



## طراحی بهینه‌ی الگوریتم هدایتی در فاز تغییر آرایش منظومه‌ی ماهواره‌ای

مهدی فکور<sup>1\*</sup>، مجید بختیاری<sup>2</sup>، مهشید سلیمانی<sup>3</sup>

1- استادیار، مهندسی مکانیک، دانشگاه تهران، تهران

2- دانشجوی دکتری، مهندسی مکانیک، دانشگاه علم و صنعت ایران، تهران

3- دانشجوی کارشناسی ارشد، مهندسی هوافضا، دانشگاه تهران، تهران

\* تهران، صندوق پستی 1439957131، mfakoor@ut.ac.ir

### اطلاعات مقاله

مقاله پژوهشی کامل

دریافت: 11 آبان 1394

پذیرش: 01 دی 1394

ارائه در سایت: 06 بهمن 1394

کلید واژگان:

منظومه‌ی ماهواره‌ای

فاز تغییر آرایش

تئوری نشانه‌روی لامبرت

الگوریتم بهینه‌سازی ازدحام ذرات و ژنتیک

مرکب

### چکیده

شیوه‌ی جدیدی برای تغییر آرایش منظومه‌های ماهواره‌ای بر اساس تئوری لامبرت ارائه می‌گردد. مسئله‌ی تغییر آرایش در این مقاله با قید کمینه‌سازی هزینه‌های ناشی از مصرف سوخت مد نظر قرار می‌گیرد. از این رو، مانورهای مداری مورد نیاز اجرای عملیات تغییر آرایش به گونه‌ای طراحی می‌شود که انتقال مداری ماهواره‌ها به آرایش منظومه‌ی مطلوب با حداقل هزینه امکان‌پذیر شود. همچنین روش انتقال مداری معرفی شده برای اجرای فاز تغییر آرایش منظومه‌ی ماهواره‌ای، هیچگونه قیدی بر روی شکل و جهت‌گیری مدارهای اولیه و هدف اعم از هم‌صفحه و هم‌محور بودن، دایروی بودن و یا داشتن یک نقطه‌ی مشترک ایجاد نمی‌کند. علاوه بر آن، روشی برای مدل‌سازی تابع هزینه‌ی مسئله‌ی تغییر آرایش ارائه می‌گردد که در آن دو امر مهم انتقال مداری بهینه‌ی ماهواره‌ها به آرایش منظومه‌ی هدف و تخصیص بهینه‌ی هر یک از ماهواره‌ها به یک موقعیت یا مدار نهایی خاص، در یک گام انجام می‌پذیرد. بدین منظور و برای دستیابی به پاسخ بهینه‌ی سراسری مسئله‌ی تغییر آرایش منظومه، از تکنیک بهینه‌سازی ازدحام ذرات و ژنتیک مرکب استفاده می‌گردد. در نهایت، دو سناریوی مختلف تغییر آرایش منظومه‌ی ماهواره‌ای، یک بار با استفاده از شیوه‌ی ارائه شده و یک بار با در نظر گرفتن موقعیت‌های پرواز و استقرار معین برای ماهواره‌ها، مدل‌سازی و حل می‌شود. نتایج حاصله حاکی از برتری شیوه‌ی ارائه شده در این مقاله است.

## Optimal design of guidance algorithm for the reconfiguration phase of the satellite constellation

Mahdi Fakoor<sup>1\*</sup>, Majid Bakhtiari<sup>2</sup>, Mahshid Soleymani<sup>1</sup>

1- Department of New Sciences & Technologies, University of Tehran, Tehran, Iran.

2- Department of Mechanical Engineering, Iran University of Science and Technology, Tehran, Iran.

\* P.O.B. 1439957131 Tehran, Iran, mfakoor@ut.ac.ir

### ARTICLE INFORMATION

Original Research Paper

Received 02 November 2015

Accepted 22 December 2015

Available Online 26 January 2016

#### Keywords:

Satellite Constellation

Reconfiguration Phase

Lambert Targeting Theorem

Hybrid PSO/GA Optimization Algorithm

### ABSTRACT

A novel approach is presented for the reconfiguration of satellite constellations based on Lambert's theorem. The reconfiguration problem in this article, is considered with the constraint of overall fuel cost minimization. Hence, orbital maneuvers required for the operation of reconfiguration are designed in such a way that, transferring globally the satellites to the desired configuration of constellation will be possible at minimal cost. Also, the introduced method of orbital transfer for implementing the reconfiguration phase of satellite constellation has no limitation on the shape and orientation of initial and target orbits such as: co-planarity, coaxiality, circularity and/or the existence of a common point. Moreover, a method is offered for modeling the cost function of reconfiguration problem in which the two important tasks of optimal orbital transfer of satellites to the target configuration of constellation and optimal assignment of each satellite to a specific terminal position or final orbit will be done in one single step. For this purpose and in order to achieve globally optimal solution of the reconfiguration problem of constellation the hybrid PSO/GA is used. Finally, two different scenarios of reconfiguration of satellite constellation will be modeled once by the presented approach and once by considering determined positions of flight and deployment for the satellites. The obtained results indicate the superiority of the idea presented in this article.

### 1- مقدمه

ماموریت‌هایی با الزام پوشش سراسری سطح زمین مانند مخابرات جهانی، موقعیت‌یابی جهانی و سنجش از دور استفاده می‌گردد چرا که به کارگیری این سیستم‌های پیچیده تنها راه ممکن برای پوشش سراسری سطح کره‌ی زمین است [1].

منظومه‌ی ماهواره‌ای شامل یک مجموعه از ماهواره‌های مشابه هم می‌باشد که به منظور به انجام رساندن یک ماموریت مشترک در یک الگوی مداری خاص توزیع شده‌اند. از منظومه‌های ماهواره‌ای معمولاً برای به انجام رساندن

Please cite this article using:

M. Fakoor, M. Bakhtiari, M. Soleymani, Optimal design of guidance algorithm for the reconfiguration phase of the satellite constellation, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 16, No. 2, pp. 31-40, 2016 (in Persian)

برای ارجاع به این مقاله از عبارت ذیل استفاده نمایید:

[DOR: 20.1001.1.10275940.1395.16.2.16.1]

[Downloaded from mme.modares.ac.ir on 2024-04-23]

هاهمن و در صورت نیاز تغییر صفحه برای تغییر آرایش مداری منظومه و یا تصحیح مدار یک ماهواره برای برآورده ساختن اهداف ماموریت مد نظر قرار است [9]. فرینگر یک چارچوب کلی برای تغییر آرایش منظومه‌ی موقعیت‌یاب جهانی در صورت از بین رفتن ظرفیت در سیستم و تنها با استفاده از ماهواره‌های باقی‌مانده، به منظور برآورده ساختن الزامات ماموریت معرفی نمود. در این چارچوب آرایش منظومه‌ی هدف از پیش مشخص نیست بلکه طی بهینه‌سازی کارایی سیستم با استفاده از الگوریتم چندهدفه‌ی ژنتیک تعیین می‌گردد. در تحقیق وی، روش انتقال مداری فازی به منظور اجرای عملیات تغییر آرایش مد نظر قرار گرفته است [10].

همانگونه که از مرور مراجع فوق می‌توان دریافت، در قلب هر مسئله‌ی تغییر آرایش منظومه‌ی ماهواره‌ای، یک مسئله‌ی طراحی بهینه‌ی آرایش منظومه‌ی ماهواره‌ای که قادر به برآورده نمودن الزامات ماموریت باشد و یک مسئله‌ی انتقال مداری وجود دارد. در خصوص طراحی بهینه‌ی منظومه‌های ماهواره‌ای، تحقیقات بسیاری تاکنون صورت پذیرفته است که در این مقال نمی‌گنجد. در رابطه با مسئله‌ی انتقال مداری بهینه‌ی ماهواره‌ها به آرایش منظومه‌ی ماهواره‌ای مطلوب، ذکر این نکته ضروری است که مسئله‌ی مذکور به دو امر مهم انتقال مداری بهینه‌ی مجموعه‌ی ماهواره‌ها از یک مدار اولیه به یک مجموعه از مدارهای نهایی و تخصیص بهینه‌ی هر یک از ماهواره‌ها به یک موقعیت یا مدار نهایی مخصوص تقسیم می‌گردد. انتخاب روش انتقال مداری مناسب از نقطه نظرهای هزینه و عدم ایجاد محدودیت در شکل و جهت‌گیری الگوهای مداری اولیه و هدف، بسیار مهم است.

پنتانی و کانوی، بهینه‌سازی انتقال‌های مداری ضربه‌ای را با استفاده از تکنیک بهینه‌سازی ازدحام ذرات مطالعه نمود. وی با در نظر گرفتن حالت‌های مختلف برای مدارهای اولیه و هدف هدف که ممکن است هم‌صفحه، هم‌محور و یا دارای یک نقطه‌ی مشترک نیز نباشند، یک مدار انتقال بهینه‌ی سراسری بین آن‌ها تعیین نمود [11]. بائه و کیم تغییر آرایش خوشه‌ی ماهواره‌ای را با استفاده از کنترل ضربه‌ای مورد مطالعه قرار داد. در تحقیق وی، برای طراحی مدار انتقال ماهواره‌ها، مسئله‌ی لامبرت با توجه به دینامیک نسبی حاکم بر خوشه‌ی ماهواره‌ای اصلاح گردیده است [12]. هیلی از بین بردن زباله‌های فضایی را با ایجاد اتمسفر مصنوعی در محل آن‌ها مورد بررسی قرار داد و بدین منظور، انتقال مداری فضایی‌ی حامل گرد تنگستن را به موقعیتی که زباله‌های فضایی ایجاد شده است، با استفاده از تئوری نشانه‌رویی لامبرت طراحی نمود [13]. معانی و همکاران مسیر حرکت یک ماهواره را از مدار انتقال ژئوسنکرون<sup>2</sup> تا مدار زمین ثابت<sup>3</sup>، با فرض مانور مداری پیوسته و با استفاده از الگوریتم جستجوی سیمپلکس پارتو بهینه‌سازی نمود. در تحقیق وی، دو متغیر جرم سوخت مصرف شده و زمان کل مانور به عنوان توابع هدف بهینه‌سازی در نظر گرفته شده است [14]. معانی و همکارانش در مقاله‌ی دیگری، بهینه‌سازی مسیر حرکت یک ماهواره را از مدار انتقال ژئوسنکرون تا مدار زمین ثابت و این بار با فرض مانور مداری ضربه‌ای مورد مطالعه قرار داد. در این تحقیق با توجه به ضربه‌ای بودن انتقال مداری، پارامترهای مدارهای واسطه به گونه‌ای تعیین شده‌اند که میزان مصرف سوخت و زمان کل انتقال کمینه گردد. بدین منظور از الگوریتم ژنتیک دو هدفه استفاده شده است [15].

در این مقاله، یک شیوه‌ی جدید برای تغییر آرایش منظومه‌های ماهواره‌ای بر پایه‌ی تئوری لامبرت ارائه می‌گردد. از آنجا که تغییر آرایش

اجرای فاز تغییر آرایش منظومه‌های ماهواره‌ای در صورت مواجه شدن سیستم با ریسک‌های اقتصادی، از بین رفتن یک یا چند ماهواره در منظومه به دلایل طبیعی یا غیرطبیعی از جمله برخورد ماهواره‌ها با زباله‌های فضایی و پیدایش نقص فنی در ماهواره‌ها [2] و یا تغییر الزامات ماموریت، به منظور عملیاتی ماندن سیستم و برآورده ساختن اهداف ماموریت ضرورت می‌یابد. عملیات تغییر آرایش یک منظومه‌ی ماهواره‌ای به مفهوم تغییر عمدی آرایش نسبی ماهواره‌ها در منظومه، توسط اجرای مانورهای مداری است تا در نتیجه‌ی آن تغییرات مطلوب در پوشش‌دهی، کارآمدی و یا گنجایش منظومه ماهواره‌ای حاصل گردد [3]. به بیان دیگر، تغییر آرایش منظومه‌ی ماهواره‌ای عبارت است از دگرگون شدن و تغییر شکل یافتن یک منظومه‌ی ماهواره‌ای اولیه، به آرایش منظومه‌ی ماهواره‌ای جدید، به منظور حفظ سیستم در حالت بهینه [4].

وک به منظور کاهش ریسک‌های اقتصادی، ایده‌ی استقرار مرحله به مرحله را برای طراحی منظومه‌های ماهواره‌ای مخابراتی مدارات کم ارتفاع زمینی، ارائه نمود. بدین معنا که ابتدا یک منظومه‌ی ماهواره‌ای مقرون به صرفه و کوچک‌تر برای برآورده نمودن اهداف ماموریت، طراحی و عملیاتی گردد و سپس در صورت لزوم با پرتاب ماهواره‌های اضافی و اجرای فاز تغییر آرایش منظومه‌ی اولیه، سیستم طی چندین مرحله گسترش یابد. وی در نهایت نشان داد که با استفاده از این استراتژی، می‌توان هزینه‌های چرخه‌ی عمر را برای سیستم‌های مشابه منظومه‌ی مخابراتی ایریدیم به میزان بیش از 20% کاهش داد [5,6]. اسکالم، تغییر آرایش منظومه‌های ماهواره‌ای مدارهای کم ارتفاع زمینی با الزام پوشش‌دهی جهانی مانند ایریدیم و گلوبال استار را مورد مطالعه قرار داد و در نهایت، یک چارچوب فنی برای شیوه‌ی استقرار مرحله به مرحله ارائه نمود [3,7]. در تحقیق وی به منظور انتقال مداری ماهواره‌ها به آرایش منظومه‌ی نهایی، سیستم‌های پیش‌رانش الکتریکی و شیمیایی مقایسه شده و هر دو دسته‌ی مانورهای ضربه‌ای و غیرضربه‌ای مورد بررسی قرار گرفته است [3]. استراتژی انتقال مداری ضربه‌ای ارائه شده، شامل دو فاز متوالی است. در فاز اول دو مانور تغییر صفحه و هاهمن به صورت همزمان و در فاز دوم یک مانور فازی برای قرارگیری ماهواره‌ها در موقعیت مناسب اجرا می‌گردد. همچنین، به منظور تخصیص بهینه‌ی ماهواره‌های موجود در منظومه‌ی اولیه به مدارهای هدف، از الگوریتم مزایده<sup>1</sup> استفاده گردیده است [3,7]. سیدیقی و همکاران تعیین یک منظومه‌ی بهینه‌ی هدف با الزام افزایش ظرفیت برای یک منظومه‌ی ماهواره‌ای موجود، به طوریکه هزینه‌ی تغییر آرایش حداقل شود، را مورد مطالعه قرار داد. عملیات تغییر آرایش برای افزایش ظرفیت منظومه در تحقیق وی، به دو دسته‌ی تغییر آرایش بین ماهواره‌ای و تغییر آرایش درون ماهواره‌ای تقسیم می‌گردد. تغییر آرایش بین ماهواره‌ای شامل تغییر موقعیت فضایی بین ماهواره‌های موجود در منظومه‌ی اولیه طی انجام اصلاحات مداری و تغییر آرایش درون ماهواره‌ای به معنای تغییر آرایش اجزای داخلی ماهواره‌های منظومه نظیر تغییر قطر آنتن است [8]. سرکای و همکاران مفهوم رد زمینی لغزشی را به منظور برآورده نمودن الزامات ماموریت مانند زمان‌های دسترسی ماهواره به ایستگاه زمینی و منطقه‌ی مورد نظر پوشش‌دهی، معرفی نمود. این تکنیک که می‌تواند برای یک ماهواره و یا یک منظومه‌ی ماهواره‌ای استفاده گردد به معنای انتقال از یک الگوی رد زمینی به یک الگوی دیگر توسط اجرای مانورهای اصلاحی کوچک می‌باشد. در تحقیق وی، روش انتقال مداری

2- Geosynchronous Transfer Orbit (GTO)

3- Geostationary Earth Orbit (GEO)

1- Auction Algorithm

$$\sin\left(\frac{\beta_e}{2}\right) = \sqrt{\frac{S-c}{2a}} \quad (6)$$

توجه شود که ربع صحیح زوایای مذکور باید تعیین گردد [17]. با توجه به رابطه‌ی (1)، اگر  $\Delta\theta$  بزرگتر از 180 درجه باشد آن‌گاه برای  $\beta_e$  مقداری منفی انتخاب می‌شود. تعیین ربع صحیح زاویه‌ی  $\alpha_e$  نیز نیازمند معلوم بودن مدت زمان پرواز مربوط به انتقال حداقل انرژی می‌باشد که در ادامه به آن پرداخته می‌شود.

برای تعیین مدار متصل کننده‌ی دو بردار موقعیت  $\vec{r}_1$  و  $\vec{r}_2$  لازم است دو کانون و نیم قطر آن مشخص گردد. بنابراین از تعریف بیضی استفاده می‌گردد. بر طبق این تعریف، مجموع فواصل بین کانون‌های بیضی تا هر نقطه روی آن برابر است با دو برابر نیم قطر بیضی  $a$ . به بیان دیگر، مطابق شکل 1 مجموع فاصله‌ی بین  $P_1$  و  $F$  و فاصله‌ی بین  $P_1$  و  $\dot{F}$  برابر است با دو برابر نیم قطر بیضی.

$$2a = r_1 + (2a - r_1) \quad (7)$$

مطابق شکل 1 دوایری به شعاع‌های  $2a_i - r_1$  و  $2a_i - r_2$  حول هر کدام از نقاط  $P_1$  و  $P_2$  رسم می‌گردد. دو نقطه‌ی تقاطع دوایر مذکور با  $a_i$ ‌های برابر، دو مکان احتمالی کانون دیگر مدار مجهول مورد نظر می‌باشد. بنابراین دو مدار بیضوی با استفاده از دو کانون به دست آمده مشخص می‌شود. متذکر می‌گردد در شکل 1 کانون‌های مربوط به یک نیم قطر  $a$  همراه با مدارهای متناظر آن نشان داده شده است. ضمناً از بین دو کانون احتمالی دوم مدار مجهول، کانونی که فاصله‌اش از کانون اولیه کمتر است، مداری با خروج از مرکز کوچکتر را نتیجه می‌دهد. یعنی مدار با کانون‌های  $F$  و  $\dot{F}$  خروج از مرکز کوچکتری نسبت به مدار با کانون‌های  $F$  و  $\dot{F}$  دارد. در نهایت یک  $a_i$  منحصر به فرد و در نتیجه یک کانون دوم وجود دارد که منجر به حل حداقل انرژی مسئله‌ی لامبرت می‌شود و این وقتی اتفاق می‌افتد که دوایر رسم شده حول نقاط  $P_1$  و  $P_2$  فقط به هم مماس شوند (یک نقطه‌ی تقاطع بین دوایر وجود داشته باشد). در مدار حداقل انرژی مذکور، طول وتر  $c$  برابر با مجموع شعاع‌های دوایر رسم شده حول نقاط  $P_1$  و  $P_2$  می‌باشد.

$$2a - r_1 + 2a - r_2 = c \quad (8)$$

بنابراین نیم قطر مربوط به مدار حداقل انرژی از رابطه‌ی (9) به دست می‌آید.

$$a_{\min} = \frac{S}{2} = \frac{r_1 + r_2 + c}{4} \quad (9)$$

با جاگذاری مقادیر به دست آمده برای مدار حداقل انرژی در معادله‌ی لامبرت (رابطه‌ی (4))، مدت زمان پرواز مربوط به حداقل انرژی از رابطه‌ی (10) حاصل می‌شود.

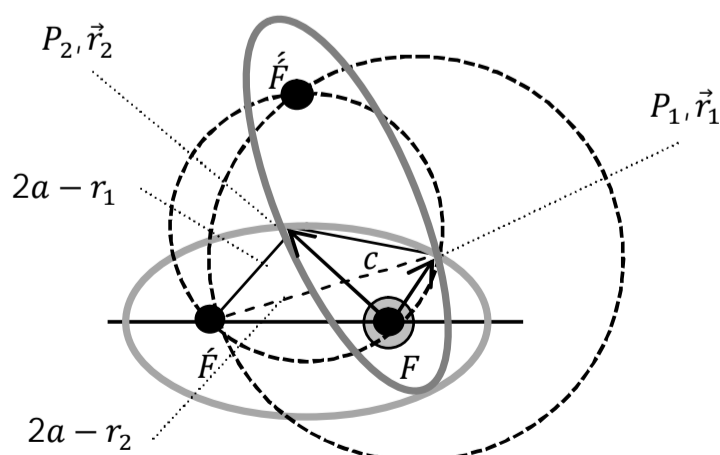


Fig. 1 Geometry of the Lambert's problem

شکل 1 هندسه‌ی مسئله‌ی لامبرت

منظومه‌های ماهواره‌ای (بنا به دلایلی که قبلاً ذکر گردید) اجتناب‌ناپذیر است، بحث کاهش ریسک و هزینه‌های ناشی از آن حائز اهمیت بوده و باید به آن توجه شود. لذا مسئله‌ی تغییر آرایش منظومه‌ی ماهواره‌ای در این مقاله با قید کمینه‌سازی هزینه‌های ناشی از مصرف سوخت در نظر گرفته می‌شود. از اینرو، مانورهای مداری مورد نیاز اجرای عملیات تغییر آرایش به گونه‌ای طراحی می‌شود که انتقال مداری ماهواره‌ها به آرایش منظومه‌ی هدف با حداقل هزینه صورت پذیرد. همچنین، روش ارائه شده برای طراحی مدار انتقال ماهواره‌ها هیچگونه محدودیتی از لحاظ شکل و جهت‌گیری مدارهای اولیه و هدف ایجاد نمی‌کند. بنابراین انتقال به هر الگوی مداری مطلوب امکان‌پذیر می‌شود. علاوه بر آن، با استفاده از روش ارائه شده برای مدل‌سازی تابع هزینه‌ی مسئله‌ی تغییر آرایش منظومه، هر دو امر مهم بهینه‌سازی انتقال مداری ماهواره‌ها به الگوی مداری هدف و تخصیص بهینه‌ی ماهواره‌ها به یک موقعیت یا مدار نهایی خاص در یک گام انجام می‌پذیرد. بدین منظور و برای دستیابی به پاسخ بهینه‌ی سراسری مسئله‌ی تغییر آرایش، از تکنیک بهینه‌سازی ازدحام ذرات و ژنتیک مرکب استفاده می‌گردد. در نهایت با مدل‌سازی و حل دو سناریوی مختلف تغییر آرایش منظومه‌ی ماهواره‌ای، برتری ایده‌ی ارائه شده در این مقاله نشان داده می‌شود.

## 2- توصیف روش

### 1-1- تئوری لامبرت

مسئله‌ی یافتن مدار اولیه‌ی پیموده شده بین دو نقطه‌ی مشخص در فضا طی یک مدت زمان معین، به عنوان مسئله‌ی لامبرت شناخته شده است [16،17]. طبق تئوری لامبرت، اگر بردارهای موقعیت  $\vec{r}_1$  و  $\vec{r}_2$  مربوط به دو نقطه‌ی  $P_1$  و  $P_2$  روی مسیر جرم  $m$  به دور جرم  $M$  در فضا و مدت زمان پرواز  $\Delta t$  بین این دو نقطه معلوم باشد، مدار اولیه‌ی متصل کننده‌ی این دو نقطه تعیین می‌شود. مطابق شکل 1، زاویه و طول وتر بین دو بردار موقعیت  $\vec{r}_1$  و  $\vec{r}_2$  به ترتیب توسط روابط (1) و (2) و نیم محیط مثلث تشکیل شده توسط بردارهای موقعیت مذکور و وتر  $c$  توسط رابطه‌ی (3) تعیین می‌گردد:

$$\cos(\Delta\theta) = \frac{\vec{r}_1 \cdot \vec{r}_2}{r_1 r_2} \quad (1)$$

$$c = \sqrt{r_1^2 + r_2^2 - 2r_1 r_2 \cos(\Delta\theta)} \quad (2)$$

$$S = \frac{r_1 + r_2 + c}{2} \quad (3)$$

طبق نظریه‌ی لامبرت، مدت زمان پیمودن مسیر بین دو نقطه‌ی  $P_1$  و  $P_2$  تنها به نیم قطر  $a$ ، مجموع اندازه‌های بردارهای موقعیت، طول وتر متصل کننده‌ی دو نقطه‌ی مذکور  $c$  و همچنین کوچکتر یا بزرگتر بودن تغییرات آنومالی واقعی  $\Delta\theta$  در طی پیمودن مدار بین این دو نقطه از 180 درجه که با نماد  $X$  نشان داده شده است، وابسته بوده و مستقل از خروج از مرکز مدار  $e$  می‌باشد.

$$\Delta t = F(a, r_1 + r_2, c, X) = \sqrt{\frac{a^3}{\mu}} [(\alpha_e - \sin(\alpha_e)) - (\beta_e - \sin(\beta_e))] \quad (4)$$

که در آن  $\mu = 398600 \text{ km}^3/\text{s}^2$  ثابت گرانشی زمین بوده و زوایای  $\alpha_e$  و  $\beta_e$  از روابط (5) و (6) به دست می‌آیند.

$$\sin\left(\frac{\alpha_e}{2}\right) = \sqrt{\frac{S}{2a}} \quad (5)$$

- 1- Semi-major Axis
- 2- True Anomaly
- 3- Eccentricity

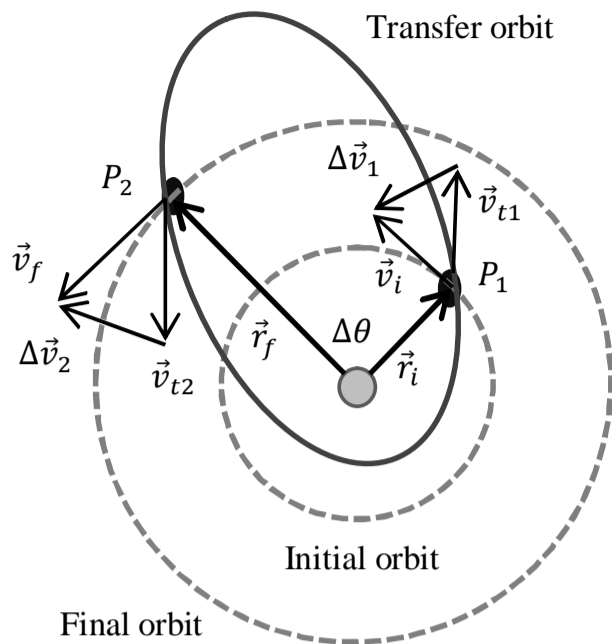


Fig. 2 Impulsive orbital transfer based on the Lambert targeting problem

شکل 2 انتقال مداری ضربه‌ای بر پایه‌ی مسئله‌ی نشانه‌روی لامبرت

### 3- تکنیک بهینه‌سازی ازدحام ذرات و ژنتیک مرکب

الگوریتم‌های فراابتکاری بهینه‌سازی ازدحام ذرات [18] و ژنتیک [19] کارایی رضایت بخشی در طی تحقیقات گذشته از خود نشان داده‌اند. از اینرو، ترکیب این دو الگوریتم به منظور دستیابی به یک الگوریتم مطلوب‌تر که در برگیرنده‌ی نقاط قوت هر دو باشد، مطابق شکل 3 ارائه می‌گردد. با استفاده از الگوریتم بهینه‌سازی مرکب مذکور، پتانسیل دستیابی به مقادیر بهتر توابع هزینه به وضوح افزایش می‌یابد. در یک تکرار الگوریتم ازدحام ذرات، اعضای ازدحام ضمن به خاطر سپردن بهترین تجربه‌ی جمعی یا بهترین پاسخ سراسری و بهترین تجربه‌ی شخصی خود یا بهترین پاسخ محلی [20]، آن را به یکدیگر اطلاع‌رسانی نموده و سپس سرعت خود را بر اساس این موقعیت‌های بهینه تنظیم می‌نمایند [21]. حفظ بهترین پاسخ سراسری و بهترین پاسخ محلی و همچنین تبادل اطلاعات بین اعضای جمعیت، جزو خصوصیات بسیار مفید الگوریتم بهینه‌سازی ازدحام ذرات است که الگوریتم ژنتیک فاقد آن می‌باشد. در الگوریتم بهینه‌سازی ازدحام ذرات و ژنتیک مرکب، الگوریتم بهینه‌سازی ازدحام ذرات جمعیت را به سوی تکامل هدایت کرده و الگوریتم ژنتیک نقش دستیار آن را ایفا می‌نماید. تعامل بین شیوه‌ی تولید نسل‌های جدید در الگوریتم ژنتیک و سرعت الگوریتم ازدحام ذرات، توازن بین توانایی پروراندن پاسخ‌های محلی و جستجوی پاسخ‌های سراسری را در فضای جستجوی مسئله کنترل نموده و علاوه بر آن، عملگر انتخاب الگوریتم ژنتیک از تأثیر منفی پاسخ‌های نامناسب بر روی پاسخ نهایی مسئله پیشگیری می‌کند. شبه کد الگوریتم ازدحام ذرات و ژنتیک مرکب در شکل 3 ارائه شده است. لازم به توضیح است در الگوریتم مرکب مذکور، اعضای جدید تولید شده توسط عملگر تقاطع، بهترین خاطره‌ی شخصی خود را از بهترین والد خود و سرعتشان را نیز به صورت تصادفی از یکی از والدین خود به ارث می‌برند. همچنین اعضای جدید تولید شده توسط عملگر جهش، بهترین خاطره‌ی شخصی و سرعتشان را از عضوی که از روی آن حاصل گشته‌اند عیناً کسب می‌کنند.

### 4- مسئله‌ی تغییر آرایش منظومه‌ی ماهواره‌ای

تغییر آرایش منظومه‌های ماهواره‌ای به دلایلی که قبلاً ذکر گردید، اجتناب ناپذیر است. لذا بحث کاهش هزینه‌های ناشی از آن بسیار حائز اهمیت بوده و

$$t_{\min} = \sqrt{\frac{a_{\min}^3}{\mu}} (\pi - \beta_e + \sin(\beta_e)) \quad (10)$$

با معلوم شدن  $t_{\min}$ ، تعیین ربع صحیح برای زاویه‌ی  $\alpha_e$  میسر می‌گردد. اگر مدت زمان مطلوب برای پرواز، از بازه‌ی زمانی مربوط به انتقال حداقل انرژی بیشتر باشد، آن‌گاه  $\alpha_e$  از رابطه‌ی (11) به دست می‌آید.

$$\alpha_e = 2\pi - \beta_e \quad (11)$$

در نهایت بردارهای سرعت  $\vec{v}_{t1}$  و  $\vec{v}_{t2}$  مربوط به دو نقطه‌ی  $P_1$  و  $P_2$  روی مدار حداقل انرژی انتقال، از روابط (12) و (13) محاسبه می‌گردند.

$$\vec{v}_{t1} = \frac{1}{g} (\vec{r}_2 - f\vec{r}_1) \quad (12)$$

$$\vec{v}_{t2} = \frac{1}{g} (g\vec{r}_2 - \vec{r}_1) \quad (13)$$

که در آن‌ها ضرایب لاگرانژ  $f$ ،  $g$  و  $\dot{g}$  از روابط (14) تا (16) و مقدار  $\Delta E$  در روابط مذکور از رابطه‌ی (17) حاصل می‌گردد.

$$f = 1 - \frac{a_{\min}}{r_1} (1 - \cos(\Delta E)) \quad (14)$$

$$g = t_{\min} - \sqrt{\frac{a_{\min}^3}{\mu}} (\Delta E - \sin(\Delta E)) \quad (15)$$

$$\dot{g} = 1 - \frac{a_{\min}}{r_2} (1 - \cos(\Delta E)) \quad (16)$$

$$\Delta E = \alpha_e - \beta_e \quad (17)$$

### 2-2- مسئله‌ی نشانه‌روی لامبرت

در این مقاله از تئوری نشانه‌روی لامبرت [13، 17] برای طراحی مدارهای انتقال تغییر آرایش منظومه‌ی ماهواره‌ای، استفاده می‌گردد. در واقع با استفاده از تئوری لامبرت، مدار انتقال بین دو بردار موقعیت  $\vec{r}_i$  و  $\vec{r}_f$  که هر کدام روی مدارهای جداگانه‌ای (مدارهای اولیه و هدف) قرار دارند، مشخص می‌گردد. با استفاده از روش انتقال مداری مذکور، نیازی به معلوم بودن دو نقطه‌ی خاص و یک بازه‌ی زمانی معین نمی‌باشد، بلکه یک مدار اولیه معلوم، یک مدار هدف مطلوب و جفت نقاط ممکن زیادی به همراه بازه‌ی زمانی پیمودن مسیر بینشان، وجود دارد که انتقال بین دو مدار اولیه و هدف را میسر می‌کند. بنابراین، با جستجوی کلیه‌ی نقاط ممکن ترک مدار اولیه، نقاط ممکن استقرار روی مدار نهایی و بازه‌های زمانی پیمودن مسیر بینشان، انتقال مداری بین دو مدار اولیه و هدف و در نتیجه اجرای عملیات تغییر آرایش منظومه‌های ماهواره‌ای با حداقل هزینه امکان‌پذیر می‌گردد. این انتقال مداری مطابق شکل 2، با اعمال یک ضربه در نقطه‌ی پرواز از مدار اولیه و یک ضربه‌ی دیگر در نقطه‌ی استقرار روی مدار نهایی، انجام می‌پذیرد که مقدار آن‌ها از روابط (18) و (19) محاسبه می‌شود.

$$\Delta \vec{v}_1 = \vec{v}_i - \vec{v}_{t1} \quad (18)$$

$$\Delta \vec{v}_2 = \vec{v}_f - \vec{v}_{t2} \quad (19)$$

که در آن  $\vec{v}_i$  و  $\vec{v}_f$  به ترتیب بردارهای سرعت روی مدار اولیه و مدار هدف و  $\vec{v}_{t1}$  و  $\vec{v}_{t2}$  بردارهای سرعت روی مدار انتقال به ترتیب در زمان‌های شروع مانور مداری  $t_1$  و خاتمه‌ی آن  $t_2$  می‌باشد. متذکر می‌گردد مدت زمان انتقال مداری که با نماد  $\Delta t_{\text{transfer}}$  نشان داده می‌شود، عبارتست از اختلاف بین زمان‌های شروع و خاتمه‌ی مانور.

در نهایت تغییرات سرعت مورد نیاز انتقال هر یک از ماهواره‌ها برابر است با مجموع تغییرات سرعت آن در نقاط ترک مدار اولیه و استقرار روی مدار نهایی.

$$\Delta v_{\text{OneTransfer}} = |\Delta \vec{v}_1| + |\Delta \vec{v}_2| \quad (20)$$

روی الگوی مداری نهایی، اختلاف فاز بین ماهواره‌ها مقدار معلوم و مشخصی است. بنابراین بسته به اینکه موقعیت بهینه پرواز و استقرار برای کدام یک از ماهواره‌ها جستجو شود، حالت‌های مختلفی برای اجرای عملیات تغییر آرایش به وجود می‌آید که لازم است به منظور برآورده نمودن قید کمینه‌سازی هزینه‌های ناشی از مصرف سوخت، حالتی که دارای حداقل  $\Delta v_{Total}$  است، انتخاب گردد. لذا، در این مقاله تابع هزینه به گونه‌ای مدلسازی می‌گردد که  $\Delta v_{Total}$  مورد نیاز انجام فاز تغییر آرایش، به ازای کلیه حالت‌های قابل اجرای تغییر آرایش منظومه محاسبه گشته و در نهایت  $\Delta v_{Total}$  کمینه به عنوان خروجی تابع و پارامتری که باید بهینه شود انتخاب گردد. بنابراین با استفاده از روش ارائه شده برای مدلسازی تابع هزینه مسئله، هر دو امر مهم تعیین مدار انتقال زیربهینه و تخصیص بهینه هر یک از ماهواره‌ها در یک گام انجام می‌پذیرد و دیگر نیازی به استفاده از الگوریتم‌های بهینه‌سازی تخصیص نظیر الگوریتم مزایده علاوه بر الگوریتم بهینه‌سازی انتقال مداری ماهواره‌ها نمی‌باشد.

تابع هزینه مسئله تغییر آرایش منظومه ماهواره‌ای عبارتست از:

$$J = \min(\Delta v_{Total}) \quad (21)$$

با توجه به اینکه منظومه‌های مورد نظر در این مقاله متشکل از سه ماهواره می‌باشند و انتقال مداری هر ماهواره با اعمال یک ضربه در نقطه‌ی ترک مدار اولیه و یک ضربه در نقطه‌ی استقرار روی مدار نهایی انجام می‌پذیرد،  $\Delta v_{Total}$  مورد نیاز اجرای عملیات تغییر آرایش در هر یک از حالت‌های امکان‌پذیر تغییر آرایش از رابطه‌ی (22) حاصل می‌شود.

$$\Delta v_{Total} = \sum |\Delta v_j|, j = 1, 2, \dots, 6 \quad (22)$$

در این تحقیق عملیات تغییر آرایش منظومه ماهواره‌ای با فرض عدم امکان پرتاب ماهواره‌ها به الگوی مداری مطلوب منظومه به صورت مستقیم، اجرا می‌گردد. از این رو، فرض می‌شود ماهواره‌ها ابتدا به یک مدار پارک پرتاب شده و سپس طی اجرای مانورهای مداری پیکربندی نهایی منظومه مورد نظر را تشکیل می‌دهند.

## 5- طراحی بهینه تغییر آرایش منظومه ماهواره‌ای

### 5-1- پرواز ماهواره‌ها از مدار اولیه

با توجه به اینکه همه‌ی ماهواره‌ها به صورت همزمان از مدار اولیه به پرواز در می‌آیند، موقعیت بهینه ترک مدار اولیه که با نماد  $\theta_{i1}$  نشان داده می‌شود، تنها برای یکی از ماهواره‌ها جستجو می‌شود. همچنین، یادآوری می‌گردد که در لحظه پرواز ماهواره‌ها از مدار اولیه اختلاف آنومالی واقعی بین ماهواره‌ها مقدار مشخصی است. اختلاف آنومالی واقعی دو ماهواره دیگر نسبت به ماهواره مرجع (ماهواره‌ای که موقعیت بهینه پرواز برای آن جستجو می‌شود) در لحظه پرواز، به ترتیب با نمادهای  $a_1$  و  $a_2$  نشان داده می‌شود. بنابراین، موقعیت پرواز دو ماهواره دیگر نسبت به  $\theta_{i1}$  و از رابطه‌های (23) و (24) محاسبه می‌گردد. طبق تئوری لامبرت  $\theta_{i1}$  جزو متغیرهای طراحی مسئله قرار می‌گیرد.

$$\theta_{i2} = \theta_{i1} + a_1 \quad (23)$$

$$\theta_{i3} = \theta_{i1} + a_2 \quad (24)$$

بسته به اینکه موقعیت بهینه پرواز برای کدام یک از ماهواره‌ها جستجو بشود، مقادیر مختلفی به پارامترهای  $a_1$  و  $a_2$  اختصاص می‌یابد. با توجه به شکل 4 سه حالت مختلف به شرح جدول 1 برای پرواز از مدار اولیه به وجود می‌آید.

اگر موقعیت بهینه پرواز برای ماهواره‌ی A مورد جستجو قرار بگیرد،

1. Initialization
  - a. Initialize a population of  $N$  particles with random positions and velocities
  - b. Use the cost function to evaluate the fitness of each particle of the population
  - c. Set the current fitness value of each particle as its personal best
  - d. Find the best particle among all particles of the current population and set it as global best
2. For iteration= 1 to the maximum number of iterations:
  - a. For PSO iteration=1 to the maximum number of PSO iterations:
    - i. Update velocity and position of all population
    - ii. Calculate the cost function value of all population
    - iii. Update personal best and global best
  - b. For GA iteration=1 to the maximum number of GA iterations:
    - i. Apply crossover and calculate the cost function value of new individuals
    - ii. Apply mutation and calculate the cost function value of new individuals
    - iii. Merge population
    - iv. Select the top  $N$  individuals
    - v. Update personal best and global best

Fig. 3 Pseudo-code for the hybrid PSO/GA algorithm [20]

شکل 3 شبه کد الگوریتم بهینه‌سازی ازدحام ذرات و ژنتیک مرکب [20]

باید به آن توجه شود. از این رو، در این مقاله مسئله تغییر آرایش منظومه‌های ماهواره‌ای با قید کمینه‌سازی هزینه‌های ناشی از مصرف سوخت مدنظر قرار می‌گیرد. عملیات انتقال مداری ماهواره‌ها به آرایش منظومه‌ی ماهواره‌ای مطلوب عامل اصلی ایجاد هزینه‌های ناشی از مصرف سوخت می‌باشد. بنابراین به منظور برآورده ساختن قید کمینه‌سازی هزینه‌های ناشی از مصرف سوخت، اجرای عملیات مذکور به شیوه‌ای بهینه ضرورت می‌یابد. مسئله انتقال مداری بهینه ماهواره‌ها به آرایش منظومه ماهواره‌ای هدف به دو امر مهم انتقال مداری بهینه یک مجموعه از ماهواره‌ها از یک مدار اولیه به یک مجموعه از مدارهای نهایی و تخصیص بهینه هر یک از ماهواره‌ها به یک موقعیت یا مدار نهایی مخصوص تقسیم می‌گردد.

در خصوص انتقال مداری بهینه ماهواره‌ها، انتخاب روش انتقال مداری مناسب از لحاظ هزینه و عدم ایجاد محدودیت در شکل و جهت‌گیری الگوهای مداری اولیه و هدف، بسیار مهم است. در این مقاله، از تئوری نشانه‌روی لامبرت برای طراحی مدار انتقال زیر بهینه هر یک از ماهواره‌ها استفاده می‌گردد. با استفاده از روش نشانه‌روی لامبرت امکان جستجوی موقعیتی برای پرواز از مدار اولیه، موقعیتی برای استقرار روی مدار هدف و بازه‌ی زمانی پیمودن مسیر بین این دو موقعیت به گونه‌ای که منجر به انتقال مداری با حداقل تغییرات سرعت یا به بیان دیگر حداقل مصرف سوخت بشود، میسر می‌گردد. بدین ترتیب، مدار انتقال زیر بهینه هر یک از ماهواره‌ها قابل تعیین بوده و توسط تکنیک‌های بهینه‌سازی به دست می‌آید. علاوه بر آن، روش مذکور هیچگونه قیدی روی شکل و جهت‌گیری مدارهای اولیه و هدف اعم از هم‌صفحه، هم‌محور و دایروی بودن و یا داشتن یک نقطه‌ی مشترک ایجاد نمی‌کند.

در رابطه با تخصیص بهینه ماهواره‌ها، توجه به این نکته ضروری است که در لحظه پرواز ماهواره‌ها از الگوی مداری اولیه و همچنین استقرارشان

برای ماهواره‌ی B جستجو گردد، اختلاف فاز ماهواره‌های A و C نسبت به ماهواره‌ی B متناظر با حالت 2 بوده که خود شامل دو زیر حالت مربوط به جایگشت استقرار ماهواره‌های A و C است. همچنین، اگر  $\theta_{f1}$  برای ماهواره‌ی C جستجو شود، دو وضعیت موجود در حالت 3 ایجاد می‌گردد.

متذکر می‌گردد المان‌های مداری مدار هدف نیز مشخص بوده و با معلوم شدن  $\theta_{f1}$ ،  $\theta_{f2}$  و  $\theta_{f3}$ ، بردار حالت متناظر با نقطه‌ی استقرار ماهواره‌ها که عبارتند از  $\vec{r}_{f1}$  و  $\vec{v}_{f1}$ ،  $\vec{r}_{f2}$  و  $\vec{v}_{f2}$ ،  $\vec{r}_{f3}$  و  $\vec{v}_{f3}$  حاصل می‌شود.

### 3-5- بازه‌ی زمانی اجرای مانورهای مداری

با توجه به این نکته که انتقال مداری کلیه‌ی ماهواره‌های موجود در منظومه‌ی اولیه به منظومه‌ی نهایی به صورت همزمان انجام می‌پذیرد، بازه‌ی زمانی اجرای مانورهای مداری که با نماد  $\Delta t_{transfer}$  نشان داده شد، برای همه‌ی ماهواره‌ها یکسان بوده و طبق تئوری لامبرت یک متغیر طراحی مسئله می‌باشد.

### 4-5- جمع‌بندی

لازم است  $\theta_{i2}$  و  $\theta_{i3}$  به ازای هر سه حالتی که برای هر یک ممکن است پیش آید، محاسبه شده و از بین آن‌ها مقادیری که منجر به  $\Delta v_{Total}$  کمینه می‌شود، انتخاب گردد. همچنین، محاسبه‌ی  $\theta_{f2}$  و  $\theta_{f3}$  برای هر شش حالتی که ممکن است ایجاد شود و انتخاب مقادیری از بین آن‌ها که  $\Delta v_{Total}$  کمینه را نتیجه می‌دهد، ضروری است. به بیان دیگر، سه حالت ممکن برای پرواز ماهواره‌ها از مدار اولیه و شش حالت امکان‌پذیر برای استقرار ماهواره‌ها روی الگوی مداری نهایی، منجر به ایجاد 18 حالت قابل اجرا برای فاز تغییر آرایش منظومه‌ی ماهواره‌ای متشکل از سه ماهواره می‌گردد. بنابراین لازم است سه گام زیر انجام پذیرد.

- بررسی هر کدام از 18 حالت قابل اجرا
  - مدل‌سازی تابع هزینه برای هر یک از حالت‌های امکان‌پذیر
  - بهینه‌سازی هر یک از توابع هزینه مذکور
- در تحقیق حاضر، تابع هزینه‌ی مسئله‌ی تغییر آرایش به شیوه‌ی مدل‌سازی شده است که  $\Delta v_{Total}$  به ازای همه‌ی این 18 حالت محاسبه و از

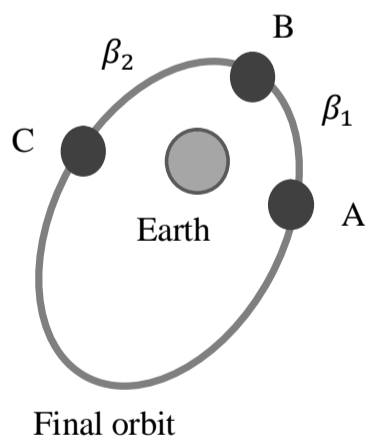


Fig. 5 Symbolic position of the satellites on the target orbit

شکل 5 موقعیت نمادین ماهواره‌ها روی مدار هدف

جدول 2 حالت‌های امکان‌پذیر برای استقرار روی مدار نهایی

حالت 3	حالت 2	حالت 1	پارامتر
$-\beta_2$	$-\beta_1$	$(\beta_1 + \beta_2)$	$b_1$
$+\beta_2$	$-\beta_1$	$(\beta_1 + \beta_2)$	$b_1$
$-\beta_1$	$-\beta_2$	$\beta_1$	$b_2$
$+\beta_2$	$-\beta_1$	$\beta_1$	$b_2$

اختلاف فاز ماهواره‌های B و C نسبت به ماهواره‌ی مرجع در لحظه‌ی پرواز، به ترتیب برابر با  $a_1$  و  $a_2$  بوده و حالت 1 رخ می‌دهد. به همین ترتیب اگر  $\theta_{i1}$  برای ماهواره‌ی B جستجو گردد، اختلاف فاز ماهواره‌های A و C نسبت به ماهواره‌ی مذکور متناظر با حالت 2 می‌باشد. همچنین، اگر  $\theta_{i1}$  برای ماهواره‌ی C جستجو شود، حالت 3 به وقوع می‌پیوندد.

متذکر می‌گردد المان‌های مداری مدار اولیه مشخص بوده و با معلوم شدن  $\theta_{i1}$ ،  $\theta_{i2}$  و  $\theta_{i3}$ ، بردار حالت متناظر با نقطه‌ی پرواز ماهواره‌ها که عبارتند از  $\vec{r}_{i1}$  و  $\vec{v}_{i1}$ ،  $\vec{r}_{i2}$  و  $\vec{v}_{i2}$ ،  $\vec{r}_{i3}$  و  $\vec{v}_{i3}$  محاسبه می‌شود.

### 2-5- استقرار ماهواره‌ها روی الگوی مداری هدف

با توجه به اینکه استقرار کلیه‌ی ماهواره‌ها روی مدارهای نهایی به صورت همزمان انجام می‌پذیرد، موقعیت بهینه‌ی استقرار که با نماد  $\theta_{f1}$  نشان داده می‌شود، فقط برای یکی از ماهواره‌ها جستجو می‌گردد. همچنین، همانند پرواز ماهواره‌ها از مدار اولیه، در لحظه‌ی استقرار روی الگوی مداری هدف نیز اختلاف آنومالی واقعی بین ماهواره‌ها مقداری معلوم است. اختلاف آنومالی واقعی دو ماهواره‌ی دیگر نسبت به ماهواره‌ی مرجع (ماهواره‌ای که موقعیت بهینه‌ی استقرار برای آن جستجو می‌شود) در لحظه‌ی استقرار، به ترتیب با نمادهای  $b_1$  و  $b_2$  نشان داده می‌شود. لذا، موقعیت استقرار دو ماهواره‌ی دیگر نسبت به  $\theta_{f1}$  و از روابط (25) و (26) محاسبه می‌شود. از این رو،  $\theta_{f1}$  نیز به عنوان یک متغیر طراحی مسئله انتخاب می‌شود.

$$\theta_{f2} = \theta_{f1} + b_1 \quad (25)$$

$$\theta_{f3} = \theta_{f1} + b_2 \quad (26)$$

بسته به جایگشت جستجوی موقعیت بهینه‌ی استقرار برای ماهواره‌ها مقادیر متفاوتی به پارامترهای  $b_1$  و  $b_2$  اختصاص می‌یابد. با توجه به شکل 5 برای استقرار ماهواره‌ها روی الگوی مداری هدف، سه حالت مختلف که هر یک شامل دو زیر حالت می‌باشد، به شرح جدول 2 ممکن است به وجود آید.

اگر موقعیت بهینه‌ی استقرار برای ماهواره‌ی A مورد جستجو قرار بگیرد، اختلاف فاز ماهواره‌های B و C نسبت به ماهواره‌ی مذکور در لحظه‌ی استقرار، به ترتیب برابر با  $b_1$  و  $b_2$  بوده و حالت 1 رخ می‌دهد. لازم به توضیح است حالت 1 خود شامل دو زیر حالت است که معرف جایگشت استقرار دو ماهواره‌ی B و C نسبت به ماهواره‌ی A می‌باشد. به همین ترتیب اگر  $\theta_{f1}$

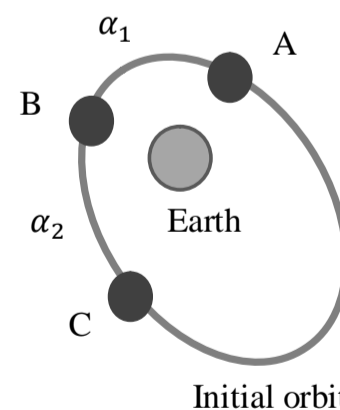


Fig. 4 Symbolic position of the satellites on the initial orbit

شکل 4 موقعیت نمادین ماهواره‌ها روی مدار اولیه

جدول 1 حالت‌های امکان‌پذیر برای پرواز از مدار اولیه

حالت 3	حالت 2	حالت 1	پارامتر
$-(\alpha_1 + \alpha_2)$	$-\alpha_1$	$\alpha_1$	$a_1$
$-(\alpha_2)$	$\alpha_2$	$(\alpha_1 + \alpha_2)$	$a_2$

بین آن‌ها کمترین مقدار به عنوان خروجی تابع هزینه و پارامتری که باید بهینه گردد، انتخاب می‌شود. بدین ترتیب با در نظر گرفتن کلیه حالت‌های قابل اجرا در مدل‌سازی تابع هزینه مسئله، بهینه‌سازی انتقال مدار ماهواره‌ها از مدار اولیه به الگوی مداری هدف و همچنین تخصیص ماهواره‌ها در یک گام انجام می‌پذیرد. بنابراین نیازی به استفاده از الگوریتم‌های بهینه‌سازی تخصیص علاوه بر الگوریتم بهینه‌سازی ازدحام ذرات و ژنتیک مرکب نمی‌باشد.

$$J = \Delta v_1 + \Delta v_2 \quad (29)$$

که در آن  $\Delta v_1$  بزرگی ضربه‌ی مورد نیاز برای ترک مدار اولیه و  $\Delta v_2$  بزرگی ضربه‌ی مورد نیاز در نقطه‌ی رسیدن به مدار نهایی است. لازم به ذکر است این مسئله در مرجع [11] نیز با استفاده از تئوری لامبرت حل شده است. نتایج حاصل از فرایند بهینه‌سازی در جدول 3 گزارش و نمای انتقال مداری بهینه‌ی سراسری در شکل 6 ترسیم شده است.

با مدل‌سازی تابع هزینه بر اساس تئوری نشانه‌رویی لامبرت و استفاده از الگوریتم بهینه‌سازی ازدحام ذرات و ژنتیک مرکب مقدار  $0.722 \text{ (km/s)}$  برای تابع هزینه حاصل گردید که دقیقاً با مقدار مندرج در مرجع [11] برابر می‌باشد. لازم به ذکر است در این مقاله روش انتقال مداری فوق برای انتقال چند ماهواره‌ی موجود در یک منظومه به صورت وابسته به هم، تعمیم یافته است.

### 7- سناریوی 1

در این سناریو تغییر آرایش یک منظومه‌ی ماهواره‌ای بین دو مدار بیضوی هم‌صفحه با محورهای دلخواه، مد نظر قرار می‌گیرد.

دو مسئله با مدارهای اولیه و نهایی یکسان فرض گردیده است که در آن‌ها اختلاف فاز بین ماهواره‌ها روی مدارهای اولیه و نهایی به ترتیب در لحظات پرواز و استقرار، با هم متفاوت می‌باشد. مقادیر اختلاف آنومالی واقعی ماهواره‌ها در لحظه‌ی پرواز از مدار اولیه که با نمادهای  $\alpha_1$  و  $\alpha_2$  نشان داده شد و همچنین، اختلاف آنومالی واقعی بین ماهواره‌ها در لحظه‌ی استقرار روی

### جدول 3 نتایج صحت‌سنجی

Table 3 Verification results

تابع هدف (km/s)	مقدار حاصل شده	مقدار مندرج در مرجع [15]
$\Delta v_1$	0.499	0.503
$\Delta v_2$	0.223	0.219
$J$	0.722	0.722

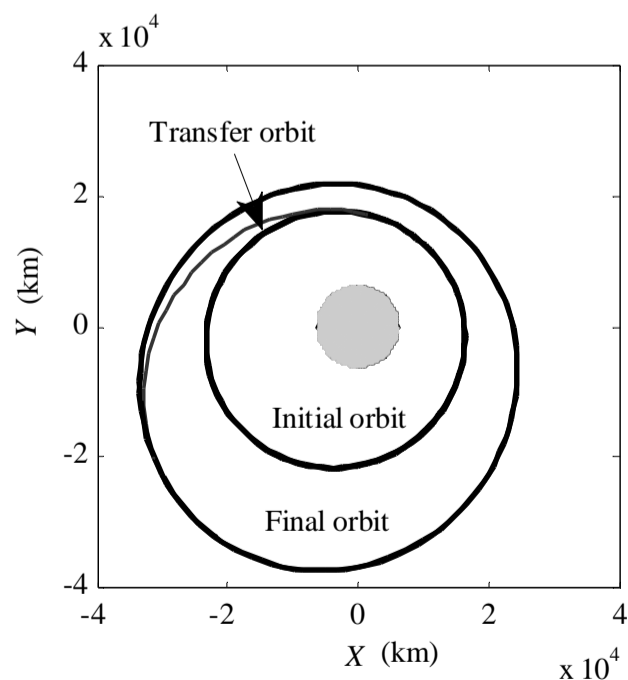


Fig. 6 View of globally optimal orbital transfer between two elliptic coplanar orbits with arbitrary axes

شکل 6 نمای انتقال مداری بهینه‌ی سراسری بین دو مدار بیضوی هم‌صفحه با محورهای دلخواه

با توجه به توضیحات ارائه شده در زیر بخش‌های 1-5، 2-5 و 3-5 بردار طراحی مسئله عبارتست از  $X = [\theta_{i1} \ \theta_{f1} \ \Delta t_{\text{transfer}}]$  در نهایت مقدار ضربه‌های مورد نیاز پرواز از مدار اولیه و استقرار روی مدارهای نهایی برای هر یک از ماهواره‌ها با توجه به رابطه‌ی (27) محاسبه می‌شود.

$$\begin{aligned} \Delta \vec{v}_1 &= \vec{v}_{i1} - \vec{v}_{t1k} \\ \Delta \vec{v}_2 &= \vec{v}_{f1} - \vec{v}_{t2k} \\ \Delta \vec{v}_3 &= \vec{v}_{i2} - \vec{v}_{t1k} \\ \Delta \vec{v}_4 &= \vec{v}_{f2} - \vec{v}_{t2k} \\ \Delta \vec{v}_5 &= \vec{v}_{i3} - \vec{v}_{t1k} \\ \Delta \vec{v}_6 &= \vec{v}_{f3} - \vec{v}_{t2k} \end{aligned} \quad (27)$$

که در آن  $\vec{v}_{t1k}$  و  $\vec{v}_{t2k}$  بردارهای سرعت ماهواره‌ها روی مدار انتقال به ترتیب در نقاط ترک مدار اولیه و استقرار روی مدار نهایی هستند. نماد  $k$  نمایانگر هر یک از ماهواره‌ها بوده و برابر با  $k = A, B, C$  می‌باشد. مجموع تغییرات سرعت مورد نیاز انتقال هر یک از ماهواره‌ها طبق رابطه‌ی (22)، تغییرات سرعت کل مورد نیاز اجرای عملیات تغییر آرایش منظومه‌ی ماهواره‌ای را می‌سازد.

در ادامه دو مسئله‌ی مختلف که با روش‌های انتقال مداری دیگر قابل حل نیست، مدل‌سازی و حل می‌گردد. مسائل مذکور یکبار نیز با در نظر گرفتن موقعیت‌های ثابت برای پرواز و استقرار ماهواره‌ها شبیه‌سازی و حل می‌شود. نتایج حاصله حاکی از برتری ایده‌ی ارائه شده در این مقاله برای تغییر آرایش منظومه‌ی ماهواره‌ای و همچنین روش انتقال مداری انتخاب شده می‌باشد.

لازم به توضیح است برای هر دو مسئله‌ی مد نظر قرار گرفته، تعداد جمعیت اولیه‌ی الگوریتم ترکیبی ازدحام ذرات و ژنتیک برابر با 50 بوده و این الگوریتم برای 500 تکرار اجرا می‌شود. حد بالا و پایین متغیرهای طراحی به صورت رابطه‌ی (28) است:

$$\begin{aligned} 0 &\leq \theta_{i1} \leq 360^\circ \\ 0 &\leq \theta_{f1} \leq 360^\circ \\ 0 &\leq \Delta t_{\text{transfer}} \leq T_f \end{aligned} \quad (28)$$

که در آن  $T_f$  دوره‌ی مدار بزرگتر یعنی مدار هدف می‌باشد.

### 6- اعتبارسنجی روش انتقال مداری

به منظور حصول اطمینان از درستی روش انتقال مداری تشریح شده در این مقاله برای طراحی انتقال مداری مجموعه‌ی ماهواره‌ها از یک الگوی مداری اولیه به آرایش جدید مطلوب، مسئله‌ی اول مرجع [11] صحت‌سنجی می‌گردد. هدف مسئله‌ی مذکور، تعیین مدار انتقال دو ضربه‌ای بهینه‌ی سراسری بین دو مدار بیضوی هم‌صفحه با محورهای دلخواه می‌باشد. انتقال مداری بهینه‌ی سراسری با تعیین مکان و بزرگی بهینه‌ی دو ضربه‌ای که برای انتقال از یک مدار اولیه‌ی بیضوی با نیم‌قطر  $a_i$  و خروج از مرکز  $e_i$  به یک مدار نهایی بیضوی دیگر با نیم‌قطر  $a_i$  و خروج از مرکز  $e_i$  مورد نیاز است، تعیین می‌شود. بردار طراحی مسئله‌ی مذکور برابر با

جدول 7 مقادیر بهینه‌ی متغیرهای طراحی برای هر دو مورد در نظر گرفته شده

Table 7 Optimal values for the design variables for the two intended cases

متغیر طراحی	$\theta_{i1}$ (deg)	$\theta_{f1}$ (deg)	$\Delta t_{transfer}$ (s)
مورد 1	134.998	268.569	6340.9
مورد 2	66.564	160.179	5369.3

جدول 8 مقادیر بهینه‌ی هر یک از تغییرات سرعت (ضربه) در نقاط ترک مدار اولیه و استقرار روی مدار نهایی برای هر دو مورد در نظر گرفته شده

Table 8 Optimal values for each of the impulses at the departure and arrival points for the two intended cases

ضربه (km/s)	$\Delta v_1$	$\Delta v_2$	$\Delta v_3$	$\Delta v_4$	$\Delta v_5$	$\Delta v_6$
مورد 1	1.195	1.034	1.302	0.601	0.923	1.636
مورد 2	1.284	0.655	0.964	1.371	0.999	1.087

جدول 9 مقادیر بهینه‌ی سراسری تابع هزینه در دو حالت موقعیت پرواز و استقرار ثابت و بهینه و درصد اختلاف بین آن‌ها برای هر دو مورد در نظر گرفته شده

Table 9 Globally optimal values of the cost function for the two cases of constant and optimal position of flight and deployment and difference percentage between them for the two intended cases

درصد اختلاف	$J$ (km/s) ( $\theta_{i1} = 100^\circ, \theta_{f1} = 295^\circ$ )	$J$ (km/s) ( $\theta_{i1}, \theta_{f1} = \text{optimal}$ )
مورد 1	9.22	6.6906
مورد 2	9.47	6.3603

جدول 10 حالت بهینه‌ی اجرای عملیات تغییر آرایش منظومه‌ی ماهواره‌ای

Table 10 Optimal state of implementing the operation of satellite constellation reconfiguration

	$a_1$	$a_2$	$b_1$	$b_2$
مورد 1	$-\alpha_1$	$\alpha_2$	$-\beta_1$	$\beta_2$
مورد 2	$-\alpha_1$	$\alpha_2$	$-\beta_1$	$\beta_2$

طبق نتایج مندرج در جدول 7 بازه‌ی زمانی بهینه‌ی کل ماموریت در هر یک از موارد 1 و 2 به ترتیب 6340.9 و 5369.3 ثانیه می‌باشد. در جدول 9، مقادیر بهینه‌ی سراسری تابع هزینه‌ی مسئله‌ی تغییر آرایش، در دو وضعیت موقعیت‌های پرواز و استقرار بهینه و موقعیت‌های پرواز و استقرار معین برای هر یک از موارد مد نظر قرار گرفته، مقایسه شده است. وضعیت موقعیت‌های پرواز و استقرار مشخص برای هر دو مورد 1 و 2، به ازای  $\theta_{i1} = 100^\circ$  و  $\theta_{f1} = 295^\circ$  فرض شده است. با توجه به جدول 9، با استفاده از شیوه‌ی ارائه شده در این مقاله برای تغییر آرایش منظومه‌ی ماهواره‌ای به ترتیب برای هر یک از موارد 1 و 2 به میزان 27.4 و 32.8 درصد نسبت به حالت پرواز از یک موقعیت مخصوص و استقرار روی یک موقعیت مشخص، در هزینه‌ی عملیات تغییر آرایش صرفه‌جویی می‌گردد.

## 8- سناریوی 2

در این سناریو تغییر آرایش یک منظومه‌ی ماهواره‌ای از یک مدار بیضوی اولیه به یک الگوی واکر 1/3/3 مدلسازی و حل می‌گردد.

یک الگوی مداری واکر با سه پارامتر F/P/T کاملاً مشخص می‌گردد که T تعداد کل ماهواره‌های موجود در منظومه، P تعداد صفحات مداری که با فاصله‌ی مساوی از هم در نود قرار گرفته‌اند و F اختلاف فاز بین صفحات مجاور است. تعداد ماهواره‌ها در هر صفحه‌ی مداری برابر است با  $S = T/P$

مدار هدف که با نمادهای  $\beta_1$  و  $\beta_2$  نشان داده شد، برای هر دو مسئله‌ی در نظر گرفته شده در جدول 4 درج شده است.

المان‌های مداری مدارهای اولیه و هدف در جدول 5 ثبت گردیده است. با توجه به المان‌های مداری مذکور، زاویه‌ی بین محورهای مدارهای اولیه و هدف 50 درجه می‌باشد. المان‌های مداری مدارهای انتقال زیربهینه‌ی ماهواره‌ها در هر یک از موارد مد نظر قرار گرفته نیز، در جدول 6 جمع‌آوری شده است. نتایج حاصل از فرایند بهینه‌سازی شامل مقادیر بهینه‌ی متغیرهای طراحی، مقادیر بهینه‌ی هر یک از ضربه‌های مورد نیاز برای پرواز از مدار اولیه و استقرار روی مدار نهایی به ازای هر کدام از ماهواره‌ها و مقادیر بهینه‌ی سراسری تابع هزینه‌ی مسئله‌ی تغییر آرایش برای هر دو مورد فرض شده، به ترتیب در جداول 7، 8 و 9 گزارش شده است. همچنین، نمای تغییر آرایش بهینه‌ی سراسری هر یک از موارد مذکور در شکل 7 ترسیم شده است. حالتی که اجرای عملیات تغییر آرایش منظومه‌ی ماهواره‌ای را با حداقل هزینه یا به بیان دیگر حداقل  $\Delta v_{Total}$  نتیجه می‌دهد، برای هر دو مورد مذکور در جدول 10 گزارش گردیده است.

جدول 4 اختلاف فاز بین ماهواره‌ها در لحظه‌های پرواز از مدار اولیه و استقرار روی مدار نهایی برای هر دو مورد در نظر گرفته شده

Table 4 Phase difference between the satellites at the moments of flying from the initial orbit and deploying on the final orbit for the two intended cases

اختلاف فاز	$\alpha_1$ (deg)	$\alpha_2$ (deg)	$\beta_1$ (deg)	$\beta_2$ (deg)
مورد 1	60	80	90	120
مورد 2	95	125	55	165

جدول 5 المان‌های مداری مدارهای اولیه و نهایی

Table 5 Orbital elements of the initial and final and orbits

المان مداری	نیم‌قطر (km)	خروج از مرکز	زاویه‌ی مداری (deg)	زاویه‌ی میل (deg)	آرگومان حقیض (deg)
مدار اولیه	7378	0.095	0	10	70
مدار نهایی	14255	0.22	0	15	120

جدول 6 المان‌های مداری مدار انتقال زیربهینه‌ی هر یک از ماهواره‌ها برای هر دو مورد در نظر گرفته شده

Table 6 Orbital elements of the sub optimal transfer orbit of each satellite for the two intended cases

المان مداری	نیم‌قطر (km)	خروج از مرکز	زاویه‌ی مداری (deg)	زاویه‌ی میل (deg)	آرگومان حقیض (deg)
مدار انتقال	10837.5	0.278	0	0	0
زیربهینه‌ی 1	12183.3	0.431	0	0	0
مدار انتقال	12196.4	0.426	0	0	0
زیربهینه‌ی 2	10558.2	0.364	0	0	0
مدار انتقال	9816.2	0.199	0	0	0
زیربهینه‌ی 3	9831.8	0.182	0	0	0



12، 13 و 14 جمع‌آوری شده است. همچنین نمای دو و سه بعدی تغییر آرایش بهینه سراسری در شکل 8 ترسیم گردیده است. حالتی که منجر به اجرای عملیات تغییر آرایش با حداقل هزینه می‌گردد در جدول 15 گزارش شده است.

طبق نتایج مندرج در جدول 12 بازه‌ی زمانی کل مأموریت برابر با 3975.8 ثانیه می‌باشد. در جدول 14، مقادیر بهینه سراسری تابع هزینه مسئله تغییر آرایش، در دو حالت موقعیت‌های پرواز و استقرار بهینه و موقعیت‌های پرواز و استقرار معین مورد مقایسه قرار گرفته است. متذکر می‌شود حالت موقعیت‌های پرواز و استقرار مشخص به ازای  $\theta_{i1} = 50^\circ$  و

جدول 11 المان‌های مداری مدارهای اولیه، نهایی و انتقال زیربهینه

Table 11 Orbital elements of the initial, final and sub optimal transfer orbits

المان مداری	نیم‌قطر (km)	خروج از مرکز	زاویه‌ی مدار (deg)	زاویه‌ی میل (deg)	آرگومان حضیض زمینی (deg)
مدار اولیه	7078	0.059	55	15	20
مدار انتقال زیربهینه 1	10365.6	0.301	60.99	149.61	27.57
مدار انتقال زیربهینه 2	9252.7	0.278	55.57	9.27	63.66
مدار انتقال زیربهینه 3	8349.4	0.133	63.13	25.35	263.46
مدار نهایی 1	11680	0.2	65	30	50
مدار نهایی 2	11680	0.2	65	150	50
مدار نهایی 3	11680	0.2	65	270	50

جدول 12 مقادیر بهینه متغیرهای طراحی

Table 12 Optimal values for the design variables

متغیر طراحی	$\theta_{i1}$ (deg)	$\theta_{f1}$ (deg)	$\Delta t_{\text{transfer}}$ (s)
مقدار	120.281	134.933	3975.8

جدول 13 مقادیر بهینه هر یک از تغییرات سرعت (ضربه) در نقاط ترک مدار اولیه و استقرار روی مدار نهایی

Table 13 Optimal values for each of the impulses at the departure and arrival points

ضربه (km/s)	$\Delta v_1$	$\Delta v_2$	$\Delta v_3$	$\Delta v_4$	$\Delta v_5$	$\Delta v_6$
مقدار	12.328	0.556	1.206	7.138	1.687	1.157

جدول 14 مقادیر بهینه سراسری تابع هزینه در دو حالت موقعیت پرواز و استقرار ثابت و بهینه و درصد اختلاف بین آنها

Table 14 Globally optimal values of the cost function for the two cases of constant and optimal position of flight and deployment and difference percentage between them

درصد اختلاف	$J$ (km/s) ( $\theta_{i1} = 50^\circ, \theta_{f1} = 185^\circ$ )	$J$ (km/s) ( $\theta_{i1}, \theta_{f1} = \text{optimal}$ )
20.6	30.31	24.0713

جدول 15 حالت بهینه اجرای عملیات تغییر آرایش منظومه ماهواره‌ای

Table 15 Optimal state of implementing the operation of satellite constellation reconfiguration

اختلاف فاز	$a_1$	$a_2$	$b_1$	$b_2$
	$-\alpha_1$	$\alpha_2$	$\beta_2$	$-\beta_1$

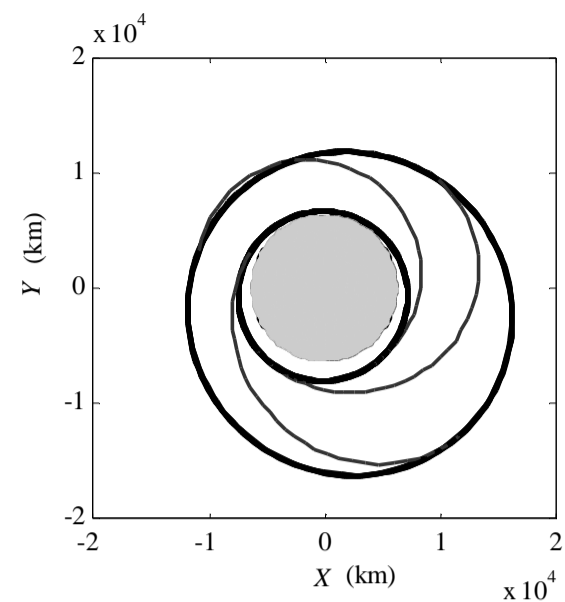


Fig. 7a Case 1

شکل 7 الف مورد 1

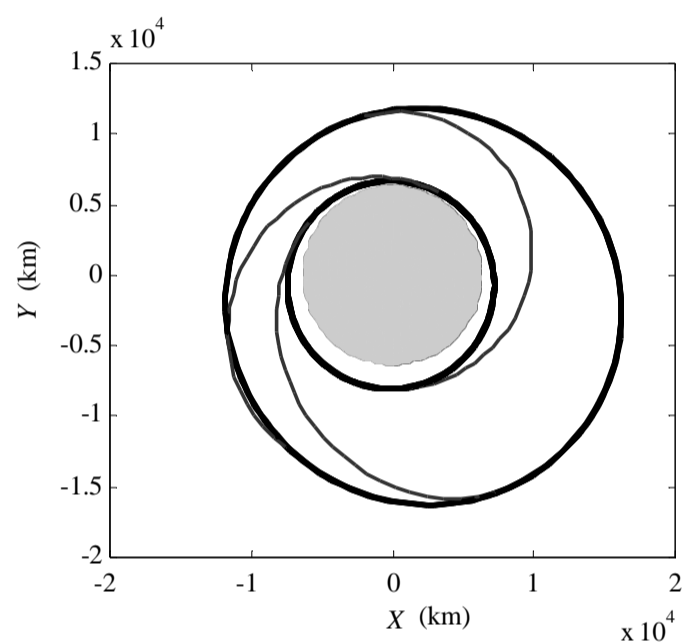


Fig. 7b Case 2

شکل 7 ب مورد 2

Fig. 7 View of the globally optimal reconfiguration between two coplanar elliptic orbits with arbitrary axes for the two intended cases: ( — ) the initial and final orbits, ( ——— ) the sub optimal transfer orbits

شکل 7 نمای تغییر آرایش بهینه سراسری بین دو مدار بیضوی هم‌صفحه با محورهای دلخواه برای هر دو مورد در نظر گرفته شده: ( — ) مدارهای اولیه و نهایی، ( ——— ) مدارهای انتقال زیربهینه

که در این مسئله  $S = 1$  می‌باشد. همچنین فاصله‌ی بین صفحات مداری در نود و اختلاف فاز بین ماهواره‌ها در صفحات مجاور به ترتیب از عبارات‌های SPU و FPU حاصل می‌شود که در آن‌ها  $PU = 360^\circ/T$ . بنابراین در یک الگوی واگر 1/3/3 فاصله‌ی بین صفحات مداری در نود و اختلاف آنومالی واقعی بین ماهواره‌ها در صفحات مجاور ( $\beta_2$  و  $\beta_1$ ) برابر با 120 درجه است.

اختلاف آنومالی واقعی بین ماهواره‌ها روی مدار اولیه ( $\alpha_1$  و  $\alpha_2$ ) در این مسئله 45 و 90 درجه می‌باشد. متذکر می‌گردد مدارهای اولیه و هدف در این سناریو هم‌صفحه نبوده و دارای یک نقطه‌ی مشترک نیز نمی‌باشند.

المان‌های مداری مدارهای اولیه و هدف در جدول 11 ثبت شده است.

المان‌های مداری مدارهای انتقال زیر بهینه به دست آمده نیز در جدول 11 گزارش گردیده است. نتایج حاصل از فرایند بهینه‌سازی شامل مقادیر بهینه متغیرهای طراحی، مقادیر بهینه هر یک از ضربه‌های مورد نیاز برای پرواز از مدار اولیه و استقرار روی مدار نهایی به ازای هر کدام از ماهواره‌ها و مقادیر بهینه سراسری تابع هزینه مسئله تغییر آرایش به ترتیب در جداول

مورد نیاز اجرای فاز تغییر آرایش با استفاده از مسئله‌ی نشان‌روی لامبرت طراحی می‌گردد. بدین وسیله امکان جستجوی موقعیتی برای پرواز و استقرار ماهواره‌ها که منجر به انتقال مداری با حداقل هزینه بشود، میسر می‌گردد. علاوه بر آن، در این مقاله روشی برای مدلسازی تابع هزینه ارائه می‌گردد که با استفاده از آن دو امر مهم بهینه‌سازی انتقال مداری ماهواره‌ها به الگوی مداری هدف و تخصیص ماهواره‌ها به یک موقعیت یا مدار نهایی خاص در یک گام انجام می‌پذیرد. بدین منظور و همچنین برای دستیابی به پاسخ بهینه‌ی سراسری مسئله‌ی تغییر آرایش منظومه‌ی ماهواره‌ای، از الگوریتم بهینه‌سازی ازدحام ذرات و ژنتیک مرکب استفاده شده است.

### 10- مراجع

- [1] J. R. Wertz, *Orbit & Constellation Design & Management*, Second Printing Edition, pp. 671-723, California: Microcosm Press, 2009.
- [2] A. Belov, L. Dorman, N. Iucci, O. Kryakunova, N. Ptitsyna, *Effects of Space Weather on Technology Infrastructure*, pp. 147-163, Netherlands: Springer, 2005.
- [3] U. Scialom, *Optimization of satellite constellation reconfiguration*, PhD Thesis, Massachusetts Institute of Technology, Massachusetts, 2003.
- [4] J. J. Davis, *Constellation Reconfiguration: Tools and Analysis*, PhD Thesis, Texas A&M University, Texas, 2010.
- [5] M. Chaize, *Enhancing the economics of satellite constellations via staged deployment and orbital reconfiguration*, PhD Thesis, Massachusetts Institute of Technology, Massachusetts, 2003.
- [6] O. L. De Weck, R. D. Neufville, M. Chaize, Staged deployment of communications satellite constellations in low earth orbit, *Journal of Aerospace Computing, Information, and Communication*, Vol. 1, No. 3, pp. 119-136, 2004.
- [7] O. L. De Weck, U. Scialom, A. Siddiqi, Optimal reconfiguration of satellite constellations with the auction algorithm, *Acta Astronautica*, Vol. 62, No. 2, pp. 112-130, 2008.
- [8] A. Siddiqi, J. Mellein, O. L. De Weck, Optimal reconfigurations for increasing capacity of communication satellite constellations, *Proceedings of 46th AIAA Structures, Structural Dynamics & Materials Conference*, Austin, Texas, pp. 2005-2065, 2005.
- [9] C. Circi, E. Ortore, F. Bunkheila, Satellite constellations in sliding ground track orbits. *Aerospace Science and Technology*, Vol. 39, No. 1, pp. 395-402, 2014.
- [10] M. P. Feringer, *General framework for the reconfiguration of satellite constellations*, PhD Thesis, The Pennsylvania State University, Pennsylvania, 2009.
- [11] M. Pontani, B. A. Conway, Particle swarm optimization applied to impulsive orbital transfers, *Acta Astronautica*, Vol. 74, No. 1, pp. 141-155, 2012.
- [12] J. Bae, Y. Kim, Spacecraft formation reconfiguration using impulsive control input, *International Journal of Aeronautical and Space Sciences*, Vol. 14, No. 2, pp. 183-192, 2013.
- [13] L. M. Healy, Lambert targeting for on-orbit delivery of debris remediation dust, *Journal of Spacecraft and Rockets*, Vol. 51, No. 5, pp. 1485-1491, 2014.
- [14] E. Maani, A. Kosari, M. Fakoor, Two-objective optimization of GEO communication satellite trajectory considering continuous orbital maneuver, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 13, No. 7, pp. 142-152, 2013. (in Persian)
- [15] E. Maani, A. Kosari, M. Fakoor, Two-objective optimization of GEO communication satellite trajectory considering impulsive orbital maneuver, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 14, No. 5, pp. 121-128, 2014. (in Persian)
- [16] H. Curtis, *Orbital Mechanics for Engineering Students*, Third Edition, pp. 145-258, United Kingdom: Butterworth-Heinemann, 2013.
- [17] D. A. Vallado, W. D. McClain, *Fundamentals of Astrodynamics and Applications*, Second Edition, Netherlands: Springer, 2001.
- [18] R. C. Eberhart, J. Kennedy, A new optimizer using particle swarm theory, *Proceedings of the sixth international symposium on micro machine and human science*, New York, pp. 39-43, 1995.
- [19] J. H. Holland, *Adaptation in Natural and Artificial Systems: An Introductory Analysis with Applications to Biology, Control, and Artificial Intelligence*, United States: MIT press, pp. 50-105, 1992.
- [20] H. Soleimani, G. Kannan, A hybrid particle swarm optimization and genetic algorithm for closed-loop supply chain network design in large-scale networks, *Applied Mathematical Modelling*, Vol. 39, No. 14, pp. 3990-4012, 2015.
- [21] Y. Xu, W. Zhang, D. Chamoret, M. Domaszewski, Minimizing thermal residual stresses in C/SiC functionally graded material coating of C/C composites by using particle swarm optimization algorithm. *Computational Materials Science*, Vol. 61, No. 1, pp. 99-105, 2012.

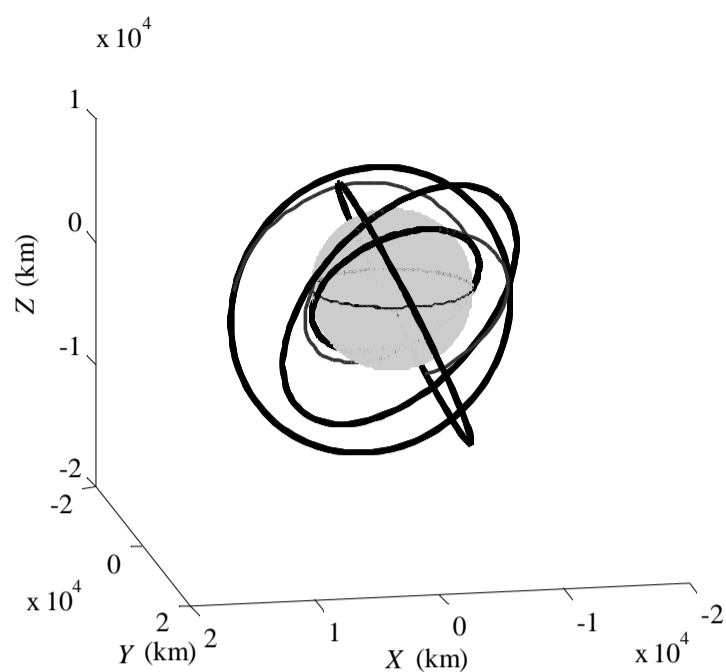


Fig. 8a The three dimensional view

شکل 8 الف نمای سه بعدی

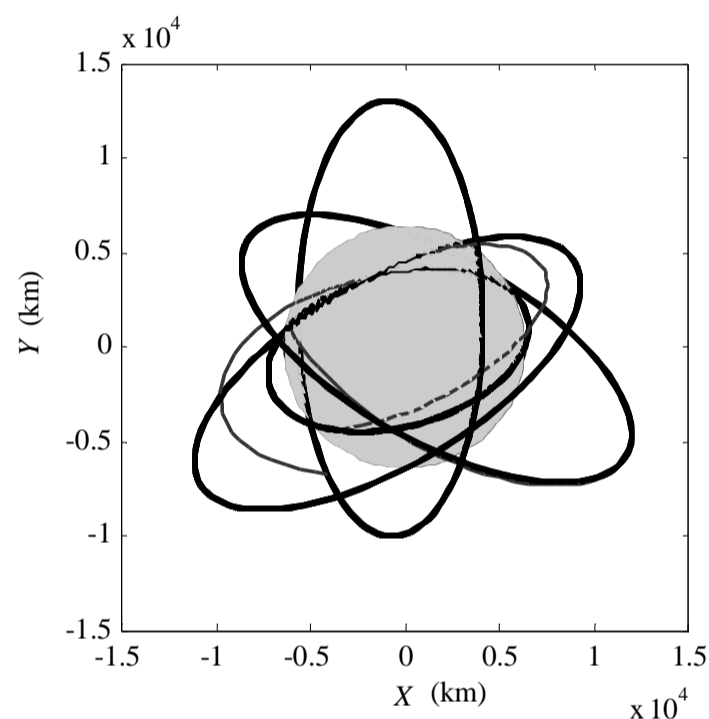


Fig. 8b The two dimensional view

شکل 8 ب نمای دو بعدی

Fig. 8 View of the globally optimal reconfiguration from an elliptic initial orbit to a 3/3/1 walker orbital pattern: ( — ) the initial and final orbits, ( — ) the sub optimal transfer orbits

شکل 8 نمای تغییر آرایش بهینه‌ی سراسری از یک مدار بیضوی اولیه به یک الگوی واکر 1/3/3: ( — ) مدارهای اولیه و نهایی، ( — ) مدارهای انتقال زیربهینه

یک شیوه‌ی جدید برای تغییر آرایش منظومه‌های ماهواره‌ای بر پایه‌ی تئوری لامبرت در این مقاله توصیف می‌شود. به منظور کاهش هزینه‌های اجرای عملیات تغییر آرایش، مسئله‌ی تغییر آرایش منظومه با قید کمینه‌سازی هزینه‌های ناشی از مصرف سوخت مد نظر قرار می‌گیرد. به منظور انتقال مداری ماهواره‌ها به الگوی مداری هدف با حداقل هزینه و عدم داشتن محدودیت در شکل و جهت‌گیری مدارهای اولیه و هدف، مانورهای مداری

### 9- نتیجه‌گیری

یک شیوه‌ی جدید برای تغییر آرایش منظومه‌های ماهواره‌ای بر پایه‌ی تئوری لامبرت در این مقاله توصیف می‌شود. به منظور کاهش هزینه‌های اجرای عملیات تغییر آرایش، مسئله‌ی تغییر آرایش منظومه با قید کمینه‌سازی هزینه‌های ناشی از مصرف سوخت مد نظر قرار می‌گیرد. به منظور انتقال مداری ماهواره‌ها به الگوی مداری هدف با حداقل هزینه و عدم داشتن محدودیت در شکل و جهت‌گیری مدارهای اولیه و هدف، مانورهای مداری