

کنترل پیش‌بین غیرخطی ربات شش درجه آزادی سکوی استوارت

مجبی قربانی^۱، سیدکمال حسینی ثانی^{۲*}

۱- دانشجوی کارشناسی ارشد، مهندسی برق، دانشگاه فردوسی مشهد

۲- استادیار، مهندسی برق، دانشگاه فردوسی مشهد

* مشهد، صندوق پستی 9177948974

اطلاعات مقاله

چکیده

در این مقاله کنترل پیش‌بین غیرخطی برای ربات موازی شش درجه آزادی استوارت ارائه شده است. کنترل پیش‌بین، مسیر کنترلی بهینه ربات را در یک افق محدود و مشخص انتخاب می‌کند. هدف اصلی این تحقیق طراحی کنترل کننده پیش‌بین برای ربات شش درجه آزادی استوارت است. در این پژوهش ابتدا سینماتیک و دینامیک ربات استوارت با در نظر گرفتن دینامیک الکتروموتورهای محركها معرفی می‌گردد. در ادامه به معرفی کنترل پیش‌بین غیرخطی پرداخته شده و متناسب با دینامیک ربات شش درجه آزادی، کنترل کننده طراحی می‌شود. با فرض وجود نامعینی‌های مختلف برای ربات معادله دینامیکی ربات بازنویسی شده و کنترل کننده با توجه به این نامعینی‌ها طراحی و پایداری کنترل کننده با استفاده از نظریه لیاپانوف اثبات می‌گردد. کنترل کننده پیش‌بین برای محدود بودن توان و گشتاور موتورها در عمل، سکوی استوارت را به گونه‌ای کنترل می‌کند که مسیر موردنظر به خوبی ردیابی گردد. در انتهای پژوهش برای بررسی روش ارائه شده، سکوی استوارت شبیه‌سازی و روش کنترل پیش‌بین برای دیگر روش‌های مرسوم از جمله روش کنترل گشتاور محاسبه شده، کنترل مدلغشی و کنترل کننده تناوبی-انتگرال گیر-مشتق گیر از نظر خطای ردیابی و تلاش کنترل مقایسه شده است.

مقاله پژوهشی کامل

دریافت: ۱۸ مرداد ۱۳۹۴

پذیرش: ۱۵ آبان ۱۳۹۴

ارائه در سایت: ۲۴ آذر ۱۳۹۴

کلید واژگان:

سکوی استوارت

کنترل پیش‌بین غیرخطی

نامعینی‌های سیستم

کنترل ربات

پایداری لیاپانوف

Nonlinear model predictive control of Stewart platform 6 dof

Mojtaba Ghorbani, Seyed Kamal Hosseini Sani

Department of Electrical Engineering, Ferdowsi University of Mashhad, Mashhad, Iran

* P.O.B. 9177948974 Mashhad, Iran, k.hosseini@um.ac.ir

ARTICLE INFORMATION

Original Research Paper

Received 09 August 2015

Accepted 06 November 2015

Available Online 15 December 2015

Keywords:

Stewart platform
Nonlinear model predictive control
uncertain system
robot manipulator
Lyapunov stability

ABSTRACT

This paper presents a nonlinear predictive approach for Stewart platform (6 degrees of freedom). The optimal control is computed directly from the minimization of receding horizon cost function with offline optimization. The main purpose of this research is to design the predictive controller for Stewart platform. In this study, the kinematics and dynamics of Stewart robot are introduced, considering the dynamics of actuators. Following the introduction of nonlinear model predictive control will be discussed and according to robot dynamics, controller will be designed. In addition, given the various uncertainties, robot dynamic equation could be rewritten. The controller is designed according to these uncertainties and then stability control is confirmed using Lyapunov theory. Due to the limited engine power and the output torque electric drive in practice, the proposed controller manages Stewart platform in such a way that it could track the desired trajectory well. To review the proposed method at the end of the study, Stewart platform is simulated and the control method proposed in this paper was compared with computed torque control (CTC) method, sliding mode control and Proportional-Integrator-Differentiation (PID) controller.

ربات‌های موازی در مقایسه با انواع ربات‌های سری دارای قدرت، سرعت و دقیقت بالاتری بوده که با توجه به این مزایا، این گروه از ربات‌ها در تولید ماشین‌آلات، شبیه‌سازها، رادیوتلسکوپ‌ها و غیره کاربرد فراوانی یافته‌اند؛ اما در کنار مزیت‌های گفته شده باید توجه نمود که فضای کاری ربات‌های موازی در مقایسه با ربات‌های سری بسیار کمتر بوده و همچنین، حل مسائل سینماتیکی و دینامیکی آن‌ها به مرتبه دشوارتر است. به دست آوردن مدلی دقیق از ربات، همواره مورد توجه و بررسی پژوهشگران قرار داشته است. ربات استوارت نیز از این قاعده مستثنی نبوده و محاسبه‌ی مدلی دقیق از انواع مختلف آن مورد توجه محققین بوده است. اما کارکرد ربات در محیط‌ها و شرایط مختلف باعث تغییر در ساختار واقعی ربات

۱- مقدمه

سکوی استوارت^۱، یک ربات موازی با ۶ درجه آزادی است که نخستین بار توسط استوارت [۱] در سال ۱۹۶۵ معرفی گردید.

این ربات همان‌طور که در شکل ۱ نشان داده شده است، متشکل از دو صفحه^۲ بوده که از طریق ۶ بازو^۳ به یکدیگر متصل شده است. هر یک از لینک‌ها می‌تواند از طریق محرك‌های هیدرولیکی، پنیوماتیکی و یا الکتریکی حرکتی خطی داشته باشد. این بازوها از طریق مفصل کروی به صفحه محرك فوقانی و به وسیله‌ی مفصل یونیورسال^۴ به صفحه ثابت زیرین متصل است.

1- Stewart platform

2- plate

3- link

4- Universal joint

برای ارجاع به این مقاله از عبارت ذیل استفاده نمایید:

M. Ghorbani, S. K. Hosseini Sani, Nonlinear model predictive control of Stewart platform 6 dof, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 16, No. 1, pp. 41-50, 2016 (in Persian)

تناسی²، توسعه یافت؛ که در آن، بهره کنترل‌کننده مشتقی تناسی توسعه قوانین تطبیق، تنظیم می‌شود.

در مرجع [6] یک مدل کامل دینامیکی بر اساس روش نیوتون- لاگرانژ برای کنترل سکوی استوارت، در فضای وظیفه معرفی شد و یک طرح کنترل تطبیقی ترکیبی، با استفاده از راهبرد فیلتر کردن دینامیک‌های سیستم، توسعه داده شد و سپس، یک تخمین گر با بهره‌ی مناسب، برای قانون تطبیق پارامترها طراحی گردید.

یک راهبرد کنترل مقاوم تطبیقی، بهمنظور جبران عدم قطعیت‌های پارامتری و غیرخطی‌های نامعلوم، در مدل دینامیکی بازوی مکانیکی موازی با سه محرک پنوماتیک، باهدف رسیدن به کنترل ریدیابی دقیق؛ در مرجع [7] به کار گرفته شد. طرح کنترل پیشنهادی، بهطور قابل توجهی، تأثیر ناشی از تغییر پارامترها، اغتشاش‌های نامعلوم، خطاهای مدل‌سازی در نیروهای استاتیک ماهیچه‌های پنوماتیک، و غیرخطی‌های نامعلوم مانند نیروهای اصطکاک متغیر با زمان در ماهیچه‌های پنوماتیک را تضعیف نمود.

اقبال و بهاتی در مرجع [8] یک کنترل‌کننده مدل‌لغزشی مقاوم، برای کنترل موقعیت سکوی استوارت با در نظر گرفتن دینامیک‌های نامعین، مطرح کردند. مرجع [9] یک روش پسگام تطبیق شونده، بهمنظور توسعه یک کنترل‌کننده غیرخطی برای بازوی مکانیکی سکوی استوارت با در نظر گرفتن دینامیک‌های محرک هیدرولیک، به کار گرفت. این کنترل‌کننده توانایی جبران عدم قطعیت‌های پارامتری در دینامیک‌های سیستم، شامل دینامیک‌های جسم صلب و دینامیک‌های محرک‌های هیدرولیک را دارا بود. کنترل‌کننده کاربردی برای سکوی استوارت شش درجه آزادی با محرک‌های پنوماتیک، در مرجع [10] معرفی شد. در راهبرد کنترلی پیشنهاد شده، یک کنترل‌کننده LQG باهدف ریدیابی مسیر مرجع در سکوی متحرک، بکار گرفته شد. سپس، به منظور بهبود عملکرد ریدیابی، طرح کنترلی LQG با یک ساختار کنترل انتگرالی، ترکیب گردید. کنترل‌کننده LQG در رویکرد پیشنهادی، ترکیبی از فیلتر کالمون (یعنی تخمین گر خطی درجه دوم (LOE) و یک تنظیم‌کننده خطی درجه دوم (LQG)) است. اما در روش پیشنهادی، برای طراحی کنترل‌کننده LQG باستی مدل دقیقی از سیستم، در دسترس باشد که به دلیل وجود خطاهای مدل‌سازی و اغتشاش‌های موجود این روش چندان کاربردی نخواهد بود.

یک کنترل‌کننده مدل‌لغزشی تطبیقی در فضای کاری، بر اساس معادلات دینامیکی نیوتون- اویلر در یک شبیه‌ساز پرواز شش درجه آزادی، با قابلیت شناسایی پارامترهای سکوی متحرک، مانند بار، ممان‌های اینرسی و مرکز جرم، در مرجع [11] پیشنهاد گردید. طرح کنترل پیشنهادی، پارامترهای نامعین ثابت را با استفاده از کنترل‌کننده تطبیقی غیرخطی شناسایی کرده و سپس، به منظور جبران اغتشاش‌های خارجی، از کنترل‌کننده مدل‌لغزشی، استفاده می‌کند.

استفاده از روش‌های هوشمند نیز جهت کنترل ربات استوارت مورد استفاده قرار گرفته است، که از آن میان می‌توان به پژوهش یانگ و همکاران اشاره کرد، که یک الگوریتم کنترل تناسی- مشتقی - انتگرالی فازی برای یک بازوی مکانیکی سکوی استوارت با در نظر گرفتن دینامیک محرک‌های هیدرولیک، معرفی کردد و در رویکرد پیشنهادی آنها، یک الگوریتم کنترلی با استفاده از ترکیب الگوریتم کنترل منطق فازی با کنترل PID، معرفی شد [12].

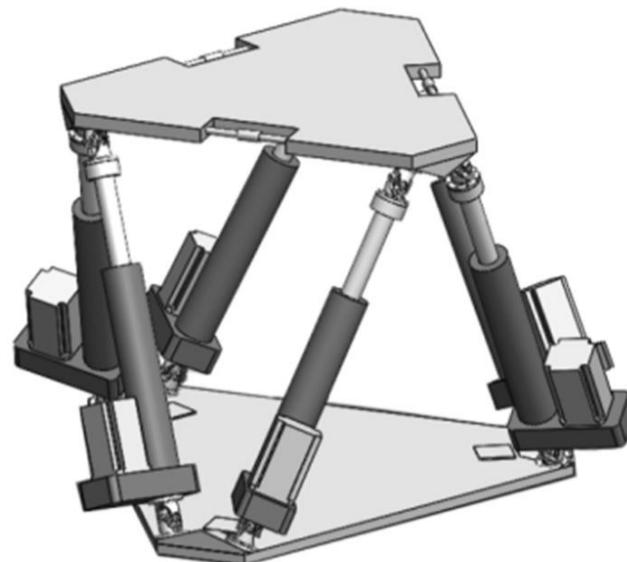


Fig. 1 The Stewart platform

شکل ۱ ساختار ربات استوارت

شده و این باعث ایجاد اختلاف بین مدل واقعی ربات و مدل به‌دست‌آمده برای ربات خواهد شد. لذا کنترل ربات با وجود این نامعینی‌های مختلف، از مهم‌ترین مباحث در کنترل ربات شش درجه آزادی استوارت است. تاکنون روش‌های متعددی برای کنترل ربات با وجود این نامعینی‌های مختلف ارائه شده است که در ادامه برخی از آن‌ها بررسی خواهد شد.

برای کنترل ربات استوارت با نامعینی‌های مختلف، استفاده از کنترل مقاوم توسط برخی محققین پیشنهاد گردید. سی‌هان لی و همکاران برای کنترل موقعیت سیستم شبیه‌ساز پرواز شش درجه‌ی آزادی، استفاده از دینامیک معکوس ترکیب‌شده با کنترل‌کننده H^∞ را معرفی کرده و بهمنظور مقابله با تأثیر خطاهای مدل‌سازی و همچنین حذف اغتشاش، از راهبرد کنترل مقاوم H^∞ در حلقه بیرونی کنترل‌کننده دینامیک معکوس، استفاده کرdenد [2].

از دیگر موارد استفاده از کنترل مقاوم برای کنترل ربات استوارت می‌توان به مرجع [3] اشاره کرد. در این مقاله یک کنترل‌کننده H^∞ ، بهمنظور مقابله با اغتشاش‌ها و عدم قطعیت‌های ناشی از خطاهای مدل‌سازی در بازوی مکانیکی موازی شش درجه آزادی به همراه دینامیک محرک‌های الکترومکانیک پیشنهادشده و بهمنظور طراحی یک کنترل ریدیابی موقعیت، کنترل‌کننده H^∞ با یک کنترل‌کننده دینامیک معکوس که در آن دینامیک‌های معکوس تخمین زده شده‌اند، ترکیب گردید.

مرجع [4] کنترل‌کننده مقاوم برای یک سکوی استوارت شش درجه آزادی، با قابلیت حذف اغتشاش در فضای لینکی و باهدف کنترل ریدیابی دقت بالا را معرفی کرد. در این طرح کنترلی، با توجه به وجود نویز اندازه‌گیری، اغتشاش، و اصطکاک‌های غیرخطی مدل نشده و درنتیجه تخریب دقت ریدیابی سیستم، یک مشتق گیر غیرخطی در مسیر پیشرو، و یک مشاهده‌گر حالت تعیین‌یافته در مسیر فیدبک، و همچنین یک کنترل‌کننده مشتقی تناسی غیرخطی، برای رسیدن به عملکرد بهتر کنترلی، استفاده شد.

از سایر روش‌های مقاوم در مقابل نامعینی‌های ربات می‌توان به کنترل تطبیقی اشاره کرد. پیاده‌سازی یک طرح کنترل تطبیقی در فضای مفصلی¹، برای کنترل حرکت یک بازوی مکانیکی موازی شش درجه آزادی، در مرجع [5] معرفی شد. در طرح کنترلی پیشنهادشده در این مرجع، یک کنترل‌کننده تطبیقی با استفاده از ترکیب کنترل‌کننده‌های مشتقی

تولیدی موتور محرک لینک‌ها، می‌توان کنترل پیش‌بین غیرخطی را بر روی ربات استوارت پیاده سازی عملی نیز نمود. در بخش دوم مقاله مدل دینامیکی ربات معرفی شده و در بخش سوم به تشریح ایده کنترل پیش‌بین غیرخطی پرداخته شده است. در ادامه بخش سوم در مورد مقاوم بودن و همچنین پایدار بودن روش پیشنهادی بحث شده است. در بخش چهارم کنترل پیش‌بین غیرخطی بر روی ربات استوارت شبیه‌سازی شده و ویژگی‌های آن مورد بررسی قرار گرفته است.

2-مدل‌سازی ربات استوارت

با استفاده از روش نیوتون - اویلر که در مرجع [18] معرفی شده است، معادلات غیرخطی دینامیک ربات در فضای دکارتی محاسبه شده است. معرفی علائم در بخش فهرست علائم صورت گرفته است. مختصات فضای دکارتی بردار q به صورت (1) معرفی می‌شود [20,19].

$$q = [t \ \theta] \quad (1)$$

که در آن $[x \ y \ z] = t$ بردار انتقال سکوی محرک و $[\phi \ \theta \ \psi] = \theta$ زوایای اوبلری مبدأ است. با توجه به شکل 2، بردار معرف هر بازو را می‌توان به صورت رابطه‌ی (2) نوشت.

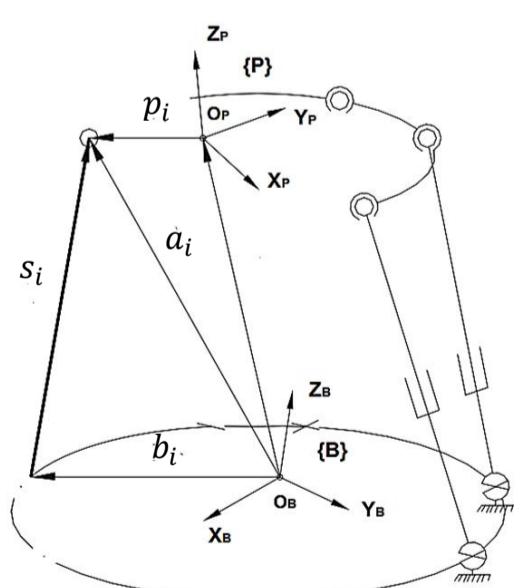
$$S_i = R_{pi} + t - b_i \quad (2)$$

با استفاده از معادله (2) سینماتیک معکوس ربات با اندازه‌گیری طول هر لینک به دست می‌آید.

برای حل سینماتیک مستقیم ربات، لازم است موقعیت دقیق ربات و همچنین جهت حرکت سکو با توجه به لینک‌ها محاسبه گردد. با توجه به ساختار ربات مشخص می‌گردد که سینماتیک مستقیم ربات، از حل همزمان 6 معادله غیرخطی به دست آمده و با استفاده از محاسبات عددی معرفی شده در مرجع [18] محاسبه می‌گردد. تجزیه و تحلیل دینامیکی سکو با در نظر گفتن نیروها و تعادل هر بازو با توجه به شکل 3 و شکل 4 به صورت رابطه‌ی (3) است.

$$(Fs)_i = Q_i \ddot{t} - Q_i (\ddot{q}_p)_i \alpha + V_i - F_i s_i \quad (3)$$

که در رابطه (3)، عبارت است از نیروی واردہ به هر لینک توسط صفحه بالایی و همچنین Q_i وابسته به خاصیت اینرسی هر لینک و V_i وابسته به خاصیت دینامیک هر لینک خواهد بود.



شکل 2 ساختار ساده‌شده ربات استوارت

در مرجع [13] یک کنترل کننده فازی تطبیقی کاربردی، بر اساس رویکرد فضای کاری، به منظور بهبود دقت رديابی موقعیت در سکوی استوارت، با پارامترهای غیرخطی و متغیر با زمان، طراحی گردید. در این پژوهش، از یک سیستم منطق فازی، به منظور اصلاح پارامترهای کنترل کننده PID، استفاده شد.

دانگسو و همکاران در مرجع [14] یک الگوریتم کنترل فازی تطبیقی برای رديابی مسیر در بازوی مکانیکی سکوی استوارت، با هدف جبران انحراف مسیر و جبران تخریب عملکرد کنترل کننده، به دلیل محدود بودن گشتاور محرک‌ها، پیشنهاد کردند.

در مرجع [15] مدل‌سازی و کنترل یک سیستم تثبیت موقعیت مقیاس کوچک با محرک‌های پیزوالکتریک، معرفی شد. در ابتدا، مدل‌سازی دینامیکی سیستم تثبیت موقعیت شش درجه آزادی، و سپس دو سیستم فازی تک ورودی- تک خروجی و نیز، راهبرد کنترلی مبتنی بر خطی‌سازی فیدبک بیان گردید.

يانگجین و همکاران یک کنترل رديابی مسیر برای بازوی مکانیکی موازی شش درجه آزادی با محرک‌های هیدرولیک، به همراه عدم قطعیت‌ها و اغتشاش‌های نامعین بار، معرفی کردند [16].

مرجع [17] حلی از معادله سینماتیک مستقیم بر اساس مشاهده‌گر، برای سکوی استوارت با شش مفصل کشویی و شش مفصل کروی، پیشنهاد کرد. این الگوریتم کنترلی، برای پیاده‌سازی یک کنترل کننده مد لغزشی با فیدبک خروجی، به بازوی مکانیکی سکوی استوارت، اعمال گردید. با روش حل پیشنهادی، کنترل موقعیت سکوی متحرک شش درجه آزادی، می‌تواند با بکار بردن یک کنترل فیدبک خروجی، و بدون نصب هر گونه حسگر خارجی (همانند ژیروسکوپ)، انجام شود.

استفاده از روش کنترل مقاوم برای کنترل ربات استوارت در بسیاری از موارد، مورد استفاده پژوهشگران قرار گرفته است و این در حالی است که استفاده از این روش کاهش دقت سیستم و بهنوعی افزایش خطای کنترل ربات را به دنبال خواهد داشت. علاوه بر کنترل مقاوم، استفاده از روش‌های تطبیقی و هوشمند نیز بسیار موردنمود توجه قرار گرفته است. از بزرگ‌ترین مشکلات استفاده از این روش‌ها حجم بالای محاسبات خواهد بود که این باعث عدم توانایی در پیاده‌سازی عملی و کاربردی شدن این روش‌ها خواهد شد. هرچند روش‌های مختلف کنترل تطبیقی و هوشمند در حالت‌هایی که دینامیک ربات استوارت ساده شده باشد، حجم پردازش اطلاعات آن‌ها نیز کاهش خواهد یافت که در این صورت با فرض بر ساده‌سازی روابط خطای سیستم نیز افزایش خواهد یافت.

از سویی دیگر چنانچه مطالعات مختلف در زمینه کنترل ربات استوارت با محرک‌های الکترومکانیک مورد توجه قرار گیرد، ملاحظه خواهد شد که اکثریت روش‌های معرفی شده نیازمند استفاده از موتورهایی با توانایی بالا بوده که این خود حاکی از نامناسب بودن این روش‌ها برای استفاده عملی در کنترل ربات خواهد بود.

در این مقاله سعی خواهد شد تا با استفاده از روش کنترل پیش‌بین غیرخطی با تخمین نامعینی‌های سیستم، کنترل ربات استوارت انجام گیرد. روش معرفی شده در این پژوهش به گونه‌ای است که با ترکیب روش کنترل گشتاور محاسبه شده و همچنین تخمین نامعینی سیستم، ربات کنترل خواهد شد. کنترل کننده معرفی شده در این تحقیق نیاز به حجم محاسبات بالای نداشته و همچنین از دقت مناسبی در قیاس با سایر روش‌های مرسوم برخوردار است. از سویی دیگر با توجه به محدود فرض کردن میزان گشتاور

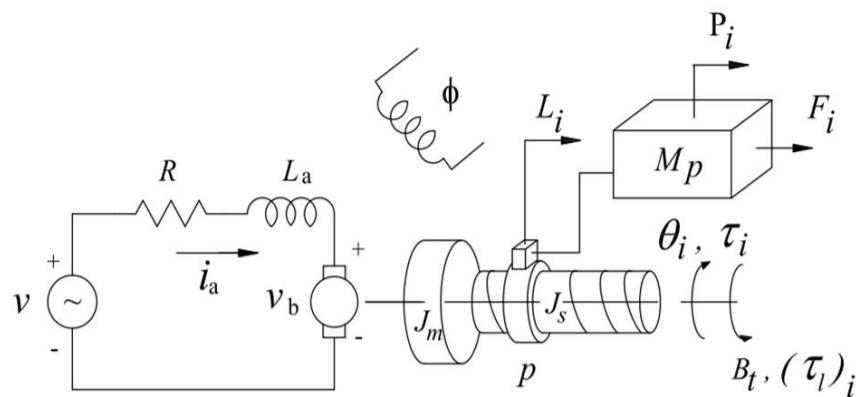


Fig. 5 Electromechanical actuator

شکل ۵ محرک الکترومکانیکی

بسیار بالاتر از سیستم حرکتی است، دینامیک بخش الکتریکی در مقایسه با بخش مکانیکی قابل صرف‌نظر کردن است و تنها دینامیک بخش مکانیکی در نظر گرفته می‌شود. با این فرض می‌توان گشتاور موتور را متناسب با جریان موتور فرض نمود. رابطه حرکت محرک الکترومکانیکی بهصورت (7) خواهد بود.

$$F = K_a T_m - D_a \ddot{L} - B_a \dot{L} \quad (7)$$

که در رابطه (7) D_a ماتریس اینرسی محرک، B_a ماتریس ضریب میرایی و K_a بهره محرک ماتریس بوده که در پیوست در مورد آن توضیح داده شده است. ارتباط بین فضای دکارتی و فضای مفاصل را می‌توان بهصورت رابطه (8) بیان نمود.

$$\begin{aligned} \dot{L} &= J_{l,q} \dot{q} \\ \ddot{L} &= J_{l,q} \ddot{q} + \dot{J}_{l,q} \dot{q} \end{aligned} \quad (8)$$

با ترکیب روابط (7) و (8) نتیجه (9) حاصل می‌شود.

$$F = K_a T_m - D_a J_{l,q} \ddot{q} - D_a \dot{J}_{l,q} \dot{q} - B_a J_{l,q} \dot{q} \quad (9)$$

و با ترکیب معادلات (6) و (9)، دینامیک کامل ربات در مختصات دکارتی به دست می‌آید.

$$\begin{aligned} D(q) \ddot{q} + C(q, \dot{q}) \dot{q} + G(q) &= u \\ D &= K_a^{-1} [J_{l,\omega}^{-T} M_t + D_a J_{l,q}] \\ C &= K_a^{-1} [J_{l,\omega}^{-T} C_t + D_a \dot{J}_{l,q} + B_a J_{l,q} \dot{q}] \\ G &= K_a^{-1} J_{l,\omega}^{-T} [B_t + G_t] \end{aligned} \quad (10)$$

که در رابطه (10)، $u_T = T_m$ بوده و میزان گشتاور موتور محرک خواهد بود. گشتاور تولیدشده در موتور نیز متناسب با جریان موتور الکتریکی محرک الکترومکانیکی بوده و با افزایش گشتاور تولیدی میزان جریان موردنیاز نیز افزایش خواهد یافت.

3- کنترل پیش‌بین غیرخطی

هدف از طراحی کنترل کننده برای ربات، ردیابی مسیر دلخواه و به دست آوردن کمترین خطای ردیابی است. کنترل کننده پیش‌بین بر پایه کمینه‌سازی تابع هزینه، بهترین بردار کنترلی را در یک افق پیش‌بین معین محاسبه می‌نماید.

می‌توان تابع هزینه برای ربات را، بهصورت رابطه (11) در نظر گرفت.

$$J = \frac{1}{2} \int_{T_1}^{T_2} (q(t + \tau) - q_r(t + \tau))^2 d\tau = \frac{1}{2} \int_{T_1}^{T_2} e_q(t + \tau)^2 d\tau \quad (11)$$

در رابطه (11) عبارت $e_q(t + \tau)$ خطای ردیابی مسیر مرجع و (τ) میزان گام‌های پیش‌بینی شده از مسیر حرکت ربات است. با استفاده از سری تیلور

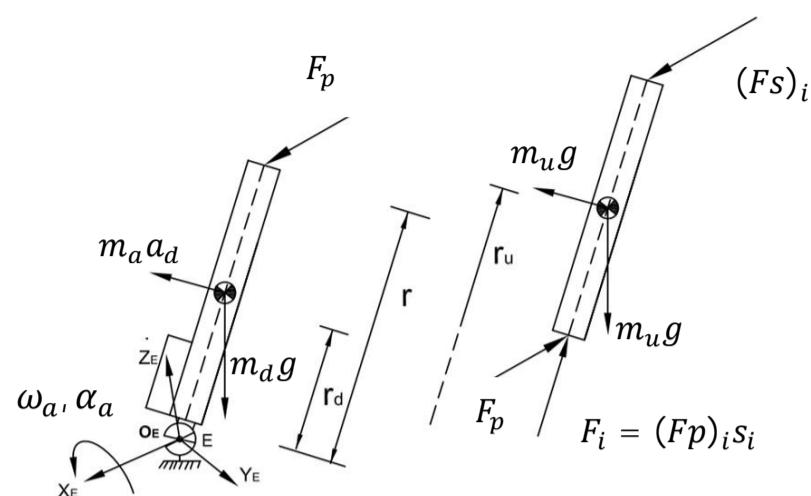


Fig. 3 Dynamic Analysis of the robot link

شکل ۳ آنالیز دینامیکی هر بازوی ربات

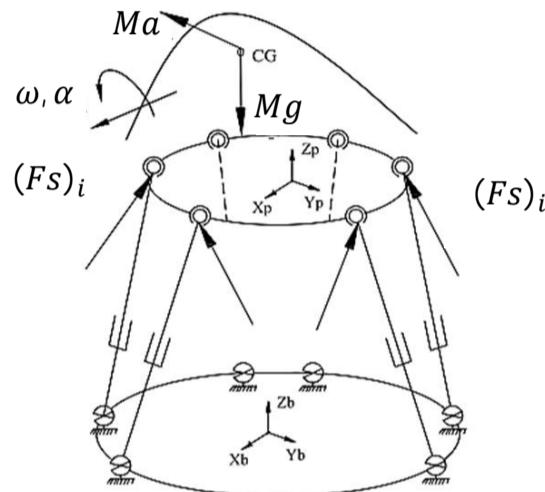


Fig. 4 Dynamic Analysis of the robot

شکل ۴ آنالیز دینامیکی کل ربات

به‌طور مشابه نیرو و تعادل لحظه‌ای برای کل سکوی متحرک را می‌توان بهصورت روابط (4) و (5) نوشت.

$$Ma = Mg - \sum_{i=1}^6 (Fs)_i \quad (4)$$

$$\begin{aligned} MR \times g - \sum_{i=1}^6 [(q_p)_i \times (F_s)_i] + \sum_{i=1}^6 f_i &= I_p \alpha + \omega \times I_p \omega + MR \times a \\ &= I_p \alpha + \omega \times I_p \omega + MR \times a \end{aligned} \quad (5)$$

که در رابطه (5)، f_i مقدار اصطکاک i -امین مفصل کروی خواهد بود. با ترکیب روابط گفته شده، درنهایت دینامیک ربات بهصورت رابطه (6) خواهد بود.

$$M_t(q) \ddot{q} + C_t(q, \dot{q}) \dot{q} + B_t(\dot{q}) + G_t(q) = J_{l,\omega} F \quad (6)$$

جزئیات عناصر ماتریس‌های معرفی شده روابط قبل، در پیوست پژوهش آورده شده است.

2- دینامیک محرک‌های ربات

با پیشرفت و توسعه در تولید سرو موتورهای الکتریکی، امروزه استقبال از این موتورها و بهره‌گیری از آن‌ها در تولید محرک‌های مختلف افزایش یافته و در بسیاری از موارد جایگزین محرک‌های روغنی شده است.

یک محرک الکترومکانیکی شامل یک موتور، درایور موتور و یک مبدل نیرو است. در شکل 5 نمای کلی محرک به همراه بالاسکرو نشان داده شده است. با توجه به اینکه پهنهای باند حلقه بسته بین سرو موتور و سرو درایور

با ساده کردن رابطه (19) رابطه (20) حاصل خواهد شد.

$$\begin{aligned} u(t) &= -D(q)\{K_p(q - q_r) + K_d(\dot{q} - \dot{q}_r) \\ &\quad - D(q)^{-1}(C(q, \dot{q})\dot{q} + G(q)) - \ddot{q}_r\} \\ K_p &= \left(\frac{10}{3T^2}\right) \times I_{6 \times 6} \\ K_d &= \left(\frac{5}{2T}\right) \times I_{6 \times 6} \end{aligned} \quad (20)$$

1-3- کنترل پیش‌بین غیر خطی مقاوم

هدف از طراحی کنترل‌کننده‌ها برای یک سیستم، پیاده سازی آن‌ها بر روی ربات واقعی می‌باشد. لذا هرچه کنترل‌کننده‌ی سکوی استوارت دقیق‌تر و مدل ساخته شده از ربات به واقعیت شبیه‌تر باشد، ربات در ردیابی مسیر مرجع دارای خطای کمتری خواهد بود. اما همواره در مدل‌سازی سیستم‌ها نامعینی‌های مختلفی وجود دارد که توانای مدل کردن آن‌ها محدود نبوده و یا بسیار دشوار می‌باشد. برای مثال در ربات‌ها، نیروی اصطکاک بین قطعات محرک ربات، متغیر بوده و متناسب با شرایط محیطی ربات و به مرور زمان تغییر می‌کند. پژوهشگران این‌گونه متغیرها را به صورت نامعینی فرض کرده و با توجه به اینکه این متغیرها نامعلوم می‌باشد، در برخی از تحقیقات با شناسایی کردن مقدار متغیرها و در برخی دیگر از تحقیقات با توجه به نامعین بودن این متغیرها کنترل‌کننده ربات را طراحی می‌نمایند [21].

در این پژوهش نامعینی‌ها به صورت افزوده به مقادیر واقعی متغیرها به عنوان خطای مدل‌سازی درنظر گرفته می‌شود.

$$\begin{cases} D(q) = D_0(q) + \Delta D \\ C(q, \dot{q}) = C_0(q, \dot{q}) + \Delta C \\ G(q) = G_0(q) + \Delta G \end{cases} \quad (21)$$

نیروی اصطکاک $F_r(t) \in \mathbb{R}^n$ و هم‌چنین اغتشاش خارجی ($b(t)$ به صورت افزوده به مدل معروف شده ربات در رابطه (10) در نظر گرفته شده است. در نهایت مدل ربات با در نظر گرفتن نامعینی‌ها به صورت رابطه (22) خواهد بود.

$$(D_0(q) + \Delta D)\ddot{q} + (C_0(q, \dot{q}) + \Delta C)\dot{q} + G_0(q) + \Delta G + F_r(t) = u + b(t) \quad (22)$$

بعد از ساده سازی رابطه (22) مدل دینامیکی ربات به صورت (23) نمایش داده می‌شود.

$$D_0(q)\ddot{q} + C_0(q, \dot{q})\dot{q} + G_0(q) = u + \eta(\ddot{q}, \dot{q}, q, b) \quad (23)$$

$$\eta = -\{\Delta D\ddot{q} + \Delta C\dot{q} + \Delta Gq + F_r - b\}$$

برای ضمانت اینکه کنترل‌کننده طراحی شده نسبت به نامعینی‌ها مقاوم بوده و سیستم ناپایدار نیست، باید میزان نامعینی تابع η به بردار کنترلی افزوده شود. با توجه به اینکه میزان η نامشخص است، تخمینی از میزان واقعی نامعینی ربات (η) به کاربرده می‌شود. این تخمین از نامعینی با η_{est} نمایش داده می‌شود.

با توجه به در نظر گرفتن نامعینی ربات، بردار کنترلی به صورت رابطه (24) خواهد بود.

$$\begin{aligned} u(t) &= -D_0(q)\{K_p(q - q_r) + K_d(\dot{q} - \dot{q}_r) \\ &\quad - D_0(q)^{-1}(C_0(q, \dot{q})\dot{q} \\ &\quad + G_0(q)) - \ddot{q}_r\} - \eta_{est} \end{aligned} \quad (24)$$

2-3- بررسی پایداری کنترل کننده

با استفاده از نظریه لیاپانوف می‌توان پایدار بودن کنترل‌کننده را تضمین نمود.

می‌توان مسیر آینده حرکت ربات را تا τ گام بعد با استفاده از موقعیت فعلی ربات (رابطه (12)) محاسبه نمود.

$$q(t + \tau) = q(t) + \tau \dot{q}(t) + \frac{\tau^2}{2!} \ddot{q}(t) \quad (12)$$

با توجه به مدل دینامیکی معرفی شده‌ی ربات (رابطه (10)), ماتریس مشتقات مسیر به صورت رابطه (13) خواهد بود.

$$Q(t) = \begin{bmatrix} q(t) \\ \dot{q}(t) \\ \ddot{q}(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} q(t) \\ \dot{q}(t) \\ -D(q)^{-1}(C(q, \dot{q})\dot{q} + G(q)) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0_{n \times 1} \\ 0_{n \times 1} \\ -D(q)^{-1}u(t) \end{bmatrix} \quad (13)$$

درنتیجه مدل پیش‌بینی شده از مسیر آینده به صورت رابطه (14) به دست خواهد آمد.

$$q(t + \tau) = T(\tau)Q(t) \quad (14)$$

که در رابطه (14) $T(\tau) = [I_{6 \times 6} \ \tau \times I_{6 \times 6} \ \frac{\tau^2}{2!} \times I_{6 \times 6}]$ و همچنین ماتریس واحد به ابعاد 6×6 می‌باشد.

به طور مشابه محاسبات انجام گرفته را می‌توان برای پیش‌بینی مسیر واقعی طی شده توسط ربات ($q_r(t + \tau)$) نیز انجام داد.

$$\begin{aligned} q_r(t + \tau) &= T(\tau)Q_r(t) \\ Q_r(t) &= [q_r(t) \ \dot{q}_r(t) \ \ddot{q}_r(t)]^T \end{aligned} \quad (15)$$

با توجه به روابط (14) و (15)، پیش‌بینی خطای طی مسیر در τ گام بعد به صورت رابطه (16) خواهد بود.

$$e_q(t + \tau) = q(t + \tau) - q_r(t + \tau) = T(\tau)(Q(t) - Q_r(t)) \quad (16)$$

با توجه به مدل پیش‌بین خطای تابع هزینه معرفی شده در رابطه (11) به صورت (17) تغییر خواهد کرد.

$$J = \frac{1}{2}(Q(t) - Q_r(t))^T \Pi(Q(t) - Q_r(t)) \quad (17)$$

که در آن جهت ساده‌سازی روابط تابع Π به صورت رابطه (18) شده است.

$$\begin{aligned} \Pi &= \int_{T_1}^{T_2} T(\tau)^T T(\tau) d\tau \\ &= \begin{bmatrix} T \times I_{6 \times 6} & \left(\frac{T^2}{2}\right) \times I_{6 \times 6} & \left(\frac{T^3}{6}\right) \times I_{6 \times 6} \\ \left(\frac{T^2}{2}\right) \times I_{6 \times 6} & \left(\frac{T^3}{3}\right) \times I_{6 \times 6} & \left(\frac{T^4}{8}\right) \times I_{6 \times 6} \\ \left(\frac{T^3}{6}\right) \times I_{6 \times 6} & \left(\frac{T^4}{8}\right) \times I_{6 \times 6} & \left(\frac{T^5}{20}\right) \times I_{6 \times 6} \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (18)$$

که در رابطه (18) $T = T_2 - T_1$ می‌باشد.

برای کمینه کردن مقدار تابع هزینه معرفی شده در رابطه (17)، می‌توان از تابع هزینه نسبت به سیگنال کنترلی مشتق گرفت. لذا بردار کنترلی بهینه ربات با محاسبه $\frac{\partial J}{\partial u} = 0$ می‌توان محاسبه نمود.

$$\begin{aligned} u(t) &= -D(q)H(T)(M(t) - Q_r(t)) \\ M(t) &= \begin{bmatrix} q(t) \\ \dot{q}(t) \\ -D(q)^{-1}(C(q, \dot{q})\dot{q} + G(q)) \end{bmatrix} \\ H(T) &= \begin{bmatrix} \left(\frac{10}{3T^2}\right) \times I_{6 \times 6} & \left(\frac{5}{2T}\right) \times I_{6 \times 6} & I_{6 \times 6} \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (19)$$

نمود که همواره مثبت معین باشد، در این صورت e_η همواره همگرا به صفر خواهد بود. از سوی دیگر ماتریس اینرسی ربات (D_0) همواره مثبت معین بوده، در نتیجه میزان بهره رویتگر را به صورت (36) فرض نمود.

$$\bar{L}(q, \dot{q}) = LD_0^{-1}(q) \quad (36)$$

که در آن $L = l \times I_{n \times n}$ و $l > 0$ بوده و در نتیجه $L > 0$ خواهد بود. پس رابطه‌ی (34) به صورت (37) تغییر خواهد کرد.

$$\dot{\eta}_{\text{est}} = LD_0^{-1}(q)(\eta - \eta_{\text{est}}) \quad (37)$$

با توجه به رابطه‌ی (36)، معادله دینامیک خطای ربات به صورت (38) بازنویسی خواهد شد.

$$\dot{e}_\eta + LD_0^{-1}e_\eta = 0 \quad (38)$$

می‌توان رابطه‌ی (37) را با توجه به رابطه‌ی (23)، به صورت (39) بازنویسی نمود.

$$\dot{\eta}_{\text{est}} = -LD_0^{-1}(q)\eta_{\text{est}} + L[\dot{q} + D_0^{-1}(q)(C_0(q, \dot{q})\dot{q} + G_0(q) - u(t))] \quad (39)$$

از معادله معرفی شده در رابطه (39) و همچنین با جایگذاری قانون کنترل پیش‌بین غیر خطی معرفی شده در رابطه (24) و معادله (38)، دینامیک تخمین نامعینی‌ها به دست می‌آید.

$$\dot{\eta}_{\text{est}} = L(\dot{e}_\eta(t) + K_d\dot{e}_\eta(t) + K_p e_\eta(t)) \quad (40)$$

با انتگرال‌گیری از رابطه (40) و همچنین جایگذاری آن در قانون کنترل (24)، معادله (41) بدست خواهد آمد.

$$u(t) = -D_0(q)\{K_p e_\eta + K_d\dot{e}_\eta - D_0(q)^{-1}(C_0(q, \dot{q})\dot{q} + G_0(q)) - \ddot{q}_r\} - L[\dot{e}_\eta(t) + K_d e_\eta(t) + K_p \int e_\eta(t) dt] \quad (41)$$

4- شبیه‌سازی

در این بخش برای اعتبارسنجی کنترل کننده طراحی شده، به شبیه‌سازی ربات استوارت و بررسی عملکرد کنترل کننده پرداخته می‌شود. در شبیه‌سازی صورت گرفته، مقادیر سکوی استوارت به صورت جدول 1 انتخاب می‌گردد. به منظور انجام شبیه‌سازی مسیری دلخواه برای ربات در نظر گرفته می‌شود. مسیر طراحی شده برای حرکت در راستای x^1 ، حرکت در راستای y^2 و حرکت در راستای z^3 مطابق شکل 6 می‌باشد. مسیر طراحی شده برای

جدول 1 مشخصات فیزیکی ربات

Table 1 Physical Properties robot

مقدار عددی	مشخصات فیزیکی و یا هندسی
50 (kg)	جرم صفحه متحرک (فوکانی)
2.075 (m)	شعاع صفحه متحرک
2350 (kg)	جرم بار روی صفحه متحرک
2.082 (m)	فاصله صفحه‌ی فوکانی از مبدأ
140 (kg)	جرم لینک‌ها
2.5 (m)	طول لینک‌ها
26.25 (Nm)	گشتاور نامی موتور
78.76 (Nm)	حداکثر گشتاور موتور

1- Moving along the x axes (surge)
2- Moving along the y axes (sway)
3- Moving along the z axes (heave)

با اعمال بردار کنترلی محاسبه شده در رابطه (24) و جایگذاری آن در رابطه (23)، مدل دینامیکی خطای رديابی مسیر مرجع ربات بدست خواهد آمد.

$$\begin{aligned} \ddot{e}_\eta(t) + K_d\dot{e}_\eta(t) + K_p e_\eta(t) &= D_0^{-1}(q)e_\eta(t) \\ e_\eta &= \eta - \eta_{\text{est}} \end{aligned} \quad (25)$$

معادله‌ی (25) را می‌توان به فرم فضای حالت نوشت. بدین منظور متغیرهای فضای حالت به صورت $X = [x_1 \ x_2]^T = [e \ \dot{e}]^T$ در نظر گرفته شده است.

$$\dot{X} = AX + BD_0^{-1}e_\eta \quad (26)$$

باتوجه به اینکه K_p و K_d هردو مثبت می‌باشند، لذا ماتریس A دارای مقادیر ویژه سمت راست نبوده و به عبارتی دیگر هوریتز است. لذا بنا به قاعده لیپانوف می‌توان گفت که برای هر ماتریس مثبت معین Q، ماتریس مثبت معین P وجود دارد که در رابطه (27) زیر صدق نماید.

$$A^T P + PA = -Q \quad (27)$$

حال اگر تابع لیپانوف به صورت رابطه (28) فرض گردد.

$$V = X^T P X + e_\eta^T \Gamma e_\eta \quad (28)$$

در رابطه‌ی (28)، Γ ماتریسی مثبت معین است. با یک بار مشتق گرفتن از تابع لیپانوف V و استفاده از رابطه خطی خطای معرفی شده در رابطه (26) معادله (29) بدست خواهد آمد.

$$\dot{V} = -X^T Q X + 2e_\eta^T \{(D_0^{-1})^T B^T P X + \Gamma \dot{e}_\eta\} \quad (29)$$

حال اگر با توجه به رابطه (29)، معادله (30) فرض گردد:

$$\dot{e}_\eta = -\Gamma^{-1}(D_0^{-1})^T B^T P X \quad (30)$$

مشتق تابع لیپانوف همواره منفی خواهد شد.

$$\dot{V} = -X^T Q X \quad (31)$$

که با توجه به نظریه لیپانوف، $e_\eta(t)$ و X همواره کراندار و محدود خواهند بود. همان گونه که در بخش سوم مرجع [19] بیان شده است و با توجه به اینکه به طور کلی، هیچ اطلاعات قبلی در مورد مشتق و تغییرات نامعینی‌ها موجود نیست، می‌توان فرض کرد که $\dot{e}_\eta = 0$ باشد و در نتیجه مشتق خطای تخمین به صورت رابطه (32) خواهد بود.

$$\dot{e}_\eta = \dot{\eta} - \dot{\eta}_{\text{est}} = 0 - \dot{\eta}_{\text{est}} = -\dot{\eta}_{\text{est}} \quad (32)$$

این فرض مقدار نامعینی‌ها را ثابت و در نتیجه میزان تغییرات آن‌ها را صفر فرض می‌نماید. در این صورت با استفاده از معادله (30) رابطه (33) حاصل خواهد شد.

$$\dot{\eta}_{\text{est}} = -\dot{e}_\eta = \Gamma^{-1}(D_0^{-1})^T B^T P X \quad (33)$$

از آنجاکه $e_\eta(t)$ همواره محدود بوده و همچین با توجه به اینکه $\dot{e}_\eta = 0$ می‌توان نتیجه گرفت که $\dot{\eta}_{\text{est}}$ همواره محدود خواهد بود.

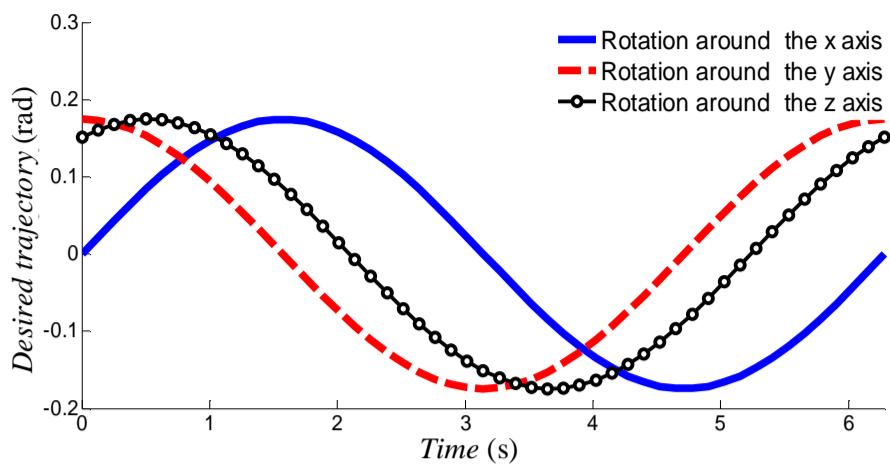
باتوجه به رویتگر غیرخطی معرفی شده در مرجع [17]، رابطه (34) حاصل خواهد شد.

$$\dot{\eta}_{\text{est}} = \bar{L}(q, \dot{q})\eta - \bar{L}(q, \dot{q})\eta_{\text{est}} = \bar{L}(q, \dot{q})e_\eta \quad (34)$$

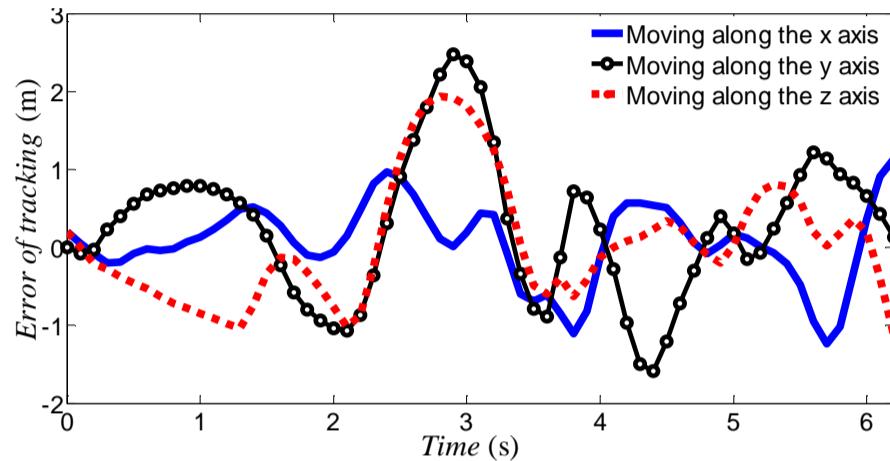
در رابطه‌ی (34) بهره‌ی رویتگر بوده و $\bar{L} \in \mathbb{R}^{n \times n}$ خواهد بود. با ساده سازی رابطه‌ی (34) نتیجه می‌شود که:

$$\dot{e}_\eta + \bar{L}(q, \dot{q})e_\eta = 0 \quad (35)$$

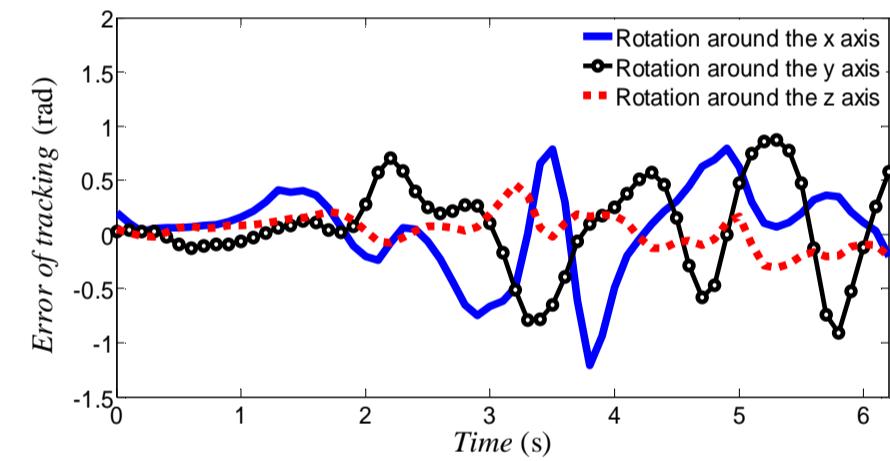
باتوجه به دلخواه بودن مقدار ماتریس \bar{L} ، می‌توان آن را به گونه‌ای انتخاب

**Fig. 7** Desired trajectory rotation around the x, y and z axes

شکل 7 مسیر دلخواه دوران ربات حول محورهای x, y و z

**Fig. 8** Error of tracking desired trajectory moving along the x, y and z axes with PID controller

شکل 8 خطای ریدیابی مسیر دلخواه حرکت ربات در راستای محورهای x, y و z با استفاده از کنترل کننده PID

**Fig. 9** Error of tracking desired trajectory rotation around the x, y and z axes with PID controller

شکل 9 خطای ریدیاب مسیر دلخواه دوران ربات حول محورهای x, y و z با استفاده از کنترل کننده PID

با توجه به معیار انتگرال مجذور خطای میزان اهمیت خطای از ابتدا تا انتهای مسیر یکسان نخواهد بود. از نظر این معیار هرچقدر خطای کمتر باشد، میزان اهمیت آن نیز کمتر خواهد بود و این متفاوت بودن اهمیت به گونه‌ای است که خطاهای ناچیز تقریباً ای اهمیت و رفتارهای با افزایش خطای میزان اهمیت با نسبت توان دوم خطای افزایش می‌یابد.

از نظر معیار انتگرال حاصل ضرب زمان در مجذور خطای میزان اهمیت خطای در ابتدا و انتهای مسیر یکسان نیست. در این معیار با افزایش زمان رفتارهای بر میزان اهمیت خطای نیز افزوده می‌شود و میزان خطای نهایی سیستم اهمیت به سزاوی خواهد داشت.

کنترل کننده مدل‌گذشتی با توجه به میزان خطای در ابتدای مسیر، معیارهای IAE و ISE نسبت به دو روش دیگر مقدار زیادتری را نشان خواهد داد ولی با توجه به پاسخ نهایی بهتر این کنترل کننده معیار ITSE، کمتر خواهد بود. روش پیشنهادی در این پژوهش با توجه به افزایش یافتن سرعت

دوران حول محور x¹, دوران حول محور y² و دوران حول محور z³ مطابق شکل 7 است.

از جمله نکاتی که باید هنگام شبیه سازی به آن توجه کرد، میزان حداقل توان موتورهای محرک‌ها است. برای شبیه‌سازی ربات در این پژوهش حداقل گشتاور موتورها مقدار محدودی مطابق جدول 1 که به عنوان ورودی کنترل ربات می‌باشد، در نظر گرفته شده است.

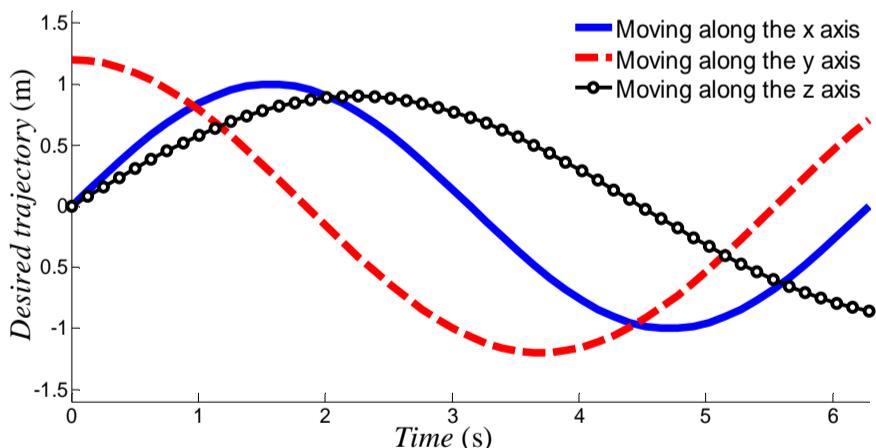
کنترل کننده معرفی شده در این تحقیق با روش‌های کنترلی گشتاور محاسبه شده⁴, کنترل کننده مدل‌گذشتی⁵ و کنترل کننده تناوبی-انتگرال‌گیر-مشتق‌گیر⁶ مقایسه شده و هر کدام از کنترل کننده‌ها در مدل شبیه‌سازی شده ربات استوارت مورد بررسی قرار گرفته است.

با توجه به مرجع [22] کنترل کننده PID دارای بهره‌های تناوبی، انتگرالی و مشتقی بسیار بزرگی خواهد بود. بزرگ بودن این بهره‌ها باعث می‌شود که با کوچکترین مقدار اغتشاش، فرمان کنترلی بسیار بزرگ شود؛ بنابراین در صورتی که فرمان کنترلی محدود شود، امکان اعمال فرمان کنترلی مناسب برای کاهش دادن خطای وجود ندارد و ریدیابی مسیر توسط ربات بسیار نامناسب خواهد شد. لذا در صورت محدود بودن مقدار گشتاور تولیدی موتور، کنترل کننده PID خطای ریدیابی بسیار زیادی دارد. با توجه به مسیر دلخواه نشان داده شده در شکل‌های 5 و 6، خطای ریدیابی این کنترل کننده مطابق شکل‌های 8 و 9 خواهد بود. لذا در ادامه‌ی پژوهش از مقایسه این کنترل کننده با سایر کنترل کننده‌ها صرف نظر می‌گردد.

با استفاده از کنترل کننده‌های مدل‌گذشتی، گشتاور محاسبه شده و کنترل غیرخطی پیش‌بین، میزان خطای ریدیابی کردن مسیر مرجع به صفر همگرا خواهد شد. مقایسه میزان اندازه خطای ریدیابی توسط سه روش گفته شده در شکل 10 نشان داده شده است.

در این پژوهش برای مقایسه میزان خطای کنترل کننده‌ها از معیارهای انتگرال مجذور خطای⁷ (ISE)، انتگرال حاصل ضرب زمان در مجذور خطای⁸ (ITSE) و همچنین انتگرال قدر مطلق خطای⁹ (IAE) استفاده شده است.

از نظر معیار انتگرال قدر مطلق خطای، میزان اهمیت خطای از ابتدا تا انتهای مسیر یکسان بوده و این معیار، قدر مطلق میزان اختلاف مسیر پیموده شده با مسیر مورد نظر را اندازه‌گیری می‌نماید.

**Fig. 6** Desired trajectory moving along the x, y and z axes

شکل 6 مسیر دلخواه حرکت ربات در راستای محورهای x, y و z

- 1- Rotation around the x axes (roll)
- 2- Rotation around the y axes (pitch)
- 3- Rotation around the z axes (yaw)
- 4- Computed Torque Control (CTC)
- 5- Sliding mode control (SMC)
- 6- Proportional-Integrator-Differentiation (PID)
- 7- Integral Square Error (ISE)
- 8- Integral Time Square Error (ITSE)
- 9- Integral Absolute Error (IAE)

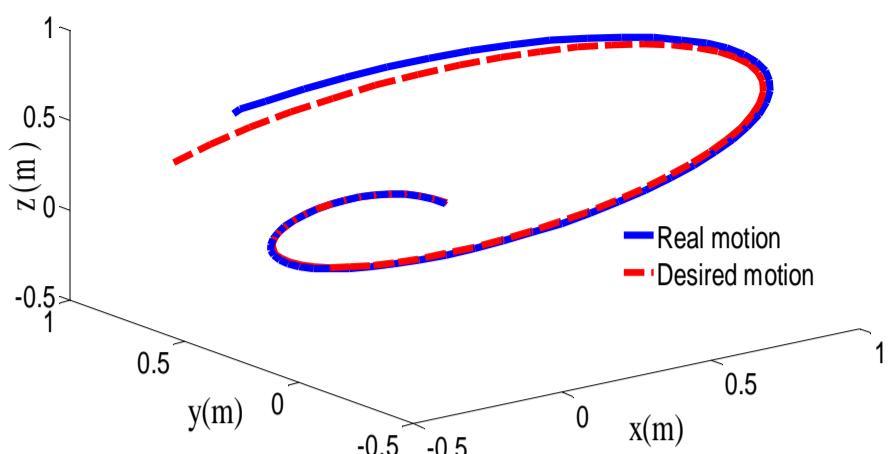


Fig. 12 Three-dimensional movement of the movable plate

شکل 12 نمایش سه بعدی حرکت مرکز صفحه متحرک

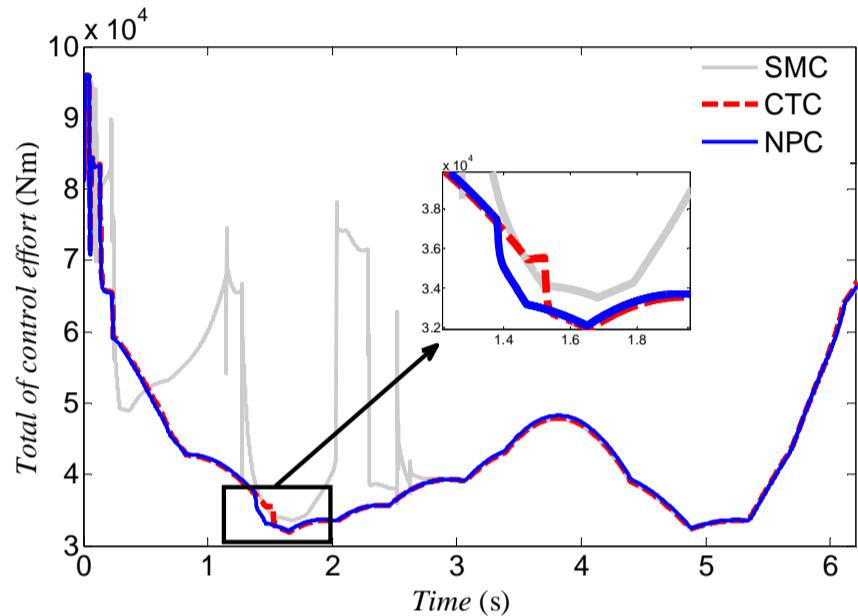


Fig. 13 Absolute total control effort of controllers (Torque actuators)

شکل 13 مجموع اندازه تلاش کنترلی کنترل کننده ها (گشتاور موتور محرک ها)

5-نتیجه گیری

در این پژوهش معادلات دینامیکی ساختار ربات شش درجه آزادی استوارت به صورت مختصر معرفی و سپس معادلات دینامیکی محرک های الکترومکانیکی سکو نمایش داده است.

در ادامه به معرفی کنترل پیش‌بین غیرخطی پرداخته شده که به نوعی ترکیبی از دو روش کنترل گشتاور محاسبه شده و کنترل پیش‌بین می‌باشد. کنترل پیش‌بین غیرخطی با در نظر گرفتن نامعینی‌های مختلف سیستم از قبیل عدم دقت محاسبات، وجود اصطکاک، تغییر در فیزیک قطعات ربات و غیره ابتدا تخمینی مناسب از نامعینی‌های سیستم بدست آورده شده و سپس در قانون کنترلی مورد نظر قرار داده است.

به منظور مقایسه‌ی روش پیشنهادی با دیگر روش‌های کنترلی مرسوم، کنترل کننده‌های گشتاور محاسبه شده، مد لغزشی و همچنین تناسبی-انتگرال‌گیر-مشق‌گیر نیز مورد بررسی قرار گرفته‌اند. نتایج حاصل از شبیه‌سازی‌ها نشان می‌دهد که کنترل کننده‌ی تناسبی-انتگرال‌گیر-مشق‌گیر با فرض محدود بودن محدود بودن سیگنال کنترلی، ردیابی بسیار نامناسبی از مسیر مرجع را خواهد داشت و همچنین دیگر روش‌های کنترلی نسبت به کنترل کننده‌ی پیش‌بین غیرخطی، عملکرد ضعیفتری را خواهند داشت. در روش پیشنهاد شده در این پژوهش، میزان تلاش کنترلی کمتری در مقایسه با سایر روش‌های ذکر شده، نیاز خواهد بود.

نتایج حاصل از شبیه‌سازی کارآمدی روش پیشنهاد شده (کنترل پیش‌بین غیرخطی) را نشان می‌دهد. این روش با توجه به در نظر گرفتن

همگرایی به مسیر دلخواه و اندازه خطای ردیابی کمتر نسبت به روش کنترلی گشتاور محاسبه شده معیارهای ITSE، IAE و ISE کمتر خواهند بود. در جدول 2 مقادیر معیارهای مختلف گفته شده برای هر سه کنترل کننده نشان داده شده است.

شکل 11 مسیر حرکت ربات در راستای محورهای X، Y و Z و همچنین مسیر دوران ربات حول محورهای X، Y و Z را نمایش می‌دهد. در صورتی که مرکز صفحه متحرک ربات (صفحه‌ی فوکانی) بعنوان مبدأ در نظر گرفته شود، شکل 12 نمایش حرکت این نقطه در صفحه مختصات XYZ خواهد بود.

بردار کنترلی ربات استوارت، در واقعیت گشتاور موتورهای محرک‌ها بوده و گشتاور موتورهای سروالکتریک نیز با جریان الکتریکی ورودی رابطه‌ای مستقیم دارد، لذا با کاهش یافتن میزان تلاش کنترلی به نوعی در میزان مصرف انرژی صرفه‌جویی شده است.

برای هریک از انواع روش‌های کنترلی مورد بحث در این پژوهش، نمودار مجموع تلاش کنترلی آن‌ها در شکل 13 نشان داده شده است.

جدول 2 مقادیر معیارهای ITSE، IAE و ISE هر سه کنترل کننده

Table 2 IAE, ISE and ITSE of controllers

معیار اندازه گیری خط	NPC	CTC	SMC
انتگرال قدر مطلق خط (IAE)	420.8499	580.6844	2317.6
انتگرال مجدد خط (ISE)	41.5006	45.2672	753.2672
انتگرال حاصل ضرب زمان در مجدد خط (ITSE)	1.1532	1.2206	0.3317

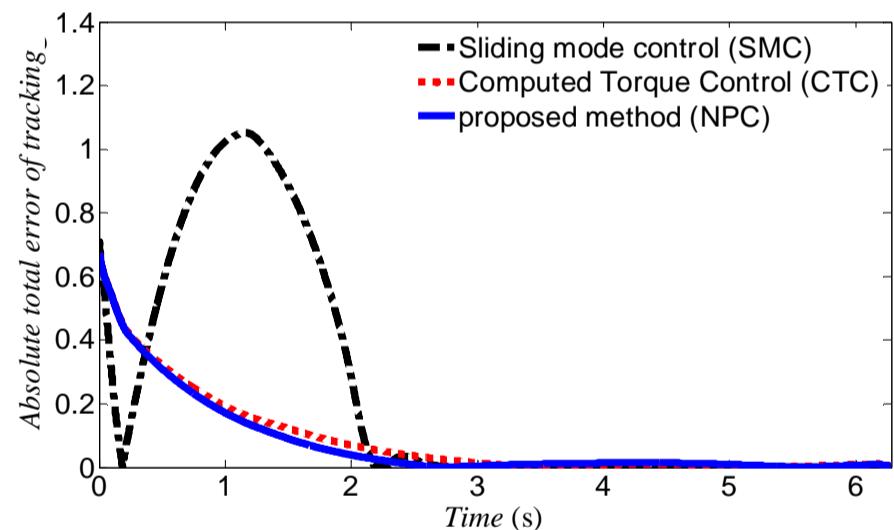


Fig. 10 Absolute total error of tracking desired direction

شکل 10 اندازه‌ی مجموع خطای ردیابی مسیر دلخواه

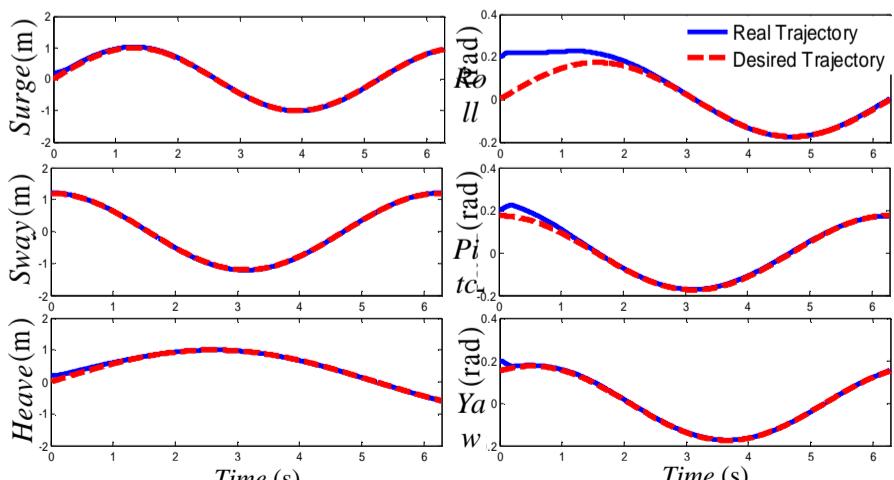


Fig. 11 Trajectory of robot with NPC

شکل 11 مسیر حرکت ربات با کنترل کننده پیش‌بین غیرخطی

نامعینی و همچنین اعمال محدودیت در ورودی کنترلی قابلیت پیاده‌سازی عملی را نیز دارد.

$$C_p = \left[\frac{M\omega \times (\omega \times R)}{\omega \times I_p \omega + MR \times (\omega \cdot R)\omega} \right] - \left[\frac{M\tilde{R}}{M\tilde{R}\tilde{R} - I_p} \right] \dot{\mathcal{R}}_\omega \dot{\theta} \quad (44)$$

$$C_a = \begin{bmatrix} \sum_{i=1}^6 (V_c)_i \\ \sum_{i=1}^6 ((q_p)_i \times V_c)_i \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \sum_{i=1}^6 Q_i (\tilde{q}_p)_i \\ \sum_{i=1}^6 (\tilde{q}_p)_i Q_i (\tilde{q}_p)_i \end{bmatrix} \dot{\mathcal{R}}_\omega \dot{\theta} \quad (45)$$

$$G_p = - \left[\frac{Mg}{MR \times g} \right] \quad (46)$$

$$G_a = \begin{bmatrix} \sum_{i=1}^6 (V_g)_i \\ \sum_{i=1}^6 ((q_p)_i \times (V_g)_i) \end{bmatrix} \quad (47)$$

$$B_t = \begin{bmatrix} \sum_{i=1}^6 (V_f)_i \\ \sum_{i=1}^6 ((q_p)_i \times (V_g)_i) - f_i \end{bmatrix} \quad (48)$$

$$(V)_i = (V_c)_i + (V_g)_i + (V_f)_i \quad (49)$$

که در روابط فوق $(V_c)_i$ و $(V_g)_i$ دینامیک لینک i م و همچنین $(V_f)_i$ نیروی اصطکاک مفصل i م می‌باشد.

$$\mathcal{R}_\omega = \begin{bmatrix} C\psi C\theta & -S\psi & 0 \\ C\theta S\psi & C\psi & 0 \\ -S\psi & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (50)$$

در نتیجه معادله ژاکوبین به صورت زیر خواهد بود.

$$J_{l,\omega} = \begin{bmatrix} s_1 & s_2 & s_3 & s_4 & s_5 & s_6 \\ q_1 \times s_1 & q_2 \times s_2 & q_3 \times s_3 & q_4 \times s_4 & q_5 \times s_5 & q_6 \times s_6 \end{bmatrix} \quad (51)$$

و با استفاده از رابطه (52) می‌توان از فضای دکارتی به فضای مفصلی نگاشت کرد.

$$J_{l,q} = J_{l,\omega} J_{\omega,q} \quad (52)$$

که در رابطه (52) به صورت (53) خواهد بود.

$$J_{\omega,q} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & \mathcal{R}_\omega \end{bmatrix} \quad (53)$$

ماتریس‌های مربوط به محرک الکترومکانیکی نیز به صورت (54) تا (56) می‌باشند.

$$K_a = \begin{bmatrix} K_a & \cdots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \cdots & K_a \end{bmatrix}; K_a = \frac{2\pi\eta}{p^2} \quad (54)$$

$$D_a = \begin{bmatrix} D_a & \cdots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \cdots & D_a \end{bmatrix}; D_a = \frac{J_t 4\pi^2 \eta}{p^2} \quad (55)$$

$$B_a = \begin{bmatrix} B_a & \cdots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \cdots & B_a \end{bmatrix}; B_a = \frac{B_t 4\pi^2 \eta}{p^2} \quad (56)$$

که در رابطه (54) تا (56) p و η ضرایب بالاسکرو بوده و J_t و B_t مقادیر اینرسی و اصطکاک بین روتور و بالاسکرو می‌باشد.

8-مراجع

- [1] D. Stewart, A platform with six degrees of freedom, *Proceedings of the institution of mechanical engineers*, Vol. 180, No. 1, pp. 371–386, 1965.
- [2] S.-H. Lee, J.-B. Song, W.-C. Choi, D. Hong, Position control of a Stewart platform using inverse dynamics control with approximate dynamics, *Mechatronics*, Vol. 13, No. 6, pp. 605–619, 2003.
- [3] M. Becerra-Vargas E. Morgado Belo, Application of H^∞ ; theory to

6-فهرست علائم

a	بردار شتاب مرکز صفحه متحرک (فوکانی)
b_i	بردار موقعیت / امین بازو در صفحه زیرین
C	بردار کوئیولیس و مرکزگرا
D	ماتریس اینرسی
e	مختصات دکارتی بردار خط راهیابی مسیر
F_i	نیروی محرک تولید شده توسط موتور محرک
G	بردار گشتاورهای گرانشی
I_p	ماتریس ممان اینرسی صفحه متحرک
$J_{l,\omega}$	ماتریس ژاکوبین مربوط به ω و $\dot{\theta}$
$J_{l,p}$	ماتریس ژاکوبین مربوط به \dot{q} و \ddot{q}
L_i	طول لینک i م
M	جرم صفحه متحرک
p_i	بردار موقعیت لینک ۱ م در صفحه فوکانی
q	بردار موقعیت مفاصل
q_r	موقعیت واقعی ربات
$(q_p)_i$	دوران یافته بردار p تحت دوران ماتریس \mathcal{R}
Q_i	بردار موقعیت لینک ۱ م
R	ماتریس دوران ربات
s_i	بردار موقعیت مرکز گرانش
t	بردار یکه در جهت لینک ۱ م
V_i	بردار انتقال با مرکزیت مرکز صفحه فوکانی
Θ	بردار زوایای اویلر
ω	سرعت زاویه‌ای
α	شتاب زاویه‌ای
τ_j	گشتاور تولید شده توسط الکتروموتور محرک ۱ م
T	ترانهاده ماتریس
ζ	زیرنویس‌ها
i	نشان دهنده لینک ۱ م
$^\circ$	بخش ثابت یک ماتریس
r	مقادیر واقعی و خوانده شده

7-پیوست

ماتریس به کار برده شده در معادله دینامیک عبارتند از:

$$M_p = \begin{bmatrix} MI & -M\tilde{R}\mathcal{R}_\omega \\ M\tilde{R} & (I_p - M\tilde{R}\tilde{R})\mathcal{R}_\omega \end{bmatrix} \quad (42)$$

$$M_a = \begin{bmatrix} \sum_{i=1}^6 Q_i & -(\sum_{i=1}^6 Q_i (\tilde{q}_p)_i) \mathcal{R}_\omega \\ \sum_{i=1}^6 (\tilde{q}_p)_i Q_i & -(\sum_{i=1}^6 (\tilde{q}_p)_i Q_i (\tilde{q}_p)_i) \mathcal{R}_\omega \end{bmatrix} \quad (43)$$

- [13] W. Meng, Z. De Zhou, Q. Liu, Q.S.Ai, A Practical Fuzzy Adaptive Control Strategy for Multi-dof Parallel Robot, *Applied Mechanics and Materials*, Vol. 347, No. 1, pp. 661–665, 2013
- [14] D. Wu, H. Gu, and P. Li, Adaptive Fuzzy Control of Stewart Platform under Actuator Saturation, *World Academy of Science, Engineering and Technology*, Vol. 60, No.1, pp. 680–684, 2009.
- [15] L. Lin , M. Tsay, Modeling and control of micropositioning systems using Stewart platforms, *Journal of Robotic Systems*, Vol. 17, No. 1, pp. 17–52, 2000.
- [16] Y. Pi ,X. Wang, Trajectory tracking control of a 6-DOF hydraulic parallel robot manipulator with uncertain load disturbances, *Control Engineering Practice*, Vol. 19, No. 2, pp. 185–193, 2011.
- [17] R. Roovers, S.-H. Chen, L.-C. Fu, Output feedback sliding mode control for a Stewart platform with a nonlinear observer-based forward kinematics solution, *Control Systems Technology, IEEE Transactions on*, Vol. 21, No. 1, pp. 176–185, 2013.
- [18] C. C. Nguyen, S. S. Antrazi, Z. Zhou, C. E. Campbell, Adaptive control of a stewart platform based manipulator, *Journal of Robotic systems*, Vol. 10, No. 5, pp. 657–687, 1993.
- [19] W. Feng, J. O'Reilly, D. J. Ballance, MIMO nonlinear PID predictive controller, *IEE Proceedings-Control Theory and Applications*, Vol. 149, No. 3, pp. 203–208, 2002.
- [20] A. Merabet, J. Gu, Robust nonlinear predictive control based on state estimation for robot manipulator, *International Journal of Applied Mathematics and Mechanics*, Vol. 5, No. 1, pp. 48–64, 2008.
- [21] K.D. Nguyen, H. Dankowicz, Adaptive control of underactuated robots with unmodeled dynamics, *Robotics and Autonomous Systems*, Vol. 64, No.1, pp. 84–99, 2015.
- [22] N. Smith , J. Wendlandt, Creating a Stewart Platform Model Using SimMechanics, *Matlab Digest*, Vol. 10, No. 5, pp.11-21, 2002.
- a 6 DOF flight simulator motion base, *Journal of the Brazilian Society of Mechanical Sciences and Engineering*, Vol. 34, No. 2, pp. 193–204, 2012.
- [4] Y. X. Su, B. Y. Duan, C. H. Zheng, Y. F. Zhang, G. D. Chen, J. W. Mi, Disturbance-rejection high-precision motion control of a Stewart platform, *Control Systems Technology, IEEE Transactions on*, Vol. 12, No. 3, pp. 364–374, 2004.
- [5] G. Lebret, K. Liu, F. L. Lewis, Dynamic analysis and control of a stewart platform manipulator, *Journal of Robotic Systems*, Vol. 10, No. 5, pp. 629–655, 1993.
- [6] C. C. Nguyen, S. S. Antrazi, Z.-L. Zhou ,C. E. Campbell, Adaptive control of a Stewart platform-based manipulator, *Journal of Robotic Systems*, Vol. 10, No. 5, pp. 657–687, 1993.
- [7] X. Zhu, G. Tao, B. Yao, J. Cao, Adaptive robust posture control of a parallel manipulator driven by pneumatic muscles, *Automatica*, Vol. 44, No. 9, pp. 2248–2257, 2008.
- [8] S. Iqbal, A. I. Bhatti, Robust sliding-mode controller design for a Stewart platform, *Proceedings of International Bhurban Conference on Applied Sciences and Technology, IBCAST*, No.12 , pp. 155–160, 2007.
- [9] M. R. Siroouspour ,S. E. Salcudean, Nonlinear control of hydraulic robots, *IEEE Transactions on Robotics and Automation*, Vol. 17, No. 2, pp. 173–182, 2001.
- [10] K. S. Grewal, R. Dixon, J. Pearson, LQG controller design applied to a pneumatic stewart-gough platform, *International Journal of Automation and Computing*, Vol. 9, No. 1, pp. 45–53, 2012.
- [11] W. Dongsu G. Hongbin, Adaptive sliding control of six-DOF flight simulator motion platform, *Chinese Journal of Aeronautics*, Vol. 20, No. 5, pp. 425–433, 2007.
- [12] Y. Bo, P. Zhongcai, T. Zhiyong, Fuzzy PID control of Stewart platform, *Proceedings of 2011 International Conference on Fluid Power and Mechatronics*, No. 1, pp. 763–768, 2011.