



## بهینه‌سازی ابعاد و طراحی بهینه مسیر یک ربات جراح

آنیتا اسلامی خطبه سرا<sup>۱</sup>، بهنام میری پورفرد<sup>۲\*</sup>

۱- کارشناس ارشد، مهندسی مکاترونیک، دانشگاه آزاد اسلامی، اهر  
۲- استادیار، مهندسی رباتیک، دانشگاه صنعتی همدان، همدان  
\* همدان، صندوق پستی ۶۵۱۵۵-۵۷۹

### چکیده

در این مقاله، هدف ارائه روندی است که بتوان با استفاده از آن معیار مهارت را در طراحی بهینه ابعاد و مسیر یک ربات جراح لپرسکوپی به کار بست. این معیار وابسته به پیکربندی بازوی رباتیک است و برای محاسبه آن در هر نقطه از فضای کاری، نیاز به حل معادلات سینماتیک مستقیم و وارون و همچنین استخراج ماتریس راکوبین است. در مقاله حاضر، با استفاده از روش مونت کارلو، مهارت ربات در کل فضای کاری محاسبه شده است. برای یافتن طول بهینه رابطه‌های ربات به منظور بیشتر شدن مهارت در جراحی، یک مسأله بهینه‌سازی غیرخطی و مقید فرمول بندی شده و با استفاده از الگوریتم زتیک حل شده است. سپس، با داشتن ابعاد بهینه ربات که منجر به بیشینه شدن مهارت آن در فضای کاری می‌شود، مسأله طراحی بهینه مسیر در فضای دکارتی حل شده است. در این حالت، مهارت ربات و خطای ردیابی مسیر بعنوان توابع هزینه بهینه سازی در نظر گرفته شده است. رویکرد ذکر شده بر روی یک بازوی ربات جراح با چهار درجه آزادی پیاده‌سازی شده و نتایج شبیه سازی که نشان دهنده کارآمدی روش است، نشان داده شده است.

### اطلاعات مقاله

مقاله پژوهشی کامل  
دریافت: ۱۷ بهمن ۱۳۹۳  
پذیرش: ۱۴ اسفند ۱۳۹۳  
ارائه در سایت: ۱۵ فروردین ۱۳۹۴

کلید واژگان:  
جراحی رباتیک  
مهارت بازوی رباتیکی  
طراحی مسیر  
بهینه سازی

## Optimization of dimension and optimal path planning of a Surgical Robot

Anita Eslami Khotbesara<sup>1</sup>, Behnam Miripour Fard<sup>2\*</sup>

۱- Department of Robotics Engineering, Islamic Azad University , Ahar, Iran.  
2- Department of Robotics Engineering, Hamedan University of Technology, Hamedan, Iran.  
\* P.O.B. 579 -65155, Hamedan, Iran, bmf@hut.ac.ir

### ARTICLE INFORMATION

Original Research Paper  
Received 06 February 2015  
Accepted 03 March 2015  
Available Online 04 April 2015

**Keywords:**  
Robotic Surgery  
Manipulability Index  
Path Planning  
Optimization

### ABSTRACT

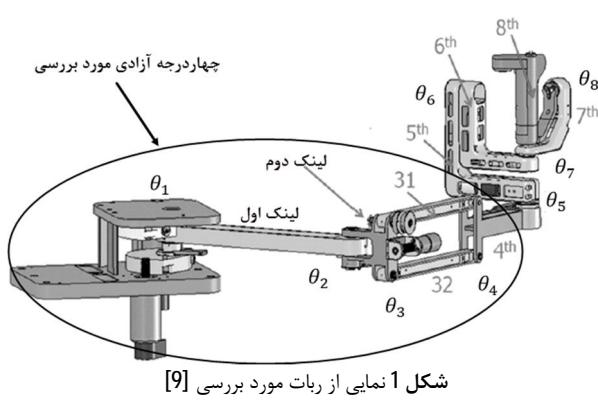
The main purpose of this paper is to use the concept of manipulability index for finding the optimal link lengths of a surgical robot and then to plan an optimal path for it. This index depends on the configuration of the robot. In each configuration, the manipulability of the robot is calculated thorough the Forward and Inverse Kinematic and Jacobain. In the present paper, a nonlinear constrained optimization problem is formulated based on this index to find the optimum link lengths. The optimization problem is solved using Genetics Algorithm for entire work space of the robot. The manipulability index is calculated all over the workspace using the Monte-Carlo method. Afterward, using this set of optimal link lengths, the optimal path planning is presented in the Cartesian work space. This optimization is done by considering the manipulability criteria while the tracking error is minimized during the performance of an operation. The suggested procedure is implemented on a four degree of freedom robot manipulator. Several simulation scenarios are presented to demonstrate the capability of the procedure. The simulation results show the efficiency of the method.

### ۱- مقدمه

در سال ۱۹۹۷ فراز و پاینده [۱] به مطالعه و طراحی بهینه برای ایستادن و تعیین موقعیت ربات پرداختند. در سال ۲۰۰۳ روشی برای بهینه سازی مسیر برای ربات جراح کمتر تهاجمی ارائه شد که نقش مهمی برای از بین بدن محدودیت‌ها در بسیاری از تخصص‌ها با افزایش دقت و مهارت داشت [۲]. در سال ۲۰۰۶ محققان یک الگوی حرکتی مناسب برای بهبود مهارت ربات‌های دستیار جراح ارائه نمودند [۳]. ویژگی اصلی این الگو، تقلید از حرکت‌های انسان برای هدایت دقیق دوربین لپاروسکوپی به مکان مورد جراحی بیمار می‌باشد. در همان سال در مرجع [۴] یک الگوی بهینه سازی مکانیزم برای ربات جراح حداقل تهاجمی در دانشگاه واشنگتن ارائه شد. محدودیت‌های محوری در سیستم‌های دارای چند سنسور اینترسی باعث

امروزه کاربرد رباتیک در پزشکی به شدت رو به افزایش است. ربات‌ها برای نمونه برداری و تزریق استفاده می‌شوند، برای جراحی از راه دور به کار می‌روند و در جراحی لپاروسکوپی بعنوان جراح و دستیار جراح استفاده می‌شوند. برای انجام این نوع جراحی نیاز به رباتی است که در طول عمل جراحی به خوبی و با مهارت کافی کار کند و نیز بتواند عملیات برش را به خوبی و با بیشترین مهارت انجام دهد.

اجام عملیات برش نیازمند به یک طراحی مسیر برای عملگر نهایی است. عمولان در طراحی مسیر یک معیار بهینگی بايستی برآورده شود. این معیار در پژوهش‌های گوناگون با دیدگاه‌های متفاوت بررسی شده است.



شکل 1 نمایی از ربات مورد بررسی [9]

آورده.

## 2- مفهوم مهارت ربات و نحوه محاسبه آن

## 2-1- قابل اداره بودن

این مفهوم برای نخستین بار در [11] مطرح شد و مؤلفان همان مرجع به این موضوع پرداخته و آن را گسترش دادند. منظور از قابل اداره بودن توانایی ایجاد تغییر در عملگر نهایی ربات - از نظر مکان یا جهت - بدون تغییر مقادیر مفاصل و در حقیقت در یک پیکربندی ثابت است. این توانایی از دیدگاه دینامیکی یا سینماتیکی مورد بررسی قرار می‌گیرد. بیضی گون زیر را در فضای متغیرهای مفصلی بصورت رابطه (1) در نظر بگیرید:

$$(1) \quad \dot{q}_1^2(t) + \dot{q}_2^2(t) + \dots + \dot{q}_n^2(t) \leq 1$$

محدود در نظر گرفتن سرعتها (توجه داریم که وقتی درون بیضی گون هستیم تمامی سرعتها باید کمتر از واحد باشد) بدین خاطر است که معیاری برای مقایسه فراهم شود. با توجه به این مفهوم سرعت حرکت عملگر نهایی در این بیضی گون در جهتی بیشینه است که در راستای قطر بزرگ بیضی گون باشد. برای کمی کردن این راستا از مفهوم مقدار ویژه و بردار ویژه استفاده می‌شود. می‌دانیم که فضای مفاصل و فضای کارترین که همان فضای کاری است با ماتریس ژاکوبین به هم مرتبط می‌شوند. قطر بزرگ بیضی گون در حقیقت با مقدار ویژه / رابطه دارد و می‌دانیم که دترمینان یک ماتریس حاصلضرب مقادیر ویژه آن است. بدین ترتیب در حالت سینماتیکی یعنی وقتی با مفهوم نیرو، شتاب یا سرعت سر و کار نداریم معیار مهارت در [11] بصورت روابط (2) و (3) تعریف شده است:

بدون افزونگی:

$$(2) \quad \omega = |\det(J)|$$

با افزونگی:

$$(3) \quad \omega = \sqrt{\det(J^T J)}$$

هر چه مؤلفه‌های ماتریس ژاکوبین یک ربات بزرگ‌تر باشد، تغییرات اندک سرعت‌های مفصلی هم تأثیر زیادی بر روی سرعت مجری نهایی خواهد داشت [11]. برای این‌که این معیار ماتریسی عددی (اسکالر) شود از دترمینان آن استفاده می‌گردد. چون دترمینان تنها برای ماتریس مربعی تعریف شده است. این بدان معناست که تعداد درجات آزادی ربات 6 نیست. برای دسترسی کامل به فضای سه بعدی نیاز به 6 درجه آزادی است. چون اصولاً یک بازویی که در فضای سه بعدی کار می‌کند باید به آن فضا کاملاً دسترسی داشته باشد، برای سادگی عبور از موانع درجات را بیش از 6 قرار می‌دهند. این حالت افزونگی<sup>۱</sup> نامیده می‌شود. در حالت افزونگی چون ماتریس ژاکوبین مربعی

پیدایش ایده‌ای برای بهینه سازی کنترل کروی بر روی بازو شده است. در سال 2009 روشی در طراحی و ساخت یک ابزار جراحی انعطاف پذیر رباتیک جهت افزایش سهولت دستیابی جراح به محل جراحی در روش لپاروسکوپی ارائه داده شد [5]. در سال 2011 یک مطالعه آزمایشی به منظور نشان دادن تأثیر شبیه سازی طراحی ربات جراح، با استفاده از بازوی ربات ارائه شد [6]. در سال 2012 محققان به بررسی و تحلیل بهینه سازی مسیر حرکت و الگوریتم‌های راهنمایی برای آموزش جراحی با حداقل تهاجم در دانشگاه آریزونا پرداختند [7] که موضوعش به طور خاص تحقیق پیاده سازی ناویری مسیر مطلوب برای وسایل جراحی در آزمایشات به روش لپاروسکوپی بود. در سال 2013 در مرجع [8] تأثیر حرکت اپرانتور بر سینماتیک ربات دستیار جراح در دانشگاه استنفورد مورد بررسی قرار گرفت. اگر چه ربات دستیار جراح هنوز با پتانسیل کامل مورد استفاده قرار نگرفته است و دلیل آن بهینه سازی آموزش جراحان برای استفاده از این سیستم‌ها می‌باشد.

مطالعه پژوهش‌های پیشین نشان می‌دهد که با وجود نیاز وسیع صنعت پژوهشکی به توسعه ربات‌های ماهر برای اعمال جراحی، هنوز هم این زمینه به بلوغ نرسیده است و نیازمند توجه بیشتر پژوهشگران می‌باشد. در این مقاله، ابتدا طول لینک‌های ربات را به گونه‌ای بدست می‌آوریم که مهارت ربات هنگام کار در فضای کاری، به طور میانگین بیشترین میزان را داشته باشد. بدین منظور، مهارت میانگین را به صورت یکتابع هدف در نظر گرفته و سعی در بیشینه نمودن آن خواهیم نمود. در قسمت طراحی مسیر، حرکت ربات به گونه‌ای طراحی می‌شود که یک مسیر مطلوب را در فضای سه بعدی با بیشترین مهارت طی نماید. بالا بودن مهارت باعث می‌شود که قابلیت مانور و استفاده از ابزار در ربات بالا باشد و بنابراین بتواند با چالاکی عمل موردنظر را انجام نماید. ضمناً انحراف مسیر طی شده از مسیر مطلوب بعنوان تابع هدف دوم در نظر گرفته می‌شود.

## 2- شرح مسئله

## 2-1- ربات مورد بررسی

ربات مورد بررسی یک ربات جراح با 8 درجه آزادی است. این ربات در مراجع [9] معرفی و مطالعه شده است. چهار درجه آزادی آخر ربات مربوط به می‌ج و ابزار متصل به آن بوده و در پژوهش حاضر مورد بررسی قرار نمی‌گیرد. همچنین طراح نیز نمی‌تواند دخل و تصرف چندانی در آن داشته باشد، چراکه آن قسمت با توجه به اهداف جراحی و قابلیت‌های موردنظر در آن زمینه طراحی می‌شود. در حقیقت پایه ربات در نظر گرفته شده است و هدف آن است که این پایه به صورت بهینه طراحی شود. ربات مورد بررسی در شکل 1 نشان داده شده است. رابط اول و دوم ربات به صورت سریال و درجات آزادی مربوط به آن‌ها دورانی می‌باشند ( $\theta_1$  و  $\theta_2$ ). رابط سوم بصورت حلقه‌ای<sup>۲</sup> می‌باشد که اجزای آن با برچسب 31 و 32 در شکل 1 نشان داده شده است. درجه آزادی مربوط به رابط سوم از نوع دورانی می‌باشد ( $\theta_3$ ). رابط چهارم از نوع سریالی است و درجه آزادی آن دورانی می‌باشد ( $\theta_4$ ). در این ربات، مقادیر 3 و 4 به نحوی طراحی شده‌اند که خلاف همدیگر حرکت می‌کنند: یعنی  $\theta_3 = -\theta_4$ . بنابراین با توجه به شکل 1 متغیرهای مفصلی عبارتند از:  $\theta_1$ ,  $\theta_2$ ,  $\theta_3$ ,  $\theta_4$ .

برای معرفی مهارت بعنوان ابزار مفیدی برای طراحی مسیر و ابعاد ربات، لازم است که سینماتیک مستقیم و معکوس ربات و نیز ژاکوبین را به دست

1- Gimbal

$$FE = \frac{\int_V \kappa_e dv}{\int_V dv} \quad (10)$$

برای دیگر کمیت‌ها نیز همین روند وجود دارد. اما در نظر گرفتن همه نقاط محدوده کاری کاری مشکل است و انتگرال گیری روی تمام نقاط ممکن نیست. بنابراین از روش مونت کارلو استفاده می‌شود.

#### 2-4-2 روش مونت کارلو

مونت کارلو یک راه حل ساده عددی است برای حل مسائلی که روابط اشیاء با اشیاء یا محیط‌شان را مدل می‌کند، بر اساس روابط ساده شیء-شیء یا شیء-محیطی [12]. روش مونت کارلو اساساً رویکرد ساده‌ای دارد؛ قابل درک ساختن یک سیستم ماکروسکوپی از طریق شبیه‌سازی اندرکنش‌های میکروسکوپی اش [12]. مهم‌ترین مرحله اجرای این روش تولید اعداد تصادفی است. تولید اعداد تصادفی دو شرط لازم دارند: ارقام مختلف برای آمدن، احتمال یکسان داشته باشند، و کاملاً از هم مستقل باشند.

بعنوان مثالی برای کارکرد روش مونت کارلو در محاسبه انتگرال می‌توان به اندازه گیری عدد  $\pi$  با استفاده از پرتاب دارت به سمت یک دایره به قطر 1 درون یک مربع به طول 1 اشاره کرد که در حقیقت انتگرال سطحی را حساب می‌کند. شکل 2 را در نظر بگیرید. احتمال اینکه یک نقطه تصادفی ای که داخل مربع واحد قرار دارد، داخل دایره هم قرار گیرد، برابر با مساحت دایره است. بنابراین می‌توان تعدادی نقطه تصادفی داخل مربع ایجاد کرد و تعداد آن‌هایی که داخل دایره قرار گرفته‌اند را محاسبه نمود. مساحت دایره برابر نسبت این تعداد به تعداد کل نقاط می‌باشد. برای کسب اطلاعات بیشتر راجع به روش مونت کارلو و کاربردهای آن، خواننده می‌تواند به مرجع [12] مراجعه نماید.

در این مقاله کاربرد این روش بینن صورت است که به صورت تصادفی تعدادی نقطه در یک نیمکره شامل فضای کاری ربات پخش می‌کنیم. سپس برای تک تک این نقاط مشخص می‌کنیم که با توجه به سینماتیک معکوس آیا این نقاط در فضای کاری ربات هستند یا خیر. بدین ترتیب حجم فضای کاری به صورت  $\frac{2}{3}\pi R^3 \frac{n_{in}}{n}$  خواهد بود که  $n$  تعداد کل نقاط در نظر گرفته شده و  $n_{in}$  و  $n$  نقاط داخل فضای کاری است. بنابراین معیارهای مهارت بصورت روابط (11) و (12) حساب می‌شوند:

$$KM = \frac{\frac{2}{3}\pi R^3 \frac{n_{in}}{n} \sum_i \omega_i}{V} \quad (11)$$

یا:

$$Ke = \frac{\frac{2}{3}\pi R^3 \frac{n_{in}}{n} \sum_i K_{ei}}{V} \quad (12)$$

معیارها بصورت عددی قابل محاسبه خواهند بود. حال، سوال آن است که فضای شامل فضای کاری ربات را چگونه بیابیم؟ بدین منظور مانند روند ارائه شده در مقاله [9] نیمکرهای محدود به سطح زمین (سطح صفر) و شعاع کاری ربات را شامل می‌شود.

برای این که تمامی معیارهای بالا تا حدودی ارضا شوند باید ترکیبی از آن‌ها را در نظر بگیریم. این ترکیب مثلاً می‌تواند ترکیب خطی ای از آن‌ها (مجموع مضربهای از آن‌ها) باشد. از آن‌جا که یکی دیگر از معیارهای عملکرد ربات، حجم فضای کاری قابل دسترسی می‌باشد، در ترکیب معیارها، این پارامتر نیز دخیل می‌شود.

ضمناً یک نوع نرمال‌سازی نیز باید روی معیارها انجام شود تا بدون واحد شده و قابل جمع باشند. بدین منظور یک حالت بیشنه و یک حالت کمینه

نیست به جای ماتریس ژاکوبین، ماتریس  $JJ^T$  را در نظر می‌گیرند.

#### 2-2-2-2-چالاکی<sup>1</sup>

چالاکی در [11] بصورت رابطه (4) تعریف شده‌است:

$$\kappa = \|J\| \|J^{-1}\| \quad (4)$$

با توجه به مقادیر هنکل می‌توان معیار زیر (رابطه (5)) را بصورت جایگزین به کار برد:

$$\kappa = \frac{\sigma_{min}}{\sigma_{max}} \quad (5)$$

در رابطه (5)،  $\sigma_{min}$ ،  $\sigma_{max}$  به ترتیب مقادیر ویژه بیشینه و کمینه هنکل ماتریس  $J$  است. بنابراین این معیار همیشه کمتر از یک است. هرچه این معیار به یک نزدیک‌تر باشد بدان معناست که ماتریس ژاکوبین بطور یکتاخت تری در فضای مؤلفه دارد.

#### 2-2-3-ناحیه بیضی گون

با توجه به [11] می‌توان بیضی گون نیرو را نیز بصورت رابطه (6) تعریف کرد. یعنی فضایی که در آن نیروی وارد از جانب عملگر نهایی ( $F$ ) در تمام جهات کمتر از یک است.

$$F^T J^T J F \leq 1 \quad (6)$$

مجدداً، با توجه به مقادیر ویژه هنکل رابطه (7) بصورت جایگزین تعریف می‌شود:

$$K_e = \frac{\sigma_{min}}{\sigma_{max}} \quad (7)$$

$\sigma_{min}$  در مورد نیرو به ترتیب مقادیر ویژه بیشینه و کمینه هنکل ماتریس  $JJ^T$  است. مفهوم این کمیت با توجه به اینکه این معیار در بیشترین حالت برابر 1 است، آن است که عملگر نهایی ربات بتواند در تمام جهات به طور یکسان نیرو وارد کند.

تابع مهارت کلی ترکیبی خطی از توابع مهارت تعریف شده در بالا است و از آن‌جا که همه معیارهای مهارت به نحوی تابعی از ژاکوبین ربات است، با داشتن ژاکوبین، تابع مهارت قابل محاسبه خواهد بود.

#### 2-3-معیارها در محدوده کاری

تابع مهارت تعریف شده در بالا، همه، معیار مورد نظر را در یکی از نقاط کاری ربات حساب می‌کنند. با توجه به آن که تمامی معیارهای مطرّح به ماتریس‌هایی ربط دارد که تابعی از پیکربندی ربات هستند، بنابراین این معیارها در پیکربندی‌های مختلف متفاوت خواهد بود. برای این که بطور میانگین تمام نقاط در نظر گرفته شوند بایستی روی تمام محدوده کاری ربات این معیارها در نظر گرفته شوند. این مهم با استفاده از انتگرال گیری میسر می‌شود. بعنوان مثال برای اداره پذیری روابط (8) و (9) را خواهیم داشت:

حجم کل فضای کاری:

$$V = \int_V dv \quad (8)$$

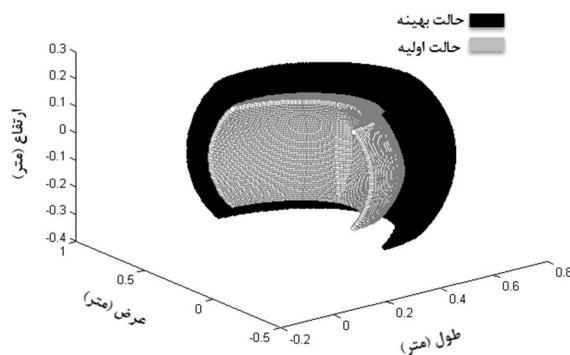
اداره پذیری سینماتیکی مجموع:

$$KM = \frac{\int_V \omega dv}{\int_V dv} \quad (9)$$

باید توجه داشت که انتگرال‌های معادلات (8) و (9) بر روی کل حجم فضای کاری ( $V$ ) محاسبه می‌شوند و  $dV$  المان حجمی از فضای کاری ربات است. برای بیضی گون نیرویی رابطه (10) را خواهیم داشت:

جدول 2 مقادیر تابع مهارت در حالت‌های مختلف

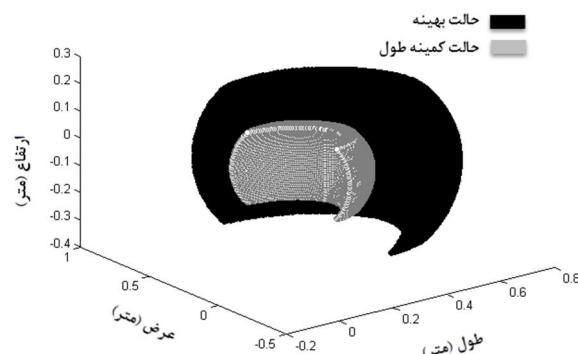
تابع مهارت	طول لینک‌ها
5976	حالت اولیه
19953	بیشینه طول
3196	کمینه طول
31741	بهینه



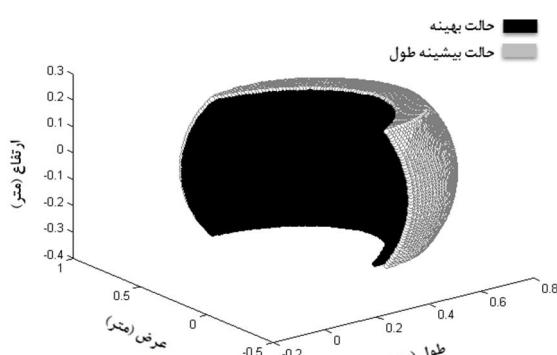
شکل 3 مقایسه فضای کاری در حالت اولیه و بهینه

می‌گیرید قیاس بین فضای کاری حالت بیشینه و حالت کمینه طول‌ها در شکل 4 انجام شده است که به وضوح برتری استفاده از طول‌های بهینه را نشان می‌دهد.

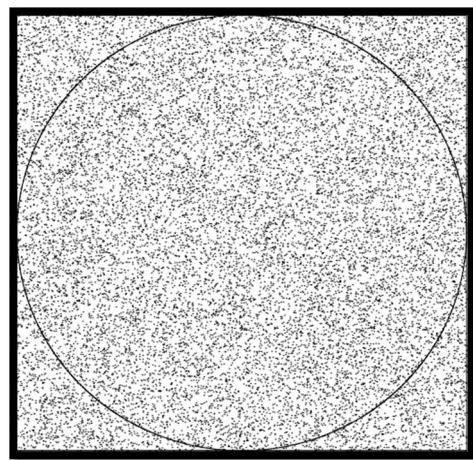
مقایسه بین فضای کاری حالت بیشینه طول‌ها و حالت بهینه در شکل 5 انجام شده است.



شکل 4 مقایسه فضای کاری در حالت کمینه طول و بهینه



شکل 5 مقایسه فضای کاری در حالت بیشینه طول و بهینه



شکل 2 کاربردی از روش مونت کارلو

برای هر معیار در نظر می‌گیریم. برای مثال برای معیار نوعی  $A$  رابطه (13) را تعریف می‌کنیم:

$$\hat{A} = \frac{A - A_{\min}}{A_{\max}} \quad (13)$$

که  $A_{\max}, A_{\min}$  مهارت مورد نظر به ترتیب متناظر با طول کمینه و بیشینه هستند.

### 3- بهینه سازی طول لینک‌های ربات

در این قسمت با توجه به مطالب گفته شده، از الگوریتم زنتیک استفاده می‌شود تا معیار مهارت ترکیبی در محدوده کاری را بیشینه نماییم. برای شبیه‌سازی و ایجاد زمینه مقایسه نتایج، مقادیر جدول 1 را برای پارامترهای طول لینک‌ها در نظر گرفته‌ایم.

لازم به ذکر است که در بهینه سازی قیود حداقل و حداکثر طول نیز در نظر گرفته شده‌اند. شبیه‌سازی انجام شده است و مقدار نهایی تابع مهارت برابر با  $1741/3 \times 10^4$  بdest می‌آید و طول‌های بهینه نیز بصورت رابطه (14) خواهد بود:

$$\begin{aligned} L_{1,\text{best}} &= 0.2675 \\ L_{2,\text{best}} &= 0.0977 \\ L_{3,\text{best}} &= 0.3463 \end{aligned} \quad (14)$$

برای مقایسه حالت‌های حدی (کمینه و بیشینه طول لینک‌ها) و نیز حالت اولیه در نظر گرفته شده (که در حقیقت تقریباً برابر میانگین حالت‌های حدی است) را در نظر می‌گیریم. برای این حالت‌ها مقدار تابع مهارت در جدول 2 آمده است. مشاهده می‌شود که طبق انتظار تابع مهارت در نقطه پیشنهاد شده بالاترین مقدار را دارد. عنوان یک معیار تصویری، فضای کاری را در حالت اولیه و حالت بهینه در شکل 3 مقایسه شده است.

مشاهده می‌شود که این فضای کاری در حالت بهینه بیشتری را در بر

جدول 1 مقادیر در نظر گرفته شده برای طول لینک‌های ربات

پارامتر	طول
مقدار اولیه برای	$L_1$ 20 سانتیمتر
مقدار اولیه برای	$L_2$ 7 سانتیمتر
مقدار اولیه برای	$L_3$ 25 سانتیمتر
محدوده مجاز برای	$L_1$ 15 تا 30 سانتیمتر
محدوده مجاز برای	$L_2$ 5 تا 10 سانتیمتر
محدوده مجاز برای	$L_3$ 18 تا 36 سانتیمتر

کنند. اما می‌دانیم که یک خم درجه ۳ دارای ۴ ضریب است و بنابراین پس از برآورده کردن قیود، همه ضرایب محاسبه می‌شوند و دیگر پارامتری برای بهینه‌سازی نمی‌ماند. برای حل این مشکل فائق از روشی مرسوم در طراحی مسیر یعنی در نظر گرفتن نقطه میانی استفاده می‌شود. یعنی خم را به صورت دو تکه‌ای در نظر می‌گیرند. بدین ترتیب ۸ پارامتر وجود خواهد داشت. اما توجه داریم که به تعداد قیود نیز افزوده می‌شود. چراکه در نقطه انفصل، نباید خم در سطح مکان یا سرعت ناپیوستگی داشته باشد. یعنی سرعت و مکان ربات قبل و بعد از انفصل باید باهم برابر باشند. با اضافه شدن این دو قید، در مجموع دو پارامتر آزاد داریم که با آن‌ها بهینه‌سازی را انجام خواهیم داد.

**4-3- پارامتریزه کردن خم و به دست آوردن قیود پارامتری**  
پارامتری کردن مسیر بدین صورت است که مسیر را به صورت ترکیبی از دو تابع درجه ۳ از زمان بصورت رابطه (15) در نظر می‌گیریم:

$$\begin{cases} q_i(t) = a_i t^3 + b_i t^2 + c_i t + d_i, 0 \leq t < \frac{T_f}{2} \\ q_i(t) = e_i t^3 + f_i t^2 + g_i t + h_i, \frac{T_f}{2} \leq t < T_f \end{cases} \quad (15)$$

قیود فیزیکی به زبان پارامترها بصورت روابط (16) تا (21) توصیف می‌شوند:

قید ۱: مکان ابتدایی:

$$q_i(0) = q_{i,0} \Rightarrow d_i = q_{i,0} \quad (16)$$

قید دوم: سرعت ابتدایی:

$$\dot{q}_i(0) = q_{i,0} \Rightarrow c_i = 0 \quad (17)$$

قید سوم: مکان نهایی:

$$q_i(T_f) = q_{i,f} \Rightarrow e_i T_f^3 + f_i T_f^2 + g_i T_f + h_i = q_{i,f} \quad (18)$$

قید چهارم: سرعت نهایی:

$$\dot{q}_i(T_f) = 0 \Rightarrow 3e_i T_f^2 + 2f_i T_f + g_i = 0 \quad (19)$$

قید پنجم: پیوستگی مکان:

$$\begin{aligned} \lim_{t \rightarrow \frac{T_f}{2}} q_i(t) &= \lim_{t \rightarrow \frac{T_f}{2}^+} q_i(t) \\ \Rightarrow a_i \left(\frac{T_f}{2}\right)^3 + b_i \left(\frac{T_f}{2}\right)^2 + c_i \frac{T_f}{2} + d_i &= e_i \left(\frac{T_f}{2}\right)^3 + f_i \left(\frac{T_f}{2}\right)^2 + g_i \frac{T_f}{2} + h_i \end{aligned} \quad (20)$$

قید ششم: پیوستگی سرعت:

$$\begin{aligned} \lim_{t \rightarrow \frac{T_f}{2}} \dot{q}_i(t) &= \lim_{t \rightarrow \frac{T_f}{2}^+} \dot{q}_i(t) \\ \Rightarrow 3a_i \left(\frac{T_f}{2}\right)^2 + 2b_i \left(\frac{T_f}{2}\right) + c_i &= 3e_i \left(\frac{T_f}{2}\right)^2 + 2f_i \left(\frac{T_f}{2}\right) + g_i \end{aligned} \quad (21)$$

مشاهده می‌شود که مقادیر  $c_i, d_i$  به طور مستقیم قابل محاسبه هستند و بقیه قیود منجر به معادلاتی می‌شود که نسبت به پارامترها خطی بوده و بنابراین پارامترها به سادگی با حل یک تساوی خطی ماتریسی قابل حصول هستند. یعنی با توجه به مشخص بودن  $a_i, b_i, c_i, d_i$ ، اگر  $a_i, b_i$  مشخص باشند، همه پارامترها به دست می‌آیند. پس  $a_i, b_i$  متغیرهای بهینه‌سازی می‌باشند و قیود بر اساس آن‌ها حساب می‌شوند.

#### 4-4- تابع هزینه

قسمت نخست تابع هزینه انتگرال قرینه تابع مهارت روی مسیر طی شده

مقایسه نتایج با مقادیر بهینه مرجع [9]، که در شکل های ۴ و ۵ انجام شد، نشان دهنده انطباق نتایج برهمن است و بنابراین نتیجه می‌شود که روند بصورت صحیح اجرا شده است، اما توجه داریم که:

۱. حجم فضای کاری در حالت بهینه نسبت به حالت اولیه بیشتر است و این افزایش فضای کاری برای ربات جراح بسیار مفید است.

۲. حجم کاری ربات در حالت بهینه از حالت کمینه طول بسیار بیشتر است و بنابراین از این نظر نیز این حالت بسیار بهتر است.

۳. حجم کاری حالت بهینه با حالت بیشینه طول تقریباً برابر است، اما در جدول بالا دیدیم که تابع مهارت (که معیار مناسب بودن کلی ربات است) در حالت کلی بسیار بهتر شده است.

در مجموع کارآمدی روش مطرح شده هم از نظر افزایش تابع مهارت نسبت به حالت‌های دیگر و هم از لحاظ افزایش فضای کاری به چشم می‌خورد و این مناسب بودن الگوریتمها و رویکرد در نظر گرفته شده را می‌رساند.

#### 4- رویکرد طراحی مسیر بهینه

هدف نهایی این مقاله طراحی مسیر بهینه با رویکرد بیشینه نمودن تابع مهارت و کمینه کردن خطای می‌باشد که در این قسمت به بررسی آن می‌پردازیم.

#### 4-1- تعریف مسئله

هدف از طراحی مسیر در این قسمت آن است که عملگر نهایی ربات روی مسیر مستقیم بین دو نقطه مشخص حرکت کند. چنین حرکتی برای انجام عملیات بُرش در ربات جراح بسیار کارآمد است.

نقطه ابتدایی  $R_0$  را و نقطه انتهایی را  $R_f$  می‌نامیم. برای طراحی در مسیر دکارتی باید نقاط ابتدایی و انتهایی را به فضای متغیرهای مفاصل منتقل کنیم. برای این کار از سینماتیک معکوس استفاده می‌نماییم. یعنی بردارهای  $Q_0$  متناظر با  $R_0$  و  $Q_f$  متناظر با  $R_f$  را در فضای متغیرهای مفاصل محاسبه می‌کنیم. نهایتاً باید در فضای متغیرهای مفاصل یک تابع زمانی برای  $q$  به نحوی طراحی شود که قیود سرعت و مکان را رعایت نموده و از نقطه ابتدا به نقطه انتهای برسد. ابتدا این مسیر را پارامتریزه می‌کنیم، یعنی بهینه سازی تابعی را به یک بهینه سازی پارامتری کاهش می‌دهیم. بعد از آن با توجه به قیود فیزیکی مسئله روابط بین پارامترها را به دست می‌آوریم. حال بر اساس این پارامترها یک تابع هزینه (که متناظر با مهارت ربات و خطای انحراف از مسیر مستقیم است) تشکیل می‌دهیم و آن را بهینه می‌کنیم.

#### 4-2- قیود فیزیکی مسئله

- در ابتدای حرکت ربات در نقطه آغازین است، یعنی  $q_i(0) = q_{i,0}$ .

- در ابتدای حرکت ربات ساکن فرض می‌شود، یعنی  $\dot{q}_i(0) = 0$ .

- در انتهای مسیر ربات در نقطه مشخص شده نهایی است، یعنی

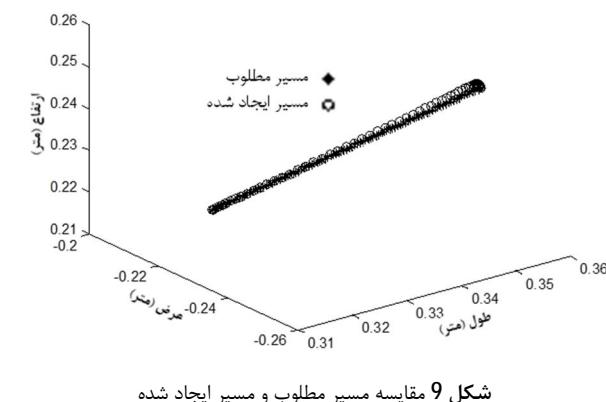
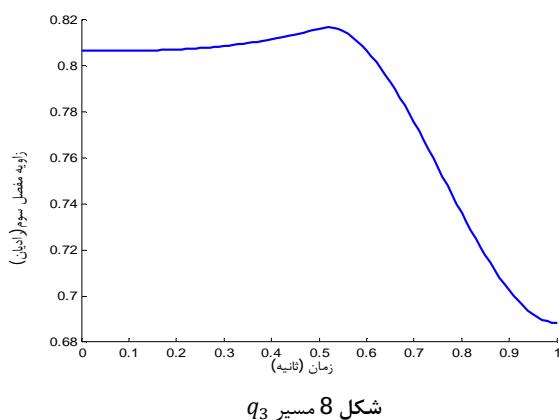
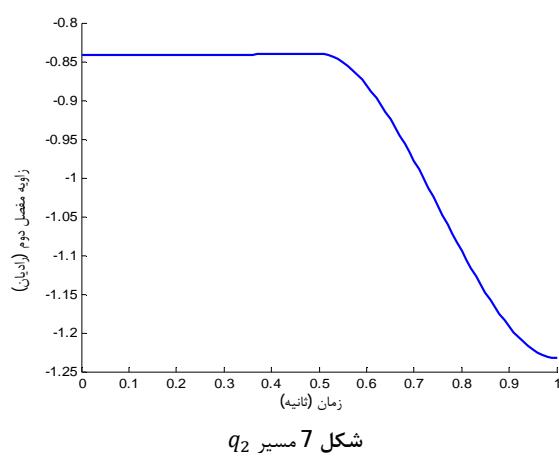
$q_i(T_f) = q_{i,f}$

- سرعت نهایی ربات صفر است، یعنی ربات در نقطه نهایی کاملاً

می‌ایستد. پس  $\dot{q}_i(T_f) = 0$

- برآورده کردن این ۴ قید مستقل، حداقل نیاز به ۴ پارامتر داریم.

یک روش مرسوم برای طراحی چنین توابع و مسیرهایی استفاده از توابع درجه ۳ است. چراکه توابع درجه ۳ نه زیاد پیچیده‌اند که باعث ایجاد مسیر بر پیچ و خم و نامطلوب شوند و نه آنقدر ساده که نتوانند قیود را برآورده



نزدیک بودن مسیر طی شده به مسیر مطلوب) به صورت مناسبی انجام شده است.

### 5- جمع‌بندی و نتیجه گیری

در این مقاله روندی ارائه شد که بتوان با استفاده از آن، معیاری برای مهارت یک ربات جراح ارائه داد. سپس بر اساس این معیار به طراحی ربات و یافتن طول بهینه برای رابطه‌های آن پرداخته شد. در نهایت با ترکیب معیار مهارت با خطای رديایي مسیر، به طراحی مسیر بهینه برای ربات جراح پرداخته شد. نتایج شبیه‌سازی کارآمد بودن روش را مشخص نمود و نشان داد که رویکرد بهینه سازی ابعاد می‌شود. از روند ارائه شده در این مقاله، در زمینه نتایج شبیه‌سازی متوافق نمود و نیز

توسط ربات است. در حقیقت در هر لحظه ربات در وضعیت قرارگیری  $Q(t) = [q_1(t) \ q_2(t) \ \dots \ q_n(t)]$  قرار دارد که در این نقطه مهارت ربات یک مقدار مشخص است. برای محاسبه مهارت در تمام طول مسیر باستی رابطه (22) روی تمام نقاط انتگرال گرفته شود:

$$K = \int_{q_0}^{q_f} k(Q) dQ \quad (22)$$

یک جمله متناظر با خطای به تابع هزینه اضافه می‌شود. این جمله به این خاطر در نظر گرفته می‌شود که انحراف مسیر طراحی شده از مسیر مطلوب خط راست (کمینه) باشد. به زبان ریاضی می‌توان این جمله را بصورت رابطه (23) نوشت:

$$E = \int_{R_0}^{R_f} \|r_g - r_d\| ds \quad (23)$$

که  $r_g$  مسیر طراحی شده و  $r_d$  مسیر مطلوب و  $E$  معرف خطای طراحی می‌باشد. انتگرال روی تمام طول مسیر، از نقطه شروع تا نقطه پایان گرفته شده است، یعنی  $ds$  المان طول مسیر می‌باشد. تابع هزینه کلی ترکیبی از خطای و مهارت است. چون می‌خواهیم خطای کمینه شود، آن را بصورت رابطه (24) و با علامت مثبت در تابع هزینه وارد می‌کنیم:

$$J = E - M \quad (24)$$

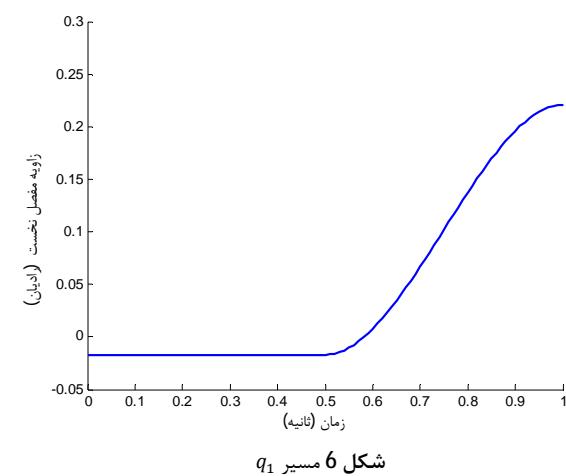
که در آن  $J$  تابع هزینه کلی،  $M$  مهارت در طول مسیر و  $E$  خطای روی مسیر می‌باشد. بهینه سازی با الگوریتم ژنتیک انجام می‌شود. در ادامه نتایج شبیه‌سازی ارائه می‌گردد.

### 4- نتایج شبیه‌سازی

برای شبیه سازی، عمل مورد نظر را برش یک خط کوتاه در نظر گرفته شده است و نقاط ابتداء و انتهای به صورت  $R_0 = [0.35 \ 0.25 \ 0.25]$  و  $R_f = [0.32 \ 0.22 \ 0.22]$  (25) لحاظ شده است:

$$\begin{aligned} Q_0 &= [-0.0177 \ -0.84130.8066]^T \\ Q_f &= [0.2207 \ -1.23250.6884]^T \end{aligned} \quad (25)$$

پس از اجرای بهینه سازی متغیرهای مفصلی مطابق شکل‌های 6 تا 8 به دست می‌آیند. لازم به ذکر است که با توجه به مدل ربات مورد بررسی، مفصل چهارم بصورت قرینه مفصل سوم حرکت می‌کند، یعنی  $-q_4 = q_3$ . برای بررسی انتظامی مسیر بهینه ایجاد شده در فضای دکارتی، آن را با مسیر مطلوب مقایسه می‌نماییم. بدین منظور این دو مسیر در شکل 9 رسم شده‌اند. مشاهده می‌شود که ردیابی مسیر قابل قبول است. در حقیقت مصالحه لازم بین بالا بودن مهارت ربات در حین برش و کم بودن خطای (یعنی



new minimally invasive surgical robotic system." *Biomedical Robotics and Biomechatronics, 2006. BioRob 2006. The First IEEE/RAS-EMBS International Conference on*, 2006.

- [5] S. Mosafer, S. Najarian, et al. "Design motorized hand held flexible instrument for Minimally Invasive Surgery (MIS)." *Industrial Electronics & Applications, 2009. ISIEA 2009. IEEE Symposium on*, IEEE, 2009.
- [6] K. Kawamura, H. Seno, et al. "Pilot study on effectiveness of simulation for surgical robot design using manipulability." *Engineering in Medicine and Biology Society, EMBC, 2011, Annual International Conference of the IEEE*, IEEE, 2011.
- [7] J. Nikodem, G. Hwang, et al. "Technical Realization of the Optimal Motion Planning Method for Minimally Invasive Surgery." *Engineering of Computer Based Systems (ECBS), 2012 IEEE 19th International Conference and Workshops on*, IEEE, 2012.
- [8] I. Nisky, S. Patil, et al. "Kinematic analysis of motor performance in robot-assisted surgery: a preliminary study." *Medicine Meets Virtual Reality*, pp. 302-308, 2013.
- [9] S. G. Kang, H. Iqbal, et al. "Multi-criteria optimization of the 4 links of an 8 DOF haptic master device for a surgical robot". *Control, Automation and Systems (ICCAS), 2012 12th International Conference on*, IEEE, 2012.
- [10] S. U. Lee, H. Shin, et al. "Design of a New Haptic Device using a Parallel Mechanism with a Gimbal Mechanism." *Parameters*, 160(120H): 120D, 2005.
- [11] C. A. Klein and B.E. Blaho, "Dexterity Measures for the Design and Control of kinematically Redundant Manipulators", *The Int. J. of Robotics Research*, 6(2), pp. 72-83, 1987.
- [12] R. Y. Rubinstein and D. P. Kroese. *Simulation and the Monte Carlo method* Vol. 707. John Wiley & Sons, 2011.

می‌توان ربات‌های مختلف را از این دیدگاه با هم مقایسه کرد. در طراحی مسیر نیز بعنوان مثال می‌توان تابع مهارت را تعیین داده و با توجه به کاربردهای مختلف، مثل جوشکاری یا رنگزندی، این مفهوم را تغییر داد. یا علاوه بر طراحی مسیر به صورت بهینه، می‌توان مفهوم و ایده تابع مهارت را در موارد دیگر نیز بکار برد. از جمله این موارد کنترل ربات است، به نحوی که در طول حرکت ربات، انتگرال تابع مهارت روی مسیر بیشینه شود. قیود دیگر مانند اختناب از موانع و تداخل نیز می‌توانند در نظر گرفته شوند.

## 6- مراجع

- [1] A. Faraz, S. Payandeh, et al.. "Issues and design concepts in endoscopic extenders." *Analysis, Design and Evaluation of Man-Machine Systems*, pp. 89-94, 1995.
- [2] L. Adhami and É. Coste-Manière. "Optimal planning for minimally invasive surgical robots." *Robotics and Automation, IEEE Transactions on*, 19(5): pp. 854-863, 2003.
- [3] V. Muñoz, I. García-Morales, et al. "Control movement scheme based on manipulability concept for a surgical robotic assistant". *Robotics and Automation, 2006. ICRA 2006. Proceedings 2006 IEEE International Conference on*, IEEE, 2006.
- [4] M. J. Lum, D. Trimble, et al. "Multidisciplinary approach for developing a