ماهنامه علمی پژوهشی

مهندسی مکانیک مدرس

mme.modares.ac.ir

بهینه‌سازی شکل سازه‌ها با استفاده از روش آیزوژئومتریک و الگوریتم ذرات باردار شده

سید مهدی توکلی[1*]، سیده صدیقه مشمول[2]، امید خادم حسینی[3]

1- استادیار، دانشکده مهندسی عمران، دانشگاه صنعتی شاهرود، شاهرود

2- دانشجوی کارشناسی ارشد، گروه مهندسی عمران، دانشگاه آزاد اسلامی واحد شاهرود ، شاهرود

3- دانشجوی دکتری، دانشکده مهندسی عمران، دانشگاه صنعتی شاهرود، شاهرود

* شاهرود، صندوق پستی 3619995161، mtavakkoli@shahroodut.ac.ir

اطلاعات مقاله

مقاله پژوهشی کامل

دریافت: 13 دی 1394

پذیرش: 15 فروردین 1395

ارائه در سایت: 05 خرداد 1395

کلید واژگان:

بهینه‌سازی شکل سازه‌ها

سیستم جستجوی ذرات باردار شده

روش آیزوژئومتریک

چکیده

در این مقاله، شکل مرز سازه‌های دوبعدی تنش مسطح بهینه شده است که در آن وزن سازه و تنش به ترتیب به عنوان تابع هدف و قیود طراحی در نظر گرفته شده‌اند. به منظور تحلیل سازه از روش آیزوژئومتریک استفاده شده که یک روش عددی در آنالیز مسائل مهندسی است. این روش دارای ویژگی‌های منحصر به فرد و مناسبی است که در مقایسه با روش اجزای محدود ضمن بهبود زمان و دقت حل، به علت استفاده از توابع پایه بی‌اسپلاین در تولید هندسه و همچنین تقریب توابع مولفه‌های تغییرشکل سازه، از باز تولید هندسه‌ی تحلیل در هر مرحله از تکرار روند بهینه‌سازی شکل جلوگیری می‌نماید. در این تحقیق برای حل مسئله بهینه‌سازی شکل سازه از الگوریتم سیستم جستجوی ذرات باردارشده از دسته روش‌های فراابتکاری، استفاده شده است. این روش بر مبنای قوانین الکتریسیته‌ی کولمب و قوانین نیوتن استوار است. به این منظور، مختصات نقاط کنترلی مرزهای سازه که با استفاده از منحنی‌های بی‌اسپلاین در روش آیزوژئومتریک مدل‌سازی شده‌اند، به عنوان متغیرهای طراحی مسئله بهینه‌سازی در نظر گرفته می‌شوند که در مراحل بهینه‌سازی تغییر می‌کنند. در این مقاله ضمن استخراج فرمول‌بندی مسئله بهینه‌سازی، با استفاده از چند مثال عددی و مقایسه نتایج بدست آمده با روش بهینه‌سازی برنامه‌ریزی ریاضی، همخوانی و کارایی روش سیستم جستجوی ذرات باردارشده در حل مسائل بهینه‌سازی شکل نشان داده شده است.

Application of Isogeometric Analysis and Charged System Search Algorithm in Structural Shape Optimization

Seyed Mehdi Tavakkoli[1*], Seyedeh Sedigheh Mashmoul[2], Omid Khadem Hosseini[1]

1- Department of Civil Engineering, Shahrood University of Technology, Shahrood, Iran
2- Department of Civil Engineering, Azad University, Shahrood, Iran
* P.O.B. 3619995161, Shahrood, Iran, mtavakkoli@shahroodut.ac.ir

ARTICLE INFORMATION

Original Research Paper
Received 03 January 2016
Accepted 03 April 2016
Available Online 25 May 2016

Keywords:
Structural Shape Optimization
Charged System Search
CSS
Isogeometric Analysis

ABSTRACT

In this article, the Charged System Search (CSS) algorithm is utilized for structural shape optimization that aims to minimize weight of a plane structure under stress constraints. Also, the Isogeometric Analysis (IA) is employed in order to analyze the structure. In the IA method, Non Uniform Rational B-Spline (NURBS) basis functions are used for approximation and interpolation of the displacement field as well as modelling geometry of the structure. Coordinates of the NURBS control points, that construct the geometry, can be considered as the design variables of the shape optimization problem. In earlier studies in structural shape optimization using the Finite Element (FE) method, boundaries of the structure were made by NURBS and the finite element discretization changed when the boundaries were modified in every iteration of the optimization process. As it mentioned, when the IA method is used the geometry is constructed by NURBS, therefore, contrary to using the FE method, the need for remeshing of the domain is eliminated and the computational cost will be remarkably decreased. In this paper, the IA method is briefly reviewed for analysis of the plane-stress elasticity problems. Also, the CSS formulation is derived based on physics laws for shape optimization problems. A few examples are presented to demonstrate the performance of the method and the results are compared when the Sequential Quadratic Programming (SQP) is used as a mathematical based method for structural shape optimization.

1- مقدمه

در دهه‌های گذشته روش‌های بسیاری برای تحلیل مسائل مهندسی ارائه شده است که برخی از آن‌ها عبارتند از روش تفاضل محدود، روش اجزای محدود و روش‌های بدون شبکه. اگر چه این روش‌ها در پی یکدیگر و با هدف توانمندتر نمودن و رفع مشکلات روش‌های پیش از خود ارائه شده‌اند، با این وجود هر کدام از این روش‌ها معایب و مزایای خود را دارند. از جمله مشکلات در این روش‌ها می‌توان به ضعف در تولید دقیق شکل مسائل دارای هندسه‌ی پیچیده، ضعف در مدل‌سازی دقیق مسائل با تغییرات زیاد در خواص مصالح و همچنین نیاز به تولید مکرر شبکه المان‌ها در مسائل بهینه‌سازی شکل سازه اشاره نمود.

Please cite this article using:
برای ارجاع به این مقاله از عبارت ذیل استفاده نمایید:

S. M. Tavakkoli, S. S. Mashmoul, O. Khadem Hosseini, Application of Isogeometric Analysis and Charged System Search Algorithm in Structural Shape Optimization, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 16, No. 5, pp. 251-260, 2016 (in Persian)

[DOR: 20.1001.1.10275940.1395.16.5.14.5]

برای غلبه بر این مشکلات و بهبود روش‌های موجود، استفاده از توابع پایه اسپلاین به جای توابع شکل مورد استفاده در اجزای محدود اولین بار در سال‌های 1998 تا 2004 توسط کیگان و هولیگ [2,1] معرفی شد. در سال 2005 این ایده با استفاده از توابع نربز (بی-اسپلاین‌های نسبی غیریکنواخت[1]) که از توسعه توابع اسپلاین[2] بدست می‌آیند توسط هیوز [3] تکامل یافت و روش تحلیل آیزوژئومتریک نام گرفت. اساس این روش را استفاده از فناوری های طراحی به کمک رایانه[3] و پیشرفت‌های اخیر در زمینه گرافیک رایانه‌ای تشکیل می‌دهد. در این روش، ضمن استفاده از خواص توابع پایه اسپلاین و نربز در تعریف دقیق منحنی‌ها، سطوح و احجام، همانند توابع شکل در روش اجزای محدود، از آن‌ها جهت درونیابی و تقریب‌سازی توابع مجهول استفاده می‌شود [3].

در سال‌های اخیر، روش آیزوژئومتریک به سرعت در زمینه‌های مختلفی توسعه داده شده است که برای نمونه می‌توان به کاربرد آن در دینامیک سیالات [5,4]، مکانیک سازه‌ها [7,6] و الکترومغناطیس [9,8] اشاره نمود، همچنین در این زمینه یک کتاب به چاپ رسیده است که برای مطالعه‌ی بیشترمی‌توان به آن مراجعه کرد [10].

در دهه‌های گذشته با توجه به ظهور کامپیوترهای پرسرعت، مسائل بهینه‌سازی به‌صورت گسترده‌ای مورد استفاده طراحان قرار گرفته‌اند [11]. یکی از اولین کارها در مورد بهینه‌سازی شکل سازه‌ها توسط زینکویچ انجام شد [12]. او شکل اولیه سازه و مدل طراحی را به صورت یک مدل محاسباتی اجزای محدود تبدیل کرده وسپس با چشم‌پوشی از مدل هندسی، بر روی مدل محاسباتی کار کرد. برای این منظور، مختصات نقاط اجزای محدود واقع بر روی مرزهای سازه، به‌عنوان متغیرهای طراحی مسئله بهینه‌سازی در نظر گرفته شد. این کار مستلزم در نظر گرفتن تعداد زیادی متغیرهای طراحی بود که از معایب مهم این روش به‌شمار می‌آمد. همچنین این کار سبب پدید آمدن مرزهای هموار می‌شد. نظر به این‌که در مسائل بهینه‌سازی شکل موقعیت بهینه مرزهای سازه مورد توجه است، حفظ پیوستگی در مرزهای سازه ضروری است. بنابراین در جهت رفع مشکلات ذکر شده در تحقیقات بعدی در این زمینه، از توابع نربز جهت مدل‌سازی مرزها استفاده گردید و در هر مرحله، بهینه‌سازی مدل تحلیلی اجزای محدود دوباره تولید می‌شد.

در تحلیل آیزوژئومتریک به دلیل استفاده از سطوح نربز برای تعریف شکل هندسی سازه مشکلات فوق مرتفع خواهد شد. در این روش تولید و کنترل شکل سازه با استفاده از تعداد محدودی از نقاط کنترلی فراهم می‌شود و تعداد متغیرهای طراحی مسئله کاهش می‌یابد. علاوه بر این، با انتخاب توابع پایه نربز با درجات بالا می‌توان پیوستگی لازم در مسائل مورد بررسی را فراهم نمود. از مهمترین مزایای دیگر روش آیزوژئومتریک در بهینه‌سازی شکل سازه می‌توان به حذف تولید پی‌در پی شبکه اجزای محدود در فرایند بهینه‌سازی اشاره نمود که این موضوع، کاهش چشمگیر هزینه‌ی محاسباتی مربوط به شبکه‌بندی دامنه را در پی خواهد داشت [15-13].

در این تحقیق ضمن معرفی خلاصه‌ای از فرمول‌بندی روش آیزوژئومتریک در تحلیل مسائل دوبعدی تنش مسطح به بررسی عملکرد و کاربرد این روش در بهینه‌سازی شکل سازه‌ها پرداخته شده است. بدین منظور برنامه کامپیوتری به زبان فرترن تهیه شده که قادر به تحلیل سازه‌ها به روش آیزوژئومتریک در حالت‌های تنش و کرنش مسطح می‌باشد. جهت بهینه‌سازی شکل از الگوریتم سیستم جستجوی ذرات باردار[4] [17,16]، استفاده می‌شود. در این پژوهش مسئله بهینه‌سازی کمینه کردن وزن، تحت قید تنش در نظر گرفته شده است.

2- بی - اسپلاین و نربز

در این بخش به طور خلاصه به معرفی منحنی‌ها و سطوح بی-اسپلاین و نربز پرداخته می‌شود. برای آشنایی بیشتر مراجعه به [19,18] پیشنهاد می‌شود. بی-اسپلاین‌ها در یک فضای پارامتری[5] تعریف می‌شوند. نواحی مذکور، دامنه-ی مدل‌سازی شده را به چندین زیر دامنه تقسیم می‌کنند. یک بردار گرهی[6] در فضای پارامتری یک بعدی به صورت رابطه (1) تشکیل می‌شود [19]:

$$\Xi = \{\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_{n+p+1}\}$$
$$\xi_{i+1} \geq \xi_i \quad , \quad i = 1,2,\dots,n+p+1 \tag{1}$$

که در آن ξ_i، iامین گره، p مرتبه‌ی چندجمله‌ای و n تعداد توابع شکل تشکیل دهنده‌ی بی-اسپلاین می‌باشند. انواع مختلفی از بردارهای گرهی وجود دارد، ولی در این بحث فقط از نوع خاصی از بردارهای گره‌ای (باز[7]) استفاده شده است. این نوع بردارها به صورت رابطه (2) نشان داده می‌شوند:

$$\Xi = \Big\{\underbrace{a,\dots,a}_{p+1}, \xi_{p+1}, \dots, \xi_{n-p-1}, \underbrace{b,\dots,b}_{p+1}\Big\} \tag{2}$$

در این صورت iامین تابع پایه‌ای بی-اسپلاین از درجه p که با $\mathrm{N}_{i,p}(\xi)$ نشان داده می‌شود به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$\mathrm{N}_{i,p}(\xi) = \begin{cases} 1 & \text{اگر } \xi_i \leq \xi \leq \xi_{i+1} \\ 0 & \text{در غیر این صورت} \end{cases} \tag{3}$$

$$\mathrm{N}_{i,p}(\xi) = \frac{\xi - \xi_i}{\xi_{i+1} - \xi_i}\mathrm{N}_{i,p-1}(\xi) + \frac{\xi_{i+p+1} - \xi}{\xi_{i+p+1} - \xi_i}\mathrm{N}_{i+1,p-1}(\xi) \tag{4}$$

با استفاده از تعاریف بالا، منحنی بی-اسپلاین از درجه p به صورت رابطه (5) تعریف می‌شود:

$$C(\xi) = \sum_{i=0}^{n} \mathrm{N}_{i,p}(\xi) P_i \tag{5}$$

$C(\xi)$، یک منحنی چندجمله‌ای قطعه‌ای[8] است که در آن $\{P_i\}$ نقاط کنترلی و $\{\mathrm{N}_{i,p}(\xi)\}$ توابع پایه‌ای بی-اسپلاین هستند که روی بردار گره‌ای نامتناهی به صورت رابطه (2) با فرض $a = 0$, $b = 1$ تعریف می‌شوند. اگر p درجه توابع پایه، $n + 1$ تعداد نقاط کنترلی و $m + 1$ تعداد گره‌ها باشند، آن‌گاه می توان رابطه $m = n + p + 1$ را برای آن‌ها نوشت.

بطور مشابهی سطوح بی-اسپلاین به‌صورت رابطه (6) تعریف می‌شود [19]:

$$S(\xi,\eta) = \sum_{i=0}^{n}\sum_{j=0}^{m} \mathrm{N}_{i,p}(\xi)\, \mathrm{N}_{j,q}(\eta) P_{i,j} \tag{6}$$

که در آن:

$$\Xi = \Big\{\underbrace{0,\dots,0}_{p+1}, \xi_{p+1}, \dots, \xi_{r-p-1}, \underbrace{1,\dots,1}_{p+1}\Big\} \tag{7}$$

$$\mathrm{H} = \Big\{\underbrace{0,\dots,0}_{p+1}, \eta_{s+1}, \dots, \eta_{q-s-1}, \underbrace{1,\dots,1}_{p+1}\Big\} \tag{8}$$

به طوری که بردارهای گره‌ای Ξ دارای $r + 1$ و H دارای $s + 1$ گره می‌باشند. یک منحنی نربز از درجه p به صورت رابطه (9) تعریف می‌شود:

$$C(\xi) = \frac{\sum_{i=0}^{n} \mathrm{N}_{i,p}(\xi) w_i P_i}{\sum_{i=0}^{n} \mathrm{N}_{i,p}(\xi) w_i} \tag{9}$$

1 Non Uniform Rational B-Spline (NURBS)
2 Spline
3 CAD (Computer Aided Design)
4 Charged System Search
5 Parametric space
6 Knot vector
7 Open
8 Piecewise polynomial curve

که در آن $\{P_i\}$ نقاط کنترلی، $\{w_i\}$ وزن‌ها و $\{\mathrm{N}_{i,p}(\xi)\}$ توابع پایه‌ای بی-اسپلاین از درجه‌ی p هستند، که بر روی بردار گره‌ای به صورت رابطه (2) تعریف شده‌اند. در نهایت، یک سطح نربز که در جهت ξ از درجه p و در جهت η از درجه q باشد، به صورت رابطه (10) تعریف می‌شود:

$$S(\xi,\eta)=\frac{\sum_{i=0}^{n}\sum_{j=0}^{m}\mathrm{N}_{i,p}(\xi)\mathrm{N}_{j,q}(\eta)w_{i,j}p_{i,j}}{\sum_{i=0}^{n}\sum_{j=0}^{m}\mathrm{N}_{i,p}(\xi)\mathrm{N}_{j,q}(\eta)\,w_{i,j}}$$
$$0\le\xi\quad,\quad 0\le\eta \tag{10}$$

که در آن $\{P_{i,j}\}$ شبکه‌ی نقاط کنترلی می‌باشد که در دو جهت تعریف شده است. همچنین $\{w_{i,j}\}$ وزن‌ها و $\{\mathrm{N}_{i,p}\}$ به‌صورت رابطه‌ی (6) تعریف شده‌اند. در رابطه‌ی (8) اگر تابع پایه‌ای نسبی قطعه‌ای را به صورت زیر تعریف کنیم:

$$\mathrm{R}_{i,j}(\xi,\eta)=\frac{\mathrm{N}_{i,p}(\xi)\mathrm{N}_{j,q}(\eta)w_{i,j}}{\sum_{i=0}^{n}\sum_{j=0}^{m}\mathrm{N}_{k,p}(\xi)\mathrm{N}_{l,q}(\eta)w_{k,l}} \tag{11}$$

خواهیم داشت:

$$S(\xi,\eta)=\sum_{i=0}^{n}\sum_{j=0}^{m}\mathrm{R}_{i,j}(\xi,\eta)\,\mathrm{P}_{i,j} \tag{12}$$

به عنوان مثال در "شکل 1" شبکه‌ی کنترلی و سطح نربز با توابع پایه درجه دو در دو جهت x, y مشاهده می‌شود.

3- فرمول‌بندی تحلیل آیزوژئومتریک در مسائل تنش مسطح

سطح یا حجم نربز، از یک‌سری توابع پایه به همراه نقاط کنترلی و بردارهای گرهی تشکیل شده است. یک رویه یا حجم نربز را در صورت معلوم بودن بردارهای گرهی، با مشخص نمودن نقاط کنترلی آن می‌توان تعریف کرد.

به طورکلی در روش آیزوژئومتریک، تابع مجهول مسئله (تابع تغییرمکان) در نقاط کنترلی محاسبه و سپس به وسیله‌ی توابع پایه‌ای نربز در بقیه‌ی نقاط تقریب زده می‌شود. در این روش، نقاط کنترلی طوری انتخاب می‌شوند که مولفه‌ی اول و دوم مختصات این نقاط بتوانند هندسه‌ی مسئله را مدل نمایند، در این صورت مولفه‌ی سوم مختصات این نقاط طوری محاسبه می شوند که درونیابی بین این نقاط به وسیله‌ی تابع پایه‌ای نربز، نشان‌دهنده‌ی تغییرمکان آن نقطه باشد.

$$\mathrm{u}=\bar{\mathrm{u}}=\begin{Bmatrix}u(\xi,\eta)\\ v(\xi,\eta)\end{Bmatrix}=\begin{Bmatrix}\sum_{i=0}^{n}\sum_{j=0}^{m}\mathrm{R}_{i,j}(\xi,\eta)\mathrm{P}_{u\,i,j}\\ \sum_{i=0}^{n}\sum_{j=0}^{m}\mathrm{R}_{i,j}(\xi,\eta)\,\mathrm{P}_{v\,i,j}\end{Bmatrix} \tag{13}$$

در رابطه بالا $\mathrm{P}_{i,j}$ها نمایشگر بردار مولفه‌های سوم مختصات نقاط کنترلی نربز، $\mathrm{R}_{i,j}$ توابع پایه‌ای نربز و $m\,,n$، به ترتیب تعداد نقاط کنترلی جهت‌های η,ξ می‌باشند.

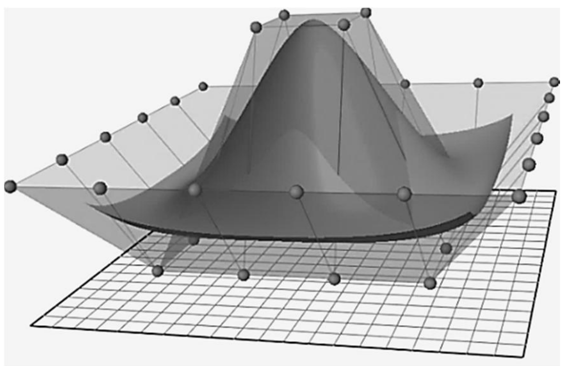

Fig. 1 Control points of a NURBS Surface [19]

شکل 1 نمونه‌ای از شبکه‌ی نقاط کنترلی و سطح نربز مربوط به آن [19]

با توجه به خاصیت بازه تاثیر توابع نربز که بیان می‌کند برای هر η,ξ، تعداد محدودی از این توابع غیرصفر می‌باشند [10]، می‌توان برای کم کردن هزینه‌ی محاسبات، معادله (11) را به صورت زیر تغییر داد. بدین منظور اگر فرض کنیم η,ξ به ترتیب در دهانه‌ی گرهی iام و jام قرار دارند ($\eta\in[\eta_j,\eta_{j+1})$, $\xi\in[\xi_i,\xi_{i+1})$) و درجه توابع پایه‌ای در جهت بردار گرهی p,Ξ و در جهت بردار گرهی q,H باشند آنگاه فقط حداکثر $(p+1)(q+1)$ تابع پایه‌ای غیر صفر وجود خواهد داشت. در این صورت می‌توان رابطه‌ی (13) را به صورت رابطه‌ی زیر نوشت:

$$\mathrm{u}=\bar{\mathrm{u}}=\begin{Bmatrix}u(\xi,\eta)\\ v(\xi,\eta)\end{Bmatrix}=\begin{Bmatrix}\sum_{k=i-p}^{i}\sum_{l=j-q}^{j}\mathrm{R}_{k,l}(\xi,\eta)\mathrm{P}_{u\,k,l}\\ \sum_{k=i-p}^{i}\sum_{l=j-q}^{j}\mathrm{R}_{k,l}(\xi,\eta)\,\mathrm{P}_{v\,k,l}\end{Bmatrix} \tag{14}$$

$$\bar{\mathrm{u}}=\bar{\mathrm{R}}\cdot\bar{\mathrm{P}} \tag{15}$$

که در آن $\bar{\mathrm{u}}$، ماتریس ستونی تغییر مکان‌ها است و به صورت رابطه (16) نشان داده می‌شود:

$$\bar{\mathrm{u}}^{i,j}=[u_{i,j}\quad v_{i,j}]^{\mathrm{T}} \tag{16}$$

همچنین $\bar{\mathrm{R}}$، ماتریس توابع پایه‌ای نسبی نربز و $\bar{\mathrm{P}}$، ماتریس ستونی مختصات نقاط کنترلی می‌باشند که به صورت زیر نمایش داده می‌شوند:

$$\bar{\mathrm{R}}=\begin{bmatrix}R_{i-p,j-q} & 0 & \dots & R_{i-p,j} & & & \\ 0 & R_{i-p,j-q} & \dots & 0 & & & \\ & & & R_{i-p,j} & \dots & R_{i,j} & 0\\ & & & 0 & \dots & 0 & R_{i,j}\end{bmatrix} \tag{17}$$

$$\bar{\mathrm{P}}=\begin{bmatrix}P_{u\,i-p,j-q}\\ P_{v\,i-p,j-q}\\ \vdots\\ P_{u\,i-p,j}\\ P_{v\,i-p,j}\\ \vdots\\ P_{u\,i,j}\\ P_{v\,i,j}\end{bmatrix} \tag{18}$$

در مسائل تنش مسطح، بردار کرنش دارای سه مولفه‌ی مستقل از هم می‌باشد که به‌صورت رابطه (19) تعریف می‌شود:

$$\varepsilon=\begin{Bmatrix}\varepsilon_{xx}\\ \varepsilon_{yy}\\ \gamma_{xy}\end{Bmatrix}\ ,\ \varepsilon=\mathrm{Du}\ ,\ \mathrm{D}=\begin{bmatrix}\frac{\partial}{\partial X} & 0\\ 0 & \frac{\partial}{\partial Y}\\ \frac{\partial}{\partial Y} & \frac{\partial}{\partial X}\end{bmatrix} \tag{19}$$

با معلوم بودن تغییر مکان در نقاط داخلی هر زیردامنه می‌توان کرنش را در هر نقطه‌ی دلخواه بدست آورد. در روابط (19)، u بردار تغییر مکان، ε کرنش و D عملگر دیفرانسیل می‌باشد که برای مسائل تنش مسطح به صورت فوق تعریف می‌شود. همچنین با جای‌گذاری معادله‌ی (13) در رابطه‌ی (19) می‌توان کرنش را به صورت رابطه (20) تقریب زد:

$$\varepsilon=\mathrm{B}\cdot\bar{\mathrm{P}},\qquad \mathrm{B}=\mathrm{D}\cdot\bar{\mathrm{R}}=\begin{bmatrix}\frac{\partial R}{\partial X} & 0\\ 0 & \frac{\partial R}{\partial Y}\\ \frac{\partial R}{\partial Y} & \frac{\partial R}{\partial X}\end{bmatrix} \tag{20}$$

که با توجه به ماتریس دیفرانسیل D، ماتریس B برای مسائل تنش مسطح به صورت رابطه (20) خواهد بود. همچنین در مسائل تنش مسطح، برای بردار تنش می‌توان سه مولفه‌ی تنش را به‌صورت رابطه (21) در نظر گرفت:

$$\sigma=\begin{Bmatrix}\sigma_{xx}\\ \sigma_{yy}\\ \tau_{xy}\end{Bmatrix}\ ,\ \sigma=\mathrm{C}\cdot\varepsilon\ ,\ \mathrm{C}=\frac{E}{(1-\upsilon)^2}\begin{bmatrix}1 & \upsilon & 0\\ \upsilon & 1 & 0\\ 0 & 0 & \frac{1-\upsilon}{2}\end{bmatrix} \tag{21}$$

با فرض رفتار خطی کشسان، رابطه‌ی بین تنش و کرنش، خطی خواهد بود و

[DOR: 20.1001.1.10275940.1395.16.5.14.5]

C ماتریس خواص مصالح می‌باشد. در ادامه می‌توان مثل فرمول‌بندی روش اجزای محدود در مسائل تنش مسطح با استفاده از رابطه‌ی کار مجازی، ماتریس ضرایب را به‌دست آورد. برای ناحیه‌ی فرضی Ω^p، رابطه‌ی کارمجازی به صورت رابطه (22) است:

$$\int \delta\varepsilon^{T}\sigma d\Omega - \int \delta u^{T} b d\Omega - \int \delta\bar{u}^{T} t d\Gamma = 0 \qquad (22)$$

که در این رابطه t و b، به ترتیب نیروهای سطحی[1] و حجمی[2] می‌باشند. با استفاده از رابطه‌ی کرنش- تغییرمکان (19) تغییرات کرنش به صورت رابطه (23) بیان می‌شود:

$$\delta\varepsilon = B\delta\bar{P} \qquad (23)$$

اکنون با جای‌گذاری رابطه‌ی فوق در قسمت اول رابطه‌ی کار مجازی و با به کارگیری $\delta u = \bar{R}\delta\bar{P}$ برای بقیه‌ی قسمت‌های این رابطه و حذف ضرایب $\delta\bar{P}$ به دلیل غیرصفر فرض شدن آن‌ها در رابطه‌ی کارمجازی، ماتریس ضرایب K و ماتریس نیروها F به صورت زیر به‌دست می‌آید:

$$K = \int B^{T} C B d\Omega \qquad (24)$$

$$F = \int R^{T} b d\Omega + \int R^{T} t d\Gamma \qquad (25)$$

بنابراین مقادیر مجهول نقاط کنترلی را می‌توان از حل دستگاه معادلات زیر محاسبه نمود:

$$F = K\bar{u} \qquad (26)$$

چنانچه اشاره شد شبیه به مفهوم آیزوپارامتریک در روش اجزای محدود، در این روش نیز از تقریب یکسان تابع مجهول و هندسه استفاده می‌شود. با این تفاوت که در این جا هندسه به مراتب دقیق‌تر مدل‌سازی می‌شود. همان‌طور که قبلا در تقریب تابع مجهول نیز اشاره شد در روابط فوق، همه‌ی پارامترها برحسب η,ξ نوشته شده‌اند که نیاز به نگاشت در محاسبات همانند روش اجزای محدود را ایجاب خواهد کرد.

4- بهینه‌سازی شکل سازه‌ها

هدف از بهینه‌سازی سازه‌ها تولید سازه‌هایی است که با وجود وزن حداقل، از بیشترین مقاومت و سختی در برابر نیروهای وارده برخوردار باشند. این فرایند در یک فضای مشخص به نام دامنه طراحی[3] و تحت اثر شرایط مشخص بارگذاری و تکیه‌گاهی صورت می‌پذیرد. در بهینه‌سازی شکل، هندسه اولیه، بارگذاری و قیود تکیه‌گاهی از قبل معلوم بوده و سازه تحلیل می‌شود. سپس با به‌کارگیری یک روش بهینه‌سازی، جواب بهینه جستجو می‌شود. می‌توان مساله بهینه‌سازی شکل سازه‌ها را به صورت رابطه (27) بیان نمود:

$$\begin{aligned} &\min_{x_i} \quad w(x) \\ &s.t.: \quad \sigma_{von} \le \sigma_a \\ &x_i^{\min} \le x_i \le x_i^{\max} \quad , \quad i = 1,2,\dots,n \end{aligned} \qquad (27)$$

که در این رابطه $w(x)$ تابع هدف وزن است که باید مینیمم شود، σ قید تنش، nd تعداد متغیرهای طراحی، $x_i^{\min}$ و $x_i^{\max}$ کران پایین و بالای متغیرهای طراحی x_i می‌باشند. به منظور اقناع تنش از روش تابع جریمه استفاده می‌شود. "شکل 2" مدل اولیه از یک تیر طره را نشان می‌دهد که در فرایند بهینه‌سازی، مرزها تغییر می‌یابند.

4-1- تشریح روش سیستم جستجوی ذرات باردار شده در بهینه‌سازی شکل سازه‌ها

بهینه‌سازی شکل شامل سه بخش، تولید هندسه مسئله، تحلیل سازه و الگوریتم بهینه‌سازی می‌باشد.

ابتدا باید هندسه اولیه مناسب برای شکل مرزها انتخاب و مقادیر اولیه برای متغیرهای طراحی در نظر گرفته شوند. در ادامه یک مدل تحلیل مناسب برای تحلیل سازه انتخاب شود و سپس الگوریتم بهینه‌سازی مقادیر جدیدی برای متغیرهای طراحی را به‌دست آورد. در این تحقیق برای الگوریتم بهینه‌سازی از سیستم جستجوی ذرات باردار شده که در سال 2009 توسط کاوه و طلعت اهری ارائه شده است، استفاده می‌شود [17,16]. روابط این الگوریتم براساس قوانین الکتریسیته کولمب و قوانین نیوتن بسط داده شده‌اند. روش کار این الگوریتم را می‌توان به صورت زیر تشریح کرد.

مرحله اول: مقدار دهی اولیه

1. در ابتدا n طرح که متناظر آن در روش جستجوی ذرات باردار، n ذره باردار شده الکتریکی می‌باشند به صورت تصادفی ایجاد می‌شوند. روند حرکت یک طرح به سوی طرح بهینه با حرکت شتابدار، که دارای شتاب ثابت و بردار سرعت اولیه صفر می‌باشد، مدل‌سازی می‌شود. منظور از یک طرح در بهینه‌سازی شکل سازه‌ها مختصات قرارگیری نقاط کنترلی که مرز سازه را می‌سازند، می‌باشد. "شکل 3" یک طرح تصادفی از تیر طره "شکل 2" را نشان می‌دهد.

$$X_{i,j}^{(0)} = x_i^{\max} + \left(x_i^{\max} - x_i^{\min}\right) \times [\text{rand}]_{n\times nd} \quad i = 1,2,\dots,n \qquad (28)$$

$$V_{i,j}^{(0)} = 0 \;, i = 1,2,\dots,n \qquad (29)$$

که در آن $X_{i,j}^{(0)}$ مقدار اولیه‌ی j امین متغیر طراحی و یا به عبارت دیگر مختصات نقاط کنترلی در iامین طرح است، $x_i^{\max}$ کران بالای تغییرات متغیرهای طراحی، $x_i^{\min}$ کران پایین تغییرات متغیرهای طراحی، $[\text{rand}]_{n\times nd}$ یک ماتریس از اعداد تصافی در بازه‌ی [0,1] با ابعاد $(n \times nd)$ است که در آن n، تعداد طرح‌های اولیه و nd، تعداد متغیرهای طراحی (مختصات نقاط کنترلی) می‌باشد و $V_{i,j}^{(0)}$ سرعت اولیه‌ی j امین متغیر طراحی در iامین طرح می‌باشند.

2. تعیین مقدار تابع هدف (وزن) برای n طرح و مرتب کردن آنها بر اساس شایستگی آن‌ها که شایستگی هر طرح با بار الکتریکی که به آن طرح نسبت داده می‌شود ارتباط مستقیم دارد. اگر fitbest , fitworst، به ترتیب بهترین و بدترین مقدار تابع هدف برای n طرح پیشنهادی و $\text{fit}(i)$ مقدار وزن طرح iام باشد، مقدار بار الکتریکی هر طرح، به صورت زیر محاسبه خواهد شد:

$$q(i) = \frac{\text{fit}(i) - \text{fitworst}}{\text{fitbest} - \text{fitworst}} \quad i = 1,2,\dots,n \qquad (30)$$

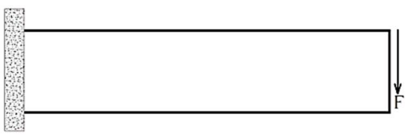

Fig. 2 Design Space

شکل 2 فضای طراحی

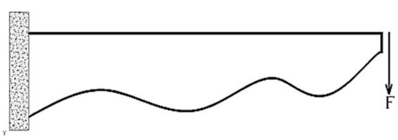

Fig. 3 A random design in the design space

شکل 3 یک طرح اولیه تصادفی از فضای طراحی

[1] Traction forces
[2] Body forces
[3] Design domain

3. ذخیره‌ی سازی 25 درصد از بهترین طرح‌ها (وزن‌ها) به همراه مقدار بار الکتریکی آن طرح‌ها [17].

مرحله دوم : **جستجو**

1. تعیین احتمال حرکت هر طرح به سمت طرح دیگر، در روش جستجوی ذرات باردار در صورت برقرار بودن یکی از دو شرط زیر، این احتمال برابر با یک و در غیر این صورت صفر می‌باشد.

$$P_{i,j} = \begin{cases} 1 & \text{اگر} \begin{cases} \dfrac{\text{fit}(i) - \text{fitbest}}{\text{fit}(j) - \text{fit}(i)} > \text{rand} \\ \text{یا} \\ \text{fit}(j) - \text{fit}(i) > 0 \end{cases} \\ 0 & \text{در غیر این صورت} \end{cases} \quad (31)$$

2. تعیین فاصله‌ی بین n ذره احتمالی به صورت زیر خواهد بود:

$$\text{r}_{i,j} = \frac{\left\| X_i - X_j \right\|}{\left\| \frac{(X_i + X_j)}{2} - X_{\text{best}} \right\| + \varepsilon} \quad (32)$$

که در این رابطه X_j ,X_i به ترتیب موقعیت iامین و jامین طرح، X_{best} موقعیت بهترین طرح در بین جمعیت موجود می‌باشد و ε عددی نزدیک به صفر برای جلوگیری از تکین شدن این کسر می‌باشد.

3. تعیین بردار نیروی برآیند برای یک طرح ($\mathbf{F}_j$):

در حقیقت نیروی F بردار برآیند نیروی تمامی طرح‌ها، روی یک طرح مشخص خواهد بود به‌طوری که هر طرح، یک کره‌ی باردار الکتریکی است که شعاع آن برای تمامی طرح‌ها یکسان بوده و به صورت رابطه (33) محاسبه می‌شود، (شکل4) (بردار برایند یک طرح):

$$a = 0.1 \times \max(\{x_i^{\max} - x_i^{\min} | i = 1,2,\ldots,n\}) \quad (33)$$

برای محاسبه‌ی بردار F هر طرح دو حالت در نظر گرفته می‌شود:

1. اگر فاصله‌ی دو طرح کمتر از شعاع کره‌ی باردار باشد،

2. اگر فاصله‌ی دو طرح بیشتر از شعاع کره‌ی باردار باشد، در هر دو صورت بردار نیرو به صورت رابطه (34) محاسبه خواهد شد:

$$\text{F}_j = q_i \sum_{i,i\neq j} \left(\frac{q_i}{a^3} \text{r}_{ij} . i_1 + \frac{q_i}{\text{r}_{ij}^2} . i_2\right) \cdot a \cdot \text{r}_{ij} \cdot P_{ij} \cdot (X_i - X_j) \quad \begin{cases} i = 1,2,\ldots,n \\ i_1 = 1, i_2 = 0 \Leftrightarrow \text{r}_{ij} < a \\ i_1 = 0, i_2 = 1 \Leftrightarrow \text{r}_{ij} \geq a \end{cases} \quad (34)$$

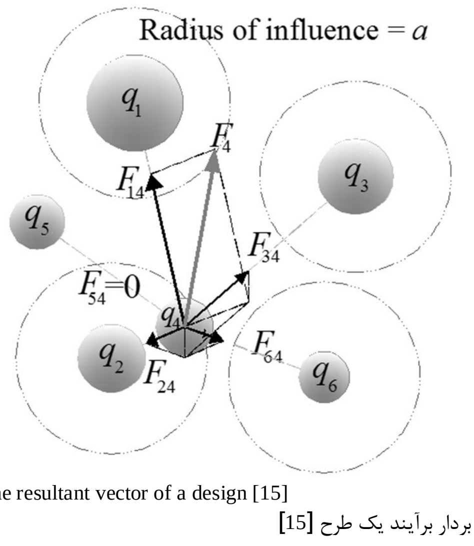

Fig. 4 The resultant vector of a design [15]

شکل 4 بردار برآیند یک طرح [15]

3. حرکت هر طرح به سمت موقعیت جدید و پیدا کردن سرعت جدید طرح‌ها "شکل 5" که در ادامه روابط مربوط آورده شده است.

$$X_{j,\text{new}} = \text{rand}_{j1} . K_a . \frac{\text{F}_j}{m_j} . \Delta t^2 + \text{rand}_{j2} . K_v . \text{V}_{j,\text{old}} . \Delta t + X_{j,\text{old}} \quad (35)$$

که در این رابطه rand_{j1} ,rand_{j2} اعداد تصادفی در بازه‌ی (0,1) می‌باشند، K_a ضریب شتاب جهت کنترل تاثیر نیروی وارد شده بر طرح‌ها می‌باشد. از آن‌جایی که K_a ضریبی مربوط به نیروهای جذب کننده است، انتخاب یک مقدار بزرگ برای این پارامتر باعث افزایش سرعت همگرایی شده و بالعکس یک مقدار کوچک برای این پارامتر می‌تواند باعث افزایش زمان محاسباتی شود، در حقیقت K_a پارامتری برای کنترل توانایی اکتشاف الگوریتم است، بنابراین انتخاب یک تابع افزایشی می‌تواند باعث بهبود عملکرد الگوریتم گردد، که به صورت رابطه (36) تعریف می‌شود:

$$K_a = 0.5 \times \left(1 + \frac{\text{iter}}{\text{iter}_{\max}}\right) \quad (36)$$

در رابطه بالا iter شماره‌ی تکرار فعلی و $\text{iter}_{\max}$ تعداد کل تکرارها است، m_j جرم طرح jام است که برابر با q_j در نظر گرفته می‌شود، Δt گام زمانی برابر یک است و K_v ضریب سرعت که برای کنترل سرعت قبلی است. از آن‌جایی که جهت سرعت قبلی یک طرح لزوما هم جهت نیروی برآیند نیست، بنابراین می‌توان نتیجه گرفت که ضریب سرعت K_v توانایی استخراج را کنترل می‌کند و می‌توان یک تابع کاهشی را انتخاب کرد.

$$K_v = 0.5 \times \left(1 - \frac{\text{iter}}{\text{iter}_{\max}}\right) \quad (37)$$

$\text{V}_{j,\text{old}}$ در تکرار اول برابر با صفر و در تکرارهای دیگر از رابطه (38) محاسبه می‌گردد.

$$\text{V}_{j,\text{new}} = \frac{X_{j,\text{new}} - X_{j,\text{old}}}{\Delta t} \quad (38)$$

که در این رابطه $X_{j,\text{new}}$،$X_{j,\text{old}}$ به ترتیب موقعیت قبلی و فعلی ذره می‌باشد که در "شکل 5" نمایش داده شده است.

4. در صورتی که هر طرح از فضای جستجوی مجاز تجاوز کند موقعیت آن مجددا به مرزهای مسئله باز می‌گردد.

5. تعیین و مقایسه مقادیر وزن طرح‌های جدید و مرتب کردن آن‌ها بر اساس بار الکتریکی مربوط به هر طرح

7. اگر تعدادی از بردارهای جدید از بدترین بردارهای درون حافظه طرح‌ها بهتر بودند این طرح‌های جدید جایگزین طرح‌های بدتر در حافظه می‌گردند، این کار سبب می‌شود تا طرح‌ها به سمت طرح بهینه هدایت شوند.

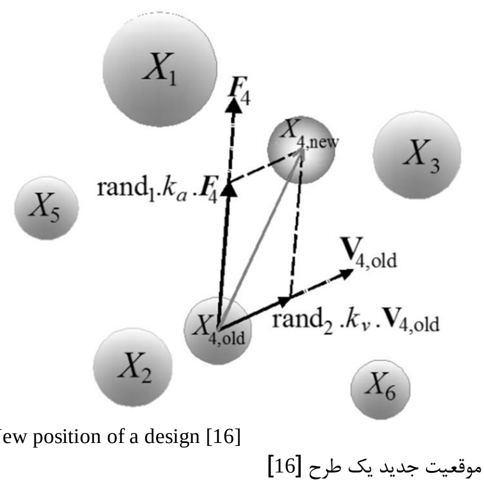

Fig. 5 New position of a design [16]

شکل 5 موقعیت جدید یک طرح [16]

[DOR: 20.1001.1.10275940.1395.16.5.14.5]

مرحله سوم: کنترل معیار توقف

در صورتی که یکی از شرایط زیر برقرار باشد، عمل بهینه‌یابی متوقف می‌شود.

1. حداکثر تعداد تکرار: فرایند بهینه‌یابی پس از تعداد مشخصی تکرار متوقف می‌شود.

2. تعداد تکرارهای بدون بهبود در طرح: فرایند بهینه‌یابی پس از تعداد مشخصی تکرار بدون هیچ گونه بهبود در طرح‌های به دست آمده متوقف می‌شود.

3. اگر تفاوت میان مقدار تابع شایستگی (براساس وزن یا بار الکتریکی) بهترین و بدترین طرح، از یک مقدار مشخصی کمتر شود، عمل بهینه‌یابی متوقف می‌شود.

به منظور نمایش خلاصه روش سیستم جستجوی ذرات باردار شده، مراحل الگوریتم در "شکل 6" رسم شده است.

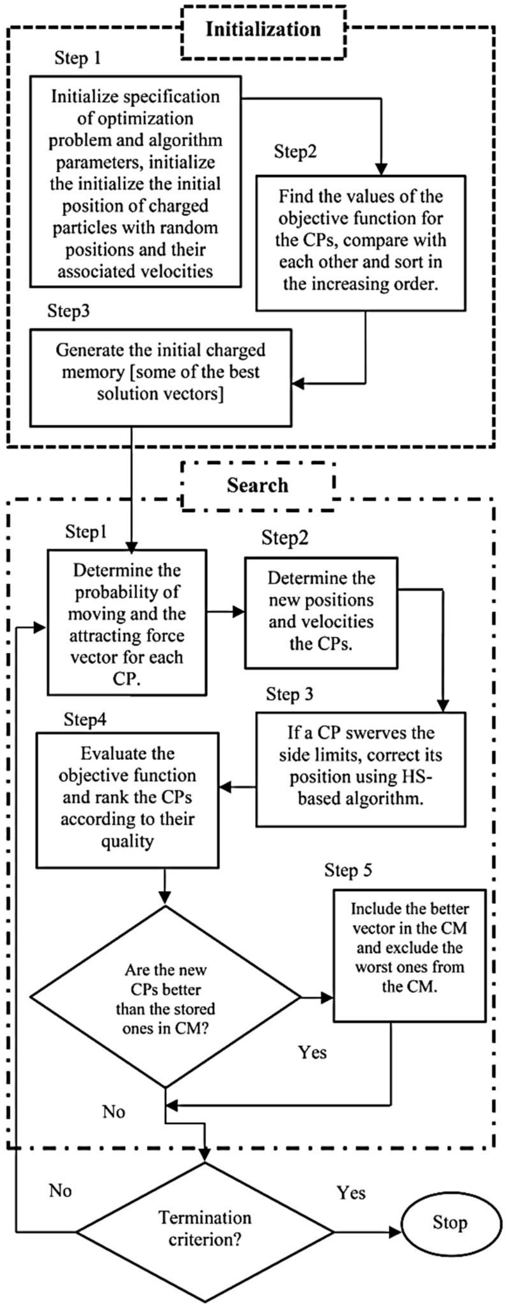

Fig. 6 Charged System Search (CSS) algorithm [16]

شکل 6 فلوچارت الگوریتم سیستم جستجوی ذرات باردار شده [16]

5- مطالعه‌ی موردی

5-1- مثال تیر طره

در این مثال یک تیر طره به همراه بار نقطه‌ای در انتهای آزاد تیر و در قسمت گوشه‌ی بالای تیر وارد می‌شود "شکل 7" (طرح اولیه در مثال 5-1). مقدار نیرو، ضریب پواسون و مدول الاستیسیته به ترتیب 300kgf، 0.15 و kg/cm^2 1500 می‌باشد. تابع هدف، کمینه کردن وزن و تحت قید تنش فون‌میسز حداکثر برابر با $4000\ kg/cm^2$ می‌باشد. نقاط کنترلی مختلفی که در مراحل بهینه‌سازی شکل استفاده شده است شامل نقاط کنترلی وابسته، متغیر و ثابت می‌باشند. نقاط کنترلی وابسته، نقاطی هستند که با توجه به تغییرات نقاط کنترلی متغیر (متغیرهای طراحی) در حین بهینه‌سازی به صورت تعریف شده تغییر می‌کنند. تعداد متغیرهای طراحی برابر 6 در نظر گرفته شده است. در هر دو جهت مدل، از فضای زیر دامنه نربز مرتبه دو استفاده شده است. تعداد کل نقاط کنترلی نیز برابر 18 است. بردارهای گرهی به صورت زیر تعریف می‌شوند:

$$\xi = \{0,0,0,0.25,0.5,0.75,1,1,1\} \tag{39}$$

$$\eta = \{0,0,0,1,1,1\} \tag{40}$$

در "شکل 8" روند بهینه‌سازی شکل تیر طره به دو روش سیستم جستجوی ذرات باردار و روش برنامه‌ریزی درجه دوم متوالی[1] نشان داده شده است. همچنین طرح بهینه تیر طره به همراه کانتور تنش فون میسز در روش سیستم جستجوی ذرات باردار در "شکل 9" و در روش برنامه‌ریزی درجه دوم متوالی در "شکل 10" ارائه شده‌اند.

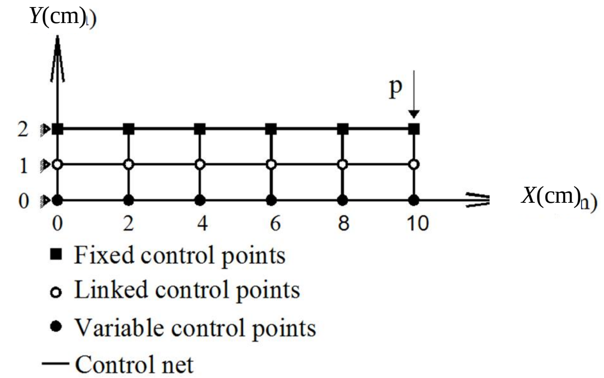

Fig. 7 Initial design for example 5-1

شکل 7 طرح اولیه در مثال 5-1

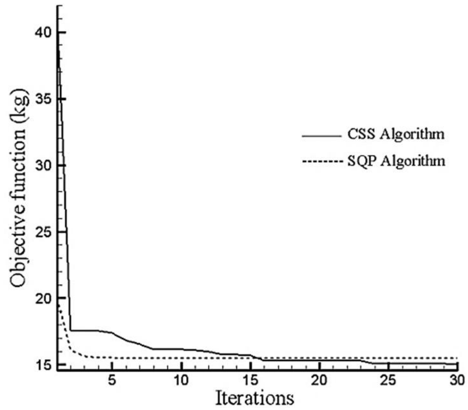

Fig. 8 Iteration history for example 5-1

شکل 8 روند بهینه‌سازی شکل تیر طره در مثال 5-1

[1] Sequential Quadratic Programming (SQP)

[DOR: 20.1001.1.10275940.1395.16.5.14.5]

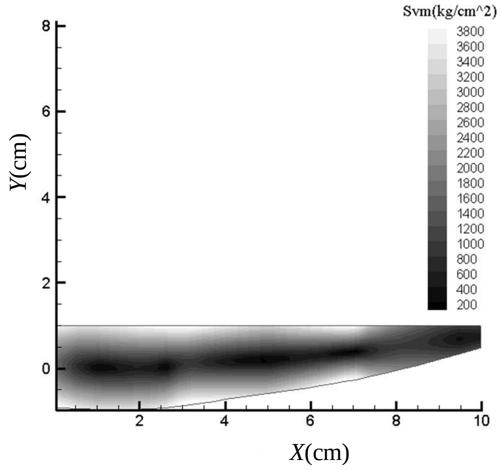

Fig. 9 von Mises stress Contours with optimum shape

شکل 9 طرح بهینه به همراه کانتور تنش آن

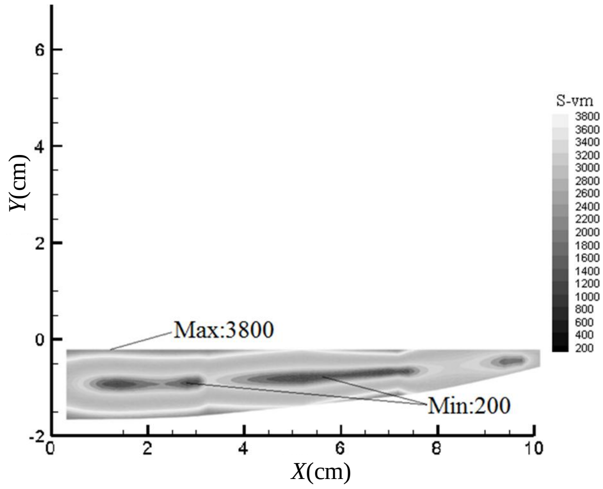

Fig. 10 von Mises stress contour (kg/cm^2) [13]

شکل 10 کانتور تنش فون‌میزس در مرجع [13] (kg/cm^2)

وزن به دست آمده از الگوریتم جستجوی ذرات باردار و روش برنامه‌ریزی درجه‌ی دوم متوالی به ترتیب 14.999 و 15.50 می‌باشد که در حدود 3.232 درصد در روش جستجوی ذرات باردار نسبت به روش برنامه‌ریزی درجه‌ی دوم متوالی بهبود مشاهده می‌شود. ممکن است علت این امر را بتوان به قابلیت الگوریتم‌های فراابتکاری در مقایسه با روش‌های ریاضی و امکان فرار از بهینه‌های محلی نسبت داد.

5-2- مثال آچار

آچاری به طول 10 cm و با سایز نیم بولت 0.8 cm بررسی شده است. با توجه به تقارن مسئله نصف آچار مدل شده است. شکل اولیه فضای مسئله به وسیله یک زیردامنه مطابق "شکل 11" مدل شده است. مولفه‌ی قائم موجود بر روی مرز بالایی آچار، به عنوان متغیر طراحی در نظر گرفته شده است. به غیر از نقاط روی مرز بولت و نقاط روی مرز پایینی سایر نقاط به متغیرهای طراحی وابسته شده‌اند. حداکثر مقدار برای مولفه‌ی قائم نقاط طراحی دو فرض شده -است. حداکثر تنش فون‌میسز 1200 kg/cm^2 در نظر گرفته شده است. لازم به ذکر است بار وارده به‌صورت چهار بار نقطه‌ای P=10 kgf مطابق "شکل 11" وارد شده است.

روند بهینه‌سازی مسئله آچار در هر دو روش سیستم جستجوی ذرات باردار و برنامه‌ریزی ریاضی درجه دوم متوالی در "شکل 12" ارائه گردیده است. کانتور تنش جواب به‌دست آمده از الگوریتم ذرات باردار را می‌توان در "شکل 13" مشاهده نمود.

از مقایسه نتایج به دست آمده از الگوریتم جستجوی ذرات باردار با نتایج مرجع [14] نتیجه می‌شود که وزن بهینه در مرجع یاد شده برابر با 9.00 می-باشد که در حدود 2.778 درصد خطا دارد. وزن کمینه در الگوریتم جستجوی ذرات باردار برابر با 9.25 می‌باشد. کانتور تنش طرح بهینه مسئله آچار در مرجع [18]، در "شکل 14" نمایش داده شده است.

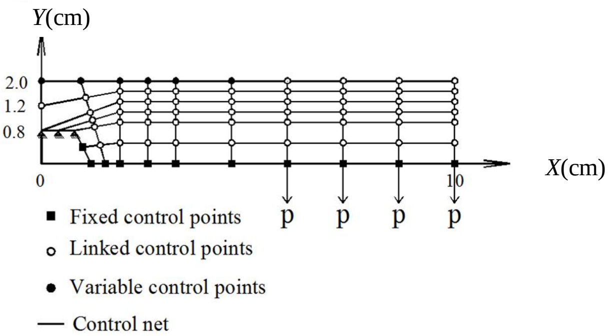

Fig. 11 Initial design for example 5-2

شکل 11 طرح اولیه‌ی مثال 5-2

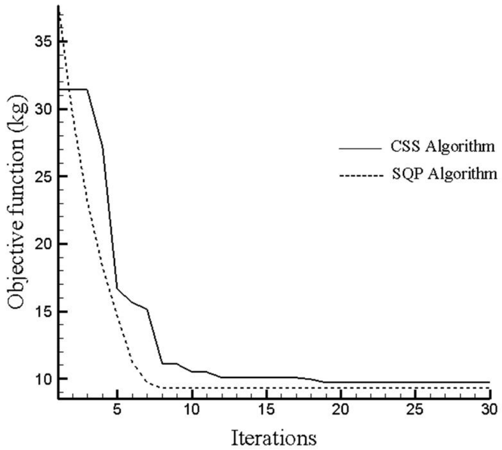

Fig. 12 Iteration history for spanner example

شکل 12 روند بهینه‌سازی در مسئله آچار

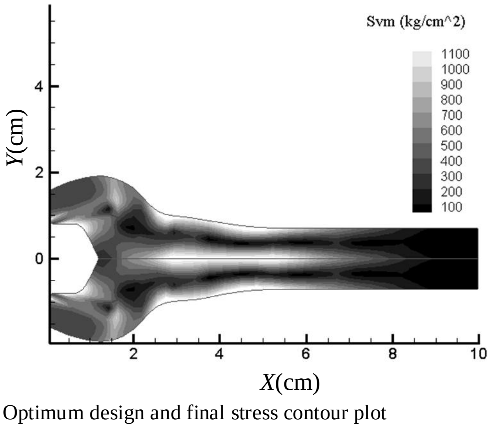

Fig.13 Optimum design and final stress contour plot

شکل 13 طرح بهینه آچار و کانتور تنش نهایی

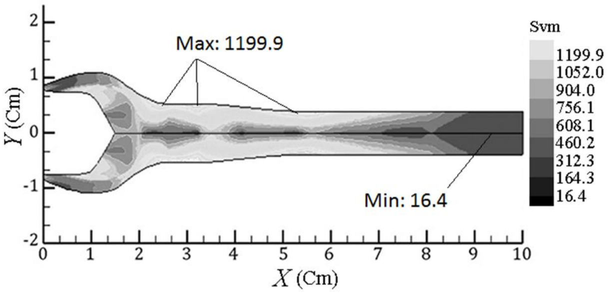

Fig. 14 Optimum shape and von Mises stress contours of spanner (kg/cm^2) [14]

شکل 14 کانتور تنش برای طرح بهینه آچار در مرجع [14] (kg/cm^2)

5-3- مثال فیلت دوبعدی

هندسه‌ی شکل با استفاده از 65 نقطه کنترلی مدل شده است. شکل از سه زیر دامنه تشکیل شده است. مدول الاستیسیته و ضریب پواسون به ترتیب $10e7$ kg/cm^2 و 0.30 می‌باشد و بارگذاری بر روی لبه‌ی انتهائی سمت راست به مقدار P=90 kgf انجام شده است تا بار گسترده‌ای به میزان 100 kg/cm را ایجاد کند. نقاط کنترلی متغیر، با استفاده از پیکان بر روی "شکل 15" نمایش داده شده است و تنها در راستای قائم حرکت می‌کنند.

روند بهینه‌سازی و نیز کانتور تنش جواب بدست آمده از الگوریتم ذرات باردار، به ترتیب در "شکل 16" و "شکل 17" نشان داده شده‌اند. وزن بهینه در این مثال 138.134 kg بدست آمده است.

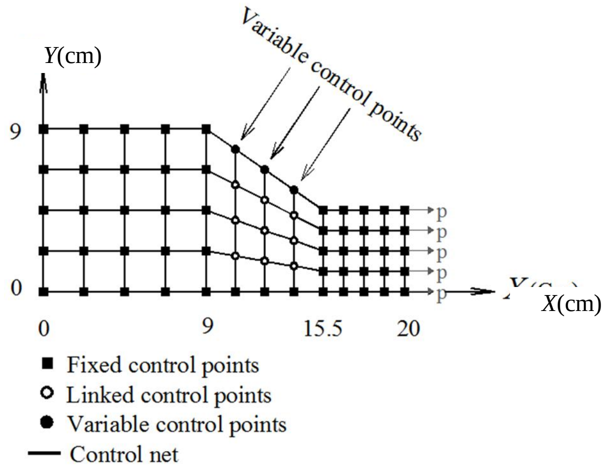

Fig. 15 Design variables for two-dimensional fillet example

شکل 15 نمایش متغیرهای طراحی در مسئله فیلت دوبعدی

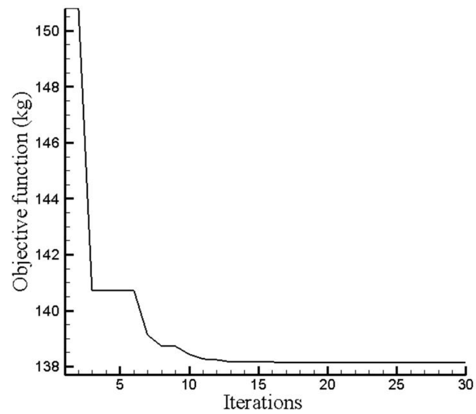

Fig. 16 Iteration history for two-dimensional fillet example

شکل 16 روند بهینه‌سازی فیلت دوبعدی

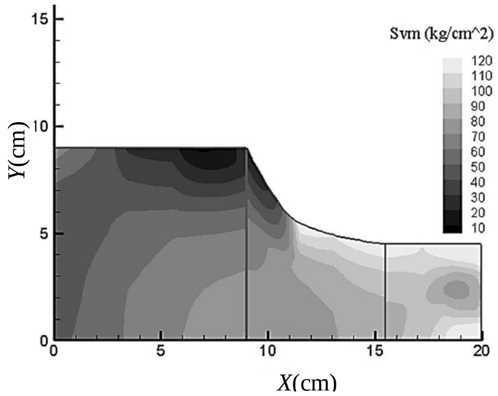

Fig.17 von Mises stress Contours and optimum boundaries

شکل 17 کانتورهای تنش فون‌میسز برای فیلت دوبعدی

وزن بهینه در مرجع [20]، که از روش ریاضی المان مرزی ایزوژئومتریک[1] برای بهینه‌سازی استفاده کرده است، برابر با 138.8776 kg می‌باشد که در روش سیستم جستجوی ذرات باردار وزن بهینه حدود 0.5 درصد بهبود یافته است. مقادیر متغیرهای طراحی (عرض از مبدا نقاط کنترلی متغیر نشان داده شده در شکل 15) در مرجع یاد شده و همچنین روش سیستم جستجوی ذرات باردار به ترتیب در جدول 1 و جدول 2 درج شده‌اند. در شکل 18 طرح بهینه فیلت دوبعدی برای دو روش نمایش داده شده است.

جدول 1 متغیرهای طراحی در روند بهینه سازی فیلت در مرجع [20]

Table 1 Design variables in fillet optimization procedure [20]

متغیر طراحی	مقدار اولیه	مقدار نهایی
y_1	5.625	4.8120
y_2	6.750	5.2156
y_3	7.875	6.1940

جدول 2 متغیرهای طراحی مثال فیلت در روش سیستم جستجوی ذرات باردار

Table 2 Design variable in fillet optimization procedure in CSS

متغیرهای طراحی	مقدار اولیه	مقدار نهایی
y_1	5.625	4.7149
y_2	6.750	5.1359
y_3	7.875	5.8537

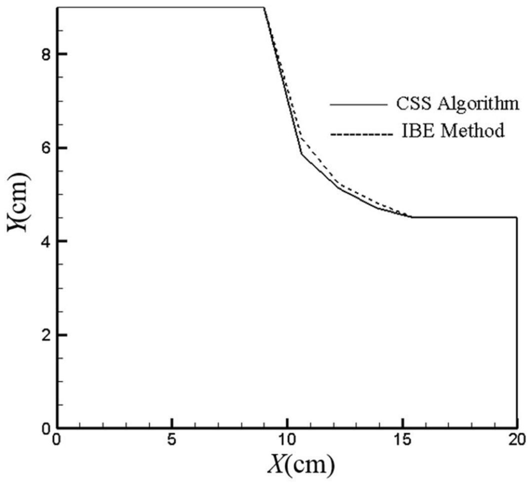

Fig. 18 Optimal design of the fillet [20]

شکل 18 طرح بهینه فیلت دوبعدی در مرجع [20]

[1] Isogeometric Boundary Element method (IB○E)

[DOR: 20.1001.1.10275940.1395.16.5.14.5]

5-4- مثال تیر دو سرگیردار

یک تیر دوسرگیردار به همراه بار گسترده در لبه‌ی بالایی تیر همانند شکل 19 در نظر گرفته شده است. مقدار نیرو، ضریب پواسون و مدول الاستیسیته به ترتیب 180 kg/cm، 0.15 و 1500 kg/cm^2 می‌باشد. تابع هدف کمینه کردن وزن تحت قید تنش فون‌میسز حداکثر برابر با 4000 kg/cm^2 می‌باشد. پارامترهای مدل‌سازی اولیه نظیر تعداد نقاط کنترلی و فواصل آن‌ها در این مثال مشابه مثال 1-5 در نظر گرفته شده است.

روند بهینه‌سازی و نیز کانتور تنش جواب به دست آمده از الگوریتم ذرات باردار، به ترتیب در "شکل 20" و "شکل 21" نشان داده شده‌اند. وزن کمینه برابر با 8.153 می‌باشد. جواب "شکل 21" نشان‌دهنده لزوم داشتن مقطع قویتر در تکیه‌گاه‌ها است که از نظر مهندسی با توجه به بیشتر بودن مقادیر لنگر در تکیه‌گاه‌ها قابل توجیه است.

6- نتایج

در این مقاله، بهینه‌سازی شکل سازه‌های دوبعدی با استفاده از روش آیزوژئومتریک و جستجوی ذرات باردار انجام شده است که در آن وزن سازه و محدودیت تنش‌ها به ترتیب به‌عنوان تابع هدف و قیود طراحی در نظر گرفته شده‌اند. الگوریتم جستجوی ذرات باردار از دسته‌ی روش‌های فراابتکاری است که مهمترین ویژگی این الگوریتم‌ها را می‌توان در ماهیت احتمالاتی و عدم نیاز به حدس اولیه‌ی مناسب خلاصه نمود. مورد اخیر را می‌توان یکی از چالش‌های مهم و اساسی در مسائل مهندسی دانست. این روش‌ها و به

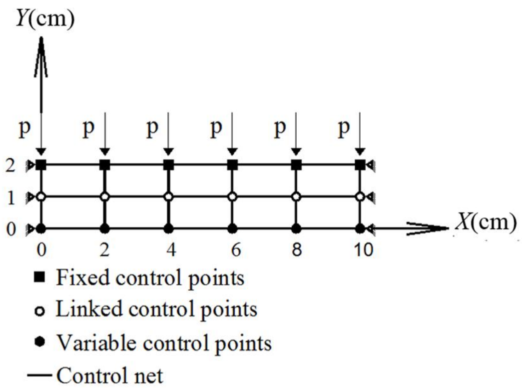

Fig. 19 Initial design of a clamped beam

شکل 19 شکل اولیه‌ی تیر دو سرگیردار

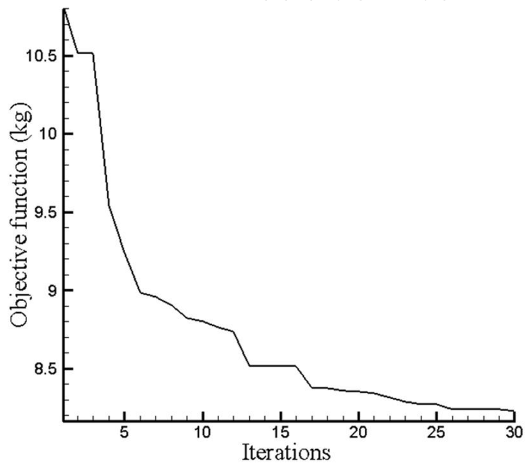

Fig. 20 Iteration history for the clamped beam

شکل 20 روند بهینه‌سازی شکل تیر دوسرگیردار

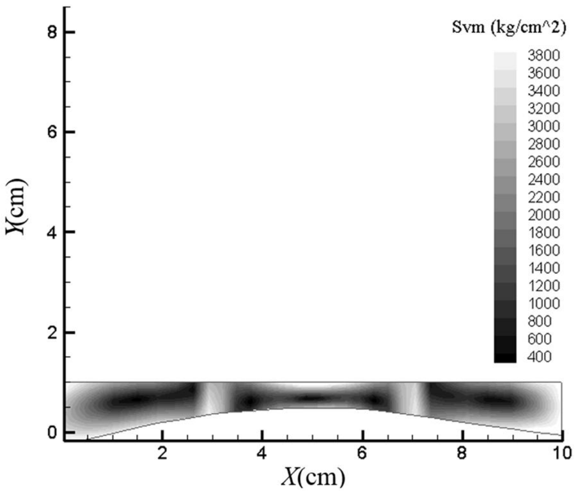

Fig. 21 von Mises stress Cantours with optimum shape

شکل 21 طرح بهینه به همراه کانتور تنش تیر دوسرگیردار

خصوص الگوریتم ذرات باردار، بدون اطلاعات گرادیانی قادر به یافتن جواب-های نزدیک به بهینه برای مسائل پیچیده از نظر فضای طراحی می‌باشند. در این مقاله با نشان دادن چند مثال عددی کارایی این روش در مسائل بهینه-سازی شکل سازه‌ها بررسی شد و با مقایسه این روش با روش‌های برنامه‌ریزی ریاضی ضمن صحت‌سنجی الگوریتم، نتایج قابل قبولی از روش سیستم جستجوی ذرات باردار بدست آمد. در این تحقیق از روش آیزوژئومتریک برای تحلیل سازه به جای روش اجزای محدود استفاده گردید و از همان توابع پایه اسپلاین که در تحلیل استفاده می‌شود برای مدل‌سازی مرزها استفاده شد، بنابراین در هر مرحله از بهینه‌سازی با تغییر مرزها مدل تحلیل نیز تغییر کرده و نیازی به بازتولید شبکه تحلیل نیست.

7- مراجع

[1] P. Kagan, A. Fischer, PZ. Bar–Yoseph, New B– spline finite element approach for geometrical design and mechanical analysis, *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, Vol. 41 , No. 3, pp. 435-458, 1998.

[2] K. HÖllig, U. Reif, J. Wipper, Weighted extended B-spline approximation of dirichlet problems, *SIAM Journal on Numerical Analysis*, Vol. 39, No. 2, pp. 442-462, 2001.

[3] TGR. Hughes, JA. Cottrell, Y. Bazilevs, Isogeometric analysis: CAD, finite elements, NURBS, exact geometry and mesh refinement, *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, Vol. 194, No. (39-41), pp. 4135-4195, 2005.

[4] Y. Bazilevs, VM. Calo, JA. Cottrell, TJR. Hughes, A. Reali, G. Scovazzi, Variational multiscale residualbased turbulence modeling for large eddy simulation of incompressible flows, *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, Vol. 197, No. (1-4), pp. 173-201, 2007.

[5] Y. Bazilevs, VM. Calo, TJR. Hughes, Y. Zhang, Isogeometric fluid–structure interaction: theory, algorithms, and computations, *Computational Mechanics*, Vol. 43, No. 1, pp. 3-37, 2008.

[6] F. Auricchio, L. Beirao da Veiga, C. Lovadina, A. Reali, The importance of the exact satisfaction of the incompressibility constraint in nonlinear elasticity: mixed FEMs versus NURBS-based approximations, *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, Vol. 199, No. (5-8), pp. 314-323, 2010.

[7] DJ. Benson, Y. Bazilevs, M.C. Hsu, TJR. Hughes, Isogeometric shell analysis: the Reissner–Mindlin shell, *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, Vol. 199, No. (5-8), pp. 276-289, 2010.

[8] A. Buffa, J. Rivas, G. Sangalli, R. Vazquez, *Isogeometric analysis in electromagnetics: theory and testing*. Technical Report Pubblicazione: Istituto di Matematica Applicata e Tecnologie Informatiche (I.M.A.T.I)-C.N.R, 13PV10/13/0, 2010.

[9] A. Buffa, G. Sangalli, R. Vazquez, Isogeometric analysis in

[DOR: 20.1001.1.10275940.1395.16.5.14.5]

[15] F. Abbasi Parizad, B. Hassani, H. GhasemnejadMoghari, Optimization of free form shells under stress constraint and using B-Spline functions, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 14, No. 16, pp. 190-200, 2015 (in Persian فارسی)

[16] A. Kaveh, S. Talatahari, A novel heuristic optimization method: charged system search, *Acta Mechanica*, Vol. 213, No. 3, pp. 267-289, 2010.

[17] A. Kaveh, S. Talatahari, Optimization of large-scale truss structures using modify charged system search, *International journal of optimization civil engineering*, Vol. 1, No. 1, pp. 15-28, 2011.

[18] D.F. Rogers, *An introduction to NURBS*, pp. 44-143, San Francisco, CA, USA: Morgan Kaufmann Publishers, 2001.

[19] L. Piegl, W. Tiller, *The NURBS book*, Second Edittion, pp. 47-116, Springer-Verlag, New York, 1997.

[20] H. Lian, R.N. Simpson, S.P.A Bordas, P.Kerfriden, *Shape sensitivity analysis and optimization using isogeometric boundary element methods in two dimensional linear Elasticity*, Accessed on 15 March 2014; http://hdl.handle.net/10993/16043

electromagnetics: Bsplines approximation, *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, Vol. 199 , No. (17-20), pp. 1143-1152, 2010.

[10] JA. Cottrell, TJR. Hughes, Y. Bazilevs, *Isogeometric analysis: toward integration of CAD and FEA*, pp. 19-32, New York: John Wiley, 2009.

[11] S.S. Rao, *Optimization–theory and applications*, Second Edittion, pp. 1-6, New Delhi: New Age International, 1995.

[12] O.C. Zienkiewicz, J.S Campbell, *Shape optimization and sequential linear programming. In: Optimum structural design, theory and applications* (eds. R.H. Gallagher & O.C.Zienkiewicz), Wiley and Sons, London, pp. 109-126, 1973.

[13] B. Hassani, M. Khanzadi, S.M. Tavakkoli, N.Z. Moghadam, Isogeometric shape optimization of three dimensional problems, *8th World Congress on Structural and Multidisciplinary Optimization*, June 1-5, Lisbon, Portugal, 2009.

[14] B. Hassani, S. M. Tavakkoli, N.Z. Moghadam, Application of isogeometric analysis in structural shape optimization, *Scientia Iranica*, Vol. 18, No. 4, pp. 846-852, 2011.