

http://mme.modares.ac.ir

se sulo

مقاله پژوهشی کامل تاریخ دریافت ۹۱/۱۰/۶ تاریخ پذیرش ۹۱/۱۲/۱۶ ارائه در سایت ۹۲/۶/۳۰

# کنترل نوسانات فشار در روش SPH برای شبیهسازی جریان اطراف استوانه

مهر ۱۳۹۲، دوره ۱۳ شماره ۷ صص ۳۲–٤٤

على طيبى'، بهزاد قديرى دهكردى أله، مهرداد تقىزاده منظرى آ

مجله علمی پژوهشر

۱- دانشجوی دکتری مهندسی مکانیک، دانشگاه تربیت مدرس، تهران

۲- استادیار مهندسی مکانیک، دانشگاه تربیت مدرس، تهران

۳- استاد مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی شریف، تهران

\* تهران، صندوق پستی ۱۴۱۱۵، ghadirib@modares.ac.ir

چکیده- روش SPH یک روش ذرهای و کاملاً لاگرانژی بوده که بدون استفاده از شبکه به حل میدان محاسباتی می پردازد. از مشکلات عمدهٔ روش SPH تراکم پذیر ضعیف، تولید نوسانات فشار در میدان محاسباتی می باشد. در این تحقیق با اضافه کردن جملهای تحت عنوان دیفیوژن چگالی به معادلهٔ پیوستگی، نوسانهای چگالی و در نتیجه فشار تا حد زیادی کنترل می شوند. برخلاف روش های مبتنی بر شبکه، جدایی جریان از روی سطح و شرط مرزی جریان ورودی/خروجی، از موارد چالشی روش SPH می باشند. برای غلبه بر این مشکلات، الگوریتمی مناسب برای اعمال شرط مرزی جریان ورودی/خروجی، از موارد چالشی روش SPH می باشند. برای غلبه بر این مشکلات، الگوریتمی مناسب برای اعمال شرط مرزی جریان ورودی/خروجی، از موارد چالشی روش SPH می باشند. برای غلبه بر این مشکلات، الگوریتمی مناسب برای اعمال شرط مرزی جریان ورودی/خروجی و نیز طرح جابجایی ذرات در شبیه سازی جریان اطراف استوانه استفاده می شود. مقایسه نتایج این تحقیق با ماراف مرزی جریان ورودی/خروجی از موارد چالشی روش SPH می باشند. برای غلبه بر این مشکلات، الگوریتمی مناسب برای اعمال شرط مرزی جریان ورودی/خروجی از موارد چالشی روش SPH می می می باشند. برای خلبه بر این مشکلات، الگوریتمی مناسب برای اعمال شرط مرزی جریان ورودی/خروجی و نیز طرح جابجایی ذرات در شبیه ازی جریان اطراف استوانه استفاده می شود. مقایسه نتایج این تحقیق با مراجع مختلف، عملکرد خوب روش پیشنهادی در کاهش نوسانات فشار و همچنین حل مسائل حاوی مرز باز و جدایی جریان از سطح را نشان می دهد.

كليدواژگان: SPH، پخش چگالی، جريان ورودی/خروجی، جابجايی ذرات، استوانه.

# **Control of pressure fluctuations in SPH method for simulation of flow past a cylinder**

A. Tayebi<sup>1</sup>, B. Ghadiri Dehkordi<sup>2\*</sup>, M.T. Manzari<sup>3</sup>

1- PhD. Candidate, Mech. Eng., Tarbiat Modares Univ., Tehran, Iran

2- Assist. Prof., Mech. Eng., Tarbiat Modares Univ., Tehran, Iran

3- Prof., Mech. Eng., Sharif Univ., Tehran, Iran

\* P.O.B. 14115 Tehran, Iran. ghadirib@modares.ac.ir

**Abstract**- Smoothed particle hydrodynamics (SPH) is a fully Lagrangian particle method which solves a problem without using any mesh or grid. Pressure fluctuation is one of the main drawbacks of the weakly compressible SPH (WCSPH) method that leads to an inaccurate pressure distribution. In the present work, a diffusive term is added to the continuity equation to suppress the density and consequently pressure fluctuations. In contrast to the mesh-based methods, flow separation and inflow/outflow boundary conditions are two challenging issues in the SPH method. To overcome these problems, a new algorithm for inflow/outflow boundary condition as well as a particle shifting method is utilized for simulation of flow past a cylinder. Comparing the results with those of literature, it is shown that the method is capable to decrease the pressure fluctuations and solve problems including open boundaries as well as flow separation.

Keywords: SPH, Density Diffusion, Inflow/Outflow, Particle Shifting, Cylinder.

#### ۱– مقدمه

در سالهای اخیر، نسل جدیدی از روشهای دینامیک محاسباتی تحت عنوان "روشهای بدون شبکه" به طور وسیعی مورد مطالعه و تحقیق قرار گرفتهاند. یکی از روشهای بدون شبکهای که برای هر دو بخش مکانیک سیالات و جامدات مورد استفاده قرار گرفته، روش SPH میباشد. مبنای این روش بهدست آوردن حل عددی معادلات دینامیک سیال به کمک جایگزینی سیال با یک دستگاه از ذرات است. ذرات SPH از نظر ریاضیاتی، نقاطی برای محاسبه خواص سیال و از نظر فیزیکی، ذراتی مادی هستند که همانند هر دسته ذره طبیعی رفتار میکنند [1]. این روش برای نخستین بار در سال ۱۹۷۷ رفتار میکنند [1]. این روش برای نخستین بار در سال ۱۹۷۷ مکانیک وارد گردید. به دلیل امتیازات ویژهای که این روش در مدل سازی سطوح آزاد، تغییر شکلهای بزرگ، جریانهای با همرفتی غالب<sup>۱</sup> و غیره دارد، حوزه کاربرد آن به سرعت در حال گسترش است.

شکستن پیوند بین سرعت و فشار در معادلهٔ ناویر-استوکس و اعمال تراکمناپذیری در این روش با دو دیدگاه متفاوت انجام میشود و در واقع نقطهٔ تمایز روشهای زیرمجموعه SPH است. در روش اول سیال تراکمناپذیر به صورت یک سیال با تراکمپذیری ضعیف در نظر گرفته شده و در نتیجه معادلهٔ پیوستگی برای حالت سیال تراکمپذیر به همراه یک معادلهٔ پیوستگی برای حالت سیال تراکمپذیر به ممراه یک معادلهٔ خالت استفاده میشود؛ به این روش مومنتم و پیوستگی، یک معادلهٔ پواسون برای فشار بهدست آورده و فشار را از طریق این معادله محاسبه میکنند؛ به این روش <sup>۲</sup>ISPH گفته میشود. جزئیات بیشتری از این روش را به این روشها امتیازات و معایب مخصوص به خود را دارند. در تحقیق حاضر از روش WCSPH استفاده میشود.

متاسفانه، روش WCSPH با وجود مزایایی که دارد یک ضعف اساسی نیز دارد؛ تولید میدان فشار نوسانی از مشکلات اساسی این روش است [۶] که در مسائل اندرکنش سازه و سیال که مقدار نیرو مهم میباشد، بسیار مشهود میشود.

رامحل های مختلفی برای غلبه بر این نقطه ضعف در طی سالیان گذشته پیشنهاد شده است؛ فیلتر کردن چگالی با استفاده از ریشه متوسط مربعات<sup>۳</sup> که توسط مرجع [۷] پیشنهاد شده نتایج را بهبود میدهد ولی در شبیهسازیهای با زمان طولانی باعث انبساط حجم کل سیستم می شود [۸]. استفاده از حل کننده ریمن أنیز توسط مرجع [۹] پیشنهاد شده که از نظر کیفی جوابھای خوبی بهدست دادہ ولے از نظر کمی نتایج قابل اعتمادی تولید نمی کند. با بهره گیری از تئوری حل کننده ریمن، فراری و همکاران [۱۰] جملـهٔ پخشـی<sup>۵</sup> عـددی تعریـف کرده و در معادلهٔ پیوستگی اعمال کردند؛ این جمله نوسان های فشار را کاهش میدهـد ولـی از طرفـی بـرای حـل مسـائل هیدرواستاتیک سازگار نبوده و باعث حرکتهای غیرفیزیکی ذرات سیال میشود. با استفاده از ایده هممکانی در روشهای مبتنی بر شبکه، فاتحی و منظری [۱۱] جملهای تولید کرده و به معادلهٔ پیوستگی اضافه کردند. جملهٔ افزوده شده که نقش یک فیلتر را برای چگالی بازی میکند، باعث کاهش نوسانات فشار میشود ولی اعمال آن کمی پیچیده است. با ایده گرفتن از تعريف جملة لزجت مصنوعي موناهان، مولتني و كولاگروسي [۱۲] جملهای تحت عنوان پخش چگالی تعریف کردند که در تحقیقی دیگر توسط آنتونو و همکاران [۱۳] اصلاحاتی بر روی آن انجام شده است. با ایده گرفتن از جمله ارائه شده در مراجع [۱۳،۱۲]، در تحقیق حاضر، جملهٔ پخس چگالی در سیستم معادلات اصلى ناوير - استوكس اعمال مى شود. لازم به ذكر است که در هر دو مرجع ذکر شده، جملهٔ لزجت واقعی در معادلهٔ مومنتم با جملة لزجت مصنوعي موناهان جايگزين و جملة یخش چگالی در معادلهٔ پیوستگی بکار گرفته شده است؛ در حالی که در تحقیق حاضر، جملهٔ پخش چگالی در حضور لزجت واقعي و بدون لزجت مصنوعي در سيستم معادلات اعمال مىشود.

یکی از مشکلات عمومی روشهای بدون شبکه، نحوه اعمال شرایط مرزی مختلف است. روش SPH نیز مستثنی نبوده و همچنان تحقیقاتی در جهت بهبود روش های اعمال شرایط مرزی در این روش در حال انجام است. یکی از شرایط مرزی چالشبرانگیز در روش SPH، شرط مرزی جریان

٣٣

Downloaded from mme.modares.ac.ir on 2024-04-30

<sup>1.</sup> Convective Dominated Flows

<sup>2.</sup> Incompressible SPH

<sup>3.</sup> Mean Least Squares (MLS)

<sup>4.</sup> Riemann solver

<sup>5.</sup> Diffusion

ورودی/خروجی میباشد. این شرط مرزی با وجود سادگی در روشهای مبتنی بر شبکه، در روشهای بدون شبکه مثل SPH به ندرت استفاده شده است. مشکلات مربوط به تزریق و حذف ذرات از ناحیه محاسباتی با نرخی سازگار، باعث شده که روش SPH به مسائل مرز بسته و مرز پریودیک محدود شود. در اواخر سال ۲۰۱۰ میلادی الگوریتمی توسط فدریکو [۱۴] ارائه شده که روش SPH را روشی قابل کاربرد برای مسائل مـرز بـاز میکند. در این الگوریتم که جزئیات آن در بخش های بعدی توضيح داده مي شود، با تعريف دو ناحيه اضافي در خارج از میدان محاسباتی، شرط مرزی جریان ورودی اخروجی به درستی اعمال میشود. در همین راستا در تحقیق حاضر، با بکارگیری این شرط مرزی جریان اطراف یک استوانه در رینولدزهای مختلف بررسی میشود.

بررسی جریان اطراف یک استوانه دایرهای مبنای بسیاری از تحقيقات ١٠٠ ساله اخير بوده است [١۵]. رژيم اطراف استوانه اولین بار توسط روشکو در سال ۱۹۵۵ با ارائه رابطهای بین عدد رینولدز و استروهال بررسی و در سال ۱۹۸۸ و ۱۹۹۶ بوسیله ویلیامسون برای حالت گذار از جریان دو بعدی به سه بعدی تکمیل تر شد [16]. در همان زمان نیز ویکری و واتکینز با انجام مجموعهای از آزمایشات، نحوهٔ تغییرات ضریب نیروی برا را بر حسب دامنهٔ نوسانات استوانه بهدست آوردند [۱۶]. در کنار تحقیقات تجربی، از روشهای عددی، بخصوص روشهای مبتنی بر شبکه نیز برای بررسی مسالهٔ مذکور بهره گرفته شده است. به هر حال، شبیهسازی جریان اطراف استوانه با شرایط مرزی واقعی با روش SPH بصورت بسیار محدودی انجام شده است. هر کدام از کارهای انجام شده در زمینه SPH نیےز بر اساس فرضیاتی ساده کننده انجام شدهاند. به عنوان مثال، جریان اطراف یک سیلندر مربعی با شرایط پریودیک برای ورودی و خروجی به وسیله لی و همکاران [۱۷] در رینولدزهای ۲۰ و ۱۰۰ بررسی شد. مطالعهٔ مشابهی نیز توسط شادلو و همکاران [۱۸] برای رینولدزهای ۱۰۰، ۲۰۰ و ۳۰۰ انجام شده است. هر دو تحقیق از یک نیروی حجمی برای غلبه بر درگ استفاده کردهاند. همچنین، به جای شرط مرزی ورودی اخروجی واقعی، با اعمال شرط مرزی پریودیک به حل این مسأله پرداختند. این در حالی است که در تحقیق حاضر جریان اطراف

یک سیلندر دایروی، با شرط مرزی ورودی/خروجی واقعی و نیز بدون استفاده از نیروی حجمی، بررسی شد. در تحقیقی دیگر، با استفاده از روش تفاضل محدود برای تعریف شرط مرزی ورودی/خروجی، جریان اطراف استوانه برای رینولدزهای ۶ تا ۵۵ توسط تکدا و همکاران [۱۹] بررسی شده است. همان گونه که مشخص است در هر کدام از تحقیقات انجام شده با اعمال فرضیاتی ساده کننده، شرایط شبیهسازی مسأله از حالت واقعی دور شده است. در تحقیق حاضر سعی شده که شرایط مدل سازی مسالهٔ مدکور مشابه شرایط استفاده شده برای شبیهسازی در روشهای مبتنی بر شبکه، تنظیم شود.

در ادامه، پس از مرور مختصری بر معادلات حاکم و روش SPH، جزئیات روش پیشنهادی توضیح داده می شود. پس از آن، نتایج حاصل از شبیهسازی جریان در اطراف یک سیلندر دایروی بررسی می شود. در انتها نیز جمعبندی و نتیجه گیری ارائه میشود.

#### ۲- معادلات حاکم

برای حل مسائل جریان سیال با استفاده از روش SPH، معادلات پیوستگی و مومنتم باید در دستگاه لاگرانژی نوشته شوند:

$$\frac{d\rho}{dt} = -\rho \nabla \cdot \vec{u} \tag{1}$$

$$\rho \frac{d\vec{u}}{dt} = -\nabla P + \mu \nabla^2 \vec{u} + \rho \vec{g} \tag{(Y)}$$

که  $\vec{u}$  بردار سرعت،  $\rho$ ،  $\rho$  و  $\vec{g}$  به ترتیب چگالی،  $\vec{u}$ فشار، لزجت دینامیکی و شتاب گرانش میباشند. برای بسته شدن سیستم معادلات، به یک معادلهٔ حالت نیز نیاز میباشد:  $P - P_0 = c_0^2 (\rho - \rho_0)$ (٣)

که  $\rho_0^{}$  و  $\rho_0^{}$  به ترتیب سرعت صوت و چگالی اولیه سیال و فشار پسزمینه است. موقعیت ذرات نیز در هر گام زمانی از  $P_0$ معادله مكان بهدست مي آيد:

 $\frac{d\vec{r}}{dt} = \vec{u}$ (۴) که  $ec{r}$  بردار موقعیت مکانی ذره است.

مبنای روش SPH بر پایه نوشتن متغیر A بر حسب کانوولوشن

<sup>1.</sup> Wall Bounded

<sup>2.</sup> Periodic Boundary

حاصل ضرب متغیر در تابع دلتا می باشد. با تقریب زدن تابع دلتا با تابع کرنل همواری و انتگرال با عملگر مجموع، می توان متغیر را به صورت زیر نوشت:

$$A_i \approx \sum_j \frac{m_j}{\rho_j} A_j w_{ij} \tag{(a)}$$

که  $m_j e_j p_j e_j n_j$  که  $p_j e_j p_j e_j e_j n_j$  کرنل است که مقدار آن بر حسب مختصات مکانی دو ذره  $i e_j i$ محاسبه میشود. کرنل مورد استفاده در این تحقیق کرنل وندلند بوده (رابطه (۶))که  $w_0$  برای حالت دو بعدی  $7/(4\pi h^2)$ 

$$w(r,h) = w_0 \begin{cases} \left(1 - \frac{r}{2h}\right)^4 \left(2\frac{r}{h} + 1\right) & 0 \le \frac{r}{h} < 2 \\ 0 & 2 \le \frac{r}{h} \end{cases}$$
(\$\$

مقدار h در این تحقیق ۹/۲۵ در نظر گرفته شده است. عملگرهای مشتقی نیز در روش SPH با استفاده از اصول تابع کرنل و بسط تیلور به سادگی محاسبه می شوند. برای پایستاری مومنتم خطی، رابطه (۷) برای گسسته سازی گرادیان استفاده می شود [۱۷]:

$$\nabla A_i = \rho_i \sum_j m_j \left( \frac{A_j}{\rho_j^2} + \frac{A_i}{\rho_i^2} \right) \nabla_i w_{ij} \tag{Y}$$

که  $\nabla_i W_{ij}$  گرادیان تابع کرنل است و با توجه به مختصات ذره *i* ام گرفته میشود. برای بهبود دقت گسستهسازی عملگر گرادیان، از طرح نرمالسازی استفاده میشود. جزئیات بیشتری از این طرح را میتوان در مرجع [۶] مشاهده کرد:

$$\nabla_i W_{ij} = L(r_i) \nabla_i W_{ij} \tag{A}$$

که <sub>زن</sub>َّ<sub>wij</sub> کرادیان کرنل نرمال شده است و در معادله (۲) به جای <sub>(Wij</sub> جایگذاری میشود. همچنین:

$$\mathbf{L}(\vec{r}_{i}) = \begin{bmatrix} \sum_{j} V_{j} \left( x_{j} - x_{i} \right) \frac{\partial w_{ij}}{\partial x} & \sum_{j} V_{j} \left( x_{j} - x_{i} \right) \frac{\partial w_{ij}}{\partial y} \\ \sum_{j} V_{j} \left( y_{j} - y_{i} \right) \frac{\partial w_{ij}}{\partial x} & \sum_{j} V_{j} \left( y_{j} - y_{i} \right) \frac{\partial w_{ij}}{\partial y} \end{bmatrix}^{-1}$$
(6)

که <sub>ا</sub>V حجم ذره ارام است. بـرای عملگـر دیـورژانس نیـز از طرح اختلافی (بجای طرح مجموع) به همراه طرح نرمالسـازی تابع کرنل استفاده می شود [۶].

طرحهای مختلفی برای گسستهسازی عملگر لاپلاسین در

ههندسی مکانیک هدرس مهر ۱۳۹۲، دورهٔ ۱۳ شمارهٔ Y

مقالات مختلف پیشنهاد شده است [۲۰]. این عملگر مستقیماً از طریق دیورژانس گرادیان بهدست نیامده است، بلکه با اختلاطی از دیدگاههای اختلاف محدود و SPH بهدست میآید. در این مقاله از رابطه (۱۰) برای گسستهسازی عملگر لاپلاسین استفاده می شود [۲۱]:

$$\nabla^{2}A_{i} = \sum_{j} \frac{m_{j}}{\rho_{j}} \frac{2A_{ij}\vec{r}_{ij} \cdot \nabla_{i}\tilde{w}_{ij}}{\left|\vec{r}_{ij}^{2}\right| + \eta^{2}}$$
(1.)  
$$\Sigma_{P} A_{i} = \sum_{j} \frac{m_{j}}{\rho_{j}} \frac{2A_{ij}\vec{r}_{ij}}{\left|\vec{r}_{ij}\right|^{2} + \eta^{2}} e^{2A_{ij}} e^{2A_{ij}} = A_{i} - A_{j}$$
(1.)  
$$\Sigma_{P} A_{ij} = A_{i} - A_{j} e^{2A_{ij}} e^{2$$

#### ۳-۱- دیفیوژن چگالی مصنوعی

یکی از مشکلات عمدهٔ روش SPH تولید نوسانات عددی در محاسبهٔ میدان فشار است. با آنالوژی از جمله ویسکوزیتهٔ مصنوعی ارائه شده توسط موناهان [۲۲]، جملهای تحت عنوان پخش چگالی مصنوعی توسط مراجع [۱۳،۱۲] پیشنهاد شده است:

$$D_{i} = \delta h c_{0} \sum_{j} 2 \left( \rho_{j} - \rho_{i} \right) \frac{\vec{r}_{ij} \cdot \nabla_{i} w_{ij}}{\left| \vec{r}_{ij}^{2} \right| + \eta^{2}} \frac{m_{j}}{\rho_{j}}$$
(11)

که  $\delta$  ضریبی است که از طریق آنالیز پایداری برای سیستم معادلاتی که شامل ویسکوزیتهٔ مصنوعی موناهان بوده، مقدار آن  $^{/}$  پیشنهاد شده است. لذا، این جملـه در حضور ویسکوزیتهٔ مصنوعی بکار گرفته و نوسانات میدان فشار تا حـد زیادی کـم شـده است. در کـار حاضـر، جملـه مـذکور بـه همـراه جملـه ویسکوزیتهٔ واقعی (به جای ویسکوزیتهٔ مصـنوعی) بکـار بـرده و نشان داده میشود که عملکرد آن برای کاهش نوسانات فشار به همراه ویسکوزیتهٔ واقعی نیز قابل توجه است. به صورت کلی، هر روش ابتکاری<sup>۲</sup> که برای پایدار کردن عـددی سیسـتم معـادلات استفاده میشود، دارای ضریبی متناسب با دقت گسستهسازی <sup>۲</sup> معادلات است. بنابراین با افزایش دقت گسستهسازی (در اینجـا کاهش h)، جمله مورد نظر به سمت صفر میل می کنـد. جملـه پخش چگالی ارائه شده نیز از این قائده مستثنی نیست.

#### ۲-۳- معیار گام زمانی

برای پایداری روش عددی، مقدار گام زمانی باید از معیارهای مشخصی تبعیت کند؛ شرط دیفیوژن لزجت، که بر حسب جمله

۳۵

<sup>1.</sup> Ad hoc

<sup>2.</sup> Resolution

شده و به صورت صریح با یک الگوریتم پیشگو-تصحیح کننده حل می شوند. برای سادگی توضیح این الگوریتم سیستم معادلات به صورت رابطه (۱۶) بازنویسی می شود.  $\begin{cases} \frac{d\rho_i}{dt} = D_i(\vec{r}, \rho, \vec{u}) \ ; \ \frac{d\vec{u}_i}{dt} = F_i(\vec{r}, \rho, \vec{u}) \\ P_i = f(\rho) \ ; \ \frac{d\vec{r}_i}{dt} = \vec{u}_i \ (18) \end{cases}$ (۱۶) در مرحلهٔ پیشگویی، مقادیر هر پارامتر در نیمهٔ گام زمانی در مرحلهٔ پیشگویی، مقادیر هر ارابطه (۱۷) محاسبه می شود.

$$\begin{aligned} \vec{u}_{a}^{n+\frac{1}{2}} &= \vec{u}_{a}^{n} + \frac{\Delta t}{2} F_{a}^{n} \\ \rho_{a}^{n+\frac{1}{2}} &= \rho_{a}^{n} + \frac{\Delta t}{2} D_{a}^{n} \\ \vec{r}_{a}^{n+\frac{1}{2}} &= \vec{r}_{a}^{n} + \frac{\Delta t}{2} \vec{u}_{a}^{n} \\ P_{a}^{n+\frac{1}{2}} &= f\left(\rho_{a}^{n}\right) \end{aligned}$$
(1Y)

سپس مقادیر مورد نظر در گام زمانی جدیـد بـا اسـتفاده از

مقادیر موجود در مرحلهٔ میانی اصلاح می شوند (رابطه ۱۸).

$$\begin{cases} \vec{u}_{a}^{n+1} = \vec{u}_{a}^{n} + \Delta t F_{a}^{n+\frac{1}{2}} \\ \rho_{a}^{n+1} = \rho_{a}^{n} + \Delta t D_{a}^{n+\frac{1}{2}} \\ \vec{r}_{a}^{n+1} = \vec{r}_{a}^{n} + \Delta t \vec{u}_{a}^{n+\frac{1}{2}} \\ P_{a}^{n+1} = f\left(\rho_{a}^{n+\frac{1}{2}}\right) \end{cases}$$
(1A)

# ۴- جابجایی ذرات

حرکت ذرات بر طبق سرعت سیال ممکن است باعث تولید چینشی نامنظم از ذرات بشود؛ این به آن معنی است که بعضی از ذرات تعداد ذره کافی برای انجام یک فرایند هموارسازی مناسب، در همسایگی خود ندارند. از طریق تشابه با روشهای مبتنی بر شبکه، یکی از روشهای حل این مشکل چینش دوباره ذرات است. این روش که قبلاً به وسیله فانگ و پاتریوکس [۲۴] مورد استفاده قرار گرفته، به اسم مدل "نقطه محدود لاگرانژی منظم"<sup>۲</sup> معروف است. روش دیگر برخورد با این مشکل، روش جابجایی<sup>۳</sup> ذرات است [۲۵،۶]. در کار حاضر

3. Shifting method

دیفیوژن معادله ناویر-استوکس تعریف شده و به صورت رابطه (۱۲) میباشد [۲۱]:  $\Delta t < 0.125 \frac{h^2}{2}$ 

$$\Delta t \le 0.25 \frac{h}{c} \tag{1}$$

و به این معنی است که فاصلهٔ مجاز برای حرکت ذرات حداکثر به اندازه بخشی از طول همواری در هر گام زمانی است. در صورت وجود نیروی حجمی، شرط دیگری نیز باید تأمین شود [۲۴]:

$$\Delta t \le 0.25 \min \sqrt{\frac{h}{\left|\vec{f}_i\right|}} \tag{14}$$

که  $\overline{f}_i$  نیروی وارد شده بـه ذره iام بـر واحـد جـرم اسـت. کمترین مقدار بهدست آمده از معادلات (۱۲) تا (۱۴) به عنوان گام زمانی اصلی انتخاب میشود.

۳-۳- الگوريتم حل معادلات

با احتساب جملهٔ پخش چگالی در معادلـهٔ پیوسـتگی و اعمـال اصول ذکر شده برای گسستهسـازی جمـلات، دسـتگاه معادلـه حاصـل جهـت تجزیـه و تحلیـل میـدان بـه صـورت رابطـه (۱۵) میباشد.

$$\begin{cases} \frac{d\rho_{i}}{dt} = \sum_{j=1}^{N} m_{j} \vec{u}_{ij} \cdot \nabla \tilde{w}_{ij} \\ + \delta hc_{0} \sum_{j} 2\left(\rho_{j} - \rho_{i}\right) \frac{\vec{r}_{ij} \cdot \nabla \tilde{w}_{ij}}{\left|\vec{r}_{ij}^{2}\right| + \eta^{2}} \frac{m_{j}}{\rho_{j}} \\ \frac{d\vec{u}_{i}}{dt} = -\sum_{j=1}^{N} m_{j} \left(\frac{P_{i}}{\rho_{i}^{2}} + \frac{P_{j}}{\rho_{j}^{2}}\right) \nabla \tilde{w}_{ij} \\ + \sum_{j} \frac{m_{j}}{\rho_{j}} \frac{2\nu \vec{u}_{ij} \vec{r}_{ij} \cdot \nabla_{i} \tilde{w}_{ij}}{\left|\vec{r}_{ij}^{2}\right| + \eta^{2}} + \vec{g} \\ P_{i} = c_{0}^{2} \left(\rho_{i} - \rho_{0}\right) \\ \frac{d\vec{r}_{i}}{dt} = \vec{u}_{i} \end{cases}$$
(1Δ)

1. Courant-Friedrichs-Lewy

<sup>2.</sup> Lagrangian Finite Point Method (RLFPM)

<sup>6</sup> 

روش ارائه شده توسط فاتحی و منظری [۲۵] با اعمال اندکی تغییر مورد استفاده قرار میگیرد. در این روش در انتهای هر گام زمانی، مکان ذرات به مقداری جزئی جابجا میشوند تا توزیع یکنواختی از ذرات بهدست بیاید. ابتدا، مکان نسبی ذرات همسایه، T<sub>i</sub>، محاسبه میشود:

$$\vec{\vec{r}}_{i} = \sum_{j} \frac{m_{j}}{\rho_{j}} \vec{r}_{ij} W_{ij}$$
(19)

اگر ذرات به صورت یکنواخت توزیع شده باشند،  $\mathbf{\vec{r_i}} = \mathbf{\vec{r_i}}$ ؛ در غیر این صورت، مقدار  $\mathbf{\vec{r_i}}$  دلالت بر وجود حفرهای در اطراف ذره مورد نظر دارد. در این حالت میبایست ذره مورد نظر به سمت حفره مذکور جابجا شود:

$$\Delta \vec{r_i} = \varepsilon \vec{r_i} \tag{(1.1)}$$

مقدار جابجایی میبایست به دقت تنظیم شود، به نحوی که به اندازه کافی بزرگ باشد تا هم حفره ایجاد شده در اطراف ذره را پر کند و هم از ناپایداری جلوگیری کند. از طرف دیگر، اندازه آن باید آنقدر بزرگ نباشـد کـه باعـث تولیـد خطـای ناشـی از بکارگیری سری تیلور در اصلاح خـواص بشـود [۶]. در معادلـه بکارگیری سری تیلور در اصلاح خـواص بشـود [۶]. در معادلـه در کار حاضر ۲۰۵۵ در نظر گرفته شده است. در انتها، برای نگه داشتن دقت روش، همـه خـواص ذره بایـد در مکـان جدیـد از طریق میانیابی بهدست بیایند:

$$\Delta \vec{u}_i = \Delta \vec{r}_i \cdot (\nabla \vec{u})_i \tag{(1)}$$

$$\Delta p_i = \Delta \vec{r_i} \cdot (\nabla p)_i \tag{YY}$$

۵- اعمال شرط مرزی جریان ورودی/خروجی

با وجود سادگی و توسعه شرط مرزی ورودی/خروجی در روشهای مبتنی بر شبکه، این شرط مرزی در روشهای بدون شبکه مثل SPH به طور بسیار محدودی استفاده شده است. مشکلات مربوط به تزریق و حذف ذرات از ناحیه محاسباتی با نرخی سازگار باعث شده که روش SPH به مسائل مرز بسته و مرز پریودیک محدود شود. در الگوریتم حاضر که برگرفته از مرجع [۱۴] میباشد، سه ناحیهٔ مجزا برای مسأله مورد نظر تعریف میشود: ورودی، داخلی و خروجی. طول نواحی ورودی و خروجی حداقل به اندازه طول شعاع همواری کرنل میباشد. هیچ کدام از این دو دسته ذرات در روند حل معادلات حاکم

شرکت نمی کنند. مشخصات ذرات ناحیه ورودی با توجه به شرط مرزی ورودی تعریف می شوند؛ در حالی که مشخصات ذرات ناحیه خروجی با حل معادلات سیال داخلی بهدست می آیند. به عبارت دیگر، ذرات ناحیه داخلی به محض ورود به ناحیه خارجی از روند حل معادلات خارج شده و با همان مشخصات قبلی خود بقیه مسیر را می پیمایند؛ این ذرات به محض خارج شدن از میدان حل در انبار ذخیرهٔ ذرات نگهداری می شوند. ذرات ناحیه ورودی نیز به محض وارد شدن به ناحیه داخلی، وارد گردونه حل معادلات شده و ذرهای از ذرات ذخیره شده در انبار برای جبران این پدیده، به درون ناحیه ورودی تزریق میشود. خواص ذرات ناحیه ورودی با توجه به شرط مرزی ورودی به صورت مقداری ثابت تخصیص داده شده و مادامی که در این ناحیه قرار دارند خواص آنها ثابت است، زیرا تنها معادلهای که برای آنها حل می شود معادلهٔ مکان (معادلهٔ ۴) است. شماتیکی از توضیحات داده شده در شکل ۱ مشاهده میشود.

برای آزمایش روشهای ارائه شده در بهبود نتایج عددی، جریان اطراف یک استوانه ساکن مورد بررسی قرار میگیرد. در تمام موارد طول همواری ثابت، تابع کرنل وندلند، شرط عدم لغزش در هنگام وجود دیوار و شرط ورودی/خروجی برای مرزهای دیگر بکار گرفته میشود.

# ۶- جريان اطراف استوانه

امروزه مشخص شده است که نوع جریان اطراف استوانه به عدد بدون بعد رینولدز  $(\operatorname{Re} = Ud/v)$  بستگی دارد که d قطر استوانه، U سرعت بالادست جریان و v لزجت سینماتیک است

	انتهای									ابتدای											
ورودى	يال جريان ورودي								سي	خروجي جريان خروجي ذرات <sup>ر</sup>											خر
										Ļ											1
		•	•	•	•	•	•		•	•	•	•	•	•	•	•	1	•	•		
ا ذرات	0	•	0	•	٠	٠	٠	٠	٠	٠	•	٠	٠	٠	٠	٠	•	٠	٠	•	ذرات
⊸ ناحیه	0	•	0	•	٠	٠	٠	٠	٠	٠	٠	٠	٠	٠	٠	٠	•	٠	٠	•	ناحيه
۰، ورودی د	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•		خروجى
• د.ات				•																	
• ديوار	•	•		•	•	٠	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	٠	•	
•	٠	٠	٠	٠	٠	٠	٠	٠	٠	٠	٠	٠	٠	٠	٠	٠	٠	٠	٠	٠	
•→ درات شیح	٠	٠	٠	٠	٠	٠	•	٠	٠	•	•	٠	٠	٠	•	٠	٠	•	•	•	
• سبح	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	
				t.	*	ti		1	-1		1.		1.		. 1	1	~	1		•	ا <b>د</b> کا
احروجي	دى	رود	• و	رط	س	Ju	عم	10	راک	ں ب	حر	ن	يد	، م	ليه	، او	بد	یا ب	سه	1	سكل

<sup>1.</sup> In/Out-Flow Boundary Condition

ههندسی مکانیک هدرس مهر ۱۳۹۲، دورهٔ ۱۳ شمارهٔ Y

در تحقیق حاضر جریان اطراف یک استوانه برای رینولدزهای مختلف شبیهسازی شده است. مشخصات استوانه و ناحیه حل، مشابه کار ارائه شده در مرجع [۲۶] انتخاب شده و مطابق شکل ۲ میباشد.

همان گونه که از شکل ۲ مشخص است، استوانهای به قطر *d* در فاصلهٔ *b* از ورودی کانالی به عرض *b*۲۲ و طول *۲۴۵* قرار داده می شود. تعداد ۱۲۴۴۶۸ ذره برای شبیه سازی مسأله استفاده می شود که از بین آنها ۳۰۶۶ ذره شبح، ۱۰۲۲ ذره دیوار، ۱۱۴۳۸۰ ذره سیال و ۶۰۰۰ ذره ذخیره در انبار برای انجام الگوریتم ورودی/خروجی هستند. این ذرات در ابتدا به صورت دایره های هم مرکز در اطراف استوانه و به صورت شبکهٔ کارتزین در فضاهای دورتر و با فاصلهٔ ۰/۰۵ از هم چیده شده اند (شکل ۳).

با استفاده از مطالب توضیح داده شده در بخشهای قبل، جریان اطراف استوانه برای رینولدزهای مختلف (عدد رینولدز بر حسب مقدار سرعت جریان ورودی و قطر استوانه) شبیهسازی شده است. نکتهٔ قابل توجه در تمامی مسائل مورد بررسی در این تحقیق این است که مقادیر سرعت جریان و قطر استوانه، مقداری واحد در نظر گرفته شده و عدد رینولدز از طریق مقدار لزجت تنظیم می شود.



شکل ۳ چینش ابتدایی ذرات الف- دور از استوانه و ب- در نزدیکی آن

به دلیل در دسترس بودن دادههای میدان جریان اطراف یک استوانه در رینولدز ۴۰ در تحقیقات دیگران، تأثیر بکارگیری جملهٔ پخش چگالی برای این عدد رینولدز بررسی میشود. در ابتدا بدون استفاده از این جمله، مسالهٔ مذکور شبیهسازی شد. پس از آن با بکارگیری جمله پخش چگالی مجدداً شبیهسازی مسأله انجام و نتایج هر دو حالت مقایسه شدند. نتایج و مخصوصاً میدان فشار محاسبه شده در حالت دوم در سطح بسیار قابل توجهی بهبود یافتهاند. این مطلب را میتوان از توزیع فشار اطراف استوانه بخوبی مشاهده کرد (شکل ۴). همان کنترل و توزیع فشار، یکنواخت شده است. از آنجا که یکی از مشکلات اساسی روش WCSPH تولید نوسانات زیاد فشار در میدان است [۶]، لذا لازم به تاکید است که این نتیجهٔ با ارزش میدان است [۶]، لذا لازم به تاکید است که این نتیجهٔ با ارزش (شکل ۴) تحولی قابل توجه در بهدست آوردن توزیع فشار یکنواخت در روش WCSPH میباشد.



لازم به ذکر است که توزیع فشار در میدان، یک توزیع

نسبی بوده و به مقدار فشار مرجع بکار گرفته شده در میدان بستگی دارد. یکی از روشهایی که سبب پایداری روش SPH میشود استفاده از فشار پسزمینه در محاسبات است.

از آنجا که در روش WCSPH، مقدار فشار از طریق چگالی بهدست میآید، لذا، تنظیم فشار دلخواه از طریق تنظیم چگالی ذرات حاصل میشود. چگالی مرجع بکار گرفته شده در این تحقیق ۱/۰۱ برابر چگالی اولیه بوده که فشار مرجعی برابر ۲/۲۴ تولید می کند.

نکته قابل توجهی که در الگوی توزیع فشار اطراف استوانه بدون پخش چگالی (شکل ۴- الف) بود، این است که با وجود نوسانات ذاتی فشار در روش WCSPH اصلی (بدون پخش چگالی)، میدان سرعت به خوبی محاسبه می شود (شکل ۵). دلیل این امر، وجود گرادیان فشار (و نه خود فشار) در معادلهٔ ناویر-استوکس است. به عبارتی دیگر، روش WCSPH علیرغم محاسبه میدان فشار به صورت ناهمگن و نوسانی، گرادیان فشار را به درستی حساب می کند و لذا میدان سرعت نیز به خوبی محاسبه می شود.

ضریب فشار  $((C_p - P - P_\infty)/(0.5\rho U^2))$  روی استوانه در رینولدز ۴۰ از دادههای موجود در مراجع مختلف بوده که در کار حاضر به عنوان پارامتری برای صحتسنجی نتایج و همچنین تأثیر بکارگیری پخش چگالی بر نتایج حاصل استفاده شده است. با مشاهدهٔ توزیع ضریب فشار محاسبه شده با روش شده است. با مشاهدهٔ توزیع ضریب فشار محاسبه شده با روش میدان خواهیم شد (شکل ۶). تأثیر قابل توجه جملهٔ پخش چگالی بر کاهش نوسانات و بهبود نتایج در مقایسه با مرجع [۲۷] نیز در این شکل به خوبی مشخص است.

از این قسمت به بعد، تمام نتایج ارائه شده مربوط به WCSPH تصحیح شده (با جملهٔ یخش چگالی) می باشند.



شکل ۵ میدان جریان اطراف استوانه در رینولدز ۴۰ بدون پخش چگالی



**شکل ۶** تأثیر بکارگیری جملهٔ پخش چگالی بر توزیع ضریب فشار در رینولدز ۴۰ و مقایسه با مرجع [۲۷]

به عنوان موردی دیگر جهت اعتبارسنجی روش ارائه شده، ضریب درگ  $(C_{\rm d} = F_{\rm d}/(0.5\rho U^2 d))$  در رینولـدزهای مختلـف محاسبه و با نتایج مرجع [۲۸] مقایسه شـد (شـکل ۷). همـان گونه که مشاهده میشود انطباق خیلی خـوبی بـین نتـایج کـار حاضر و نتایج پارک و همکاران [۲۸] برقرار است. توجه شود که میدان جریان اطراف استوانه در رینولدزهای مذکور یک میـدان جریان دائمی است ولی چون روش SPH یک روش لاگرانژی و ذاتاً غیردائمی است، لذا تمامی مسائل مکانیک سیالات (دائـم و غیردائم) را باید به صورت زمانمند (غیردائم) حل کردد.



**شکل ۷** مقایسه ضریب درگ نتایج کار حاضر با مرجع [۲۸]

٣٩

بنا بر این توضیحات، ضریب درگ استوانه در ابتدا متغیر بوده و پس از مدت زمان کوتاهی به سمت مقدار دائمی خود میل میکند (شکل ۲). قابل ذکر است که به علت متقارن بودن جریان در اطراف استوانه در رینولدزهای مذکور (که در ادامه نشان داده خواهد شد)، ضریب برا  $(C_1 = F_1/(0.5\rho U^2 d))$  صفر بوده و لذا از نمایش آن خودداری شده است.

بر اساس پژوهشهای به عمل آمده توسط محققان مختلف، در رینولدزهای پایین، تا Re=۵، خط وط جریان سیال سطح استوانه را دنبال می کنند. در محدوده رینولدزهای ۴۵>Re>۵ جریان از روی استوانه جدا شده و منجر به تشکیل یک جفت گردابهٔ متقارن خلاف گردش می شود. طول گردابهها در جهت جریان به صورت خطی متناسب با مقدار رینولدز افزایش می یابد [۲۹]. همین رفتار به خوبی در نتایج حاصل از شبیه سازی با روش SPH در شکل ۸ مشاهده می شود. لازم به نکر است که در هر سه مورد (رینولدزهای ۱۰، ۲۰ و ۴۰)، شبیه سازی با شکل ۴ از نشان دادن آن خودداری شد. توزیع متقارن فشار در میدان باعث تولید جریان کاملاً متقارنی در اطراف استوانه می شود. در واقع میدان جریان متقارن نشان داده شده در شکل ۸ به دلیل توزیع متقارن فشار در میدان است.

نکتهای که دربارهٔ تمامی شبیهسازیهای ارائه شده در این تحقيق صادق است، تأثير بكار گيري الگوريتم جابجايي بر نتايج است. همان گونه که قبلاً هم اشاره شد، روش SPH در مسائلی که جدایی جریان از سطح جسم وجود دارد، با مشکلی جدی تحت عنوان خالی شدن فضا از ذره روبرو است؛ به بیانی دیگر، در چنین مواردی به احتمال بسیار بالایی در میدان محاسباتی، به خصوص در ناحیه جدایی، حفرههایی خالی از ذره تولید می شوند. این اتفاق سبب تولید نتایجی بسیار نامناسب و در بسیاری از موارد (به طور مثال جریان اطراف استوانه) منجر به واگرایی کد محاسباتی خواهد شد. این پدیده در روش SPH پدیدهای بسیار مشکلساز بوده که منجر به تولید روش هایی ابتکاری برای مقابله با آن شده است. روشی که در این تحقیق بکار گرفته شده، همان گونه که در بخش های پیشین نیز توضیح داده شد، روش جابجایی ذرات [۲۵] است. در این روش در انتهای هر گام زمانی، مرکز جرم هر منطقه از ذرات پیدا شده و ذرات به نحوی جابجا می شوند که توزیع آنها در میدان

على طيبي و همكاران

محاسباتی یکنواخت شود. خصوصیات جدید ذرات نیز با استفاده از سری تیلور محاسبه می شوند. با یکنواخت شدن توزیع ذرات، از واگرایی کد محاسباتی جلوگیری و دقت روش عددی نیز بالاتر می رود. برای روشن شدن این قضیه یک بار بدون این الگوریتم و یک بار با استفاده از آن، مسأله فوق شبیه سازی شد. در حالتی که این الگوریتم استفاده نشود، کد محاسباتی واگرا می شود. توزیع ذرات در لحظه قبل از واگرایی نتایج در شکل ۹- ب مشاهده می شود. در حالت استفاده از الگوریتم جابجایی نیز توزیع ذرات در شکل ۹- الف ترسیم شده است. عملکرد مثبت این الگوریتم از مقایسه این دو شکل به خوبی دیده می شود (شکل ۹).



**شکل ۸** میدان جریان در اطراف استوانه در رینولدزهای مختلف

<sup>1.</sup> Symmetric Counter-Rotating Vortices



**شکل ۹** توزیع ذرات اطراف استوانه الف- با و ب- بدون استفاده از الگوریتم جایجایی ذرات

در این قسمت، جریان اطراف استوانه برای رینولدز ۱۰۰ بررسی می شود. فیزیک حاکم بر این جریان متفاوت با موارد قبلی است [۲۹]. در شکل ۱۰ تصاویر لحظهای از تشکیل خيابان گردابه فن - كارمن مشاهده مى شود. چهار لحظ ه اصلى از فرایند شکل گیری گردابهها در یک سیکل با دوره تناوب T انتخاب شده و میدان جریان آنها رسم شده است. همان گونه که در شکل نیز دیده می شود، ابتدا گردابهای کوچک در پشت استوانه گوشهٔ بالا تشکیل می شود (لحظه t)؛ این گردابه با چرخش و حرکت به سمت پایین بزرگتر شده و سپس از سطح استوانه جدا می شود (لحظه 1/4+). در این هنگام، گردابهای دیگر در گوشه پایین تولید شده و روندی خلاف گردابه قبلی را طى مىكند (لحظه 4/21/4)؛ به عبارتى ديگر، گردابهٔ كوچـک شکل گرفته در پایین با چرخش به سمت بالا اندازهٔ آن بزرگتر شده و سپس از سطح استوانه کنده می شود (لحظه 4/3/+). این فرایند تولید گردابه و کندهشدن از سطح استوانه به صورت كاملاً متناوبي تكرار ميشود.

فرایند مذکور را میتوان از زاویه ای دیگر نیز بررسی کرد. اگر در هر لحظه از زمان کانتورهای سرعت افقی میدان ترسیم شود، فرایند مذکور مشابه دم گردابه ای<sup>۱</sup> است که به انتهای استوانه وصل شده و بصورت نوسانی بالا و پایین می رود (شکل ۱۱). هر چهار لحظه زمانی بالا معادل یکی از وضعیتهای حرکت دم گردابه ای است. در لحظه اول که گردابه کوچک بالایی شروع به شکل گیری می کند، دم گردابه ای به صورت افقی است (لحظهٔ *t*). با بزرگتر شدن و کنده شدن آن از سطح، افقی است (لحظهٔ *t*). با بزرگتر شدن و کنده شدن آن از سطح، دم گردابه ای به سمت بالا می رود (لحظه 4/1 + ای حرکت معکوس آن نیز (افقی شدن در لحظه ای / *t* + *t* و پایین رفتن در لحظه *t* / *t* + *t* و پایین رفتن در

1. Vortex Tail

(لحظه t+T/4) و پایین (لحظـه t+3T/4) اسـت در شـکل ۱۲ مشاهده میشوند.



مقطع زمانی از یک سیکل با دوره تناوب *T* 

41

<sup>2.</sup> Vorticity



محل ۱۱ کانتور سرعت افقی میدان جریان اطراف استوانه در ریتوند. ۱۰۰ در چهار مقطع زمانی از یک سیکل با دوره تناوب *T* 

همان گونه که مشخص است قدرت گردابهها در نزدیکی استوانه بیشترین مقدار و با دور شدن از استوانه انرژی آنها مستهلک شده و قدرتشان کمتر میشود. همان گونه که توضیح داده شد، پس از گذشتن مقدار زمانی از شروع حل، جریان حول استوانه در رینولدز ۱۰۰ به صورت

کاملاً تناوبی تکرار میشود؛ لذا، نیروهای برا و درگ بصورت نوسانی بر استوانه وارد میشوند (شکلهای ۱۳ و ۱۴).

حداکثر دامنهٔ نیروی برا ۲۸/۰ و متوسط نیروی درگ پس از رسیدن به مرحلهٔ تناوبی به مقدار ۱/۲۹ است که با مقادیر ارائه شده در مرجع [۲۸] ( به ترتیب ۰/۲۹ و ۱/۳۱) هماهنگی خوبی دارد.



- Monaghan, J. J., "Smoothed Particle Hydrodynamics", *Rep. Prog. Phys.*, Vol. 68, 2005, pp. 1703-1759.
- [2] Gingold, R. A., and Monaghan, J. J., "Smoothed particle hydrodynamics-theory and application to non-spherical stars", *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, Vol. 181, 1977, pp. 375-389.
- [3] Lucy, L. B., "A numerical approach to the testing of the fission hypothesis", *The astronomical journal*, Vol. 82, 1977, pp. 1013-1024.
- [4] Monaghan, J. J., "Simulating Free Surface Flows with SPH", *Journal of Computational Physics*, Vol. 110, No. 2, 1994, pp. 399-406.
- [5] Shao, S., and Lo, E. Y. M., "Incompressible SPH method for simulating Newtonian and non-Newtonian flows with a free surface", *Advances in Water Resources*, Vol. 26, No. 7, 2003, pp. 787-800.
- [6] Xu, R., Stansby, P., and Laurence, D., "Accuracy and stability in incompressible SPH (ISPH) based on the projection method and a new approach", *Journal of Computational Physics*, Vol. 228, No. 18, 2009, pp. 6703-6725.
- [7] Colagrossi, A., and Landrini, M., "Numerical simulation of interfacial flows by smoothed particle hydrodynamics", *Journal of Computational Physics*, Vol. 191, No. 2, 2003, pp. 448-475.
- [8] Antuono, M., Colagrossi, A., and Marrone, S., "Numerical diffusive terms in weaklycompressible SPH schemes", *Computer Physics Communications*, Vol. 183, No. 12, 2012, pp. 2570-2580.
- [9] Vila, J., "On particle weighted methods and smooth particle hydrodynamics", *Mathematical* models and methods in applied sciences, Vol. 9, No. 02, 1999, pp. 161-209.
- [10] Ferrari, A., Dumbser, M., Toro, E. F. *et al.*, "A new 3D parallel SPH scheme for free surface flows", *Computers & Fluids*, Vol. 38, No. 6, 2009, pp. 1203-1217.
- [11] Fatehi, R., and Manzari, M. T., "A remedy for numerical oscillations in weakly compressible smoothed particle hydrodynamics", *International Journal for Numerical Methods in Fluids*, Vol. 67, No. 9, 2011, pp. 1100-1114.
- [12] Molteni, D., and Colagrossi, A., "A simple procedure to improve the pressure evaluation in hydrodynamic context using the SPH", *Computer Physics Communications*, Vol. 180, No. 6, 2009, pp. 861-872.
- [13] Antuono, M., Colagrossi, A., Marrone, S. *et al.*, "Free-surface flows solved by means of SPH schemes with numerical diffusive terms", *Computer Physics Communications*, Vol. 181, No. 3, 2010, pp. 532-549.



#### ۷- نتیجه گیری و جمع بندی

در تحقیق حاضر روشی برای کاهش نوسانات فشار در روش WCSPH ارائه شد. با اضافه نمودن جملهٔ پخش چگالی به معادلهٔ پیوستگی، نوسانات فشار تا حد زیادی کنترل شدند. این جمله که توسط محققان دیگر در حضور جملهٔ لزجت مصنوعی موناهان استفاده می شد، در این تحقیق با حضور جملهٔ لزجت واقعی بکار گرفته و نتایج خوبی حاصل شده است. شرط مرزی جریان ورودی/خروجی و جدایی جریان از روی سطح که در روشهای مبتنی بر شبکه به راحتی مدلسازی میشوند، در روش بدون شبکه SPH با مشکلاتی جدی مواجه هستند. مشکلات مربوط به تزریق و حذف ذره از میدان محاسباتی با نرخی سازگار، باعث محدود شدن روش SPH به مسائل مرز بسته و مرزهای پریودیک شده است. همچنین به دلیل جدایی جریان از روی سطح، مناطقی از میدان با ایجاد حفرههای خالی از ذره مواجه شده که همگرایی نتایج عددی را با مشکلات جدى مواجه مىكند. در اين تحقيق با اعمال الگوريتمى مناسب برای اعمال شرط مرزی جریان ورودی/خروجی و همچنین الگوی ثابت نگهداشتن توزیع یکنواخت ذرات با استفاده از جابجایی آنها در هر گام زمانی، جریان اطراف یک استوانه در رینولدزهای مختلف شبیهسازی شد. مقایسه نتایج کار حاضر با کار محققان دیگر و مشاهدهٔ انطباق نتایج، نشان دهندهٔ دقت روش ارائه شده میباشد.

### ۸- مراجع

- [21] Cummins, S. J., and Rudman, M., "An SPH projection method", *J. Comput. Phys.*, Vol. 152, 1999, pp. 584-607.
- [22] Monaghan, J. J., "Smoothed particle hydrodynamics", *Annual review of astronomy and astrophysics*, Vol. 30, 1992, pp. 543-574.
- [23] Ellero, M., Serrano, M., and Espaol, P., "Incompressible smoothed particle hydrodynamics", *Journal of Computational Physics*, Vol. 226, No. 2, 2007, pp. 1731-1752.
- [24] Fang, J., and Parriaux, A., "A regularized Lagrangian finite point method for the simulation of incompressible viscous flows", *Journal of Computational Physics*, Vol. 227, No. 20, 2008, pp. 8894-8908.
- [25] Fatehi, R., and Manzari, M. T., "A consistent and fast weakly compressible smoothed particle hydrodynamics with a new wall boundary condition", *International Journal for Numerical Methods in Fluids*, Vol. 68, No. 7, 2012, pp. 905-921.
- [26] Takashi, N., and Hughes, T. J. R., "An arbitrary Lagrangian-Eulerian finite element method for interaction of fluid and a rigid body", *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, Vol. 95, No. 1, 1992, pp. 115-138.
- [27] Grove, A., Shair, F., and Petersen, E., "An experimental investigation of the steady separated flow past a circular cylinder", *Journal of Fluid Mechanics*, Vol. 19, No. 01, 1964, pp. 60-80.
- [28] Park, J., Kwon, K., and Choi, H., "Numerical solutions of flow past a circular cylinder at Reynolds numbers up to 160", *KSME International Journal*, Vol. 12, No. 6, 1998/11/01, 1998, pp. 1200-1205.
- [29] Blevins, R. D., "Flow-induced vibration", New York, Van Nostrand Reinhold Co., 1977. 377 p., Vol. 1, 1977.

- [14] Federico, I., Simulating Open-Channel Flows and Advective Diffusion Phenomena through SPH Model, [PhD thesis], Universit`a della Calabria., 2010.
- [15] Labbé, D. F. L., and Wilson, P. A., "A numerical investigation of the effects of the spanwise length on the 3-D wake of a circular cylinder", *Journal of Fluids and Structures*, Vol. 23, No. 8, 2007, pp. 1168-1188.
- [16] Lam, K., Jiang, G. D., Liu, Y. *et al.*, "Simulation of cross-flow-induced vibration of cylinder arrays by surface vorticity method", *Journal of Fluids and Structures*, Vol. 22, No. 8, 2006, pp. 1113-1131.
- [17] Lee, E. S., Moulinec, C., Xu, R. *et al.*, "Comparisons of weakly compressible and truly incompressible algorithms for the SPH mesh free particle method", *Journal of Computational Physics*, Vol. 227, No. 18, 2008, pp. 8417-8436.
- [18] Shadloo, M. S., Zainali, A., Sadek, S. H. *et al.*, "Improved Incompressible Smoothed Particle Hydrodynamics method for simulating flow around bluff bodies", *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, Vol. 200, No. 9-12, 2011, pp. 1008-1020.
- [19] Takeda, H., Miyama, S. M., and Sekiya, M., "Numerical simulation of viscous flow by smoothed particle hydrodynamics", *Progress of Theoretical Physics*, Vol. 92, No. 5, 1994, pp. 939-960.
- [20] Rafiee, A., and Thiagarajan, K. P., "An SPH projection method for simulating fluid-hypoelastic structure interaction", *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, Vol. 198, No. 33-36, 2009, pp. 2785-2795.