



شبیه‌سازی عددی جریان سیال غیرنیوتنی از میان کانال با یک حفره

محمد محسن شاه‌مردان^{۱*}، محمود نوروزی^۲، امیر نقی‌خانی^۳

۱- دانشیار، دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه شاهرود، شاهرود

۲- استادیار، دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه شاهرود، شاهرود

۳- دانشجوی کارشناسی ارشد، مهندسی مکانیک، دانشگاه شاهرود، شاهرود

* شاهرود، صندوق پستی ۳۶۱۹۹۵۱۶۱، mshahmardan@shahroodut.ac.ir

چکیده

در این مقاله، حل عددی جریان سیال غیرنیوتنی از میان کانال با یک حفره بررسی شده است. از مدل غیرنیوتنی کاربو-یاسودا که وابستگی تنش به نرخ برش را به خوبی بیان می‌کند استفاده می‌شود و اثر توان‌نمایی (n) مدل روی خواص جریان مورد بررسی قرار گرفته است. معادلات حاکم با استفاده از روش تفاضل محدود روی شبکه جابه‌جاشده گسسته‌سازی شده و نحوه اختصاص پارامترهای جریان روی شبکه جابه‌جاشده براساس روش علامت‌گذاری و سلول می‌باشد. به منظور وابستگی بین معادلات پیوستگی و مومنتوم از روش تراکم پذیری مصنوعی استفاده می‌گردد. نتایج حل عددی بیان می‌کند با کاهش توان‌نمایی n ، طول توسعه یافتگی جریان افزایش، سرعت در مرکز کانال و افت فشار جریان کاهش می‌یابد.

اطلاعات مقاله

مقاله پژوهشی کامل

دریافت: ۲۲ بهمن ۱۳۹۱

پذیرش: ۰۹ تیر ۱۳۹۲

ارائه در سایت: ۲۲ تیر ۱۳۹۳

کلید واژگان:

سیال غیرنیوتنی

مدل کاربو-یاسودا

شبکه جابه‌جاشده

تحلیل عددی

حفره

Numerical simulation of non-Newtonian fluid flows through a channel with a cavity

Mohammad Mohsen Shahmardan^{1*}, Mahmood Norouzi², Amir Naghikhani³

1. Department of Mechanical Engineering, Shahrood University, Shahrood, Iran

2. Department of Mechanical Engineering, Shahrood University, Shahrood, Iran

3. Department of Mechanical Engineering, Shahrood University, Shahrood, Iran

* P. O. B. 3619995161 Shahrood, Iran, mshahmardan@shahroodut.ac.ir

ARTICLE INFORMATION

Original Research Paper

Received 15 February 2013

Accepted 30 June 2013

Available Online 13 July 2014

Keywords:

Non-Newtonian Fluid

Carreau-Yasuda Model

Staggered Mesh

Numerical Analysis

Cavity

ABSTRACT

In this paper, numerical solution of non-Newtonian fluid flow through a channel with a cavity is studied. Carreau-Yasuda non-Newtonian model which represent dependence of stress on shear rate well is used and the effect of n index of model on attribute of flow is considered. Governing equations are discretized using finite difference method on staggered mesh and the form of allocating flow parameters on staggered mesh is based on marker and cell method. For dependence between continuity and momentum equations, artificial compressibility method is used. Numerical results express that with decrease of n index, the developing length is increased and the velocity in center of channel and pressure drop of flow is decreased.

۱- مقدمه

آزمایشگاهی استفاده شده است. مطالعه‌های قبلی عموماً روی حفره با سرپوش متحرک، یک مربع دو بعدی یا سه بعدی متمرکز شده به طوری که در آن‌ها سرعت یکنواخت افقی به عنوان شرایط مرزی به سرپوش یا دیواره بالایی اعمال شده است [۲-۴].

پژوهشگران زیادی جریان سیال نیوتنی در کانال با یک حفره را با استفاده از روش‌های عددی و تجربی مورد بررسی قرار داده‌اند. یکی از قدیمی‌ترین شبیه‌سازی‌های عددی در این هندسه توسط ترسزینسکل و آهن [۵] انجام شده است. خطوط جریان در اعداد رینولدز ۱۰، ۳۰، ۱۰۰ و ۳۰۰ ترسیم گردیده است. نتایج نشان می‌دهد با افزایش عدد رینولدز گردابه اصلی به سمت پایین دست حفره حرکت می‌کند. در تحقیق دیگری کچرانه و

رفتار جریان سیالات پلیمری که غیرنیوتنی هستند عموماً بسیار پیچیده‌تر از سیال نیوتنی است و در فرآیندهای پلیمری از نظر کیفیت و بازده تولید اثر فراوان دارد. از این رو جریان‌های غیرنیوتنی به صورت آزمایشگاهی و عددی در هندسه‌های مختلف کانال همچون تبدیل همگرا^۱، تبدیل واگرا^۲ و حفره با سرپوش متحرک^۳ مورد مطالعه قرار می‌گیرند [۱].

جریان در حفره مربعی به طور ممتد به صورت مسئله مبنای عددی و

- 1- Sudden contraction
- 2- Sudden expansion
- 3- Lid- driven cavity
- 4- Benchmark problem

Please cite this article using:

M.M. Shahmardan, M. Norouzi, A. Naghikhani, Numerical simulation of non-Newtonian fluid flows through a channel with a cavity, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 14, No. 6, pp. 35-40, 2014 (In Persian)

برای ارجاع به این مقاله از عبارت ذیل استفاده نمایید:

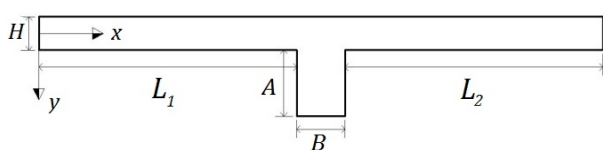
می‌توان به جریان داخل کانال جلالی و همکاران [۱۱] اشاره نمود. آنان جریان‌های ثانویه داخل کانال را با استفاده از مدل PTT مورد بررسی قرار دادند و در تحقیقات خود ملاحظه کردند با افزایش خواص الاستیک شدت جریان‌های عرضی افزایش یافته و این اثر در ناحیه توسعه‌یافته بیشتر قابل ملاحظه است. شبیه‌سازی عددی جریان آرام سیال غیرنیوتنی در تبدیل واگرایی متقارن محوری با استفاده از مدل کاربو-یاسودا توسط شاه‌مردان و همکاران [۱۲] انجام گردیده است. این نویسندگان اثر کاهش نمایی (n) را مورد مطالعه قرار داده‌اند. نتایج آنان نشان می‌دهد با کاهش توان نمای طول گردابه در ناحیه تغییر سطح مقطع و توسعه‌یافتگی جریان افزایش و افت فشار جریان کاهش می‌یابد.

در پژوهش دیگری جریان سیال ویسکوالاستیک بر استوانه توسط نوروزی و همکاران [۱۳] مطالعه گردیده است. تحقیق انجام شده از جهت بسیاری با تحقیق حاضر متفاوت است در ابتدا می‌توان به این مورد اشاره نمود که جریان و هندسه کاملاً متفاوت می‌باشد همچنین در تحقیق حاضر جریان دائمی بوده و در محاسبه جمله تنش وابستگی لزجت به نرخ برش در نظر گرفته شده و برای حل معادلات از روش تفاضل محدود^۸ استفاده شده است در حالی که در مرجع [۱۳] جریان نوسانی و در محاسبه جمله تنش از مدل گزیکس^۹ بهره گرفته شده و روش عددی مورد استفاده، روش حجم محدود^{۱۰} می‌باشد.

در مطالعه حاضر، حل عددی جریان سیال غیرنیوتنی از میان کانال با یک حفره به صورت دوبعدی مطابق شکل ۱ با استفاده از مختصات دکارتی مورد بررسی قرار گرفته است. ارتفاع ورودی کانال برابر با H ، ارتفاع حفره $A=2H$ و عرض حفره $B=1/5H$ می‌باشد. طول کانال بالادست و پایین‌دست حفره $L_1=L_2=AH$ است. طول کانال در بخش اول و بخش سوم هندسه مسئله به اندازه کافی بزرگ در نظر گرفته شده به صورتی که جریان در هر دو بخش توسعه یافته شود. از مدل غیرنیوتنی کاربو-یاسودا استفاده شده که وابستگی تنش به نرخ برش را به خوبی می‌توان با آن مدل کرد. توان نمای (n) برای این مدل در محدوده 0.7 تا 1.0 در نظر گرفته شده است. معادلات حاکم با استفاده از روش تفاضل محدود روی شبکه جابه‌جاشده^{۱۱} گسسته‌سازی شده و نحوه اختصاص پارامترهای جریان روی شبکه جابه‌جاشده براساس روش علامت‌گذاری و سلول^{۱۲} می‌باشد. از روش تراکم‌پذیری مصنوعی برای محاسبه فشار استفاده شده است. استفاده از مدل غیرنیوتنی کاربو-یاسودا و بررسی خواص غیرنیوتنی روی سرعت جریان، لزجت، تنش و افت فشار تفاوت‌هایی می‌باشد که تحقیق حاضر با مطالعات قبلی مشابه خود دارد.

۲- معادلات حاکم

معادلات حاکم بر جریان سیال تراکم‌ناپذیر، پایا، دوبعدی و دما ثابت در مختصات دکارتی شامل معادله پیوستگی و مومنوم در زیر آمده است:



شکل ۱ شکل شماتیک هندسه مسئله

همکاران [۶] شبیه‌سازی عددی و آزمایشگاهی برای سیال نیوتنی و غیرنیوتنی در کانال‌های متنوع با هندسه‌های پیچیده را بررسی کرده‌اند. سیال نیوتنی استفاده شده در آزمایش‌ها ترکیبی از ماده قندی و آب است و سیال غیرنیوتنی استفاده شده در آزمایش‌ها محلول رقیق پلی‌اکریلامید^۱ ترکیب شده در آب و ماده قندی می‌باشد. شبیه‌سازی عددی سیال غیرنیوتنی با استفاده از مدل UCM^۲ با زمان‌هایی از تنش 0.3 و محدوده لزجت 0.1 تا 0.3 انجام شده است. آن‌ها جریان سیال با رینولدز 5 و 10 را در حفره مربعی و رینولدز 3 ، 6 ، 10 ، 20 را در حفره عمیق تحلیل کرده و نشان دادند جریان داخل حفره برای سیال نیوتنی و نیز سیال غیرنیوتنی در اعداد رینولدز کوچک تقریباً متقارن بوده و در صورتی که نرخ جریان افزایش یابد جریان نامتقارن می‌شود. همچنین آن‌ها دریافتند الاستیسیته و اینرسی اثرات مخالف روی جریان دارند و منجر به نامتقارنی در جهت‌های مخالف می‌شوند. جریان ویسکوالاستیک در گذر از حفره مربعی توسط کیم و همکاران [۷] به صورت عددی و تجربی بررسی شده است. مشاهده‌های آن‌ها نوعی ناپایداری را در حفره نشان می‌دهد. پژوهشگران در این تحقیق همچنین فشار را در حفره و کانال بالادست و پایین‌دست حفره به دست آوردند. فشار اندازه‌گیری شده تأیید می‌کند جریان سیال در نرخ جریان بالا به‌طور ضعیفی وابسته به زمان است. هسو و همکاران [۸] در پژوهش دیگری جریان سیال ویسکوالاستیک مرتبه دوم را بررسی کرده‌اند. مشاهدات آن‌ها نشان می‌دهد چنانچه عدد رینولدز افزایش یابد ناحیه چرخشی به پایین‌دست حفره سوق می‌یابد و مرکز گردابه در جهت جریان حرکت می‌کند. توزیع جریان برای سیال با ضرایب الاستیسیته مختلف در رینولدز کم، بسیار شبیه به یکدیگر است. در اعداد رینولدز بیشتر از 80 ، اثر افزایش الاستیسیته نمایان می‌شود و خطوط جریان تغییر بیشتری را نشان می‌دهند.

یاماموتو و همکاران [۱] با روش‌های آزمایشگاهی و عددی با استفاده از مدل PTT^۳ به بررسی سه‌بعدی هندسه مورد نظر پرداخته و مشاهده کرده‌اند در اعداد وایزبرگ^۴ بالا، جریان در حفره به صورت مارپیچی به سوی صفحه مرکزی کانال حرکت می‌کند. همچنین آن‌ها اثر خواص غیرنیوتنی مدل و عدد وایزبرگ را روی جریان مورد بررسی قرار داده و نمودار تنش عمودی را در مقاطع مختلف حفره ترسیم کرده‌اند. نتایج نشان می‌دهد با افزایش عدد وایزبرگ مقدار قدرمطلق تنش در مجاورت دیواره حفره افزایش می‌یابد. از مطالعات دیگری که شباهت بسیاری به پژوهش حاضر دارد می‌توان به تحقیق بین و همکاران [۹] اشاره نمود. آن‌ها از معادله ساختاری MUCM^۵ برای تنش و از مدل توانی^۶ برای بیان وابستگی لزجت به نرخ برش استفاده کرده‌اند. نتایج شامل خطوط جریان، توزیع سرعت و تنش برای جریان خزشی با رینولدز 0.0001 به دست آورده شده است. نتایج عددی نشان می‌دهد با افزایش عدد وایزبرگ جریان اصلی^۷ در عمق بیشتری از حفره نفوذ می‌کند.

در داخل کشور نیز مطالعاتی در حوزه جریان سیال غیرنیوتنی انجام شده است. در پژوهشی توسط صادقی و همکاران [۱۰] حل دقیق معادلات لایه مرزی برای سیال ویسکوالاستیک مرتبه دوم در بالای صفحه ساکن مورد بررسی قرار گرفته است. آن‌ها مشاهده کردند در صورتی که الاستیسیته سیال به اندازه کافی بالا باشد، سرعت سیال در داخل لایه مرزی ممکن است از سرعت سیال در خارج از این لایه بیشتر گردد. از دیگر تحقیقات انجام شده

- 1- Polyacrylamide
- 2- Upper Convected Maxwell Model
- 3- Phan- Thien- Tanner model
- 4- Weissenberg number
- 5- Modified Upper Convected Maxwell Model
- 6- Power- Law
- 7- Main flow

8- Finite difference method
9- Giesekus model
10- Finite volume method
11- Staggered mesh
12- Marker and cell method

صریح گسسته‌سازی شده است بدین ترتیب که تقریب مرکزی مرتبه دو برای مشتقات مکانی و تقریب پیشروی مرتبه اول برای مشتقات زمانی استفاده شده است. با توجه به اینکه بین معادلات پیوستگی و مومنوم وابستگی وجود نداشته و برای استفاده از روش صریح در معادلات، روش تراکم‌پذیری مصنوعی استفاده شده است [۱۵]. در این روش یک جمله تابع زمان از فشار به شکل $\frac{1}{c^2} \frac{\partial p}{\partial t}$ به معادله پیوستگی اضافه می‌شود در حالت حدی، زمانی که حالت دائم حاصل می‌شود، اثر جمله اضافه شده به صفر میل می‌کند و معادله (۹) به معادله پیوستگی تراکم ناپذیر ساده می‌شود:

$$\frac{1}{c^2} \frac{\partial p}{\partial t} + \nabla \cdot V = 0 \quad (9)$$

مطابق شکل ۲ از شبکه محاسباتی موسوم به شبکه جابه‌جاشده برای این تحقیق استفاده شده است. شبکه محاسباتی اولیه و ثانویه به ترتیب با خطوط پیوسته و خط چین مشخص شده‌اند. در این شیوه گسسته‌سازی، نحوه اختصاص متغیرهای جریان به شبکه جابه‌جا شده مطابق روش علامتگذاری و سلول می‌باشد. فشار استاتیکی و تانسور تنش روی شبکه اولیه محاسبه شده و مؤلفه‌های سرعت طولی و عرضی در نقاط ویژه‌ای که در شکل ۲ نشان داده شده محاسبه می‌شوند. مرزها روی شبکه ثانویه قرار گرفته است از این رو نیازی به تعیین شرایط مرزی فشار نمی‌باشد. این روش نسبت به روش تفاضل محدود روی شبکه یکجا^۱ پایداری عددی بسیار مناسب‌تری دارد [۱۶]. جریان در ورودی به صورت سرعت یکنواخت U و در خروجی برای کلیه پارامترها به جز فشار شرط $\frac{\partial}{\partial x} = 0$ در نظر گرفته شده است. روند حل به این صورت است که ابتدا یک سرعت و فشار اولیه در نظر گرفته می‌شود و با حل معادلات مومنوم مقادیر سرعت در گام زمانی بعدی به دست می‌آید در ادامه با استفاده از معادله پیوستگی اصلاح شده و مؤلفه‌های سرعت به دست آمده از معادله مومنوم، مقدار فشار تخمین زده می‌شود.

۴- استقلال شبکه

در این قسمت، استقلال روش عددی از شبکه بررسی شده است. برای این منظور از جریان سیال نیوتنی تعمیم‌یافته در رینولدز ۲۰ استفاده می‌شود. به طور کلی ریز کردن اندازه شبکه از یک‌سو، سبب دقیق‌تر شدن مقادیر عددی شده و از سوی دیگر هزینه محاسباتی را افزایش می‌دهد. از این‌رو محدوده حل با شبکه‌های مختلفی بررسی شده است.

شبکه یکنواخت مربعی M۴ به‌عنوان حالت مرجع در نظر گرفته شده و با توجه به اینکه پاسخ‌ها برای این شبکه دقیق می‌باشد، پاسخ‌های مربوط به شبکه درشت‌تر با پاسخ حالت مرجع مقایسه گردیده است. مقادیر مربوط به خطاهای نسبی سرعت طولی در مرکز خروجی کانال پایین‌دست حفره برای جریان سیال نیوتنی تعمیم‌یافته در رینولدز ۲۰ و n در محدوده ۰/۷ تا ۱/۰ برای ۳ شبکه در جدول ۲ ارائه شده است.

همان‌طور که در شکل ۱ نشان داده شده است، هندسه مسئله دارای سه بخش می‌باشد. بخش کانال بالادست حفره، حفره و کانال پایین‌دست حفره که به ترتیب با بخش ۱، بخش ۲ و بخش ۳ معرفی شده است. برای شبکه‌های مختلف، تعداد سلول‌های متفاوتی در راستای طولی و عرضی برای هر بخش در نظر گرفته شده و نام‌گذاری این چهار شبکه با توجه به تعداد سلول‌ها به ترتیب M۱، M۲، M۳ و M۴ می‌باشد. مشخصات شبکه‌ها در جدول ۱ ارائه شده است.

$$\nabla \cdot \vec{V} = 0 \quad (1)$$

$$\rho \vec{V} \cdot \nabla \vec{V} = -\nabla \bar{p} + \nabla \cdot \bar{\tau} \quad (2)$$

\vec{V} بردار سرعت، ρ چگالی، \bar{p} فشار استاتیکی، $\bar{\tau}$ تانسور تنش است، پارامترهای بدون بعد در هندسه مورد نظر به صورت زیر تعریف می‌شوند:

$$\begin{aligned} x &= \frac{\tilde{x}}{H} & y &= \frac{\tilde{y}}{H} & u &= \frac{\tilde{u}}{U} \\ v &= \frac{\tilde{v}}{U} & p &= \frac{\tilde{p}H}{\eta_0 U} & \tau &= \frac{\tilde{\tau}H}{\eta_0 U} \\ \text{Re} &= \frac{\rho U H}{\eta_0} \end{aligned} \quad (3)$$

H ارتفاع ورودی کانال، u مؤلفه سرعت در جهت x ، v مؤلفه سرعت در جهت y ، U سرعت در ورودی کانال، η_0 لزجت سیال در نرخ برش صفر و Re عدد رینولدز می‌باشد. علامت \sim در بالای هر متغیر نشانگر بعددار بودن آن متغیر می‌باشد.

شکل بدون بعد معادلات حاکم به صورت زیر می‌باشد:

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \quad (4)$$

$$u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} = \frac{1}{\text{Re}} \left(-\frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y} \right) \quad (5)$$

$$u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} = \frac{1}{\text{Re}} \left(-\frac{\partial p}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yy}}{\partial y} \right) \quad (6)$$

در معادلات (۴) تا (۶) با به کار بردن معادله متشکله هر سیالی در جملات تنش، صورت نهایی معادلات حاکم جریان آن سیال به دست آورده می‌شود. تنش در سیال نیوتنی رابطه‌ای خطی با نرخ برش دارد ولی این رابطه در سیالات غیرنیوتنی به صورت غیرخطی می‌باشد.

وابستگی لزجت به نرخ برش در اغلب سیالات غیرنیوتنی به صورت رقیق‌شونده^۱ می‌باشد (لزجت تابعی نزولی از نرخ برش است). به همین سبب بیشتر توابع ویسکومتریکی به صورت رقیق‌شونده مدل می‌شوند. در این پژوهش، برای مدل کردن لزجت از مدل غیرنیوتنی کاربو-یاسودا استفاده شده است. تابع ویسکومتریکی لزجت به صورت زیر تعریف می‌شود [۱۴]:

$$\frac{\tilde{\eta}(\dot{\gamma}) - \tilde{\eta}_\infty}{\tilde{\eta}_0 - \tilde{\eta}_\infty} = \left[1 + (\lambda \dot{\gamma})^a \right]^{(n-1)/a} \quad (7)$$

$\tilde{\eta}_\infty$ لزجت در نرخ برش بی‌نهایت، $\tilde{\eta}_0$ لزجت در نرخ برش صفر، n توان نمایی، ثابت زمانی مدل و a ثابت بی‌بعدی است که ناحیه انتقال بین نرخ برش صفر و ناحیه نمایی را بیان می‌کند. در اغلب محلول‌های پلیمری مقدار $\tilde{\eta}_0$ بسیار بزرگتر از $\tilde{\eta}_\infty$ می‌باشد لذا مقدار $\tilde{\eta}_\infty$ در برخی کاربردهای مهندسی برابر صفر در نظر گرفته شده است. در مدل کاربو-یاسودا با قرار دادن مقدار n برابر یک، مدل به سیال نیوتنی تبدیل می‌شود. در رابطه (۷)، $\dot{\gamma}$ نرخ برش تعمیم‌یافته نام دارد که به صورت مانای دوم^۲ تانسور نرخ برش تعریف می‌شود:

$$\dot{\gamma} = \sqrt{\frac{1}{2} \text{II}} = \sqrt{\frac{1}{2} \text{tr}(\tilde{\gamma} \cdot \tilde{\gamma})} \quad (8)$$

۳- الگوریتم حل

در این پژوهش معادلات حاکم با استفاده از روش تفاضل محدود به شکل

1- Shear thinning
2- Second invariant

حالت n برابر یک به سیال نیوتنی ساده می‌شود. برای صحت‌گذاری جریان مورد بررسی، نتایج عددی به دست‌آمده را با نتایج تحلیلی مقایسه می‌کنیم. با توجه به فرض جریان توسعه یافته در خروجی کانال، مقدار سرعت ماکزیمم در وسط کانال برابر $1/5$ می‌باشد. مقدار سرعت طولی حاصل از حل عددی در مرکز کانال خروجی سیال برای رینولدزهای مختلف در جدول ۳ آمده است.

۶- نتایج

در این قسمت، اثر توان‌نمایی مدل کاربو-یاسودا (n) بر روی جریان نیوتنی تعمیم‌یافته در کانال با یک حفره مورد بررسی قرار گرفته است. ضرایب مدل کاربو-یاسودا محلول پلیمری در جدول ۴ ارائه شده است.

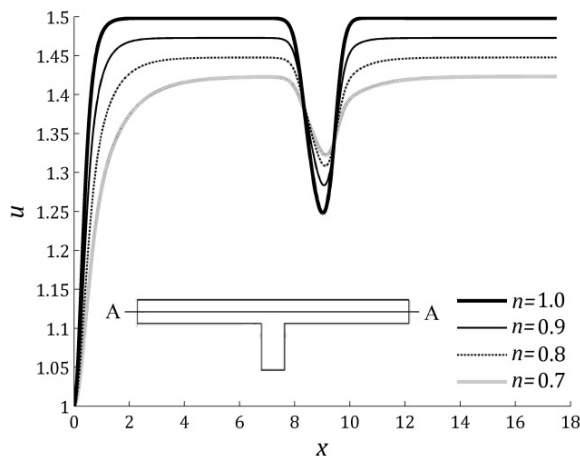
خطوط جریان سیال نیوتنی و نیوتنی تعمیم‌یافته در رینولدز ۲۰ و توان‌نمایی n به‌ازای 0.7 تا 1.0 در شکل ۳ ترسیم و تاثیر خاصیت غیرنیوتنی سیال (n) روی گردابه‌های مرکزی حفره مشخص شده است. با انحراف بیشتر n از عدد یک گردابه مرکزی حفره به سمت بالا و پایین‌دست حفره حرکت می‌کند.

شکل ۴، سرعت طولی سیال در $y = 0$ از ورودی تا خروجی کانال را به‌ازای توان‌های نمایی مختلف در رینولدز ۲۰ نشان می‌دهد. L_1 و L_2 باید به قدر کافی بزرگ باشد تا جریان در کانال بالادست و پایین‌دست حفره توسعه یافته شود. توسعه‌یافتگی جریان در هر دو قسمت از نمودار شکل ۴ مشخص شده است. سرعت در مرکز کانال برای سیال نیوتنی ($n=1$) به مقدار $1/5$ (مقدار به دست آمده از حل تحلیلی) می‌رسد. با کاهش توان‌نمایی n ، سرعت بیشینه در مرکز کانال کاهش و طول توسعه‌یافتگی افزایش پیدا می‌کند. با توجه به ثابت بودن دبی، سرعت در کنار دیواره با کاهش توان‌نمایی n افزایش می‌یابد.

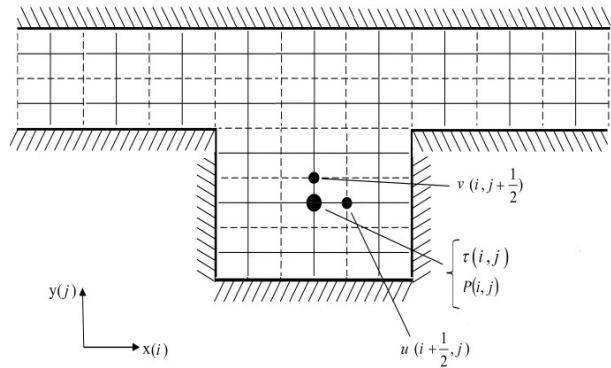
شکل ۵ اثر توان‌نمایی n روی مولفه‌های سرعت u در امتداد خط $x = \frac{1}{2}$ را نشان می‌دهد. با کاهش n موقعیت عمودی u_{min} رو به بالا جابه‌جایی پیدا می‌کند و ناحیه دارای سرعت منفی افزایش می‌یابد. در ضمن با توجه به اینکه دبی جریان ثابت است مقدار سرعت بیشینه در مرکز کانال بیشتر می‌شود.

جدول ۴ ضرایب مدل کاربو-یاسودا

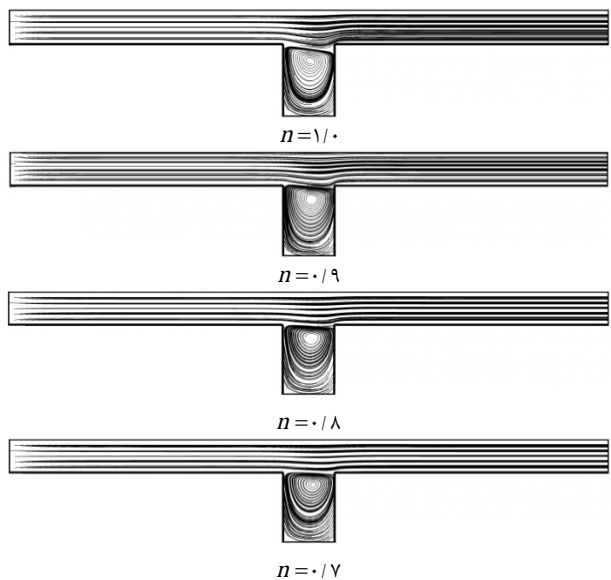
ρ	n	a	λ	η_∞	η_0
($\frac{kg}{m^3}$)			(s)	(Pa.s)	(Pa.s)
۸۰۰	$1/0$ تا $7/0$	۲	0.036	5	135



شکل ۴ توزیع سرعت طولی سیال نیوتنی تعمیم یافته در $y = 0$ (امتداد خط A-A) برای عدد رینولدز ۲۰ به‌ازای مقادیر توان‌نمایی n در محدوده 0.7 تا 1.0



شکل ۲ شبکه جابه‌جاشده و نحوه تخصیص پارمترهای جریان روی آن



شکل ۳ خطوط جریان سیال نیوتنی و نیوتنی تعمیم‌یافته در عدد رینولدز ۲۰ و توان‌نمایی n به‌ازای مقادیر 0.7 تا 1.0

جدول ۱ تعداد سلول چهار نوع شبکه

نوع شبکه	تعداد سلول بخش ۱	تعداد سلول بخش ۲	تعداد سلول بخش ۳
M1	۳۶۰۰	۲۰۲۵	۳۶۰۰
M2	۷۲۰۰	۴۰۵۰	۷۲۰۰
M3	۱۴۴۰۰	۸۱۰۰	۱۴۴۰۰
M4	۲۸۸۰۰	۱۶۲۰۰	۲۸۸۰۰

جدول ۲ خطای نسبی سرعت طولی سیال خروجی کانال در عدد رینولدز ۲۰

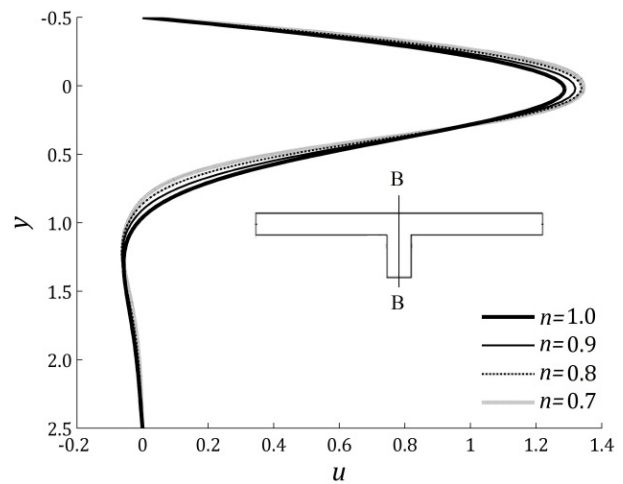
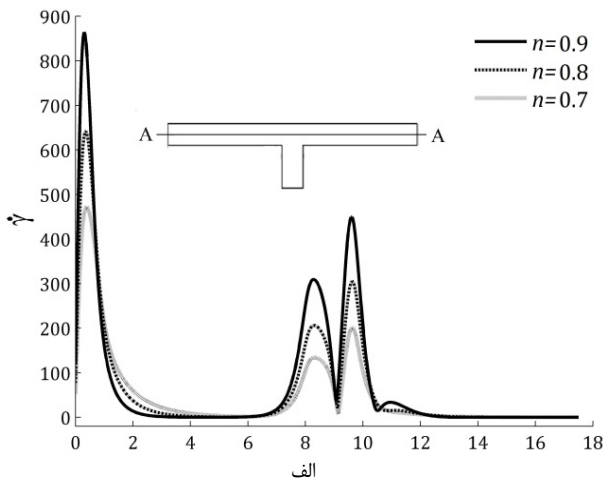
n	EM1	EM2	EM3
$1/0$	0.32	0.15	0.03
$0/9$	0.37	0.13	0.06
$0/8$	0.38	0.21	0.02
$0/7$	0.31	0.15	0.02

جدول ۳ سرعت طولی سیال خروجی کانال در محدوده اعداد رینولدز ۱ تا ۳۰

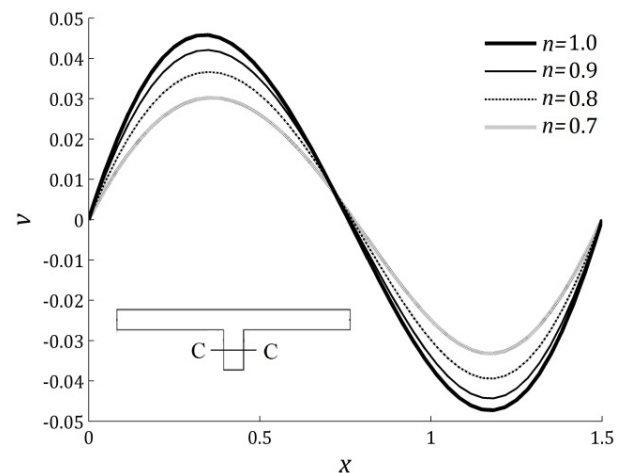
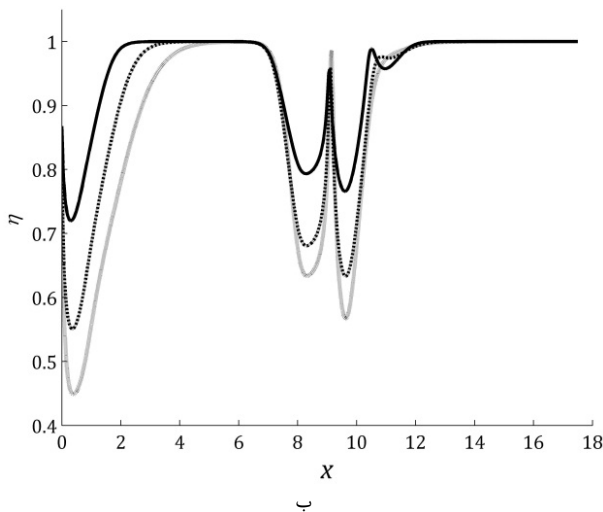
Re	۱	۱۰	۲۰	۳۰
u	$1/498220$	$1/498221$	$1/498226$	$1/498220$

۵- صحت‌گذاری

شبیه‌سازی عددی جریان سیال غیرنیوتنی در هندسه مورد نظر با شبکه‌بندی M2 انجام شده است. این شبکه‌بندی هم در دقت حل و هم در زمان محاسبات مناسب می‌باشد. همان‌طور که قبلاً گفته شد، مدل غیرنیوتنی کاربو-یاسودا در



شکل ۵ پروفیل سرعت طولی سیال نیوتنی تعمیم‌یافته در $x = \frac{1}{2}$ (امتداد خط B-B) و عدد رینولدز ۲۰ به‌زای توان n از 0.7 تا 1.0



شکل ۶ سرعت عرضی سیال نیوتنی تعمیم‌یافته در $y = \frac{3}{2}$ (امتداد خط C-C) و عدد رینولدز ۲۰ و به‌زای توان n از 0.7 تا 1.0

شکل ۷ توزیع الف) نرخ برش تعمیم یافته و ب) لزجت بدون بعد سیال نیوتنی تعمیم‌یافته در $y = 0$ (امتداد خط A-A) برای عدد رینولدز ۲۰ و به‌زای مقادیر توان n از 0.7 تا 0.9

$$\gamma = \begin{bmatrix} 2 \frac{\partial u}{\partial x} & \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \\ \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} & 2 \frac{\partial v}{\partial y} \end{bmatrix} \quad (10)$$

در بازنویسی ماتریس نرخ برش در ناحیه جریان توسعه یافته، جمله‌های $\frac{\partial}{\partial x}$ و v برابر صفر می‌باشند، جمله $\frac{\partial u}{\partial y}$ نیز در مرکز کانال ($y = 0$) برابر صفر است. بنابراین ماتریس نرخ برش γ برابر صفر و نرخ برش تعمیم‌یافته $\dot{\gamma}$ نیز برابر صفر می‌شود.

شکل ۸ توزیع سرعت طولی u ، لزجت η و تنش برشی τ_{xy} را نشان می‌دهد. در شکل ۸-الف سرعت با افزایش فاصله از دیوار بیشتر می‌شود تا در مرکز کانال به بیشترین مقدار خود می‌رسد در عبور از حفره، با افزایش سطح مقطع و با توجه به ثابت بودن دبی، سرعت کاهش می‌یابد. توزیع لزجت در شکل ۸-ب نشان داده شده است. به دلیل اینکه از توابع ویسکومتریک رقیق‌شونده استفاده شده است. لزجت رابطه‌ای عکس با نرخ برش دارد. در نواحی که سطح مقطع تغییر می‌کند سرعت تغییرات ناگهانی داشته و نرخ برش افزایش می‌یابد و به تبع آن لزجت کاهش می‌یابد. در دو ناحیه لزجت بیشینه می‌باشد. در ناحیه مرکز گردابه‌ها، همانا سرعت‌ها در آن منطقه بسیار ناچیز بوده، نرخ برش تعمیم‌یافته $\dot{\gamma}$ در این ناحیه مقدار کمی می‌شود و

شکل ۶ نشان‌دهنده سرعت عرضی در $y = \frac{3}{2}$ به‌زای توان n از 0.7 تا 1.0 می‌باشد. با کاهش توان n ، مقادیر قدرمطلق v_{\min} و v_{\max} کاهش می‌یابد و به مقدار صفر نزدیک می‌شود.

شکل ۷ توزیع لزجت و نرخ برش تعمیم‌یافته سیال نیوتنی تعمیم‌یافته را در امتداد خط $y = 0$ از ابتدا تا انتهای کانال نشان می‌دهد. به منظور مقایسه راحت‌تر لزجت و نرخ برش تعمیم‌یافته، شکل‌ها در کنار یکدیگر رسم شده است. از آنجا که مدل کاربو-یاسودا یک مدل رقیق برشی است، لزجت سیال با افزایش نرخ برش کاهش می‌یابد. این رفتار سیال به‌طور واضح در شکل ۷ دیده می‌شود. برای مقادیر مختلف n مقدار کمینه لزجت و بیشینه نرخ برش هر دو در یک محل اتفاق افتاده است. مورد دیگری که ذکر آن اهمیت دارد این است که نرخ برش تعمیم‌یافته و لزجت نیز به مانند سایر خواص جریان (بجز فشار) در ناحیه توسعه‌یافته ثابت هستند. همان‌طور که در شکل ۴ مشاهده شد در دو ناحیه کانال بالادست حفره و کانال پایین‌دست حفره به ترتیب با فاصله از ابتدای کانال و حفره جریان توسعه یافته می‌شود. در ناحیه توسعه‌یافته مقدار نرخ برش تعمیم یافته به صفر ($\dot{\gamma} \rightarrow 0$) و لزجت به یک ($\eta \rightarrow 1$) میل می‌کند. در صورتی که بخواهیم این مورد را به‌صورت تحلیلی بررسی کنیم، تانسور نرخ برش γ برای پژوهش حاضر به‌صورت زیر می‌باشد.

۷- نتیجه‌گیری

در این پژوهش، شبیه‌سازی عددی جریان سیال غیرنیوتنی از میان کانال با یک حفره انجام شده است. خطوط جریان رسم شده در مقادیر توان‌های نمایی مختلف نشان می‌دهد با کاهش توان نمایی، گردابه مرکزی به طرف پایین‌دست و بالای حفره حرکت می‌کند. همچنین کاهش توان نمایی سیال منجر به موارد زیر می‌شود:

- کاهش بیشینه سرعت عرضی در حفره

- کاهش بیشینه سرعت جریان در مرکز کانال

- کاهش افت فشار جریان

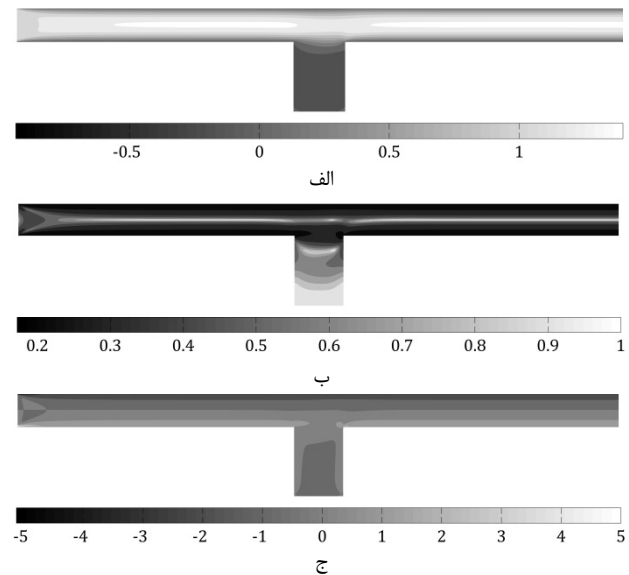
- افزایش طول توسعه یافتگی در کانال بالادست حفره

لزجت سیال نیوتنی تعمیم‌یافته به سبب افزایش نرخ برش در کنار دیواره‌ها به پایین‌ترین مقدار خود رسیده است. لزجت و نرخ برش تعمیم یافته در ناحیه توسعه‌یافته در مرکز کانال به ترتیب به مقدار یک و صفر میل می‌کنند.

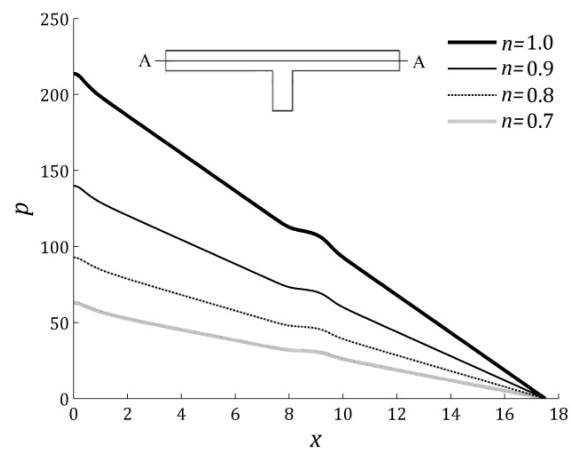
۸- مراجع

- [1] T. Yamamoto, M. Ishiyama, M. Nakajima, K. Nakamura, N. Mori, Three-dimensional viscoelastic flows through a rectangular channel with a cavity, *J. Non-Newtonian Fluid Mech.*, Vol. 114, pp. 13-31, 2003.
- [2] J. D. Bozemann, C. Dalton, Numerical study of viscous flow in a cavity, *J. Comput. Phys.*, Vol. 12, pp. 348-363, 1973.
- [3] U. Ghia, K. N. Ghia, C. T. Shin, High-Re solutions for incompressible flow using the Navier-Stokes equations and a multigrid method, *J. Comput. Phys.*, Vol. 48, pp. 387-411, 1982.
- [4] K. Yapici, B. Karasozen, Y. Uludag, Finite volume simulation of viscoelastic laminar flow in a lid-driven cavity, *J. Non-Newtonian Fluid Mech.*, Vol. 164, pp. 51-65, 2009.
- [5] J. R. Torczynski, T. J. O'Hern, *Numerical simulations of flow in a Three-dimensional cavity-channel geometry*, No. SAND-93-1439C, CONF-940659-1, Sandia National Labs., Albuquerque, NM (United States), 1993.
- [6] T. Cochrane, K. Walters, M. F. Webster, *On Newtonian and Non-Newtonian Flow in Complex Geometries*, Philosophical Transactions of the Royal Society of London, Series A, Mathematical and Physical Sciences, pp. 163-181, 1981.
- [7] J. H. Kim, A. Öztekin, S. Neti, Instabilities in viscoelastic flow past a square cavity, *J. Non-Newtonian Fluid Mech.*, Vol. 90, pp. 261-281, 2000.
- [8] C. H. Hsu, C. C. Kuo, K. Y. Kung, C. C. Chan, Analysis of a second grade viscoelastic fluid past a square cavity in a horizontal channel, *8th IASME, New Aspects of fluid mechanics heat transfer and environment*, 2010.
- [9] H. J. Yin, H. Y. Zhong, C. Q. Fu, Numerical simulation of viscoelastic flows through one slot channel, *Journal of Hydrodynamics, Ser. B*, Vol. 19, pp. 210-216, 2007.
- [10] k. Sadeghi, M. Sharifi, An Exact Solution for the Flow of a Second-Order Viscoelastic Fluid above a Fixed Plate, *Journal of The Faculty of Engineering (University of Tehran)*, Vol. 37, pp. 123-134, 2003.
- [11] A. Jalali, M. H. Kayhani, M. Norouzi, Three-Dimensional Simulation of Entrance Region effect for Viscoelastic flows in a Rectangular Duct, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 11, No. 2, pp. 27-37, 2011. (In Persian)
- [12] M. M. Shahmardan, M. Norouzi, S. Mosayebi, Laminar flow of Non-Newtonian fluid in a axisymmetric sudden expansion, *Journal of Solid and Fluid Mechanics*, Vol. 1, No. 3, pp. 69-79, 2011. (In Persian)
- [13] M. Norouzi, S. R. Varedi, M. J. Maghrebi, M. M. Shahmardan, Numerical investigation of Viscoelastic shedding flow behind a circular cylinder, *J. Non-Newtonian Fluid Mech.*, Vol. 197, pp. 31-40, 2013.
- [14] B. R. Bird, R. C. Armstrong, O. Hassager, *Dynamics of polymer liquids*, Vol. 1, Second Edition, New York: John Wiley & Son, 1987.
- [15] A. J. Chorin, A numerical method for solving incompressible viscous flow problems, *J. Comput. Phys.*, Vol. 2, pp. 12-26, 1967.
- [16] K. A. Hoffmann, S. T. Chiang, *Computational Fluid Dynamics for Engineers*, First Ed., Texas: EES, 1989.

مقدار لزجت نیز به مقدار آن در نرخ برش صفر میل می‌کند. ناحیه دیگری که لزجت در آن بیشینه است در ناحیه توسعه‌یافته می‌باشد توضیحات آن در شکل ۷ داده شده است. توزیع تنش برشی در شکل ۸-ج نشان داده شده است. تنش برشی رابطه مستقیمی با لزجت و نرخ برش دارد با توجه به اینکه از یک جهت با افزایش نرخ برش، تنش برشی افزایش می‌یابد و از جهتی دیگر به سبب ماهیت رقیق‌شوندگی با افزایش نرخ برش، لزجت کاهش می‌یابد پس با توزیع لزجت به تنهایی نمی‌توان در مورد تنش برشی اظهار نظر نمود. شکل ۹، توزیع فشار طولی را برای سیال نیوتنی تعمیم‌یافته در مرکز کانال نمایش می‌دهد. توزیع فشار خطی در منطقه کانال بالادست و پایین دست حفره نشان‌دهنده جریان توسعه‌یافته قبل و بعد از حفره می‌باشد. در ناحیه حفره به دلیل افزایش سطح مقطع، سرعت کاهش یافته و فشار افزایش می‌یابد. با توجه به نتایج به‌دست آمده در مورد فشار، افت فشار سیال نیوتنی تعمیم یافته کمتر از سیال نیوتنی است به بیان دیگر، با کاهش توان نمایی n افت فشار جریان کاهش می‌یابد. اثر خاصیت غیرنیوتنی سیال به سبب ماهیت رقیق‌شوندگی آن است.



شکل ۸ توزیع الف) سرعت طولی u (ب) لزجت η (ج) تنش برشی τ_{xy} به‌ازای عدد رینولدز ۲۰ و توان نمایی $n = 0.7$



شکل ۹ توزیع فشار طولی سیال نیوتنی تعمیم‌یافته در $y = 0$ (امتداد خط A-A) به‌ازای رینولدز ۲۰ و توان نمایی n از 0.7 تا 1.0