



کاهش ارتعاشات صفحات خورشیدی منعطف ربات‌های چرخ‌دار بر اساس برنامه‌ریزی حرکتی ربات

مرتضی حافظی‌پور¹، علی اصغر جعفری^{2*}، سید علی اکبر موسویان²

1- کارشناس ارشد، مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی، تهران

2- استاد، مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی، تهران

* تهران، صندوق پستی 15875-4416، ajafari@kntu.ac.ir

اطلاعات مقاله

مقاله پژوهشی کامل

دریافت: 28 اردیبهشت 1395

پذیرش: 18 خرداد 1395

ارائه در سایت: 24 مرداد 1395

کلید واژگان:

ربات چرخ‌دار

صفحات خورشیدی منعطف‌پذیر

کاهش ارتعاشات

روش دینامیکی کین

چکیده

صفحات خورشیدی یکی از منابع تأمین تمام یا بخشی از انرژی مصرفی ربات‌های چرخ‌دار هستند. توان کم سلول‌های خورشیدی باعث می‌شود تا این ربات‌ها نیاز به صفحات بزرگی برای تأمین انرژی داشته باشند. این امر سبب می‌شود تا در صورت حرکت ربات بر مسیر ناهموار، ارتعاشاتی در صفحات مزبور ایجاد شود که ممکن است موجب آسیب به سیستم گردد. در این پژوهش، روشی برای برنامه‌ریزی حرکت ربات در مسیر ناهموار ارائه می‌گردد که منجر به پایدارسازی دامنه ارتعاشات در محدوده مجاز می‌شود. در این روش از افزودن سیستم کنترلی جدید جهت کاهش ارتعاشات خودداری شده است و این کار صرفاً با تعیین سرعت ربات در طول مسیر حرکتش میسر گردیده است. برای انجام این امر، ابتدا مدل دینامیکی ورق متصل به جسم متحرک بر اساس روش کین استخراج می‌شود. با استفاده از نتایج این مدل‌سازی، عوامل ایجاد ارتعاشات تعیین می‌گردد. در مرحله بعد چگونگی تغییرات این عوامل در طول مسیر حرکت ربات با استفاده از روابط سینماتیکی تعیین می‌گردد. با مشخص شدن نحوه تغییرات عوامل ایجاد ارتعاش، برنامه‌ریزی حرکتی به گونه‌ای صورت می‌گیرد که با حداقل کاهش در سرعت ربات امکان پایدارسازی ارتعاشات در محدوده مجاز فراهم گردد. روش پیشنهادی برای یک ربات شش چرخ با ساختار حرکتی مفصل‌بندی شده که دارای دو صفحه خورشیدی جهت تأمین انرژی است، شبیه‌سازی گردیده است. نتایج به دست آمده نشان می‌دهد که استفاده از روش پیشنهادی برای برنامه‌ریزی حرکتی ربات منجر به محدود ساختن دامنه ارتعاشات در مقادیر مجاز می‌شود، در حالیکه کاهش قابل ملاحظه‌ای در سرعت متوسط حرکت ربات ایجاد نمی‌کند.

Vibration reduction of flexible solar panel in wheeled mobile robots based on robot trajectory planning

Morteza Hafezipour, Ali Asghar Jafari*, Seyed Ali Akbar Moosavian

Department of Mechanical Engineering, K. N. Toosi University of Technology, Tehran, Iran

* P.O.B. 15875-4416, Tehran, Iran, ajafari@kntu.ac.ir

ARTICLE INFORMATION

Original Research Paper
Received 17 May 2016
Accepted 07 June 2016
Available Online 14 August 2016

Keywords:

Wheeled Mobile Robot
Flexible Solar Panel
Reducing Vibration
Kane Method

ABSTRACT

A solar-powered robot is a mobile robot powered completely or significantly by direct solar energy. The sun's energy is converted into electric energy by solar panels mounted on the robot. These solar panels are required to be light because of the important demands for low-energy consumption. As a result of the flexibility of elements of the panels, undesirable low-frequency vibration may occur when the robot moves on a rough terrain. In this paper, a new method for stabilization of solar panels vibration based on trajectory planning for articulated mobile robot is presented. The dynamics of solar panels attached to the robot is derived using Kane's method. The attitude and configuration of a rover as a function of the terrain on which it moves is determined using inverse kinematics of the robot. The attitude and configuration of a rover is required to approximate the domain of vibration by derived dynamics equations. Based on this approximation, a trajectory planning algorithm is presented that can reduce vibration with no significant decrease in the velocity of the robot. The proposed method is simulated for a six-wheeled mobile robot with rocker-bogie structure. The obtained results show that the algorithm stabilizes the domain of vibration in allowable area and does not decrease the velocity of the robot significantly.

1- مقدمه

از صفحات خورشیدی استفاده می‌کنند. صفحات خورشیدی معمولاً بازده زیادی ندارند و لازم است تا صفحات خورشیدی بزرگی برای تأمین انرژی روی ربات نصب شود. از طرف دیگر زیرساختی که برای نصب سلول‌های خورشیدی در نظر گرفته می‌شود باید در حد امکان سبک باشد تا از افزایش وزن ربات و در نتیجه افزایش مصرف انرژی جلوگیری کند، این امر باعث

حوزه استفاده از ربات‌های متحرک در سال‌های اخیر بسیار گسترش یافته است و هم‌اکنون این ربات‌ها برای اکتشافات فضایی، حمل افراد و اشیاء، امداد رسانی، مأموریت‌های نظامی و بسیاری از اهداف دیگر مورد استفاده قرار می‌گیرند. بسیاری از ربات‌های چرخ‌دار برای تأمین تمام یا بخشی از انرژی مصرفی خود

Please cite this article using:

M. Hafezipour, A. A. Jafari, S. A. A. Moosavian, Vibration reduction of flexible solar panel in wheeled mobile robots based on robot trajectory planning, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 16, No. 8, pp. 87-98, 2016 (in Persian)

برای ارجاع به این مقاله از عبارت ذیل استفاده نمایید:

روشی را برای کنترل ورقی که دو موتور در پایه آن برای کنترل ورق موجود است، ارائه کرده‌اند. در این روش معادلات دینامیکی ورق از روش همیلتون محاسبه گردیده و از کنترل H_{∞} برای کنترل ارتعاش ورق بهره گرفته شده است [17]. حذف ارتعاشات اجزای انعطاف‌پذیر ماهواره‌ها با بهینه‌سازی زمان سوئیچینگ عملگرها در مرجع [18] ارائه شده است. آلن و همکاران کنترل‌کننده مود لغزشی را برای کنترل ارتعاش اجسام بزرگ منعطف ارائه کرده‌اند [19]. خوشنود و همکاران سیستم کنترل تطبیقی و فیلتر باریک برای حذف نوسانات حاصل از ارتعاشات صفحات خورشیدی در فرآیند اندازه‌گیری را ارائه کرده‌اند [20]. زرافشان و موسویان مدل‌سازی دینامیکی یک ربات چرخ‌دار با صفحات خورشیدی انعطاف‌پذیر و دو بازوی صلب را توسط معادلات تحلیلی به روش تعاملی صلب-انعطاف‌پذیر انجام داده‌اند و یک کنترل تطبیقی ترکیبی خنثی‌کننده ارتعاشات برای انجام جابجایی جسم توسط ربات را ارائه کرده‌اند [21]. لی و همکاران بر اساس نظریه کنترل فعال L_1 ، یک قانون کنترلی را برای دوران بدنه ماهواره دارای اجزای انعطاف‌پذیر ارائه کرده‌اند [22]. در این روش با اعمال گشتاور بر بدنه، علاوه بر کنترل دوران ماهواره، نوسان صفحات خورشیدی نیز پایدار شده‌اند. حذف ارتعاشات صفحات خورشیدی بر اساس کنترل سرعت زاویه‌ای بدنه ماهواره در مرجع [23] گزارش شده است. در پژوهش مذکور پارامترهای ارتعاشی با استفاده از روش پردازش تصویر اندازه‌گیری شده‌اند.

در این پژوهش روش جدیدی جهت کاهش ارتعاشات در صفحات خورشیدی یک ربات چرخ‌دار بر اساس برنامه‌ریزی حرکتی ربات ارائه گردیده است. در این روش برخلاف روش‌های پیشین از افزودن عملگر جدید به سیستم جهت کنترل ارتعاشات خودداری شده است و پایدارسازی ارتعاشات صرفاً با استفاده از برنامه‌ریزی حرکتی ربات صورت گرفته است. جهت انجام این امر در مرحله نخست، معادلات دینامیکی ورق متصل به جسم متحرک بر اساس روش کین استخراج شده است. با استفاده از این معادلات عوامل بروز ارتعاشات شناسایی گردیده است. در ادامه، نحوه تغییرات این عوامل در طول مسیر حرکت ربات با استفاده از روابط سینماتیکی تخمین زده شده است. درنهایت، روشی برای تعیین سرعت ربات پیشنهاد گردیده است که ضمن کاهش ارتعاشات، از کاسته شدن از سرعت حرکت ربات جلوگیری می‌کند. روش پیشنهادی برای یک ربات شش چرخ با ساختار حرکتی مفصل‌بندی شده شبیه‌سازی گردیده است. نتایج حاصل از شبیه‌سازی گواه بر موفقیت روش پیشنهادی در کاهش ارتعاشات در عین حفظ سرعت بالای حرکت ربات است.

2- توسعه دینامیک ورق متصل به جسم متحرک

جهت حذف ارتعاشات از صفحات خورشیدی ربات چرخ‌دار لازم است تا در وهله اول دینامیک صفحات مورد بررسی قرار گیرد تا اثر متغیرهای مختلف در ایجاد ارتعاشات مشخص گردد. روشی که برای استخراج دینامیک صفحات مورد استفاده قرار گرفته است بر اساس روش دینامیک کین است. معادلات کین برای یک سیستم متشکل از n جسم صلب با r مختصات تعمیم‌یافته، به‌صورت زیر است [24].

$$F_i^* + F_i = 0 \quad i = 1, 2, \dots, r \quad (1)$$

که در آن F_i^* و F_i به ترتیب بیانگر نیروی اینرسی و نیروی فعال تعمیم‌یافته نام هستند و به‌صورت زیر محاسبه می‌گردند.

می‌گردد که در اثر حرکت ربات در صفحات خورشیدی ارتعاشاتی ایجاد گردد. این ارتعاشات ناخواسته فرکانس و نسبت میرایی کمی دارند [1]. بروز این ارتعاشات در سیستم صفحات خورشیدی خطرناک است و می‌تواند موجب شکست صفحات خورشیدی یا آسیب به قسمت‌های الکتریکی آن‌ها شود.

چنانچه ربات با سرعت کم حرکت کند یا بر روی سطح همواری با سرعت زیاد حرکت کند، نوسان چندانی در صفحات خورشیدی مشاهده نخواهد شد؛ اما یکی از چالش‌هایی که برای این ربات‌ها مطرح است حرکت با سرعت بالا در مسیر ناهموار و مواجهه با شرایط خطرآفرین است. شرایط خطرآفرین، موانع یا ناهمواری‌هایی هستند که در مسیر حرکت ربات وجود دارند و ارتفاع آن‌ها از نصف شعاع چرخ ربات بزرگ‌تر است [2]. این ناهمواری‌ها شامل تخته‌سنگ، حفره، تنه درخت و یا هر مانع دیگری است که در صورت مواجهه ربات با آن‌ها ممکن است در عملکرد آن اختلال ایجاد شود. هرچند پژوهشگران کوشیده‌اند تا مسیر حرکت ربات را به‌گونه‌ای طراحی کنند که ربات با این شرایط مواجه نگردد [3-5]؛ اما همواره موانعی در مسیر ربات وجود دارد که ربات باید به ناچار از آن‌ها عبور کند. چنانچه حرکت ربات در عبور از این موانع کنترل نگردد، ممکن است صفحات خورشیدی در اثر نوسان آسیب ببینند.

مدل‌سازی دینامیکی صفحات خورشیدی متصل به پایه متحرک از روش‌های گوناگونی انجام شده است. کین و همکاران روش مبتکرانه‌ای را برای استخراج روابط دینامیکی تیر متصل به جسم متحرک، بر اساس روش کین¹ ارائه کردند [6]. در ادامه این روش توسط یو و همکاران تصحیح گردید و برای حالتی که تغییر شکل عرضی در اثر سفتی غشایی وجود دارد؛ بسط داده شد [7]. تصحیح این روش برای دربرگیری حالاتی که تغییر شکل عرضی تیر ناشی از خمش باشد، در مرجع [8] صورت گرفته است. روش کین تنها روش موجود برای استخراج معادلات دینامیک نبوده و از روش‌های دیگری نظیر روش لاگرانژ و همیلتون نیز برای این کار استفاده شده است [9,10]. البته این روش‌ها برای تیر متصل به پایه‌ی چرخان ارائه شده‌اند. از آنجایی که پایه فقط در یک جهت دوران می‌کند، این روش‌ها برای مدل‌سازی تیر متصل به جسم متحرک با شش درجه‌ی آزادی مناسب نیستند. دینامیک به دست آمده از مدل‌سازی اجسام به‌صورت تیر چنان دقیق است که محققان کمتری از مدل ورق نازک برای مدل‌سازی صفحات متصل به جسم متحرک بهره برده‌اند [11]. به علت پیچیدگی معادلات به دست آمده در مدل‌سازی به‌صورت ورق نازک، این روش غالباً با ساده‌سازی زیادی همراه است و معادلات دینامیکی تنها برای ورق متصل به پایه چرخان استخراج گردیده است [11-13]. ژائو و همکاران از محدود پژوهشگرانی هستند که روشی را بر اساس اصل همیلتون برای مدل‌سازی ورق متصل به جسم متحرک ارائه کرده‌اند که البته دقت این روش نیز به علت ساده‌سازی‌های زیاد، کاهش یافته است [13].

روش‌های ارائه شده جهت کاهش ارتعاشات صفحات خورشیدی را می‌توان در دو دسته کلی طبقه‌بندی کرد. در روش اول، از مواد پیزوالکتریک به‌عنوان عملگر جهت اعمال نیرو به ورق و کاهش ارتعاشات استفاده می‌شود [14]. در روش دیگر اعمال فرامین کنترلی بر پایه صفحات موجب کاهش ارتعاشات می‌گردد. استفاده از تلفیق‌کننده عرض پالس - فرکانس پالس در عملگرهای یک ماهواره مجهز به صفحات خورشیدی، یکی از روش‌های ارائه شده جهت کاهش ارتعاشات از طریق کنترل پایه ورق است [15,16]. ماتسونو و همکاران

¹ Kane Method

هستند.

$$I_{22} = \frac{I_2}{A}, \quad I_{33} = \frac{I_3}{A}, \quad I_{11} = \frac{I_2 + I_3}{A} \quad (7)$$

که در آن I_2 و I_3 گشتاور دوم اصلی و A سطح مقطع تیر است. با تعریف سرعت‌های جزئی به صورت زیر داریم:

$$\vec{v}_i = \left(\frac{\partial \vec{v}}{\partial \dot{q}_i} \right), \quad \vec{\Omega}_i = \left(\frac{\partial \vec{\Omega}}{\partial \dot{q}_i} \right) \quad (8)$$

با جاگذاری رابطه (8) در رابطه (5) داریم:

$$F_i^* = - \int_0^L \rho_L \vec{v}_i \cdot \vec{a} \, dx - \int_0^L \vec{\Omega}_i \cdot (\vec{\alpha} \cdot \vec{I} + \vec{\Omega} \times \vec{I} \cdot \vec{\Omega}) \, dx \quad i = 1, \dots, v \quad (9)$$

برای استخراج معادلات دینامیکی ورق متصل به جسم در حال حرکت مطابق با رابطه (1)، باید نیروهای لختی و فعال تعمیم‌یافته تعیین گردند.

2-1- نیروی لختی تعمیم‌یافته

جهت استخراج معادلات دینامیکی تیر لازم است تا در نخستین گام معادله حرکت هر نقطه از تیر در دستگاه مختصات مرجع استخراج گردد. حرکت بدنه ربات در دستگاه مختصات مرجع ثابت N با سه مؤلفه سرعت v_1, v_2, v_3 و سه مؤلفه سرعت زاویه‌ای $\Omega_1, \Omega_2, \Omega_3$ به صورت زیر قابل توصیف است (شکل 1).

$${}^N \vec{v}^O = v_1 \vec{e}_1 + v_2 \vec{e}_2 + v_3 \vec{e}_3 \quad (10)$$

$${}^N \vec{\Omega}^A = \Omega_1 \vec{e}_1 + \Omega_2 \vec{e}_2 + \Omega_3 \vec{e}_3 \quad (11)$$

که در آن ${}^N \vec{v}^O$ سرعت خطی نقطه‌ی O در دستگاه مختصات N و ${}^N \vec{\Omega}^O$ سرعت دورانی جسم است.

برای بیان حرکت تیر در دستگاه N ، ابتدا یک المان کوچک از تیر مانند dB را در نظر می‌گیریم (شکل 2). موقعیت مرکز این المان C_{dB} نسبت به نقطه O به صورت زیر قابل بیان است.

$$p^{OC_{dB}} = (x + u_1) \vec{e}_1 + u_2 \vec{e}_2 + u_3 \vec{e}_3 \quad (12)$$

سرعت مرکز المان در دستگاه مختصات مرجع به صورت زیر قابل بیان است.

$${}^N \vec{v}^{C_{dB}} = \vec{v}_{\text{rigid}} + \vec{v}_{\text{flex}} \quad (13)$$

این سرعت از دو بخش تشکیل شده است. \vec{v}_{rigid} بیان کننده سرعت ناشی از حرکت صلب تیر و \vec{v}_{flex} بیان کننده سرعت ناشی از انعطاف‌پذیری تیر است و به صورت زیر قابل بازنویسی می‌باشند.

$$\vec{v}_{\text{flex}} = \frac{d\vec{p}^{OC_{dB}}}{dt} \quad (14)$$

$$\vec{v}_{\text{rigid}} = {}^N \vec{v}^O + {}^N \vec{\Omega}^A \times \vec{p}^{OC_{dB}} \quad (15)$$

با جاگذاری معادلات (14) و (15) در معادله (13) داریم.

$${}^N \vec{v}^{C_{dB}} = {}^N \vec{v}^O + {}^N \vec{\Omega}^A \times \vec{p}^{OC_{dB}} + \vec{v}_{\text{flex}} \quad (16)$$

$$F_i = \sum_{j=1}^n \left[\left(\frac{\partial \vec{v}_j}{\partial \dot{q}_i} \right) \cdot \vec{f}_j + \left(\frac{\partial \vec{\Omega}_j}{\partial \dot{q}_i} \right) \cdot \vec{M}_j \right] \quad (2)$$

$$F_i^* = - \sum_{j=1}^n \left[\left(\frac{\partial \vec{v}_j}{\partial \dot{q}_i} \right) \cdot m_j \vec{a}_{j+} + \left(\frac{\partial \vec{\Omega}_j}{\partial \dot{q}_i} \right) \cdot (\vec{I}_j \cdot \vec{\alpha}_j + \vec{\Omega}_j \times \vec{I}_j \cdot \vec{\Omega}_j) \right] \quad (3)$$

که در آن \vec{v}_j و \vec{a}_{j+} به ترتیب سرعت و شتاب خطی و $\vec{\Omega}_j$ و $\vec{\alpha}_j$ به ترتیب سرعت و شتاب زاویه‌ای مرکز جرم جسم j ام هستند. \vec{f}_j و \vec{M}_j به ترتیب بیانگر نیرو و گشتاور وارد بر جسم j ام هستند. m_j و \vec{I}_j نیز مشخص کننده جرم و گشتاور لختی جسم j ام هستند.

مسئله‌ای که در اینجا با آن مواجه هستیم، مدل‌سازی ورق متصل به یک جسم دارای شش درجه آزادی است. در واقع، ورق (صفحه خورشیدی) به صورت گیردار به جسم (بدنه ربات چرخ‌دار) متصل است؛ اما خود جسم دارای شش درجه آزادی حرکت در فضا است. شکل 1 تصویری از ورق متصل به جسم را نشان می‌دهد. دستگاه مختصات N دستگاه مختصات مرجع و در فضا ثابت است. دستگاه مختصات B دستگاه متصل بر سطح مقطع ورق به گونه‌ای که $\vec{b}_1, \vec{b}_2, \vec{b}_3$ به ترتیب موازی با طول، عرض و ارتفاع ورق هستند. دستگاه مختصات E به بدنه ربات متصل است به گونه‌ای که $\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3$ و \vec{e}_3 به ترتیب موازی با $\vec{b}_1, \vec{b}_2, \vec{b}_3$ قبل از تغییر حالت ورق هستند. در این پژوهش صفحات خورشیدی به صورت تیر مدل‌سازی شده‌اند. چنانچه پیشتر بیان شد، این مدل‌سازی ضمن برخورداری از دقت کافی مانع از پیچیدگی معادلات می‌گردد. برای یک جسم پیوسته نظیر تیر با v شکل مود معادلات کین را می‌توان به صورت زیر بیان کرد.

$$F_i = \int_0^L \left(\frac{\partial \vec{v}}{\partial \dot{q}_i} \right) \cdot \vec{f} \, dx + \int_0^L \left(\frac{\partial \vec{\Omega}}{\partial \dot{q}_i} \right) \cdot \vec{M} \, dx \quad i = 1, \dots, v \quad (4)$$

$$F_i^* = - \int_0^L \rho_L \left(\frac{\partial \vec{v}}{\partial \dot{q}_i} \right) \cdot \vec{a} \, dx - \int_0^L \left(\frac{\partial \vec{\Omega}}{\partial \dot{q}_i} \right) \cdot (\vec{\alpha} \cdot \vec{I} + \vec{\Omega} \times \vec{I} \cdot \vec{\Omega}) \, dx \quad i = 1, \dots, v \quad (5)$$

که در آن L و ρ_L طول و چگالی وزنی بر واحد طول تیر هستند و \vec{I} لختی مرکزی دوتایی¹ بوده و به صورت زیر قابل بیان است.

$$\vec{I} = \rho_L (I_{11} \vec{b}_1 \vec{b}_1 + I_{22} \vec{b}_2 \vec{b}_2 + I_{33} \vec{b}_3 \vec{b}_3) \quad (6)$$

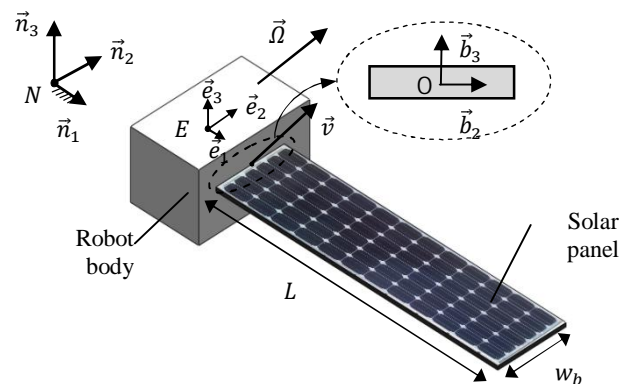


Fig. 1 Solar panel attached to moving body

شکل 1 صفحه خورشیدی متصل به جسم متحرک

که در آن I_{11}, I_{22} و I_{33} بر حسب گشتاور دوم اصلی سطح به صورت زیر

¹ Central Inertia Dyadic

$$s(x, t) = \sum_{i=1}^v \phi_{1i}(x) q_i(t) \quad (22)$$

$$u_j(x, t) = \sum_{i=1}^v \phi_{ji}(x) q_i(t), \quad j = 2, 3 \quad (23)$$

$$\theta_j(x, t) = \sum_{i=1}^v \phi_{j+3,i}(x) q_i(t), \quad j = 1, 2, 3 \quad (24)$$

که در آن توابع شکل مود بوده و q_i مختصات تعمیم‌یافته تابع زمان هستند. v مشخص‌کننده تعداد شکل مودهای مورد استفاده در تحلیل است. s بیان‌کننده کشیدگی در تیر است. به علت شرایط مرزی حاکم بر مسئله، تنها ارتعاشات عرضی ورق دارای اهمیت است و می‌توان از حرکت ورق در سایر راستاها صرف نظر کرد و تابع شکلی متناظر آن‌ها را برابر با صفر در نظر گرفت یعنی:

$$\phi_{1i} = \phi_{2i} = \phi_{4i} = \phi_{6i} = 0 \quad (25)$$

با مشتق‌گیری از روابط (22) تا (24) برحسب زمان داریم:

$$\dot{s}(x, t) = \sum_{i=1}^v \phi_{1i}(x) \dot{q}_i(t) \quad (26)$$

$$\dot{u}_j(x, t) = \sum_{i=1}^v \phi_{ji}(x) \dot{q}_i(t), \quad j = 2, 3 \quad (27)$$

$$\dot{\theta}_j(x, t) = \sum_{i=1}^v \phi_{j+3,i}(x) \dot{q}_i(t), \quad j = 1, 2, 3 \quad (28)$$

با این کار توانستیم پارامترهای $\dot{u}_1, \dot{u}_2, \dot{u}_3, \dot{\theta}_1, \dot{\theta}_2, \dot{\theta}_3$ را برحسب مختصات تعمیم‌یافته بیابیم؛ اما کماکان نتوانستیم این کار را برای \dot{u}_1 انجام دهیم. طول تیر در حالت تغییر شکل یافته را می‌توان به صورت زیر بیان کرد [7].

$$x + s(x, t) = \int_0^x \left\{ \left[1 + \frac{\partial u_1(x, t)}{\partial \zeta} \right]^2 + \left[\frac{\partial u_2(x, t)}{\partial \zeta} \right]^2 + \left[\frac{\partial u_3(x, t)}{\partial \zeta} \right]^2 \right\}^{1/2} d\zeta \quad (29)$$

که در آن ζ متغیر مجازی¹ است. با استفاده از بسط دو جمله‌ای تابع زیر انتگرال در رابطه (29) و صرف نظر از ترم‌های مرتبه بالا داریم:

$$s = u_1 + \frac{1}{2} \int_0^x \left[\left(\frac{\partial^2 u_2}{\partial \zeta^2} \right)^2 + \left(\frac{\partial^2 u_3}{\partial \zeta^2} \right)^2 \right] d\zeta \quad (30)$$

با جاگذاری روابط (22) و (23) در رابطه (30) داریم:

$$u_1 = \sum_{j=1}^v \phi_{1j} q_j - \frac{1}{2} \int_0^x \sum_{j=1}^v \sum_{k=1}^v [\phi'_{2j} \phi'_{2k} + \phi'_{3j} \phi'_{3k}] q_j q_k d\zeta \quad (31)$$

که در آن علامت پریم بیانگر مشتق جزئی نسب به x است. با جاگذاری رابطه‌ی (25) در رابطه (31) داریم:

$$u_1 = \int_0^x \sum_{j=1}^v \sum_{k=1}^v [\phi'_{3j} \phi'_{3k}] q_j q_k d\zeta \quad (32)$$

با مشتق‌گیری نسبت به زمان از رابطه (32) داریم:

$$\dot{u}_1 = - \int_0^x \sum_{j=1}^v \sum_{k=1}^v \phi'_{3j} \phi'_{3k} q_j \dot{q}_k d\zeta \quad (33)$$

با جاگذاری روابط (27) و (33) در رابطه (17) داریم.

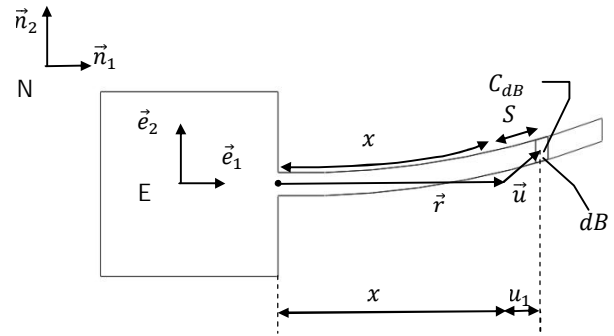


Fig. 2 Deformed beam with differential element

شکل 2 تصویر تیر در حالت تغییر شکل یافته با المان دیفرانسیلی

با جاگذاری روابط (10)، (11) و (12) در معادله (16) داریم.

$${}^N \vec{v}^{c_{dB}} = (v_1 + \Omega_2 u_3 - \Omega_3 u_2 + \dot{u}_1) \vec{e}_1 + [v_2 + \Omega_3(x + u_1) - \Omega_1 u_3 + \dot{u}_2] \vec{e}_2 + [v_3 + \Omega_1 u_2 - \Omega_2(x + u_1) + \dot{u}_3] \vec{e}_3 \quad (17)$$

تا اینجا توانستیم سرعت خطی مرکز المان dB را نسبت به دستگاه مختصات مرجع N و بیان‌شده در دستگاه مختصات متصل به بدنه E ، به دست آوریم. حال باید همین عملیات را برای سرعت زاویه‌ای نیز پیاده‌سازی کنیم. ماتریس دوران از دستگاه B به دستگاه E را می‌توان با زوایای اویلر Z, Y, X به صورت زیر نمایش داد [25].

$${}^E R_{ZYX}^B = \begin{bmatrix} c_2 c_3 & s_1 s_2 c_3 - s_3 c_1 & c_1 s_2 c_3 + s_3 s_1 \\ c_2 s_3 & s_1 s_2 s_3 + c_3 c_1 & c_1 s_2 s_3 - c_3 s_1 \\ -s_2 & s_1 c_2 & c_1 c_2 \end{bmatrix} \quad (18)$$

که در آن c_i و s_i به ترتیب بیانگر $\cos \theta_i$ و $\sin \theta_i$ هستند. با در نظر گرفتن تعاریف زوایای اویلر $\theta_1, \theta_2, \theta_3$ منطبق بر ماتریس دوران رابطه (18)، رابطه زیر برای سرعت زاویه‌ای dB نسبت به دستگاه E بیان‌شده در دستگاه B قابل بیان است.

$${}^A \Omega^{dB} = (\dot{\theta}_1 - \dot{\theta}_3 s_2) \vec{b}_1 + (\dot{\theta}_2 c_1 + \dot{\theta}_3 s_1 c_2) \vec{b}_2 + (\dot{\theta}_3 c_1 c_2 - \dot{\theta}_2 s_1) \vec{b}_3 \quad (19)$$

سرعت زاویه‌ای dB نسبت به دستگاه N بیان‌شده در دستگاه B با استفاده از نظریه جمع سرعت‌های زاویه‌ای به صورت زیر است [24].

$${}^N \vec{\Omega}^{dB} = {}^N \vec{\Omega}^A + {}^A \vec{\Omega}^{dB} \quad (20)$$

با جاگذاری روابط (11) و (19) در رابطه (20) سرعت زاویه‌ای dB به صورت زیر محاسبه می‌گردد.

$${}^N \vec{\Omega}^{dB} = [\Omega_1 c_2 c_3 + \Omega_2 c_2 c_3 - \Omega_3 s_2 + \dot{\theta}_1 - \dot{\theta}_3 s_2] \vec{b}_1 + [\Omega_1 (s_1 s_2 c_3 - s_3 c_1) + \Omega_2 (s_1 s_2 s_3 + c_3 c_1) + \Omega_3 s_1 c_2 + \dot{\theta}_2 c_1 + \dot{\theta}_3 s_1 c_2] \vec{b}_2 + [\Omega_1 (c_1 s_2 c_3 + s_3 s_1) + \Omega_2 (c_1 s_2 s_3 - c_3 s_1) + \Omega_3 c_1 c_2 - \dot{\theta}_2 s_1 + \dot{\theta}_3 c_1 c_2] \vec{b}_3 \quad (21)$$

بدین ترتیب سرعت خطی و زاویه‌ای dB نسبت به دستگاه مرجع N برحسب مشتق زوایای اویلر و مشتق جابه‌جایی ناشی از انعطاف‌پذیری برحسب زمان به دست آمد. پارامترهای $\dot{u}_1, \dot{u}_2, \dot{u}_3, \dot{\theta}_1, \dot{\theta}_2, \dot{\theta}_3$ که در معادلات (17) و (21) ظاهر شده‌اند، باید برحسب مختصات تعمیم‌یافته بیان شوند. پارامترهای بیان‌کننده موقعیت و دوران را می‌توان به صورت زیر بیان کرد.

¹ Dummy Variable

$$F_i^o = \int_0^L N \vec{v}_i^{c_{dB}} \cdot (-\rho g \vec{e}_3) dx, \quad i = 1, 2, \dots, v \quad (41)$$

با جاگذاری رابطه (36) در رابطه (41) نیروهای تعمیم‌یافته خارجی به صورت زیر محاسبه می‌گردند.

$$F_i^o = -g \int_0^L \rho \phi_{3i} dx \quad (42)$$

برای محاسبه نیروهای فعال تعمیم‌یافته داخلی از روش المان محدود استفاده می‌شود. فرض کنید با استفاده از روش المان محدود یک جسم را به تعداد n المان تقسیم‌بندی کرده‌ایم. معادله ارتعاش آزاد سیستم از رابطه زیر به دست می‌آید.

$$M \ddot{\vec{q}}(t) + k \vec{q}(t) = 0 \quad (43)$$

که در آن M ماتریس جرمی و k ماتریس سختی است و \vec{q} بردار مختصات تعمیم‌یافته است. پاسخ معادله فوق را می‌توان به صورت زیر در نظر گرفت.

$$q_i(t) = Q_i T_e(t) \quad (44)$$

که در آن Q_i ثابت بوده و T_e تابعی از زمان است. با جاگذاری رابطه (44) در رابطه (43) داریم:

$$M \ddot{\vec{Q}}(t) + k \vec{Q}(t) = \vec{0} \quad (45)$$

که در آن \vec{Q} بردار شکل مود به صورت زیر است.

$$\vec{Q} = [Q_1 \ Q_2 \ \dots \ Q_n]^T \quad (46)$$

چنانچه فرکانس طبیعی ω با رابطه زیر تعریف گردد

$$\omega^2 = -\frac{\ddot{T}}{T} \quad (47)$$

معادله (45) را می‌توان به صورت زیر به شکل مسئله مقدار ویژه بیان کرد.

$$[k - \omega^2 M] \vec{Q} = \vec{0} \quad (48)$$

با حل مسئله مقدار ویژه می‌توان فرکانس‌های طبیعی و شکل مودهای سیستم را یافت. با محاسبات ساده‌ای می‌توان نشان داد که بردار شکل مود نسبت به ماتریس‌های جرمی و سختی متعامد است و ماتریس سختی و جرمی تعمیم‌یافته را می‌توان به صورت زیر بیان کرد [26].

$$K_o = \begin{bmatrix} \omega_1^2 & & & 0 \\ & \omega_2^2 & & \\ & & \ddots & \\ 0 & & & \omega_n^2 \end{bmatrix}, \quad M_o = [I] \quad (49)$$

با جاگذاری رابطه (49) در رابطه (48) داریم:

$$[I] \ddot{\vec{q}}(t) = -K_o \vec{q}(t) \quad (50)$$

حال اگر اثر ماتریس سختی را به عنوان نیرو در نظر بگیریم، با جاگذاری سمت راست معادله (50) در معادله (2) داریم:

$$F_i^i = \sum_{j=1}^n \left[\left(\frac{\partial \vec{v}_j}{\partial \dot{q}_i} \right) \cdot \omega_j^2 \delta_{ij} q_j \right] \quad (51)$$

که در آن δ_{ij} دلتای کرونکر¹ می‌باشد. معادله فوق به صورت زیر قابل بازنویسی است.

$$N \vec{v}^{c_{dB}} = \left(v_1 + \Omega_2 u_3 - \Omega_3 u_2 - \int_0^x \sum_{j=1}^v \sum_{k=1}^v \phi'_{3j} \phi'_{3k} q_j \dot{q}_k d\sigma \right) \vec{e}_1 + (v_2 + \Omega_3(x + u_1) - \Omega_1 u_3) \vec{e}_2 + \left(v_3 - \Omega_2(x + u_1) + \Omega_1 u_2 + \sum_{i=1}^v \phi_{3i}(x) \phi'_{3k} \dot{q}_i \right) \vec{e}_3 \quad (34)$$

همچنین با جاگذاری رابطه (28) در رابطه‌ی (21) داریم.

$$N \vec{\Omega}^{dB} = [\Omega_1 c_2 c_3 + \Omega_2 c_2 c_3 - \Omega_3 s_2] \vec{b}_1 + \left[\Omega_1 (s_1 s_2 c_3 - s_3 c_1) + \Omega_2 (s_1 s_2 s_3 + c_3 c_1) + \Omega_3 s_1 c_2 + \sum_{i=1}^v c_1 \phi_{5i}(x) \right] \vec{b}_2 + \left[\Omega_1 (c_1 s_2 c_3 + s_3 s_1) + \Omega_2 (c_1 s_2 s_3 - c_3 s_1) + \Omega_3 c_1 c_2 - \sum_{i=1}^v s_1 \phi_{5i}(x) \right] \vec{b}_3 \quad (35)$$

روابط (34) و (35) بیانگر سرعت خطی و دورانی المان dB بر حسب متغیرهای مختصات تعمیم‌یافته است. با جاگذاری روابط (34) و (35) در رابطه (8) داریم:

$$N \vec{v}_i^{c_{dB}} = \left(- \int_0^x \sum_{j=1}^v \phi'_{3j}(\sigma) \phi'_{3i}(\sigma) q_j d\sigma \right) \vec{e}_1 + \phi_{3i}(x) \vec{e}_3, \quad i = 1, 2, \dots, v \quad (36)$$

$$N \vec{\Omega}_i^{dB} = c_1 \phi_{5i}(x) \vec{b}_2 - s_1 \phi_{5i}(x) \vec{b}_3, \quad i = 1, 2, \dots, v \quad (37)$$

شتاب خطی و زاویه‌ای المان dB را می‌توان به صورت زیر بیان کرد.

$$N \vec{\alpha}^{c_{dB}} = \frac{\partial N \vec{v}^{c_{dB}}}{\partial t}, \quad N \vec{\alpha}^{dB} = \frac{\partial N \vec{\Omega}^{c_{dB}}}{\partial t} \quad (38)$$

بدین ترتیب تمام پارامترهای مورد استفاده در نیروهای لختی تعمیم‌یافته را با روابط (34-38) بیان کردیم. حال باید نیروهای فعال تعمیم‌یافته را بیابیم.

2-2- نیروهای فعال تعمیم‌یافته

نیروهای فعال تعمیم‌یافته را می‌توان به دو دسته نیروهای فعال تعمیم‌یافته داخلی F_i^i و نیروهای فعال تعمیم‌یافته خارجی F_i^o دسته‌بندی کرد.

$$F_i = F_i^i + F_i^o \quad (39)$$

تنها نیروی خارجی وارد بر ورق نیروی وزن آن است که با در نظر گرفتن آن از رابطه (4) نیروهای فعال تعمیم‌یافته به صورت زیر قابل محاسبه‌اند.

$$F_i^o = \int_0^L N \vec{v}_i^{c_{dB}} \cdot (-\rho g \vec{n}_3) dx, \quad i = 1, 2, \dots, v \quad (40)$$

که در آن g شتاب گرانش است. با کوچک در نظر گرفتن حرکات ورق رابطه (40) به صورت زیر قابل بیان است.

¹ Kronecker Delta

انعطاف‌پذیر در نظر گرفته شده‌اند. از این‌رو امکان بررسی ارتعاشات آن‌ها در آدامز میسر است. شکل 3 تصویری از ربات مورد نظر را در نرم‌افزار آدامز نشان می‌دهد. در این سیستم صفحه خورشیدی با مشخصات بیان شده در جدول 1، به بدنه ربات به‌صورت گیردار متصل است. در این قسمت، از حرکت چرخ‌های ربات صرف‌نظر کرده‌ایم و با توجه به اختیاراتی که شبیه‌سازی در اختیار ما قرار می‌دهد، شتاب را مستقیماً به بدنه ربات اعمال کرده‌ایم. در نتیجه بدنه ربات به‌صورت یک جسم صلب دارای شش درجه آزادی در نظر گرفته شده است. شکل 4 شتاب اعمالی به بدنه ربات را نشان می‌دهد. اعمال این شتاب به جسم موجب می‌شود تا در ورق ارتعاش به وجود آید. شکل 5 جابه‌جایی نقطه B انتهای ورق را در جهت \vec{e}_3 نشان می‌دهد. لازم به ذکر است در استفاده از معادلات به دست آمده، چهار شکل مود اول مورد بررسی قرار گرفته است یعنی v برابر با چهار است. همان‌طور که در شکل مشخص است روش ارائه شده به خوبی قادر به تعیین مقدار جابه‌جایی صفحه خورشیدی است.

یکی از نتایج مهمی که از حل معادله (53) به دست می‌آید آن است که ارتعاش عرضی تیر بیشتر ناشی از مود اول ارتعاشی است. شکل 6 نمودار تغییرات توابع زمانی مختصات تعمیم‌یافته q_i را برای شبیه‌سازی مزبور نشان می‌دهد. همان‌طور که مشخص است مقدار q_1 به مراتب از بقیه بزرگ‌تر است؛ به‌گونه‌ای که می‌توان از ارتعاشات ناشی از سایر مودها صرف نظر کرد.

3- برنامه‌ریزی حرکتی ربات در مسیر ناهموار

در بخش قبل توانستیم معادله دینامیکی حاکم بر صفحات خورشیدی را به دست آوریم. در این بخش به دنبال آن هستیم تا با استفاده از این معادله روشی برای برنامه‌ریزی حرکتی ربات جهت کاهش ارتعاشات ارائه دهیم.

معادله (53) دینامیک سیستم را نشان می‌دهد. در این رابطه ارتعاش کلی ورق به‌صورت مجموعی از ارتعاش v مود اول در نظر گرفته شده است. همان‌طور که در بخش قبل نشان داده شد؛ دامنه ارتعاشات ناشی از مود اول

جدول 1 مشخصات فیزیکی و مکانیکی صفحات خورشیدی

Table 1 Physical and mechanical properties of solar panels	
مقدار (واحد)	مشخصات فیزیکی و مکانیکی
$\left(\frac{kg}{m^3}\right) 2711$	چگالی
$(GPa) 71.7$	مدول الاستیسیته
$(GPa) 26.9$	مدول برشی
0.333	ضریب پواسون
$(m) 2.4 \times 0.6 \times 0.18$	ابعاد ورق

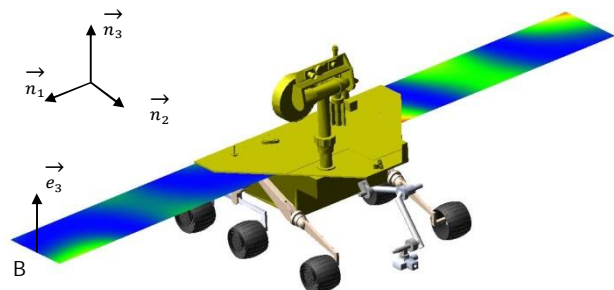


Fig. 3 Wheeled mobile robot with flexible solar panels in Adams

شکل 3 ربات چرخ‌دار مجهز به صفحات خورشیدی منعطف در آدامز

$$F_i^i = \omega_i^2 q_i \quad (52)$$

با جاگذاری نیروهای فعال و لختی تعمیم‌یافته در معادله کین، رابطه حاکم بر دینامیک ورق به شکل ماتریسی زیر قابل بیان است. نکته مورد اهمیت آن است که به دلیل کوچک بودن مقادیر جابه‌جایی ورق معادلات نیرو خطی سازی شده‌اند. این کار ضمن کاهش پیچیدگی معادلات دقت محاسبات را حفظ خواهد کرد.

$$M\ddot{q} + C\dot{q} + Kq = F \quad (53)$$

که در آن M ماتریس جرمی، C ماتریس دمپر ویسکوز و K ماتریس سختی به‌صورت زیر هستند.

$$M_{ij} = W_{33ij} + Y_{55ij}, \quad i, j = 1, 2, \dots, v \quad (54)$$

$$K_{ij} = -(\Omega_1^2 + \Omega_2^2)W_{33ij} - (\Omega_3^2 - \Omega_1^2)Y_{55ij} - (\dot{v}_1 + \Omega_2 v_3 - \Omega_3 v_2)\mu_{ij} + (\Omega_2^2 + \Omega_3^2)\eta_{ij} + H_{ij}, \quad i, j = 1, 2, \dots, v \quad (55)$$

$$F_i = \begin{aligned} & -(\dot{v}_3 + \Omega_1 v_2 - \Omega_2 v_1)\widehat{W}_{3i} \\ & -(\dot{\Omega}_2 + \Omega_3 \Omega_1)\widehat{Y}_{5i} + (\dot{\Omega}_2 - \Omega_3 \Omega_1)\widehat{X}_{3i} \\ & -g\widehat{W}_{3i}, \quad i = 1, 2, \dots, v \end{aligned} \quad (56)$$

که پارامترهای تعریف شده در روابط فوق به شرح زیرند:

$$\begin{aligned} \widehat{W}_{ki} &= \int_0^L \rho \phi_{ki}(x) dx, \quad i = 1, 2, \dots, v; k = 3, 4, 5 \\ \widehat{X}_{ki} &= \int_0^L x \rho \phi_{ki}(x) dx, \quad i = 1, 2, \dots, v; k = 3, 4, 5 \\ \widehat{Y}_{ki} &= \int_0^L \rho I_{22} \phi_{ki}(x) dx, \quad i = 1, 2, \dots, v; k = 5 \\ \widehat{Z}_{ki} &= \int_0^L \rho \phi_{ki} I_{33}(x) dx, \quad i = 1, 2, \dots, v; k = 5 \end{aligned} \quad (57)$$

$$\begin{aligned} W_{klij} &= \int_0^L \rho \phi_{ki}(x) \phi_{lj}(x) dx, \quad i, j = 1, 2, \dots, v; k, l = 3, 5 \\ X_{klij} &= \int_0^L x \rho \phi_{ki}(x) \phi_{lj}(x) dx, \quad i, j = 1, 2, \dots, v; k, l = 3, 5 \\ Y_{klij} &= \int_0^L \rho I_{22} \phi_{ki}(x) \phi_{lj}(x) dx, \quad i, j = 1, 2, \dots, v; k, l = 5 \\ Z_{klij} &= \int_0^L \rho I_{33} \phi_{ki}(x) \phi_{lj}(x) dx, \quad i, j = 1, 2, \dots, v; k, l = 5 \end{aligned} \quad (58)$$

$$\begin{aligned} \mu_{ij} &= \int_0^L \rho \int_0^x \phi_{3i}(\sigma) \phi_{3j}(\sigma) d\sigma dx, \quad i, j = 1, 2, \dots, v \\ \eta_{ij} &= \int_0^L \rho x \int_0^x \phi_{3i}(\sigma) \phi_{3j}(\sigma) d\sigma dx, \quad i, j = 1, 2, \dots, v \end{aligned} \quad (59)$$

ماتریس دمپر ویسکوز C ، شامل ضرایبی می‌باشد که اثرات دمپر را بیان می‌کند. یکی از روش‌ها برای محاسبه این ضرایب استفاده از دمپر تناسبی به‌صورت زیر است:

$$C = c_1 M + c_2 K \quad (60)$$

که در آن ضرایب c_1 و c_2 به‌صورت تجربی به دست می‌آیند.

2-3- صحنه‌گذاری روابط دینامیکی

برای راستی آزمایی معادلات به دست آمده در بخش قبل، از مقایسه نتایج حاصل از این معادلات و نتایج به دست آمده از نرم‌افزار آدامز بهره می‌گیریم. لازم به ذکر است که صفحات خورشیدی متصل به ربات، به‌صورت

ارتعاشی در سیستم غالب است و این بدان معنا است که می‌توان معادله دینامیک صفحات را با صرف نظر از مودهای ارتعاشی بزرگ‌تر از یک، به‌صورت زیر نمایش داد.

$$M_{11}\ddot{q}_1 + C_{11}\dot{q}_1 + K_{11}q_1 = F_1 \quad (61)$$

در معادله (61) نیروی وارد شده خود تابعی از پارامترهای سینماتیکی ربات است. معادله (56) رابطه بین نیروی وارد بر ورق و سرعت و شتاب بدنه ربات را نشان می‌دهد. در ربات‌های چرخ‌دار سرعت زاویه‌ای بدنه که در اثر حرکت بر مسیر ناهموار ایجاد می‌گردد، غالباً کوچک است. از طرف دیگر به علت ضخامت کم ورق گشتاور لختی سطح مقطع تیر در جهت \vec{e}_2 کوچک و قابل صرف نظر است. با در نظر گرفتن این دو نکته رابطه (61) به‌صورت زیر قابل بازنویسی است.

$$F_1 = -(\dot{v}_3) W_{31} + (\Omega_2) X_{31} - gW_{31} \quad (62)$$

در معادله (62)، نیروی وارد بر صفحات تابع دو متغیر اصلی شتاب خطی و زاویه‌ای بدنه ربات است. اثرات ناشی از هرکدام از این دو متغیر به‌صورت مجزا در شکل 7 نشان داده شده است. جهت کاهش ارتعاشات لازم است تا این دو عامل به‌صورت مناسبی کنترل گردند. در ادامه جهت کاهش این ارتعاشات روشی مبتنی بر برنامه‌ریزی حرکتی ربات ارائه می‌گردد.

3-1- تعیین سرعت ربات در مسیر ناهموار

شتاب خطی و زاویه‌ای بدنه ربات که عامل بروز ارتعاشات در بدنه ربات هستند، در اثر حرکت ربات در مسیر ناهموار ایجاد می‌گردند و تابع سرعت حرکت ربات هستند. در صورت مشخص بودن ناهمواری‌های مسیر امکان کنترل شتاب‌های بدنه با تعیین سرعت حرکت ربات میسر است. تعیین مسیر و مشخص کردن ناهمواری‌های آن از روش‌های متنوعی انجام شده است و ما در اینجا از پرداختن به آن‌ها خودداری کرده و آن‌ها را معلوم فرض می‌کنیم. برای کاهش ارتعاشات باید روشی ارائه گردد تا سرعت ربات را در طول مسیر حرکت آن تعیین کند. روش پیشنهادی برای انجام این امر از مراحل زیر تشکیل شده است:

- 1- تشخیص قسمت‌های هموار و ناهموار در مسیر حرکت ربات.
- 2- تعیین سرعت حرکت ربات در مسیر هموار معادل با حداکثر سرعت ربات.
- 3- استخراج نحوه حرکت بدنه ربات برحسب مسیر حرکت برای قسمت‌های ناهموار.
- 4- محاسبه تغییرات شتاب‌های خطی و دورانی بدنه ربات برحسب سرعت ربات در قسمت‌های ناهموار.
- 5- تعیین سرعت حرکت ربات در مسیر ناهموار با استفاده از رابطه (62) و رابطه به دست آمده در مرحله قبل.

3-2- نحوه حرکت بدنه ربات

پس از مشخص شدن قسمت‌های هموار و ناهموار مسیر لازم است تا در مرحله سوم، وضعیت بدنه ربات در اثر حرکت بر مسیر ناهموار مشخص گردد. برای ربات‌های دارای ساختار حرکتی مفصل‌بندی شده لازم است تا معادله هندسی بین چرخ‌ها، زاویه لینک‌ها و زاویه بدنه مشخص گردد. بدین ترتیب یک دستگاه n معادله و n مجهولی غیرخطی شکل می‌گیرد که در آن n تعداد چرخ‌های ربات است. با حل عددی این دستگاه مقادیر زوایای لینک‌ها و بدنه

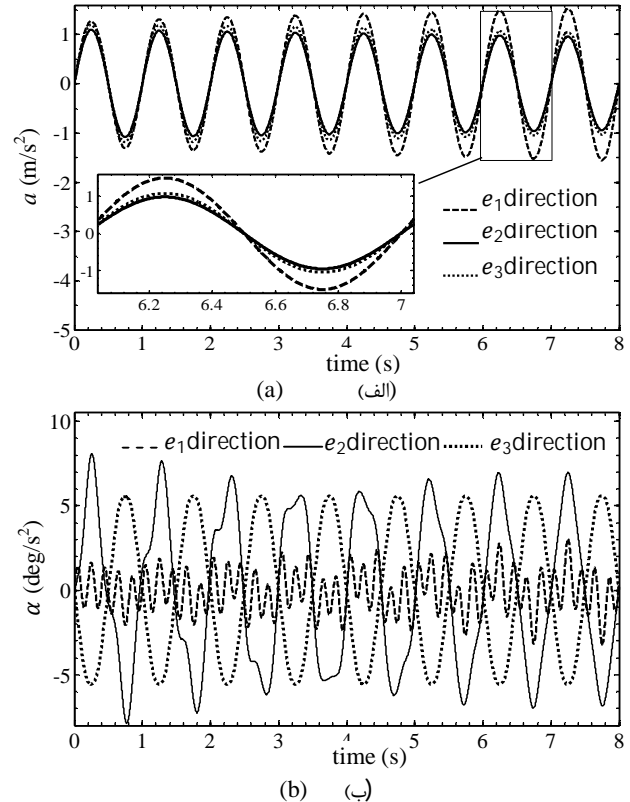


Fig. 4 Robot body acceleration, (a) linear, (b) angular

شکل 4 شتاب اعمالی به بدنه ربات، (الف) خطی و (ب) زاویه‌ای

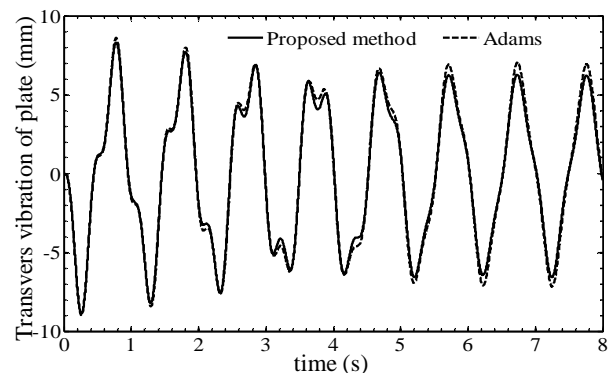


Fig. 5 End point displacement of solar panel along \vec{e}_3 direction

شکل 5 جابه‌جایی نقطه انتهایی صفحه خورشیدی در راستای \vec{e}_3

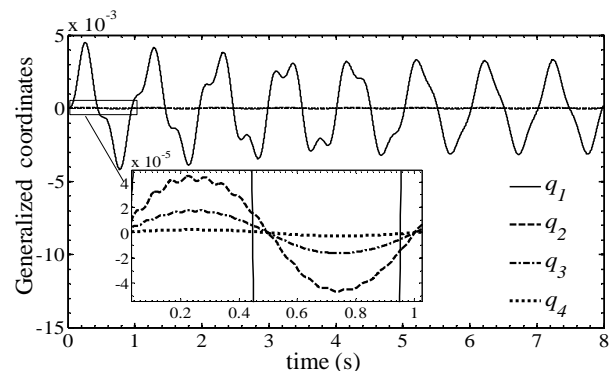


Fig. 6 Simulation results of generalized coordinates q_i

شکل 6 نمودار تغییرات توابع زمانی q_i

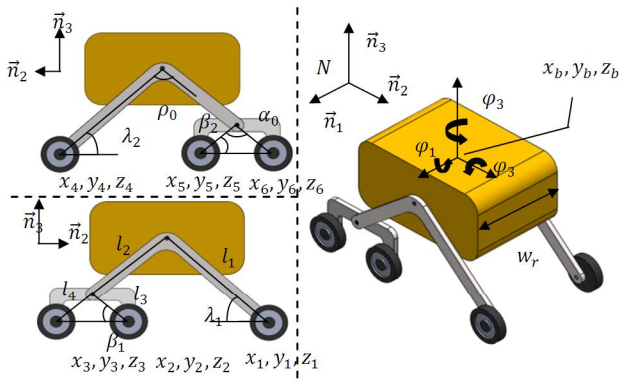


Fig. 8 Schematic of mobile robot model with rocker-bogie mobility system

شکل 8 تصویر نمادین از ربات چرخ‌دار با ساختار حرکتی راکر-بوگی

در دستگاه فوق λ_1^0 مقدار λ_1 است، زمانی که ربات بر سطح صاف حرکت می‌کند. سایر پارامترهای استفاده شده در روابط فوق، در شکل 8 نشان داده شده است. با حل دستگاه معادلات به دست آمده به ازای مقادیر مختلف ورودی، وضعیت بدنه ربات در طول حرکت در مسیر ناهموار مشخص می‌گردد. به علت غیرخطی بودن معادلات فوق و همچنین تغییرات غیر پیوسته سطح زمین، حل عددی معادلات در بسیاری از موارد با مشکل مواجه می‌شود.

روش جایگزینی که برای حل معادلات فوق پیشنهاد می‌شود، شکستن معادلات به دو دسته است. بر اساس این روش در ابتدا با توجه به مشخصات سطح مقدار زاویه φ_2 حدس زده می‌شود. با استفاده از این مقدار حدس زده شده می‌توان z_2 را از معادله (63-ب) و β_1 را از معادله (63-ج) به دست آورد. با جاگذاری این مقادیر در معادله (63-د) می‌توان مقدار λ_1 را نیز به دست آورد. همین عملیات را برای سمت دیگر ربات نیز می‌توان انجام داد. در نهایت مقدار φ_2 بر اساس مقادیر به دست آمده اصلاح خواهد شد؛ و این روند تا یافتن پاسخی با مقدار خطای قابل قبول ادامه می‌یابد. نتایجی که از مرجع [27] به دست آمده است نشانگر آن است که این روش بسیار مؤثر بوده و با ده تکرار به جواب منتهی می‌گردد.

3-3- تخصیص سرعت مجاز در ناهمواری‌ها

در بخش قبل، نحوه تغییرات وضعیت بدنه ربات را برای حرکت در یک مسیر مشخص، محاسبه کردیم. حال به دنبال آن هستیم تا سرعت ربات را برای پیمودن این مسیر مشخص سازیم. داده‌های به دست آمده از معادلات بخش قبل نحوه تغییرات حرکت بدنه ربات در اثر عبور از ناهمواری را نشان می‌دهند. این داده‌ها را با استفاده از برازش منحنی سری فوریه می‌توان به صورت زیر بیان کرد.

$$\varphi_2 = a_0^* + \sum_{n=1}^{\infty} a_n^* \cos\left(\frac{n\pi x}{x_0}\right) + b_n^* \sin\left(\frac{n\pi x}{x_0}\right) \quad (64\text{-الف})$$

$$y_b = c_0^* + \sum_{n=1}^{\infty} c_n^* \cos\left(\frac{n\pi x}{x_0}\right) + d_n^* \sin\left(\frac{n\pi x}{x_0}\right) \quad (64\text{-ب})$$

که در آن x_0 طول ناهمواری و x مؤلفه مسیر ربات در راستای \vec{n}_2 است. با دو بار مشتق‌گیری از روابط (64) برحسب زمان می‌توان رابطه شتاب خطی و دورانی برحسب مسیر حرکت ربات را به صورت زیر محاسبه کرد.

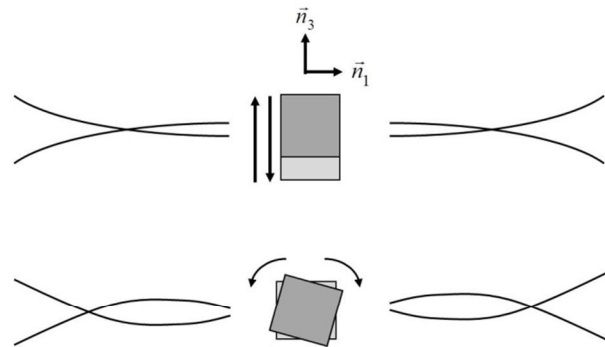


Fig. 7 Effects of body acceleration on vibration of solar panels

شکل 7 اثرات شتاب بدنه بر ارتعاش صفحات خورشیدی

ربات مشخص می‌گردد. در ادامه مراحل انجام این روش برای ربات شش چرخ مجهز به ساختار حرکتی راکر-بوگی¹ (شکل 8) تشریح خواهد شد. این ساختار یکی از پیچیده‌ترین و پرکاربردترین ساختارهای حرکتی در ربات‌های چرخ‌دار است و بدیهی است که برای سایر ساختارها نیز این کار به طریق مشابه قابل انجام است.

در یک ربات با ساختار حرکتی راکر-بوگی مطابق شکل 8 وضعیت بدنه و سیستم حرکتی با دانستن ده پارامتر زیر کاملاً مشخص خواهد بود.

- موقعیت بدنه ربات در دستگاه مرجع (X_b, Y_b, Z_b) : N
- جهت‌گیری بدنه ربات در دستگاه مرجع $(\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3)$: N
- زوایای راکر و بوگی راست و چپ: $(\lambda_r, \lambda_l, \beta_r, \beta_l)$

برای استخراج این پارامترها از یک روش هندسی استفاده می‌شود [27]. در این روش فرض شده است که هندسه سطح و مسیر حرکت ربات کاملاً معلوم است؛ لذا موقعیت یکی از چرخ‌ها مثل چرخ دوم (x_2, y_2) و زاویه φ_3 به عنوان ورودی به ربات در نظر گرفته می‌شوند و مقدار آن‌ها معلوم است. با مشخص بودن معادله سطح زمین می‌توان موقعیت مابقی چرخ‌های ربات را به ازای این ورودی‌ها به سادگی محاسبه کرد. با حل عددی دستگاه معادلات غیرخطی زیر می‌توان از ده پارامتر لازم جهت تعیین وضعیت ربات، هفت پارامتر $\beta_1, \lambda_1, \varphi_2, \varphi_1, \beta_2$ را یافت. با انجام این کار، یافتن سه پارامتر دیگر یعنی z_b, y_b, x_b کار ساده‌ای خواهد بود.

$$\varphi_1 = (\lambda_1 + \lambda_2)/2 - \lambda_1^0 \quad (63\text{-الف})$$

$$z_2 = z_{\text{center},2} \quad (63\text{-ب})$$

$$z_2 - z_3 = \cos(\varphi_2)[l_3 \sin(\beta_1) - l_4 \sin(\beta_1 + \rho_0)] \quad (63\text{-ج})$$

$$z_2 - z_1 = \cos(\varphi_2)[l_3 \sin(\beta_1) + l_2 \sin(\lambda_1 + \alpha_0) - l_1 \sin(\lambda_1)] \quad (63\text{-د})$$

$$z_2 - z_4 = \cos(\varphi_2)[l_3 \sin(\beta_1) + l_2 \sin(\lambda_1 + \alpha_0) - l_1 \sin(\lambda_2)] + w_r \sin(\varphi_2) \quad (63\text{-ه})$$

$$z_2 - z_5 = \cos(\varphi_2)[l_3 \sin(\beta_1) + l_2 \sin(\lambda_1 + \alpha_0) - l_2 \sin(\lambda_2 + \alpha_0) - l_3 \sin(\beta_2)] + w_r \sin(\varphi_2) \quad (63\text{-و})$$

$$z_2 - z_6 = \cos(\varphi_2)[l_3 \sin(\beta_1) + l_2 \sin(\lambda_1 + \alpha_0) - l_2 \sin(\lambda_2 + \alpha_0) + l_4 \sin(\beta_2 + \rho_0)] + w \sin(\varphi_2) \quad (63\text{-ز})$$

¹ Rocker-Bogie

ناهمواری‌ها جزو شرایط خطرآفرین محسوب گردند.

شکل 10 نمودار تغییرات وضعیت بدنه ربات را برای حرکت در مسیر مورد نظر نشان می‌دهد. این نمودار از حل معادلات (63) برای مسیر نشان داده شده در شکل 10 به دست آمده است. همان‌طور که در نمودار مشخص است در دو قسمت مقادیر به دست آمده دارای تغییرات زیادی است. این قسمت‌ها مبین ورود ربات در مناطق ناهموار است. جهت برازش نمودار بر قسمت‌های ناهموار از چهار جمله‌ی اول سری فوریه استفاده شده است. البته کاملاً واضح است که افزایش تعداد جملات سری فوریه موجب افزایش دقت برازش نمودار خواهد شد؛ اما این کار به بهای افزایش محاسبات است؛ لذا در اینجا به چهار جمله اول بسنده شده است. این کار دقت کافی و سرعت مناسب را به همراه دارد.

جهت ارزیابی روش پیشنهادی، این روش با حالتی که ربات با سرعت ثابت حرکت کند، مقایسه شده است. شکل 11 نمودار ارتعاشات عرضی نقطه انتهایی صفحه خورشیدی سمت راست ربات را نشان می‌دهد. برای حرکت ربات با سرعت ثابت، دو حالت در نظر گرفته شده است. در حالت اول ربات با حداکثر سرعت حرکت می‌کند، در صورتی که در حالت دوم سرعت ربات در حدی کاهش یافته است که میزان ارتعاشات در مقدار مجاز باقی بماند.

در این پژوهش عدم واماندگی و شکست در صفحات خورشیدی به عنوان معیار تعیین مقدار مجاز ارتعاشات در نظر گرفته شده است. به بیان دیگر مادامی که تنش ایجاد شده در ورق در اثر نوسان از حداکثر تنش مجاز کمتر باشد، دامنه ارتعاشات در محدوده قابل قبول قرار دارد. در صورتی که این مقدار تنش ایجاد شده از حداکثر تنش مجاز بیشتر باشد، صفحات خورشیدی دچار شکست خواهند شد؛ لذا استفاده از تنش حداکثر می‌تواند معیار مناسبی جهت تعیین محدوده مجاز نوسان باشد.

همان‌طور که در شکل 11 مشخص است، چنانچه ربات با حداکثر سرعت خود حرکت کند، میزان ارتعاشات صفحات خورشیدی در اثر عبور از ناهمواری‌ها به شدت افزایش می‌یابد و از حد مجاز تعیین شده برای نوسان صفحات بیشتر خواهد شد؛ اما در روش پیشنهادی این مشکل مرتفع شده است. چنانچه ربات با سرعت کمتر حرکت کند، دامنه ارتعاشات در محدوده

$$\dot{\Omega}_2 = \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n\pi\dot{x}}{x_0} \right) \left[b_n^* \cos\left(\frac{n\pi x}{x_0}\right) - a_n^* \sin\left(\frac{n\pi x}{x_0}\right) \right] - \left(\frac{n\pi\dot{x}}{x_0} \right)^2 \left[a_n^* \cos\left(\frac{n\pi x}{x_0}\right) + b_n^* \sin\left(\frac{n\pi x}{x_0}\right) \right] \quad (65\text{-الف})$$

$$\dot{\nu}_3 = \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n\pi\dot{x}}{x_0} \right) \left[d_n^* \cos\left(\frac{n\pi x}{x_0}\right) - c_n^* \sin\left(\frac{n\pi x}{x_0}\right) \right] - \left(\frac{n\pi\dot{x}}{x_0} \right)^2 \left[c_n^* \cos\left(\frac{n\pi x}{x_0}\right) + d_n^* \sin\left(\frac{n\pi x}{x_0}\right) \right] \quad (65\text{-ب})$$

اگر حرکت ربات در طول ناهمواری را با سرعت ثابت در نظر بگیریم، با جاگذاری روابط (65) در رابطه (62) نیروی وارد بر ورق بر حسب x مسیر حرکت مطابق رابطه زیر به دست می‌آید.

$$F_i = -g \hat{W}_{31} + \left(\frac{n\pi\dot{x}}{x_0} \right)^2 \sum_{n=1}^{\infty} \hat{W}_{31} [a_n^* \cos\left(\frac{n\pi x}{x_0}\right) + b_n^* \sin\left(\frac{n\pi x}{x_0}\right)] - \hat{X}_{31} [c_n^* \cos\left(\frac{n\pi x}{x_0}\right) + d_n^* \sin\left(\frac{n\pi x}{x_0}\right)] \quad (66)$$

$i = 1, 2, \dots, \nu$

با جاگذاری رابطه (66) در رابطه (61) معادله ساده شده دینامیک ورق بر حسب مسیر حرکت ربات به صورت زیر به دست می‌آید.

$$M_{11}\ddot{q}_1 + (G_{11} + C_{11})\dot{q} + K_{11}q = -g\hat{W}_{31} + \left(\frac{n\pi\dot{x}}{x_0} \right)^2 \sum_{n=1}^{\infty} \hat{W}_{31} [a_n^* \cos\left(\frac{n\pi x}{x_0}\right) + b_n^* \sin\left(\frac{n\pi x}{x_0}\right)] - \hat{X}_{31} [c_n^* \cos\left(\frac{n\pi x}{x_0}\right) + d_n^* \sin\left(\frac{n\pi x}{x_0}\right)] \quad (67)$$

دامنه ارتعاشات سیستم ارتعاشی فوق با مقدار نیرو رابطه مستقیم دارد، [26]. بدین ترتیب می‌توان با تقریب مناسبی بیان کرد که دامنه ارتعاشات با مجذور سرعت رابطه مستقیم و با مجذور طول ناهمواری رابطه معکوس دارد. هنگام عبور ربات از ناهمواری‌های مختلف، مقادیر a_n^* ، b_n^* ، c_n^* و d_n^* تغییر می‌کنند. در این شرایط سرعت \dot{x} باید به گونه‌ای تعیین گردد که با تغییر این پارامترها دامنه ارتعاشات در حد مجاز باقی بماند. برای انجام این امر، رابطه زیر را که برای نیروی وارد بر ورق صادق است، در نظر می‌گیریم.

$$F_1 \leq -g\hat{W}_{31} + \left(\frac{n\pi\dot{x}}{x_0} \right)^2 \sum_{n=1}^{\infty} \hat{W}_{31} [a_n^* + b_n^*] + \hat{X}_{31} [c_n^* + d_n^*] \quad (68)$$

رابطه فوق حداکثر نیروی وارد بر ورق را در طول ناهمواری نشان می‌دهد. حال اگر این نیروی حداکثر را برابر با حداکثر نیروی مجاز F_a قرار دهیم، مقدار سرعت ربات مشخص می‌گردد یعنی:

$$\dot{x} = \left(\frac{F_a}{\left(\frac{n\pi}{x_0} \right)^2 \sum_{n=1}^{\infty} \hat{W}_{31} [a_n^* + b_n^*] + \hat{X}_{31} [c_n^* + d_n^*]} \right)^{1/2} \quad (69)$$

بدین ترتیب سرعت حرکت ربات در ناهمواری‌ها نیز مشخص می‌گردد.

4- تحلیل نتایج شبیه‌سازی

مسیری که برای حرکت ربات در نظر گرفته شده است در شکل 9 نشان داده شده است. سطح زمین در حالت کلی هموار است و دو ناهمواری به صورت مقطعی در آن موجود است. ربات با حرکت در مسیر غیرمستقیم x

ود از این ناهمواری‌ها عبور خواهد کرد. لازم به ذکر است که ارتفاع ناهمواری‌ها از شعاع چرخ ربات بیشتر است که این امر باعث می‌گردد تا این

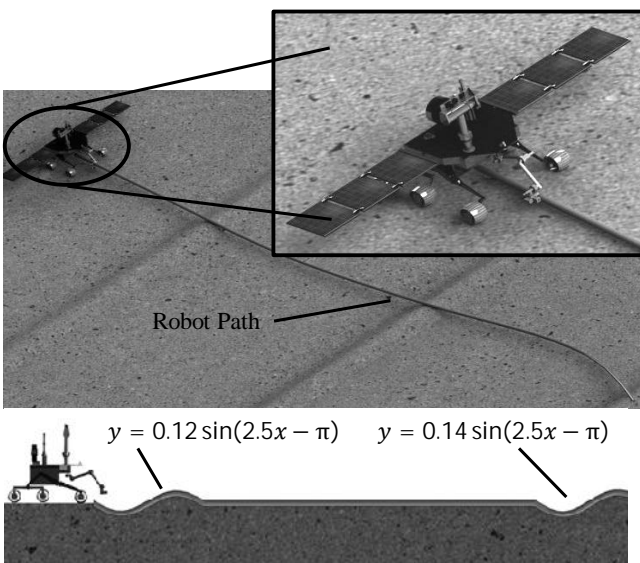


Fig. 9 Path of robot in rough terrain

شکل 9 مسیر حرکت ربات بر سطح ناهموار

است. جدول 2 مقادیر سرعت ربات و حداکثر دامنه نوسان صفحات خورشیدی را برای سه حالت در نظر گرفته شده برای تعیین سرعت ربات نشان می‌دهد. در حالت اول اگرچه سرعت حرکت ربات زیادتر از سایر حالت‌ها است، اما دامنه ارتعاشات از حد مجاز بیشتر است. در حالت سوم نیز اگرچه دامنه ارتعاشات در حد مطلوب است، اما سرعت حرکت ربات بسیار کم است. در روش پیشنهادی ضمن حفظ دامنه ارتعاشات در محدوده مطلوب، سرعت حرکت ربات نزدیک به سرعت مطلوب باقی‌مانده است. این مطلب نشانگر کارایی روش پیشنهادی است. البته لازم به ذکر است که چنانچه سرعت به دست آمده از این روش با سرعت مجاز تعیین شده از نقطه نظرهای طراحی قطعات ربات و نیز مدت زمان انجام وظیفه مطابقت نداشته باشد، لازم است تا سرعت ربات به گونه‌ای در نظر گرفته شود که در مأموریت ربات مشکلی ایجاد نکند.

5- نتیجه‌گیری

صفحات خورشیدی یکی از ابزارهای جهت تأمین تمام یا بخشی از انرژی مورد نیاز ربات‌های چرخ‌دار فضای باز می‌باشند. ابعاد بزرگ و وزن کم این صفحات سبب می‌گردد تا در هنگام حرکت ربات در مسیر ناهموار ارتعاشاتی

جدول 2 مقادیر حداکثر نوسان و سرعت متوسط ربات

Table 2 Maximum displacement of solar panels and average		
سرعت متوسط ربات (m/s)	حداکثر جابه‌جایی صفحات خورشیدی (mm)	روش کنترل سرعت
3.04	160	سرعت ثابت $v = 3 \left(\frac{m}{s}\right)$
2.54	115	روش پیشنهادی
1.24	118	سرعت ثابت $v = 1.2 \left(\frac{m}{s}\right)$

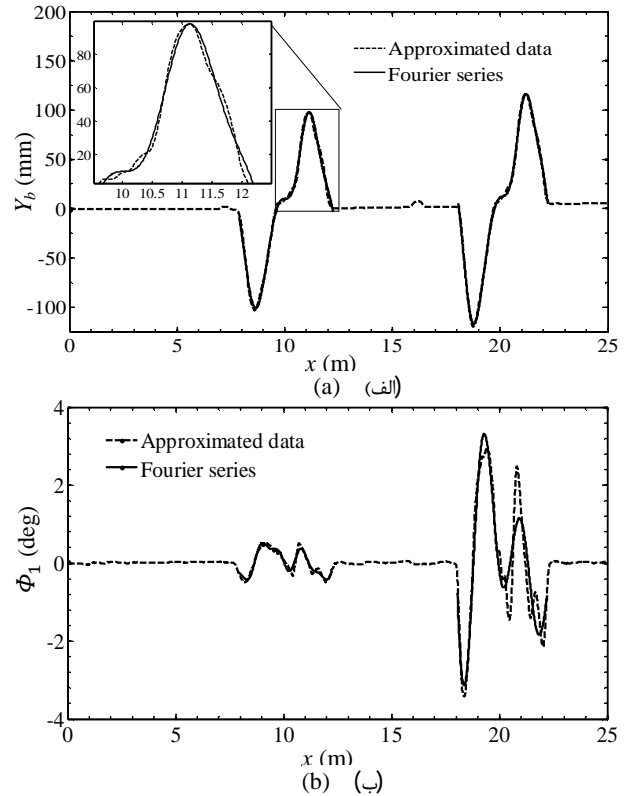


Fig. 10 Robot body, (a) vertical displacement, (b) roll
شکل 10 وضعیت بدنه ربات (الف) جابه‌جایی عمودی، (ب) چرخش.

مجاز باقی می‌ماند؛ اما کمترین حداکثر دامنه ارتعاشات برای حالت سرعت ثابت بیش از حداکثر دامنه ارتعاشات برای حرکت ربات با روش پیشنهادی

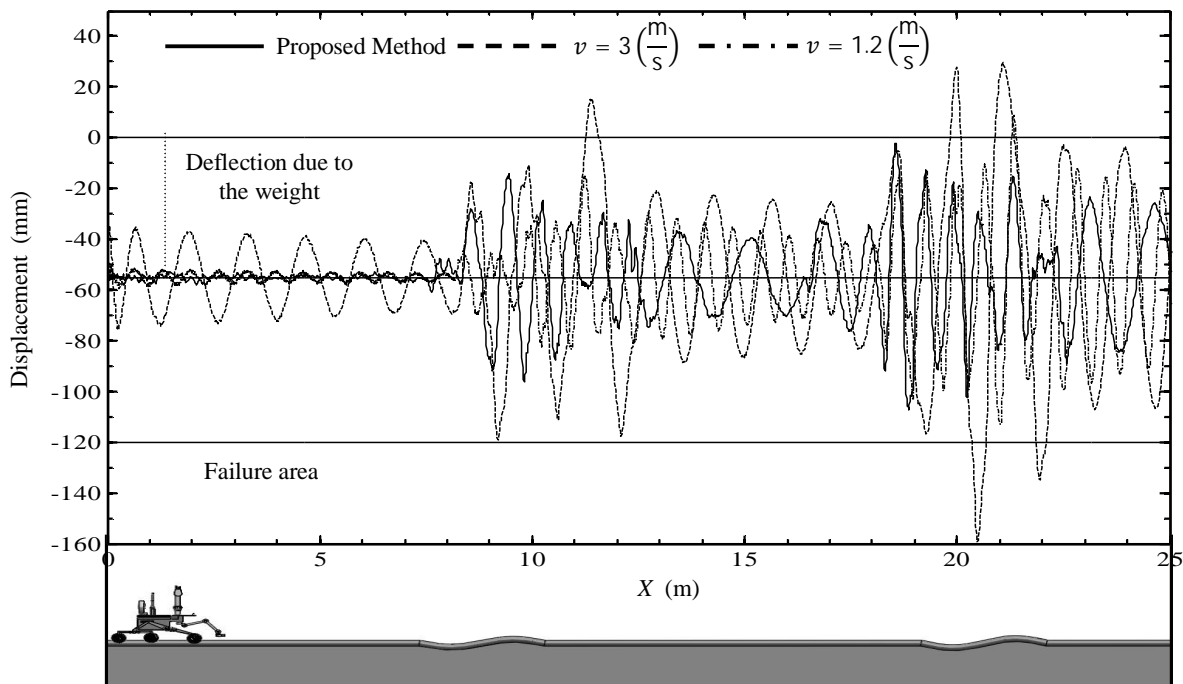


Fig. 11 End-Point displacement of right solar panel

شکل 11 ارتعاشات عرضی نقطه انتهایی صفحه خورشیدی سمت راست ربات

S	کشیدگی در تیر
\vec{u}_i	جابه‌جایی در جهت \vec{u}_i
\vec{v}	سرعت خطی بدنه ربات
\vec{v}_{rigid}	سرعت ناشی از حرکت صلب
\vec{v}_{flex}	سرعت ناشی از حرکت منعطف
x_0	طول ناهموار
X_b	موقعیت بدنه در دستگاه مرجع در راستای \vec{e}_1
Y_b	موقعیت بدنه در دستگاه مرجع در راستای \vec{e}_2
Z_b	موقعیت بدنه در دستگاه مرجع در راستای \vec{e}_3
علایم یونانی	
$\vec{\alpha}$	شتاب زاویه‌ای بدنه ربات
θ_i	جابه‌جایی دورانی در جهت \vec{u}_i
ν	شمارنده شکل مودها
ρ_L	چگالی جرمی بر واحد طول
ϕ_{ij}	توابع شکل مود
φ_1	موقعیت بدنه در دستگاه مرجع در راستای \vec{e}_1
φ_2	موقعیت بدنه در دستگاه مرجع در راستای \vec{e}_2
φ_3	موقعیت بدنه در دستگاه مرجع در راستای \vec{e}_3
ω_ν	فرکانس طبیعی ν ام
$\vec{\Omega}$	سرعت زاویه‌ای بدنه ربات

در صفحات ایجاد گردد که می‌توانند موجب آسیب رساندن به سیستم گردد. در این پژوهش روش نوینی جهت برنامه‌ریزی حرکتی ربات‌های چرخ‌دار ارائه شده است که موجب کاهش ارتعاشات در صفحات خورشیدی متصل به ربات می‌گردد. در این روش سرعت حرکت ربات در طول مسیر حرکت آن به گونه‌ای تعیین می‌گردد که امکان کاهش ارتعاشات صفحات فراهم گردد. با استفاده از این روش دیگر نیازی به افزودن سیستم جداگانه‌ای جهت کنترل ارتعاشات صفحات نیست. برای دستیابی به این روش نخست دینامیک ورق متصل به جسم متحرک بر اساس روش کین استخراج گردیده است و عوامل اصلی بروز ارتعاشات در صفحات شناسایی شده است؛ سپس چگونگی تغییرات این عوامل در اثر حرکت ربات در مسیر از پیش تعیین شده، با استفاده از روابط هندسی تخمین زده شده است. با دانستن نحوه تغییرات عوامل بروز ارتعاشات در طول مسیر، سرعت حرکت ربات به گونه‌ای معین می‌گردد که دامنه ارتعاشات در حد مجاز باقی بماند.

مدل پیشنهاد شده برای یک ربات شش چرخ مجهز به ساختار حرکتی راکر-بوگی که دارای صفحات خورشیدی است، شبیه‌سازی شده است. نتایج به دست آمده نشان می‌دهد که روش پیشنهاد شده قادر است تا سطح ارتعاشات را به مقادیر مجاز کاهش دهد درحالی‌که کاهش قابل توجهی در سرعت حرکت ربات اتفاق نمی‌افتد.

6- فهرست علایم

7- مراجع

- [1] M. P. Schoen, R. C. Hoover, S. Chinvararat, G. M. Schoen, System identification and robust controller design using genetic algorithms for flexible space structures, *Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control*, Vol. 131, No. 3, pp. 031003, 2009.
- [2] M. J. Spenko, K. D. Iagnemma, S. Dubowsky, High-speed hazard avoidance for mobile robots in rough terrain, *Proceedings of SPIE Conference on Unmanned Ground Vehicle Technology IV*, Orlando, Vol. 4715, pp. 256-266, 2002.
- [3] A. Kelly, A. Stentz, Rough terrain autonomous mobility—part 2: An active vision, predictive control approach, *Autonomous Robots*, Vol. 5, No. 2, pp. 163-198, 1998.
- [4] D. Coombs, K. Murphy, A. Lacaze, S. Legowik, Driving autonomously off-road up to 35 km/h, *Proceedings of the IEEE Intelligent Vehicles Symposium*, Dearborn, MI: IEEE, pp. 186-191.
- [5] D. Golda, K. Iagnemma, S. Dubowsky, Probabilistic modeling and analysis of high-speed rough-terrain mobile robots, *Proceeding of ICRA04, 2004 IEEE International Conference on Robotics and Automation*, New Orleans, LA, USA: IEEE, Vol. 1, pp. 914-919, 2004.
- [6] T. Kane, R. Ryan, A. Banerjee, Dynamics of a cantilever beam attached to a moving base, *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, Vol. 10, No. 2, pp. 139-151, 1987.
- [7] H. Yoo, S. Shin, Vibration analysis of rotating cantilever beams, *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 212, No. 5, pp. 807-828, 1998.
- [8] W. J. Haering, R. Ryan, R. Scott, A new flexible body dynamic formulation for beam structures undergoing large overall motion, *33rd Structures, Structural Dynamics and Materials Conference*, Dallas, TX, USA, pp. 1117-1124, 1993.
- [9] H. P. Lee, Dynamics of an axially extending and rotating cantilever beam including the effect of gravity, *International journal of solids and structures*, Vol. 32, No. 11, pp. 1595-1606, 1995.
- [10] J. Yang, L. Jiang, D. C. Chen, Dynamic modeling and control of a rotating Euler-Bernoulli beam, *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 274, No. 3, pp. 863-875, 2004.
- [11] H. Yoo, C. Pierre, Modal characteristic of a rotating rectangular cantilever plate, *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 259, No. 1, pp. 81-96, 2003.
- [12] J. Sun, L. Kari, I. L. Arteaga, A dynamic rotating blade model at an arbitrary stagger angle based on classical plate theory and the Hamilton's principle, *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 332, No. 5, pp. 1355-1371, 2013.

\vec{a}	شتاب خطی بدنه ربات
A	سطح مقطع تیر
B	دستگاه متصل به المان dB
c_1, c_2	ضرایب ثابت
C	ماتریس دمپر ویسکوز
E	دستگاه متصل به بدنه ربات
f_i	نیروی وارد بر جسم \vec{u}_i
F_i	نیروی فعال تعمیم‌یافته \vec{u}_i
F_i^i	نیروی فعال تعمیم‌یافته داخلی \vec{u}_i
F_i^O	نیروی فعال تعمیم‌یافته خارجی \vec{u}_i
F_i^*	نیروی لختی تعمیم‌یافته \vec{u}_i
g	شتاب گرانش
I_2	گشتاور لختی سطح مقطع تیر در جهت \vec{e}_2
I_3	گشتاور لختی سطح مقطع تیر در جهت \vec{e}_3
\vec{I}_f	گشتاور لختی جسم \vec{u}_i
\vec{I}	لختی مرکزی دوتایی
K	ماتریس سختی
K_0	ماتریس سختی تعمیم‌یافته
l	فاصله بین دو چرخ
L	طول تیر
m_i	جرم جسم \vec{u}_i
M_i	گشتاور وارد بر جسم \vec{u}_i
M	ماتریس جرمی
M_0	ماتریس جرمی تعمیم‌یافته
N	دستگاه مرجع
O	یک نقطه از بدنه ربات
q_i	مختصات تعمیم‌یافته \vec{u}_i
\vec{Q}	بردار شکل مود
Q	ماتریس شکل مود
E^{RB}	ماتریس دوران از دستگاه B به دستگاه E

- [20] A. Khoshnood, H. M. Maryamnegari, Dynamics modeling and active vibration control of a satellite with flexible solar panels, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 14, No. 16, pp. 57-66, 2015, (in Persian فارسی).
- [21] P. Zarafshan, S. Moosavian, Adaptive hybrid suppression control of a wheeled mobile robot with flexible solar panels, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 18, No. 5, pp. 130-143, 2013, (in Persian فارسی).
- [22] K. W. Lee, S. N. Singh, L1 adaptive control of flexible spacecraft despite disturbances, *Acta Astronautica*, Vol. 80, pp. 24-35, 2012.
- [23] Z. Wang, Y. Jia, S. Xu, L. Tang, Active vibration suppression in flexible spacecraft with optical measurement, *Aerospace Science and Technology*, Vol. 55, pp. 49-56, 2016.
- [24] T. R. Kane, D. A. Levinson, *Dynamics, theory and applications*, pp. 24-56, New York: McGraw Hill, 1985.
- [25] J. J. Craig, *Introduction to robotics: Mechanics and control*, Second Edition, pp. 113-144, Boston: Addison-Wesley, 1989.
- [26] S. S. Rao, F. F. Yap, *Mechanical vibrations*, 5th Edition, pp. 699-870, New York: Addison-Wesley, 2011.
- [27] S. Farritor, H. Hacot, S. Dubowsky. Physics-based planning for planetary exploration, *Proceedings of 1998 IEEE International Conference on Robotics and Automation*, Leuven: IEEE, Vol. 1, pp. 278-283, 1998.
- [13] J. Zhao, Q. Tian, H. Hu, Modal analysis of a rotating thin plate via absolute nodal coordinate formulation, *Journal of Computational and Nonlinear Dynamics*, Vol. 6, No. 4, pp. 041013, 2011.
- [14] G. Songa, V. Sethib, H.-N. Lic, Vibration control of civil structures using piezoceramic smart materials: A review, *Engineering Structures*, Vol. 28, No. 11, pp. 1513-1524, 2006.
- [15] T. C. Anthony, B. Wie, S. Carroll, Pulse-modulated control synthesis for a flexible spacecraft, *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, Vol. 13, No. 6, pp. 1014-1022, 1990.
- [16] G. Song, B. N. Agrawal, Vibration suppression of flexible spacecraft during attitude control, *Acta Astronautica*, Vol. 49, No. 2, pp. 73-83, 2001.
- [17] F. Matsuno, M. Hatayama, H. Senda, T. Ishibe, Y. Sakawa, Modeling and control of a flexible solar array paddle as a clamped-free-free-free rectangular plate, *Automatica*, Vol. 32, No. 1, pp. 49-58, 1996.
- [18] A. K. Banerjee, N. Pedreiro, W. E. Singhose, Vibration reduction for flexible spacecraft following momentum dumping with/without slewing, *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, Vol. 24, No. 3, pp. 417-427, 2001.
- [19] M. Allen, F. Bernelli-Zazzera, R. Scattolini, Sliding mode control of a large flexible space structure, *Control engineering practice*, Vol. 8, No. 8, pp. 861-871, 2000.