

طراحی استراتژیک سیستم‌های مکانیکی در فضای غیر همکارانه با استفاده از نظریه بازی

بهمن احمدی¹, نادر نریمان‌زاده^{2*}, علی جمالی³

1- دانشجوی دکتری، مهندسی مکانیک، دانشگاه گیلان، رشت

2- استاد، مهندسی مکانیک، دانشگاه گیلان، رشت

3- دانشیار، مهندسی مکانیک، دانشگاه گیلان، رشت

* رشت، صندوق پستی 3756 nnzadeh@guilan.ac.ir

چکیده

طراحی سیستم‌های مکانیکی پیچیده معمولاً شامل جنبه‌های متعدد و استه به هم و همچنین توابع هدف متعارض می‌باشد که مستلزم تحلیل پیچیده و زمان‌بری در طول روند طراحی خواهد بود. طراحی بهینه چند جنبه‌ای یک روش طراحی سیستماتیک برای افزایش کارایی روند طراحی سیستم‌های مکانیکی پیچیده به ویژه در فضای طراحی غیر همکارانه می‌باشد. از طرف دیگر، نظریه بازی عبارت است از مجموعه ساختارهای ریاضی که به مطالعه تعاملات بین تصمیم‌گیرندگان منطقی و هوشمند می‌پردازد. در این تحقیق با توجه به شباهت و تناظر بین نظریه بازی و طراحی بهینه چند جنبه‌ای، یک رهیافت جدید مبتنی بر نظریه بازی برای حل مسائل پیشنهادی با طراحی غیر همکارانه پیشنهاد و به کار برده می‌شود. در موقعیت‌هایی که حل دقیق مجموعه پاسخ منطقی بازیگران امکان‌پذیر نمی‌باشد، از برنامه‌ریزی ژنتیکی برای تخمین مجموعه پاسخ منطقی بازیگران استفاده شده است. علاوه بر این، روند یافتن نقطه یا نقاط تقاطع مجموعه پاسخ منطقی بازیگران در بازی‌های غیر همکارانه نش، در قالب یک روند کمینه‌سازی بیان شده است. کارایی چارچوب پیشنهادی با طراحی سه نمونه مطالعاتی در زمینه طراحی بهینه در فضای غیر همکارانه نشان داده شده است. نتایج به دست آمده بیانگر آن است که روش پیشنهادی توانایی تخمین مجموعه پاسخ منطقی بازیگران را داشته و همچنین امکان یافتن نقاط تعادل نش متعدد را زمانی که بیشتر از یک نقطه تعادل نش وجود دارد فراهم می‌کند. همچنین روش پیشنهادی در تحقیق حاضر تابع بهتری را در مقایسه با تحقیقات قبلی ارائه می‌کند.

اطلاعات مقاله

مقاله پژوهشی کامل

دریافت: 12 خرداد 1395

پذیرش: 03 تیر 1395

ارائه در سایت: 06 مرداد 1395

کلید واژگان:

طراحی مکانیک

پیشنهادی

رنامه‌ریزی ژنتیکی

نظریه بازی

تصمیم‌گیری

Strategic design of mechanical systems in the non-cooperative environment using the game theory

Bahman Ahmadi, Nader Nariman-zadeh*, Ali Jamali

Department of Mechanical Engineering, Guilan University, Rasht, Iran
* P.O.B. 3756, Rasht, Iran, nnzadeh@guilan.ac.ir

ARTICLE INFORMATION

Original Research Paper
Received 01 June 2016
Accepted 23 June 2016
Available Online 27 July 2016

Keywords:
Mechanical design
Optimization
Genetic programming
Game theory
Decision making

ABSTRACT

The design of complex mechanical systems usually involves multiple mutually coupled disciplines and competing objectives which require complicated and time-consuming interactive analysis during the design process. Multidisciplinary design optimization (MDO) is a systematic design methodology to improve the design efficiency of complex mechanical systems, specifically in non-cooperative design environments. On the other hand, game theory is a set of mathematical constructs that study the interaction between multiple intelligent rational decision makers. In this paper, a new game theoretic approach is proposed and applied for multi-objective MDO problems in non-cooperative design environments, considering the intrinsic similarity between the MDO and game theory. In this way, genetic programming is used as a surrogate to construct the approximate rational reaction sets (RRS) of players. Furthermore, in order to find the intersection of RRS of players in Nash game models, an objective function is proposed which should be minimized. The effectiveness of the proposed framework is demonstrated by the design of three case studies in the field of engineering design optimization in non-cooperative environment. The results show that the presented approach is able to approximate complicated RRS, and, in addition has the ability to find multiple Nash solutions when the Nash solution is not a singleton and generally found solutions better than those reported in the literature.

زمان‌بری را در روند طراحی بهینه موجب خواهد شد. در سال‌های اخیر

طراحی بهینه چند جنبه‌ای² (MDO) به عنوان یک راهکار طراحی سیستماتیک برای ساختارهای پیچیده و سیستم‌های مهندسی مقیاس بزرگ مورد توجه طراحان قرار گرفته است [1]. MDO به طراحان امکان اتخاذ

۱- مقدمه

طراحی سیستم‌های پیچیده مهندسی از قبیل هوایپما، اتمیل و کشتی دارای جنبه‌های متعدد جفت‌شده¹ نسبت به هم می‌باشد. معمولاً این جفت-شدنگی جنبه‌های مختلف طراحی و اثر پذیرفتن از یکدیگر، تحلیل پیچیده و

² Multidisciplinary Design Optimization

¹ Coupled

به طور کلی سه نوع بازی شامل بازی‌های همکارانه یا پارت⁴، بازی‌های غیر همکارانه یا نش⁵ و بازی‌های پیشرو – دنباله‌رو یا استاکلبرگ⁶ در رهیافت نظریه بازی مطرح می‌شود. در بازی‌های همکارانه، بازیگران از استراتژی‌های اختاد شده از جانب دیگر بازیگران آگاهی داشته و برای رسیدن به یک حل بهینه پارتو به تشریک مسامعی می‌پردازنند. اگر به هر دلیل، همکاری بین بازیگران امکان‌پذیر نباشد، در این حالت بازیگران با توجه به فرض‌ها و پیش‌بینی‌های خود در مورد استراتژی‌های نامعلوم سایر بازیگران به اختاد استراتژی می‌پردازنند. در این حالت خروجی بازی به نقطه یا نقاط تعادل نش منتج می‌شود که از تقاطع مجموعه پاسخ منطقی⁷ هر یک از بازیگران به دست می‌آید. در بازی‌های استاکلبرگ، بازیگران متولیا به اختاد استراتژی می‌پردازنند. تعامل بین بازیگران پیشرو و دنباله‌رو در این نوع بازی معمولاً با رویکرد غیر همکارانه در نظر گرفته می‌شود. بنابراین محاسبه مجموعه پاسخ منطقی بازیگران و در پی آن محاسبه نقاط تعادل نش و تعادل استاکلبرگ، شرط لازم و کافی در حل بازی‌های با رویکرد غیر همکارانه می‌باشد [7].

اساساً تعارض و همکاری بین بازیگران در نظریه بازی مشابه و منتظر با جفت‌شدن و ارتباط متقابل بین زیرسیستم‌ها در رهیافت MDO می‌باشد. به عبارت دیگر اگر یک زیر سیستم در رهیافت MDO مشابه و منتظر یک بازیگر در رهیافت نظریه بازی در نظر گرفته شود، در این صورت اصول نظری و ریاضی حاکم بر نظریه بازی می‌تواند بر مسائل MDO نیز اعمال شود. بنابراین با بکارگیری نظریه بازی در حوزه MDO، روند طراحی یک سیستم مهندسی را می‌توان به عنوان یک روند تصمیم‌گیری و به طور کلی به عنوان یک بازی در نظر گرفت [9]. زیرسیستم‌ها، متغیرهای طراحی و توابع هدف در MDO به ترتیب متأثر با بازیگران، استراتژی بازیگران و مقدار مطلوبیت بازیگران می‌باشند.

در این پژوهش، یک رهیافت جدید مبتنی بر نظریه بازی برای حل مسائل چند هدفی MDO در فضای غیر همکارانه ارائه شده است. روند یافتن نقطه یا نقاط تقاطع مجموعه پاسخ منطقی بازیگران در بازی‌های غیر همکارانه نش، در قالب یک روند کمینه‌سازی بیان می‌شود. علاوه بر این، در موقعیت‌هایی که حل دقیق مجموعه پاسخ منطقی بازیگران امکان‌پذیر نمی‌باشد، از برنامه‌ریزی ژنتیکی برای تخمين مجموعه پاسخ منطقی بازیگران استفاده می‌شود. کارایی روش پیشنهادی در حل سه نمونه مطالعاتی شامل طراحی مخزن جدار نازک (مدل بازی نش)، طراحی بهینه مکانیزم چهار میله‌ای (مدل بازی استاکلبرگ) و حل مسئله بهینه‌سازی توزیع شده و سلسه مراتبی (مدل بازی نش-استاکلبرگ) نشان داده شده است. در نهایت نتایج به دست آمده در این پژوهش با نتایج گزارش شده در تحقیقات قبلی مقایسه شده‌اند.

2- بهینه‌سازی چند هدفی و نظریه بازی

طور کلی یک مسئله بهینه‌سازی چند هدفی را می‌توان به صورت انتخاب مقادیر یا یک از n متغیر طراحی (x_1, x_2, \dots, x_n) تعريف کرد که در آن k تابع هدف (x_1, x_2, \dots, x_k) تحت بعضی از قیود طراحی بهینه می‌شوند. بدون از دست دادن عمومیت مسئله، فرض می‌کنیم مسئله کمینه‌سازی توابع هدف محدود نظر می‌باشد. بنابراین شکل ریاضی مسئله بهینه‌سازی چند هدفی به صورت رابطه (1) قابل بیان است

تصمیمات مصالحه‌ای را می‌دهد که در بردازنده تعامل موجود بین تمام طراحان (با نقطه نظرهای مختلف طراحی) در یک سیستم یکپارچه طراحی¹ می‌باشند.

بکارگیری رهیافت MDO با استفاده همزمان از ابزارهای تحلیل محاسباتی و بهینه‌سازی عددی در روند طراحی، این امکان را به طراح می‌دهد که با حداقل هزینه (از نقطه نظر اقتصادی، زمانی، محاسباتی و ...) به یک طرح بهتر و بهینه‌تر دست یابد، بهطوری که طرح بهینه بدست آمده از رهیافت MDO نسبت به طرح‌های بهینه از دید هر یک از جنبه‌های مجزای طراحی، برتری کمی و کیفی قبل ملاحظه‌ای داشته باشد. از طرف دیگر در نظر گرفتن همزمان همه جنبه‌های طراحی بر پیچیدگی مسئله طراحی می‌افزاید [2]. یکی از اولین کاربردهای MDO در طراحی مهندسی، مسئله طراحی بال هواییا بود که در آن سه جنبه طراحی ابروینامیکی، طراحی سازه و طراحی کنترلی به شدت نسبت به هم وابسته می‌باشند [4,3]. پس از آن کاربرد MDO به طراحی کامل هواییا و همچنین گستره وسیعی از دیگر سیستم‌های پیچیده مهندسی از قبیل پل‌ها، ساختمان‌سازی، لوکوموتیو سازی، صنعت خودرو، کشتی‌سازی، پیشانه‌ها، توربین‌های بادی و فاضلاب‌ها توسعه پیدا کرد [5].

در دنیای واقعی بیشتر مسائل طراحی مهندسی شامل چندین تابع هدف می‌باشند که مستلزم ترکیب روش‌های بهینه‌سازی چند هدفی است که در آن تابع هدف معمولاً دارای رویکرد رقابتی و متضاد با هم می‌باشند. بنابراین ارائه روش‌هایی برای توسعه ساختاربندی سیستم‌های MDO مورد نیاز است. از طرفی به دلیل جفت‌شدن و واستگی ذاتی جنبه‌های مختلف طراحی و همچنین وجود رویکرد رقابتی و متعارض توابع هدف در یک مسئله چند هدفی MDO، تبادل و اشتراک اطلاعات بین زیرسیستم‌ها احتمال ناپذیر خواهد بود [6]. این در حالی است که در دنیای واقعی در بسیاری از فضای‌های طراحی مهندسی، طراحان ملزم به تصمیم‌گیری بدون تبادل و اشتراک اطلاعات می‌باشند (به دلیل محدودیت‌های سازمانی، برنامه زمانی، گستردگی جغرافیایی و غیره). بنابراین هر یک از طراحان به عنوان افراد و یا تیم‌های طراحی، ناگزیر از حل مسئله چند هدفی MDO در یک فضای غیر همکارانه² هستند.

در سال‌های اخیر نظریه بازی به عنوان یک ابزار قدرتمند در حوزه ریاضیات کاربردی برای حل مسائل چند هدفی MDO به وسیله در فضای‌های غیر همکارانه مورد توجه محققین قرار گرفته است. مایرسون³ نظریه بازی را به صورت زیر تعریف می‌کند: نظریه بازی عبارت است از مطالعه مدل‌های ریاضی برای بیان تعارض و تعاون بین تصمیم‌گیرندگان منطقی و هوشمند [7]. یک مدل کامل از نظریه بازی شامل سه المان اصلی بازیگران، استراتژی‌های بازیگران و توابع مطلوبیت بازیگران می‌باشد. یک بازی موقعیتی است که در آن مجموعه‌ای از تصمیمات هوشمند و منطقی اتخاذ می‌شود به طوری که این تصمیمات الزاماً وابسته بهم می‌باشند. موقعیتی که در آن تابع سود یا مطلوبیت هر بازیگر نه تنها تابع تصمیمات خودش می‌باشد، بلکه وابسته به تصمیمات سایر بازیگران نیز هست [8]. در نظریه بازی، بازیگران و تصمیمات و استراتژی‌هایشان منطقی فرض می‌شوند. به عبارت دیگر هر بازیگر در طول بازی همواره به دنبال حداکثر کردن مطلوبیت خود (کمینه یا بیشینه کردن تابع هدف) می‌باشد.

⁴ Pareto

⁵ Nash

⁶ Stackelberg

⁷ Rational Reaction Set

¹ Integrated Design System

² Non-cooperative Environment

³ Myerson

طراحی x_1 و x_2 را تحت کنترل دارند، مدل ریاضی حل استاکلبرگ به صورت رابطه (7) قابل بیان است [8]

$$\begin{aligned} \min_{\substack{(x_1, x_2) \in U \\ x_2 \in X_2^N(x_1)}} f_1(x_1, x_2) \end{aligned} \quad (7)$$

3-2- حل پارتو

در بازی‌های همکارانه، بازیگران از استراتژی‌های یکدیگر آگاه بوده و اشتراک و تبادل کامل اطلاعات بین بازیگران می‌باشد. بازیگران را رویکرد همکارانه سعی در رسیدن به حل پارتو دارند. در بیشتر موارد انتظار می‌رود که حل پارتو یا همکارانه نسبت به حل‌های غیر همکارانه نش و استاکلبرگ نتایج بهتری را ارائه دهد. دلیل این امر را می‌توان این طور بیان کرد که بازیگران می‌توانند حل غیر همکارانه را با همکاری با یکدیگر بهبود بخشنده [8]. یک نمایه استراتژی (x_1^p, x_2^p) ، یک حل پارتو است اگر هیچ نمایه استراتژی (x_1, x_2) وجود نداشته باشد که در آن

$$\begin{aligned} f_1(x_1, x_2) &< f_1(x_1^p, x_2^p) \\ f_2(x_1, x_2) &< f_2(x_1^p, x_2^p) \end{aligned} \quad (8)$$

3- مجموعه پاسخ منطقی بازیگران

استفاده از رهیافت مبتنی بر نظریه بازی برای حل مسائل چند هدفی MDO در فضای طراحی غیر همکارانه مستلزم تعیین مجموعه پاسخ منطقی بازیگران می‌باشد (در مدل بازی نش، نقطه تعادل نش از تقاطع مجموعه پاسخ منطقی بازیگران به دست می‌آید و در مدل بازی استاکلبرگ مجموعه پاسخ منطقی بازیگر دنباله‌رو در مسئله بهینه‌سازی بازیگر پیشرو لحاظ می‌شود). تابع این محاسبه مجموعه پاسخ منطقی بازیگران شرط لازم برای حل بازی‌های با رویکرد غیر همکارانه است. در بیان ریاضیاتی، مجموعه پاسخ منطقی بازیگر بیانگر استراتژی بازیگر به صورت تابعی از متغیرهای طراحی تحت کنترل سایر بازیگران می‌باشد. در مسائل غیر پیچیده طراحی مهندسی، مجموعه پاسخ منطقی را می‌توان به صورت تحلیلی تعیین کرد [10]. با حل دستگاه معادلات جبری تشکیل شده از مجموعه پاسخ منطقی بازیگران، حل دقیق نش امکان‌پذیر خواهد بود. روش تحلیلی مانند سایر حل‌های تحلیلی در مسایل مختلف طراحی مهندسی دارای محدودیت‌هایی می‌باشد. از جمله اینکه برای ساختن مجموعه پاسخ منطقی باید توابع هدف بازیگران به شکل صریح ریاضی در دسترس باشد. همچنین مشتق‌پذیر بودن توابع هدف برای حل تحلیلی، شرط لازم محسوب می‌شود. در حالت کلی محاسبه مجموعه پاسخ منطقی ممکن است با مشکلاتی همراه باشد. به عنوان مثال در مسائل پیچیده طراحی مهندسی که شامل حجم بزرگی از شیوه‌سازی‌های کامپیوتی و محاسبات عددی می‌باشند، تعیین ضابطه صریح مجموعه پاسخ منطقی بازیگران بسیار سخت و در بعضی موارد غیر ممکن خواهد بود. در سال‌های اخیر، روش‌های مختلفی برای تخمين مجموعه پاسخ منطقی بازیگران پیشنهاد شده است. در ادامه به بعضی از مهم‌ترین این روش‌ها و نقاط قوت و ضعف آن‌ها پرداخته می‌شود.

روش طراحی آزمایش¹- پاسخ سطح² (DOE-RSM) که یک روش آماری است به طور گسترده در مسایل مختلف از جمله در زمینه طراحی مهندسی مورد استفاده قرار گرفته است. در روش DOE-RSM به منظور ساختن یک مدل تخمینی از مجموعه پاسخ منطقی بازیگران، روش‌های رگرسیونی از

$$\begin{aligned} \min F(x) &= [f_1(x), f_2(x), \dots, f_k(x)]^T, & x \in U \\ U &= \{x \in \mathbb{R}^n \mid g_i(x) \leq 0, h_j(x) = 0, i = 1, 2, \dots, m, j \\ &= 1, 2, \dots, p\} \end{aligned} \quad (1)$$

که در آن (x_i) عدد m قید نامساوی، (x_j) عدد p قید مساوی و U مجموعه حل‌های در دسترس مسئله می‌باشد. دو بازیگر P1 و P2 را در نظر بگیرید که می‌توانند به ترتیب استراتژی‌های x_1 و x_2 را انتخاب کنند، که در آن $x_1 \in X_1 \subset \mathbb{R}^{n_1}$ و $x_2 \in X_2 \subset \mathbb{R}^{n_2}$ می‌باشد. در اینجا X_1 و X_2 مجموعه تمام استراتژی‌های ممکن هریک از بازیگران و توابع $f_1(x_1, x_2)$ و $f_2(x_1, x_2)$ می‌باشد. در اینجا $P1$ و $P2$ می‌باشند. در مدل‌های مبتنی بر نظریه بازی تلاش می‌شود استراتژی (ها) بهینه برای کمینه‌سازی توابع هدف هر بازیگر متناظر با ساختار و مدل بازی تعیین شود. یک نمایه استراتژی بهینه (x_2^*, x_1^*) استراتژی پایدار خواهد می‌شود اگر هیچ یک از بازیگران انگیزه‌ای برای تخطی و یا انحراف از آن را نداشته باشد. اگر این پایدار بودن در بین بازیگران از دید انفرادی باشد حل نش (با حل غیر همکارانه) و اگر از دید گروهی باشد حل پارتو (با حل همکارانه) بدست می‌آید.

2-1- حل نش

در مدل بازی غیر همکارانه یا بازی نش، هر یک از بازیگران با در اختیار داشتن مجموعه‌ای از استراتژی‌ها (متغیرهای طراحی) سعی در کمینه کردن تابع هدف خود در یک رویکرد منفرد و غیر همکارانه دارد. حل نهایی بازی، اصطلاحاً تعادل نش نامیده می‌شود که در آن هیچ کدام از بازیگران با استراتژی خود در حالی که دیگر بازیگران استراتژی‌های خود را تغییر نمی‌دهند، نمی‌تواند مطلوبیت بیشتری کسب کند. بیان ریاضی حل نش (x_1^N, x_2^N) در روابط (2) تا (4) آورده شده است [8]

$$f_1(x_1^N, x_2^N) = \min_{x_1 \in X_1} f_1(x_1, x_2^N) \quad (2)$$

$$f_2(x_1^N, x_2^N) = \min_{x_2 \in X_2} f_2(x_1^N, x_2) \quad (3)$$

$$(x_1^N, x_2^N) \in X_1^N(x_2^N) \times X_2^N(x_1^N) \quad (4)$$

که در آن (x_2^N) و x_1^N به ترتیب بیانگر مجموعه پاسخ منطقی بازیگران P1 و P2 می‌باشد.

$$X_1^N(x_2) = \left\{ x_1^N \in X_1 \mid f_1(x_1^N, x_2) = \min_{x_1 \in X_1} f_1(x_1, x_2) \right\} \quad (5)$$

$$X_2^N(x_1) = \left\{ x_2^N \in X_2 \mid f_2(x_1, x_2^N) = \min_{x_2 \in X_2} f_2(x_1, x_2) \right\} \quad (6)$$

2-2- حل استاکلبرگ

بازی استاکلبرگ حالت خاصی از بازی‌های غیر همکارانه دو مرتبه‌ای می‌باشد که در آن یک بازیگر بر دیگری از نظر زمان تصمیم‌گیری غلبه و برتری دارد. فرض کنید بازیگر P1 بازیگر پیشرو و بازیگر P2 بازیگر دنباله‌رو باشد. ابتدا بازیگر پیشرو استراتژی خود را اتخاذ می‌کند. سپس بازیگر دنباله‌رو با مشاهده استراتژی بازیگر پیشرو، به حل مسئله بهینه‌سازی خود برای به دست آوردن استراتژی بهینه می‌پردازد. مجموعه این استراتژی‌های بهینه همان مجموعه پاسخ منطقی بازیگر دنباله‌رو را تشکیل می‌دهند. در نهایت بازیگر پیشرو با قرار دادن مجموعه پاسخ منطقی بازیگر دنباله‌رو در مسئله بهینه‌سازی خود، استراتژی بهینه را با توجه به استراتژی اتخاذ شده از جانب بازیگر دنباله‌رو، تنظیم می‌کند. با فرض اینکه بازیگران پیشرو و دنباله‌رو به ترتیب متغیرهای

¹ Design of Experiment

² Response Surface Methodology

معادلات جبری و به تبع آن به دست آوردن نقطه تقاطع مجموعه پاسخ منطقی بازیگران استفاده شود. در بسیاری از روش‌های تکرار شونده عملاً هیچ تضمینی برای شرط همگرایی و رسیدن به حل دستگاه معادلات جبری وجود ندارد [16]. همچنین در صورتی که چندین نقطه تعادل نش وجود داشته باشد، روش Nash-GEP منحصر ایکی از نقاط تعادل را به دست خواهد داد. برنامه‌ریزی ژنتیکی به دلیل ارائه روابط ساده و دقیق بین مقادیر ورودی و خروجی و ایجاد روابط ریاضی حاکم بر سیستم، یکی از روش‌های جدید و کارآمد برای مدل‌سازی سیستم‌های پیچیده بر اساس داده‌های ورودی - خروجی محسوب می‌شود. برنامه‌ریزی ژنتیکی⁵، حالت خاصی از الگوریتم ژنتیک می‌باشد که تفاوت اصلی آن با الگوریتم ژنتیک در نحوه پردازش و نمایش جواب‌ها می‌باشد. برنامه‌ریزی ژنتیکی، برنامه‌های کامپیوتری ایجاد می‌کند، در حالی که الگوریتم ژنتیک یک رشته از اعداد را به عنوان جواب نمایش می‌دهد. در این پژوهش از برنامه‌ریزی ژنتیکی برای تخمین مجموعه پاسخ منطقی بازیگران استفاده می‌شود. برخلاف روش نش - الگوریتم ژنتیک [13] که نیازمند اجرای الگوریتم ژنتیک به دفعات متعدد می‌باشد، در روش پیشنهادی تحقیق حاضر حل نش بازی‌های غیر همکارانه تنها با یک بار اجرای یک روش مسئله کمینه‌سازی قابل حصول می‌باشد.

4- مثال‌های عددی، نتایج و بحث

با استفاده از تعریف ریاضی مدل بازی نش در بخش 1-2 و با توجه به روابط (2) تا (6) نقاطه یا نقاط تعادل نش از حل دستگاه معادلات جبری رابطه (9) به دست می‌آید

$$x_i = x_i^N(x_{-i}), \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (9)$$

که در آن n تعداد بازیگران، اندیس i مربوط به بازیگر i و اندیس $-i$ مربوط به سایر بازیگران (یجز بازیگر i) می‌باشد. حل دستگاه معادلات جبری فوق را می‌توان با مسئله کمینه‌سازی رابطه (10) به دست آورد

$$\min_x \varepsilon = \sum_{i=1}^m \|x_i - x_i^N(x_{-i})\| \quad (10)$$

که در آن m تعداد بازیگران می‌باشد. بدینه است که $\varepsilon = 0$ مقدار دقیق تعادل نش را به دست می‌دهد. به عنوان مثال رابطه (10) برای بازی نش با دو بازیگر به صورت رابطه (11) در می‌آید

$$\varepsilon = \sqrt{(x_1 - x_1^N(x_2))^2 + (x_2 - x_2^N(x_1))^2} \quad (11)$$

با توجه به بخش 2-حل بازی استاکلبرگ مستلزم ایجاد مجموعه پاسخ منطقی بازیگر دنباله‌رو و به ازای استراتژی‌های بازیگر پیشرو می‌باشد. همانطور که قبلاً هم ذکر شد در بسیاری از موقع حل دقیق مجموعه پاسخ منطقی بازیگران امکان‌بزیر نمی‌باشد. در این پژوهش برای اولین بار از برنامه‌ریزی ژنتیکی برای تخمین پاسخ منطقی بازیگر (ان) دنباله‌رو در مدل بازی استاکلبرگ استفاده می‌شود. در فضای استراتژی (متغیرهای طراحی) بازیگر پیشرو نمونه‌برداری انجام شده و به عنوان داده‌های ورودی در نظر گرفته می‌شوند. استراتژی بهینه بازیگر دنباله‌رو به ازای هر یک از استراتژی‌های بازیگر پیشرو، داده‌های خروجی را تشکیل می‌دهند. در نهایت با در دست داشتن داده‌های ورودی - خروجی و با استفاده از برنامه‌ریزی ژنتیکی به عنوان مدل‌ساز، مجموعه پاسخ منطقی بازیگر دنباله‌رو به صورت توابع صریح ریاضی به دست می‌آیند. مدل‌سازی با استفاده از بهینه‌سازی چند هدفی با در نظر

مراتب مختلف (عدمتاً مرتبه اول یا دوم) مورد استفاده قرار می‌گیرد. هرگاهی [11] و مارستون [12] از جمله اولین محققینی بودند که از DOE-RSM تخمین مجموعه پاسخ منطقی بازیگران و یافتن نقطه تعادل نش در بازی‌های غیر همکارانه استفاده کردند. مزیت این روش آن است که برخلاف روش تحلیلی نیازی به شکل صریح ریاضیاتی توابع هدف ندارد. در مقابل دقت آن نسبتاً کم است. این دقت کم به ویژه زمانی مشکل ساز می‌شود که مجموعه پاسخ منطقی بازیگران ساختار غیرخطی و پیچیده داشته باشند. روش DOE-RSM برای ساختن مدل تخمینی سیستم اصلی از توابع چند جمله‌ای استفاده می‌کند. بنابراین با افزایش پیچیدگی مدل اصلی، مقدار خطای مدل به صورت تصاعدی کاهش می‌یابد؛ به طور کلی می‌توان گفت روش RSM مرتبه پایین برای مسایل با درجه بالای از غیرخطی بودن دارای خطای قابل توجه بوده و از طرف دیگر DOE-RSM مرتبه بالا ممکن است به ناپایداری عددی¹ منجر شود.

در روش نش - الگوریتم ژنتیک از الگوریتم‌های تکاملی برای یافتن مجموعه پاسخ منطقی بازیگران و رسیدن به نقطه تعادل نش استفاده می‌شود. نمونه‌هایی از کاربردهای مختلف این روش در طراحی مهندسی در فضای غیر همکارانه در مرجع [13] گذراش شده است. در روش نش - الگوریتم ژنتیک در هر مرحله زمانی برای تولید مجموعه پاسخ منطقی از الگوریتم ژنتیک برای حل مسئله بهینه‌سازی بازیگران استفاده می‌شود. روند بهینه‌سازی تا جایی که هیچ یک از بازیگران مطلوبیت بیشتری به دست نیاورد یا به عبارت دیگر در نقطه تعادل نش به حالت پایدار برسند، ادامه می‌یابد. این روش مانند روش ترکیبی طراحی آزمایش - پاسخ سطح نیازی به تابع صریح ریاضیاتی توابع هدف و مشتق پذیر بودن آن‌ها ندارد. یکی از نقاط ضعف این روش هزینه محاسباتی بالا می‌باشد. برای حل بازی و بدست آوردن نقطه تعادل نش لازم است که به تعداد $2n$ بار الگوریتم ژنتیک اجرا شود (n) تعداد نقاط تخمین زده از مجموعه پاسخ منطقی بازیگران می‌باشد). همچنین همگرا نشدن الگوریتم هنگامی که نقطه تعادل نش پایدار مجذوب نیست، از دیگر مشکلات این روش می‌باشد.

قطبی و دینگرا [15,14] از یک رهیافت مبتنی بر حساسیت حل بهینه توابع هدف بازیگران نسبت به متغیرهای طراحی، برای تخمین مجموعه پاسخ منطقی بازیگران و یافتن نقاط تعادل نش و استاکلبرگ استفاده کردند. روش پیشنهادی از بسط سری تیلور برای تخمین مجموعه پاسخ منطقی بازیگران استفاده می‌کند. رهیافت مبتنی بر حساسیت هزینه محاسباتی و خطای تخمین کمتری نسبت به دو روش قبلی ارائه می‌کند. این رهیافت با داشتن توابع هدف و توابع قیدی و نیز با اعمال شرایط لازم بهینگی KKT² سعی در تخمین مجموعه پاسخ منطقی بازیگران دارد. بنابراین شرط لازم و کافی در اجرای این روش، وجود توابع هدف و توابع قیدی به صورت صریح (با داشتن شرط پیوستگی و مشتق پذیری) و همچنین شناسایی قیود فعل مسئله بهینه‌سازی بازیگران می‌باشد. همچنین انتخاب نقطه شروع جستجو از دیگر مشکلات این روش به شمار می‌رود.

خیاؤ و همکاران [9] از برنامه‌ریزی بیان زن³ (Nash-GEP) برای تخمین مجموعه پاسخ منطقی بازیگران در حل بازی‌های غیر همکارانه نش استفاده کردند. در روش Nash-GEP پس از تخمین مجموعه پاسخ منطقی بازیگران با استفاده از الگوریتم GEP، باید از یک روش تکرار شونده⁴ برای حل دستگاه

¹ Numerical Instability

² Karush-Kuhn-Tucker necessary conditions

³ Gene Expression Programming

⁴ Iterative

جدول 1 مقادیر پارامترهای مسئله مخزن جدار نازک تحت فشار

Table 1 Pressure vessel problem parameters

مقادیر	توضیح	پارامتر (واحد)
3890	فشار داخلی مخزن	P [lb]
35000	تنش تسلیم	S_t [lb]
0.283	جرم حجمی	ρ [lb/in^3]
0.1	حد پایین طول مخزن	L_l [in]
140	حد بالای طول مخزن	L_u [in]
0.1	حد پایین شعاع مخزن	R_l [in]
36	حد بالای شعاع مخزن	R_u [in]
0.5	حد پایین ضخامت مخزن	T_l [in]
6	حد بالای ضخامت مخزن	T_u [in]

$$\min_{R,L} f_1 = -V(R,L) = -\left[\frac{4}{3}\pi R^3 + \pi R^2 L\right]$$

$$g_1, g_2, g_3, g_4$$

$$R_l \leq R \leq R_u$$

$$L_l \leq L \leq L_u$$

$$\min_T f_2 = W(R,L,T) = \rho \left[\frac{4}{3}\pi(R+T)^3 + \pi(R+T)^2 L - \left(\frac{4}{3}\pi R^3 + \pi R^2 L \right) \right]$$

$$g_1, g_2, g_3, g_4$$

$$T_l \leq T \leq T_u$$

$$\frac{S_t(150 - L_u)}{2(P + S_t)} \leq R^N \leq \frac{40S_t}{P + S_t}$$

$$L^N = 150 - 2R^N \left[\frac{P}{S_t} + 1 \right]$$

$$T^N = \frac{PR^N}{S_t} \quad (15)$$

در سیستم‌های طراحی چند هدفی MDO در فضای غیر همکارانه که بیش از یک نقطه تعادل نش وجود دارد، حل نهایی بازیگران توسط یک مدیر طراحی¹ نظرات ممکن است از نظر مدیر طراحی رد شده و یا مورد تایید قرار گیرد. در این راستا مرجع [18] مقادیر توابع هدف بازیگران را به سه محدوده فازی تحت عنوان سیار مطلوب، قابل قبول و غیر قابل قبول تقسیم‌بندی کرده است. در جدول 2 این تقسیم‌بندی آورده شده است. در رهیافت استخراج داده² [18] نتایج گزارش شده به مدیر طراحی در مجموعه‌های فاری رتبه‌بندی شده و حل‌های غیر قابل قبول به طراحت برگشت داده می‌شود. در رهیافت پیشنهاد شده در این تحقیق، مدیر طراحی می‌تواند با اعمال قیود مختلف بر توابع هدف مسئله بهینه‌سازی رابطه (10) شرایط مورد نظر خود را بر بازیگران تحمیل نماید. بنابراین، با توجه به نظر مدیر طراحی

جدول 2 محدوده فازی توابع هدف حجم و وزن مخزن [18]

Table 2 Weight and volume fuzzy objective function ranges [18]

وزن مخزن (lbs)	حجم مخزن (in^3)	محدوده فازی
<4000	>200000	بسیار مطلوب
4000-12000	75000-200000	قابل قبول
>12000	<75000	غیرقابل قبول

¹ Design Manager² Data Fusion

گرفتن همزمان دو تابع هدف خطای آموزش و خطای پیش‌بینی انجام می‌شود.

4-1- طراحی مخزن جدار نازک تحت فشار با استفاده از مدل بازی نش

طراحی مخزن جدار نازک تحت فشار با سه متغیر طراحی شامل شعاع R ، طول L و ضخامت T را در نظر بگیرید (شکل 1). دو تابع هدف برای بیشینه کردن حجم (V) و کمینه کردن وزن مخزن (W) تعیین می‌شوند. مخزن تحت فشار داخلي P قرار دارد. قیود مسئله شامل موارد زیر می‌باشد:

- (1) تشن جانی باید از مقدار تنش کششی بیشتر شود.
- (2) قیود هندسی که به دلیل محدودیت‌های فضای نگهداری مخازن باید رعایت شوند.

مسئله طراحی چند هدفی MDO در رابطه (12) بیان شده است [17]

Find: R, L, T

$$\max_{R,L} V(R,L) = \frac{4}{3}\pi R^3 + \pi R^2 L$$

$$\min_{T,R,L} W(R,L,T) = \rho \left[\frac{4}{3}\pi(R+T)^3 + \pi(R+T)^2 L - \left(\frac{4}{3}\pi R^3 + \pi R^2 L \right) \right]$$

$$g_1: \sigma_{\text{circ}} = \frac{PR}{T} \leq S_t$$

$$g_2: 5T - R \leq 0$$

$$g_3: R + T - 40 \leq 0$$

$$g_4: L + 2R + 2T - 150 \leq 0$$

$$R_l \leq R \leq R_u$$

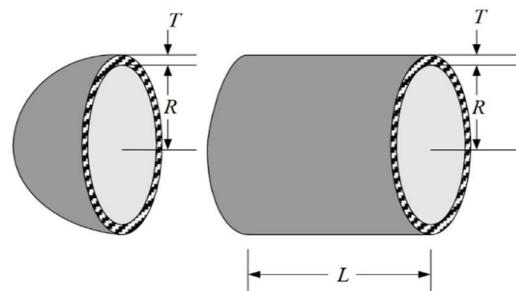
$$L_l \leq L \leq L_u$$

$$T_l \leq T \leq T_u$$

که در آن ρ چگالی مخزن و S_t محدوده تنش کششی با متغیرهای طراحی پایین ضخامت، طول و شعاع مخزن می‌باشند. در جدول 1 ثابت‌های مسئله آورده شده‌اند [17].

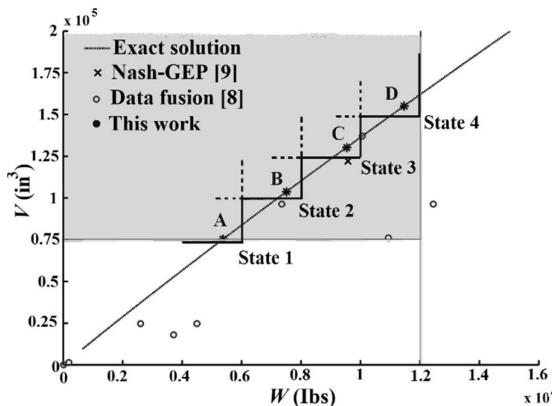
بازیگر اول (V) به دنبال بیشینه کردن حجم مخزن با متغیرهای طراحی در دسترس R و L است، در حالی که بازیگر دوم (W) مسئول کمینه کردن وزن مخزن با متغیر طراحی در دسترس T می‌باشد. توابع هدف بازیگران V و W به ترتیب در روابط (13) و (14) آورده شده است.

حل تحلیلی مدل نش این مسئله توسط راثو و همکاران [17] به صورت رابطه (15) گزارش شده است. با توجه به رابطه (15)، نتیجه بازی منحصر به یک نقطه تعادل نش منجر نشده و نقاط تعادل نش متعددی برای این مسئله وجود دارند.

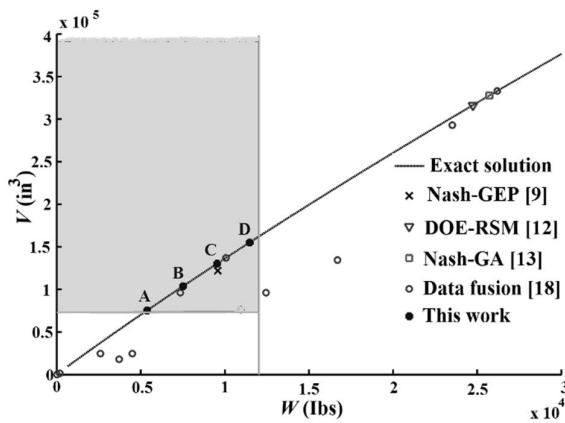


شکل 1 مخزن استوانه‌ای جدار نازک تحت فشار [12]

[DOR: 20.1001.1.10275940.1395.16.7.18.3] [Downloaded from mme.modares.ac.ir on 2024-04-10]



شکل 2 محدوده قابل قبول توابع هدف وزن و حجم مخزن



شکل 3 مقایسه حل‌های به دست آمده از رهیافت استخراج داده [18] و تحقیق حاضر

4-2- طراحی مکانیزم چهار میله‌ای با استفاده از مدل بازی استاتکلبرگ

مکانیزم‌های چهار میله‌ای یکی از متداول‌ترین و پرکاربردترین سازوکارهای صفحه‌ای می‌باشند که بطور گسترده در کاربردهای صنعتی مورد استفاده قرار می‌گیرند. در سال‌های اخیر روش‌های مختلف بهینه‌سازی تک هدفی با همچنین استفاده از الگوریتم‌های تکاملی [20,19]، مانند الگوریتم زنتیک¹ (GA)، الگوریتم تجمعی ذرات² (PSO) و تکامل دیفرانسیلی³ (DE) و همچنین روش‌های ابتکاری⁴ [21] مانند الگوریتم رقابت استعماری⁴ (ICA) و تبرید شیوه‌سازی شده⁵ (SA) برای تلفیق بهینه‌سازی چهار میله‌ای مورد استفاده قرار گرفته‌اند. در حوزه بهینه‌سازی چند هدفی برای تلفیق بهینه مکانیزم‌های چهار میله‌ای، رهیافت بهینه‌سازی چند هدفی پارتو با استفاده از الگوریتم تجمعی ذرات^[22] و رهیافت بهینه‌سازی چند هدفی پارتو با استفاده از الگوریتم زنتیک^[24,23] توسعه یافته است. یک طرح شماتیک از مکانیزم چهار میله‌ای صفحه‌ای در شکل 4 نشان داده شده است. در این پژوهش، مسئله بهینه‌سازی دو هدفی از نوع تلفیق ابعادی مکانیزم چهار

حالات مختلفی از قیود را می‌توان برای مسئله بهینه‌سازی در نظر گرفت. برای نمونه در اینجا برای چهار حالت مختلف، شرایط اعمال شده توسط مدیر طراحی در قالب چهار قید نامساوی بر توابع هدف بازیگران در جدول 3 آورده شده است. بدیهی است که هر حالت در نظر گرفته شده (به شرطی که فضای جستجو ایجاد شده توسط قیود، شامل نقاط تعادل نش مسئله باشد) به یک جواب متمایز منجر خواهد شد.

در عمل در هر سناریو طراحی، مدیر طراحی قیود مورد نظر خود را به بازیگران اعمال کرده و بازیگران با در نظر گرفتن قیود به تعامل با هم می‌پردازند. تعامل بازیگران در قالب رابطه (10) انجام می‌گیرد. نتایج به دست آمده برای حل نش مسئله طراحی مخزن جدار نازک در هر چهار حالت قیود اعمالی از طرف مدیر طراحی در جدول 4 آورده شده است.

همان‌طور که در جدول 4 دیده می‌شود، به ازای هر یک از حالات طراحی یک نقطه تعادل نش به دست می‌آید. بنابراین هر یک از نقاط طراحی A, B, C و D که همگی حل نش مسئله بهینه‌سازی مخزن در فضای طراحی غیر همکارانه می‌باشند، با توجه به خواصهای مدیر طراحی (که قبل در قالب قیود اعمال شده بود) می‌تواند به عنوان جواب نهایی گزارش شود. قابل ذکر است که این نقاط طراحی بدون در نظر گرفتن شرایط و قیود مدیر طراحی در یک درجه از اهمیت و برتری قرار دارند.

شکل 2 شرایط و قیود اعمالی از طرف مدیر طراحی در تحقیق حاضر را نمایش می‌دهد. همچنین نتایج به دست آمده در این تحقیق در مقایسه با تحقیقات قبلی (روش ترکیبی نش-برنامه‌ریزی بیان ژن [9]، روش طراحی آزمایش-پاسخ سطح [12]، روش نش-الگوریتم زنتیک [13] و روش استخراج داده [18]) در شکل 3 نشان داده شده است. ناحیه قرمز رنگ نشان داده شده در شکل‌های 2 و 3 بیانگر محدوده قابل قبول تعريف شده در مرجع [18] برای دو تابع هدف وزن و حجم مخزن می‌باشد. همان‌طور که در شکل‌های 2 و 3 مشاهده می‌شود، نتایج بدست آمده در تحقیق حاضر بر روی نقاط تعادل نش بدست آمده از حل تحلیلی قرار گرفته‌اند. علاوه بر این رهیافت پیشنهادی قابلیت جستجوی کامل فضای توابع هدف بازیگران و پیدا کردن همه نقاط تعادل نش را دارا می‌باشد.

جدول 3 قیود اعمال شده از طرف مدیر طراحی

Table 3 Represented constraints by design manager

	تابع هدف	قید
	حجم مخزن (in ³) وزن مخزن (Ibs)	
حالات 1	<6000	>75000
حالات 2	<8000	>100000
حالات 3	<10000	>125000
حالات 4	<12000	>150000

جدول 4 حل نش مسئله طراحی مخزن برای چهار حالت قیود اعمالی

Table 4 Nash solution of pressure vessel problem for four types of constraints

قید	حالت 1	حالت 2	حالت 3	حالت 4
نقشه طراحی				
شعاع مخزن (in)	13.21	119.69	114.33	17.61
طول مخزن (in)	106.23	110.18	19.33	
ضخامت مخزن (in)	2.15	1.73	1.96	
وزن مخزن (Ibs)	11470	7510	9540	155050
حجم مخزن (in ³)	5376	103750	130290	75306

¹ Genetic Algorithm

² Particle Swarm Optimization

³ Differential Evolution

⁴ Imperialist Competitive Algorithm

⁵ Simulated Annealing

بیان می‌شود. قیدهای موجود در طراحی مکانیزم شامل قید گرافش و محدودیت‌های موجود در اندازه متغیرهای طراحی می‌باشد.

$$\gamma_{\max} = \cos^{-1} \left[\frac{r_4^2 - (r_1 + r_2)^2 + r_3^2}{2r_4r_3} \right] \quad (21a)$$

$$\gamma_{\min} = \cos^{-1} \left[\frac{r_4^2 - (r_1 - r_2)^2 + r_3^2}{2r_4r_3} \right] \quad (21b)$$

بهینه‌سازی چند هدفی مکانیزم چهار میله‌ای به صورت بازی استاکلبرگ مدل می‌شود. تابع هدف خطای پیمایش به عنوان بازیگر پیشرو و تابع هدف راویه انتقال به عنوان بازیگر دنباله‌رو در نظر گرفته می‌شود. همچنین قید اندازه متغیرهای طراحی به بازیگر پیشرو و قید گرافش به بازیگر دنباله‌رو اعمال می‌شود. از آنجایی که راویه انتقال مکانیزم چهار میله‌ای به صورت راویه بین عضوهای r_3 و r_4 و تعریف می‌شود، بنابراین کنترل متغیرهای طراحی r_3 و r_4 به بازیگر دنباله‌رو و اگذار شده و بازیگر پیشرو دیگر متغیرهای طراحی را در اختیار دارد. تخمین مجموعه پاسخ منطقی بازیگر دنباله‌رو (رابطه (7)) با استفاده از برنامه‌ریزی ژنتیکی انجام می‌گیرد. بدین منظور از روش نمونه‌برداری شبه موئت کارلو یا همرسلی¹ برای نمونه‌برداری در فضای متغیرهای طراحی بازیگر پیشرو (فضای متغیرهای r_1 و r_2) استفاده می‌شود. به ازای هر یک از نمونه‌های تولید شده، مسئله بهینه‌سازی تک هدفی TA با اعمال قید گرافش انجام شده و مقادیر بهینه متناظر r_3 و r_4 به دست می‌آیند. در ادامه با استفاده از الگوریتم برنامه‌ریزی ژنتیکی، مجموعه پاسخ منطقی بازیگر دنباله‌رو به صورت توابع صریحی از متغیرهای طراحی r_3 و r_4 بر حسب متغیرهای طراحی r_1 و r_2 ارائه می‌شوند. پارامترهای در نظر گرفته شده برای اجرای برنامه‌ریزی ژنتیکی شامل تعداد جمعیت 100 واحد، تعداد نسل 300 و احتمال پیوند و احتمال جهش به ترتیب 90% و 10% می‌باشند. همچنین عملکردهای + و - و / و × و ^ به عنوان تابع‌ها در نظر گرفته شده‌اند. نتایج به دست آمده برای مجموعه پاسخ منطقی بازیگر دنباله‌رو در روابط (22) و (23) اورده شده است.

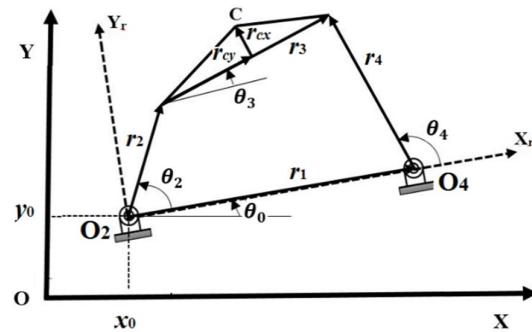
$$r_3 = \frac{\sqrt{r_1^2 + r_2^2} + 1.6817 \times 10^{-6} (r_1 + r_2)}{1.3497} \quad (22)$$

$$r_4 = \frac{\sqrt{r_1^2 + r_2^2} + 0.8903 \times 10^{-7} r_1 r_2}{1.3511} \quad (23)$$

روابط (22) و (23) در مسئله بهینه‌سازی بازیگر پیشرو قرار داده شده و با حل مسئله بهینه‌سازی تک هدفی TE مقادیر بهینه متغیرهای طراحی بازیگر پیشرو به دست می‌آیند. برای حل مسئله بهینه‌سازی بازیگر پیشرو از الگوریتم ژنتیک با جمعیت 70، احتمال پیوند 0.95، احتمال جهش 0.05 و تعداد نسل 300 استفاده شده است. در نهایت با قرار دادن مقادیر بهینه r_1 و r_2 در روابط (22) و (23)، مقادیر بهینه متناظر r_3 و r_4 نیز به دست آمده و مسئله بهینه‌سازی چند هدفی مکانیزم چهار میله‌ای در مدل بازی استاکلبرگ تکمیل می‌شود. در مسئله طراحی مکانیزم حاضر، بردار متغیرهای طراحی شامل $X = [r_1, r_2, r_3, r_4, r_{cx}, r_{cy}, \theta_0, x_0, y_0]$ می‌باشد. نقاط هدف به صورت رابطه (24) تعریف می‌شوند [19]. همچنین محدوده متغیرهای طراحی در رابطه (24) اورده شده است.

$$\{C_d^i\} = \{(0, 0), (1.9098, 5.8779), (6.9098, 9.5106), (13.09, 9.5106), (18.09, 5.8779), (20, 0)\} \quad (24a)$$

$$\{\theta_2^i\} = \left\{ \frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{3}, \frac{\pi}{2}, \frac{2\pi}{3}, \frac{5\pi}{6}, \pi \right\} \quad (24b)$$



شکل 4 مکانیزم چهار میله‌ای صفحه‌ای
Milehaye MD نظر می‌باشد. تابع هدف شامل کمینه‌سازی خطای پیمایش (TE) و کمینه‌سازی انحراف راویه انتقال از مقدار ایده‌آل (TA) می‌باشد.

تلقیق بهینه مکانیزم شامل یافتن بردار متغیرهای طراحی $X = [r_1, r_2, r_3, r_4, r_{cx}, r_{cy}, \theta_0, x_0, y_0, \theta_2^i]$ می‌باشد به طوری که دو تابع هدف TE و TA در تعییب نقاط دقت تعیین شده توسعه طراحی، کمینه شوند. متغیرهای طراحی و پارامترهای هندسی مکانیزم چهار میله‌ای در چارچوب مرجع XY در شکل 4 نشان داده شده است. معادله برداری مکانیزم چهار میله‌ای به صورت رابطه (16) قابل بیان است

$$\bar{r}_2 + \bar{r}_3 - \bar{r}_4 - \bar{r}_1 = \bar{0} \quad (16)$$

رابطه (16) را می‌توان به صورت بخش‌های حقیقی و موهومی نسبت به دستگاه مختصات X, Y_r به صورت رابطه (17) بیان کرد

$$r_2 \cos \theta_2 + r_3 \cos \theta_3 - r_4 \cos \theta_4 - r_1 = 0 \quad (17a)$$

$$r_2 \sin \theta_2 + r_3 \sin \theta_3 - r_4 \sin \theta_4 = 0 \quad (17b)$$

زاویه‌های θ_3 و θ_4 بر حسب راویه وروی θ_2 توسعه معادله فرونشتاین به دست می‌آیند. با توجه به شکل 4 مولفه‌های بردار مکان نقطه کاپلر C در چارچوب مرجع OXY به صورت رابطه (18) بیان می‌شود.

$$\begin{bmatrix} C_x \\ C_y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_0 \\ y_0 \end{bmatrix} + r_2 \begin{bmatrix} \cos \varphi_2 \\ \sin \varphi_2 \end{bmatrix} + r_{cx} \begin{bmatrix} \cos \varphi_3 \\ \sin \varphi_3 \end{bmatrix} + r_{cy} \begin{bmatrix} -\sin \varphi_3 \\ \cos \varphi_3 \end{bmatrix} \quad (18)$$

که در آن $\varphi_3 = \theta_3 + \theta_0$ و $\varphi_2 = \theta_2 + \theta_0$ می‌باشد.

مسیر دلخواه با استفاده از یک مجموعه از نقاط دقت (با نقاط هدف) تعیین می‌شوند که باید توسط نقطه کاپلر C مکانیزم طی شوند. تابع هدف خطای پیمایش به صورت مجموع مربعات خطای بین نقاط C_d^i و نقاط واقعی طی شده توسط نقطه کاپلر C تعریف می‌شود. برای تابع هدف خطای پیمایش داریم:

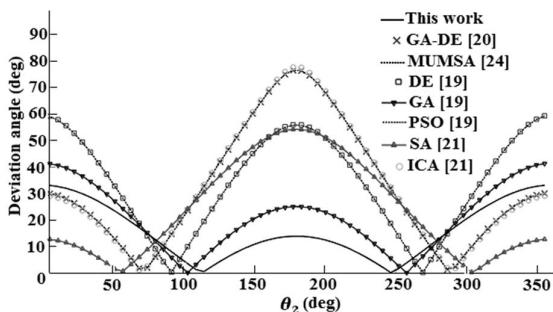
$$TE = \sum_{i=1}^N [(C_{xd}^i - C_x^i)^2 + (C_{yd}^i - C_y^i)^2] \quad (19)$$

که در آن $[C_x^i, C_y^i]$ مولفه‌های دکارتی نقاط طی شده توسط نقطه کاپلر در چارچوب مرجع OXY و N تعداد نقاط دقت می‌باشد. تابع هدف TA به منظور کمینه‌سازی انحراف راویه انتقال مکانیزم (γ) از مقدار ایده‌آل 90° در یک دور کامل چرخش لینک وروی مکانیزم تعریف می‌شود. داریم:

$$TA = [(\gamma_{\max} - 90^\circ)^2 + (\gamma_{\min} - 90^\circ)^2] \quad (20)$$

که در آن مقادیر بیشینه و کمینه زاویه انتقال به صورت رابطه (21)

¹ Hammerly Sequence Sampling



شکل 7 انحراف زاویه انتقال از مقدار 90°

در تمام تحقیقات قبلی منحصرا به بهینه‌سازی تک هدفی مکانیزم چهار میله‌ای برای تولید مسیر معین با روش‌ها و الگوریتم‌های مختلف پرداخته شده است. همان‌طور که در شکل 7 دیده می‌شود در نظر نگرفتن زاویه انتقال مکانیزم در طول روند طراحی باعث می‌شود که زاویه انتقال مکانیزم چهار میله‌ای از مقدار ایده‌آل انحراف زیادی داشته باشد. در این تحقیق با تلفیق الگوریتم برنامه‌ریزی ژنتیکی و رهیافت بازی استاکلبرگ، بهینه‌سازی دو هدفی مکانیزم چهار میله‌ای به یک مسئله بهینه‌سازی تک هدفی تولید مسیر تبدیل شده است. همان‌طور که از جدول ۵ و شکل‌های ۶ و ۷ بر می‌آید، حل استاکلبرگ مکانیزم چهار میله‌ای نسبت به تحقیقات قبلی از دید هر دوتابع هدف TE و TA برتری قابل توجهی دارد.

3-3- بهینه‌سازی چهار هدفی با استفاده از مدل بازی نش-

استاکلبرگ

یک مدل بازی استاکلبرگ با یک بازیگر پیشرو و سه بازیگر دنباله‌رو را در نظر بگیرید که با رویکرد غیر همکارانه نسبت به هم به تعامل می‌پردازند. بازیگر پیشرو متغیرهای $(x_1, x_2) = (x_1, y_1)$ و بازیگرهای دنباله‌رو به ترتیب متغیرهای $(y_{11}, y_{12}) = (y_{21}, y_{22})$ و $y_2 = (y_{31}, y_{32})$ و $y_3 = (y_{11}, y_{12})$ را تحت کنترل دارند. مسئله نش- استاکلبرگ بصورت زیر مدل می‌شود [16]

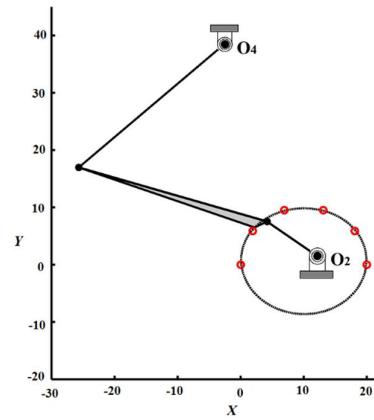
$$\begin{aligned} \min_x f_{\text{lead}}(x, y_1, y_2, y_3) \\ = \frac{3(y_{11} + y_{12})^2 + 5(y_{21} + y_{22})^2 + 10(y_{31} + y_{32})^2}{2x_1^2 + x_2^2 + 3x_1 x_2} \\ x_1 + 2x_2 \leq 10 \\ x_1, x_2 > 0 \\ \min_{y_1} f_1(y_1) = y_{11}^2 + y_{12}^2 \\ y_{11} + y_{21} + y_{31} \geq x_1 \\ y_{12} + y_{22} + y_{32} \geq x_2 \\ y_{11} \geq 1, y_{12} \geq 2 \\ \min_{y_2} f_2(y_2) = y_{21} + y_{22} + \frac{y_{11}}{y_{21}} + \frac{y_{12}}{y_{22}} \\ y_{21}, y_{22} > 0 \\ \min_{y_3} f_3(y_3) = \frac{(y_{31} - y_{21})^2}{y_{31}} + \frac{(y_{32} - y_{22})^2}{y_{32}} \\ 2y_{31} + 3y_{32} = 5 \\ y_{31}, y_{32} > 0 \end{aligned} \quad (26)$$

به ازای هر مقدار از متغیر طراحی بازیگر پیشرو سایر بازیگران دنباله‌رو

$$\begin{aligned} r_1, r_2, r_3, r_4 \in [0, 50], r_{cx}, r_{cy}, x_0, y_0 \in [-50, 50], \\ \theta_0 = [0, 2\pi] \end{aligned} \quad (25)$$

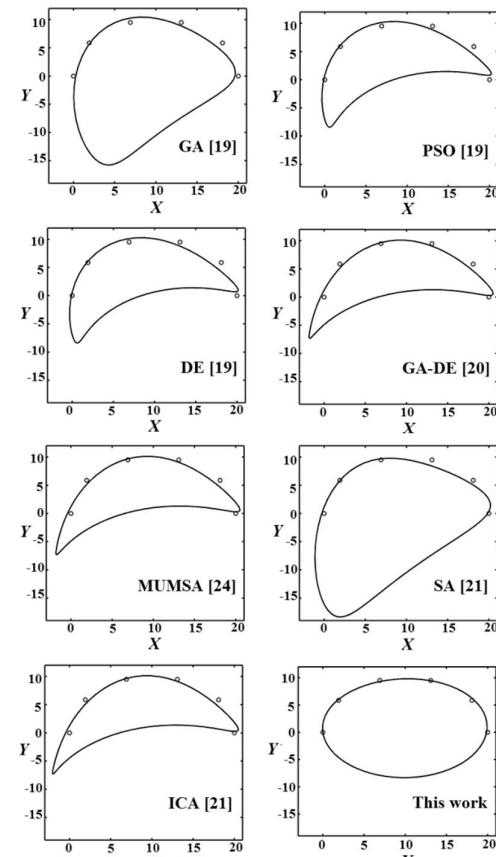
پیکربندی مکانیزم چهار میله‌ای طراحی شده از حل استاکلبرگ در شکل 5 نشان داده شده است.

شکل 6 منحنی‌های کاپلر مکانیزم تحقیق حاضر را در مقایسه با تحقیقات قبلی نشان می‌دهد. در شکل 7 انحراف زاویه انتقال مکانیزم‌ها از حالت ایده‌آل 90° در طول یک دور کامل چرخش مکانیزم مقایسه شده‌اند. همچنین نتایج بدست آمده در این تحقیق و سایر مراجع در جدول ۵ آورده شده است.



شکل 5 پیکربندی مکانیزم چهار میله‌ای بهینه

شکل 5 پیکربندی مکانیزم چهار میله‌ای بهینه



شکل 6 نقاط مطلوب و مسیر تولید شده توسط نقطه کاپلر مکانیزم‌ها

جدول ۵ متغیرهای طراحی و توابع هدف بهینه مکانیزم‌ها

Table 5 Optimal design variables and objective functions of mechanisms

تحقيق حاضر	GA [19]	PSO [19]	DE [19]	GA-DE [20]	MUMSA [24]	SA [21]	ICA [21]	پارامتر
39.5647	50	49.994859	50	50	50	50	50	r_1
9.7996	9.164414	5	5	5	5	9.438	5	r_2
31.3167	16.858082	5.915643	5.905345	7.03102	7.031047	23.50764	7.08248	r_3
31.3167	50	49.994867	50	48.1342	48.134183	38.741	48.05733	r_4
1.5826	38.458872	18.925715	18.819312	16.9767	16.976687	-45.3612	16.4257	r_{cx}
1.5826	0.090117	0	0	12.952	12.952139	-28.5915	13.7121	r_{cy}
12.0047	32.328282	14.472475	14.373772	12.1975	12.197494	39.6016	11.88034	x_0
1.6234	-29.53705	-12.49441	-12.44429	-15.9981	-15.99820	-43.660	-16.0876	y_0
1.9533	0.877212	0.467287	0.463633	0.042828	0.0428247	0.86983	6.283185	θ_0
0.0854	3.171063	2.35529	2.349649	2.58036	2.58035	4.6545	2.5998	TE
1302.38	2352.85	6674.54	6711.02	6797.36	6797.29	3117.71	6918.47	TA

همان‌طور که در جدول ۶ دیده می‌شود، نتایج تحقیق حاضر برای سه تابع هدف f_1 , f_2 و f_3 مقادیر کمتری را به دست می‌دهند. این امر بیانگر توانایی بالای روش پیشنهادی برای حل مسائل طراحی سلسله مراتبی و توزیع شده می‌باشد.

۵- جمع‌بندی

در این مقاله یک رهیافت جدید مبتنی بر نظریه بازی برای حل مسائل بهینه‌سازی چند هدفی در فضای غیر همکارانه پیشنهاد و به کار برده شده است. برای مدل‌سازی مسائل بهینه‌سازی توزیع شده از مدل بازی نش و برای مدل‌سازی مسائل سلسله مراتبی از مدل بازی استاکلبرگ استفاده شده است. روند یافتن نقطه یا نقاط تقاطع مجموعه پاسخ منطقی بازیگران در بازی‌های غیر همکارانه نش، در قالب یک روند کمینه‌سازی بیان شده و از برنامه‌ریزی ژنتیکی برای تخمین مجموعه پاسخ منطقی بازیگران (دباله‌رو در مدل بازی استاکلبرگ) استفاده شده است. کارایی روش پیشنهادی در حل سه نمونه مطالعاتی شامل طراحی مخزن جدار نازک (مدل بازی نش)، طراحی بهینه مکانیزم چهار میله‌ای (مدل بازی نش استاکلبرگ) و حل مسئله بهینه‌سازی توزیع شده و سلسله مراتبی (مدل بازی نش استاکلبرگ) نشان داده شد. نتایج به دست آمده نشان می‌دهد که روش پیشنهادی تووانایی جستجوی همه فضای توابع هدف را داشته و همچنین امکان یافتن نقاط تعادل نش متعدد را زمانی که بیشتر از یک نقطه تعادل نش وجود دارد، فراهم می‌کند.

۶- مراجع

- J. F. Gerhard, S. J. Duncan, Y. Chen, J. K. Allen, D. Rosen, F. Mistree, Towards a decision-based distributed product realization environment for engineering systems, *Proceeding of The ASME Computers in Engineering Conference*, Las Vegas, USA, September 13-15, 1999.
- E. Livne, Integrated aeroservoelastic optimization: status and direction, *Journal of Aircraft*, Vol. 36, No.1, pp. 122-145, 1999.
- P. W. Jansen, R. E. Perez, J. R. RA Martins, Aerostructural optimization of nonplanar lifting surfaces, *Journal of Aircraft*, Vol. 47, No. 5, pp. 1490-1503, 2010.
- A. Ning, I. Kroo, Multidisciplinary considerations in the design of wings and wing tip devices, *Journal of Aircraft*, Vol. 47, No. 2, pp. 534-543, 2010.
- N. M. Alexandrov, R. M. Lewis, Analytical and computational aspects of collaborative optimization for multidisciplinary design, *AIAA journal*, Vol. 40, No.2, pp. 301-309, 2002.

وارد بازی نش می‌شوند. حل نش بازیگران دباله‌رو به ازای هر استراتژی بازیگر پیشرو با استفاده از رابطه (10) به دست می‌آید. استراتژی‌های بازیگر پیشرو به عنوان داده‌های ورودی و حل نش متناظر به عنوان داده‌های خروجی در مدل‌سازی با استفاده از برنامه‌ریزی ژنتیکی در نظر گرفته می‌شوند. بدین ترتیب مجموعه پاسخ منطقی بازیگران دباله‌رو به استراتژی‌های بازیگر پیشرو به دست آمده و به صورت رابطه (27) ارائه می‌شوند.

$$y_{11} = x_1 - 0.545 x_2^2 \quad (27a)$$

$$y_{12} = 0.188 x_1 x_2 - 0.793 \frac{x_2}{x_1} \quad (27b)$$

$$y_{21} = \frac{0.443 x_1 x_2^2}{x_1 + x_2} \quad (27c)$$

$$y_{22} = 0.083 x_1^3 - 3.017 \sqrt{x_1^2 - 5.7 x_2} \quad (27d)$$

$$y_{31} = \frac{x_1 + 3.408 x_1^2}{0.317 x_2^2} - 2.31 x_1 x_2 \quad (27e)$$

$$y_{32} = \frac{1.904 (x_1 + x_2)^2}{\sqrt{x_1 x_2}} - \frac{160.58}{x_2^2} \quad (27f)$$

با گزارش رابطه (27) به بازیگر پیشرو و در نهایت با حل مسئله بهینه‌سازی بازیگر پیشرو، مدل بازی نش استاکلبرگ تکمیل می‌شود. این مسئله توسط محققین دیگری با استفاده از رهیافت برنامه‌نویسی چند سطحی [16] و رهیافت مبتنی بر حساسیت [25] ارائه شده است. نتایج در جدول ۶ نشان داده شده است.

جدول ۶ مقایسه نتایج برای مسئله بهینه‌سازی چهار هدفی نش- استاکلبرگ

Table 6 Comparison of results for Nash- Stackelberg problem

تحقيق حاضر	Liu [16]	Ghotbi et al. [25]	پارامتر
1.449	1.510	1.510	f_{lead}
11.365	12.323	10.821	f_1
6.015	6.225	6.061	f_2
0.273	0.835	0.483	f_3
(5.490, 2.255)	(5.768, 2.116)	(5.379, 2.310)	$x^* = (x_1^*, x_2^*)$
(2.714, 2.000)	(2.885, 2.000)	(2.612, 2.000)	$y_1^* = (y_{11}^*, y_{12}^*)$
(1.5975, 1.212)	(1.699, 1.414)	(1.616, 1.414)	$y_2^* = (y_{21}^*, y_{22}^*)$
(1.1785, 0.881)	(1.183, 0.878)	(1.149, 0.900)	$y_3^* = (y_{31}^*, y_{32}^*)$

- [17] J. Jagannatha Rao, K. Badhrinath, R. Pakala, F. Mistree, A study of optimal design under conflict using models of multi-player games, *Engineering Optimization+ A35*, Vol. 28, No. 1, pp. 63-94, 1997.
- [18] A. R. Nair, K. E. Lewis, An efficient design strategy for solving MDO problems in non-cooperative environments, *Proceedings of The 8th AIAA/USA/NASA/ISSMO symposium on multidisciplinary analysis and optimization*, Long Beach, USA, September 6-8, 2000.
- [19] S. Acharyya, M. Mandal, Performance of EAs for four-bar linkage synthesis, *Mechanism and Machine Theory*, Vol. 44, No. 9, pp. 1784-1794, 2009.
- [20] W.-Y. Lin, A GA-DE hybrid evolutionary algorithm for path synthesis of four-bar linkage, *Mechanism and Machine Theory*, Vol. 45, No. 8, pp. 1096-1107, 2010.
- [21] S. Ebrahimi, P. Payvandy, Efficient constrained synthesis of path generating four-bar mechanisms based on the heuristic optimization algorithms, *Mechanism and Machine Theory*, Vol. 85, No. 2, pp. 189-204, 2015.
- [22] R. McDougall, S. Nokleby, Grashof mechanism synthesis using multi-objective parallel asynchronous particle swarm optimization, *Proceedings of The Canadian Society for Mechanical Engineering Forum 2010*, Victoria, Canada, June 7-9, 2010.
- [23] N. Nariman-Zadeh, M. Felezi, A. Jamali, M. Ganji, Pareto optimal synthesis of four-bar mechanisms for path generation, *Mechanism and Machine Theory*, Vol. 44, No. 1, pp. 180-191, 2009.
- [24] J. Cabrera, A. Ortiz, F. Nadal, J. Castillo, An evolutionary algorithm for path synthesis of mechanisms, *Mechanism and Machine Theory*, Vol. 46, No. 2, pp. 127-141, 2011.
- [25] E. Ghotbi, W. A. Otieno, A. K. Dhingra, Determination of Stackelberg-Nash equilibria using a sensitivity based approach, *Applied Mathematical Modelling*, Vol. 38, No. 21, pp. 4972-4984, 2014.
- [6] S. Tosserams, L. P. Etman, J. Rooda, A classification of methods for distributed system optimization based on formulation structure, *Structural and Multidisciplinary Optimization*, Vol. 39, No. 5, pp. 503-517, 2009.
- [7] R. B. Myerson, *Game theory: analysis of conflict*, First Edition, pp. 55-125, Cambridge: Harvard University, 1991.
- [8] M. J. Osborne, A. Rubinstein, *A course in game theory*, First Edition, pp. 70-130, Cambridge: MIT press, 1994.
- [9] M. Xiao, X. Shao, L. Gao,, Z. Luo, A new methodology for multi-objective multidisciplinary design optimization problems based on game theory, *Expert Systems with Applications*, Vol. 42, No. 3, pp. 1602-1612, 2015.
- [10] T. L. Vincent, Game theory as a design tool, *Journal of Mechanical Design*, Vol. 105, No. 2, pp. 165-170, 1983.
- [11] G. Hernandez, F. Mistree, Integrating product design and manufacturing: a game theoretic approach, *Engineering Optimization*, Vol. 32, No. 6, pp. 749-775, 2000.
- [12] M. C. Marston, *Game based design: a game theory based approach to engineering design*, PhD Thesis, Georgia Institute of Technology, Atlanta, 2000.
- [13] L. Castillo, C. Dorao, Decision-making in the oil and gas projects based on game theory: Conceptual process design, *Energy Conversion and Management*, Vol. 66, No. 1, pp. 48-55, 2013.
- [14] E. Ghotbi, A. K. Dhingra, A bilevel game theoretic approach to optimum design of flywheels, *Engineering Optimization*, Vol. 44, No. 11, pp. 1337-1350, 2012.
- [15] E. Ghotbi, A. K. Dhingra, Optimum design of high-speed 4-bar mechanisms using a bi-level game theoretic approach, *Proceeding of The ASME International Mechanical Engineering Congress and Exposition*, Houston, USA, November 9-15, 2012.
- [16] B. Liu, Stackelberg-Nash equilibrium for multilevel programming with multiple followers using genetic algorithms, *Computers & Mathematics with Applications*, Vol. 36, No. 7, pp. 79-89, 1998.