مجله مهندسی مکانیک مدرس، فروردین 1397، دوره 18، شماره 01، ص‌ص 219-230

ماهنامه علمی پژوهشی

مهندسی مکانیک مدرس

mme.modares.ac.ir

طراحی و شبیه‌سازی کنترل‌کننده مود لغزشی ترمینالی پسگام غیرتکین و فیلتر کالمن توسعه‌یافته برای سیستم نامعین کوادروتور

جواد فرجی[1]، مهدی طالع ماسوله[2*]، مصطفی ساکت[3]، مجتبی رادسرشت[4]

1- دانشجوی دکترا، مهندسی مکانیک، دانشگاه تبریز، تبریز
2- استادیار، هوش ماشین و رباتیک، دانشگاه تهران، تهران
3- دانشجوی دکترا، مهندسی هوافضا، دانشگاه آزاد اسلامی، واحد علوم تحقیقات، تهران
4- کارشناس ارشد، جغرافیا و آب و هواشناسی، هواپیمایی ناجا، تهران
* تهران، صندوق پستی 143951374، m.t.masouleh@ut.ac.ir

اطلاعات مقاله

مقاله پژوهشی کامل
دریافت: 20 آبان 1396
پذیرش: 26 آذر 1396
ارائه در سایت: 15 دی 1396

کلید واژگان:
کنترل‌کننده مود لغزشی ترمینالی غیرتکین
پسگام
فیلتر کالمن توسعه‌یافته
کوادروتور

چکیده

در این مقاله از روش مود لغزشی ترمینالی پسگام غیر تکین برای کنترل حرکت پرنده بدون سرنشین (کوادروتور) استفاده می‌شود. در مرحله اول معادلات دینامیکی حاکم بر کوادروتور با در نظر گرفتن همه پارامترهای مؤثر به‌دست‌آمده‌اند. هدف کنترل‌کننده دستیابی به ردیابی مناسب از موقعیت‌های مطلوب (x، y، z) و زاویه یاو (ψ) و همچنین حفظ پایداری زوایای رول و پیچ به‌رغم وجود اغتشاشات خارجی محدود می‌باشد. به دلیل نیاز به اطلاعات کامل از حالت‌های سیستم، در عمل استفاده از روش‌های کنترلی ممکن است محدود شود. حتی اگر تمام حالت‌های سیستم در دسترس باشد آن‌ها دارای نویز هستند، همچنین استفاده زیاد از سنسورها برای اندازه‌گیری حالات، کل سیستم را در اجرا پیچیده و گران می‌کند. لذا برای این منظور از فیلتر کالمن توسعه‌یافته به‌عنوان رؤیت‌گر استفاده شده است. فیلتر کالمن توسعه‌یافته در ساختار کنترلی به‌عنوان رؤیت‌گر حالت‌های سیستم و برای حذف نویز در این حالت‌ها به کار می‌رود. به همین علت استفاده هم‌زمان از کنترل‌کننده–رؤیت‌گر برای کنترل و تخمین حالت‌های کوادروتور پیشنهاد شده است. روش طراحی بر پایه پایداری لیاپانوف استوار بوده و نتایج شبیه‌سازی نشان‌دهنده‌ی عملکرد و مقاوم بودن خوب رؤیت گر–کنترل‌کننده است.

Design and simulation of a non-singular backstepping-based terminal sliding mode control and extended Kalman filter for uncertain quadrotor system

Javad Faraji[1], Mehdi Tale Masouleh[2*], Mostafa Saket[3], Mojtaba Radseresht[4]

1- Faculty of Mechanical Engineering, University of Tabriz, Tabriz, Iran
2- School of Electrical and Computer Engineering, University of Tehran, Tehran, Iran
3- Department of Mechanical and Aerospace Engineering, Science and Research Branch, Islamic Azad University, Tehran, Iran
3- NAJA Airplanes Research Center, Tehran, Iran
* P.O.B. 143951374, Tehran, Iran, m.t.masouleh@ut.ac.ir

ARTICLE INFORMATION

Original Research Paper
Received 11 November 2017
Accepted 17 December 2017
Available Online 05 January 2018

Keywords:
Non-Singular Terminal Sliding Mode Control
Backstepping
Extended Kalman Filter
Quadrotor

ABSTRACT

In this paper, the method of non-singular backstepping terminal sliding mode (NSBSM) is used to control the motion of an unmanned aerial vehicle (quadrotor). In the first step, the dynamic equations of quadrotor will be derived by considering all of the effective parameters. The purpose of controller is to achieve proper tracking for desirable positions (x, y, z), yaw angle (ψ), and sustainability of the roll and pitch angles notwithstanding of external disturbances. In practical, due to the need for complete information about system states, the usage of controlling methods may be limited. Noise is an indispensable part even all the states of system be available. It should be noticed that usage of a large number of sensors in order to measure states, cause the whole system to be complex and expensive in practical. For this purpose, the Extended Kalman Filter (EKF) has been used as an observer. The EKF in the control structure is used as observer states of the system and noise reduction in these modes. Therefore, simultaneous use of the controller-observer is suggested for controlling and estimating quadrotor states. The design method is based on the stability of Lyapunov and also the simulation results show the good performance and robustness of the observer-controller.

1- مقدمه

در سال‌های اخیر مطالعات بسیاری در زمینهٔ هواپیماهای بدون سرنشین که به ابزار کنترل خودکار تجهیز شده‌اند، صورت گرفته است که نام پرنده‌های بدون سرنشین[1] را به خود گرفته‌اند. پرنده‌های بدون سرنشین در مأموریت‌هایی که در محیط خطرناک، کثیف و تاریک‌اند، عملکرد بهتری نسبت به هواپیماهای سرنشین دار دارند. کوادروتور یک نمونه از همین پرنده-

[1] Unmanned Aerial Vehicle

Please cite this article using:

برای ارجاع به این مقاله از عبارت ذیل استفاده نمایید:

J. Faraji, M. Tale Masouleh, M. Saket, M. Radseresht, Design and simulation of a non-singular backstepping-based terminal sliding mode control and extended Kalman filter for uncertain quadrotor system, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 18, No. 01, pp. 219-230, 2018 (in Persian)

[DOR: 20.1001.1.10275940.1397.18.1.33.0]

های بدون سرنشین است. کوادروتور در زمره‌ی سامانه‌های زیرکنشی[1] دسته-بندی می‌شود، چراکه تنها چهار روتور برای کنترل 6 درجه آزادی آن موجود است. این چهار روتور تنها می‌توانند به‌طور مستقیم سه زاویه به همراه ارتفاع کوادروتور (z) را کنترل نمایند؛ اما دو درجه آزادی دیگر یعنی x و y کوپل هستند، به این معنی که به‌طور مستقیم به زوایای کوادروتور (چهار درجه آزادی دیگر) وابسته‌اند. در چند سال اخیر کوادروتور به دلیل ویژگی‌های خاص ازجمله هزینه‌ی کنترلی پایین، قابلیت مانور بالا و سادگی سیستم مکانیکی بسیار مورد توجه قرار گرفته است. این پرنده بدون سرنشین وسیله‌ای با ساختاری صلیبی است که جفت ملخ‌های آن در خلاف جهت یکدیگر می‌چرخند. با این کار اثر ممان اینرسی ایجادشده حذف می‌گردد؛ بنابراین از داشتن ملخ دم بی‌نیاز است. تغییر سرعت روتورها موجب حرکت در جهت‌های افقی می‌شود و کاهش یا افزایش هم‌زمان سرعت آن‌ها حرکت عمودی را ایجاد می‌کند؛ بنابراین تمامی حرکات اساسی با کنترل سرعت ملخ‌ها ایجاد می‌شود. مهم‌ترین مزیت پرنده‌های چند روتوره افزایش مانور پذیری و توانایی حمل بار و قابلیت نشست و برخاست عمودی است. همچنین مهم‌ترین عیب آن‌ها افزایش مصرف انرژی به دلیل افزایش تعداد روتورها است [1]. برای کنترل کوادروتور باید مدل دقیقی از سیستم در دست داشت. نخستین مدل دینامیکی کوادروتور در سال 2003 توسط آلتاگ و همکارانش با استفاده از روش نیوتن-اویلر استخراج شد. مدل به‌دست‌آمده از این روش یک مدل خطی و صرفاً شامل دینامیک بدنه بوده که تا حد امکان با فرضیات ساده کننده استخراج شده است [2]. بوعبداله و همکارانش با به دست آوردن معادله دینامیکی زوایای کوادروتور از روش لاگرانژ، به کنترل زوایای آن از طریق روش کنترل کلاسیک PID و روش کنترل بهینه LQ پرداخته‌اند [3]. آن‌ها همچنین دو روش کنترل غیرخطی پسگام و کنترل مود لغزشی را بر روی کوادروتور اعمال کردند که نتایج عملی نشان‌گر این موضوع بود که این کنترل‌کننده‌ها قادرند زوایا را باوجود اغتشاش نسبتاً زیاد کنترل کنند [4]. مزیت روش مود لغزشی، غیر حساس بودن آن به خطای مدل و عدم قطعیت در سیستم است، همچنین به‌خوبی می‌تواند سیستم را به‌صورت کلی با حضور اغتشاش به پایداری برساند؛ اما به دلیل خاصیت نوسانی‌اش توانایی کمتری در پایداری دارد. مدنی و بنالگو با در نظر گرفتن گشتاور ژیروسکوپی حاصل از چرخش ملخ و اثر روتور جریان مستقیم مدل دینامیکی کوادروتور را تکمیل کردند [5]. نتایج به‌دست‌آمده نشان می‌دهد که این سیستم قادر است به‌خوبی مسیر مورد علاقه در نظر گرفته شده را تعقیب نماید. مدنی و بنالگو پژوهش [5] را ارتقا داده و روش پسگام را با کنترل‌کننده مود لغزشی ترکیب نمودند تا روش مود لغزشی پسگام به دست آید. هدف از این کار استفاده از مود لغزشی برای جبران تأثیر عدم قطعیت سیستم و اغتشاشات خارجی بود [6]. بنالگو و همکاران کنترل‌کننده‌ای بر پایه‌ی خطی سازی فیدبک که رؤیت‌گر مود لغزشی مرتبه بالا به‌صورت موازی با آن عمل می‌کند، بر کوادروتور اعمال نمودند [8,7]. رؤیت‌گر مود لغزشی مرتبه بالا که به‌عنوان رؤیت‌گر و تخمین‌گر مورد استفاده قرار گرفته، توانسته است به‌راحتی با تخمین اغتشاش خارجی بر غیرخطی بودن غلبه کند تا پایداری و مقاوم بودن در سیستم حلقه بسته را تحمیل کند [8,7]. همچنین مدنی و بنالگو کنترل‌کننده دیگری همراه با رؤیت‌گر که به‌صورت موازی با آن عمل می‌کرد، طراحی نمودند. با این تفاوت که این بار کنترل‌کننده پسگام و رؤیت‌گر مود لغزشی است که هدف از طراحی این رؤیت‌گر، تخمین سرعت‌های غیرقابل‌اندازه‌گیری می‌باشد [9]. مدنی و بنالگو کنترل‌کننده پسگام دیگری طراحی نمودند، با این تفاوت که از تکنیک تخمین مود لغزشی استفاده کردند که هدف آن ساده‌سازی روند کنترلی است. تفاوتی که این روش با روش پسگام استاندارد اشاره‌شده در مرجع [5] دارد این است که در اینجا هردوی ورودی کنترل مجازی بر پایه‌ی تخمین ورودی مجازی قبلی طراحی شده است. این تخمین بر پایه‌ی مشتق گیر مود لغزشی مرتبه دوم دقیق است. این کار لزوم گرفتن مشتق از دینامیک سیستم را حذف می‌کند و همین باعث ساده شدن قانون کنترلی می‌شود. چراکه محاسبه مشتقات کنترل مجازی برای سیستم غیرخطی پیچیده است [10]. بوعبداله و سیگوارت از روش کنترل پسگام انتگرالی استفاده نمودند. برای این کار از ترکیب روش PID و پسگام استفاده شده است چراکه استفاده از کنترل انتگرالی باعث کم شدن خطای حالت‌پایا می‌شود [11]. میان و دائوبو کنترلی غیرخطی برای پایداری کوادروتور در حالت معلق بودن (شبه ایستا) طراحی نمودند و در معادله دینامیکی از ترم‌هایی که به‌سرعت کوادروتور مربوط می‌شد، صرف‌نظر کردند. آن‌ها برای زوایا، انتگرال خطای تعقیب را در مرحله اول پسگام به خطای تعقیب اضافه نمودند. درنتیجه کنترل غیرخطی طراحی‌شده به‌صورت پسگام بر پایه PID شد که از آن به نام پسگام انتگرالی یاد می‌شود [12]. همچنین آن‌ها از روش خطی سازی فیدبک به همراه کنترل‌کننده PI برای زیرسیستم حرکت انتقالی استفاده کردند. کنترل مود لغزشی در مقابل عدم قطعیت مانند خطای مدل‌سازی نویز سنسور و اغتشاش خارجی مقاوم است. استفاده از بهره‌های بزرگ در کنترل‌کننده مود لغزشی برای جبران عدم قطعیت‌ها، می‌تواند محدودیت جدی در سیستم‌های توان محدود مانند کوادروتور ایجاد کند. بوچوچا و همکارانش کنترل پسگام انتگرالی[2] را برای کنترل زوایای کوادروتور ارائه نمود. مدل دینامیکی مورداستفاده آن‌ها همانند مرجع [4] است؛ یعنی نیرو و گشتاورهای آئرودینامیکی منظور نشده‌اند. نتایج نشان‌دهنده این است که این روش کارایی خوبی برای پایداری، از بین بردن اغتشاش و تعقیب مسیر دارد [13]. زگلاچه و همکاران با ارائه مقاله‌ای کوشیدند تا پدیده چترینگ[3] را حذف کنند. آن‌ها کنترل مود لغزشی که بر پایه‌ی روش پسگام به دست می‌آید را توسعه دادند. در مدل دینامیکی مورد استفاده‌ی آن‌ها، نیرو و گشتاورهای اصطکاکی آئرودینامیکی منظور شده است [14]. دارفا و همکاران برای کنترل زوایای کوادروتور از الگوریتم فرا پیچش[4] که بر پایه‌ی تکنیک مود لغزشی مرتبه دوم است، استفاده کردند. علت استفاده آن‌ها از این روش این بود که این روش مقاوم بودن را نسبت به خطای مدل‌سازی و اغتشاشات خارجی را همراه با کاهش پدیده چترینگ که در تمام روش‌های مبتنی بر کنترل مود لغزشی مرتبه اول ایجاد می‌شود، تضمین می‌کند [15]. نتایج تجربی نشان‌دهنده کارایی روش در پایداری، تعقیب و دفع نمودن اغتشاش‌ها دارد. لی و سانگ در مقاله‌ای مروری نقاط قوت و ضعف روش‌های مورداستفاده در کنترل کوادروتور را ارائه کردند. آن‌ها همچنین اشاره کردند که استفاده ترکیبی از کنترل‌کننده‌ها مفید است [16]. خباچه و تادجین کنترل مود لغزشی پسگام فازی مقاوم را ارائه نمودند. مدل دینامیکی استفاده شده مشابه مرجع [14] است. با این تفاوت که در مراجع [14]، خود نیروها و گشتاورهای آئرودینامیکی به‌سرعت سیستم مربوط شده‌اند؛ اما در این مقاله همه‌ی تأثیرهای اغتشاشات با ضرایبی ثابت یا وابسته به زمان (مثلاً $\sin t$) جایگزین شده است. همچنین در این مقاله عبارت

[1] Under Actuated

[2] Integral Backstepping
[3] Chattering
[4] Super-Twisting Algorithm

[DOR: 20.1001.1.10275940.1397.18.1.33.0]

مربوط به عدم قطعیت در مدل دینامیکی وارد شده است [17]. رودریگز و همکارانش برای کنترل کوادروتور روش پسگام مود لغزشی انتگرالی را ارائه و کوادروتور موردنظر را تحت اغتشاش متغیر قرار دادند. روش پسگام مود لغزشی انتگرالی از ترکیب روش‌های پسگام و مود لغزشی انتگرالی به دست می‌آید که منجر به حذف پدیده چترینگ در سیستم‌های کنترلی می‌گردد. نتایج شبیه‌سازی نشان‌دهنده عملکرد خوب کنترل‌کننده پسگام مود لغزشی انتگرالی برای سیستم کوادروتور می‌باشد [18]. همچنین روش مود لغزشی ترمینالی[1] سریع برای زیرسیستم تمام عملی و کنترل‌کننده مود لغزشی برای زیرسیستم زیر عملی در کوادروتور استفاده شده است [19] اما روش به‌کار رفته برای مود لغزشی ترمینالی تکین است. داوودی و رضائی با استفاده از الگوریتم کنترلی مشتقی تناسبی انتگرالی برای کنترل کوادروتور به کار گرفتند. همچنین نمونه‌ی آزمایشگاهی ساده با استفاده از دو روتور ساخته شده و زوایای آن به‌صورت عملی کنترل شده است [20]. فیلتر کالمن توسعه‌یافته[2] می‌تواند جهت تخمین حالت‌های نویزی در سیستم‌های پیوسته خطی مورد استفاده قرار گیرد. برخلاف فیلتر کالمن متعارف، این فیلتر از الگوریتم پیش‌بین‌گر- تصحیح‌گر برای به‌روز کردن حالت‌های تخمین زده شده استفاده نمی‌کند. این فیلتر به‌نوعی مشابه رؤیت‌گر عمل می‌کند که در آن پارامترهای بهره صرف کم کردن و به حداقل رساندن خطای تخمین و رؤیت می‌شود که مبتنی بر حل زمان پیوسته معادله جبری ریکاتی است [21].

تا به حال برای کنترل کوادروتور روش‌های مختلفی استفاده شده است. همچنین برخی ساده‌سازی‌ها ازجمله حذف اثرات ژیروسکوپی خود کوادروتور و روتور آن یا نیروهای درگ آئرودینامیکی وارد بر کوادروتور در مقالات صورت پذیرفته است. بر اساس مطالعاتی که در زمینهٔ پیشینه پژوهش‌ها انجام‌گرفته است، چنان‌که ملاحظه شد هیچ‌یک از پژوهشگران در سال‌های اخیر در زمینهٔ کنترل‌کننده‌هایی مانند مود لغزشی ترمینالی پسگام غیر تکین به همراه فیلتر کالمن توسعه‌یافته روی کوادروتور با در نظر گرفتن همه اثرات وارد بر معادلات دینامیکی انجام نداده‌اند.

این مقاله به شرح زیر است: در بخش 2 مدل دینامیکی کوادروتور ارائه شده و در قسمت 3، فیلتر کالمن توسعه‌یافته مورد بررسی قرارگرفته است. در بخش 4 روش کنترلی مود لغزشی ترمینالی پسگام غیر تکین مورد بررسی قرار می‌گیرد. در بخش 5 نتایج شبیه‌سازی کنترل‌کننده مود لغزشی ترمینالی پسگام غیر تکین به همراه فیلتر کالمن توسعه‌یافته برای یک کوادروتور نمونه ارائه شده است. در بخش 6 نتیجه‌گیری استفاده از این کنترل‌کننده به همراه تخمین‌گر مذکور ارائه می‌گردد.

2- استخراج معادله دینامیکی

در این بخش ابتدا معادلات دینامیکی کوادروتور استخراج می‌گردد که سعی شده است در این معادلات تمامی پارامترهای مؤثر در نظر گرفته شوند. همان‌طور که در شکل 1 دیده می‌شود، کوادروتور از چهار روتور تشکیل‌شده است. روتورهای 1 و 3 به‌صورت قطری در مقابل هم قرارگرفته‌اند و این دو روتور هم‌جهت باهم می‌چرخند. همین وضعیت برای روتورهای 2 و 4 وجود دارد، با این تفاوت که جهت حرکتشان در خلاف جهت روتورهای 1 و 3 است. با تغییر سرعت این روتورها می‌توان حرکت‌های مختلفی با کوادروتور انجام داد. دینامیک کوادروتور دارای شش درجه آزادی با چهار نیروی پیشرانش است که توسط چهار روتور تولید می‌شود، بنابراین کوادروتور در زمره‌ی سیستم‌های زیرکنشی به شمار می‌آید [22]. کنترل این شش درجه آزادی با چهار ورودی کنترلی مشکل است. افزون بر آن، بعضی عدم قطعیت‌هایی که در دینامیک مدل وجود دارد، چالش جدی برای کنترل این وسیله ایجاد می‌کند. برای استخراج معادلات دینامیکی چهار فرض در نظر گرفته می‌شود [20].

1- مرکز جرم و مبدأ کوادروتور بر هم منطبق هستند.

2- ساختار کوادروتور متقارن فرض شده است.

3- کوادروتور و ملخ‌ها صلب هستند.

4- محورهای فریم بدنه متصل به کوادروتور بر محورهای اینرسی اصلی کوادروتور منطبق است که در این صورت ماتریس اینرسی قطری شده و معادلات دینامیکی ساده‌تر می‌شوند.

دو مختصات برای به دست آوردن معادلات دینامیکی موردنیاز است: مختصات اینرسی (متصل به زمین) E و مختصات متصل به بدنه کوادروتور B که به دلایل زیر کوادروتور در مختصات متصل به جسم مدل می‌شود [20]:

- از متقارن بودن نسبت به محور مختصات می‌توان استفاده نمود.
- نیروهای کنترلی معمولاً در مختصات متصل به جسم داده می‌شود.
- ماتریس اینرسی نسبت به زمان ثابت است.
- اندازه‌گیری‌ها معمولاً در مختصات متصل به جسم انجام می‌شود.

برای جسمی با جرم m و ماتریس ممان اینرسی I، دینامیک جسم صلب به‌صورت رابطه‌ی (1) نشان داده می‌شود.

$$\begin{bmatrix} mI_{3\times3} & 0\\ 0 & I\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\dot{V}^B\\ \dot{\Omega}\end{bmatrix} + \begin{bmatrix}\Omega\times m\dot{V}^B\\ \Omega\times I\Omega\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}F^B\\ \tau^B\end{bmatrix} \qquad (1)$$

که در آن $I_{3\times3}$ ماتریس همانی سه در سه، V^B بردار سرعت خطی کوادروتور در مختصات متصل به جسم، Ω سرعت زاویه‌ای در مختصات متصل به جسم، F^B بردار نیروی وارد بر کوادروتور و τ^B بردار گشتاور کوادروتور در مختصات متصل به جسم است. موقعیت مطلق با $\xi = [x\ y\ z]^{\mathrm{T}}$ و زوایای آن با سه زاویه‌ی اویلری $\eta = [\varphi\ \theta\ \psi]^{\mathrm{T}}$ نمایش داده می‌شود. φ نشان‌دهنده زاویه رول، θ نشان‌دهنده زاویه پیچ و ψ نشان‌دهنده زاویه یاو است. این سه زاویه به‌صورت رابطه (2) محدود شده‌اند [20].

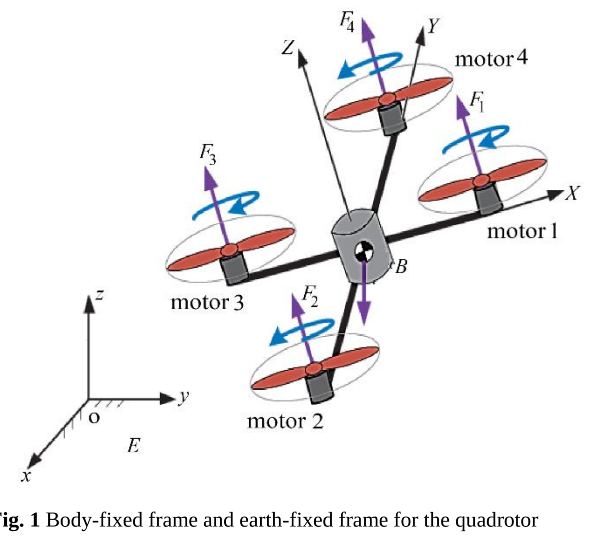


Fig. 1 Body-fixed frame and earth-fixed frame for the quadrotor

شکل 1 مختصات متصل به بدنه و مختصات متصل به زمین برای کوادروتور

[1] Terminal Sliding mode

[2] Extended Kalman filter

[DOR: 20.1001.1.10275940.1397.18.1.33.0]

$$-\frac{\pi}{2}<\varphi<\frac{\pi}{2}\ \ ,\ \ -\frac{\pi}{2}<\theta<\frac{\pi}{2}\ \ ,\ \ -\pi<\psi<\pi \qquad (2)$$

در مختصات متصل به جسم، سرعت با V و سرعت زاویه‌ای با Ω نشان داده شده است. رابطه (3) بین سرعت‌های خطی و سرعت‌های زاویه‌ای در دو مختصات توسط ماتریس‌های انتقال برقرار است.

$$\begin{cases}\dot{\xi}=R_tV\\ \Omega=R_r\dot{\eta}\end{cases},R_r=\begin{bmatrix}1&0&-S_\theta\\0&C_\varphi&C_\theta S_\varphi\\0&-S_\varphi&C_\varphi C_\theta\end{bmatrix}$$

$$R_t=\begin{bmatrix}C_\theta C_\psi & S_\varphi S_\theta C_\psi-C_\varphi S_\psi & C_\varphi S_\theta C_\psi+S_\varphi S_\psi\\ C_\theta S_\psi & S_\varphi S_\theta S_\psi+C_\varphi C_\psi & C_\varphi S_\theta S_\psi-S_\varphi C_\psi\\ -S_\theta & S_\varphi C_\theta & C_\varphi C_\theta\end{bmatrix} \qquad (3)$$

$$\dot{R}_t=R_tS(\Omega),S(\Omega)=\begin{bmatrix}0&-\Omega_3&\Omega_2\\ \Omega_3&0&-\Omega_1\\ -\Omega_2&\Omega_1&0\end{bmatrix},S(\Omega)\vartheta=\Omega\times\vartheta \qquad (4)$$

که S و C به ترتیب بیانگر sin و cos است. با مشتق‌گیری از رابطه‌ی (3) و همچنین با استفاده از روابط (1) و (4)، رابطه (5) به دست می‌آید:

$$\dot{\xi}=R_tV\Rightarrow\ddot{\xi}=R_t\sum\frac{F^B}{m}$$

$$\ddot{\xi}=R_t\frac{\begin{bmatrix}0\\0\\U_1\end{bmatrix}-R_t^{-1}F_{\text{aer}}-R_t^{-1}mg}{m}=\frac{R_t}{m}\begin{bmatrix}0\\0\\U_1\end{bmatrix}-\frac{F_{\text{aer}}}{m}-\begin{bmatrix}0\\0\\g\end{bmatrix} \qquad (5)$$

نیروهایی که در مختصات متصل به جسم بر کوادروتور وارد می‌شود، شامل نیروی پیشرانش تولیدشده توسط ملخ‌ها در جهت مختصه Z محور مختصات متصل به جسم است که با U_1 نمایش داده‌شده است. نیروی پیشرانش تولیدشده توسط ملخ‌ها از چرخش روتورها ایجاد می‌شود که با مربع سرعت‌های زاویه‌ای رابطه‌ی مستقیم دارد. نیروهای دیگر شامل نیروی گرانشی و همچنین نیروهای آئرودینامیکی ناشی از اصطکاک در مختصات متصل به زمین است که همیشه خلاف جهت حرکت است که به‌صورت $F_{\text{aer}}=\left[f_{\text{aer}x},f_{\text{aer}y},f_{\text{aer}z}\right]^{\mathrm{T}}$ نمایش داده‌شده است. هر دو نیروی گرانش و آئرودینامیکی توسط معکوس ماتریس انتقال (R_t^{-1}) به مختصات متصل به جسم انتقال داده می‌شود. لذا معادلات دینامیکی موقعیت توسط معادلات (6) به دست می‌آید.

$$\begin{aligned}\ddot{x}&=(\cos\varphi\sin\theta\cos\psi+\sin\varphi\sin\psi)\frac{U_1}{m}-\frac{f_{\text{aer}x}}{m}\\ \ddot{y}&=(\cos\varphi\sin\theta\sin\psi-\sin\varphi\cos\psi)\frac{U_1}{m}-\frac{f_{\text{aer}y}}{m}\\ \ddot{z}&=-g+(\cos\varphi\cos\theta)\frac{U_1}{m}-\frac{f_{\text{aer}z}}{m}\end{aligned} \qquad (6)$$

همچنین با مشتق‌گیری از عبارت (3) و با استفاده از روابط (1) و (3)، معادلات (7) برای شتاب زاویه‌ای به دست می‌آیند.

$$\begin{aligned}&\dot{\Omega}=R_r\ddot{\eta}+\left(\frac{\partial R_r}{\partial\varphi}\dot{\varphi}+\frac{\partial R_r}{\partial\theta}\dot{\theta}\right)\dot{\eta}\\ &\sum\tau^B=I_TR_r\ddot{\eta}+I_T\left(\frac{\partial R_r}{\partial\varphi}\dot{\varphi}+\frac{\partial R_r}{\partial\theta}\dot{\theta}\right)\dot{\eta}+(R_r\dot{\eta})\times(I_TR_r\dot{\eta})\Rightarrow\\ &\ddot{\eta}=(I_TR_r)^{-1}\left(\sum\tau^B-I_T\left(\frac{\partial R_r}{\partial\varphi}\dot{\varphi}+\frac{\partial R_r}{\partial\theta}\dot{\theta}\right)\dot{\eta}\right.\\ &\qquad\left.-(R_r\dot{\eta})\times(I_TR_r\dot{\eta})\right)\end{aligned} \qquad (7)$$

ازآنجایی‌که ماتریس انتقال R_r را در حالت نزدیک به معلق بودن می‌توان به‌صورت ماتریس همانی در نظر گرفت؛ پس معادلات (7) به شکل ساده‌تر معادلات (8) تبدیل می‌شود که در آن (U_2,U_3,U_4) گشتاورهای ناشی از نیروی پیشرانش روتورها است که حول زوایای رول، پیچ و یاو بر کوادروتور وارد می‌شوند. گشتاور درگ (اصطکاکی) حول محور روتور، توسط نیروی آئرودینامیکی که بر تیغه روتور وارد می‌شود، ایجاد می‌گردد که اندازه‌ی آن با مربع سرعت زاویه‌ای روتور رابطه مستقیم دارد و جهت آن خلاف چرخش روتورها است. نیروی پیشرانش و گشتاور اصطکاکی به شکل معادلات (9) به‌صورت تابعی از سرعت زاویه‌ای هر روتور نمایش داده می‌شود [23].

$$\begin{aligned}\ddot{\eta}&=(I_T)^{-1}\left(\sum\tau^B-(\dot{\eta})\times(I_T\dot{\eta})\right)\\ \ddot{\varphi}&=\frac{U_2-\tau_{\text{gro}\varphi}-\tau_{\text{aer}\varphi}}{I_x}+\frac{(I_y-I_z)}{I_x}\dot{\theta}\dot{\psi}\\ \ddot{\theta}&=\frac{U_3-\tau_{\text{gro}\theta}-\tau_{\text{aer}\theta}}{I_y}+\frac{(I_z-I_x)}{I_y}\dot{\varphi}\dot{\psi}\\ \ddot{\psi}&=\frac{U_4-\tau_{\text{gro}\psi}-\tau_{\text{aer}\psi}}{I_z}+\frac{(I_x-I_y)}{I_z}\dot{\varphi}\dot{\theta}\end{aligned} \qquad (8)$$

$$T_i=b\Omega_i^2\ \ ,\ \ Q_i=d\Omega_i^2 \qquad (9)$$

که در آن b ضریب نیروی پیشرانش و d ضریب گشتاور درگ را نشان می‌دهد. معادله (10) مجموع این نیروها و گشتاورهای آئرودینامیکی را نشان می‌دهد که l بیانگر فاصله مرکز روتور از مرکز گرانش کوادروتور است. U_1 مجموع نیروهای پیشرانش در جهت محور Z، (U_2,U_3) گشتاور حاصل از نیروها در جهت زوایای رول و پیچ و U_4 مجموع گشتاورهای اصطکاکی حول محور هر روتور در جهت زاویه‌ی یاو است. پس این ورودی‌ها به‌صورت تابعی از سرعت‌های زاویه‌ای روتورها به‌صورت رابطه (10) نمایش داده می‌شوند.

$$\begin{bmatrix}U_1\\U_2\\U_3\\U_4\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}b&b&b&b\\0&-bl&0&bl\\-bl&0&bl&0\\-d&d&-d&d\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\Omega_1^2\\\Omega_2^2\\\Omega_3^2\\\Omega_4^2\end{bmatrix} \qquad (10)$$

همچنین باید اثرات ژیروسکوپی ناشی از تیغه‌ها را در نظر گرفت. اثرات ژیروسکوپی به‌صورت معادله (11) در نظر گرفته می‌شود [23].

$$\tau_{\text{gro}}=(\dot{\eta})\times(I_T\Omega_i)=\begin{bmatrix}J_R\Omega_i\dot{\theta}\\-J_R\Omega_i\dot{\varphi}\\0\end{bmatrix} \qquad (11)$$

اما عبارت به‌دست‌آمده گشتاور ژیروسکوپی در رابطه (10) فقط برای یک روتور است، روتورهای 1 و 3 خلاف جهت عقربه‌های ساعت حرکت می‌کنند و بردار سرعت زاویه‌ای آن‌ها در جهت Z است. درنتیجه برای مجموع روتورها با توجه به جهت چرخش‌شان گشتاور ژیروسکوپی را می‌توان به‌صورت معادله (12) نوشت.

$$\tau_{\text{gro}}=\begin{bmatrix}J_R\dot{\theta}(\Omega_1-\Omega_2+\Omega_3-\Omega_4)\\-J_R\dot{\varphi}(\Omega_1-\Omega_2+\Omega_3-\Omega_4)\\0\end{bmatrix} \qquad (12)$$

لذا مدل دینامیکی کوادروتور به‌صورت معادلات (13) بازنویسی می‌گردد.

$$\begin{aligned}\ddot{\varphi}&=\frac{(I_y-I_z)}{I_x}\dot{\theta}\dot{\psi}-\frac{J_R}{I_x}\Omega\dot{\theta}+\frac{lU_2}{I_x}\\ \ddot{\theta}&=\frac{(I_z-I_x)}{I_y}\dot{\varphi}\dot{\psi}+\frac{J_R}{I_y}\Omega\dot{\varphi}+\frac{lU_3}{I_y}\\ \ddot{\psi}&=\frac{(I_x-I_y)}{I_z}\dot{\theta}\dot{\varphi}+\frac{U_4}{I_z}\\ \ddot{z}&=-g+(\cos\varphi\cos\theta)\frac{U_1}{m}-A_z\frac{\dot{z}|\dot{z}|}{m}\\ \ddot{x}&=u_x\frac{U_1}{m}-A_x\frac{\dot{x}|\dot{x}|}{m}\\ \ddot{y}&=u_y\frac{U_1}{m}-A_y\frac{\dot{y}|\dot{y}|}{m}\end{aligned} \qquad (13)$$

پارامترهای کوادروتور را می‌توان به‌صورت معادله (14) تعریف نمود.

[DOR: 20.1001.1.10275940.1397.18.1.33.0]

$$a_1 = \frac{I_y - I_z}{I_x} \;,\; a_2 = \frac{J_R}{I_x} \;,\; a_3 = \frac{I_z - I_x}{I_y} \;,\; a_4 = \frac{J_R}{I_y}$$
$$a_5 = \frac{I_x - I_y}{I_z} \;,\; b_1 = \frac{l}{I_x} \;,\; b_2 = \frac{l}{I_y} \;,\; b_3 = \frac{1}{I_z} \qquad (14)$$

مدل دینامیکی (13) را می‌توان به‌صورت فضای حالت به‌صورت $\dot{X} = f(x,u)$ با معرفی بردار حالت به‌صورت $X = [x_1, \cdots, x_{12}]$ در نظر گرفت. با تعریف متغیرها به‌صورت روابط (15)،

$$\begin{aligned} &x_1 = \varphi, x_3 = \theta, x_5 = \psi, x_7 = z, x_9 = x, x_{11} = y \\ &x_2 = \dot{\varphi}, x_4 = \dot{\theta}, x_6 = \dot{\psi}, x_8 = \dot{z}, x_{10} = \dot{x}, x_{12} = \dot{y} \end{aligned} \qquad (15)$$

فرم فضای حالت معادلات دینامیکی کوادروتور به‌صورت معادلات (16) نوشته می‌شود.

$$f(x,u) = \begin{bmatrix} x_2 \\ x_4 x_6 a_1 - x_4 \Omega a_2 + b_1 U_2 \\ x_4 \\ x_2 x_6 a_3 + x_2 \Omega a_4 + b_2 U_3 \\ x_6 \\ x_2 x_4 a_5 + b_3 U_4 \\ x_8 \\ -g + \frac{U_1}{m}(\cos x_1 \cos x_3) - A_z \frac{x_8 |x_8|}{m} \\ x_{10} \\ \frac{-U_1}{m}(u_x) - A_x \frac{x_{10}|x_{10}|}{m} \\ x_{12} \\ \frac{U_1}{m}(u_y) - A_y \frac{x_{12}|x_{12}|}{m} \end{bmatrix} \qquad (16)$$

که در آن:

$$\begin{aligned} &u_x = (\cos x_1 \sin x_3 \cos x_5 + \sin x_1 \sin x_5) \\ &u_y = (\cos x_1 \sin x_3 \sin x_5 - \sin x_1 \cos x_5) \\ &U_1 = b(\Omega_1^2 + \Omega_2^2 + \Omega_3^2 + \Omega_4^2) \\ &U_2 = b(\Omega_4^2 - \Omega_2^2) \\ &U_3 = b(\Omega_3^2 - \Omega_1^2) \\ &U_4 = d(\Omega_2^2 + \Omega_4^2 - \Omega_1^2 - \Omega_3^2) \\ &\Omega = \Omega_2 + \Omega_4 - \Omega_1 - \Omega_3 \end{aligned} \qquad (17)$$

که در این معادلات همچون مرجع [24]، نیروی اصطکاک آئرودینامیکی فقط ناشی از حرکت انتقالی در نظر گرفته شده است و $(\tau_{\mathrm{aer}\varphi}, \tau_{\mathrm{aer}\theta}, \tau_{\mathrm{aer}\psi})$ صفر فرض شده است. ضرایب A_x, A_y, A_z نشان‌دهنده‌ی ضرایب درگ ناشی از نیروی آئرودینامیکی درحرکت انتقالی است. چنان‌که از معادلات دینامیکی (13) دریافت می‌شود، زوایا و مشتق آن‌ها به قسمت انتقالی بستگی ندارد. از طرف دیگر قسمت انتقالی به زوایا بستگی دارد. همچنین می‌توان از دو جمله اول معادله (17) نشان داد که [17]:

$$\begin{aligned} &\varphi_d = \sin^{-1}(u_x \sin(\psi_d) - u_y \cos(\psi_d)) \\ &\theta_d = \sin^{-1}\left(\frac{u_x \cos(\psi_d) + u_y \sin(\psi_d)}{\cos(\varphi_d)}\right) \end{aligned} \qquad (18)$$

چون کوادروتور یک سیستم زیرکنشی است، به دو کنترل‌کننده‌ی مجازی (u_x, u_y) افزون بر چهار کنترل‌کننده اصلی نیاز است تا بتوان سیستم را به‌درستی کنترل نمود. در حالت واقعی معمولاً کنترل موقعیت کوادروتور توسط یک کنترل‌کننده از راه دور که در دست اپراتور انجام می‌شود اما پایدارسازی زاویه به‌صورت عملی توسط کنترل‌کننده روی کوادروتور صورت می‌گیرد. در همه‌ی این حالت‌ها کنترل موقعیت کوادروتور و امکان تعقیب دقیق مسیر موردنظر آن با کمترین تلاش کنترلی مهم است. ازاین‌رو طراحی سیستم کنترلی که بتواند دقیق‌ترین حالت را با کمترین میزان ورودی کنترلی به همراه داشته باشد حائز اهمیت است. در شبیه‌سازی‌های مختلف انجام‌شده مشاهده شده است که عمده مشکلات ایجادشده ناشی از خاصیت زیرکنشی آن است. به‌عنوان مثال در حالتی که فقط هدف کنترل زاویه باشد، به دلیل وجود سه ورودی و سه خروجی چندان مشکلی در پایداری و تعقیب زوایا ایجاد نمی‌شود، حال‌آنکه کنترل هم‌زمان موقعیت و زوایا به دلیل خاصیت زیرکنشی کوادروتور نمی‌توان به‌راحتی به نتایج مطلوب رسید.

3- تخمین حالت‌های سیستم

یک سیستم دینامیکی غیرخطی در فضای زمان–پیوسته، در مدل فضای حالت به‌صورت دو دسته معادلات که به ترتیب معادلات دینامیکی سیستم و معادلات اندازه‌گیری نامیده می‌شوند، قابل‌بیان است. این معادلات به‌صورت معادلات (19) نشان داده‌شده است.

$$\begin{aligned} &\dot{x} = f(x(t), u(t), t) + v(t) \\ &y = h(x(t), t) + w(t) \end{aligned} \qquad (19)$$

که $x(t)$، $u(t)$ و y به ترتیب بردار حالت سیستم، بردار ورودی سیستم و بردار اندازه‌گیری می‌باشد.

همچنین $f(\cdot): R^{n_x} \times R^{n_u} \to R^{n_x}$ و $h(\cdot): R^{n_x} \times R^{n_u} \to R^{n_y}$ توابع برداری غیرخطی هستند. در معادلات (19)، $v(t)$ و $w(t)$ به ترتیب بیانگر نویز سیستم و نویز اندازه‌گیری هستند. فرض می‌شود که $v(t)$ و $w(t)$ نویزهای گوسی با مقدار متوسط صفر و کواریانس‌های Q و R مستقل از هم هستند.

$$v(t) \sim N(0,Q) \;,\; w(t) \sim N(0,R) \;,\; \mathrm{E}[v(t)] = \mathrm{E}[w(t)] = 0 \qquad (20)$$

که نماد E بیانگر عملگر امید ریاضی است. الگوریتم‌های مختلفی برای تخمین حالت در یک سیستم دینامیکی خطی و غیرخطی وجود دارد که هرکدام دارای ملزومات خاص خود هستند.

3-1- فیلتر کالمن ساده

فیلتر کالمن یکی از روش‌های بهینه‌ی تخمین متغیرهای حالت یک سیستم دینامیکی است. این الگوریتم در زمینه‌های مختلف از جمله شناسایی سیستم، پردازش تصویر و همچنین در بسیاری از مسائل ردیابی و یا شناسایی هدف کاربرد دارد [21]. ایده‌ی اولیه‌ی فیلتر کالمن که فیلتر کالمن ساده نام‌گرفته است، تخمین بردار حالت x در یک سیستم دینامیکی خطی است که هدف نهایی در آن بازسازی متغیرهای حالت بردار x از روی مشاهدات همراه با نویز بردار اندازه‌گیری y است. فرم خطی سیستم دینامیکی ارائه‌شده در معادلات (19) به‌صورت معادلات (20) بیان شده است.

$$\begin{aligned} &\dot{x} = Fx(t) + Gu(t) + v(t) \\ &y = Hx(t) + w(t) \end{aligned} \qquad (21)$$

برای سیستم‌های دینامیکی خطی که فرم کلی آن‌ها در رابطه (21) بیان‌شده، روابط فیلتر کالمن به‌صورت معادلات (22) خواهد بود [21].

$$\begin{aligned} &\hat{x}(0) = \mathrm{E}[x(0)] \\ &P(0) = \mathrm{E}[(x(0) - \hat{x}(0))(x(0) - \hat{x}(0))^{\mathrm{T}}] \\ &K = PH^{\mathrm{T}} R_c^{-1} \\ &\dot{\hat{x}} = F\hat{x} + Gu + K(y - H\hat{x}) \\ &\dot{P} = -PH^{\mathrm{T}} R_c^{-1} HP + FP + PF^{\mathrm{T}} + Q_c \end{aligned} \qquad (22)$$

در این روابط P، ماتریس کواریانس خطای تخمین و K بهره‌ی تخمین کالمن نامیده می‌شوند. ماتریس کواریانس P بر اساس دقت تعیین مقادیر اولیه‌ی متغیرهای حالت مقداردهی اولیه می‌شود. هر چه مقدار اولیه‌ی بردار حالت کمتر باشد، مقدار بزرگ‌تری برای مقدار اولیه‌ی ماتریس کواریانس P در نظر گرفته می‌شود. عموماً ماتریس P به‌صورت یک ماتریس قطری

[DOR: 20.1001.1.10275940.1397.18.1.33.0]

مقداردهی اولیه می‌شود. بهره‌ی فیلتر کالمن، دقت نسبی پیش‌بینی حالت سیستم را در مقابل اندازه‌گیری واقعی نشان می‌دهد. بزرگ بودن بهره‌ی کالمن بیانگر این است که اندازه‌گیری واقعی از حالت پیش‌بینی‌شده دقیق‌تر است و اصلاح بیشتری روی حالت پیش‌بینی‌شده صورت می‌گیرد. لازم به ذکر است درصورتی‌که $v(t)$ و $w(t)$ نویزهای سفید، ناهمبسته و با مقدار متوسط صفر باشند، فیلتر کالمن بهینه‌ترین فیلتر خطی است. شرط پایداری فیلتر کالمن، همگرایی ماتریس کواریانس به یک مقدار نهایی معین است. وقتی ماتریس کواریانس تولیدشده در فیلتر کالمن مشخصه‌ی منطقی از خطای تخمین را منعکس نکند، واگرایی تخمین رخ می‌دهد. دلایل متنوعی ممکن است باعث واگرایی تخمین گردد که ازجمله‌ی آن‌ها می‌توان به عدم قطعیت در مدل دینامیکی سیستم اندازه‌گیری، غیرخطی بودن شدید مدل‌ها، مقداردهی اولیه نامناسب (تنظیم نامناسب فیلتر)، خطاهای محاسباتی ناشی از گرد کردن و مدل‌سازی نادرست سنسورها اشاره کرد. لازم به ذکر است که ماتریس کواریانس خطای سیستم باید یک ماتریس متقارن و مثبت نیمه معین باشد. در غیر این صورت تخمین حالت به‌خوبی عمل نمی‌کند.

3-2- تخمین‌زن کالمن توسعه‌یافته

فیلتر کالمن توسعه‌یافته نیز به‌نوعی همان روند فیلتر کالمن ساده را اجرا می‌کند. با این تفاوت که جهت به‌کارگیری در سیستم‌های غیرخطی، نوعی خطی سازی محلی نیز روی سیستم غیرخطی صورت می‌گیرد. به‌عبارت‌دیگر، فیلتر کالمن توسعه‌یافته همان الگوریتم متداول کالمن است که روی سیستم خطی شده اجرا می‌شود. لازم به ذکر است که خطی سازی در هر گام زمانی حول بردار حالت تخمین زده شده در گام قبل انجام می‌گیرد. در روش تخمین‌زن کالمن توسعه‌یافته از تقریب مرتبه اول بسط تیلور استفاده می‌شود. لذا روش فیلتر کالمن توسعه‌یافته حول نقطه کاری (که در هر گام زمانی تغییر می‌کند) رفتار بهینه دارد. اگر معادلات فرایند و اندازه‌گیری زمان-پیوسته سیستم به شکل کلی معادلات (19) بیان شوند. آنگاه روابط تخمین‌زن کالمن توسعه‌یافته زمان-پیوسته به‌صورت معادلات (23) خواهند بود.

$$\begin{aligned} &\dot{\hat{x}} = f(\hat{x},0,t) + K[y - h(\hat{x},0,t)] \\ &\dot{P} = FP + PF^{\mathrm{T}} + LQL^{\mathrm{T}} - PH^{\mathrm{T}}MR^{-1}M^{\mathrm{T}}HP \\ &K = PH^{\mathrm{T}}MR^{-1}M^{\mathrm{T}} \end{aligned} \tag{23}$$

به‌طوری‌که $\hat{x}$ تخمین بردار حالت، P ماتریس کواریانس خطای تخمین و K بهره تخمین‌زن کالمن توسعه‌یافته زمان-پیوسته هستند. F، L، H و M نیز با استفاده از معادلات (24) تا (27) قابل محاسبه هستند.

$$F = \left.\frac{\partial f}{\partial x}\right|_{(\hat{x}(t),u(t))} \tag{24}$$

$$L = \left.\frac{\partial f}{\partial v}\right|_{(\hat{x}(t),u(t))} \tag{25}$$

$$H = \left.\frac{\partial h}{\partial x}\right|_{(\hat{x}(t),u(t))} \tag{26}$$

$$M = \left.\frac{\partial h}{\partial w}\right|_{(\hat{x}(t),u(t))} \tag{27}$$

شرایط اولیه به‌صورت روابط (28) و (29) است.

$$\hat{x}(0) = \mathrm{E}[x(0)] \tag{28}$$

$$P(0) = \mathrm{E}[(x(0) - \hat{x}(0))(x(0) - \hat{x}(0))^{\mathrm{T}}] \tag{29}$$

4- کنترل‌کننده مود لغزشی ترمینالی پسگام غیر تکین

می‌دانیم که روش مود لغزشی ساده می‌تواند همگرایی خطا به‌صورت مجانبی را تضمین کند؛ بنابراین خطای حالت دینامیکی نمی‌تواند در زمان محدود به صفر همگرا شود. برای رسیدن به همگرایی سریع‌تر در مود لغزشی ساده نیاز به ضرایب بالاتر است؛ که این به دلیل احتمال اشباع کنترل‌کننده مطلوب نمی‌باشد. در روش مود لغزشی ترمینالی، متغیرها بر روی صفحه در زمان محدود به $s = 0$ رسیده و خطای تعقیب نیز در زمان محدود بر روی مود لغزشی ترمینالی به صفر همگرا می‌شود [25]. در مرجع [26] به این نکته اشاره شده است که برای استفاده از مزیت‌هایی که هرکدام از دو روش پسگام و مود لغزشی ارائه می‌دهند، این دو روش می‌توانند باهم ترکیب شوند تا روش مود لغزشی پسگام را ایجاد کنند که در مقابل هر دو اغتشاشات تطبیق یافته و غیر تطبیق یافته مقاوم باشد. در این مقاله، دو روش مود لغزشی ترمینالی غیر تکین با روش پسگام ترکیب‌شده است تا روش مود لغزشی ترمینالی پسگام غیر تکین را ایجاد کند. در این روش خاصیت همگرایی زمان محدود خطاهای تعقیب مود لغزشی ترمینالی را در خود دارد و ترکیب آن با پسگام امکان مقاوم بودن در مقابل اغتشاشات را بهبود بخشیده و همچنین امکان کنترل بهتر را می‌دهد. روند اثبات همچون مراجع [27,18] است. ابتدا اثبات آن برای معادله درجه دوم ارائه‌شده و سپس بر روی کوادروتور اعمال می‌شود.

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 \\ \dot{x}_2 = f(x) + g(x)U + d_s \end{cases} \tag{30}$$

در این معادله، d_s نشان‌دهنده عدم قطعیت مجموع است که شامل عدم قطعیت پارامتری و اغتشاش خارجی است.

مرحله اول: ابتدا متغیر تنظیم و تابع لیاپانوف که در آن از متغیر تنظیم استفاده شده است، مانند معادله (31) تعیین می‌شود.

$$\begin{aligned} &z_1 = \hat{x}_1 - x_{1d} \\ &V_1 = \frac{1}{2}z_1^2 \ \Rightarrow \dot{V}_1 = z_1(\dot{\hat{x}}_1 - \dot{x}_{1d}) \end{aligned} \tag{31}$$

عبارت $\dot{\hat{x}}_1$ اکنون ورودی کنترل مجازی در نظر گرفته می‌شود تا عبارت (31) را به نقطه تعادل صفر برساند. به این منظور تابع پایدارکننده به نحوی فرض می‌شود که با ورودی کنترل مجازی برابر بوده و برای این‌که تابع لیاپانوف منفی شود، پایدارسازی به‌صورت معادله (32) انجام می‌شود.

$$\alpha_1 = \dot{x}_{1d} - c_1 z_1 \tag{32}$$

برابر بودن ورودی کنترل مجازی و تابع پایدارکننده در مرحله قبل تنها یک فرض بود؛ بنابراین خطای ورودی کنترل مجازی و تابع پایدارکننده به‌دست‌آمده را به‌عنوان متغیر تنظیم جدید z_2 استفاده می‌شود.

$$\begin{aligned} &z_2 = \hat{x}_2 - \alpha_1 = \dot{\hat{x}}_1 - \dot{x}_{1d} + c_1 z_1 \\ &\quad \Rightarrow \dot{z}_1 = -c_1 z_1 + z_2 \end{aligned} \tag{33}$$

درنتیجه با استفاده از معادله (31) مشتق تابع لیاپانوف به‌صورت معادله (34) به دست می‌آید.

$$\dot{V}_1 = z_1\dot{z}_1 = z_1(z_2 - c_1 z_1) = -c_1 z_1^2 + z_1 z_2 \tag{34}$$

مرحله دوم: از z_2 نسبت به زمان مشتق گرفته و از رابطه (30) استفاده شده است.

$$\begin{aligned} \dot{z}_2 = \dot{\hat{x}}_2 - \dot{\alpha}_1 &= \dot{\hat{x}}_2 - \ddot{x}_{1d} + c_1\dot{z}_1 \\ &= f(\hat{x}) + g(\hat{x})U + d_s - \ddot{x}_{1d} + c_1\dot{z}_1 \end{aligned} \tag{35}$$

صفحه لغزشی همچون رابطه (36) انتخاب‌شده است.

$$s = z_1 + \frac{1}{\beta} z_2^{\frac{p}{q}} \tag{36}$$

که در آن $\beta > 0$ و p و q اعداد مثبت فرد هستند و شرط $1 < \frac{p}{q} < 2$ برقرار است. تابع لیاپانوف همچون رابطه (37) انتخاب‌شده است. سپس از آن مشتق گرفته‌شده و از روابط (33)، (35)، (36) در آن استفاده شده است تا رابطه (38) برای آن به دست آید.

$$V_2 = V_1 + \frac{1}{2}s^2$$
$$\dot{V}_2 = z_1(z_2 - c_1 z_1) + s\left(\dot{z}_1 + \frac{p}{q\beta} z_2^{\frac{p}{q}-1}\dot{z}_2\right) \quad (37)$$
$$\dot{V}_2 = -c_1 z_1^2 + \left(s - \frac{1}{\beta} z_2^{\frac{p}{q}}\right) z_2 + s\Big(z_2 - c_1 z_1 + \frac{p}{\beta q} z_2^{\frac{p}{q}-1}\big(f(\hat{x}) + g(\hat{x})U + d_s - \ddot{x}_{1d} + c_1 \dot{z}_1\big)\Big) \quad (38)$$

با توجه به رابطه (38)، قانون کنترل همچون رابطه (39) به دست می‌آید.

$$u = \frac{1}{g(\hat{x})}\left(\ddot{x}_{1d} - f(\hat{x}) - c_1 \dot{z}_1 - 2\beta \frac{q}{p} z_1^{2-\frac{p}{q}} - c_1 \frac{q}{p} z_2 - K\mathrm{sgn}(s)\right) \quad (39)$$

که در آن:

$$|d| \le K, \qquad K > 0 \quad (40)$$

با جایگزین کردن رابطه (39) در رابطه (38)، تابع لیاپانوف به‌صورت معادله (41) تبدیل می‌شود.

$$\dot{V}_2 = -c_1 z_1^2 - \frac{1}{\beta} z_2^{\frac{p}{q}+1} + s z_2 + s\Big(z_2 - c_1 z_1 + \frac{p}{\beta q} z_2^{\frac{p}{q}-1}\Big(f(\hat{x}) g(\hat{x})\Big(\frac{1}{g(\hat{x})}\Big(\ddot{x}_{1d} - f(\hat{x}) - c_1 \dot{z}_1 - 2\beta \frac{q}{p} z_2^{2-\frac{p}{q}} - c_1 \frac{q}{p} z_2 - -K\mathrm{sgn}(s)\Big)\Big) + d_s - \ddot{x}_{1d} + c_1 \dot{z}_1\Big)\Big) \quad (41)$$

که به‌صورت معادله (42) ساده می‌شود.

$$\dot{V}_2 = -c_1 z_1^2 - \frac{1}{\beta} z_2^{\frac{p}{q}+1} + s\Big(-c_1 z_1 + \frac{p}{\beta q} z_2^{\frac{p}{q}-1}\Big(-c_1 \frac{q}{p} z_2 - K\mathrm{sgn}(s)\Big)\Big) + d_s\Big)\Big) \quad (42)$$

که به‌جای z_1 عبارت معادل آن با توجه به عبارت مود لغزشی (36) قرار داده می‌شود.

$$V_2 = -c_1 z_1^2 - \frac{1}{\beta} z_2^{\frac{p}{q}+1} - c_1 s^2 + \frac{p}{\beta q} z_2^{\frac{p}{q}-1} s(-K\mathrm{sgn}(s) + d_s)$$
$$\le -c_1 z_1^2 - \frac{1}{\beta} z_2^{\frac{p}{q}+1} - c_1 s^2 - \frac{p}{\beta q} z_2^{\frac{p}{q}-1}(K|s| + |d_s| \cdot |s|) \quad (43)$$

با توجه به این‌که p و q اعداد مثبت فرد هستند و $1 < \frac{p}{q} < 2$، بنابراین $z_2^{\frac{p}{q}-1} \ge 0$ و $z_2^{\frac{p}{q}+1} \ge 0$ همچنین با توجه به رابطه (40) نتیجه گرفته می‌شود، این عبارت همیشه مقداری منفی است. اگر فرض شود $\eta = \frac{p}{\beta q} z_2^{\frac{p}{q}-1}(K - |d_s|)$ در آن صورت:

$$\dot{V}_2 = -c_1 z_1^2 - \frac{1}{\beta} z_2^{\frac{p}{q}+1} - c_1 s^2 - \frac{p}{\beta q} z_2^{\frac{p}{q}-1}(K - |d_s|)|s| \le -\eta|s|, \eta \ge 0 \quad (44)$$

بنابراین مسیر حالت در زمان محدود t_r به مود لغزشی $s = 0$ می‌رسد. وقتی صفحه $s = 0$ رسید، می‌توان آن را به‌صورت رابطه (45) نشان داد.

$$s = z_1 + \frac{1}{\beta} z_2^{\frac{p}{q}} = 0 = \beta^{\frac{q}{p}} z_1^{\frac{q}{p}} + z_2, \qquad p > q \quad (45)$$

که عبارت سمت راست مشابه همان مود لغزشی ترمینالی اولیه است [28] که بعدها در مرجع [29] صفحه لغزشی به‌صورت رابطه‌ی (36) ارائه شد. آن زمانی که از نقطه $z_1(t_r)$ یعنی نقطه‌ای که به صفحه لغزشی رسیده است، به $z_1(t_r + t_s) = 0$ حرکت می‌کند زمان محدود t_s است. این به آن معناست که هر دو حالت z_1 و z_2 در زمان محدود به صفر همگرا می‌شوند؛ اما همین مقدار در مود لغزشی خطی مقداری نامحدود به دست می‌آید.

5- شبیه‌سازی

همان‌طور که گفته شد، برای درک سیستم‌های دینامیکی داشتن همه حالت‌های سیستم لازم و ضروری می‌باشد. در عمل اندازه‌گیری کامل حالت‌های یک سیستم هزینه‌بر، سخت و یا حتی به دست آوردن آن‌ها غیرممکن است. در این موارد از یک رؤیت‌گر برای تخمین وضعیت سیستم استفاده می‌شود. با توجه به موارد کاربردی، می‌توان متغیرهای موقعیت و زاویه $(x, y, z, \varphi, \theta, \psi)$ یک کوادروتور را اندازه‌گیری کرد؛ اما به دلیل وجود نویز نمی‌توان از روش مشتق‌گیری، سرعت سیستم کوادروتور $(\dot{x}, \dot{y}, \dot{z}, \dot{\varphi}, \dot{\theta}, \dot{\psi})$ را به دست آورد.

بلوک دیاگرام سیستم کنترلی به همراه رؤیت‌گر در شکل 2 نشان داده شده است. شبیه‌سازی‌ها در این مقاله برای کنترل‌کننده مود لغزشی ترمینالی پسگام غیر تکین در سه حالت ایده‌آل (بدون نویز سیستم و نویز اندازه‌گیری و با در دست داشتن همه حالت‌های سیستم)، حالت وجود نویز و بدون در نظر گرفتن فیلتر کالمن توسعه‌یافته (با نویز سیستم و نویز اندازه‌گیری و با در دست داشتن همه حالت‌های سیستم) حالت وجود نویز و با در نظر گرفتن فیلتر کالمن توسعه‌یافته (با نویز سیستم و نویز اندازه‌گیری و فقط با در دست داشتن حالت‌های $(x, y, z, \varphi, \theta, \psi)$ سیستم) ارائه شده است. همچنین برای مقایسه‌ی عملکرد کنترل‌کننده مود لغزشی ترمینالی پسگام غیرتکین در حالت ایده‌آل از روش پسگام ارائه شده در مرجع [4]، استفاده شده است.

پارامترهای کوادروتور همچون جدول 1 انتخاب شده است. شرایط اولیه کوادروتور به‌صورت [0 0 0] برای سه زاویه رول، پیچ و یاو همچنین [0 0 0] برای موقعیت‌های x y و z فرض شده است. موقعیت مطلوب کوادروتور در جهت x و y، 2 متر و در جهت z 3 متر در نظر گرفته‌شده است. همچنین موقعیت مطلوب کوادروتور در جهت زاویه یاو 1 رادیان فرض شده است. ضرایب کنترل‌کننده مود لغزشی ترمینالی پسگام غیر تکین در جدول 2 نشان داده شده است؛ که این مقادیر به روش سعی و خطا و با در نظر گرفتن پایداری سیستم در کمترین زمان ممکن به‌دست آمده‌اند.

با توجه به توضیحات بخش 3 برای شبیه‌سازی، از نویز سیستم و نویز اندازه‌گیری با نرخ توان 10^{-2} استفاده شده است که هر دو نویز ارائه‌شده، سفیدند. با توجه به مقادیر w و v که توسط نویز سفید ارائه شده است، ماتریس R و ماتریس Q، به ترتیب به‌صورت رابطه (46) است.

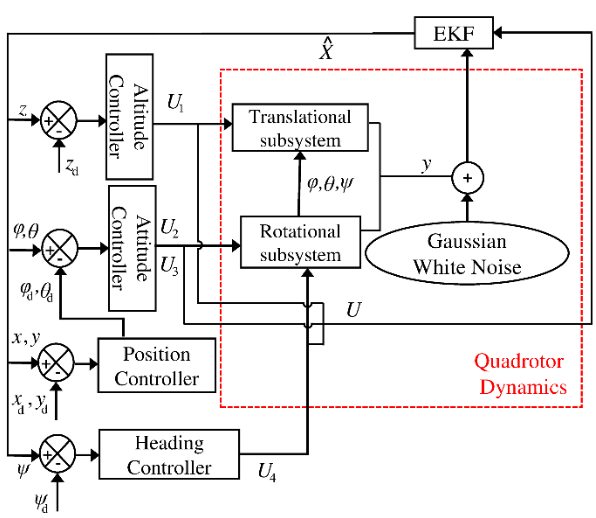


Fig. 2 Controller and observer block diagram in quadrotor

شکل 2 بلوک دیاگرام کنترل‌کننده و رؤیت‌گر در کوادروتور

جدول 1 پارامترهای ساختاری کوادروتور [17]

Table 1 Quadrotor structural parameters [17]

ضریب	مقدار	واحد
$I_x = I_y$	3.827×10^{-3}	kgm^2
I_z	7.134×10^{-3}	kgm^2
J_R	2.83×10^{-5}	kgm^2
m	0.42	kg
l	0.205	m
g	9.8	ms^{-2}
b	2.98×10^{-5}	Ns^2rad^{-2}
d	3.23×10^{-7}	Ns^2rad^{-2}
$A_x = A_y = A_z$	0.01	

جدول 2 ضرایب کنترلی مود لغزشی ترمینالی پسگام غیر تکین

Table 2 Non-singular backstepping terminal sliding mode control coefficients

	φ	θ	ψ	z	x	y
K	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1
p	7	7	7	7	7	7
q	5	5	5	5	5	5
c	3	3	3	3	3	3
β	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1

$$Q = 10^{-4} \times I_{12\times12}$$
$$R = 10^{-4} \times I_{6\times6} \qquad (46)$$

همان‌طور که از شکل‌های 3 و 4 دیده می‌شود، موقعیت‌های (x,y,z) و زوایای (φ,θ,ψ) در سیستم کوادروتور در حالت ایده‌آل (بدون نویز سیستم و نویز اندازه‌گیری و با در دست داشتن همه حالت‌های سیستم) با اعمال کنترل‌کننده مود لغزشی ترمینالی پسگام غیر تکین به پایداری رسیده و در وضعیت مدنظر کاربر قرارگرفته‌اند. همچنین مشاهده می‌شود که در سیستم کوادروتور وقتی همه حالت‌ها قابل‌اندازه‌گیری بوده اما دارای نویز باشند، حالت‌های سیستم کوادروتور بعد از اعمال کنترل‌کننده نیز دارای نوساناتی خواهند بود که این نوسانات برای روتورهای کوادروتور مفید نیستند.

همان‌گونه که گفته شد، اندازه‌گیری همه حالت‌های سیستم دینامیکی در عمل بسیار پیچیده و گاه گران می‌باشد، لذا از فیلتر کالمن توسعه‌یافته به همراه کنترل‌کننده مود لغزشی ترمینالی پسگام غیر تکین استفاده می‌شود. با توجه به شکل‌های 3 و 4 با در نظر گرفتن نویز سیستم و نویز اندازه‌گیری و همچنین تنها با دسترسی به 6 متغیر حالت کوادروتور فیلتر کالمن توسعه‌یافته و کنترل‌کننده مود لغزشی ترمینالی پسگام غیر تکین به‌خوبی توانسته‌اند حالت‌ها را تخمین زده و کوادروتور را به وضعیت موردنظر کاربر هدایت کنند. در این حالت زوایای (φ,θ,ψ) در 2 ثانیه و موقعیت‌های (x,y,z) در 4 ثانیه به پایداری رسیده اند.

جهت مقایسه نتایج حاصل از کنترل‌کننده مود لغزشی ترمینالی پسگام غیرتکین در حالت ایده‌آل (بدون نویز سیستم و نویز اندازه‌گیری و با در دست داشتن همه حالت‌های سیستم) با روش پسگام در حالت ایده‌آل (بدون نویز سیستم و نویز اندازه‌گیری و با در دست داشتن همه حالت‌های سیستم) در شکل‌های 3 و 4 ارائه‌شده است. همان‌گونه که در این شکل‌ها دیده می‌شود روش کنترلی ارائه‌شده جدید توانسته سیستم را در مدت‌زمان کمتری به نقطه موردنظر طراح ببرد.

شکل‌های 5 و 6 نتایج خطای موقعیت و زاویه کوادروتور را برای حالت‌های بدون استفاده از فیلتر کالمن توسعه‌یافته $(e = x - x_d)$ و با استفاده از فیلتر کالمن توسعه‌یافته $(\hat{e} = \hat{x} - x_d)$ ارائه می‌کنند. این شکل‌ها نشان می‌دهند که خطای تخمین بسیار کمتر از حالت بدون تخمین می‌باشد. به‌طوری‌که اهمیت وجود فیلتر کالمن توسعه‌یافته را در کنار کنترل‌کننده مود لغزشی ترمینالی پسگام غیر تکین، به‌خوبی نشان می‌دهد.

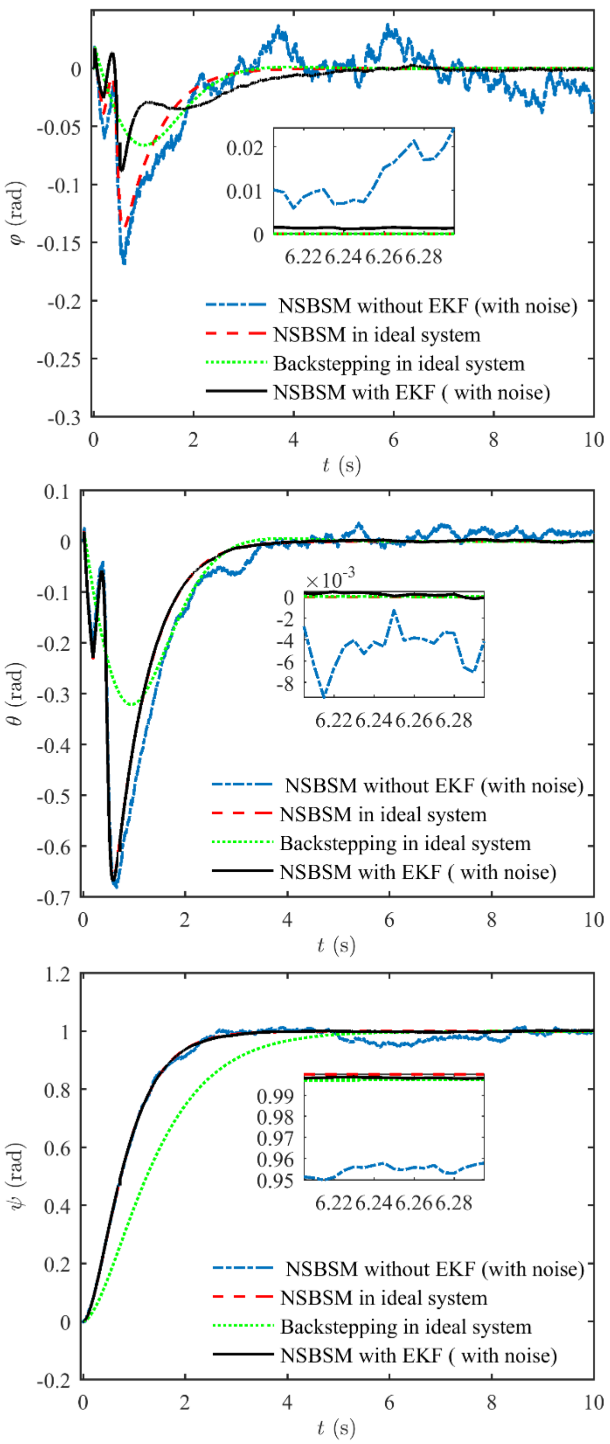


Fig. 3 Tracking results for the orientation (φ,θ,ψ)

شکل 3 نتایج ردیابی برای زوایای (φ,θ,ψ)

شکل 7 ورودی‌های کنترل مود لغزشی ترمینالی پسگام غیر تکین برای کوادروتور در سه حالت ایده‌آل، حالت وجود نویز و بدون در نظر گرفتن فیلتر کالمن توسعه‌یافته، حالت وجود نویز و با در نظر گرفتن فیلتر کالمن توسعه‌یافته و همچنین روش پسگام برای مقایسه با حالت ایده‌آل را نشان می‌دهد.

همان‌گونه که گفته شد، وجود نویز در سیستم‌های دینامیکی غیرقابل اغماض است. جدول 3 مقدار میانگین خطا و انحراف معیار را برای دو حالت استفاده از فیلتر کالمن توسعه‌یافته و عدم استفاده از آن را در سیستم

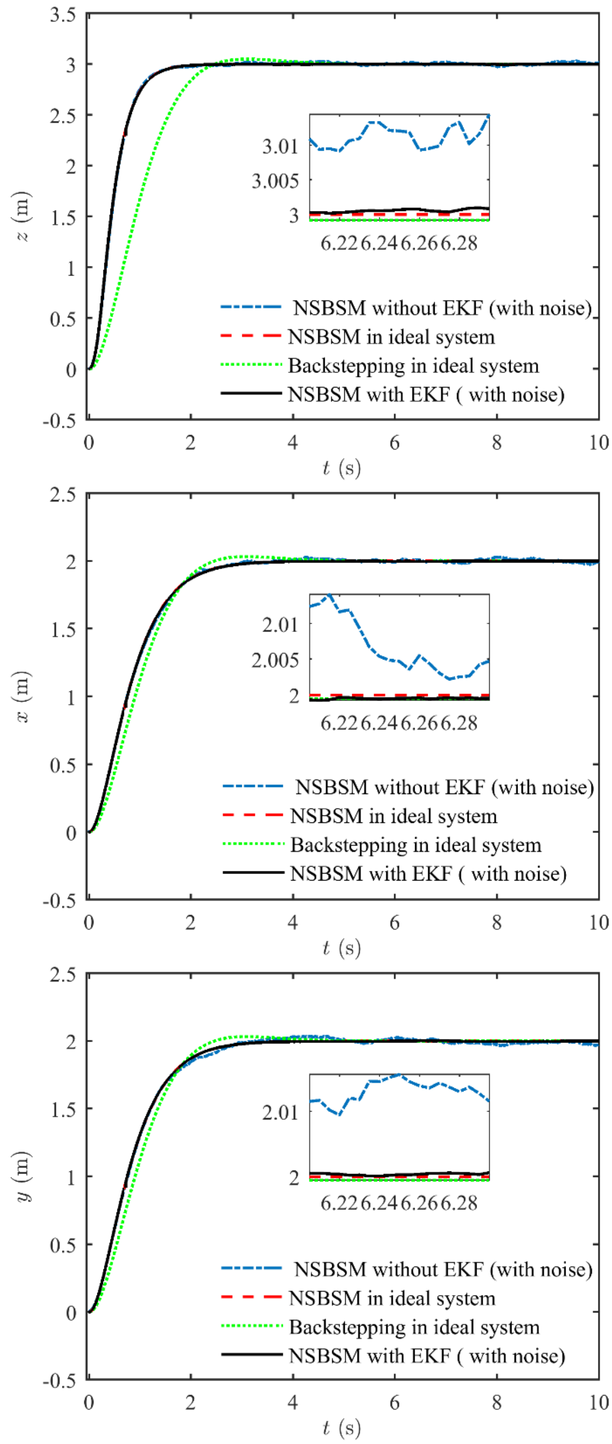


Fig. 4 Tracking results for the position (z, x, y)

شکل 4 نتایج ردیابی برای موقعیت (z, x, y)

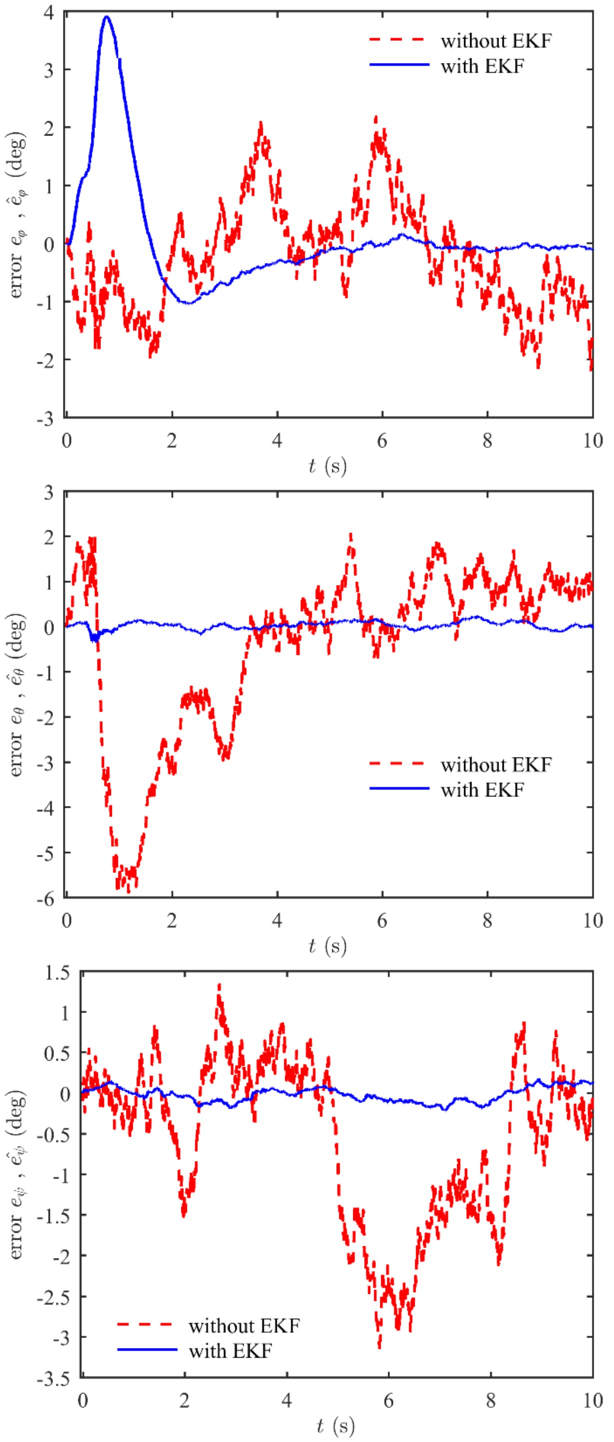


Fig. 5 Tracking errors results for the orientation (φ, θ, ψ)

شکل 5 نتایج خطاهای ردیابی برای زوایای (φ, θ, ψ)

دینامیکی کوادروتور که دارای نویز سیستم و نویز اندازه‌گیری هستند، نشان می‌دهد. همان‌طور که در جدول 3 مشاهده می‌شود وجود فیلتر کالمن توسعه‌یافته به‌خوبی توانسته است که سیستمی را که دارای نویز سیستم و نویز اندازه‌گیری است، به پایداری برساند؛ به‌گونه‌ای که میزان نوسان حالت‌های سیستم با وجود رؤیت‌گر به‌شدت کم است.

نتایج شبیه‌سازی برای سیستم کوادروتور با در نظر گرفتن کنترل‌کننده مود لغزشی ترمینالی پسگام غیرتکین طراحی شده با ضرایب جدول 2 و فیلتر کالمن توسعه‌یافته باوجود نویزهای گوسی مختلف در جدول 4 و 5 ارائه‌شده است. نتایج جدول‌های 4 و 5 نشان می‌دهند که با افزایش R و Q استفاده از ترکیب کنترل‌کننده–رؤیت‌گر باعث کاهش میانگین خطا و انحراف معیار در حالت‌های سیستم نسبت به حالت بدون استفاده از رؤیت‌گر شده است و میانگین خطا و انحراف معیار در حالت وجود رؤیت‌گر کاهش چشمگیری می‌یابد که این خود اهمیت استفاده از آن را در کنار کنترل‌کننده نشان می‌دهد.

[DOR: 20.1001.1.10275940.1397.18.1.33.0]

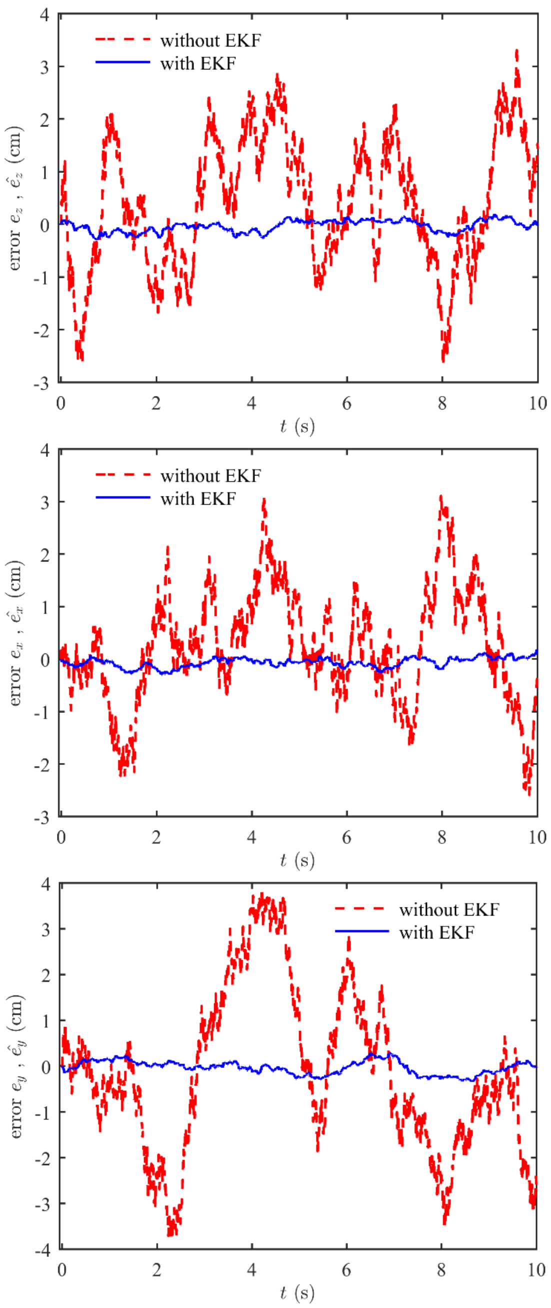
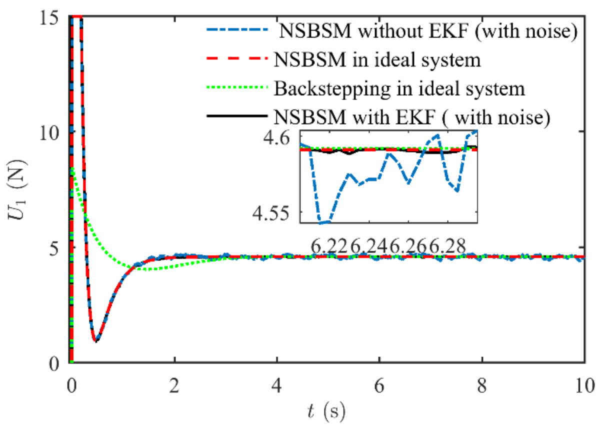


Fig. 6 Tracking errors results for the position (z, x, y)

شکل 6 نتایج خطاهای ردیابی برای موقعیت (z, x, y)



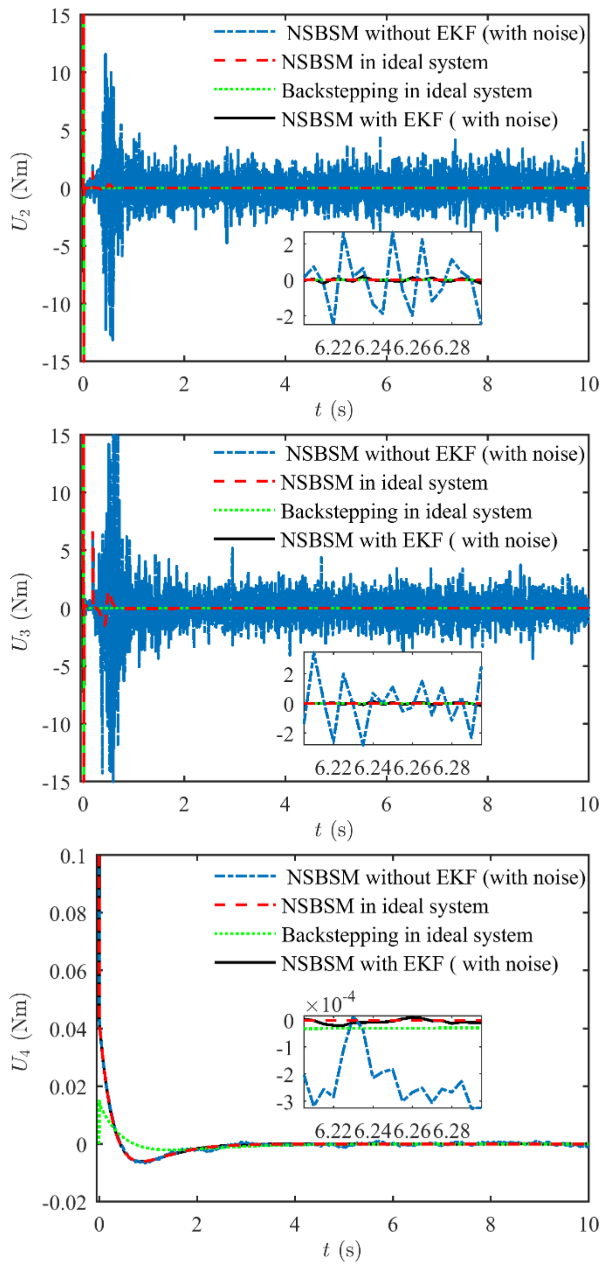


Fig. 7 Non-singular backstepping terminal sliding mode control inputs for the quadrotor

شکل 7 ورودی‌های کنترل مود لغزشی ترمینالی پسگام غیر تکین برای کوادروتور

جدول 3 میانگین خطا و انحراف معیار برای شبیه‌سازی کوادروتور

Table 3 Mean error and standard deviation for quadrotor simulation

y (cm)	x (cm)	z (cm)	ψ (deg)	θ (deg)	φ (deg)	
0.10	-0.05	0.02	0.06	-0.03	0.13	میانگین خطا با رؤیت‌گر
-0.63	-0.41	0.05	0.30	-0.32	-0.66	میانگین خطا بدون رؤیت‌گر
0.19	0.15	0.09	0.12	0.11	0.97	انحراف معیار خطا با رؤیت‌گر
1.73	1.12	0.95	0.91	0.91	1.04	انحراف معیار خطا بدون رؤیت‌گر

6- نتیجه‌گیری

در این مقاله روش جدید کنترل مود لغزشی ترمینالی پسگام غیر تکین به همراه فیلتر کالمن توسعه‌یافته برای کنترل و تخمین حالت‌های وسیله نقلیه بدون سرنشین (کوادروتور) اعمال شده است. در سیستم کوادروتور اثرات

جدول 4 میانگین خطا برای شبیه‌سازی کوادروتور در سه حالت نویز سفید گاوسی مختلف

Table 4 Mean error for quadrotor simulation in three different Gaussian white noise

$Q = 2\times10^{-4}(I_{12\times12})$ $R = 2\times10^{-4}(I_{6\times6})$		$Q = 0.5\times10^{-4}(I_{12\times12})$ $R = 0.5\times10^{-4}(I_{6\times6})$		$Q = 0.25\times10^{-4}(I_{12\times12})$ $R = 0.25\times10^{-4}(I_{6\times6})$		
با استفاده از رؤیت‌گر	بدون استفاده از رؤیت‌گر	با استفاده از رؤیت‌گر	بدون استفاده از رؤیت‌گر	با استفاده از رؤیت‌گر	بدون استفاده از رؤیت‌گر	
0.05	2.29	0.11	-0.26	0.005	0.12	φ (deg)
-0.005	-4.97	0.004	-0.17	-0.01	-0.02	θ (deg)
0.04	0.34	0.04	0.08	0.01	-0.03	ψ (deg)
-0.012	1.12	0.011	-0.12	0.012	-0.015	z (cm)
0.16	0.29	-0.05	0.13	0.011	0.21	x (cm)
-0.13	-0.90	-0.002	-0.10	-0.011	-0.17	y (cm)

جدول 5 انحراف معیار برای شبیه‌سازی کوادروتور در سه حالت نویز سفید گاوسی مختلف

Table 5 Standard deviation for quadrotor simulation in three different Gaussian white noise

$Q = 2\times10^{-4}(I_{12\times12})$ $R = 2\times10^{-4}(I_{6\times6})$		$Q = 0.5\times10^{-4}(I_{12\times12})$ $R = 0.5\times10^{-4}(I_{6\times6})$		$Q = 0.25\times10^{-4}(I_{12\times12})$ $R = 0.25\times10^{-4}(I_{6\times6})$		
با استفاده از رؤیت‌گر	بدون استفاده از رؤیت‌گر	با استفاده از رؤیت‌گر	بدون استفاده از رؤیت‌گر	با استفاده از رؤیت‌گر	بدون استفاده از رؤیت‌گر	
0.96	5.24	0.41	0.92	0.19	0.94	φ (deg)
0.13	13.66	0.06	0.42	0.06	0.25	θ (deg)
0.17	1.65	0.03	0.45	0.02	0.18	ψ (deg)
0.21	1.97	0.05	0.47	0.03	0.32	z (cm)
0.23	4.86	0.07	0.78	0.04	0.32	x (cm)
0.31	2.40	0.06	0.69	0.05	0.38	y (cm)

آئرودینامیکی بر روی دینامیک سیستم مورد توجه قرار گرفته و معادلات آن توسط روش اویلر-نیوتن استخراج گردیده است. اگرچه معادلات دینامیکی کوادروتور غیرخطی هستند، اما روش کنترل مود لغزشی ترمینالی پسگام غیر تکین به‌خوبی توانسته سیستم دینامیکی را بدون در نظر گرفتن نویز سیستم و نویز اندازه‌گیری و با در دست بودن همه حالت‌های دینامیکی سیستم به پایداری برساند و کوادروتور را به مسیرهای موردنظر طراح هدایت کند. وجود نویز در سیستم‌های دینامیکی غیرقابل اغماض بوده و نیز اندازه‌گیری همه حالت‌های سیستم در عمل بسیار پیچیده و گران می‌باشد، بنابراین روش فیلتر کالمن توسعه‌یافته به‌عنوان رؤیت‌گر حالت‌های سیستم به همراه کنترل‌کننده، در نظر گرفته شده است. شبیه‌سازی عددی نتایج نشان‌دهنده عملکرد خوب و مقاوم بودن کنترل‌کننده-رؤیت‌گر پیشنهادی است به طوری که رؤیت‌گر-کنترل‌کننده به‌خوبی توانسته‌اند هم حالت‌های غیرقابل‌اندازه‌گیری سیستم را تخمین زده و بر نویزهای فرایند و اندازه‌گیری غلبه کند و هم سیستم را به موقعیت موردنظر طراح برساند.

7- مراجع

[1] G. M. Hoffmann, H. Huang, S. L. Waslander, C. J. Tomlin, Quadrotor helicopter flight dynamics and control: Theory and experiment, *Proceedings of The AIAA Guidance, Navigation, and Control Conference*, hilton head, south carolina, USA, August 20-23, 2007.

[2] E. Altug, J. P. Ostrowski, R. Mahony, Control of a quadrotor helicopter using visual feedback, *Proceedings of The IEEE International Conference On Robotics and Automation*, Washington, DC, USA, May 11-15, 2002.

[3] S. Bouabdallah, A. Noth, R. Siegwart, PID vs LQ control techniques applied to an indoor micro quadrotor, *Proceedings of The Intelligent Robots and Systems*, Sendai, Japan, 28 September-2 October, 2004.

[4] S. Bouabdallah, R. Siegwart, Backstepping and sliding-mode techniques applied to an indoor micro quadrotor, *Proceedings of The IEEE international conference on robotics and automation*, Barcelona, Spain, April 18-22, 2005.

[5] T. Madani, A. Benallegue, Backstepping control for a quadrotor helicopter, *Proceedings of The International Conference on Intelligent Robots and Systems*, Beijing, China, October 9-15, 2006.

[6] T. Madani, A. Benallegue, Backstepping sliding mode control applied to a miniature quadrotor flying robot, *Proceedings of The 32nd Annual Conference on IEEE Industrial Electronics*, Paris, France, November 6-10, 2006.

[7] A. Benallegue, A. Mokhtari, L. Fridman, Feedback linearization and high order sliding mode observer for a quadrotor UAV, *Proceedings of The International Workshop on Variable Structure Systems*, Alghero, Italy, June 5-7, *2006.*

[8] A. Benallegue, A. Mokhtari, L. Fridman, High-order sliding-mode observer for a quadrotor UAV, *International Journal of Robust and Nonlinear Control*, Vol. 18, No. 4-5, pp. 427-440, 2008.

[9] T. Madani, A. Benallegue, Sliding mode observer and backstepping control for a quadrotor unmanned aerial vehicles, *Proceedings of The American Control Conference*, New York, USA, July 9-13, 2007.

[10] T. Madani, A. Benallegue, Backstepping control with exact 2-sliding mode estimation for a quadrotor unmanned aerial vehicle, *Proceedings of The International Conference on Intelligent Robots and Systems*, San Diego, USA, 29 October -2 November, 2007.

[11] S. Bouabdallah, R. Siegwart, Full control of a quadrotor, *Proceedings of The International Conference on Intelligent Robots and Systems*, San Diego, USA, 29 October -2 November, 2007.

[12] A. A. Mian, W. Daobo, Modeling and backstepping-based nonlinear control strategy for a 6 DOF quadrotor helicopter, *Chinese Journal of Aeronautics*, Vol. 21, No. 3, pp. 261-268, 2008.

[13] M. Bouchoucha, S. Seghour, H. Osmani, M. Bouri, Integral backstepping for attitude tracking of a quadrotor system, *Elektronika ir Elektrotechnika*, Vol. 116, No. 10, pp. 75-80, 2011.

[14] S. Zeghlache, D. Saigaa, K. Kara, A. Harrag, A. Bouguerra, Backstepping sliding mode controller improved with fuzzy logic: Application to the quadrotor helicopter, *Archives of Control Sciences*, Vol. 22, No. 3, pp. 315-342, 2012.

[15] L. Derafa, A. Benallegue, L. Fridman, Super twisting control algorithm for the attitude tracking of a four rotors UAV, *Journal of the Franklin Institute*, Vol. 349, No. 2, pp. 685-699, 2012.

[16] Y. Li, S. Song, A survey of control algorithms for quadrotor unmanned helicopter, *Proceedings of The IEEE Fifth International Conference on Advanced Computational Intelligence (ICACI)*, Nanjing, China, October 18-20, *2012*.

[17] H. Khebbache, M. Tadjine, Robust fuzzy backstepping sliding mode controller for a quadrotor unmanned aerial vehicle, J*ournal of Control Engineering and Applied Informatics*, Vol. 15, No. 2, pp. 3-11, 2013.

[18] H. Ramirez-Rodriguez, V. Parra-Vega, A. Sanchez, O. Garcia, Integral sliding mode backstepping control of quadrotors for robust position tracking, *Proceedings of The International Conference on Unmanned Aircraft Systems (ICUAS)*, Atlanta, USA, May 28-31, *2013*.

[19] J. J. Xiong, E. H. Zheng, Position and attitude tracking control for a quadrotor UAV, *ISA Transactions*, Vol. 53, No. 3, pp. 725-731, 2014.

[20] E. Davoodi, M. Rezaei, Dynamic modeling, simulation and control of a quadrotor using MEMS sensors' experimental data, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 14, No. 3, pp. 175-184, 2014. (In Persian فارسی)

[21] D. Simon, *Optimal State Estimation: Kalman, H Infinity, and Nonlinear Approaches*, pp. 395-409, Hoboken: John Wiley & Sons, 2006.

[22] R. Olfati-Saber, *Nonlinear Control of Underactuated Mechanical Systems with Application to Robotics and Aerospace Vehicles*, PhD Thesis, Department of Electrical Engineering and Computer Science, Massachusetts Institute of Technology, USA, 2000.

[23] R. Babaei, A. F. Ehyaei, Robust backstepping control of a quadrotor uav using extended kalman bucy filter, *International Journal of Mechatronics, Electrical and Computer Technology (IJMEC)*, Vol. 5, No. 16, pp. 2276-2291, 2015.

[24] L. Besnard, Y. B. Shtessel, B. Landrum, Quadrotor vehicle control via sliding mode controller driven by sliding mode disturbance observer, *Journal of the Franklin Institute*, Vol. 349, No. 2, pp. 658-684, 2012.

[25] M. Zhihong, A. P. Paplinski, H. R. Wu, A robust MIMO terminal sliding mode control scheme for rigid robotic manipulators, *IEEE Transactions on Automatic Control*, Vol. 39, No. 12, pp. 2464-2469, 1994.

[26] N. Adhikary, C. Mahanta, Integral backstepping sliding mode control for underactuated systems: Swing-up and stabilization of the Cart–Pendulum System, *ISA Transactions*, Vol. 52, No. 6, pp. 870-880, 2013.

[27] M. Xin, J. Fei, Adaptive vibration control for MEMS vibratory gyroscope using backstepping sliding mode control, *Journal of Vibration and Control*, Vol. 21, No. 4, pp. 808-817, 2015.

[28] X. Yu, M. Zhihong, Fast terminal sliding-mode control design for nonlinear dynamical systems, *IEEE Transaction on Circuits and Systems I: Fundemental Theory and Applications*, Vol. 49, No. 2, pp. 261-264, 2002.

[29] Y. Feng, X. Yu, Z. Man, Non-singular terminal sliding mode control of rigid manipulators, *Automatica*, Vol. 38, No. 12, pp. 2159-2167, 2002.

[DOR: 20.1001.1.10275940.1397.18.1.33.0]