



## بررسی اثرات پارامترهای طراحی در توپولوژی نهایی سازه‌های مسطح با روش بهبود یافته بهینه‌سازی تکاملی دو جهته سازه

سعید شعبانی نودهی<sup>1</sup>، سید رضا فلاحتگر<sup>2\*</sup>، رضا انصاری<sup>3</sup>

1- دانشجوی کارشناسی ارشد، مهندسی مکانیک، دانشگاه گیلان، رشت

2- استادیار، مهندسی مکانیک، دانشگاه گیلان، رشت

3- دانشیار، مهندسی مکانیک، دانشگاه گیلان، رشت

\*رشت، صندوق پستی 3756، falahatgar@guilan.ac.ir

### اطلاعات مقاله

مقاله پژوهشی کامل

دریافت: 21 بهمن 1394

پذیرش: 20 فروردین 1395

ارائه در سایت: 13 اردیبهشت 1395

کلید واژگان:

بهینه‌سازی تکاملی سازه

حذف نرم

پارامتر مقیاس طول

نرخ تکاملی

### چکیده

بهینه‌سازی توپولوژی سازه به دنبال دستیابی به بهترین چیدمان مواد در دامنه طراحی از پیش معین شده است. در این مقاله به بررسی تاثیر پارامترهای طراحی شامل پارامتر مقیاس طول و نرخ تکامل حجمی در روش بهبود یافته بهینه‌سازی تکاملی دو جهته سازه‌ها با دیدگاه حذف نرم مواد پرداخته می‌شود. هدف اصلی در این روش پیشینه کردن سفتی سازه در یک حجم معین از مواد با استفاده از تحلیل المان محدود است. در هر مرحله پس از تحلیل المان محدود، عدد حساسیت برای هر المان در بازه طراحی محاسبه شده و به عدد حساسیت گره‌ای تبدیل می‌شود. با طرح یک فیلتر و بکارگیری یک مقیاس طول، عدد حساسیت بهبود یافته‌ای برای هر المان تعریف می‌شود. از این عدد بعنوان معیاری برای ارزش گذاری هر المان در بازه طراحی، بررسی حذف و اضافه نمودن المان‌ها استفاده می‌شود. برای افزایش بیش تر همگرایی فرآیند بهینه‌سازی، دقت عدد حساسیت المانی جدید با استفاده از اطلاعات مراحل پیشین بهبود می‌یابد. این روش مستقل از مش و همگراست و در توپولوژی‌های بهینه الگوی شطرنجی و جواب‌های محلی مشاهده نمی‌شود. با استفاده از سه نمونه‌ی طراحی، تیر یک سر گیردار، تیر کلاسیک و سازه نوع میشل، به بررسی عوامل تاثیر گذار بر طرح نهایی سازه پرداخته می‌شود. با تغییر پارامتر مقیاس طول طرح‌های مختلفی در سازه نهایی مشاهده می‌شود که تعداد مراحل همگرایی با افزایش این پارامتر بیشتر شده است. کاهش نرخ تکاملی حجمی نیز موجب ایجاد توپولوژی نهایی کاملا متفاوت و حتی نامتقارن شده و افزایش آن، طرح‌های حاصله نزدیک تر به توپولوژی بهینه ایجاد می‌کند.

## Studying the effects of design parameters on the final topology of planar structures by improved bi-directional evolutionary structural optimization method

Saeed Shabani Nodehi, Seyed Reza Falahatgar\*, Reza Ansari

Department of Mechanical Engineering, Guilan University, Rasht, Iran.

\*P.O.B. 3756, Rasht, Iran, falahatgar@guilan.ac.ir

### ARTICLE INFORMATION

Original Research Paper  
Received 10 February 2016  
Accepted 08 April 2016  
Available Online 02 May 2016

#### Keywords:

Evolutionary structural optimization  
Soft kill  
Length scale parameter  
Evolutionary ratio

### ABSTRACT

Topology optimization of structure seeks to achieve the best material distribution in the Pre-determined design domain. In this paper, the effect of design parameters including length scale parameter and evolutionary volume ratio in improved bi-directional evolutionary structural optimization method with soft kill approach is discussed. The main aim of this method is searching for the stiffest structure with a given volume of material using finite element method. At each iteration of finite element analysis, sensitivity number is calculated for each individual element in design domain and then converted to the nodal sensitivity number. With Filter Scheme and using length scale, an improved sensitivity number is defined. This number is used as a criterion for rating each element in design domain and determining the addition and elimination (remove) of elements. To increase the convergence of the optimization process, the accuracy of the new elemental sensitivity numbers is improved by considering the sensitivity history. This method is convergent and mesh-independent and there are no checkerboard patterns and local solutions in optimal topologies. Using three design samples, a cantilever and classical beam and Michell type structure, affecting factors will be discussed on the final design of the structure. Change of length scale parameter produces various schemes in final structures in which, with increasing this parameter, more iteration is needed for convergent solution. Reducing evolutionary volume ratio forms different and even asymmetric topologies. Better optimized topologies are obtained with higher evolutionary volume ratios.

Please cite this article using:

S. Shabani Nodehi, S. R. Falahatgar, R. Ansari, Studying the effects of design parameters on the final topology of planar structures by improved bi-directional evolutionary structural optimization method, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 16, No. 5, pp. 29-38, 2016 (in Persian)

برای ارجاع به این مقاله از عبارت ذیل استفاده نمایید:

## 1- مقدمه

در ده‌های اخیر بهینه‌سازی سازه‌ها با توجه به محدود بودن منابع مواد، اثرات زیست محیطی و نیاز به سازه‌های سبک‌تر و کم هزینه‌تر با کارایی بهتر مورد توجه قرار گرفته‌است. بهینه‌سازی سازه‌ها به دنبال دستیابی به بهترین عملکرد برای یک سازه در حالتی است که قیدهای گوناگونی مانند مقدار ماده معین را تأمین کند. در گذشته برای حل مسائل بهینه‌سازی سازه از تکنیک‌های مختلف برنامه‌نویسی ریاضی<sup>1</sup> استفاده می‌شد. این روش‌ها اغلب برای دستیابی به چیدمان بهینه ناکارآمد و نامناسب بودند. برای غلبه بر این مسائل معیارهای بهینگی<sup>2</sup> و نظریه چیدمان بهینه<sup>3</sup> مطرح شده و توسعه پیدا کردند. استفاده از مبنای المان محدود در بهینه‌سازی توپولوژی سازه با پیشنهاد روش همگن‌سازی<sup>4</sup> توسط بندسیکو و کیوکچی [1] مطرح شد. در این روش مواد در هر المان از تعداد نامحدودی سلول‌های میکروسکوپی دارای درجات مختلف جامد/تهی<sup>5</sup> تشکیل شده‌اند که یک محیط متخلخل را تشکیل می‌دهد [2]. این روش ضمن اینکه نتایج قابل توجهی ارائه می‌دهد اما دارای نقاط ضعفی از قبیل همگرا شدن به جواب‌های بهینه محلی، روابط نسبتاً پیچیده ریاضی و پیدایش نقص‌هایی از قبیل نواحی شطرنجی و خاکستری در نتایج آن است [3].

روش‌های بهینه‌سازی تکاملی سازه<sup>6</sup> یکی از پرطرفدارترین روش‌های بهینه‌سازی توپولوژی است که بر اساس مفهوم ساده حذف تدریجی مواد غیر کارآمد از یک سازه استوار است. در حین این فرآیند شکل و توپولوژی سازه به سمت بهینه شدن تکامل می‌یابند. این روش اولین بار توسط زی و استیون [5,4] پیشنهاد شد که اساس آن حذف تدریجی مواد دارای تنش پایین از ساختار سازه بود. چو و همکارانش [7,6] برای ماکزیمم کردن سفتی<sup>7</sup> سازه معیار تنش را با معیار انرژی کرنشی المانی جایگزین کردند و یک روند تکاملی بر اساس تحلیل المان محدود برای مینیمم کردن وزن سازه در حالتی که سفتی مورد نیاز را تأمین کند، ارائه دادند. سپس آنها [8] به بررسی جنبه‌های مختلف این روند مانند تأثیر نرخ حذف المان، اندازه‌ی مش و نوع المان در توپولوژی‌های بهینه پرداختند.

نتایج حاصله از روش‌های بهینه‌سازی تکاملی سازه ممکن است شامل جواب‌های بهینه محلی باشد که به دلیل عدم بررسی کل بازه طراحی پس از حذف المان‌ها حاصل می‌شود. برای رفع این مشکل الگوریتم تکاملی سازه دو جهته توسط کوثرن و همکارانش [9] ارائه شد. این الگوریتم تمام جهته‌های ممکن برای کم کردن مقدار تنش را بررسی می‌کند که نه تنها شامل حذف مواد در نقاط کم تنش است بلکه اضافه کردن مواد در نقاط با تنش بالا را نیز شامل می‌شود. یانگ و همکارانش [10] به توسعه روش دوچته بهینه‌سازی تکاملی سازه برای بهینه‌سازی توپولوژی سازه تحت قیود سفتی و جابجایی معین شده، پرداختند. مفاهیم اولیه روش بهینه‌سازی تکاملی سازه دو جهته مانند برون‌یابی جابه‌جایی در این مقاله پیشنهاد و روند بهینه‌سازی ارائه شد.

وجود الگوی شطرنجی در طرح نهایی یکی دیگر از کاستی‌های روش‌های مذکور است. الگوی شطرنجی به پدیده حضور متناوب المان‌های جامد و تهی در یک بخش از سازه که تشکیل بخشی شبیه صفحه شطرنج را می‌دهند گفته می‌شود [11]. این الگوها در روش‌های مختلف بهینه‌سازی سازه بر

اساس روش المان محدود رایج هستند. چنین اشکال و توپولوژی‌هایی با الگوهای شطرنجی در عمل غیرقابل قبول بوده و موجب عدم توزیع مطلوب مواد، دشواری در تولید شکل هندسی سازه و ناپایداری عددی در فرآیند تکامل می‌شوند. مانیکاراجا و همکارانش [12] نشان دادند که استفاده از المان‌های با مرتبه بالاتر، به عنوان مثال المان‌های هشت گره‌ای، می‌تواند ایجاد الگوی شطرنجی را به طور قابل توجهی کاهش دهد. اما این روش بدلیل افزایش قابل توجه در زمان محاسباتی یک راه حل مناسب محسوب نمی‌شود. لی و همکارانش [13] به معرفی یک تکنیک هموار کردن ادراکی ساده پرداختند. این روش بر اساس میانگین وزنی عدد حساسیت و هموار کردن مقدار عدد حساسیت هر المان با در نظر گرفتن مقادیر عدد حساسیت المان‌های اطراف آن است. این دیدگاه مش‌بندی مدل المان محدود را تغییر نمی‌دهد و موجب افزایش درجه آزادی سیستم نمی‌شود. بنابراین در بهره‌وری محاسباتی تأثیر نمی‌گذارد. با این حال، این الگوریتم هموارسازی نمی‌تواند به مشکل وابستگی به مش غلبه کند. وابستگی به مش نیز موجب ایجاد توپولوژی‌های مختلف با تغییر مش‌بندی در تحلیل المان محدود می‌شود. با یک مش ریزتر، فرآیند عددی بهینه‌سازی توپولوژی منجر به نتایجی با عضوهای بیشتر و با اندازه‌ی کوچکتر می‌شود. در حالت ایده‌آل، پالایش مش باید نتایج بهتری در مدل المان محدود طرح نهایی و تشریح شرایط مرزی ایجاد کند [14]. هیوانگ و زی [15] الگوریتم بهبودیافته‌ای را برای بهینه‌سازی تکاملی دوچته سازه معرفی کردند که علاوه به حل مشکل وابستگی به مش، موجب همگرایی روش بهینه‌سازی تکاملی دوچته سازه می‌شود.

حذف کامل یک المان جامد از دامنه طراحی می‌تواند منجر به مشکلات تئوری در بهینه‌سازی توپولوژی شود. به نظر می‌رسد حذف مستقیم متغیر طراحی (یک المان) در مساله بهینه‌سازی توپولوژی غیر منطقی است. یک راه جایگزین برای از بین بردن موثر المان، کاهش مدول الاستیک المان یا کاهش یکی از ابعاد مشخصه المان مانند ضخامت، به مقادیر کوچک است. هینتون و ساینز [16] مدول الاستیک المان‌های حذف شده را با تقسیم بر ضریب  $10^5$  کاهش دادند. روزانی و کوثرن [17] روش رد و پذیرش متوالی المان را پیشنهاد کردند که در آن المان تهی با یک المان نرم با چگالی خیلی پایین جایگزین می‌شود. دیدگاه مشابهی برای روش بهینه‌سازی تکاملی دوچته سازه توسط ژو و همکارانش [18] ارائه شد که در آن یک نوع سلول میکروسازه‌ای معرفی شد تا جایگزین المان تهی شود. اما در نتایج این روش‌ها در مقایسه با توپولوژی‌های روش اصلی بهینه‌سازی تکاملی سازه تغییر قابل توجهی مشاهده نمی‌شود. سپس هیوانگ و زی [19] به معرفی روشی بر اساس دیدگاه حذف نرم<sup>8</sup> برای بهینه‌سازی تکاملی دوچته سازه‌ها پرداختند. این فرآیند مشکلات تئوری روش‌های پیشین را ندارد. روش بهبودیافته بهینه‌سازی تکاملی دوچته سازه در طیف گسترده‌ای از مسائل طراحی کاربرد دارد. برای نمونه سان و همکارانش [20] با استفاده از این روش و تعریف مجددی از معیارهای بهینگی، به بهینه‌سازی سازه‌هایی از جنس مواد کامپوزیت ناهمسانگرد<sup>9</sup> پرداختند. همچنین هیوانگ و زی [21] با بهره‌گیری از این روش بهینه‌سازی سازه‌های تحت بارهای وابسته به طراحی (بارگذاری تحت وزن سازه) را بررسی کردند. در زمینه‌ی کارهای داخلی می‌توان به مقاله قدوسیان و همکارانش [22] اشاره کرد. آنها با استفاده از روش بهینه‌سازی تکاملی دوچته سازه اولیه و بکارگیری تنش بیشینه و میانگین وزنی به بهینه‌سازی شکل سطوح تماس در سازه‌های تحت بارگذاری چندگانه

<sup>1</sup> Mathematical Programming (MP)

<sup>2</sup> Optimality Criteria (OC)

<sup>3</sup> Optimal layout theory

<sup>4</sup> Homogenization method

<sup>5</sup> Solid/Void

<sup>6</sup> Evolutionary Structural Optimization (ESO)

<sup>7</sup> Stiffness

<sup>8</sup> Soft-kill

<sup>9</sup> Anisotropic

پرداختند.

در مقاله حاضر روش بهبودیافته بهینه‌سازی تکاملی دوچته سازه بر اساس دیدگاه حذف نرم بیان می‌شود. این روش یک روش ریاضی بر اساس گرادیان است که در ابتدا مقدار عدد حساسیت برای هر المان محاسبه شده و با طرح یک فیلتر این عدد حساسیت بهبود می‌یابد. سپس با حذف و اضافه المان‌ها در هر مرحله، توپولوژی سازه به سمت بهینه شدن تکامل می‌یابد. در ادامه آن تاثیر پارامترهای طراحی مقیاس طول و نرخ تکاملی در طرح نهایی چند سازه با شرایط مرزی مختلف بررسی می‌شود.

## 2- بهینه‌سازی توپولوژی

### 2-1- بیان مساله

بهینه‌سازی توپولوژی اغلب در پی یافتن سفت‌ترین سازه ممکن در یک حجم معین از مواد با در نظر گرفتن قیدهای طراحی است. ایده اصلی روش بهینه‌سازی تکاملی دوچته یافتن توپولوژی بهینه‌ی سازه با حذف تدریجی المان‌های ناکارآمد و اضافه نمودن تدریجی المان‌های موثر در یک سازه است. نکته کلیدی در این روش بکارگیری یک معیار مناسب است که امکان ارزیابی سهم هر المان در رفتار کلی سازه را امکان‌پذیر کند. مساله بهینه‌سازی برای سفتی را می‌توان به شیوه‌ی معادله (1) بیان کرد:

$$C = \frac{1}{2} f^T U \quad \text{کمینه‌سازی}$$

$$\sum_{i=1}^{N_e} v_i x_i = V^* \quad \text{تحت}$$

$$x_i = x_{\min} \text{ یا } 1 \quad (1)$$

که در آن  $f$  و  $U$  بیانگر بردار نیرو و جابجایی و  $C$  تابع هدف، نرمی<sup>1</sup> میانگین سازه (معکوس سفتی کل سازه) است. نرمی میانگین را می‌توان انرژی کرنشی کل سازه یا کار خارجی انجام شده توسط بارهای اعمالی تعریف کرد.  $V^*$  حجم کل ماده از پیش تعیین شده و  $v_i$  برابر حجم هر المان و  $N_e$  تعداد کل المان‌ها می‌باشد. متغیر طراحی  $x_i$  بیانگر چگالی نسبی المان نام است که می‌توان آن را برای المان‌های جامد برابر 1 و یا مقدار کوچک معین شده (به عنوان مثال 0.001) برای المان‌های نرم در نظر گرفت. این مقدار نشان می‌دهد هیچ المانی مجاز نیست که به طور کامل از بازه‌ی طراحی حذف شود. این برخلاف حالتی است که در دیدگاه حذف سخت<sup>2</sup> روی می‌دهد. در دیدگاه حذف سخت  $x_{\min}$  برابر صفر در نظر گرفته می‌شود و نشان‌دهنده‌ی عدم وجود المان یا المان تهی است.

### 2-2- الگوریتم بهینه‌سازی

در روش بهینه‌سازی تکاملی دوچته سازه با دیدگاه حذف نرم برای ارزیابی سهم هر المان در بازه‌ی طراحی از عدد حساسیت المانی استفاده می‌شود. در ابتدا مدول یانگ مواد میانی به عنوان یک تابع از چگالی المان به صورت معادله (2)، درون‌یابی می‌شوند. این طرح که در دیدگاه حذف نرم کاربرد دارد، طرح میان‌یابی مواد<sup>3</sup> نامیده می‌شود:

$$E(x_i) = E_1 x_i^p \quad (2)$$

که در آن  $E_1$  بیانگر مدول یانگ مواد جامد و  $p$  توان جریمه است که مقدار معینی دارد. همچنین فرض می‌شود ضریب پواسون به متغیر طراحی وابسته نیست.

عدد حساسیت المانی از گرادیان‌گیری تابع هدف  $C$  با توجه به متغیر

طراحی با استفاده از روش الحاقی مطابق معادله (3) بدست می‌آید [19]:

$$\alpha_i = -\frac{1}{p} \frac{\partial C}{\partial x_i} \quad (3)$$

بنابراین عدد حساسیت برای المان‌های جامد و نرم به صورت معادله (4) است:

$$\alpha_i = -\frac{1}{p} \frac{\partial C}{\partial x_i} = \begin{cases} \frac{1}{2} U_i^T K_i^0 U_i & \text{اگر } x_i = 1 \\ \frac{x_{\min}^{p-1}}{2} U_i^T K_i^0 U_i & \text{اگر } x_i = x_{\min} \end{cases} \quad (4)$$

لازم بذکر است عدد حساسیت برای المان‌های نرم بستگی به انتخاب توان جریمه  $p$  دارد. زمانی که توان جریمه به سمت بی‌نهایت میل کند، عدد حساسیت برای المان‌ها به صورت معادله (5) خواهد بود:

$$\alpha_i = \begin{cases} \frac{1}{2} U_i^T K_i^0 U_i & \text{اگر } x_i = 1 \\ 0 & \text{اگر } x_i = x_{\min} \end{cases} \quad (5)$$

این معادله نشان می‌دهد، عدد حساسیت المان‌های جامد و تهی به ترتیب برابر انرژی کرنشی المانی و صفر است. معادله (5) مطابق با عدد حساسیت دیدگاه حذف سخت روش بهینه‌سازی تکاملی دوچته سازه‌ها است. در نتیجه زمانی که یک المان جامد از سازه حذف می‌شود، تغییرات نرمی میانگین یا انرژی کرنشی کل برابر انرژی کرنشی المانی خواهد بود. در روش اصلی بهینه‌سازی تکاملی سازه برای کمینه کردن میانگین نرمی از طریق حذف المان‌ها، موثرترین راه حذف المان‌هایی است که کمترین مقادیر عدد حساسیت المانی را دارا هستند تا موجب شود افزایش  $C$  کمینه گردد.

در روش بهبود یافته بهینه‌سازی تکاملی دوچته سازه یک طرح فیلتر مورد استفاده قرار خواهد گرفت تا موجب هموار کردن عدد حساسیت در کل بازه طراحی شود. در نتیجه به کارگیری این فیلتر، مشکل وابستگی به مش و الگوی شطرنجی حل خواهد شد.

قبل از استفاده از قضیه فیلتر، عدد حساسیت گره‌ای که مفهوم فیزیکی خاصی ندارد، با میانگین‌گیری از عدد حساسیت المانی برای هر گره تعریف می‌شود:

$$\alpha_i^n = \sum_{i=1}^M w_i \alpha_i^e \quad (6)$$

که در آن  $M$  تعداد کل المان‌های متصل به گره  $\lambda$  است. فاکتور وزنی المان نام و  $1 = \sum_{i=1}^M w_i$  است.  $w_i$  را می‌توان بصورت معادله (7) تعریف کرد:

$$w_i = \frac{1}{M-1} \left( 1 - \frac{r_{ij}}{\sum_{i=1}^M r_{ij}} \right) \quad (7)$$

که در آن  $r_{ij}$  فاصله بین مرکز المان نام و گره  $\lambda$  است. فاکتور وزن فوق نشان می‌دهد هرچه المان به گره نزدیک‌تر باشد، عدد حساسیت المانی تاثیر بیشتری بر عدد حساسیت گره‌ای می‌گذارد.

حال مانند شکل 1 به طرح یک فیلتر برای تبدیل عدد حساسیت گره‌ای به عدد حساسیت بهبود یافته برای هر المان در بازه طراحی پرداخته می‌شود. این فیلتر شامل یک مقیاس طول  $r_{\min}$  است که با پالایش مش تغییر نمی‌کند. این مقیاس را می‌توان با رسم یک دایره به شعاع  $r_{\min}$  در مرکز المان نام تجسم کرد. بنابراین زیر دامنه دایره‌ای شکلی  $\Omega_i$  به شعاع  $r_{\min}$  بوجود می‌آید. معمولاً مقدار  $r_{\min}$  باید به اندازه کافی بزرگ باشد که  $\Omega_i$  بیشتر از یک المان را شامل شود. اندازه زیر دامنه  $\Omega_i$  با تغییر اندازه مش تغییر نمی‌کند [23].

گره‌هایی که در داخل  $\Omega_i$  قرار دارند در محاسبه عدد حساسیت بهبود

<sup>1</sup> Compliance

<sup>2</sup> Hard-kill

<sup>3</sup> Material Interpolation Scheme

نرم مانند آنچه بیان شد، محاسبه می‌شود. المان‌ها با توجه به مقدار عدد حساسیت بهبود یافته خود از مقدار بیش‌تر به کمتر مرتب می‌شوند. برای المان‌های جامد عدد یک (1) در نظر گرفته شده و المان‌هایی که مقدار عدد حساسیت آن‌ها کمتر از مقدار حساسیت آستانه باشد، حذف (تبدیل به 0.001) می‌شوند:

$$\alpha_i \leq \alpha_{del}^{th} \quad (13)$$

و برای المان‌های نرم ( $x_{min}$ )، المان‌هایی که عدد حساسیت آن‌ها بیش‌تر از مقدار حساسیت آستانه باشد، با تبدیل به (1) به جمع المان‌های موجود اضافه می‌شوند:

$$\alpha_i \geq \alpha_{del}^{th} \quad (14)$$

که  $\alpha_{th}$  عدد حساسیت آستانه برای حذف و اضافه نمودن المان‌ها است، که در شکل 2 الگوریتم بدست آوردن آن بیان شده است [24].

چرخه تحلیل المان محدود و حذف و اضافه المان‌ها تا زمانی که حجم مورد نظر ( $V^*$ ) بدست آید و معیار همگرایی (14) که تغییرات تابع هدف است تا مین شود، ادامه می‌یابد:

$$error = \frac{|\sum_{i=1}^N C_{k-i+1} - \sum_{i=1}^N C_{k-N-i+1}|}{C_{k-i+1}} \leq \tau \quad (15)$$

که در آن  $k$  شماره‌ی مرحله جاری،  $\tau$  تolerانس همگرایی قابل قبول و  $N$  یک عدد صحیح است که معمولاً 5 در نظر گرفته می‌شود، که بیان می‌کند تغییرات نرمی در 10 مرحله آخر باید در حد قابل قبولی کوچک باشد [15]. بنابراین روند فرآیند بهبود یافته بهینه‌سازی تکاملی سازه برای بهینه‌سازی سفتی را می‌توان در 6 گام بیان کرد:

گام (1) تعریف بازه طراحی، بارگذاری، شرایط مرزی و گسسته‌سازی دامنه طراحی با استفاده از مش المان محدود.

گام (2) اجرای تحلیل المان محدود و محاسبه عدد حساسیت المانی بهبود یافته مطابق با معادله (8).

گام (3) میانگین‌گیری از عدد حساسیت با استفاده از مقدار مرحله پیشین با استفاده از معادله (10) و سپس ذخیره کردن عدد حساسیت برای مرحله بعدی.

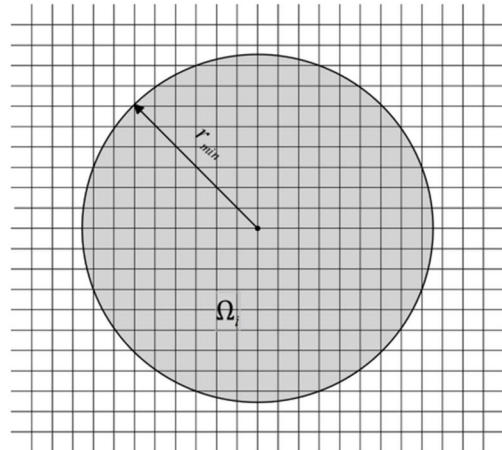
Input: sensitivities  $\alpha_i$ , design variables  $x_i$ , target volume  $V_{k+1}$ ,  
Output: threshold sensitivity  $\alpha_{th}$

```

lo = min( $\alpha_i$ ), hi = max( $\alpha_i$ )
While (hi-lo)/hi > 0.00001
     $\alpha_{th} = (hi + lo)/2$ 
    For  $i = 1$  to  $N_e$ 
        If  $\alpha_i(i) > \alpha_{th}$ 
             $x_i = 1$ 
        Else
             $x_i = 0.001$ 
        EndIf
        If (sum( $x_i$ )- $V_{k+1}$ ) > 0
            lo =  $\alpha_{th}$ 
        Else
            hi =  $\alpha_{th}$ 
        EndIf
    EndFor
EndWhile

```

**Fig.2** The used algorithm in BESO for finding the sensitivity threshold  
شکل 2 الگوریتم استفاده شده در روش بهینه‌سازی تکاملی دوچپته سازه برای یافتن عدد حساسیت آستانه



**Fig.1** Nodes located inside the circular sub-domain  $\Omega_i$  are used in the filter scheme for the  $i$ th element [23]

شکل 1 گره‌های واقع شده در داخل زیردامنه  $\Omega_i$  در طرح فیلتر برای المان  $i$ م استفاده می‌شوند [23]

یافته المان  $i$ ام  $\alpha_i$  مطابق معادله (8) شرکت می‌کنند:

$$\alpha_i = \frac{\sum_{j=1}^k w(r_{ij}) \alpha_j^n}{\sum_{j=1}^k w(r_{ij})} \quad (8)$$

که  $k$  تعداد کل گره‌های موجود در زیردامنه  $\Omega_i$  است و  $w(r_{ij})$  فاکتور وزنی خطی است که به صورت معادله (9) تعریف می‌شود:

$$w(r_{ij}) = r_{min} - r_{ij}, \quad j = 1, 2, \dots, k \quad (9)$$

فیلتر ارائه شده در معادله (8) حالت المان را در نظر نمی‌گیرد. با استفاده از این فیلتر مقدار هموار شده‌ی برای هر المان بدست می‌آید که معیار مناسبی برای ارزیابی سهم هر المان در بازه طراحی است. طرح فیلتر کاملاً ذهنی - ابتکاری است. با این حال، با اتخاذ این روش ساده بسیاری از مشکلات عددی بهینه‌سازی توپولوژی مانند الگوی شطرنجی و وابستگی به مش به شیوه موثری از بین می‌روند.

در روش‌های بهینه‌سازی تکاملی سازه نوسانات زیادی در روند تکاملی تابع هدف مشاهده می‌شود که علت آن گسسته بودن متغیرهای طراحی است. اگر چه در روش حذف نرم شاهد نوسانات کمتری هستیم، برای پایدارتر شدن این روند یک راه موثر میانگین‌گیری از عدد حساسیت با عدد مرحله قبلی است. یک طرح میانگین‌گیری ساده مطابق معادله (10) است:

$$\alpha_i = \frac{\alpha_i^k + \alpha_i^{k-1}}{2} \quad (10)$$

که  $k$  شماره‌ی مرحله جاری است. در نتیجه در هر مرحله عدد حساسیت به‌روز رسانی شده و روند تکاملی پایدارتر می‌شود.

پیش از حذف و اضافه نمودن مواد در هر مرحله، حجم هدف برای مرحله بعد ( $V_{k+1}$ ) باید تعیین شود. زیرا قید حجمی ( $V^*$ ) می‌تواند بیشتر یا کمتر از حجم طرح اولیه باشد. حجم هدف در هر مرحله ممکن است به تدریج افزایش یا کاهش یابد تا زمانی که قید حجمی تامین گردد. تکامل حجم را می‌توان به صورت معادله (11) بیان کرد:

$$V_{k+1} = V_k(1 \pm ER), \quad (k = 1, 2, 3, \dots) \quad (11)$$

که ER نرخ تکاملی حجمی است. زمانی که قید حجمی تامین شود، حجم سازه در مراحل بعدی مطابق با معادله (12) ثابت باقی می‌ماند،

$$V_{k+1} = V^* \quad (12)$$

عدد حساسیت برای تمام المان‌ها، هم المان‌های جامد و هم المان‌های

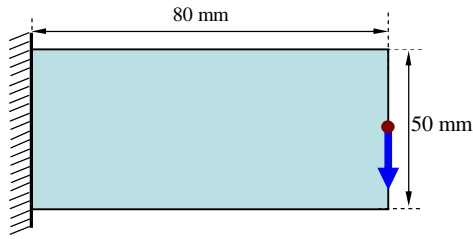


Fig.3 Design domain and support conditions for a cantilever beam

شکل 3 بازه طراحی و شرایط تکیه‌گاهی برای تیر یک سرگیردار

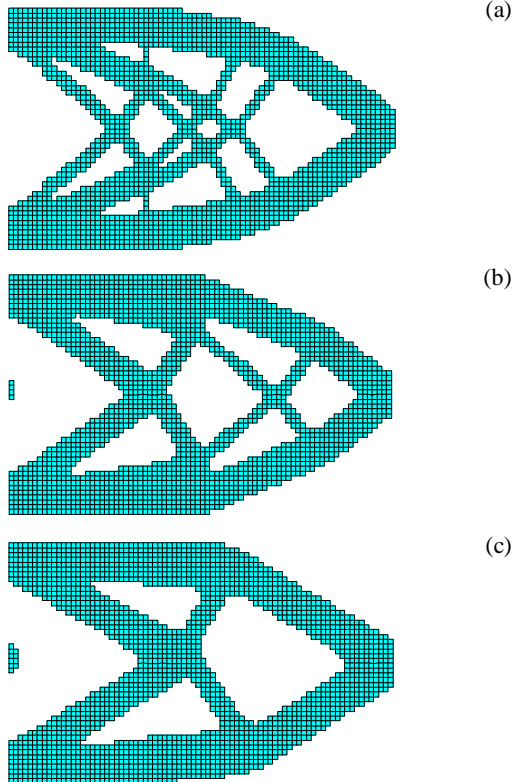


Fig.4 Optimal topology for cantilever beam with ER = 1%: (a)  $r_{min} = 1.5 \text{ mm}$ ; (b)  $r_{min} = 2 \text{ mm}$ ; (c)  $r_{min} = 3 \text{ mm}$

شکل 4 توپولوژی بهینه برای تیر یک سرگیردار با نرخ تکاملی 1 درصد:  
 $r_{min} = 3 \text{ mm}$  (c);  $r_{min} = 2 \text{ mm}$  (b);  $r_{min} = 1.5 \text{ mm}$  (a)

مقدار میانگین نرمی توپولوژی نهایی به ترتیب برابر 1.8641، 1.8650 Nmm و 1.8740 Nmm است، شکل 4 (b) دارای کمترین مقدار میانگین نرمی در این حالت است. در این شکل‌ها طول ضلع هر المان برابر 1 میلی‌متر در نظر گرفته شده و اندازه پارامتر مقیاس طول به ترتیب 1.5، 2 و 3 برابر طول المان است. همان‌طور که مشاهده می‌شود افزایش پارامتر مقیاس در محدوده‌ی پیشنهاد شده، موجب ایجاد تفاوت در طرح نهایی سازه می‌شود.

لازم به ذکر است، تعداد المان‌های موجود در توپولوژی‌های بهینه مختلف یکسان بوده و این تعداد با توجه به قید حجمی تعیین می‌شود. در نتیجه تفاوت در سختی سازه‌های نهایی به سبب نحوه‌ی توزیع مواد در بازه‌ی طراحی است.

حال در قسمت دوم تنها نرخ تکاملی سازه را از مقدار  $ER = 1\%$  به  $ER = 2\%$  تغییر داده و با استفاده از همان سه مقدار پارامتر طول به بهینه‌سازی سازه پرداخته می‌شود. شکل 5 توپولوژی سازه را برای نرخ حذف 2

گام (4) معین کردن حجم هدف برای مرحله بعد با استفاده از معادله (11). گام (5) حذف و اضافه المان‌ها مطابق با الگوریتم شکل (2). گام (6) تکرار مرحله 2-5 تا زمانی که قید حجمی ( $V^*$ ) بدست‌آید و معیار همگرایی (14) تامین شود.

در مقاله حاضر این الگوریتم در محیط برنامه نویسی انسیس APDL [25] پیاده‌سازی شده است. در مدل‌سازی انجام شده نیز المان صفحه‌ای چهارگره‌ی PLANE182 مورد استفاده قرار گرفته است.

### 3- تأثیر پارامترها

#### 1-3- مقیاس طول

نقش ابتدایی پارامتر مقیاس  $r_{min}$  در طرح فیلتر، مشخص کردن گره‌هایی است که در عدد حساسیت المان نام تأثیرگذارند. در حقیقت هر چه این مقیاس بیش‌تر باشد، شعاع دایره بزرگ‌تر شده و تعداد گره‌های مشمول بیش‌تر می‌شود و در نتیجه از لحاظ ظاهری مقدار عدد حساسیت جدید برای هر المان هموارتر می‌گردد. مقدار توصیه شده برای این پارامتر 1 تا 3 برابر اندازه‌ی المان بکار رفته در طراحی است [15]. در این مقاله نشان داده شده حتی با استفاده از مقادیر توصیه‌شده، طرح‌های نهایی حاصله با یکدیگر متفاوت است. در نتیجه اگرچه با استفاده از طرح فیلتر وابستگی به مش از بین می‌رود اما می‌توان گفت توپولوژی نهایی سازه تا حدی به پارامتر مقیاس طول وابسته است.

#### 2-3- نرخ تکاملی حجمی

نقش پارامتر نرخ تکاملی حجمی، مشخص کردن حجم ماده در هر مرحله است. به عبارت دیگر این پارامتر تعداد المان‌هایی را که در هر مرحله تا رسیدن به حجم مورد نظر حذف می‌شوند، مشخص می‌کند. تغییر این پارامتر نیز موجب تغییر در طرح بهینه نهایی می‌شود. نشان داده می‌شود حذف کمتر المان‌ها در هر مرحله موجب بهبود توپولوژی بهینه سازه نمی‌شود.

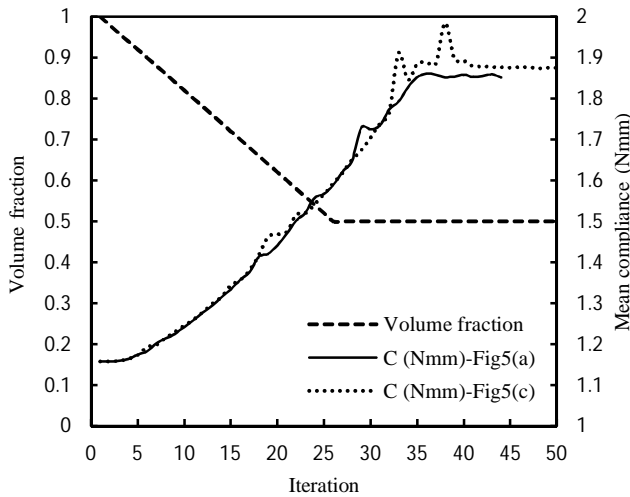
#### 4- نمونه‌های مورد بررسی

نمونه‌های طراحی ارائه شده در این مقاله از مطالعات پیشین انتخاب شده است. تمامی این نمونه‌ها در گذشته مورد تحقیق قرار گرفته و تعدادی از پژوهشگران برای اثبات دیدگاه خود و یا نوآوری در روش‌های تکاملی از این نمونه‌ها استفاده کرده‌اند.

#### 1-4- نمونه 1

در این نمونه به بهینه‌سازی سفتی تیر یک سرگیردار نشان داده شده در شکل 3 پرداخته می‌شود. بازه طراحی دارای 80 میلی‌متر طول و 50 میلی‌متر ارتفاع و به ضخامت 1 میلی‌متر است. نیروی 100 نیوتن به مرکز سطح آزاد آن وارد می‌شود. مدول یانگ برابر 100 گیگا پاسکال و ضریب پواسون 0.3 در نظر گرفته می‌شود. حجم نهایی نیز برابر 50% حجم اولیه فرض می‌شود. بهینه‌سازی تکاملی دو چته با مش‌بندی کل بازه طراحی با  $80 \times 50$  المان مربعی چهارگره آغاز می‌شود. پارامترهای ثابت در روش بهینه‌سازی تکاملی دوچته سازه برابر  $\tau = 0.1\%$ ،  $x_{min} = 0.001$  و  $p = 3$  است.

ابتدا نرخ تکاملی حجمی را ثابت و برابر  $ER = 1\%$  در نظر گرفته و برای پارامتر مقیاس طول مقادیر متفاوت  $r_{min} = 1.5 \text{ mm}$ ،  $r_{min} = 2 \text{ mm}$  و  $r_{min} = 3 \text{ mm}$  فرض می‌شود. توپولوژی‌های بهینه سازه به ترتیب در شکل 4 (a-c) نشان داده شده است.



**Fig.6** Evolution histories of the compliance and the volume fraction for fig.5(a,c)

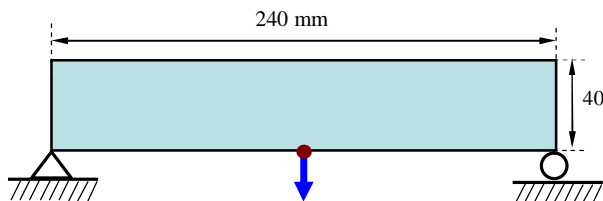
شکل 6 روند تکاملی میانگین نرمی و نسبت حجمی سازه برای شکل 5(a,c)

مرزی و بارگذاری متفاوت پرداخته می‌شود. در حالت اول بار 100 نیوتن به مرکز سطح پایینی آن وارد شده است. بازه طراحی دارای 240 میلی‌متر طول و 40 میلی‌متر ارتفاع، به ضخامت 1 میلی‌متر است. تکیه‌گاه سمت راست غلتکی و تکیه‌گاه سمت چپ تکیه‌گاه ساده است. مدول یانگ برابر 200 گیگا پاسکال و ضریب پواسون 0.3 فرض می‌شود. حجم نهایی برابر 50% حجم اولیه در نظر گرفته می‌شود. کل بازه طراحی به  $120 \times 20$  المان مربعی چهار گره تقسیم می‌شود. پارامترهای ثابت در روش بهینه‌سازی تکاملی دوجهته سازه برابر  $\tau = 0.1\%$ ،  $x_{\min} = 0.001$  و  $p = 3$  است.

ابتدا نرخ تکاملی حجمی را ثابت و برابر  $ER = 2\%$  در نظر گرفته و برای پارامتر مقیاس طول مقادیر متفاوت  $r_{\min} = 3 \text{ mm}$  و  $r_{\min} = 4 \text{ mm}$  فرض می‌شود. در شکل 8 طرح‌های بهینه سازه با استفاده از روش بهینه‌سازی تکاملی دوجهته سازه نشان داده شده است.

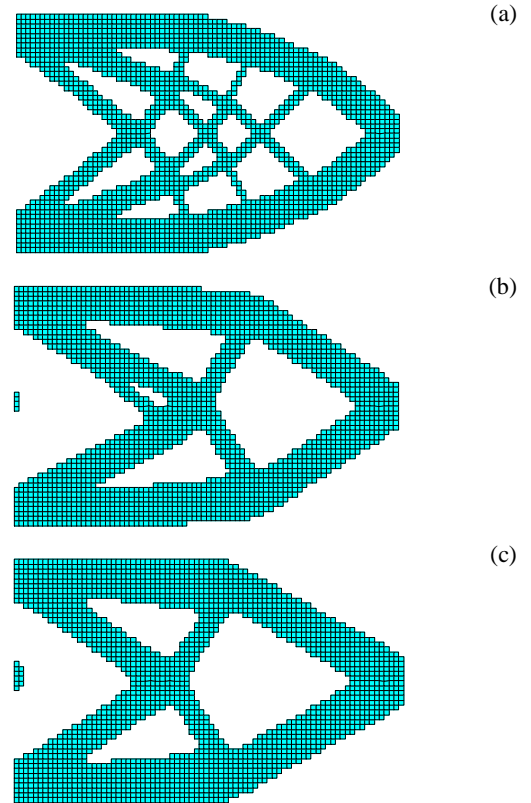
مقدار میانگین نرمی طرح نهایی به ترتیب 2.3552 Nmm و 2.3479 Nmm است. طول ضلع المان مربعی برابر 2 میلی‌متر و مقدار پارامتر مقیاس طول به ترتیب 1.5 و 2 برابر اندازه المان در نظر گرفته شده است. شکل 8(b) دارای میانگین نرمی اندکی کمتر است و به نتایج هیوانگ و زی [23] شباهت دارد که مقدار میانگین نرمی آن برابر 2.38 Nmm محاسبه شده بود.

برای قسمت دوم تنها نرخ تکاملی سازه از مقدار  $ER = 2\%$  به  $ER = 1\%$  کاهش داده شده، یعنی تا رسیدن به حجم نهایی در هر مرحله 24 المان (نصف حالت قبل) از سازه به المان نرم تبدیل می‌شوند. شکل 9 نشان دهنده‌ی توپولوژی بهینه سازه با نرخ حذف حجمی 1 درصد است.



**Fig.7** Design domain and support conditions for a beam

شکل 7 بازه طراحی و شرایط تکیه‌گاهی برای تیر



**Fig.5** Optimal topology for cantilever beam with  $ER = 2\%$ : (a)  $r_{\min} = 1.5 \text{ mm}$ ; (b)  $r_{\min} = 2 \text{ mm}$ ; (c)  $r_{\min} = 3 \text{ mm}$

شکل 5 توپولوژی بهینه برای تیر یک سرگیردار با نرخ تکاملی 2 درصد:

$r_{\min} = 3 \text{ mm}$  (c);  $r_{\min} = 2 \text{ mm}$  (b);  $r_{\min} = 1.5 \text{ mm}$  (a)

درصد نشان می‌دهد.

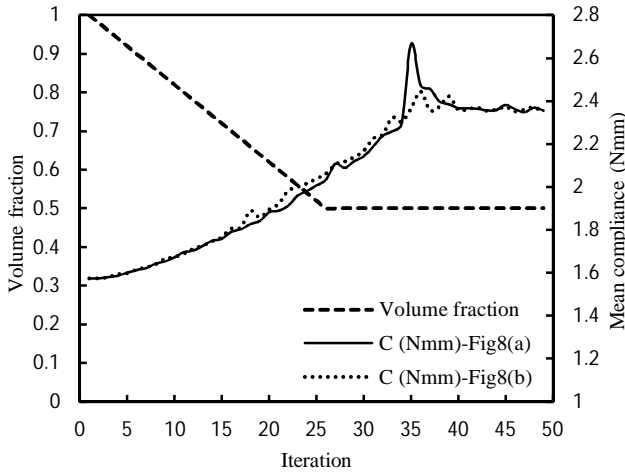
مقدار میانگین نرمی توپولوژی نهایی شکل 5 به ترتیب برابر 1.8517 Nmm، 1.8736 Nmm و 1.8748 Nmm است. در این حالت کمترین مقدار میانگین نرمی برای شکل 5(a) است. نرخ تکاملی 2 درصد به معنای حذف 80 المان در هر مرحله تا رسیدن به حجم مورد نظر خواهد بود. این تعداد المان دو برابر حالت قبلی است. با وجود حذف المان بیش‌تر در هر مرحله طرح‌های حاصله از مقبولیت بیش‌تری برخوردار است و طرح شکل 5(c) به نتایج هیوانگ و زی [19] شباهت دارد که مقدار میانگین نرمی آن برابر 1.865 Nmm محاسبه شده بود.

در شکل 6 روند بهینه‌سازی تیر یک سرگیردار برای شکل 5(a,c) نشان داده شده است. محور افقی شماره‌ی هر مرحله و محورهای عمودی به ترتیب نسبت حجمی سازه و میانگین نرمی طی فرآیند تکامل را نشان می‌دهد. مشخص است که میانگین نرمی با حذف المان‌ها به تدریج افزایش و حجم سازه کاهش می‌یابد.

همان‌گونه که در شکل 6 مشاهده می‌شود، برای  $r_{\min} = 3 \text{ mm}$  شرط همگرایی در مرحله 50 تامین شده و مقدار میانگین نرمی اندکی بیش‌تر است، در حالی که با  $r_{\min} = 1.5 \text{ mm}$  شرط همگرایی در مرحله 44 تامین می‌شود. در این نمونه افزایش پارامتر مقیاس طول موجب بیش‌تر شدن تعداد مراحل مورد نیاز تا تامین شرط همگرایی (15) خواهد شد.

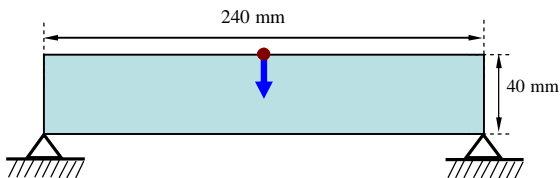
#### 4-2- نمونه 2

در نمونه 2 به تحلیل تیر نشان داده شده در شکل 7 با استفاده از دو شرط



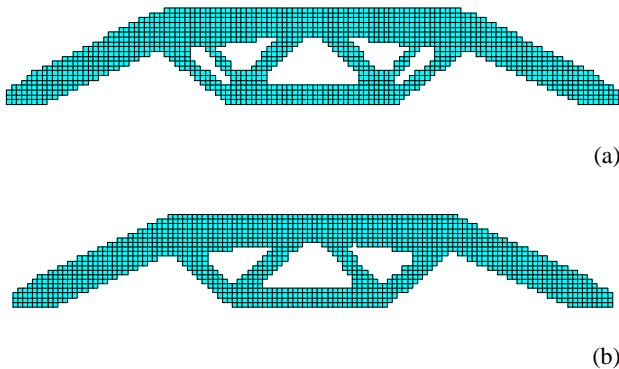
**Fig.10** Evolution histories of the compliance and the volume fraction for fig.8

شکل 10 روند تکاملی میانگین نرمی و نسبت حجمی سازه برای شکل 8



**Fig.11** Design domain for a beam by two simple supports

شکل 11 بازه‌ی طراحی برای تیر با دو تکیه‌گاه ساده



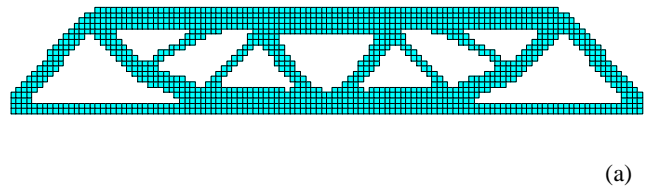
**Fig.12** Optimal topology for beam by with two simple supports with ER = 1%: (a)  $r_{\min} = 3 \text{ mm}$ ; (b)  $r_{\min} = 4 \text{ mm}$

شکل 12 توپولوژی بهینه برای تیر با دو تکیه‌گاه ساده یک با نرخ تکاملی 1 درصد:  $r_{\min} = 4 \text{ mm}$  (b);  $r_{\min} = 3 \text{ mm}$  (a)

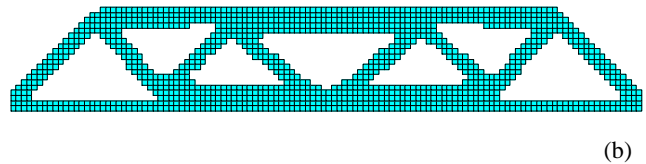
المان مربعی برابر 2 میلی‌متر و مقدار پارامتر مقیاس طول به ترتیب 1.5 و 2 برابر اندازه المان در نظر گرفته شده است.

### 3-4- نمونه 3

در نمونه سه به بهینه‌سازی سازه نوع میشل [26] با دو حالت تکیه‌گاهی پرداخته می‌شود. بازه طراحی برای سازه نوع میشل با یک تکیه‌گاه ساده و یک تکیه‌گاه غلتکی در شکل 13 نشان داده شده است. بازه طراحی دارای 10 متر طول، 5 متر عرض و ضخامت آن 0.1 متر است. سازه به  $50 \times 25$  المان چهار گره تنش صفحه‌ای تقسیم می‌شود. مدول یانگ برابر 100 گیگا پاسکال



(a)



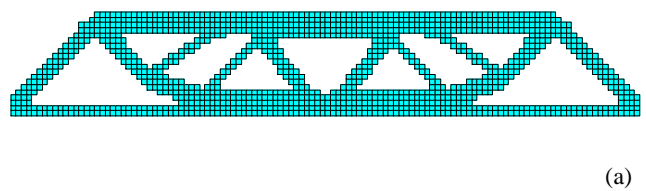
(b)

**Fig.8** Optimal topology for beam with ER = 2%:

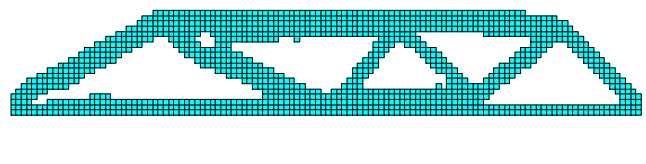
$r_{\min} = 3 \text{ mm}$ ; (b)  $r_{\min} = 4 \text{ mm}$

شکل 8 توپولوژی بهینه برای تیر یک با نرخ تکاملی 2 درصد:

$r_{\min} = 4 \text{ mm}$  (b);  $r_{\min} = 3 \text{ mm}$  (a)



(a)



(b)

**Fig.9** Optimal topology for beam with ER = 1%:

(a)  $r_{\min} = 3 \text{ mm}$ ; (b)  $r_{\min} = 4 \text{ mm}$

شکل 9 توپولوژی بهینه برای تیر یک با نرخ تکاملی 1 درصد:

$r_{\min} = 4 \text{ mm}$  (b);  $r_{\min} = 3 \text{ mm}$  (a)

در این حالت نیز مقدار میانگین نرمی به ترتیب 2.3307 و 2.4456 Nmm است. همان طور که مشاهده می‌شود شکل 9 (b) که در آن المان‌های کمتری در هر مرحله نسبت به شکل 8 (b) حذف شده است، علاوه بر نامتقارن بودن، میانگین نرمی بیش‌تری دارد.

در شکل 10 روند تکاملی تیر نمونه 2 برای شکل 8 نشان داده شده است. تعداد مراحل تا تامین شرط همگرایی برای هر دو پارامتر مقیاس طول 49 مرحله است و میانگین نرمی توپولوژی‌های نهایی تقریباً یکسان است.

برای حالت دوم بازه طراحی همانند شکل 7 است، با این تفاوت که تکیه‌گاه غلتکی به تکیه‌گاه ساده تبدیل شده و بار 100 نیوتن به مرکز سطح بالایی تیر وارد می‌شود. شکل 11 بازه طراحی و نحوه بارگذاری را برای این حالت نشان می‌دهد. پارامترهای طراحی برابر حالت اول است.

نرخ تکاملی حجمی را ثابت و برابر  $ER = 1\%$  در نظر گرفته و برای پارامتر مقیاس طول مقادیر متفاوت  $r_{\min} = 3 \text{ mm}$  و  $r_{\min} = 4 \text{ mm}$  فرض می‌شود. در شکل 12 طرح‌های بهینه سازه با استفاده از روش بهینه‌سازی تکاملی دوچته سازه نشان داده شده است.

مقدار میانگین نرمی طرح نهایی به ترتیب 1.1854 Nmm و 1.1874 Nmm است. یکی از تفاوت‌های اساسی آن با حالت اول، دو میله حذف شده در قسمت پایینی سازه است که در حالت اول برای جلوگیری از حرکت سازه به سمت راست ایجاد شده بود. همانند حالت اول، طول ضلع

با مقایسه توپولوژی نهایی شکل 14 و 15 مشاهده می‌شود در حالت (b,a) تغییر تعداد حذف المان‌ها در هر مرحله موجب ایجاد تفاوت در اعضای بین قسمت کمانی شکل و قسمت پایینی سازه می‌شود. برای حالت دوم تکیه‌گاه شرایط مرزی سازه عوض شده و تکیه‌گاه غلتکی به تکیه‌گاه ساده تبدیل می‌شود، در شکل 16 بازه‌ی طراحی و نحوه‌ی بارگذاری نشان داده شده است. پارامترهای طراحی برابر حالت اول است. برای پارامتر مقیاس طول مقادیر متفاوت  $r_{min} = 0.3\text{ m}$  و  $r_{min} = 0.4\text{ m}$  و  $r_{min} = 0.6\text{ m}$  در نظر گرفته می‌شود و نرخ تکاملی ثابت و برابر  $ER = 1\%$  فرض می‌شود. در شکل 17 توپولوژی‌های بهینه سازه نشان داده شده است.

بدلیل عدم حرکت سازه به سمت راست، میله‌های پایینی حذف شده و به علت ثابت بودن حجم سازه، تراکم بیش‌تری از المان‌ها (با قطر شدن

و ضریب پواسون 0.3 در نظر گرفته می‌شود. نیروی عمودی برابر 1 کیلونیوتن و حجم نهایی برابر 50% حجم اولیه است. پارامترهای ثابت در روش بهینه‌سازی تکاملی دوچته سازه مطابق نمونه 1 است. در این نمونه طول المان مربعی برابر 0.2 متر و مقدار پارامتر مقیاس طول بترتیب 1.5، 2 و 3 برابر اندازه‌ی هر المان است. برای قسمت دوم با استفاده از همین سه پارامتر مقیاس طول با استفاده از نرخ تکاملی حجمی دو درصد توپولوژی‌های بهینه سازه در شکل 15 نشان داده شده است. مقدار میانگین نرمی طرح نهایی به ترتیب  $65.831 \times 10^{-5}\text{ Nm}$ ،  $66.983 \times 10^{-5}\text{ Nm}$  و  $70.344 \times 10^{-5}\text{ Nm}$  است. در این مرحله نرخ تکاملی را ثابت و برابر  $ER = 1\%$  در نظر گرفته و برای پارامتر مقیاس طول مقادیر متفاوت  $r_{min} = 0.3\text{ m}$ ،  $r_{min} = 0.4\text{ m}$  و  $r_{min} = 0.6\text{ m}$  فرض می‌شود. در شکل 14 توپولوژی بهینه سازه نشان داده شده است.

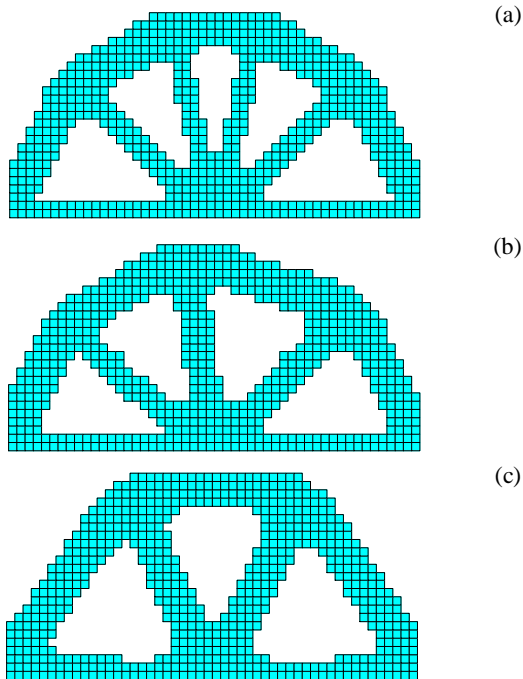


Fig.15 Optimal topology for Michell type structure with one roller support and  $ER = 2\%$ : (a)  $r_{min} = 0.3\text{ m}$ ; (b)  $r_{min} = 0.4\text{ m}$ ; (c)  $r_{min} = 0.6\text{ m}$

شکل 15 توپولوژی بهینه برای تیر مدل میشل با یک تکیه‌گاه غلتکی و نرخ تکاملی 2 درصد: (a)  $r_{min} = 0.3\text{ m}$ ; (b)  $r_{min} = 0.4\text{ m}$ ; (c)  $r_{min} = 0.6\text{ m}$

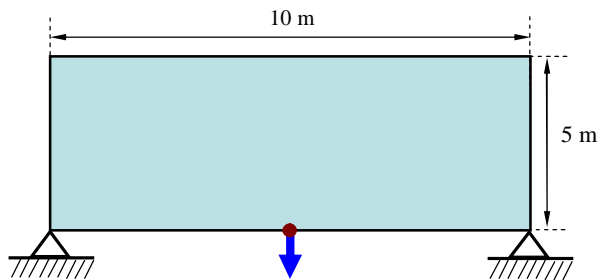


Fig.16 Design domain of a Michell type structure with two simple support

شکل 16 بازه‌ی طراحی برای تیر مدل میشل با دو تکیه‌گاه ساده

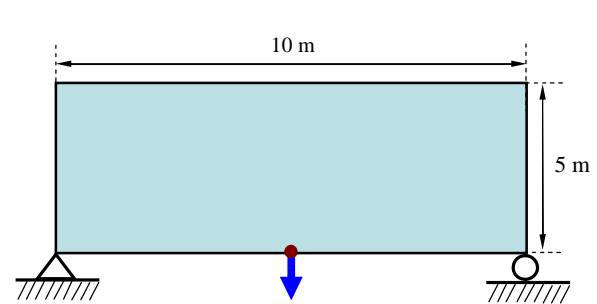


Fig.13 Design domain of a Michell type structure with one simple support and one roller

شکل 13 بازه‌ی طراحی برای تیر مدل میشل با یک تکیه‌گاه ساده و یک تکیه‌گاه غلتکی

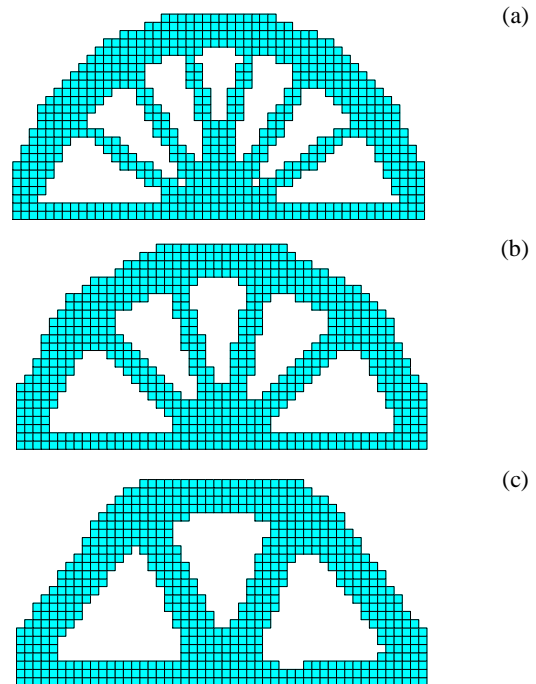


Fig.14 Optimal topology for Michell type structure with one roller support and  $ER = 1\%$ : (a)  $r_{min} = 0.3\text{ m}$ ; (b)  $r_{min} = 0.4\text{ m}$ ; (c)  $r_{min} = 0.6\text{ m}$

شکل 14 توپولوژی بهینه برای تیر مدل میشل با یک تکیه‌گاه غلتکی و نرخ تکاملی 1 درصد: (a)  $r_{min} = 0.3\text{ m}$ ; (b)  $r_{min} = 0.4\text{ m}$ ; (c)  $r_{min} = 0.6\text{ m}$

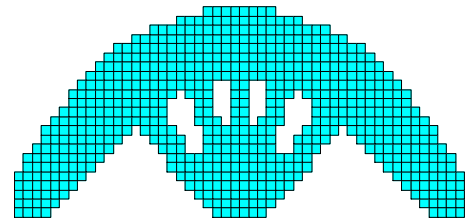


شده است. همچنین در تمام توپولوژی‌های بهینه حاصل، الگوی شطرنجی که برای طراحی نامناسب است وجود نداشت.

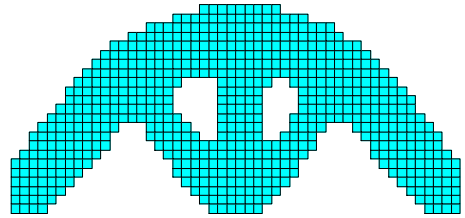
دو پارامتر طراحی مقیاس طول و نرخ تکاملی حجمی بررسی شد. اول: با تغییر پارامتر مقیاس طول در بازه محدود پیشنهادی، طرح‌های مختلفی در سازه نهایی مشاهده شد. با افزایش پارامتر مقیاس طول که به معنای تعداد گره‌های بیشتر و عدد حساسیت هموارتری برای هر المان است، توپولوژی مناسب‌تری بدست آمد. با افزایش پارامتر طول، در نرخ حذف المان معین، میانگین نرمی توپولوژی نهایی افزایش یافت که به دلیل نحوه توزیع مواد در بازه طراحی است. همچنین تعداد مراحل همگرایی با افزایش پارامتر طول بیشتر شد. دوم: تغییر نرخ تکاملی حجمی نیز موجب ایجاد توپولوژی نهایی کاملاً متفاوت و حتی نامتقارن شده است. همچنین نشان داده شد افزایش نرخ تکاملی حجمی، که به معنای حذف تعداد المان‌های بیش‌تر در هر مرحله است، طرح‌های حاصله نزدیک‌تر به توپولوژی بهینه ایجاد کرد. در مقایسه شرایط مرزی نیز مشخص شد شرایط مرزی غلتکی به دلیل داشتن بخش پایینی دو طرف تکیه‌گاه، نسبت به تکیه‌گاه ساده ثابت، نرمی میانگین حدوداً دو برابر دارد. در مجموع نتایج حاصله از تغییر پارامتر طول و نرخ حذف المان وابستگی شدید توپولوژی نهایی سازه به این پارامترها را نشان می‌دهد.

## 6- مراجع

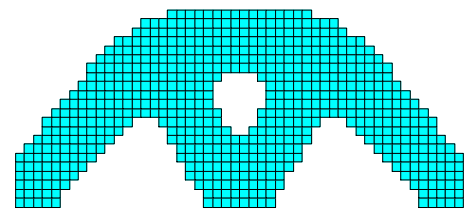
- [1] M. P. Bendsøe, N. Kikuchi, Generating optimal topologies in structural design using a homogenization method, *Computer methods in applied mechanics and engineering*, Vol. 71, No. 2, pp. 197-224, 1988.
- [2] G. I. Rozvany, *Structural design via optimality criteria: the Prager approach to structural optimization*, pp. 17-20, Dordrecht: Kluwer Academic, 1989.
- [3] B. Hassani, E. Hinton, *Homogenization and structural topology optimization: theory, practice and software*, pp.103-137, London: Springer-Verlag, 1999.
- [4] Y. Xie, G. P. Steven, A simple evolutionary procedure for structural optimization, *Computers & structures*, Vol. 49, No. 5, pp. 885-896, 1993.
- [5] Y. Xie, G. P. Steven, Optimal design of multiple load case structures using an evolutionary procedure, *Engineering computations*, Vol. 11, No. 4, pp. 295-302, 1994.
- [6] D. Chu, Y. Xie, A. Hira, G. Steven, An evolutionary procedure for structural optimization with displacement constraints, *Proceeding of the fifth East Asia-Pacific conference on structural engineering and construction*, Gold Coast, Australia, July 25-27, pp. 1091 - 1096, 1995.
- [7] D. N. Chu, Y. Xie, A. Hira, G. Steven, Evolutionary structural optimization for problems with stiffness constraints, *Finite Elements in Analysis and Design*, Vol. 21, No. 4, pp. 239-251, 1996.
- [8] D. N. Chu, Y. Xie, A. Hira, G. Steven, On various aspects of evolutionary structural optimization for problems with stiffness constraints, *Finite Elements in Analysis and Design*, Vol. 24, No. 4, pp. 197-212, 1997.
- [9] O. Querin, G. Steven, Y. Xie, Evolutionary structural optimisation (ESO) using a bidirectional algorithm, *Engineering Computations*, Vol. 15, No. 8, pp. 1031-1048, 1998.
- [10] X. Yang, Y. Xie, G. Steven, O. Querin, Bidirectional evolutionary method for stiffness optimization, *AIAA journal*, Vol. 37, No. 11, pp. 1483-1488, 1999.
- [11] O. Sigmund, J. Petersson, Numerical instabilities in topology optimization: a survey on procedures dealing with checkerboards, mesh-dependencies and local minima, *Structural optimization*, Vol. 16, No. 1, pp. 68-75, 1998.
- [12] D. Manickarajah, Y. Xie, G. Steven, Elimination of checkerboard patterns from plate buckling optimum design, *Proceedings of The Australasian Conference on Structural Optimisation*, Sydney, Australia, February 11-13, pp. 525-532, 1998.
- [13] Q. Li, G. Steven, Y. Xie, A simple checkerboard suppression algorithm for evolutionary structural optimization, *Structural and Multidisciplinary Optimization*, Vol. 22, No. 3, pp. 230-239, 2001.
- [14] M. P. Bendsøe, O. Sigmund, *Topology optimization: theory, methods, and applications*, pp. 28-39, Berlin: Springer-Verlag, 2003.
- [15] X. Huang, Y. Xie, Convergent and mesh-independent solutions for the bi-directional evolutionary structural optimization method, *Finite Elements in Analysis and Design*, Vol. 43, No. 14, pp. 1039-1049, 2007.
- [16] E. Hinton, J. Sienz, Fully stressed topological design of structures using an evolutionary procedure, *Engineering computations*, Vol. 12, No. 3, pp. 229-244, 1995.
- [17] G. I. Rozvany, O. M. Querin, Combining ESO with rigorous optimality criteria, *International journal of vehicle design*, Vol. 28, No. 4, pp. 294-299, 2002.
- [18] J. Zhu, W. Zhang, K. Qiu, Bi-directional evolutionary topology optimization



(a)



(b)



(c)

**Fig.17** Optimal topology for Michell type structure with simple support and ER = 1%: (a)  $r_{\min} = 0.3 \text{ m}$ ; (b)  $r_{\min} = 0.4 \text{ m}$ ; (c)  $r_{\min} = 0.6 \text{ m}$

شکل 17 توپولوژی بهینه برای تیر مدل میشل با تکیه‌گاه ساده و نرخ تکاملی 1 درصد:  $r_{\min} = 0.6 \text{ m}$  (c);  $r_{\min} = 0.4 \text{ m}$  (b);  $r_{\min} = 0.3 \text{ m}$  (a)

میله‌ها) نسبت به حالت اول، شکل 14 مشاهده می‌شود. در این حالت نیز با تغییر پارامتر مقیاس طول در بازه پیشنهادی توپولوژی‌های متفاوتی حاصل شده است.

برای مقایسه تفاوت ایجاد شده از تفاوت شرایط تکیه‌گاهی برای نرخ تکاملی برابر  $ER = 1\%$  نتایج نرمی حاصل برای توپولوژی نهایی در جدول 1 آمده است. همانطور که از مقایسه مشخص است افزایش مقیاس طول در هر دو شرط مرزی باعث افزایش نرمی شده است. از طرف دیگر نرمی سازه با تکیه‌گاه غلتکی، با توجه به وجود بخش‌های افقی در لبه پایینی، بیشتر است.

## 5- نتیجه‌گیری

در این پژوهش روش بهبود یافته بهینه‌سازی تکاملی سازه‌ها بر اساس حذف نرم معرفی و بر اساس الگوریتم ارائه شده برنامه آن در محیط برنامه‌نویسی انسیس پیاده‌سازی شده است. در این روش با تعریف المان نرم، طرح یک فیلتر و استفاده از معیار همگرایی مشکلات تئوری و عملی روش‌های تکاملی پیشین مانند وابستگی به مش، جواب‌های بهینه محلی و عدم همگرایی رفع

**جدول 1** نرمی میانگین سازه میشل با شرایط تکیه‌گاهی مختلف و  $ER = 1\%$   
**Table 1** Mean compliance of Michell type structure with different support conditions and  $ER = 1\%$

نرمی سازه با شرط مرزی تکیه‌گاه سمت راست		$r_{\min} \text{ (m)}$
غلتکی	ساده	
$65.985 \times 10^{-5} \text{ Nm}$	$44.912 \times 10^{-5} \text{ Nm}$	0.3
$65.814 \times 10^{-5} \text{ Nm}$	$45.234 \times 10^{-5} \text{ Nm}$	0.4
$69.812 \times 10^{-5} \text{ Nm}$	$45.910 \times 10^{-5} \text{ Nm}$	0.6

- structures under multiple loading using bi-directional evolutionary structures, *Modeling in Engineering*, Vol. 10, No. 30, pp. 76-86, 2013. (in Persian فارسی)
- [23] X. Huang, M. Xie, *Evolutionary topology optimization of continuum structures: methods and applications*, pp. 17-38, United Kingdom: John Wiley & Sons, 2010.
- [24] Z. H. Zuo, Y. M. Xie, A simple and compact Python code for complex 3D topology optimization, *Advances in Engineering Software*, Vol. 85, pp. 1-11, 2015.
- [25] ANSYS Inc. *PDF Documentation for Release 15.0*, Accessed on 16 April 2015; <http://148.204.81.206/Ansys/readme.html>.
- [26] A. G. M. Michell, The limits of economy of material in frame-structures, *The London, Edinburgh, and Dublin Philosophical Magazine and Journal of Science*, Vol. 8, No. 47, pp. 589-597, 1904.
- using element replaceable method, *Computational Mechanics*, Vol. 40, No. 1, pp. 97-109, 2007.
- [19] X. Huang, Y. Xie, Bi-directional evolutionary topology optimization of continuum structures with one or multiple materials, *Computational Mechanics*, Vol. 43, No. 3, pp. 393-401, 2009.
- [20] X. Sun, J. Yang, Y. Xie, X. Huang, Z. Zuo, Topology optimization of composite structure using bi-directional evolutionary structural optimization method, *Procedia Engineering*, Vol. 14, pp. 2980-2985, 2011.
- [21] X. Huang, Y. Xie, Evolutionary topology optimization of continuum structures including design-dependent self-weight loads, *Finite Elements in Analysis and Design*, Vol. 47, No. 8, pp. 942-948, 2011.
- [22] A. Ghoddosian, M. Sheykhi, M. Rostami, Contact shape optimization of