T}}\Gamma^{-1}\dot{D}$ یک مقدار اسکالر مثبت است. در این مورد، محدودیت یکپارچه نهایی (مفهوم عملی پایداری) تضمین می‌شود و خطای ردیابی می‌تواند با استفاده از پارامترهای طراحی مثلا K و Γ برای سیستم‌های غیر خطی اتفاقی به همراه عدم قطعیت‌هایی که با زمان به سرعت تغییر می-کنند، به صورت دلخواه کاهش پیدا کند. برای نشان دادن محدودیت یکپارچه نهایی سیستم‌ها با تغییر سریع نسبت به زمان و عدم قطعیت‌های محدود و همچنین برای یافتن یک قانون برای انتخاب پارامترهای طراحی، دینامیک-های حلقه بسته (دینامیک سیستم و کنترل کننده) در پایان تحلیل می‌شوند. ترم آشفتگی D با انتگرال گرفتن از طرفین رابطه (49)، به صورت (54) تخمین زده می‌شود.

$$D_{\mathrm{est}} = \Gamma\int S\,dt \tag{54}$$

به طوری که ثابت انتگرال‌گیری از معادله (54) حذف می‌شود، چون الگوریتم تخمین بازگشتی می‌تواند این ثابت را بازگرداند. تخمین زننده پیشنهادی از این حقیقت ناشی می‌شود که آشفتگی بر دینامیک‌های تابع لغزش تاثیر می-گذارد، در نتیجه انتگرال از سطح لغزش S از زمان 0 تا زمان t می‌تواند یک نشان از عدم قطعیت باشد. با جایگذاری D_{est} در معادله (43)، قانون کنترل تطبیقی مقاوم پیشنهادی به صورت (55) استخراج می‌شود.

[DOR: 20.1001.1.10275940.1395.16.10.18.9]

$$F = \hat{b}^{-1}\left(\ddot{q}_d - 2\Lambda\dot{e} - \Lambda^2 e - \hat{f} - KS - \Gamma\int S dt\right) \quad (55)$$

برای تخمین ایده‌آل آشفتگی، $D_{\text{est}} \to D$، پس $\rho = 0$ می‌باشد، اما در موارد عملی(غیر ایده‌آل) تخمین ممکن است در معرض خطاهای کوچک قرار بگیرد. با استفاده از قانون کنترل پیشنهادی در رابطه (55) و معادله مدل دینامیکی ربات، معادله دینامیک حلقه بسته به صورت (56) در خواهد آمد.

$$\dot{S} + KS + \Gamma\int S dt = D \quad (56)$$

که نشان دهنده رابطه بین آشفتگی و دینامیک صفحه لغزش است. از آنجایی که ماتریس‌های K و Γ مثبت معین و قطری هستند، معادلات دیفرانسیل برداری که در معادله (55) نمایش داده شده، فاقد کوپلینگ بوده و می توانند برای هر ردیف از بردار D به عنوان معادله دیفرانسیل معمولی به صورت جداگانه حل شوند. با استفاده از تعریف در نظر گرفته شده برای سطح لغزش، معادله دینامیک خطا به صورت رابطه (57) نشان داده می‌شود.

$$\ddot{e} + 2\Lambda\dot{e} + \Lambda^2 e = 0 \quad (57)$$

معادله (57) بیانگر دینامیک خطای ایده‌آل در خطی‌سازی فیدبک در عدم حضور آشفتگی است. در حقیقت معادله (57) یک دینامیک خطا که به صورت نمایی پایدار شده را نمایش می‌دهد. ویژگی اصلی کنترل مقاوم تطبیقی پیشنهادی با روش تخمین اغتشاش استخراج شده، این است که نیازی به معلوم بودن پارامترهای دینامیکی سیستم یا شناخت قبلی از مرزهای اغتشاش نیست، و کاملا بر اساس مسیر مطلوب و واقعی بوده که هر دو در دسترس هستند. در نتیجه به مدل پیچیده دینامیک سیستم در حال تحلیل با پارامترهای مجهول نیازی نیست. بر اساس الگوریتم تخمین پیشنهادی، بلوک دیاگرام کنترل کننده پیشنهادی در شکل 4 نشان داده شده است.

7-طراحی مسیر

به منظور استفاده از ربات در فعالیت‌های صنعتی، طراحی مسیر از اهمیت خاصی برخوردار است. طراحی مسیر ربات به وسیله تعدادی نقطه دقت که نشان دهنده موقعیت مجری نهایی در چند لحظه از زمان می‌باشند، صورت گرفته است. نقاط انتخابی باید درون فضای کاری قابل دسترس و همچنین به دور از نقاط تکین ربات باشند. از توابع درون‌یاب درجه سوم برای تولید مسیر مطلوب از میان نقاط انتخابی به گونه‌ای استفاده شده است که پیوستگی سرعت و شتاب حفظ شود.

$$\begin{aligned} x_d(t) &= \text{spline}(X,T,t) \\ y_d(t) &= \text{spline}(Y,T,t) \\ z_d(t) &= \text{spline}(Z,T,t) \end{aligned} \quad (58)$$

به منظور شبیه‌سازی و اعمال تکنیک کنترلی، یک مسیر بهینه در صفحه افقی در حضور سه مانع طراحی شده و برای حرکت ربات مورد استفاده قرار گرفته است. به منظور عدم برخورد با موانع، یک حاشیه از پیش تعیین شده اطراف موانع در نظر گرفته شده است. بهینه سازی بر مبنای حداقل طول ممکن انجام شده است.

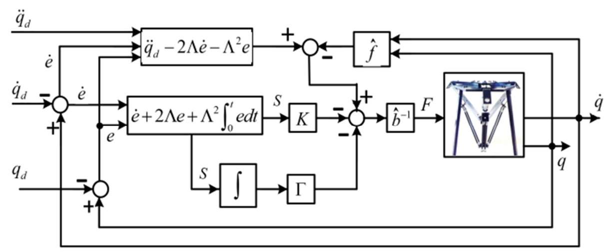

Fig. 4 Block diagram of proposed controller

شکل 4 بلوک دیاگرام کنترل کننده پیشنهادی

8- نتایج شبیه‌سازی

نتایج پیاده سازی سیستم حلقه بسته برای کنترل ربات در شبیه‌سازی روی مسیر طراحی شده در قسمت بعد آورده می‌شود.

در شبیه‌سازی دو تکنیک کنترلی خطی سازی پسخورد و کنترل مقاوم تطبیقی پیشنهادی در تعقیب مسیر مورد نظر پیاده سازی شده است. در این شبیه‌سازی سه نیروی اغتشاشی سینوسی با دامنه‌های 3، 4 و 5 نیوتن و فرکانس‌های 55، 45 و 30 رادیان بر ثانیه روی عملگرها در نظر گرفته شده است. همچنین جهت بررسی عملکرد مقاوم تکنیک‌های کنترلی یک عدم قطعیت 20 درصدی در ماتریس جرم در نظر گرفته شده است.

مسیرهای مطلوب و کنترل شده مجری نهایی در شکل 5 نشان داده شده‌اند. رفتار کیفی حاصل، نشان دهنده عملکرد بهتر کنترل مقاوم تطبیقی پیشنهادی در حضور عدم قطعیت و اغتشاش خارجی می‌باشد.

تعقیب مسیر مطلوب در منحنی‌های نمودار زمانی حرکت مجری نهایی و عملگرها در شکل‌های 6 و 7 به طور واضح تر دیده می‌شود.

مولفه خطای تعقیب مسیر در شکل 8 نمایش داده شده است. همانطور که در شکل قابل مشاهده است، سیگنال خطای حاصل از کنترل پیشنهادی علاوه بر داشتن مقدار کوچکتر، نوسان‌های کمتری نیز دارد.

سیگنال کنترلی عملگرها برای کنترل ربات در مسیر مطلوب در شکل 9 نشان نشان داده شده است. چنانکه دیده می‌شود سیگنال‌های کنترلی، هموار بوده و به محدوده اشباع خود نرسیده‌اند. با قرار گرفتن سیگنالها از نظر دامنه و فرکانس در محدوده کارکرد عملگرها، اعمال سیگنالها امکان‌پذیر است. دامنه بزرگتر سیگنال کنترلی در کنترل مود لغزشی تطبیقی، گرچه نشان دهنده تلاش کنترلی بیشتر است، اما مطابق شکل 8 می‌توان نتیجه گرفت که این تلاش بیشتر، صرف کاهش خطای ردیابی شده است.

شکل 10 یک مقایسه بین تخمین آشفتگی و مقدار واقعی آن را نشان می‌دهد. همانطور که مشاهده می‌شود، تخمین زننده اغتشاش پیشنهادی، می‌تواند به طور موفقیت آمیزی، آشفتگی‌های پیچیده متغیر با زمان را ردیابی کند. این نشان می‌دهد که در حالت پایدار، تخمین اغتشاش فقط در معرض خطاهای کوچک تخمین قرار دارد، که می‌تواند با ترم PID جبران شود. نتایج شبیه‌سازی نشان می‌دهند که با یک تخمین ضعیف از دینامیک مدل، روش

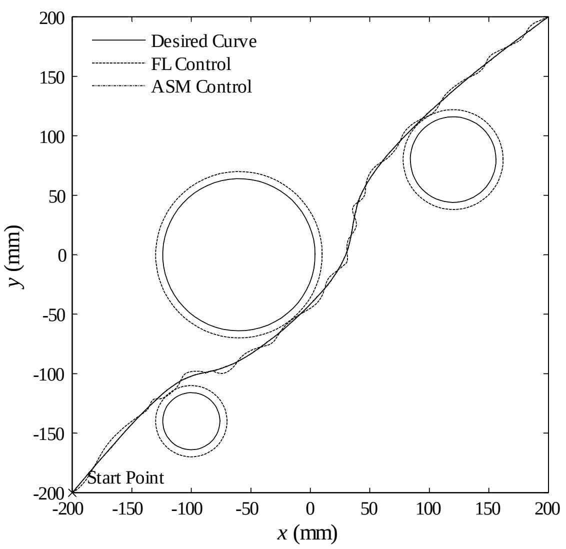

Fig. 5 Desired and actual paths

شکل 5 مسیرهای واقعی و مطلوب

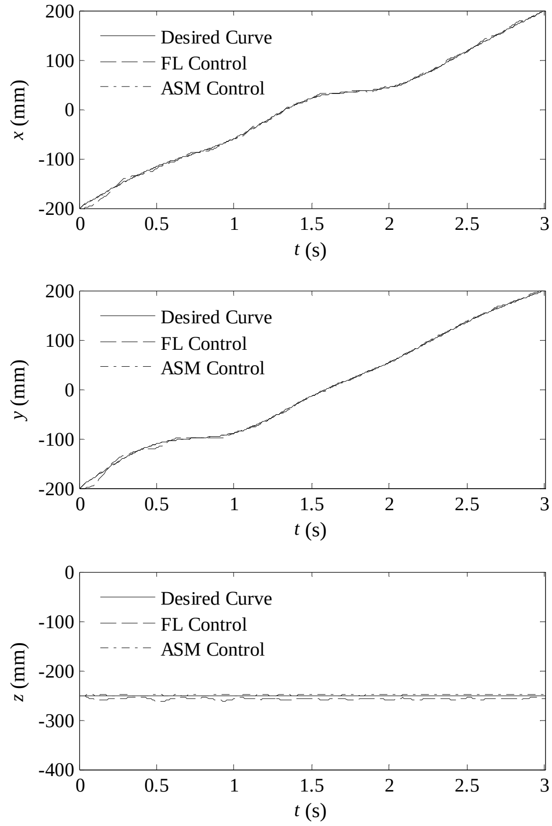

Fig. 6 End-effector motion plots

شکل 6 نمودار زمانی حرکت مجری نهایی

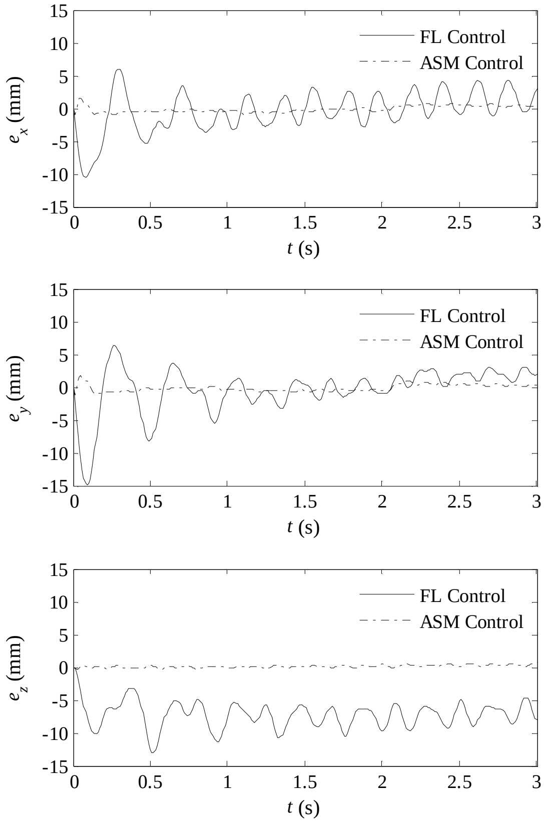

Fig. 8 Tracking error components

شکل 8 مولفه‌های خطای تعقیب مسیر

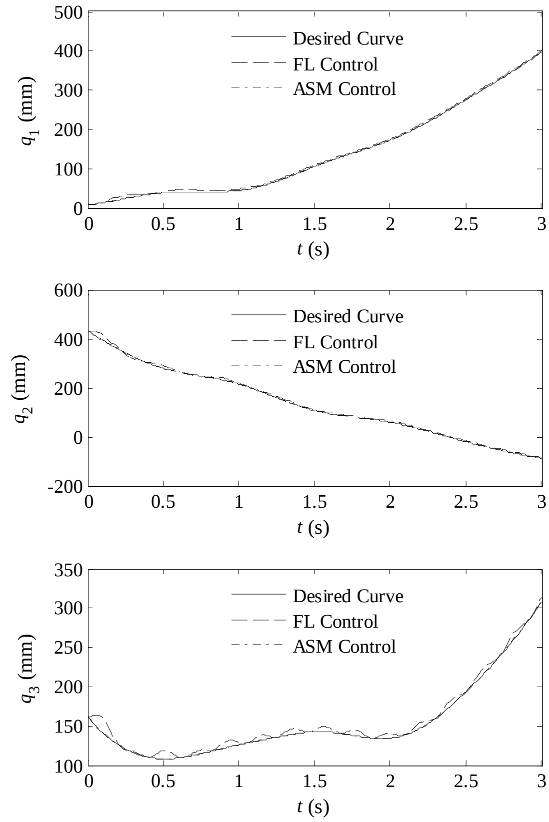

Fig. 7 Actuator motion plots

شکل 7 نمودار زمانی حرکت عملگرها

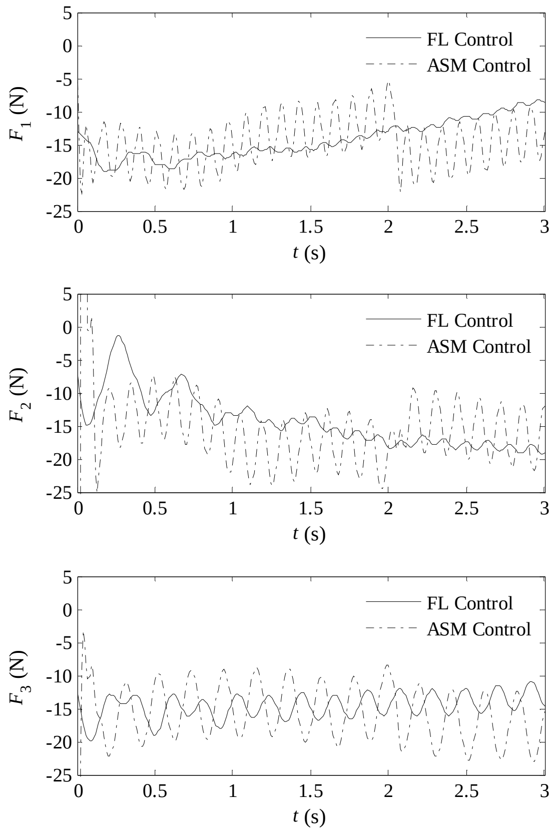

Fig. 9 Control signals

شکل 9 سیگنال‌های کنترلی

[DOR: 20.1001.1.10275940.1395.16.10.18.9]

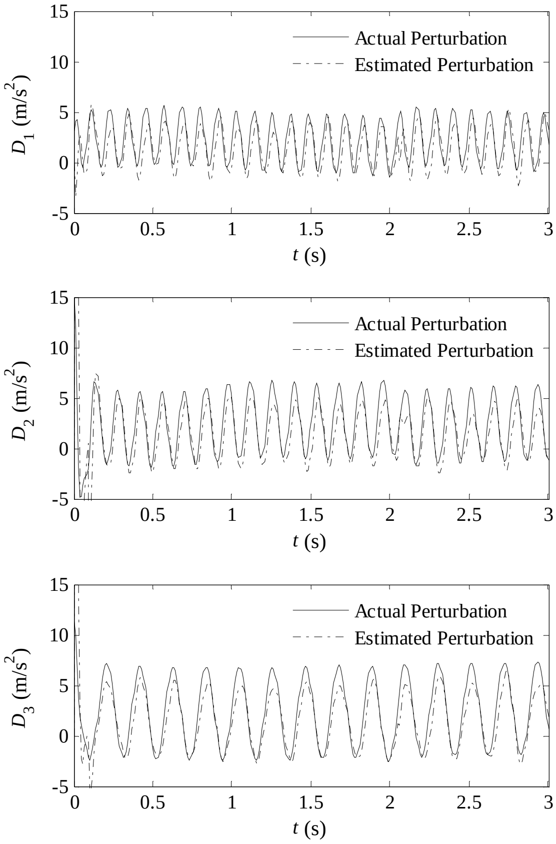

Fig. 10 Actual and estimated perturbations on actuators

شکل 10 آشفتگی واقعی و تخمینی روی عملگرها

کنترل پیشنهادی می‌تواند به طور موفقیت آمیزی مرزهای عدم قطعیت‌ها، به خصوص آنهایی که ساختار یافته نیستند را تخمین بزند.

همچنین قابل ذکر است، از آنجایی که از یک مدل دینامیک تطبیقی برای ساخت ترم پیشخورد قانون کنترل یعنی F_{PID} استفاده شده است، ورودی کنترل تولید شده توسط ترم پسخورد، کوچک است (با اینکه به صحت و دقت مدل دینامیکی بستگی دارد)، نتایج شبیه‌سازی نشان می‌دهد که برای عدم قطعیت‌های بزرگ که سریع با زمان تغییر می‌کنند، تلاش‌های کنترلی قابل قبول بوده و بهره بالایی نیاز ندارد.

در انتهای این بخش به بررسی میزان تاثیر عدم قطعیت‌ها بر روی عملکرد کنترل کننده‌ها پرداخته شده است. شبیه‌سازی‌ها به ازای مقادیر مختلف عدم قطعیت در ماتریس جرم انجام گردید که نتایج حاصل در جدول 2 و 3 نشان داده شده است. عملکرد سیستم به ازای عدم قطعیت‌های مختلف و با استفاده از معیار انحراف معیار (STD) مشخص شده است.

همانطور که در جدول‌های 2 و 3 مشاهده می‌شود با بالا رفتن میزان عدم قطعیت‌ها عملکرد کنترل کننده پیشنهادی تغییر محسوسی پیدا نکرده است.

جدول 2 انحراف معیار ناشی از 10% عدم قطعیت

Table 2 Standard deviation due to 10 % uncertainty

پارامترها (mm)	خطی سازی پسخورد	کنترل مقاوم تطبیقی پیشنهادی
$\mathrm{std}(\boldsymbol{e_x})$	2.8641	0.4809
$\mathrm{std}(\boldsymbol{e_y})$	3.1540	0.4987
$\mathrm{std}(\boldsymbol{e_z})$	1.8791	0.2029

جدول 3 انحراف معیار ناشی از 25% عدم قطعیت

Table 3 Standard deviation due to 25 % uncertainty

پارامترها (mm)	خطی‌سازی پسخورد	کنترل مقاوم تطبیقی پیشنهادی
$\mathrm{std}(\boldsymbol{e_x})$	3.2144	0.4851
$\mathrm{std}(\boldsymbol{e_y})$	3.6922	0.5060
$\mathrm{std}(\boldsymbol{e_z})$	2.2301	0.2016

البته به جهت وجود کنترل‌کننده PID در روش مبتنی بر خطی سازی پسخورد که تا حدودی مقاومت کنترل‌کننده را بالا می‌برد، پاسخ سیستم و عملکرد آن در حد قابل قبول باقی مانده است.

9- نتیجه‌گیری

در این مقاله، ابتدا با استفاده از هندسه ربات معادلات سینماتیک معکوس یک ربات موازی استخراج و به کمک این معادلات، معادلات قید حاکم بر مکانیزم بدست آمد. به منظور کنترل ربات، معادلات دینامیکی ربات با استفاده از معادلات لاگرانژ استخراج شد. در مدل‌سازی دینامیکی ربات، با توجه به مقید بودن سیستم از ضرایب لاگرانژ استفاده شد. به منظور حفظ پیوستگی سرعت و شتاب، طراحی مسیر با استفاده از درون‌یابی اسپیلاین صورت گرفت.

با توجه به این که مدل دینامیکی استخراجی ربات مورد مطالعه، بیان دقیقی از رفتار سیستم نیست، به منظور کنترل ربات روی مسیر طراحی شده، یک کنترل کننده مقاوم تطبیقی با تخمین‌گر عدم قطعیت طراحی شد که در مقابل عدم قطعیت‌های پارامتری و اغتشاشات خارجی مقاوم باشد، کنترل کننده پیشنهادی از نقاط قوت تکنیک‌های مود لغزشی، کنترل تطبیقی و PID استفاده کرده در حالی که نقاط ضعف همدیگر را جبران می‌کنند. از جمله مزایای این کنترل کننده، توسعه یک تخمین زننده عدم قطعیت برای تخمین عدم قطعیت‌ها به عنوان بخش نامعلوم مدل دینامیکی است، همچنین برای طراحی کنترل کننده مقاوم، بجای تخمین پارامترهای مجهول، مدل دینامیکی که به صورت خطی پارامتریزه شده یا مرزهای عدم قطعیت که به صورت محافظه کارانه تخمین زده می‌شوند، از دینامیک مود لغزشی استفاده شد. از دیگر مزایای این کنترل کننده، سادگی برای پیاده سازی است، نتایج شبیه‌سازی نشان دادند که کنترل کننده پیشنهادی از لحاظ مقاوم بودن، همگرایی خطای ردیابی و میرایی اغتشاشات، عملکرد مطلوبی در مقایسه با روش خطی سازی پسخورد داشته است و همچنین نسبت به میزان عدم قطعیت چندان حساس نیست.

10-مراجع

[1] L. Sciavicco, B. Siciliano, *Modeling and Control of Robot Manipulators*, second edition, pp. 10-25, London: Springer-Verlag Limited., 2000.

[2] K. J. Astrom, B. Wittenmark, *Adaptive Control*, pp.2-20, New York: Addison-Wesley, 1995.

[3] J. J. Craig, P. Hsu, S. S. Sastry, Adaptive control of mechanical manipulators, *International Journal of Robotics Research*.Vol. 6, Nol. 2, pp. 16–28, 1987.

[4] J.J. E Slotine, W. Li, Applied Nonlinear Control, pp. 236-254, Englewood Cliffs Prentice-Hall, 1991.

[5] H. Seraji, A new approach to adaptive control of manipulators, *ASME Journal of Dynamic Systems, Measurement and Control*, Vol. 109, No. 3, pp. 193–202, 1987.

[6] H. Elmali, N. Olgac, Theory and implementation of sliding mode control with perturbation estimation, *IEEE transaction on robotics*, Vol. 3, pp. 2114–2119, 1992.

[7] N. Kim, C.W. Lee, P.H. Chang, Sliding mode control with perturbation estimation: application to motion control of parallel

Conference Boston, 2004.
[16] H.Taghirad, R.Babaghasabha, M. Khosravi, Adaptive robust control of fully-constrained cable driven parallel robots, *Mechatronics*, Vol. 25, pp. 27-36, 2015.
[17] S. A. Moezi, M. Rafeeyan, S. Ebrahimi, Sliding mode control of 3-RPR parallel robot on the optimal path using cuckoo optimization algorithm, *Modares Mechanical Engineering* Vol. 15, No. 2, pp. 147-158, 2015. (in Persianفارسی)
[18] G. Jafari Chogan, M. H. Ghasemi, M. Dardel, Jacobian analysis, dynamic modeling and adaptive control of cable robot with six degrees of freedom and six cables, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 15, No. 4, pp. 391-400, 2015. (in Persian فارسی)
[19] B. Yao, F. Bu, G. T. C. Chiu, Non-linear adaptive robust control of electro-hydraulic systems driven by double-rod actuators, International Journal of Control, Vol. 4, No. 8, pp. 761–775, 2001.
[20] J. Q. Gong, B. Yao, Adaptive robust control without knowing bounds of parameter variations, *Proceedings of the 38th IEEE Conference on Decision and Control, USA Vol. 4. IEEE, 1999*, Vol. 4, pp. 3334–3339, 1999.
[21] M. Zeinali, L. Notash, Robust adaptive neural fuzzy controller with model uncertainty estimator for manipulators, *Special Edition CSME Trans*actions Vol. 28, Nol. 2A, pp.197–219, 2004.
[22] M. Mazare, M. Taghizadeh, M. R. Najafi, Design, Manufacturing and Kinematic Analysis of a Kind of 3-DOF Translational Parallel Manipulator, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 16, No. 7, pp. 327-334, 2016. (in Persianفارسی)
manipulators, *Control Engineering practice*, Vol. 6, No. 11, pp. 1321–1330, 1998.
[8] A. Saengdeejing, Z. Qu, Recursive estimation of unstructured uncertainty and robust control design, *Proceedings of IEEE Conference on Decision and Control Florida*, pp. 2220–2225, 2002.
[9] Z. Qu, Robust control of nonlinear systems by estimating time variant uncertainties, *IEEE Transaction on. Automation. Control* , Vol. 47, No. 1, pp. 115–121, 2002.
[10] M.Oh, So.Ryeok, Sunil K. Agrawal, Generation of feasible set points and control of a cable robot , *IEEE Transactions on Robotics*, Vol. 22, No. 3, pp. 551-558, 2006.
[11] M. Khosravi, H. Taghirad, Dynamic analysis and control of fully-constrained cable robots with elastic cables: Variable stiffness formulation In Cable-Driven Parallel Robots, Vol. 124, No. 7, pp. 161-177. *Springer International Publishing*, 2015.
[12] M. Oh, So-Ryeok, Sunil K. Agrawal, Cable suspended planar robots with redundant cables: Controllers with positive tensions, *IEEE Transactions on Robotics*, Vol. 21, No. 3 , pp .457-465, 2005.
[13] K.Williams, L. Robert, J. Vadia, Planar Translational Cable-Direct-Driven Robots, *Journal of Robotic Systems*, Vol. 20, No. 3, pp. 107-120, 2003.
[14] H. Kordjazi, A. Akbarzadeh, Control of 3-PRR parallel robots using computed torque method, *Tenth Conference on Manufacturing Engineering*, Babol, Iran, 2010. (in Persian فارسی)
[15] K.U. Sung, M. C. Lee, S. Kwon, W.Y. Suk, sliding mode controller with sliding perturbation observer based on gain optimization using genetic algorithm, *Proceeding of the 2004 American Control*