مجله مهندسی مکانیک مدرس، فروردین 1395، دوره 16، شماره 1، ص‌ص 41-50

ماهنامه علمی پژوهشی

مهندسی مکانیک مدرس

mme.modares.ac.ir

# کنترل پیش‌بین غیرخطی ربات شش درجه آزادی سکوی استوارت

مجتبی قربانی[1]، سیدکمال حسینی ثانی[2*]

1- دانشجوی کارشناسی ارشد، مهندسی برق ، دانشگاه فردوسی مشهد
2- استادیار، مهندسی برق ، دانشگاه فردوسی مشهد
* مشهد، صندوق پستی 9177948974 ، k.hosseini@um.ac.ir

**اطلاعات مقاله**

مقاله پژوهشی کامل
دریافت: 18 مرداد 1394
پذیرش: 15 آبان 1394
ارائه در سایت: 24 آذر 1394

*کلید واژگان:*
سکوی استوارت
کنترل پیش‌بین غیرخطی
نامعینی‌های سیستم
کنترل ربات
پایداری لیاپانوف

**چکیده**

در این مقاله کنترل پیش‌بین غیرخطی برای ربات موازی شش درجه آزادی استوارت ارائه‌شده است. کنترل پیش‌بین، مسیر کنترلی بهینه ربات را در یک افق محدود و مشخص انتخاب می‌کند. هدف اصلی این تحقیق طراحی کنترل‌کننده‌ی پیش‌بین برای ربات شش درجه آزادی استوارت است. در این پژوهش ابتدا سینماتیک و دینامیک ربات استوارت با در نظر گرفتن دینامیک الکتروموتورهای محرک‌ها معرفی می‌گردد. در ادامه به معرفی کنترل پیش‌بین غیرخطی پرداخته‌شده و متناسب با دینامیک ربات شش درجه آزادی، کنترل‌کننده طراحی می‌شود. با فرض وجود نامعینی‌های مختلف برای ربات معادله دینامیکی ربات بازنویسی شده و کنترل‌کننده با توجه به این نامعینی‌ها طراحی و پایداری کنترل‌کننده با استفاده از نظریه لیاپانوف اثبات می‌گردد. کنترل‌کننده‌ی پیشنهادی با توجه به محدود بودن توان و گشتاور موتورها در عمل، سکوی استوارت را به‌گونه‌ای کنترل می‌کند که مسیر موردنظر به‌خوبی ردیابی گردد. در انتهای پژوهش برای بررسی روش ارائه‌شده، سکوی استوارت شبیه‌سازی و روش کنترلی پیشنهادی با دیگر روش‌های مرسوم ازجمله روش کنترل گشتاور محاسبه‌شده، کنترل مد لغزشی و کنترل‌کننده‌ی تناسبی-انتگرال‌گیر-مشتق‌گیر ازنظر خطای ردیابی و تلاش کنترلی مقایسه شده است.

# Nonlinear model predictive control of Stewart platform 6 dof

**Mojtaba Ghorbani, Seyed Kamal Hosseini Sani**

Department of Electrical Engineering, Ferdowsi University of Mashhad, Mashhad, Iran
* P.O.B. 9177948974 Mashhad, Iran, k.hosseini@um.ac.ir

ARTICLE INFORMATION

Original Research Paper
Received 09 August 2015
Accepted 06 November 2015
Available Online 15 December 2015

*Keywords:*
Stewart platform
Nonlinear model predictive control
uncertain system
robot manipulator
Lyapunov stability

ABSTRACT

This paper presents a nonlinear predictive approach for Stewart platform (6 degrees of freedom). The optimal control is computed directly from the minimization of receding horizon cost function with offline optimization. The main purpose of this research is to design the predictive controller for Stewart platform. In this study, the kinematics and dynamics of Stewart robot are introduced, considering the dynamics of actuators. Following the introduction of nonlinear model predictive control will be discussed and according to robot dynamics, controller will be designed. In addition, given the various uncertainties, robot dynamic equation could be rewritten. The controller is designed according to these uncertainties and then stability control is confirmed using Lyapunov theory. Due to the limited engine power and the output torque electric drive in practice, the proposed controller manages Stewart platform in such a way that it could track the desired trajectory well. To review the proposed method at the end of the study, Stewart platform is simulated and the control method proposed in this paper was compared with computed torque control (CTC) method, sliding mode control and Proportional-Integrator-Differentiation (PID) controller.

## 1-مقدمه

سکوی استوارت[1] ، یک ربات موازی با 6 درجه آزادی است که نخستین بار توسط استوارت [1] در سال 1965 معرفی گردید.

این ربات همان‌طور که در شکل 1 نشان داده شده است، متشکل از دو صفحه[2] بوده که از طریق 6 بازو[3] به یکدیگر متصل شده است. هر یک از لینک‌ها می‌تواند از طریق محرک‌های هیدرولیکی، پنیوماتیکی و یا الکتریکی حرکتی خطی داشته باشد. این بازوها از طریق مفصل کروی به صفحه محرک فوقانی و به‌وسیله‌ی مفصل یونیورسال[4] به صفحه ثابت زیرین متصل است.

ربات‌های موازی در مقایسه با انواع ربات‌های سری دارای قدرت، سرعت و دقت بالاتری بوده که با توجه به این مزایا ، این گروه از ربات‌ها در تولید ماشین‌ابزارها ، شبیه‌سازها ، رادیوتلسکوپ‌ها و غیره کاربرد فراوانی یافته‌اند؛ اما در کنار مزیت‌های گفته‌شده باید توجه نمود که فضای کاری ربات‌های موازی در مقایسه با ربات‌های سری بسیار کمتر بوده و همچنین، حل مسائل سینماتیکی و دینامیکی آن‌ها به‌مراتب دشوارتر است.

به دست آوردن مدلی دقیق از ربات، همواره مورد توجه و بررسی پژوهشگران قرار داشته است. ربات استوارت نیز از این قاعده مستثنی نبوده و محاسبه‌ی مدلی دقیق از انواع مختلف آن موردتوجه محققین بوده است. اما کارکرد ربات در محیط‌ها و شرایط مختلف باعث تغییر در ساختار واقعی ربات

1- Stewart platform
2- plate
3- link
4- Universal joint

برای ارجاع به این مقاله از عبارت ذیل استفاده نمایید:

Please cite this article using:
M. Ghorbani, S. K. Hosseini Sani, Nonlinear model predictive control of Stewart platform 6 dof, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 16, No. 1, pp. 41-50, 2016 (in Persian)

[ Downloaded from mme.modares.ac.ir on 2024-05-07 ]

[ DOR: 20.1001.1.10275940.1395.16.1.11.4 ]

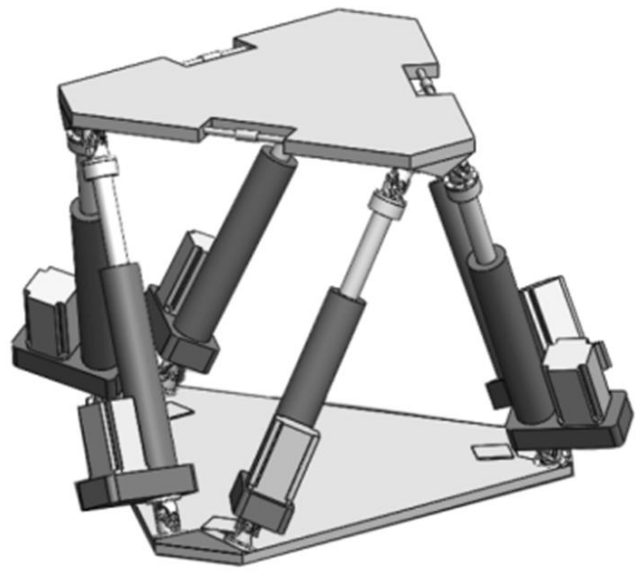

**Fig. 1** The Stewart platform

**شکل 1** ساختار ربات استوارت

شده و این باعث ایجاد اختلاف بین مدل واقعی ربات و مدل به‌دست‌آمده برای ربات خواهد شد. لذا کنترل ربات با وجود این نامعینی‌های مختلف، از مهم‌ترین مباحث در کنترل ربات شش درجه آزادی استوارت است. تاکنون روش‌های متعددی برای کنترل ربات باوجود این نامعینی‌های مختلف ارائه شده است که در ادامه برخی از آن‌ها بررسی خواهد شد.

برای کنترل ربات استوارت با نامعینی‌های مختلف، استفاده از کنترل مقاوم توسط برخی محققین پیشنهاد گردید. سی‌هان لی و همکاران برای کنترل موقعیت سیستم شبیه‌ساز پرواز شش درجه‌ی آزادی، استفاده از دینامیک معکوس ترکیب‌شده با کنترل‌کننده‌ی $H^{\infty}$ را معرفی کرده و به‌منظور مقابله با تأثیر خطاهای مدل‌سازی و همچنین حذف اغتشاش، از راهبرد کنترل مقاوم $H^{\infty}$ در حلقه بیرونی کنترل‌کننده‌ی دینامیک معکوس، استفاده کردند [2].

از دیگر موارد استفاده از کنترل مقاوم برای کنترل ربات استوارت می‌توان به مرجع [3] اشاره کرد. در این مقاله یک کنترل‌کننده $H^{\infty}$، به‌منظور مقابله با اغتشاش‌ها و عدم قطعیت‌های ناشی از خطاهای مدل‌سازی در بازوی مکانیکی موازی شش درجه آزادی به همراه دینامیک محرک‌های الکترومکانیک پیشنهادشده و به‌منظور طراحی یک کنترل ردیابی موقعیت، کنترل‌کننده $H^{\infty}$ با یک کنترل‌کننده دینامیک معکوس که در آن دینامیک‌های معکوس تخمین زده‌شده‌اند، ترکیب گردید.

مرجع [4] کنترل‌کننده مقاوم برای یک سکوی استوارت شش درجه آزادی، باقابلیت حذف اغتشاش در فضای لینکی و باهدف کنترل ردیابی دقت بالا را معرفی کرد. در این طرح کنترلی، با توجه به وجود نویز اندازه‌گیری، اغتشاش، و اصطکاک‌های غیرخطی مدل نشده و درنتیجه تخریب دقت ردیابی سیستم، یک مشتق گیر غیرخطی در مسیر پیشرو، و یک مشاهده‌گر حالت تعمیم‌یافته در مسیر فیدبک، و همچنین یک کنترل‌کننده مشتقی تناسبی غیرخطی، برای رسیدن به عملکرد بهتر کنترلی، استفاده شد.

از سایر روش‌های مقاوم در مقابل نامعینی‌های ربات می‌توان به کنترل تطبیقی اشاره کرد. پیاده‌سازی یک طرح کنترل تطبیقی در فضای مفصلی[1]، برای کنترل حرکت یک بازوی مکانیکی موازی شش درجه آزادی، در مرجع [5] معرفی شد. در طرح کنترلی پیشنهادشده در این مرجع، یک کنترل‌کننده‌ی تطبیقی با استفاده از ترکیب کنترل‌کننده‌های مشتقی تناسبی[2]، توسعه یافت؛ که در آن، بهره کنترل‌کننده مشتقی تناسبی توسط قوانین تطبیق، تنظیم می‌شود.

در مرجع [6] یک مدل کامل دینامیکی بر اساس روش نیوتن- لاگرانژ برای کنترل سکوی استوارت، در فضای وظیفه معرفی شد و یک طرح کنترل تطبیقی ترکیبی، با استفاده از راهبرد فیلتر کردن دینامیک‌های سیستم، توسعه داده شد و سپس، یک تخمین گر با بهره‌ی مناسب، برای قانون تطبیق پارامترها طراحی گردید.

یک راهبرد کنترل مقاوم تطبیقی، به‌منظور جبران عدم قطعیت‌های پارامتری و غیرخطی‌های نامعلوم، در مدل دینامیکی بازوی مکانیکی موازی با سه محرک پنوماتیک، باهدف رسیدن به کنترل ردیابی دقیق؛ در مرجع [7] به کار گرفته شد. طرح کنترل پیشنهادی، به‌طور قابل‌توجهی، تأثیر ناشی از تغییر پارامترها، اغتشاش‌های نامعلوم، خطاهای مدل‌سازی در نیروهای استاتیک ماهیچه‌های پنوماتیک، و غیرخطی‌های نامعلوم مانند نیروهای اصطکاک متغیر با زمان در ماهیچه‌های پنوماتیک را تضعیف نمود.

اقبال و بهاتی در مرجع [8] یک کنترل‌کننده‌ی مد لغزشی مقاوم، برای کنترل موقعیت سکوی استوارت با در نظر گرفتن دینامیک‌های نامعین، مطرح کردند. مرجع [9] یک روش پسگام تطبیق شونده، به‌منظور توسعه یک کنترل‌کننده غیرخطی برای بازوی مکانیکی سکوی استوارت با در نظر گرفتن دینامیک‌های محرک هیدرولیک، به کار گرفت. این کنترل‌کننده توانایی جبران عدم قطعیت‌های پارامتری در دینامیک‌های سیستم، شامل دینامیک‌های جسم صلب و دینامیک‌های محرک‌های هیدرولیک را دارا بود.

کنترل‌کننده‌ی کاربردی برای سکوی استوارت شش درجه آزادی با محرک‌های پنوماتیک، در مرجع [10] معرفی شد. در راهبرد کنترلی پیشنهاد شده، یک کنترل‌کننده‌ی LQG باهدف ردیابی مسیر مرجع در سکوی متحرک، بکار گرفته شد. سپس، به منظور بهبود عملکرد ردیابی، طرح کنترلی LQG با یک ساختار کنترل انتگرالی، ترکیب گردید. کنترل‌کننده‌ی LQG در رویکرد پیشنهادی، ترکیبی از فیلتر کالمن(یعنی تخمین‌گر خطی درجه دوم (LQE)) و یک تنظیم‌کننده خطی درجه دوم (LQG) است. اما در روش پیشنهادی، برای طراحی کنترل‌کننده‌ی LQG بایستی مدل دقیقی از سیستم، در دسترس باشد که به دلیل وجود خطاهای مدل‌سازی و اغتشاش‌های موجود این روش چندان کاربردی نخواهد بود.

یک کنترل‌کننده‌ی مد لغزشی تطبیقی در فضای کاری، بر اساس معادلات دینامیکی نیوتن- اویلر در یک شبیه‌ساز پرواز شش درجه آزادی، با قابلیت شناسایی پارامترهای سکوی متحرک، مانند بار، ممان‌های اینرسی و مرکز جرم، در مرجع [11] پیشنهاد گردید. طرح کنترل پیشنهادی، پارامترهای نامعین ثابت را با استفاده از کنترل‌کننده تطبیقی غیرخطی شناسایی کرده و سپس، به منظور جبران اغتشاش‌های خارجی، از کنترل‌کننده مد لغزشی، استفاده می‌کند.

استفاده از روش‌های هوشمند نیز جهت کنترل ربات استوارت مورد استفاده قرار گرفته است، که از آن میان می‌توان به پژوهش یانگ و همکاران اشاره کرد، که یک الگوریتم کنترل تناسبی- مشتقی- انتگرالی فازی برای یک بازوی مکانیکی سکوی استوارت با در نظر گرفتن دینامیک محرک‌های هیدرولیک، معرفی کردند و در رویکرد پیشنهادی آنها، یک الگوریتم کنترلی با استفاده از ترکیب الگوریتم کنترل منطق فازی با کنترل PID، معرفی شد [12].

1- Joint space

2- Proportional differential (PD)



[ Downloaded from mme.modares.ac.ir on 2024-05-07 ]
[ DOR: 20.1001.1.10275940.1395.16.1.11.4 ]

در مرجع [13] یک کنترل‌کننده‌ی فازی تطبیقی کاربردی، بر اساس رویکرد فضای کاری، به منظور بهبود دقت ردیابی موقعیت در سکوی استوارت، با پارامترهای غیرخطی و متغیر با زمان، طراحی گردید. در این پژوهش، از یک سیستم منطق فازی، به منظور اصلاح پارامترهای کنترل‌کننده PID، استفاده شد.

دانگ‌سو و همکاران در مرجع [14] یک الگوریتم کنترل فازی تطبیقی برای ردیابی مسیر در بازوی مکانیکی سکوی استوارت، با هدف جبران انحراف مسیر و جبران تخریب عملکرد کنترل‌کننده، به دلیل محدود بودن گشتاور محرک‌ها، پیشنهاد کردند.

در مرجع [15] مدل‌سازی و کنترل یک سیستم تثبیت موقعیت مقیاس کوچک با محرک‌های پیزوالکتریک، معرفی شد. در ابتدا، مدل‌سازی دینامیکی سیستم تثبیت موقعیت شش درجه آزادی، و سپس دو سیستم فازی تک ورودی- تک خروجی و نیز، راهبرد کنترلی مبتنی بر خطی‌سازی فیدبک بیان گردید.

یانگ‌جین و همکاران یک کنترل ردیابی مسیر برای بازوهای مکانیکی موازی شش درجه آزادی با محرک‌های هیدرولیک، به همراه عدم قطعیت‌ها و اغتشاش‌های نامعین بار، معرفی کردند [16].

مرجع [17] حلی از معادله سینماتیک مستقیم بر اساس مشاهده‌گر، برای سکوی استوارت با شش مفصل کشویی و شش مفصل کروی، پیشنهاد کرد. این الگوریتم کنترلی، برای پیاده‌سازی یک کنترل‌کننده مد لغزشی با فیدبک خروجی، به بازوی مکانیکی سکوی استوارت، اعمال گردید. با روش حل پیشنهادی، کنترل موقعیت سکوی متحرک شش درجه آزادی، می‌تواند با بکار بردن یک کنترل فیدبک خروجی، و بدون نصب هر گونه حسگر خارجی (همانند ژیروسکوپ)، انجام شود.

استفاده از روش کنترل مقاوم برای کنترل ربات استوارت در بسیاری از موارد، مورد استفاده پژوهشگران قرارگرفته است و این در حالی است که استفاده‌ی از این روش کاهش دقت سیستم و به‌نوعی افزایش خطای کنترل ربات را به دنبال خواهد داشت. علاوه بر کنترل مقاوم ، استفاده از روش‌های تطبیقی و هوشمند نیز بسیار موردتوجه قرارگرفته است. از بزرگ‌ترین مشکلات استفاده‌ی از این روش‌ها حجم بالای محاسبات خواهد بود که این باعث عدم توانایی در پیاده‌سازی عملی و کاربردی شدن این روش‌ها خواهد شد. هرچند روش‌های مختلف کنترل تطبیقی و هوشمند در حالت‌هایی که دینامیک ربات استوارت ساده شده باشد، حجم پردازش اطلاعات آن‌ها نیز کاهش خواهد یافت که در این صورت با فرض بر ساده‌سازی روابط خطای سیستم نیز افزایش خواهد یافت.

از سویی دیگر چنانچه مطالعات مختلف درزمینه‌ی کنترل ربات استوارت با محرک‌های الکترومکانیک مورد توجه قرار گیرد، ملاحظه خواهد شد که اکثریت روش‌های معرفی‌شده نیازمند استفاده از موتورهایی با توانایی بالا بوده که این خود حاکی از نامناسب بودن این روش‌ها برای استفاده عملی در کنترل ربات خواهند بود.

در این مقاله سعی خواهد شد تا با استفاده از روش کنترل پیش‌بین غیرخطی با تخمین نامعینی‌های سیستم، کنترل ربات استوارت انجام گیرد. روش معرفی‌شده در این پژوهش به‌گونه‌ای است که با ترکیب روش کنترل گشتاور محاسبه‌شده و همچنین تخمین نامعینی سیستم، ربات کنترل خواهد شد. کنترل‌کننده‌ی معرفی شده در این تحقیق نیاز به حجم محاسبات بالایی نداشته و همچنین از دقت مناسبی در قیاس با سایر روش‌های مرسوم برخوردار است. از سویی دیگر با توجه به محدود فرض کردن میزان گشتاور تولیدی موتور محرک لینک‌ها، می‌توان کنترل پیش‌بین غیرخطی را بر روی ربات استوارت پیاده سازی عملی نیز نمود.

در بخش دوم مقاله مدل دینامیکی ربات معرفی‌شده و در بخش سوم به تشریح ایده کنترل پیش‌بین غیرخطی پرداخته‌شده است. در ادامه‌ی بخش سوم در مورد مقاوم بودن و همچنین پایدار بودن روش پیشنهادی بحث شده است. در بخش چهارم کنترل پیش‌بین غیرخطی بر روی ربات استوارت شبیه‌سازی‌شده و ویژگی‌های آن موردبررسی قرارگرفته است.

## 2-مدل‌سازی ربات استوارت

با استفاده از روش نیوتن - اویلر که در مرجع [18] معرفی‌شده است، معادلات غیرخطی دینامیک ربات در فضای دکارتی محاسبه‌شده است. معرفی علائم در بخش فهرست علائم صورت گرفته است.

مختصات فضای دکارتی بردار $q$ به‌صورت (1) معرفی می‌شود [20،19].

$$q = [t\ \Theta] \tag{1}$$

که در آن $t = [x\ y\ z]$ بردار انتقال سکوی محرک و $\Theta = [\phi\ \theta\ \psi]$ زوایای اویلری مبدأ است. با توجه به شکل2، بردار معرف هر بازو را می‌توان به‌صورت رابطه‌ی (2) نوشت .

$$S_i = \Re_{pi} + t - b_i \tag{2}$$

با استفاده از معادله (2) سینماتیک معکوس ربات با اندازه‌گیری طول هر لینک به دست می‌آید.

برای حل سینماتیک مستقیم ربات، لازم است موقعیت دقیق ربات و همچنین جهت حرکت سکو با توجه به لینک‌ها محاسبه گردد. با توجه به ساختار ربات مشخص می‌گردد که سینماتیک مستقیم ربات، از حل همزمان 6 معادله غیرخطی به‌دست‌آمده و با استفاده از محاسبات عددی معرفی‌شده در مرجع [18] محاسبه می‌گردد. تجزیه‌وتحلیل دینامیکی سکو با در نظر گفتن نیروها و تعادل هر بازو با توجه به شکل3 و شکل4 به‌صورت رابطه‌ی (3) است.

$$(Fs)_i = Q_i\ddot{t} - Q_i(\tilde{q}_p)_i\alpha + V_i - F_i s_i \tag{3}$$

که در رابطه(3)، $(Fs)_i$ عبارت است از نیروی وارده به هر لینک توسط صفحه بالایی و همچنین $Q_i$ وابسته به خاصیت اینرسی هر لینک و $V_i$ وابسته به خاصیت دینامیک هر لینک خواهد بود.

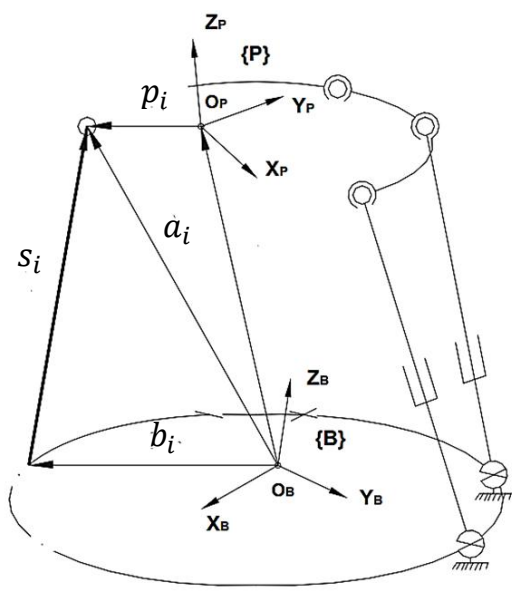


**Fig. 2** The Simplified structure Stewart platform

**شکل 2** ساختار ساده‌شده ربات استوارت



[ Downloaded from mme.modares.ac.ir on 2024-05-07 ]
[ DOR: 20.1001.1.10275940.1395.16.1.11.4 ]

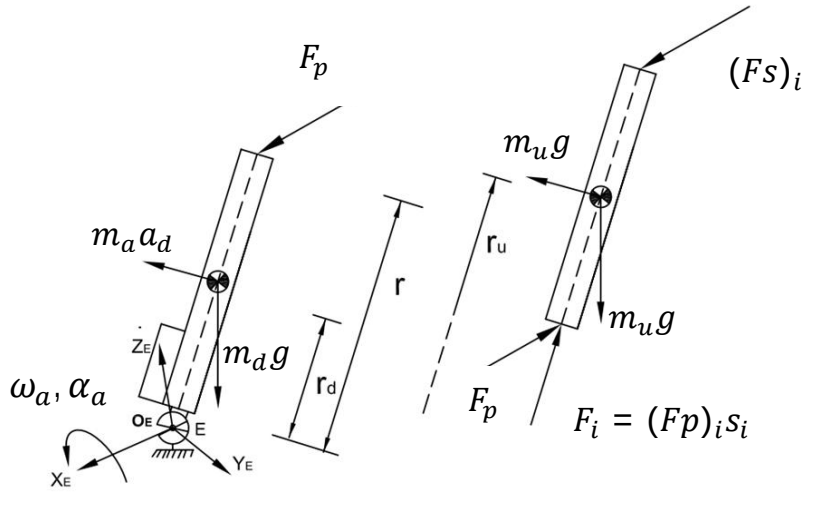


**Fig. 3** Dynamic Analysis of the robot link

**شکل 3** آنالیز دینامیکی هر بازوی ربات

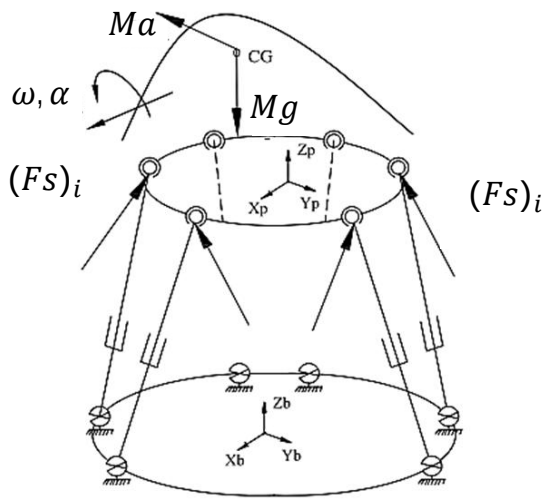


**Fig. 4** Dynamic Analysis of the robot

**شکل 4** آنالیز دینامیکی کل ربات

به‌طور مشابه نیرو و تعادل لحظه‌ای برای کل سکوی متحرک را می‌توان به‌صورت روابط (4) و (5) نوشت.

$$Ma = Mg - \sum_{i=1}^{6} (Fs)_i \tag{4}$$

و

$$MR \times g - \sum_{i=1}^{6} [(q_p)_i \times (F_s)_i] + \sum_{i=1}^{6} f_i = I_p \alpha + \omega \times I_p \omega + MR \times a \tag{5}$$

که در رابطه‌ی (5)، $f_i$ مقدار اصطکاک $i$-امین مفصل کروی خواهد بود.

با ترکیب روابط گفته‌شده، درنهایت دینامیک ربات به‌صورت رابطه (6) خواهد بود.

$$M_t(q)\ddot{q} + C_t(q,\dot{q}) + B_t(\dot{q}) + G_t(q) = J_{l,\omega} F \tag{6}$$

جزئیات عناصر ماتریس‌های معرفی‌شده روابط قبل، در پیوست پژوهش آورده شده است.

## 2-1- دینامیک محرک‌های ربات

با پیشرفت و توسعه در تولید سرو موتورهای الکتریکی، امروزه استقبال از این موتورها و بهره‌گیری از آن‌ها در تولید محرک‌های مختلف افزایش‌یافته و در بسیاری از موارد جایگزین محرک‌های روغنی شده است .

یک محرک الکترومکانیکی شامل یک موتور، درایور موتور و یک مبدل نیرو است. در شکل5 نمای کلی محرک به همراه بال‌اسکرو نشان داده‌شده است. با توجه به اینکه پهنای باند حلقه بسته بین سرو موتور و سرو درایور

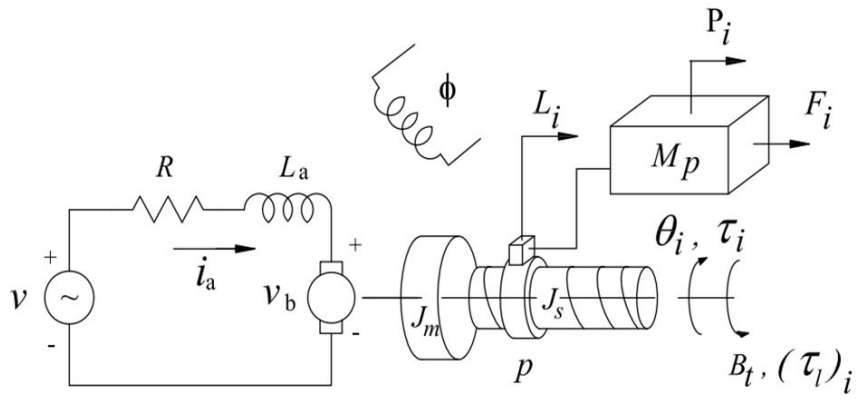


**Fig. 5** Electromechanical actuator

**شکل 5** محرک الکترومکانیکی

بسیار بالاتر از سیستم حرکتی است، دینامیک بخش الکتریکی در مقایسه با بخش مکانیکی قابل صرف‌نظر کردن است و تنها دینامیک بخش مکانیکی در نظر گرفته می‌شود. با این فرض می‌توان گشتاور موتور را متناسب با جریان موتور فرض نمود. رابطه حرکت محرک الکترومکانیکی به‌صورت (7) خواهد بود.

$$F = K_a T_m - D_a \ddot{L} - B_a \dot{L} \tag{7}$$

که در رابطه (7) $D_a$ ماتریس اینرسی محرک، $B_a$ ماتریس ضریب میرایی و $K_a$ بهره محرک ماتریس بوده که در پیوست در مورد آن توضیح داده‌شده است.

ارتباط بین فضای دکارتی و فضای مفاصل را می‌توان به‌صورت رابطه (8) بیان نمود.

$$\begin{aligned} \dot{L} &= J_{l,q}\dot{q} \\ \ddot{L} &= J_{l,q}\ddot{q} + \dot{J}_{l,q}\dot{q} \end{aligned} \tag{8}$$

با ترکیب روابط(7) و(8) نتیجه (9) حاصل می‌شود.

$$F = K_a T_m - D_a J_{l,q}\ddot{q} - D_a \dot{J}_{l,q}\dot{q} - B_a J_{l,q}\dot{q} \tag{9}$$

و با ترکیب معادلات (6)و(9)، دینامیک کامل ربات در مختصات دکارتی به دست می‌آید.

$$\begin{aligned} &D(q)\ddot{q} + C(q,\dot{q})\dot{q} + G(q) = u \\ &D = K_a^{-1}[J_{l,\omega}^{-T} M_t + D_a J_{l,q}] \\ &C = K_a^{-1}[J_{l,\omega}^{-T} C_t + D_a \dot{J}_{l,q} + B_a J_{l,q}\dot{q}] \\ &G = K_a^{-1} J_{l,\omega}^{-T}[B_t + G_t] \end{aligned} \tag{10}$$

که در رابطه (10)، $u_T = T_m$ بوده و میزان گشتاور موتور محرک خواهد بود. گشتاور تولیدشده در موتور نیز متناسب با جریان موتور الکتریکی محرک الکترومکانیکی بوده و با افزایش گشتاور تولیدی میزان جریان موردنیاز نیز افزایش خواهد یافت.

## 3-کنترل پیش‌بین غیرخطی

هدف از طراحی کنترل‌کننده برای ربات، ردیابی مسیر دلخواه و به دست آوردن کمترین خطای ردیابی است. کنترل‌کننده‌ی پیش‌بین بر پایه کمینه‌سازی تابع هزینه، بهترین بردار کنترلی را در یک افق پیش‌بین معین محاسبه می‌نماید.

می‌توان تابع هزینه برای ربات را، به‌صورت رابطه‌ی (11) در نظر گرفت.

$$J = \frac{1}{2}\int_{T_1}^{T_2} (q(t+\tau) - q_r(t+\tau))^2 \, d\tau = \frac{1}{2}\int_{T_1}^{T_2} e_q(t+\tau)^2 \, d\tau \tag{11}$$

در رابطه‌ی (11) عبارت $e_q(t+\tau)$ خطای ردیابی مسیر مرجع و $(\tau)$ میزان گام‌های پیش‌بینی‌شده از مسیر حرکت ربات است. با استفاده از سری تیلور



[ Downloaded from mme.modares.ac.ir on 2024-05-07 ]
[ DOR: 20.1001.1.10275940.1395.16.1.11.4 ]

می‌توان مسیر آینده حرکت ربات را تا $\tau$ گام بعد با استفاده از موقعیت فعلی ربات (رابطه‌ی (12) ) محاسبه نمود.

$$q(t+\tau) = q(t) + \tau\dot{q}(t) + \frac{\tau^2}{2!}\ddot{q}(t) \tag{12}$$

با توجه به مدل دینامیکی معرفی‌شده‌ی ربات (رابطه(10))، ماتریس مشتقات مسیر به‌صورت رابطه (13)خواهد بود.

$$Q(t) = \begin{bmatrix} q(t) \\ \dot{q}(t) \\ \ddot{q}(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} q(t) \\ \dot{q}(t) \\ -D(q)^{-1}\big(C(q,\dot{q})\dot{q} + G(q)\big) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0_{n\times 1} \\ 0_{n\times 1} \\ -D(q)^{-1}u(t) \end{bmatrix} \tag{13}$$

درنتیجه مدل پیش‌بینی‌شده از مسیر آینده به‌صورت رابطه (14) به دست خواهد آمد.

$$q(t+\tau) = T(\tau)Q(t) \tag{14}$$

که در رابطه‌ی (14)، $T(\tau) = \left[I_{6\times 6} \;\; \tau \times I_{6\times 6} \;\; \frac{\tau^2}{2!} \times I_{6\times 6}\right]$ و همچنین $I_{6\times 6}$ ماتریس واحد به ابعاد $6 \times 6$ می‌باشد.

به‌طور مشابه محاسبات انجام گرفته را می‌توان برای پیش‌بینی مسیر واقعی طی شده توسط ربات ($q_{\mathrm{r}}(t+\tau)$ ) نیز انجام داد.

$$\begin{aligned} q_{\mathrm{r}}(t+\tau) &= T(\tau)Q_{\mathrm{r}}(t) \\ Q_{\mathrm{r}}(t) &= [q_{\mathrm{r}}(t) \;\; \dot{q}_{\mathrm{r}}(t) \;\; \ddot{q}_{\mathrm{r}}(t)]^{\mathrm{T}} \end{aligned} \tag{15}$$

با توجه به روابط (14)و(15)، پیش‌بینی خطای طی مسیر در $\tau$ گام بعد به صورت رابطه (16) خواهد بود.

$$\begin{aligned} e_{\mathrm{q}}(t+\tau) &= q(t+\tau) - q_{\mathrm{r}}(t+\tau) \\ &= T(\tau)(Q(t) - Q_{\mathrm{r}}(t)) \end{aligned} \tag{16}$$

باتوجه به مدل پیش‌بین خطا، تابع هزینه معرفی شده در رابطه (11) به صورت (17) تغییر خواهد کرد.

$$J = \frac{1}{2}(Q(t) - Q_{\mathrm{r}}(t))^{\mathrm{T}}\Pi(Q(t) - Q_{\mathrm{r}}(t)) \tag{17}$$

که در آن جهت ساده‌سازی روابط تابع $\Pi$ به‌صورت رابطه (18) شده است.

$$\Pi = \int_{T_1}^{T_2} T(\tau)^{\mathrm{T}}T(\tau)\,\mathrm{d}\tau = \begin{bmatrix} T\times I_{6\times 6} & (\frac{T^2}{2})\times I_{6\times 6} & (\frac{T^3}{6})\times I_{6\times 6} \\ (\frac{T^2}{2})\times I_{6\times 6} & (\frac{T^3}{3})\times I_{6\times 6} & (\frac{T^4}{8})\times I_{6\times 6} \\ (\frac{T^3}{6})\times I_{6\times 6} & (\frac{T^4}{8})\times I_{6\times 6} & (\frac{T^5}{20})\times I_{6\times 6} \end{bmatrix} \tag{18}$$

که در رابطه (18)، $T = T_2 - T_1$ می‌باشد.

برای کمینه کردن مقدار تابع هزینه معرفی شده در رابطه‌ی (17)، می‌توان از تابع هزینه نسبت به سیگنال کنترلی مشتق گرفت. لذا بردار کنترلی بهینه ربات با محاسبه‌ی $\partial J/\partial u = 0$ می‌توان محاسبه نمود.

$$\begin{aligned} u(t) &= -D(q)H(T)(M(t) - Q_{\mathrm{r}}(t)) \\ M(t) &= \begin{bmatrix} q(t) \\ \dot{q}(t) \\ -D(q)^{-1}(C(q,\dot{q})\dot{q} + G(q)) \end{bmatrix} \\ H(T) &= \left[(\frac{10}{3T^2})\times I_{6\times 6} \quad (\frac{5}{2T})\times I_{6\times 6} \quad I_{6\times 6}\right] \end{aligned} \tag{19}$$

با ساده کردن رابطه (19) رابطه (20) حاصل خواهد شد.

$$\begin{aligned} u(t) &= -D(q)\{K_{\mathrm{p}}(q - q_r) + K_{\mathrm{d}}(q - q_r) \\ &\quad - D(q)^{-1}\big(C(q,\dot{q})\dot{q} + G(q)\big) - \ddot{q}_{\mathrm{r}}\} \\ K_{\mathrm{p}} &= (\frac{10}{3T^2}) \times I_{6\times 6} \\ K_{\mathrm{d}} &= (\frac{5}{2T}) \times I_{6\times 6} \end{aligned} \tag{20}$$

## 3-1- کنترل پیش بین غیر خطی مقاوم

هدف از طراحی کنترل‌کننده‌ها برای یک سیستم، پیاده سازی آن‌ها بر روی ربات واقعی می‌باشد. لذا هرچه کنترل‌کننده‌ی سکوی استوارت دقیق‌تر و مدل ساخته شده از ربات به واقعیت شبیه‌تر باشد، ربات در ردیابی مسیر مرجع دارای خطای کمتری خواهد بود. اما همواره در مدل‌سازی سیستم‌ها نامعینی‌های مختلفی وجود دارد که توانای مدل کردن آن‌ها مقدور نبوده و یا بسیار دشوار می‌باشد. برای مثال در ربات‌ها، نیروی اصطکاک بین قطعات محرک ربات، متغیر بوده و متناسب با شرایط محیطی ربات و به مرور زمان تغییر می‌کند. پژوهشگران این‌گونه متغیرها را به صورت نامعینی فرض کرده و با توجه به اینکه این متغییرها نامعلوم می‌باشد، در برخی از تحقیقات با شناسایی کردن مقدار متغیرها و در برخی دیگر از تحقیقات با توجه به نامعین بودن این متغییرها کنترل‌کننده ربات را طراحی می‌نمایند [21].

در این پژوهش نامعینی‌ها به صورت افزوده به مقادیر واقعی متغیرها به عنوان خطای مدل‌سازی درنظر گرفته می‌شود.

$$\begin{cases} D(q) = D_0(q) + \Delta D \\ C(q,\dot{q}) = C_0(q,\dot{q}) + \Delta C \\ G(q) = G_0(q) + \Delta G \end{cases} \tag{21}$$

نیروی اصطکاک $F_r(t) \in \Re^n$ و هم چنین اغتشاش خارجی $b(t)$ به‌صورت افزوده به مدل معرفی شده ربات در رابطه (10) در نظر گرفته شده‌است. در نهایت مدل ربات با در نظر گرفتن نامعینی‌ها به صورت رابطه (22) خواهد بود.

$$\begin{aligned} &(D_0(q) + \Delta D)\ddot{q} + (C_0(q,\dot{q}) + \Delta C)\dot{q} + G_0(q) \\ &\quad + \Delta G + F_{\mathrm{r}}(t) = u + b(t) \end{aligned} \tag{22}$$

بعد از ساده سازی رابطه (22) مدل دینامیکی ربات به صورت (23) نمایش داده می‌شود.

$$\begin{aligned} &D_0(q)\ddot{q} + C_0(q,\dot{q})\dot{q} + G_0(q) = u + \eta(\ddot{q},\dot{q},q,b) \\ &\eta = -\{\Delta D\ddot{q} + \Delta C\dot{q} + \Delta Gq + F_{\mathrm{r}} - b\} \end{aligned} \tag{23}$$

برای ضمانت اینکه کنترل‌کننده طراحی شده نسبت به نامعینی‌ها مقاوم بوده و سیستم ناپایدار نیست، باید میزان نامعینی تابع $\eta$ به بردار کنترلی افزوده شود. باتوجه به اینکه میزان $\eta$ نامشخص است، تخمینی از میزان واقعی نامعینی ربات ($\eta$) به‌کاربرده می‌شود. این تخمین از نامعینی با $\eta_{\mathrm{est}}$ نمایش داده می‌شود.

با توجه به در نظر گرفتن نامعینی ربات ، بردار کنترلی به صورت رابطه (24) خواهد بود.

$$\begin{aligned} u(t) &= -D_0(q)\{K_{\mathrm{p}}(q - q_{\mathrm{r}}) + K_{\mathrm{d}}(\dot{q} - \dot{q}_{\mathrm{r}}) \\ &\quad - D_0(q)^{-1}\big(C_0(q,\dot{q})\dot{q} \\ &\quad + G_0(q)\big) - \ddot{q}_{\mathrm{r}}\} - \eta_{\mathrm{est}} \end{aligned} \tag{24}$$

## 3-2 بررسی پایداری کنترل کننده

با استفاده از نظریه لیاپانوف می‌توان پایدار بودن کنترل‌کننده را تضمین نمود.



[ Downloaded from mme.modares.ac.ir on 2024-05-07 ]
[ DOR: 20.1001.1.10275940.1395.16.1.11.4 ]

با اعمال بردار کنترلی محاسبه شده در رابطه **(24)** و جایگذاری آن در رابطه‌ی (23)، مدل دینامیکی خطای ردیابی مسیر مرجع ربات بدست خواهد آمد.

$$\ddot{e}_{\mathrm{q}}(t) + K_{\mathrm{d}}\dot{e}_{\mathrm{q}}(t) + K_{\mathrm{p}}e_{\mathrm{q}}(t) = D_0^{-1}(q)e_{\eta}(t)$$
$$e_{\eta} = \eta - \eta_{\mathrm{est}} \qquad \textbf{(25)}$$

معادله‌ی (25) را می‌توان به فرم فضای حالت نوشت. بدین منظور متغیرهای فضای حالت به صورت $X = [x_1 \quad x_2]^{\mathrm{T}} = [e \quad \dot{e}]^{\mathrm{T}}$ در نظر گرفته شده‌است.

$$\dot{X} = AX + BD_0^{-1}e_{\eta}$$
$$A = \begin{bmatrix} 0_{6\times6} & I_{6\times6} \\ -K_{\mathrm{p}} & -K_{\mathrm{d}} \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 0_{6\times6} \\ I_{6\times6} \end{bmatrix} \qquad (26)$$

باتوجه به اینکه $K_{\mathrm{p}}$ و $K_{\mathrm{d}}$ هردو مثبت می‌باشند، لذا ماتریس A دارای مقادیر ویژه سمت راست نبوده و به عبارتی دیگر هوریتز است. لذا بنا به قاعده لیاپانوف می‌توان گفت که برای هر ماتریس مثبت معین Q ، ماتریس مثبت معین $P$ وجود داردکه در رابطه (27)زیر صدق نماید.

$$A^{\mathrm{T}}P + PA = -Q \qquad (27)$$

حال اگر تابع لیاپانوف به صورت رابطه (28) فرض گردد.

$$V = X^{\mathrm{T}}PX + e_{\eta}^{\mathrm{T}}\Gamma e_{\eta} \qquad (28)$$

در رابطه‌ی **(28)**، $\Gamma$ ماتریسی مثبت معین است. با یک بار مشتق گرفتن از تابع لیاپانوف $V$ و استفاده از رابطه خطی خطای معرفی شده در رابطه **(26)**، معادله (29) بدست خواهد آمد.

$$\dot{V} = -X^{\mathrm{T}}QX + 2e_{\eta}^{\mathrm{T}}\{(D_0^{-1})^{\mathrm{T}}B^{\mathrm{T}}PX + \Gamma\dot{e}_{\eta}\} \qquad \textbf{(29)}$$

حال اگر با توجه به رابطه (29) ، معادله (30) فرض گردد:

$$\dot{e}_{\eta} = -\Gamma^{-1}(D_0^{-1})^{\mathrm{T}}B^{\mathrm{T}}PX \qquad \textbf{(30)}$$

مشتق تابع لیاپانوف همواره منفی خواهد شد.

$$\dot{V} = -X^{\mathrm{T}}QX \qquad \textbf{(31)}$$

که باتوجه به نظریه لیاپانوف، $e_{\eta}(t)$ و $X$ همواره کراندار و محدود خواهند بود. همان گونه که در بخش سوم مرجع [19] بیان شده است و با توجه به اینکه به طور کلی، هیچ اطلاعات قبلی در مورد مشتق و تغییرات نامعینی‌ها موجود نیست، می‌توان فرض کرد که $\dot{\eta} = 0$ باشد و در نتیجه مشتق خطای تخمین به صورت رابطه‌ی (32) خواهد بود.

$$\dot{e}_{\eta} = \dot{\eta} - \dot{\eta}_{\mathrm{est}} = 0 - \dot{\eta}_{\mathrm{est}} = -\dot{\eta}_{\mathrm{est}} \qquad \textbf{(32)}$$

این فرض مقدار نامعینی‌ها را ثابت و در نتیجه میزان تغییرات آن‌ها را صفر فرض می‌نماید. در این صورت با استفاده از معادله‌ی (30) رابطه (33) حاصل خواهد شد.

$$\dot{\eta}_{\mathrm{est}} = -\dot{e}_{\eta} = \Gamma^{-1}(D_0^{-1})^{\mathrm{T}}B^{\mathrm{T}}PX \qquad \textbf{(33)}$$

از آنجاکه $e_{\eta}(t)$ همواره محدود بوده و همچین با توجه به اینکه $\dot{\eta} = 0$ می‌توان نتیجه گرفت که $\dot{\eta}_{\mathrm{est}}$ همواره محدود خواهد بود.

باتوجه به رویتگر غیرخطی معرفی شده در مرجع [17]، رابطه (34) حاصل خواهد شد.

$$\dot{\eta}_{\mathrm{est}} = \overline{L}(q,\dot{q})\eta - \overline{L}(q,\dot{q})\eta_{\mathrm{est}} = \overline{L}(q,\dot{q})e_{\eta} \qquad (34)$$

در رابطه‌ی (34) $\overline{L}$ بهره‌ی رویتگر بوده و $L \in \Re^{n\times n}$ خواهد بود. با ساده سازی رابطه‌ی **(34)** نتیجه می‌شود که:

$$\dot{e}_{\eta} + \overline{L}(q,\dot{q})e_{\eta} = 0 \qquad \textbf{(35)}$$

باتوجه به دلخواه بودن مقدار ماتریس $\overline{L}$ ، می‌توان آن را به گونه‌ای انتخاب نمود که همواره مثبت معین باشد، در این صورت $e_{\eta}$ همواره همگرا به صفر خواهد بود. از سوی دیگر ماتریس اینرسی ربات $(D_0)$ همواره مثبت معین بوده، در نتیجه میزان بهره رویتگر را به صورت (36) فرض نمود.

$$\overline{L}(q,\dot{q}) = LD_0^{-1}(q) \qquad (36)$$

که در آن $L = l \times I_{n\times n}$، $l > 0$ و $l \in \Re$ بوده و در نتیجه $L > 0$ خواهد بود. پس رابطه‌ی **(34)** به صورت (37) تغییر خواهد کرد.

$$\dot{\eta}_{\mathrm{est}} = LD_0^{-1}(q)(\eta - \eta_{\mathrm{est}}) \qquad \textbf{(37)}$$

با توجه به رابطه‌ی **(36)**، معادله دینامیک خطا به صورت (38) بازنویسی خواهد شد.

$$\dot{e}_{\eta} + LD_0^{-1}e_{\eta} = 0 \qquad \textbf{(38)}$$

می‌توان رابطه‌ی **(37)** را باتوجه به رابطه‌ی**(23)**، به صورت (39) بازنویسی نمود.

$$\dot{\eta}_{\mathrm{est}} = -LD_0^{-1}(q)\eta_{\mathrm{est}} + L[\ddot{q} + D_0^{-1}(q)(C_0(q,\dot{q})\dot{q} + G_0(q) - u(t))] \qquad \textbf{(39)}$$

از معادله معرفی شده در رابطه **(39)** و هم‌چنین با جایگذاری قانون کنترل پیش‌بین غیر خطی معرفی شده در رابطه‌ی **(24)** و معادله‌ی**(38)**، دینامیک تخمین نامعینی‌ها به‌دست می‌آید.

$$\dot{\eta}_{\mathrm{est}} = L(\ddot{e}_{\mathrm{q}}(t) + K_{\mathrm{d}}\dot{e}_{\mathrm{q}}(t) + K_{\mathrm{p}}e_{\mathrm{q}}(t)) \qquad \textbf{(40)}$$

با انتگرال‌گیری از رابطه‌ی (40) و هم‌چنین جایگذاری آن در قانون کنترلی **(24)**، معادله (41) به‌دست خواهد آمد.

$$u(t) = -D_0(q)\{K_{\mathrm{p}}e_{\mathrm{q}} + K_{\mathrm{d}}\dot{e}_{\mathrm{q}} - D_0(q)^{-1}(C_0(q,\dot{q})\dot{q} + G_0(q)) - \ddot{q}_{\mathrm{r}}\} - L[\dot{e}_{\mathrm{q}}(t) + K_{\mathrm{d}}e_{\mathrm{q}}(t) + K_{\mathrm{p}}\int e_{\mathrm{q}}(t)\,\mathrm{d}t] \qquad \textbf{(41)}$$

## 4-شبیه‌سازی

در این بخش برای اعتبارسنجی کنترل‌کننده طراحی شده، به شبیه‌سازی ربات استوارت و بررسی عملکرد کنترل‌کننده پرداخته می‌شود. در شبیه‌سازی صورت گرفته، مقادیر سکوی استوارت به‌صورت جدول 1 انتخاب می‌گردد.

به منظور انجام شبیه‌سازی مسیری دلخواه برای ربات در نظر گرفته می‌شود. مسیر طراحی شده برای حرکت در راستای x[1]، حرکت در راستای y[2] و حرکت در راستای z[3] مطابق شکل 6 می‌باشد. مسیر طراحی شده برای

**جدول 1** مشخصات فیزیکی ربات

**Table 1** Physical Properties robot

| مشخصات فیزیکی و یا هندسی | مقدار عددی |
|---|---|
| جرم صفحه متحرک (فوقانی) | 50 (kg) |
| شعاع صفحه متحرک | 2.075 (m) |
| جرم بار روی صفحه متحرک | 2350 (kg) |
| فاصله صفحه‌ی فوقانی از مبدا | 2.082 (m) |
| جرم لینک‌ها | 140 (kg) |
| طول لینک‌ها | 2.5 (m) |
| گشتاور نامی موتور | 26.25 (Nm) |
| حداکثرگشتاور موتور | 78.76 (Nm) |

1- Moving along the x axes (surge)
2- Moving along the y axes (sway)
3- Moving along the z axes (heave)



[ Downloaded from mme.modares.ac.ir on 2024-05-07 ]
[ DOR: 20.1001.1.10275940.1395.16.1.11.4 ]

دوران حول محور x[1]، دوران حول محورy[2] و دوران حول محورz[3] مطابق شکل 7 است.

از جمله نکاتی که باید هنگام شبیه سازی به آن توجه کرد، میزان حداکثر توان موتورهای محرک‌ها است. برای شبیه‌سازی ربات در این پژوهش حداکثر گشتاور موتورها مقدار محدودی مطابق جدول 1 که به عنوان ورودی کنترلی ربات می‌باشد، در نظر گرفته شده است.

کنترل‌کننده‌ی معرفی شده در این تحقیق با روش‌های کنترلی گشتاورمحاسبه شده[4]، کنترل‌کننده‌ی مد لغزشی[5] و کنترل‌کننده‌ی تناسبی-انتگرال‌گیر-مشتق‌گیر[6] مقایسه شده و هرکدام از کنترل‌کننده‌ها در مدل شبیه‌سازی شده ربات استوارت مورد بررسی قرار گرفته است.

باتوجه به مرجع [22] کنترل‌کننده‌ی PID دارای بهره‌های تناسبی، انتگرالی و مشتقی بسیار بزرگی خواهد بود. بزرگ بودن این بهره‌ها باعث می‌شود که با کوچکترین مقدار اغتشاش، فرمان کنترلی بسیار بزرگ شود؛ بنابراین در صورتی که فرمان کنترلی محدود شود، امکان اعمال فرمان کنترلی مناسب برای کاهش دادن خطا وجود ندارد و ردیابی مسیر توسط ربات بسیار نامناسب خواهد شد. لذا در صورت محدود بودن مقدار گشتاور تولیدی موتور، کنترل‌کننده‌ی PID خطای ردیابی بسیار زیادی دارد. باتوجه به مسیر دلخواه نشان داده شده درشکل‌های 5 و 6، خطای ردیابی این کنترل‌کننده مطابق شکل‌های 8 و 9 خواهد بود. لذا در ادامه‌ی پژوهش از مقایسه این کنترل‌کننده با سایر کنترل‌کننده‌ها صرف نظر می‌گردد.

با استفاده کردن از کنترل‌کننده‌های مدلغزشی، گشتاور محاسبه شده و کنترل غیرخطی پیش‌بین، میزان خطای ردیابی کردن مسیر مرجع به صفر همگرا خواهد شد. مقایسه میزان اندازه خطای ردیابی توسط سه روش گفته شده در شکل 10 نشان داده شده است.

در این پژوهش برای مقایسه میزان خطای کنترل‌کننده‌ها از معیارهای انتگرال مجذورخطا[7] (ISE)، انتگرال حاصل‌ضرب زمان در مجذور خطا[8] (ITSE) و همچنین انتگرال قدرمطلق خطا[9] (IAE) استفاده شده است.

از نظر معیار انتگرال قدرمطلق خطا، میزان اهمیت خطا از ابتدا تا انتهای مسیر یکسان بوده و این معیار، قدرمطلق میزان اختلاف مسیر پیموده شده با مسیر مورد نظر را اندازه‌گیری می‌نماید.

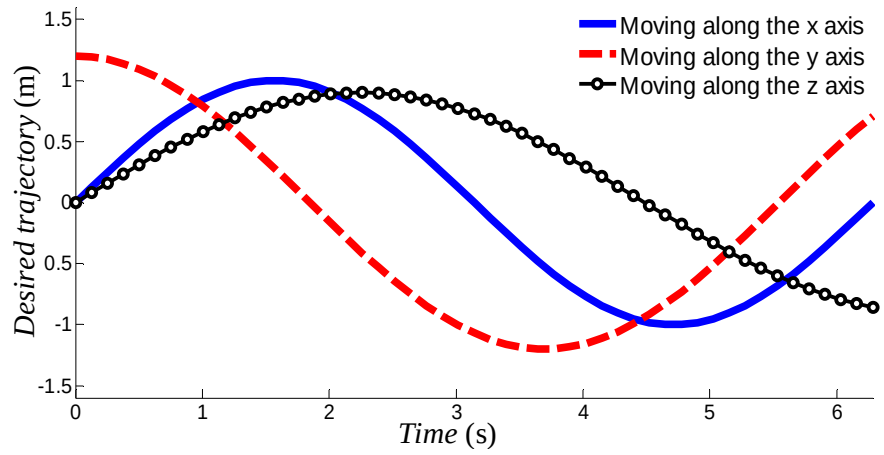


**Fig. 6** Desired trajectory moving along the x ,y and z axes

**شکل 6** مسیر دلخواه حرکت ربات در راستای محورهای $x$ ,$y$ و $z$

1- Rotation around the x axes (roll)
2- Rotation around the y axes (pitch)
3- Rotation around the z axes (yaw)
4- Computed Torque Control (CTC)
5- Sliding mode control (SMC)
6- Proportional-Integrator-Differentiation (PID)
7- Integral Square Error (ISE)
8- Integral Time Square Error (ITSE)
9- Integral Absolute Error (IAE)

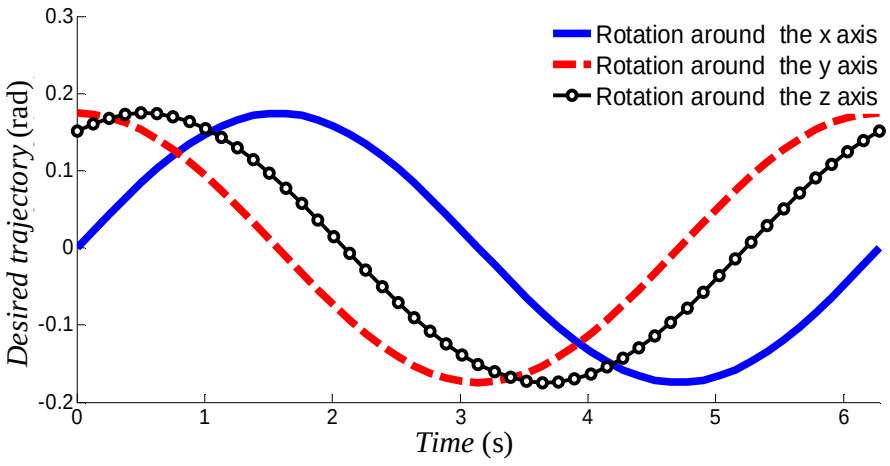


**Fig. 7** Desired trajectory rotation around the x, y and z axes

**شکل 7** مسیر دلخواه دوران ربات حول محورهای $x$ ,$y$ و $z$

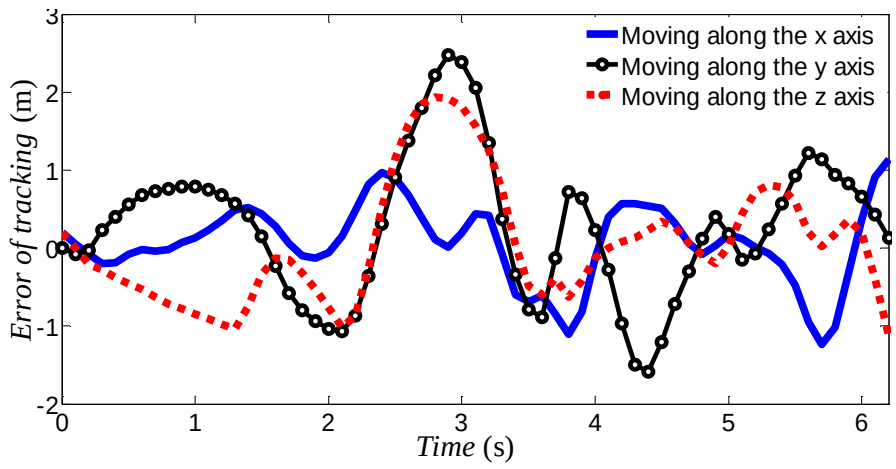


**Fig. 8** Error of tracking desired trajectory moving along the x, y and z axes with PID controller

**شکل 8** خطای ردیابی مسیر دلخواه حرکت ربات در راستای محورهای $x$ ,$y$ و $z$ با استفاده از کنترل‌کننده PID

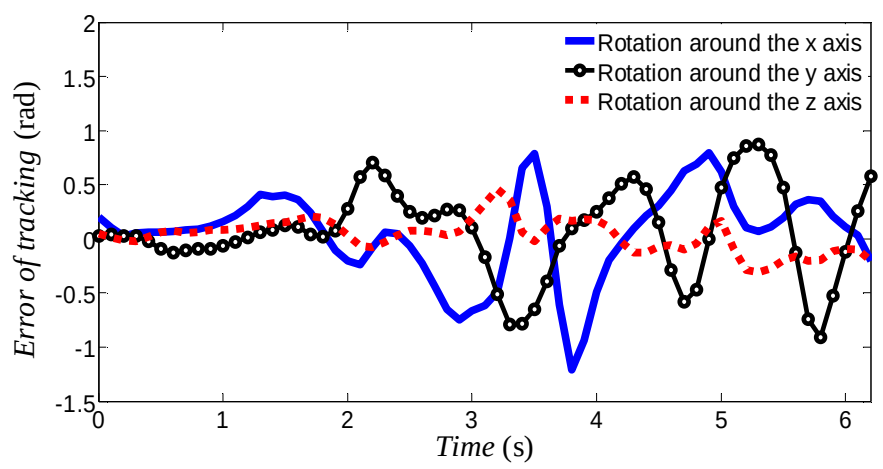


**Fig. 9** Error of tracking desired trajectory rotation around the x, y and z axes with PID controller

**شکل 9** خطای ردیاب مسیر دلخواه دوران ربات حول محورهای $x$ ,$y$ و $z$ با استفاده از کنترل‌کننده PID

باتوجه به معیار انتگرال مجذور خطا، میزان اهمیت خطا از ابتدا تا انتهای مسیر یکسان نخواهد بود. از نظر این معیار هرچقدر خطا کمتر باشد، میزان اهمیت آن نیز کمتر خواهد بود و این متفاوت بودن اهمیت به گونه ای است که خطاهای ناچیز تقریبا بی اهمیت و رفته‌رفته با افزایش خطا میزان اهمیت با نسبت توان دوم خطا افزایش می‌یابد.

از نظر معیار انتگرال حاصل‌ضرب زمان در مجذور خطا، میزان اهمیت خطا در ابتدا و انتهای مسیر یکسان نیست. در این معیار با افزایش زمان رفته‌رفته بر میزان اهمیت خطا نیز افزوده می‌شود و میزان خطای نهایی سیستم اهمیت به سزایی خواهد داشت.

کنترل‌کننده‌ی مدلغزشی باتوجه به میزان خطا در ابتدای مسیر، معیارهای IAE و ISE نسبت به دو روش دیگر مقدار زیادتری را نشان خواهد داد ولی باتوجه به پاسخ نهایی بهتر این کنترل‌کننده معیار ITSE، کمتر خواهد بود. روش پیشنهادی در این پژوهش با توجه به افزایش یافتن سرعت



[ Downloaded from mme.modares.ac.ir on 2024-05-07 ]
[ DOR: 20.1001.1.10275940.1395.16.1.11.4 ]

همگرایی به مسیر دلخواه و اندازه خطای ردیابی کمتر نسبت به روش کنترلی گشتاور محاسبه شده معیارهای IAE، ISE و ITSE کمتر خواهند بود. در جدول 2 مقادیر معیارهای مختلف گفته شده برای هر سه کنترل‌کننده نشان داده شده است.

شکل 11 مسیر حرکت ربات در راستای محورهای x، y و z و همچنین مسیر دوران ربات حول محورهای x، y و z را نمایش می‌دهد. در صورتی که مرکز صفحه متحرک ربات (صفحه‌ی فوقانی) بعنوان مبدا در نظر گرفته شود، شکل 12 نمایش حرکت این نقطه در صفحه مختصات xyz خواهد بود.

بردار کنترلی ربات استوارت، در واقعیت گشتاور موتورهای محرک‌ها بوده و گشتاورموتورهای سروالکتریک نیز با جریان الکتریکی ورودی رابطه‌ای مستقیم دارد، لذا با کاهش یافتن میزان تلاش کنترلی به نوعی در میزان مصرف انرژی صرفه‌جویی شده است.

برای هریک از انواع روش‌های کنترلی مورد بحث در این پژوهش، نمودارمجموع تلاش کنترلی آن‌ها در شکل 13 نشان داده شده است.

**جدول 2** مقادیر معیارهای IAE، ISE و ITSE هر سه کنترل‌کننده

**Table 2** IAE, ISE and ITSE of controllers

| معیار اندازه گیری خطا | SMC | CTC | NPC |
|---|---|---|---|
| انتگرال قدرمطلق خطا (IAE) | 2317.6 | 580.6844 | 420.8499 |
| انتگرال مجذورخطا (ISE) | 753.2672 | 45.2672 | 41.5006 |
| انتگرال حاصل‌ضرب زمان در مجذور خطا (ITSE) | 0.3317 | 1.2206 | 1.1532 |

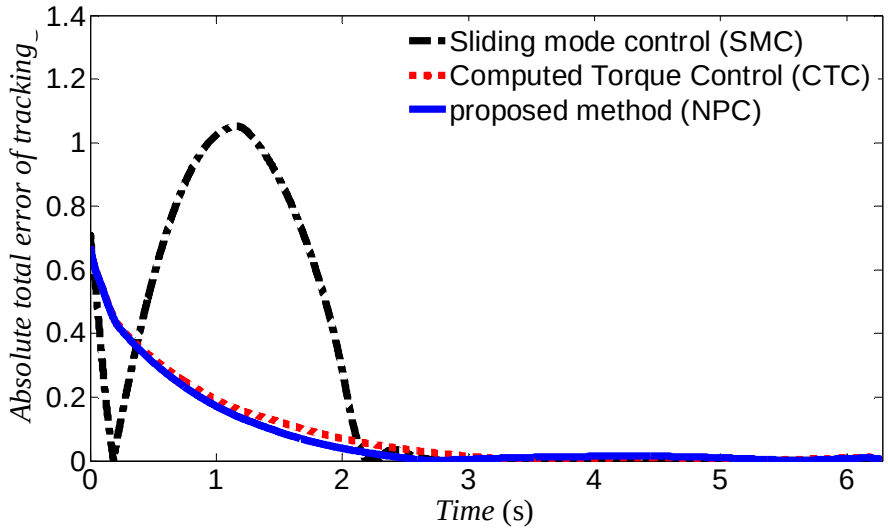


**Fig. 10** Absolute total error of tracking desired direction

**شکل 10** اندازه‌ی مجموع خطای ردیابی مسیر دلخواه

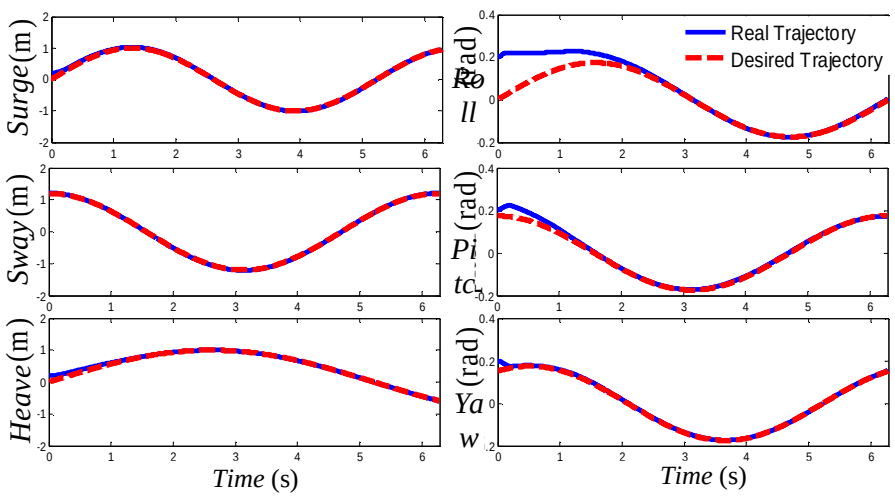


**Fig. 11** Trajectory of robot with NPC

**شکل 11** مسیرحرکت ربات با کنترل‌کننده‌ی پیش بین غیر خطی

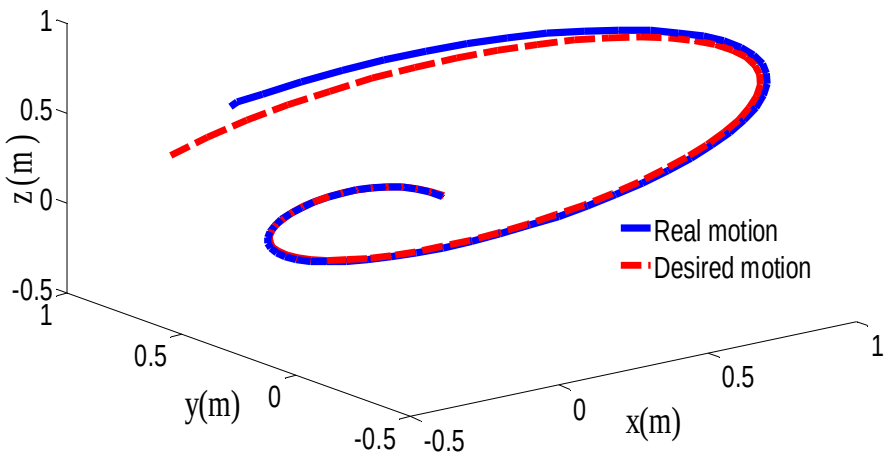


**Fig. 12** Three-dimensional movement of the movable plate

**شکل 12** نمایش سه بعدی حرکت مرکز صفحه متحرک

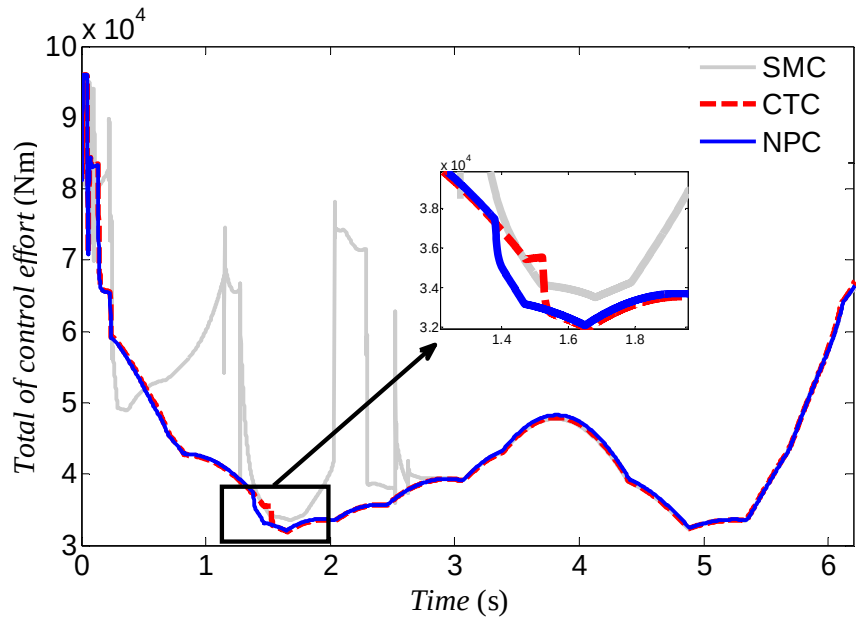


**Fig. 13** Absolute total control effort of controllers (Torque actuators)

**شکل 13** مجموع اندازه تلاش کنترلی کنترل‌کننده‌ها (گشتاور موتور محرک‌ها)

## 5-نتیجه گیری

در این پژوهش معادلات دینامیکی ساختار ربات شش درجه آزادی استوارت به صورت مختصر معرفی و سپس معادلات دینامیکی محرک‌های الکترومکانیکی سکو نمایش داده شده است.

در ادامه به معرفی کنترل‌پیش‌بین غیرخطی پرداخته شده که به نوعی ترکیبی از دو روش کنترل‌گشتاور محاسبه شده و کنترل‌پیش‌بین می‌باشد. کنترل‌پیش‌بین غیرخطی با در نظر گرفتن نامعینی‌های مختلف سیستم از قبیل عدم دقت محاسبات، وجود اصطکاک ، تغییر در فیزیک قطعات ربات و غیره ابتدا تخمینی مناسب از نامعینی‌های سیستم بدست آورده شده و سپس در قانون کنترلی مورد نظر قرار داده شده‌است.

به منظور مقایسه‌ی روش پیشنهادی با دیگر روش‌های کنترلی مرسوم، کنترل‌کننده‌های گشتاور محاسبه شده، مد لغزشی و همچنین تناسبی-انتگرال‌گیر-مشتق‌گیر نیز مورد بررسی قرار گرفته‌اند. نتایج حاصل از شبیه‌سازی‌ها نشان می‌دهد که کنترل کننده‌ی تناسبی-انتگرال‌گیر-مشتق‌گیر با فرض محدود بودن محدود بودن سیگنال کنترلی، ردیابی بسیار نامناسبی از مسیر مرجع را خواهد داشت و همچنین دیگر روش‌های کنترلی نسبت به کنترل‌کننده‌ی پیش‌بین غیرخطی، عملکرد ضعیف‌تری را خواهند داشت. در روش پیشنهاد شده در این پژوهش، میزان تلاش کنترلی کمتری در مقایسه با سایر روش‌های ذکر شده، نیاز خواهد بود.

نتایج حاصل از شبیه‌سازی کارآمدی روش پیشنهاد شده (کنترل پیش‌بین غیرخطی) را نشان می‌دهد. این روش با توجه به در نظر گرفتن

[ Downloaded from mme.modares.ac.ir on 2024-05-07 ]
[ DOR: 20.1001.1.10275940.1395.16.1.11.4 ]

نامعینی و همچنین اعمال محدودیت در ورودی کنترلی قابلیت پیاده‌سازی عملی را نیز دارد.

## 6-فهرست علائم

| | |
|---|---|
| $a$ | بردار شتاب مرکز صفحه متحرک (فوقانی) |
| $b_{\mathrm{i}}$ | بردار موقعیت $i$_امین بازو در صفحه زیرین |
| $C$ | بردار کوریولیس و مرکزگرا |
| $D$ | ماتریس اینرسی |
| $e$ | مختصات دکارتی بردار خطا ردیابی مسیر |
| $F_i$ | نیروی محرک تولید شده توسط موتور محرک |
| $G$ | بردار گشتاورهای گرانشی |
| $I_p$ | ماتریس ممان اینرسی صفحه متحرک |
| $J_{\mathrm{l},\omega}$ | ماتریس ژاکوبین مربوط به $\omega$ و $\dot{L}_i$ |
| $J_{\mathrm{l,p}}$ | ماتریس ژاکوبین مربوط به $\dot{\mathrm{q}}$ و $\dot{L}_i$ |
| $L_i$ | طول لینک $i$-ام |
| $M$ | جرم صفحه متحرک |
| $p_{\mathrm{i}}$ | بردار موقعیت لینک i-ام در صفحه فوقانی |
| $q$ | بردار موقعیت مفاصل |
| $q_r$ | موقعیت واقعی ربات |
| $(q_{\mathrm{p}})_i$ | دوران یافته بردار $p_i$ تحت دوران ماتریس $\mathfrak{R}$ |
| $Q_i$ | بردار موقعیت لینک $i$-ام |
| $\mathfrak{R}$ | ماتریس دوران ربات |
| $R$ | بردار موقعیت مرکز گرانش |
| $s_{\mathrm{i}}$ | بردار یکه در جهت لینک i-ام |
| $t$ | بردار انتقال با مرکزیت مرکز صفحه فوقانی |
| $V_i$ | بردار دینامیکی بازو $i$-ام |

**علائم یونانی**

| | |
|---|---|
| $\Theta$ | بردار زوایای اویلر |
| $\omega$ | سرعت زاویه‌ای |
| $\alpha$ | شتاب زاویه‌ای |
| $\tau_{\mathrm{j}}$ | گشتاور تولید شده توسط الکتروموتور محرک i-ام |

**بالانویس‌ها**

| | |
|---|---|
| T | ترانهاده ماتریس |

**زیرنویس‌ها**

| | |
|---|---|
| $i$ | نشان دهنده لینک $i$-ام |
| ° | بخش ثابت یک ماتریس |
| $r$ | مقادیر واقعی و خوانده شده |

## 7-پیوست

ماتریس به کار برده شده در معادله دینامیک عبارتند از:

$$M_{\mathrm{p}} = \begin{bmatrix} MI & -M\tilde{R}\mathfrak{R}_{\omega} \\ M\tilde{R} & (I_{\mathrm{p}} - M\tilde{R}\tilde{R})\mathfrak{R}_{\omega} \end{bmatrix} \tag{42}$$

$$M_{\mathrm{a}} = \begin{bmatrix} \sum_{i=1}^{6} Q_i & -(\sum_{i=1}^{6} Q_i(\tilde{q}_{\mathrm{p}})_{\mathrm{i}})\mathfrak{R}_{\omega} \\ \sum_{i=1}^{6} (\tilde{q}_{\mathrm{p}})Q_i & -(\sum_{i=1}^{6} (\tilde{q}_{\mathrm{p}})_i Q_{\mathrm{i}}(\tilde{q}_{\mathrm{p}})_i)\mathfrak{R}_{\omega} \end{bmatrix} \tag{43}$$

$$C_p = \begin{bmatrix} M\omega \times (\omega \times R) \\ \omega \times I_{\mathrm{p}}\omega + MR \times (\omega \cdot R)\omega \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} M\tilde{R} \\ M\tilde{R}\tilde{R} - I_p \end{bmatrix} \dot{\mathfrak{R}}_{\omega}\dot{\Theta} \tag{44}$$

$$C_{\mathrm{a}} = \begin{bmatrix} \sum_{i=1}^{6} (V_{\mathrm{c}})_i \\ \sum_{i=1}^{6} ((q_{\mathrm{p}})_i \times V_c)_i \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \sum_{i=1}^{6} Q_i(\tilde{q}_{\mathrm{p}})_i) \\ \sum_{i=1}^{6} (\tilde{q}_{\mathrm{p}})_i Q_i(\tilde{q}_{\mathrm{p}})_i \end{bmatrix} \dot{\mathfrak{R}}_{\omega}\dot{\Theta} \tag{45}$$

$$G_{\mathrm{p}} = -\begin{bmatrix} Mg \\ MR \times g \end{bmatrix} \tag{46}$$

$$G_{\mathrm{a}} = \begin{bmatrix} \sum_{i=1}^{6} (V_g)_i \\ \sum_{i=1}^{6} ((q_{\mathrm{p}})_i \times (V_g)_i) \end{bmatrix} \tag{47}$$

$$B_{\mathrm{t}} = \begin{bmatrix} \sum_{i=1}^{6} (V_{\mathrm{f}})_i \\ \sum_{i=1}^{6} ((q_{\mathrm{p}})_i \times (V_g)_i) - f_{\mathrm{i}} \end{bmatrix} \tag{48}$$

$$(V)_i = (V_{\mathrm{c}})_i + (V_g)_i + (V_{\mathrm{f}})_i \tag{49}$$

که در روابط فوق $(V_C)_i$ و $(V_g)_i$ دینامیک لینک $i$-ام و همچنین $(V_{\mathrm{f}})_i$ نیروی اصطکاک مفصل $i$-ام می‌باشد.

$$\mathfrak{R}_{\omega} = \begin{bmatrix} C\psi C\theta & -S\psi & 0 \\ C\theta S\psi & C\psi & 0 \\ -S\psi & 0 & 1 \end{bmatrix} \tag{50}$$

در نتیجه معادله ژاکوبین به صورت زیر خواهد بود.

$$J_{\mathrm{l},\omega} = \begin{bmatrix} s_1 & s_2 & s_3 & s_4 & s_5 & s_6 \\ q_1 \times s_1 & q_2 \times s_2 & q_3 \times s_3 & q_4 \times s_4 & q_5 \times s_5 & q_6 \times s_6 \end{bmatrix} \tag{51}$$

و با استفاده از رابطه‌ی (52) می‌توان از فضای دکارتی به فضای مفصلی نگاشت کرد.

$$J_{\mathrm{l,q}} = J_{\mathrm{l},\omega} J_{\omega,\mathrm{q}} \tag{52}$$

که در رابطه (52) $J_{\omega,\mathrm{q}}$ به صورت (53) خواهد بود.

$$J_{\omega,\mathrm{q}} = \begin{bmatrix} \mathrm{I} & 0 \\ 0 & \mathfrak{R}_{\omega} \end{bmatrix} \tag{53}$$

ماتریس‌های مربوط به محرک الکترومکانیکی نیز به صورت (54) تا (56) خواهد بود.

$$K_{\mathrm{a}} = \begin{bmatrix} K_{\mathrm{a}} & \cdots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \cdots & K_{\mathrm{a}} \end{bmatrix} ;\ K_{\mathrm{a}} = \frac{2\pi\eta}{p^2} \tag{54}$$

$$D_{\mathrm{a}} = \begin{bmatrix} D_{\mathrm{a}} & \cdots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \cdots & D_{\mathrm{a}} \end{bmatrix} ;\ D_{\mathrm{a}} = \frac{J_{\mathrm{t}} 4\pi^2\eta}{p^2} \tag{55}$$

$$B_{\mathrm{a}} = \begin{bmatrix} B_{\mathrm{a}} & \cdots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \cdots & B_{\mathrm{a}} \end{bmatrix} ;\ B_{\mathrm{a}} = \frac{B_{\mathrm{t}} 4\pi^2\eta}{p^2} \tag{56}$$

که در رابطه‌ی (54) تا (56) $p$ و $\eta$ ضرایب بال‌اسکرو بوده و $J_{\mathrm{t}}$ و $B_{\mathrm{t}}$ مقادیر اینرسی و اصطکاک بین روتور و بال‌اسکرو می‌باشد.

## 8-مراجع

[1] D. Stewart, A platform with six degrees of freedom, *Proceedings of the institution of mechanical engineers*, Vol. 180, No. 1, pp. 371–386, 1965.

[2] S.-H. Lee, J.-B. Song, W .-C. Choi, D. Hong, Position control of a Stewart platform using inverse dynamics control with approximate dynamics, *Mechatronics*, Vol. 13, No. 6, pp. 605–619, 2003.

[3] M. Becerra-Vargas E. Morgado Belo, Application of H$^{\infty}$; theory to

[ Downloaded from mme.modares.ac.ir on 2024-05-07 ]
[ DOR: 20.1001.1.10275940.1395.16.1.11.4 ]

[13] W. Meng, Z. De Zhou, Q. Liu, Q.S.Ai, A Practical Fuzzy Adaptive Control Strategy for Multi-dof Parallel Robot, *Applied Mechanics and Materials*, Vol. 347, No. 1, pp. 661–665, 2013
[14] D. Wu, H. Gu, and P. Li, Adaptive Fuzzy Control of Stewart Platform under Actuator Saturation, *World Academy of Science, Engineering and Technology*, Vol. 60, No.1, pp. 680–684, 2009.
[15] L. Lin , M. Tsay, Modeling and control of micropositioning systems using Stewart platforms, *Journal of Robotic Systems*, Vol. 17, No. 1, pp. 17–52, 2000.
[16] Y. Pi ,X. Wang, Trajectory tracking control of a 6-DOF hydraulic parallel robot manipulator with uncertain load disturbances, *Control Engineering Practice*, Vol. 19, No. 2, pp. 185–193, 2011.
[17] R. Roovers, S.-H. Chen, L.-C. Fu, Output feedback sliding mode control for a Stewart platform with a nonlinear observer-based forward kinematics solution, *Control Systems Technology, IEEE Transactions on*, Vol. 21, No. 1, pp. 176–185, 2013.
[18] C. C. Nguyen, S. S. Antrazi, Z. Zhou, C. E. Campbell, Adaptive control of a stewart platform based manipulator, *Journal of Robotic systems*, Vol. 10, No. 5, pp. 657–687, 1993.
[19] W. Feng, J. O'Reilly, D. J. Ballance, MIMO nonlinear PID predictive controller, *IEE Proceedings-Control Theory and Applications*, Vol. 149, No. 3, pp. 203–208, 2002.
[20] A. Merabet, J. Gu, Robust nonlinear predictive control based on state estimation for robot manipulator, *International Journal of Applied Mathematics and Mechanics*, Vol. 5, No. 1, pp. 48–64, 2008.
[21] K.D. Nguyen, H. Dankowicz, Adaptive control of underactuated robots with unmodeled dynamics, *Robotics and Autonomous Systems*, Vol. 64, No.1, pp. 84–99, 2015.
[22] N. Smith , J. Wendlandt, Creating a Stewart Platform Model Using SimMechanics, *Matlab Digest*, Vol. 10, No. 5, pp.11-21, 2002.
a 6 DOF flight simulator motion base, *Journal of the Brazilian Society of Mechanical Sciences and Engineering*, Vol. 34, No. 2, pp. 193–204, 2012.
[4] Y. X. Su, B. Y. Duan, C. H. Zheng, Y. F. Zhang, G. D. Chen, J. W. Mi, Disturbance-rejection high-precision motion control of a Stewart platform, *Control Systems Technology, IEEE Transactions on*., Vol. 12, No. 3, pp. 364–374, 2004.
[5] G. Lebret, K. Liu, F. L. Lewis, Dynamic analysis and control of a stewart platform manipulator, *Journal of Robotic Systems*, Vol. 10, No. 5, pp. 629–655, 1993.
[6] C. C. Nguyen, S. S. Antrazi, Z.-L. Zhou ,C. E. Campbell, Adaptive control of a Stewart platform-based manipulator, *Journal of Robotic Systems*, Vol. 10, No. 5, pp. 657–687, 1993.
[7] X. Zhu, G. Tao, B. Yao, J. Cao, Adaptive robust posture control of a parallel manipulator driven by pneumatic muscles, *Automatica*, Vol. 44, No. 9, pp. 2248–2257, 2008.
[8] S. Iqbal, A. I. Bhatti, Robust sliding-mode controller design for a Stewart platform, *Proceedings of International Bhurban Conference on Applied Sciences and Technology, IBCAST*, No.12 , pp. 155–160, 2007.
[9] M. R. Sirouspour ,S. E. Salcudean, Nonlinear control of hydraulic robots, *IEEE Transactions on Robotics and Automation*, Vol. 17, No. 2, pp. 173–182, 2001.
[10] K. S. Grewal, R. Dixon, J. Pearson, LQG controller design applied to a pneumatic stewart-gough platform, *International Journal of Automation and Computing*, Vol. 9, No. 1, pp. 45–53, 2012.
[11] W. Dongsu G. Hongbin, Adaptive sliding control of six-DOF flight simulator motion platform, *Chinese Journal of Aeronautics*, Vol. 20, No. 5, pp. 425–433, 2007.
[12] Y. Bo, P. Zhongcai, T. Zhiyong, Fuzzy PID control of Stewart platform, *Proceedings of 2011 International Conference on Fluid Power and Mechatronics*, No. 1, pp. 763–768, 2011.

[ Downloaded from mme.modares.ac.ir on 2024-05-07 ]
[ DOR: 20.1001.1.10275940.1395.16.1.11.4 ]