مجله مهندسی مکانیک مدرس، خرداد 1396، دوره 17، شماره 3، ص‌ص 159-166

ماهنامه علمی پژوهشی

مهندسی مکانیک مدرس

mme.modares.ac.ir

تحلیل صوت منتشر شده در اثر موج صوتی برخوردی به پوسته مخروطی ناقص

محمد رضا قضاوی[1*]، افشین تبیانیان[2]

1- دانشیار، دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه تربیت مدرس، تهران

2- دانشجوی دکتری، مهندسی مکانیک، دانشگاه تربیت مدرس، تهران

* تهران، صندوق پستی 177-14115، ghazavim@modares.ac.ir

اطلاعات مقاله

مقاله پژوهشی کامل

دریافت: 09 دی 1395

پذیرش: 23 بهمن 1395

ارائه در سایت: 14 اسفند 1395

کلید واژگان:

ارتعاشات پوسته مخروطی

معادله انتگرالی موج صوتی هلمهولتز

روش المان مرزی

روش ریلی-ریتز

چکیده

در این مقاله به بررسی و تحلیل موج صوتی منتشر شده از یک پوسته مخروطی ناقص که در اثر یک موج صوتی برخوردی تحریک می‌شود، پرداخته شده است. فضای بیرونی پوسته در معرض سیال هوا قرار دارد و فضای داخلی پوسته نیز خلاء در نظر گرفته می‌شود. ابتدا معادلات پوسته مخروطی بر اساس تئوری دانل و استفاده از اصل همیلتون استخراج می‌گردد. سپس روابط موج صوتی برخوردی، و موج منتشر شده در اثر برخورد به پوسته استخراج می‌شود. روابط مربوط به موج صوتی برخوردی با استفاده از حل‌هارمونیک معادله موج تخت که از بی‌نهایت می‌آید، استخراج می‌گردد و موج منتشر شده در اثر برخورد به پوسته نیز با استفاده از معادله انتگرالی هلمهولتز که تابعی از فشار سطح پوسته و جابجایی آن می‌باشد، استخراج می‌شود. در نهایت معادلات سیستم کوپل سازه-آکوستیک با ترکیب معادلات دینامیکی سازه و معادلات مربوط به موج صوتی استخراج می‌گردد. فشار موج صوتی در معادله انتگرالی هلمهولتز که تابعی غیر صریح از جابجایی سطح پوسته می‌باشد، با استفاده از روش المان بندی مرزی سطح پوسته بر حسب جابجایی نقاط المان بیان می‌شود. سپس با استفاده از ترکیب روش ریلی-ریتز و المان مرزی، معادلات کوپل سازه آکوستیک حل شده و فشار صوتی در روی سطح پوسته و فضای خارج آن بدست می‌آید.

Sound radiation analysis of truncated conical shell excited by incident sound wave

Mohammad Reza Ghazavi*, Afshin Tebyanian

Department of Mechanical Engineering, Tarbiat Modares University, Tehran, Iran
* P.O.B. 14115-177, Tehran, Iran, ghazavim@modares.ac.ir

ARTICLE INFORMATION

Original Research Paper
Received 29 December 2016
Accepted 11 February 2017
Available Online 04 March 2017

Keywords:
Conical shell vibration
Acoustic Helmholtz integral equation
Boundary element method
Rayleigh-Ritz method

ABSTRACT

This paper presents a study and analysis of acoustic wave scattered and radiated from a truncated conical shell excited by a time-harmonic constant amplitude acoustic wave arriving from infinity by specified angle of incidence. The shell immersed in unbounded air and inner face has in-vacuo condition. Donnel-Mushtari theory of shell displacement field proposed to investigate the kinetic and potential energy of shell and Hamilton principal is employed to extract the shell dynamic equation. Incident sound wave is considered as plane wave which is an incoming wave solution of reduced homogenous wave equation. The Helmholtz integral equation is used to model the scattered and radiated sound by shell. Boundary element method (BEM) is employed to relate the surface nodal pressure to nodal displacement. Then by combination of BEM and Rayleigh-Ritz method, the coupled structural-acoustic problem is solved and the sound pressure in any point of medium and shell surface is obtained. The final result has been compared with Finite Element – Boundary Element (FE-BE) method and the result shows that the analytical result is in good agreement with the numerical FE-BE method. Also, the behaivor of medium fluid is studied by considering air and water as two cases of fluid medium.

1- مقدمه

تحلیل سازه-آکوستیک امروزه در اغلب صنایع مهم و تأثیرگذار از جمله صنایع هوافضا، خودروسازی و زیردریایی کاربردهای بسیاری دارد. تحلیل و تعیین میزان صوت منتشر شده در اثر ارتعاشات سازه‌ای در محیط‌های در معرض سیال سبک و سنگین و همچنین کنترل آن از اهمیت بسزایی برخوردار است (سیال سبک در مقالات و منابع علمی به سیالی گفته می‌شود که نسبت امپدانس ویژه آن به فرکانس زاویه‌ای در مقایسه با جرم بر واحد سطح پوسته مورد بررسی ناچیز باشد $\rho_0 c/\omega \ll m$ [1]). به عنوان مثال تعیین میزان بار آکوستیکی وارد بر محموله در ماهواره‌برها [2]، میزان نویز اکوستیکی منتقل شده به داخل کابین وسایل نقلیه [3]، میزان بار آکوستیکی وارد بر بدنه و اجزای سازه‌ای زیردریایی‌ها [4] از موارد کاربرد تحلیل‌های سازه-آکوستیک و تعیین نویز آکوستیک منتشر شده می‌باشد.

در همین راستا پژوهش‌های متعددی صورت پذیرفته است. فولر [5] با استفاده از بسط تابع بسل از حل معادله موج صوتی روی یک استوانه

Please cite this article using:

برای ارجاع به این مقاله از عبارت ذیل استفاده نمایید:

M. R. Ghazavi, A. Tebyanian, Sound radiation analysis of truncated conical shell excited by incident sound wave, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 17, No. 3, pp. 159-166, 2017 (in Persian)

[DOR: 20.1001.1.10275940.1396.17.3.12.6]

بی‌نهایت، معادله کوپل پوسته استوانه‌ای و موج صوتی را که بوسیله یک تحریک نقطه‌ای روی پوسته تحریک شده است، حل نمود. وانگ و همکاران [6] پاسخ سازه و آکوستیک یک پوسته مخروطی تقویت شده را با استفاده از روش ماتریس انتقال و در نظر گرفتن موج صوتی به صورت بسط تابع هنکل بدست آوردند. در روش وانگ، پوسته مخروطی به چند بخش تقسیم‌بندی شده و با ترکیب ماتریس‌های انتقال هر بخش و تشکیل ماتریس انتقال کلی، پاسخ کلی سازه استخراج شده است. کو و همکاران [7] در تحقیقی به تحلیل سازه –آکوستیک یه پوسته ترکیبی کروی-استوانه‌ای-کروی که بخش استوانه‌ای آن با ریب تقویت شده است، پرداختند. آنها در این تحقیق از روش نیمه تحلیلی برای حل پاسخ سازه کوپل با میدان صوتی استفاده کردند. در این تحقیق آنها سازه را در جهت طولی به چند بخش تقسیم بندی کرده و برای هر بخش با استفاده از روابط انرژی پتانسیل و جنبشی پوسته، معادله حرکت را استخراج نموده و میدان صوتی را نیز برای هر بخش با استفاده از انتگرال کیرشهف-هلمهولتز استخراج کردند. نهایتاً با ترکیب معادلات سازه و آکوستیک سیستم معادلات کوپل را تشکیل داده و حل را استخراج نمودند. کو و همکاران [8] در تحقیقی دیگر و با روشی مشابه مقاله قبل، پاسخ سیستم کوپل سازه-آکوستیک با سازه متشکل از یک پوسته متقارن محوری با هندسه دلخواه را استخراج نمودند. آنها در این روش نیمه تحلیلی با استفاده از تقسیم بندی پوسته در راستای محوری آن، معادلات سیستم کوپل را حل نمودند و اسم روش خود را تئوری زیگ زاگ نامیدند.

مجدی و آتالا [9] در مقاله‌ای به بررسی و تحلیل سازه-آکوستیک یک پنل کامپوزیتی با تقویت کننده‌های کامپوزیتی با استفاده از روش بسط مودال پاسخ پرداختند. آنها نتایج خود را در حوزه پاسخ سازه با استفاده از روش المان محدود و در حوزه آکوستیک با روش المان مرزی صحت‌سنجی نمودند.

کام و همکاران [10] با استفاده از روش ریلی-ریتز برای حل پاسخ ارتعاشی صفحه کامپوزیتی با در نظر گرفتن تئوری مرتبه اول برشی و روش انتگرال مرتبه اول ریلی برای محاسبه فشار آکوستیکی روی پوسته، به تحلیل مسئله کوپل سازه-آکوستیک صفحه‌ها پرداختند.

جیاراج [11] در مقاله ای به تحلیل سازه-آکوستیک یک صفحه با ضخامت متغیر پرداخت. وی در این تحقیق ارتعاشات صفحه را بوسیله روش المان محدود و بارگذاری آکوستیک روی صفحه را با روش المان مرزی مدل‌سازی کرد و مسئله کوپل شده را حل نمود.

هنرور، رجبی و همکاران [12] در تحقیق خود به تحلیل صوت منتشر شده از یک پوسته استوانه‌ای FGM که در معرض یه جریان صوتی برخوردی قرار دارد، پرداختند. آنها در این تحقیق با استفاده از روش تحلیلی و آنالیز پوسته استوانه‌ای FGM در فضای حالت، معادلات حاکم بر پوسته را استخراج نمودند. همچنین با استفاده از توابع بسل و هنکل، موج صوتی برخوردی و منعکس شده را با فرض پوسته بی‌نهایت مدل نمودند. در نهایت با حل معادلات فضای حالت و با در نظر گرفتن بارگذاری فشار آکوستیک روی پوسته، ارتعاشات پوسته و صوت منتشر شده را استخراج نمودند.

هنرور و همکاران در مقاله ای دیگر [13] میدان صوتی بازتابی را در اثر برخورد موج صوتی ورودی به مجموعه‌ای از پوسته‌های استوانه‌ای که در کنار هم قرار دارند، استخراج نمودند. در این مقاله فرض شده است که استوانه‌ها بی‌نهایت می‌باشند و در نتیجه موج صوتی برخوردی و انعکاسی از طریق روابط بسل مرتبه اول و دوم قابل مدل‌سازی می‌باشد.

هاشمی نژاد و همکاران [14] در مقاله خود به تحلیل و استخراج صوت منتشر شده از یک پوسته کروی ضخیم FGM که در سیال آب غوطه ور است و تحت بارگذاری فشاری داخلی قرار دارد پرداختند. آنها در این مقاله اثرات ضخامت، تابع تغییر خواص پوسته FGM و زاویه پوشش دهی فشار داخلی را در فشار صوتی منتشر شده در محیط پیرامون پوسته مورد بررسی قرار دادند.

هاشمی نژاد و همکارانش در مقاله‌ای دیگر [15] صوت منتشر شده از یک پوسته استوانه‌ای بی نهایت ضخیم FGM که تحت بار مکانیکی متمرکزهارمونیک روی پوسته قرار دارد را با استفاده از تئوری سه بعدی الاستیسیته و روش حل ماتریس انتقال، برای مسئله انتشار صوت سه بعدی غیر متقارن حل نمودند.

هاشمی نژاد و رجبی در مقاله‌ای دیگر [16] با استفاده از روش بسط موج، انتشار موج صوتی از یک پوسته استوانه‌ای بی‌نهایت اورتوتروپیک همگن را که تحت برخورد یک موج صوتی صفحه‌ای با زاویه برخورد دلخواه قرار دارد، بررسی کردند.

در این مقاله با استفاده ترکیبی از روش تحلیلی برای حل معادله پوسته و روش المان مرزی در میدان صوتی روی سطح پوسته، روشی جدید برای حل مسائل کوپل سازه-آکوستیک ارائه شده است. در این روش ابتدا معادلات پوسته مخروطی با استفاده از اصل همیلتون و در نظر گرفتن میدان جابجایی پوسته با استفاده از تئوری دانل-مشتری[1] استخراج می‌گردد. سپس با در نظر گرفتن تقارن محوری مسئله، مولد مخروط در راستای طولی به چند زیر بازه تقسیم‌بندی شده و در هر بازه رابطه بین فشار آکوستیکی و جابجایی پوسته با استفاده از معادله انتگرالی کیرشهف-هلمهولتز[2] استخراج می‌شود. خروجی مدل‌سازی آکوستیکی یک رابطه ماتریسی بین فشار آکوستیکی روی سطح پوسته مخروطی و جابجایی نقاط بازه‌ها روی پوسته می‌باشد. حال بایستی به نحوی ارتباط بین میدان جابجایی در معادلات دیفرانسیلی پاره‌ای پوسته که در فضای پیوسته می‌باشد با جابجایی پوسته در تعداد محدودی از نقاط (نقاط مرزی بازه‌ها) برقرار شود. این کار با استفاده از تابع دلتای دیراک[3] انجام می‌شود. این مدل‌سازی همانند مدل کردن ارتعاشات یک پوسته است که در نقاطی از پوسته جرم و فنر آویزان شده باشد. از مزایای استفاده از این روش در حل مسائل کوپل سازه آکوستیک می‌توان به حل تحلیلی، زمان حل بسیار کمتر نسبت به روش المان محدود-المان مرزی (FEM-BEM)، عدم محدودیت در بازه فرکانسی (قابلیت تحلیل در فرکانس‌های بالا) به‌دلیل استفاده از روش تحلیلی در حل پاسخ سازه اشاره کرد. در ادامه مقاله ابتدا به مدل‌سازی سازه پرداخته می‌شود و معادلات پوسته مخروطی استخراج می‌گردد. سپس مدل‌سازی میدان آکوستیکی ارائه می‌شود. در بخش بعدی نحوه کوپل معادلات سازه و میدان آکوستیکی ارائه شده و روش حل ارائه می‌گردد. در نهایت نتایج حل استخراج شده و با نتایج روش FEM-BEM مقایسه می‌شود.

2- مدل‌سازی پوسته مخروطی

نمای یک پوسته مخروطی ایزوتروپ به همراه دستگاه مختصات کارتزین و خمیده خط در شکل 1 نشان داده شده است.

رابطه کرنش در پوسته مخروطی و بر اساس تئوری دانل-مشتری [17] از روابط (1-3) استخراج می‌شود:

[1] Donnel-mushtari
[2] Kirchhoff-helmholtz
[3] Dirac delta function

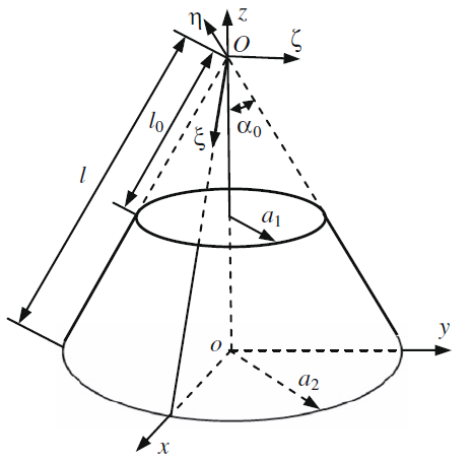

Fig. 1 The schematic diagram of a conical shell with Cartesian and curvilinear surface coordinate systems

شکل 1 شماتیک پوسته مخروطی با نمایش مختصات کارتزین و خمیده خط

$$\varepsilon_\xi = \epsilon_\xi + zk_\xi \tag{1}$$

$$\varepsilon_\zeta = \epsilon_\zeta + zk_\zeta \tag{2}$$

$$\varepsilon_{\xi\zeta} = \epsilon_{\xi\zeta} + z\tau \tag{3}$$

در روابط بالا ε_ξ، ϵ_ζ و $\epsilon_{\xi\zeta}$ کرنش عمودی و برشی در صفحه میانی پوسته $(z = 0)$ می‌باشند. همچنین k_ξ و k_ζ تغییرات انحنای صفحه میانی و τ چرخش صفحه میانی می‌باشد.

بر اساس تئوری دانل-مشتری [17]، مقادیر ε_ξ، ϵ_ζ و $\epsilon_{\xi\zeta}$ و همچنین k_ξ، k_ζ و τ از طریق روابط (4-0) بر حسب جابجایی پوسته استخراج می‌شود:

$$\varepsilon_\xi = \frac{1}{A}\frac{\partial u}{\partial \xi} + \frac{v}{AB}\frac{\partial A}{\partial \zeta} + \frac{w}{R_\xi} \tag{4}$$

$$\varepsilon_\zeta = \frac{u}{AB}\frac{\partial B}{\partial \xi} + \frac{1}{B}\frac{\partial v}{\partial \zeta} + \frac{w}{R_\zeta} \tag{5}$$

$$\varepsilon_{\xi\zeta} = \frac{A}{B}\frac{\partial}{\partial \zeta}\left(\frac{u}{A}\right) + \frac{B}{A}\frac{\partial}{\partial \xi}\left(\frac{v}{B}\right) \tag{6}$$

$$k_\xi = -\frac{1}{A}\frac{\partial}{\partial \xi}\left(\frac{1}{A}\frac{\partial w}{\partial \xi}\right) - \frac{1}{AB^2}\frac{\partial A}{\partial \zeta}\frac{\partial w}{\partial \zeta} \tag{7}$$

$$k_\zeta = -\frac{1}{B}\frac{\partial}{\partial \zeta}\left(\frac{1}{B}\frac{\partial w}{\partial \zeta}\right) - \frac{1}{A^2B}\frac{\partial B}{\partial \xi}\frac{\partial w}{\partial \xi} \tag{8}$$

$$\tau = -\frac{B}{A}\frac{\partial}{\partial \xi}\left(\frac{1}{B^2}\frac{\partial w}{\partial \zeta}\right) - \frac{A}{B}\frac{\partial}{\partial \zeta}\left(\frac{1}{A^2}\frac{\partial w}{\partial \xi}\right) \tag{9}$$

برای پوسته مخروطی در روابط بالا، $A = 1$ و $B = \xi \sin\alpha_0$ می‌باشد. همچنین $R_\xi = \infty$ و $R_\zeta = \xi \tan\alpha_0$ است.

رابطه تنش و کرنش در پوسته مخروطی به صورت رابطه (10) نوشته می‌شود:

$$\begin{Bmatrix}\sigma_{\xi\xi}\\ \sigma_{\zeta\zeta}\\ \sigma_{\xi\zeta}\end{Bmatrix} = \begin{bmatrix}\frac{E}{(1-\nu^2)} & \frac{\nu E}{(1-\nu^2)} & 0\\ \frac{\nu E}{(1-\nu^2)} & \frac{E}{(1-\nu^2)} & 0\\ 0 & 0 & G\end{bmatrix}\begin{Bmatrix}\varepsilon_{\xi\xi}\\ \varepsilon_{\zeta\zeta}\\ \varepsilon_{\xi\zeta}\end{Bmatrix} \tag{10}$$

که در رابطه بالا $\sigma_{\xi\xi}$ و $\sigma_{\zeta\zeta}$ تنش‌های نرمال و $\sigma_{\xi\zeta}$ تنش برشی در مختصات خمیده خط، E مدول یانگ، ν ضریب پواسون و G مدول برشی می‌باشد.

برای استخراج معادلات حرکت پوسته، از اصل همیلتون استفاده می‌شود. معادله همیلتون به صورت رابطه (11) بیان می‌گردد:

$$\int_{t_1}^{t_2} (\delta T - \delta\pi + \delta W)\, dt = 0 \tag{11}$$

در رابطه بالا T انرژی جنبشی پوسته، π انرژی پتانسیل و W کار نیروهای خارجی می‌باشد. انرژی جنبشی پوسته از طریق رابطه (12) محاسبه می‌گردد:

$$T = \frac{1}{2}\int_V \rho\left[\left(\frac{\partial u}{\partial t}\right)^2 + \left(\frac{\partial v}{\partial t}\right)^2 + \left(\frac{\partial w}{\partial t}\right)^2\right] dV \tag{12}$$

در رابطه انرژی جنبشی، ρ چگالی و V حجم پوسته می‌باشد. انرژی پتانسیل نیز به صورت رابطه+ (13) محاسبه می‌گردد:

$$\pi = \frac{1}{2}\int_V \left(\sigma_{\xi\xi}\varepsilon_{\xi\xi} + \sigma_{\zeta\zeta}\varepsilon_{\zeta\zeta} + \sigma_{\xi\zeta}\varepsilon_{\xi\zeta}\right) dV \tag{13}$$

مقدار حجمی dV به صورت رابطه (14) تعریف می‌گردد:

$$dV = \xi \sin\alpha_0\, d\xi d\zeta d\eta \tag{14}$$

کار نیروهای خارجی نیز از رابطه (15) بدست می‌آید:

$$W = \int_A (q_1 \partial u + q_2 \partial v + q_3 \partial w)\, dA \tag{15}$$

مقادیر q_1، q_2 و q_3 بار گسترده بر واحد سطح پوسته می‌باشند و dA نیز برابر است با:

$$dA = AB d\xi d\zeta = \xi \sin\alpha_0\, d\xi d\zeta d\eta \tag{16}$$

در نهایت با تشکیل معادله همیلتون و انجام عملات ریاضی و جایگذاری پارامترهای مربوطه در معادله، معادله دینامیکی پوسته به صورت رابطه (17) بدست می‌آید:

$$\begin{bmatrix}L_{11} & L_{12} & L_{13}\\ L_{21} & L_{22} & L_{23}\\ L_{31} & L_{32} & L_{33}\end{bmatrix}\begin{Bmatrix}u\\ v\\ w\end{Bmatrix} + \begin{bmatrix}M_{11} & 0 & 0\\ 0 & M_{22} & 0\\ 0 & 0 & M_{33}\end{bmatrix}\begin{Bmatrix}\ddot{u}\\ \ddot{v}\\ \ddot{w}\end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix}q_1\\ q_2\\ q_3\end{Bmatrix} \tag{17}$$

L_{ij}ها اپراتورهای دیفرانسیلی هستند که در پیوست آورده شده است.

3- مدل آکوستیکی

موج صوتی منتشر شده از پوسته مخروطی، با استفاده از معادله انتگرالی کیرشهف-هلمهولتز مدل‌سازی می‌شود [18]. معادله کیرشهف-هلمهولتز جهت مدل‌سازی موج صوتی برخوردی به پوسته به صورت یک رابطه ماتریسی که جابجایی پوسته را به فشار صوتی سطح پوسته مرتبط می‌کند، استفاده می‌گردد. این معادله به صورت رابطه (18) نوشته می‌شود:

$$C(R)P(R) = \int_{S_0}\left[P(R_0)\frac{\partial G(R,R_0)}{\partial N_0} - G(R,R_0)\frac{\partial P(R_0)}{\partial N_0}\right] dS_0 \tag{18}$$

در رابطه بالا $R(r,\varphi,z)$ مختصات نقاط خارج از پوسته و $R_0(r_0,\varphi_0,z_0)$ مختصات نقاط روی پوسته در مختصات استوانه‌ای می‌باشند که در شکل 2 نشان داده شده است.

P فشار صوتی و $C(R)$ ضریبی است که تابعی از مختصات نقطه مورد بررسی می‌باشد. اگر نقطه خارج از پوسته باشد، $C(R) = 1$ و اگر نقطه روی پوسته باشد، $C(R) = 0.5$ خواهد بود. N_0 جهت عمود به سطح پوسته در نقطه‌ای روی پوسته می‌باشد و $\partial/\partial N_0$ بیانگر مشتق در جهت عمود به سطح روی پوسته به سمت خراج پوسته می‌باشد. المان سطح پوسته نیز برابر خواهد بود با: $dS_0 = r_0 d\varphi_0 dz_0/\cos\alpha_0$. $G(R,R_0)$ تابع گرین[1] می‌باشد که به صورت رابطه (19) تعریف می‌شود:

$$G(R,R_0) = \frac{1}{4\pi}\frac{e^{ik|R-R_0|}}{|R-R_0|} \tag{19}$$

[1] Green's function

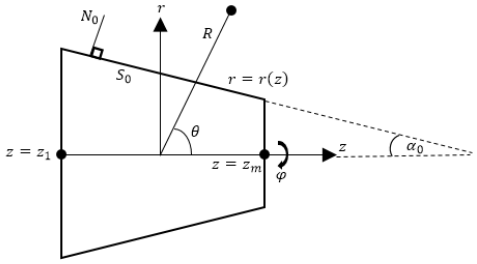

Fig. 2 Shematic diagram of conical shell for modeling of acoustic wave in exterior and on the surface of conical shell

شکل 2 شماتیک پوسته مخروطی برای مدل سازی موج آکوستیکی در خارج و روی پوسته

k عدد موج آکوستیکی است که از رابطه $k = \omega/c_f$ بدست می‌آید و c_f سرعت صوت در سیال می‌باشد. $|R - R_0|$ فاصله بین نقاط روی پوسته و خارج پوسته می‌باشد که از رابطه (20) محاسبه می‌شود:

$$|R - R_0| = \sqrt{\{r^2 + r_0^2 - 2rr_0\cos(\varphi - \varphi_0) + (z - z_0)^2\}} \tag{20}$$

مشتق نسبت به جهت نرمال سطح پوسته نیز به صورت رابطه (21) تعریف می‌گردد:

$$\frac{\partial}{\partial N_0} = \cos\alpha_0 \frac{\partial}{\partial r_0} - \sin\alpha_0 \frac{\partial}{\partial z_0} \tag{21}$$

جابجایی پوسته با گرادیان عمودی فشار آکوستیکی در سطح پوسته از طریق رابطه مومنتم به صورت رابطه (22) ارتباط دارند [19]:

$$w(r_0, \varphi_0, z_0) = \frac{1}{\rho\omega^2} \nabla P(r_0, \varphi_0, z_0) \cdot N_0 \tag{22}$$

متغیر فشار آکوستیکی با استفاده از بسط فوریه در جهت زاویه دوران پوسته به صورت روابط (24,23) بازنویسی می‌شود:

$$P(r, \varphi, z) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} P(r, n, z)\, e^{in\varphi} \tag{23}$$

$$P(r, n, z) = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} P(r, \varphi, z) e^{-in\varphi}\, d\varphi \tag{24}$$

سایر پارامترهای میدانی همانند جابجایی پوسته و تابع گرین را نیز می‌توان بر حسب زاویه دروان حول محور تقارن، توسط بسط فوریه نوشت. با استفاده از بسط فوریه متغییرها و استفاده از رابطه (22)، معادله (18) بر حسب دامنه جملات بسط فوریه به صورت رابطه (25) بازنویسی می‌شود [20]:

$$c(r,z)P(r,n,z) = \frac{1}{2}\int_{z_1}^{z_m} \left[P(r_0, n, z_0) \frac{\partial G(r, r_0, n, z - z_0)}{\partial N_0} - \rho\omega^2 w(r_0, n, z_0) G(r, r_0, n, z - z_0) \right] \left(\frac{r_0}{\cos\alpha_0}\right) dz_0 \tag{25}$$

به منظور تشکیل ماتریس کوپلینگ بین فشار صوتی و جابجایی پوسته، معادله هلمهولتز در راستای مولد پوسته به $m - 1$ بخش تقسیم می‌گردد. در نتیجه برای نقطه (r, z) روی پوسته، معادله (25) به صورت رابطه (26) بازنویسی می‌شود:

$$-P(r,n,z) + \sum_{i=1}^{m-1} \int_{z_i}^{z_{i+1}} P(r_0, n, z_0) \frac{\partial G(r, r_0, n, z - z_0)}{\partial N_0} \left(\frac{r_0}{\cos\alpha_0}\right) dz_0 = \rho\omega^2 \sum_{i=1}^{m-1} \int_{z_i}^{z_{i+1}} w(r_0, n, z_0) G(r, r_0, n, z - z_0) \left(\frac{r_0}{\cos\alpha_0}\right) dz_0 \tag{26}$$

با در نظر گرفتن تغییرات خطی فشار و جابجایی در بازه‌های بین z_i و z_{i+1}، فشار و جابجایی پوسته به صورت زیر نوشته می‌شود:

$$P(r_0, n, z_0) = a_1 + a_2 z_0 \tag{27}$$

$$w(r_0, n, z_0) = a_3 + a_4 z_0 \tag{28}$$

که a_1، a_2، a_3 و a_4 ضرایب مجهول می‌باشند. هنگامی که دو معادله (27) و (28) نقاط $z_0 = z_i$ و $z_0 = z_{i+1}$ نوشته شوند، ضرایب مجهول با مقادیر فشار و جابجایی در نقاط روی پوسته جایگزین می‌گردند. بنابراین بعد از انجام محاسبات مربوطه، رابطه فشار و جابجایی روی پوسته به صورت روابط (30,29) بر حسب مقادیر مذکور در m نقطه تعیین شده، بدست می‌آید:

$$P(r_0, n, z_0) = \frac{1}{z_{i+1} - z_i} [z_{i+1} - z_0, -z_i + z_0] \begin{bmatrix} p_i \\ p_{i+1} \end{bmatrix} \tag{29}$$

$$w(r_0, n, z_0) = \frac{1}{z_{i+1} - z_i} [z_{i+1} - z_0, -z_i + z_0] \begin{bmatrix} w_i \\ w_{i+1} \end{bmatrix} \tag{30}$$

با جایگذاری روابط (29) و (30) در معادله (26)، معادله ماتریسی (31) استخراج می‌گردد:

$$-P(r,n,z) + \sum_{i=1}^{m-1} [a, b] \begin{bmatrix} p_i \\ p_{i+1} \end{bmatrix} - [c, d] \begin{bmatrix} w_i \\ w_{i+1} \end{bmatrix} = 0 \tag{31}$$

که ضرایب a تا d به صورت روابط (32-35) محاسبه می‌گردد:

$$a(r,n,z) = \frac{1}{z_{i+1} - z_i} \int_{z_i}^{z_{i+1}} (z_{i+1} - z_0) \frac{\partial G(r, r_0, n, z - z_0)}{\partial N_0} \left(\frac{r_0}{\cos\alpha_0}\right) dz_0 \tag{32}$$

$$b(r,n,z) = \frac{1}{z_{i+1} - z_i} \int_{z_i}^{z_{i+1}} (-z_i + z_0) \frac{\partial G(r, r_0, n, z - z_0)}{\partial N_0} \left(\frac{r_0}{\cos\alpha_0}\right) dz_0 \tag{33}$$

$$c(r,n,z) = \frac{\rho\omega^2}{z_{i+1} - z_i} \int_{z_i}^{z_{i+1}} (z_{i+1} - z_0)\, G(r, r_0, n, z - z_0) \left(\frac{r_0}{\cos\alpha_0}\right) dz_0 \tag{34}$$

$$d(r,n,z) = \frac{\rho\omega^2}{z_{i+1} - z_i} \int_{z_i}^{z_{i+1}} (-z_i + z_0)\, G(r, r_0, n, z - z_0) \left(\frac{r_0}{\cos\alpha_0}\right) dz_0 \tag{35}$$

محاسبه انتگرال‌های روابط (32) تا (35) به‌دلیل داشتن تابع گرین در آنها، در نقاطی که روی پوسته قرار دارند، دارای نقاط تکین است که به همین دلیل برای محاسبه این انتگرال‌ها از روش گاوس-لژاندر[1] با مبدأ مختصات واقع در نقطه تکین استفاده می‌شود [18].

با نوشتن معادله (31) در m نقطه (r_i, z_i) روی سطح پوسته، معادله‌های ماتریسی (37,36) بدست می‌آید:

$$[B(n)]_{m\times m}\{P(n)\}_{m\times 1} = [C(n)]_{m\times m}\{w(n)\}_{m\times 1} \tag{36}$$

$$\{P(n)\}_{m\times 1} = [B(n)]_{m\times m}^{-1}[C(n)]_{m\times m}\{w(n)\}_{m\times 1} = [D(n)]_{m\times m}\{w(n)\}_{m\times 1} \tag{37}$$

که در رابطه (37)، $\{P(n)\}$ و $\{w(n)\}_{m\times 1}$ بردارهای فشار و جابجایی در سطح پوسته و در نقاط تعیین شده می‌باشند و $[D(n)]$ ماتریس ارتباط دهنده بین جابجایی پوسته و فشار آکوستیکی می‌باشد که در محاسبات کوپل سازه-آکوستیک مورد استفاده قرار می‌گیرد.

[1] Gauss-Legendre quadrature

4- معادلات کوپل سازه-آکوستیک

پس از استخراج معادلات سازه (پوسته مخروطی) و موج آکوستیکی، در این بخش به نحوه ارتباط این دو دسته از معادلات و استخراج معادلات کلی سیستم و حل آن پرداخته می‌شود.

ابتدا جابجایی پوسته بر حسب مختصات عمومیت یافته[1] به صورت روابط (38-40) نوشته می‌شود:

$$u(\xi,\zeta,t)=\sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{n}U_{ij}(\xi,\zeta)p_{ij}(t)=U^{\mathrm{T}}(\xi,\zeta)p(t) \tag{38}$$

$$v(\xi,\zeta,t)=\sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{n}V_{ij}(\xi,\zeta)r_{ij}(t)=V^{\mathrm{T}}(\xi,\zeta)r(t) \tag{39}$$

$$w(\xi,\zeta,t)=\sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{n}W_{ij}(\xi,\zeta)s_{ij}(t)=W^{\mathrm{T}}(\xi,\zeta)s(t) \tag{40}$$

که در روابط بالا p، r و s، مختصات عمومیت یافته یا مختصات مودال می‌باشند، و U، V و W توابع شکل مود هستند که بایستی شرایط مرزی هندسی را ارضا نمایند. با جایگذاری روابطه (38) تا (40) در معادله حرکت پوسته (17)، معادله حرکت پوسته بر حسب مختصات تعمیم یافته به صورت روابط (41-43) بازنویسی می‌گردد [21]:

$$\begin{aligned}&\sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{n}L_{11}\{U_{ij},V_{ij},W_{ij}\}p_{ij}(t)\\&\quad+L_{12}\{U_{ij},V_{ij},W_{ij}\}r_{ij}(t)\\&\quad+L_{13}\{U_{ij},V_{ij},W_{ij}\}s_{ij}(t)\\&\quad+M_{11}\{U_{ij},V_{ij},W_{ij}\}\ddot{p}_{ij}(t)=q_1\end{aligned} \tag{41}$$

$$\begin{aligned}&\sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{n}L_{21}\{U_{ij},V_{ij},W_{ij}\}p_{ij}(t)\\&\quad+L_{22}\{U_{ij},V_{ij},W_{ij}\}r_{ij}(t)\\&\quad+L_{23}\{U_{ij},V_{ij},W_{ij}\}s_{ij}(t)\\&\quad+M_{22}\{U_{ij},V_{ij},W_{ij}\}\ddot{r}_{ij}(t)=q_2\end{aligned} \tag{42}$$

$$\begin{aligned}&\sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{n}L_{31}\{U_{ij},V_{ij},W_{ij}\}p_{ij}(t)\\&\quad+L_{32}\{U_{ij},V_{ij},W_{ij}\}r_{ij}(t)\\&\quad+L_{33}\{U_{ij},V_{ij},W_{ij}\}s_{ij}(t)\\&\quad+M_{33}\{U_{ij},V_{ij},W_{ij}\}\ddot{s}_{ij}(t)=q_3\end{aligned} \tag{43}$$

با ضرب دو طرف معادلات (41) تا (43) در شکل مود مربوطه به مختصات تعمیم یافته متناظر، و انتگرال‌گیری روی سطح پوسته، معادلات زیر بدست می‌آید:

$$\begin{aligned}&\sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{n}\left[\int_{\xi}\int_{\zeta}L_{11}\{U_{ij},V_{ij},W_{ij}\}U_{kl}ABd\xi d\zeta\right]p_{ij}(t)\\&\quad+\left[\int_{\xi}\int_{\zeta}L_{12}\{U_{ij},V_{ij},W_{ij}\}U_{kl}ABd\xi d\zeta\right]r_{ij}(t)\\&\quad+\left[\int_{\xi}\int_{\zeta}L_{13}\{U_{ij},V_{ij},W_{ij}\}U_{kl}ABd\xi d\zeta\right]s_{ij}(t)\\&\quad+\left[\int_{\xi}\int_{\zeta}M_{11}\{U_{ij},V_{ij},W_{ij}\}U_{kl}ABd\xi d\zeta\right]\ddot{p}_{ij}(t)\\&\quad=\int_{\xi}\int_{\zeta}q_1\,U_{kl}ABd\xi d\zeta\end{aligned} \tag{44}$$

$$\begin{aligned}&\sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{n}\left[\int_{\xi}\int_{\zeta}L_{21}\{U_{ij},V_{ij},W_{ij}\}V_{kl}ABd\xi d\zeta\right]p_{ij}(t)\\&\quad+\left[\int_{\xi}\int_{\zeta}L_{22}\{U_{ij},V_{ij},W_{ij}\}V_{kl}ABd\xi d\zeta\right]r_{ij}(t)\\&\quad+\left[\int_{\xi}\int_{\zeta}L_{23}\{U_{ij},V_{ij},W_{ij}\}V_{kl}ABd\xi d\zeta\right]s_{ij}(t)\\&\quad+\left[\int_{\xi}\int_{\zeta}M_{22}\{U_{ij},V_{ij},W_{ij}\}V_{kl}ABd\xi d\zeta\right]\ddot{r}_{ij}(t)\\&\quad=\int_{\xi}\int_{\zeta}q_2\,V_{kl}ABd\xi d\zeta\end{aligned} \tag{45}$$

$$\begin{aligned}&\sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{n}\left[\int_{\xi}\int_{\zeta}L_{31}\{U_{ij},V_{ij},W_{ij}\}W_{kl}ABd\xi d\zeta\right]p_{ij}(t)\\&\quad+\left[\int_{\xi}\int_{\zeta}L_{32}\{U_{ij},V_{ij},W_{ij}\}W_{kl}ABd\xi d\zeta\right]r_{ij}(t)\\&\quad+\left[\int_{\xi}\int_{\zeta}L_{33}\{U_{ij},V_{ij},W_{ij}\}W_{kl}ABd\xi d\zeta\right]s_{ij}(t)\\&\quad+\left[\int_{\xi}\int_{\zeta}M_{33}\{U_{ij},V_{ij},W_{ij}\}W_{kl}ABd\xi d\zeta\right]\ddot{s}_{ij}(t)\\&\quad=\int_{\xi}\int_{\zeta}q_3\,W_{kl}ABd\xi d\zeta\end{aligned} \tag{46}$$

با توجه به اینکه تنها تحریک خارجی روی پوسته بارگذاری فشار آکوستیکی می‌باشد و این تحریک نیز در جهت عمود به پوسته و در راستای جابجایی w اعمال می‌شود، ترم نیروهای تعمیم یافته در معادلات (44) و (45) صفر می‌باشد و تنها ترم q_3 که همان فشار آکوستیکی می‌باشد باقی می‌ماند.

در بخش قبل رابطه بین جابجایی و فشار نقاط روی سطح پوسته از طریق رابطه (37) و ماتریس کوپلینگ $[D(n)]$ استخراج گردید. رابطه بین فشار و نیروی نقاط نیز از طریق رابطه زیر بدست می‌آید [20]:

$$\begin{bmatrix}F_i\\F_{i+1}\end{bmatrix}=-2\pi\int_{z_i}^{z_{i+1}}\begin{pmatrix}c_1^2 & c_1c_2\\c_1c_2 & c_2^2\end{pmatrix}\left(\frac{r_0}{\cos\alpha_0}\right)dz_0\begin{bmatrix}P_i\\P_{i+1}\end{bmatrix} \tag{47}$$

که در رابطه بالا ضرایب c_1 و c_2 به صورت روابط (49,48) محاسبه می‌شوند:

$$c_1=\frac{z_{i+1}-z_0}{z_{i+1}-z_i} \tag{48}$$

$$c_2=\frac{-z_i+z_0}{z_{i+1}-z_i} \tag{49}$$

ماتریس ارتباط دهنده بین نیرو و فشار نقاط i و $i+1$ از (47) به صورت رابطه (50) تعریف می‌گردد:

$$[C_i]=-2\pi\int_{z_i}^{z_{i+1}}\begin{pmatrix}c_1^2 & c_1c_2\\c_1c_2 & c_2^2\end{pmatrix}\left(\frac{r_0}{\cos\alpha_0}\right)dz_0 \tag{50}$$

با ترکیب ماتریس‌های $[C_i]$، ماتریس کلی ارتباط بین فشار و نیروی نقاط روی پوسته از طریق رابطه (51) استخراج می‌گردد:

$$\{F(n)\}_{m\times1}=[C]_{m\times m}\{P(n)\}_{m\times1} \tag{51}$$

ماتریس $[C]$ از ترکیب $m-1$ ماتریس $[C_i]$ تشکیل شده است.

با استفاده از رابطه (51)، نیروهای ناشی از فشار آکوستیکی در نقاط تقسیم بندی شده روی پوسته بدست می‌آید که این نقاط همانند m نیروی متمرکز روی پوسته می‌باشند. برای مدل کردن این نیروهای متمرکز، از تابع دلتای دیراک استفاده می‌شود. ترم نیروی روی پوسته با استفاده از خواص تابع دلتای دیراک، به صورت زیر نوشته می‌شود:

$$\begin{aligned}&\int_{\xi}\int_{\zeta}q_3\,W_{kl}ABd\xi d\zeta\\&\quad=\int_{\xi}\int_{\zeta}F(n)\delta(\xi-\xi_0)W_{kl}(\xi,\zeta)AB\,d\xi d\zeta\\&\quad=\int_{\zeta}F(n)W_{kl}(\xi_0,\zeta)AB(\xi_0,\zeta)\end{aligned} \tag{52}$$

[1] Generalized cordinate

فشار آکوستیکی دیگری که روی پوسته اعمال می‌شود، موج صوتی برخوردی به پوسته است. رابطه موج صوتی برخوردی صفحه‌ای[1] در میدان آزاد[2] با زاویه برخورد θ_i و φ_i به صورت رابطه (53) بیان می‌گردد [22]:

$$P_{if}(r,n,z) = A_f e^{-ikz\cos\theta_i}(-i)^{|n|}J_{|n|}(kr\sin\theta_i)e^{-in\varphi_i} \quad (53)$$

که در رابطه بالا A_f دامنه موج آکوستیکی برخوردی و $J_{|n|}$ تابع بسل مرتبه اول می‌باشد. با گسسته‌سازی فشار برخوردی روی نقاط المان‌بندی شده روی پوسته و استفاده از ماتریس $[C]$، فشار صوتی برخوردی نیز به صورت نیروهای متمرکز اعمالی روی پوسته مدل می‌شود. در نتیجه کل نیروهای وارد بر پوسته شامل موج صوتی برخوردی و فشار آکوستیکی ناشی از انتگرال هلمهولتز می‌باشد.

با جایگذاری مقادیر نیروی ناشی از فشار آکوستیکی در رابطه (46) و حل همزمان معادلات کوپل (44) تا (46)، پاسخ ناشی از فشار اکوستیکی روی پوسته استخارج می‌گردد. با محاسبه جابجایی پوسته از حل معادلات کوپل، فشار آکوستیکی بازتابی و پخشی از طریق رابطه (18) بدست می‌آید.

5- نتایج

در این بخش به بررسی صحت نتایج حاصل از تحقیق و چند نمونه حل پرداخته می‌شود. پوسته مورد بررسی یک پوسته مخروطی با شعاع بزرگ 1 m و شعاع کوچک 0.5 m، و ضخامت 0.002 m می‌باشد. پوسته از جنس آلومینومی با مدول یانگ 70 GPa، چگالی $2700\ \mathrm{kg/m^3}$ و ضریب پواسون $\nu = 0.3$ می‌باشد. این پوسته در معرض یک موج آکوستیکی برخوردی با دامنه 10^3Pa و زاویه برخوردی $\theta_i = 45^\circ$ و $\varphi_i = 0^\circ$ و در محیط سیال هوا قرار دارد. برای بررسی نتایج، هم پاسخ ارتعاشی پوسته و هم فشار صوتی در یک نقطه مشاهده مورد بررسی قرار می‌گیرد. به عنوان مثال پاسخ ارتعاشی نقطه وسط پوسته (در هر دو راستای ξ و ζ) از این روش محاسبه و با پاسخ تحلیل حاصل از ترکیب روش‌های المان محدود-المان مرزی (FE-BE) مقایسه گردید. در شکل 3 پاسخ فرکانسی نقطه انتخاب شده روی پوسته با استفاده از دو روش المان محدود-المان مرزی و روش حل تحلیلی که در این مقاله توضیح داده شد، با هم مقایسه گردیده است. همان‌طور که مشاهده می‌شود نتایج حل تحلیلی و عددی با دقت قابل قبولی بر هم منطبق هستند. موقعیت طولی نقطه مشاهده جهت محاسبه فشار صوتی نیز در راستای وسط مخروط و در فاصله 100 متری از پوسته مخروطی می‌باشد. در شکل 4 فشار صوتی در نقطه مشاهده با روش تحلیلی ارائه شده در این مقاله و روش المان

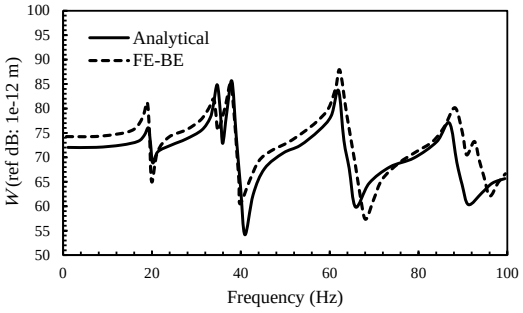

Fig. 3 Comparision of Frequency response of shell vibration by two methods, analutical (−) and FE-BE (--) method

شکل 3 مقایسه پاسخ فرکانسی ارتعاشات نقطه روی پوسته با استفاده از دو روش حل تحلیلی (−) و حل المان محدود-المان مرزی (--)

[1] Plane wave
[2] Free field

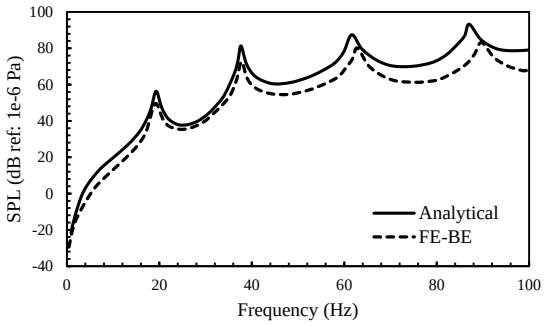

Fig. 4 Comparision of Frequency response of sound pressure at observing point by two methods, analutical (−) and FE-BE (--) method

شکل 4 مقایسه پاسخ فرکانسی فشار صوتی نقطه مشاهده با استفاده از دو روش حل تحلیلی (−) و حل المان محدود-المان مرزی (--)

محدود-المان مرزی مقایسه شده است که نتایج نشان دهنده انطباق مناسب روش تحلیلی ارئه شده با نتایج حل عددی دارد.

پس از بررسی پاسخ و مقایسه بین روش ارائه شده در این مقاله و روش المان محدود-المان مرزی، اثرات سیال پیرامون پوسته نیز مورد بررسی قرار می‌گیرد. در شکل‌های 5 و 6، به ترتیب پاسخ ارتعاشی پوسته و فشار صوتی نقطه مشاهده در دو حالت سیال پیرامونی آب و هوا با هم مقایسه گردیده است. در شکل 5 مشاهده می‌شود که پیک رزونانس در سیال هوا بالاتر از آب می‌باشد که دلیل این امر اثر میرایی بالاتر آب نسبت به هواست و باعث کاهش پیک رزونانس می‌گردد. همچنین در همین شکل مشاهده می‌شود که فرکانس رزونانس آب به سمت فرکانس‌های پایینتر شیفت پیدا کرده است که دلیل آن اثر جرمی بالاتر آب نسبت به هواست و این افزایش جرم باعث کاهش فرکانس رزونانس می‌شود.

همچنین در شکل 6 مشاهده می‌شود که فشار صوتی منتشر شده در نقطه مشاهده در سیال آب به مقدار قابل توجهی بالاتر از سیال هوا می‌باشد که نشان دهنده این مطلب می‌باشد که انتشار صوت در آب بهتر و با شدت بیشتری نسبت به انتشار صوت در هوا صورت می‌پذیرد.

پس از بررسی اثر سیال پیرامون پوسته در ارتعاشات و صوت منتشر شده از مخروط در اثر موج برخوردی، به بررسی اثر پارامترهای هندسی پوسته مخروطی و زاویه برخورد صوت به پوسته در پاسخ سازه‌ای و صوتی پرداخته می‌شود. ابتدا اثر زاویه رأس مخروط بر ارتعاشات پوسته مورد بررسی قرار می‌گیرد. نمودار پاسخ فرکانسی ارتعاشات پوسته بر حسب زوایای مختلف

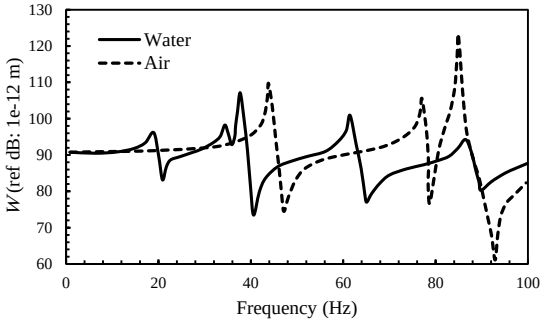

Fig. 5 Comparision of Frequency response of shell vibration in two medium, Water (−) and Air (--)

شکل 5 مقایسه پاسخ فرکانسی ارتعاشات نقطه روی پوسته در دو محیط آب (−) و هوا (--)

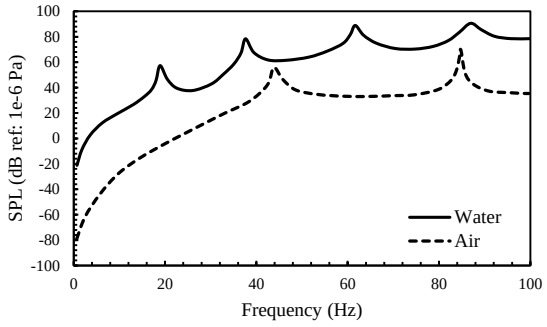

Fig. 6 Comparision of Frequency response of sound pressure at observing point in two medium, Water (−) and Air (--)

شکل 6 مقایسه پاسخ فرکانسی فشار صوتی نقطه مشاهده در دو محیط آب (−) و هوا (--)

زاویه رأس مخروط در شکل 7 نشان داده شده است.

همان‌طور که در شکل 7 مشاهده می‌گردد، کاهش زاویه رأس مخروط رفتار منظمی در پاسخ ارتعاشی مخروط دنبال نمی‌کند و با تغییر در زاویه رأس مخروط، مشخصه‌های دینامیکی سیستم دچار تغییر می‌شود. همان‌طور که مشاهده می‌گردد در زاویه‌های کم رأس مخروط، مقادیر فرکانس‌های طبیعی سیستم به سمت چپ (فرکانس کمتر) حرکت کرده است که همچنین تعداد رزونانس‌های سیستم افزایش یافته است. همچنین در زاویه رأس بیشتر، مقدار رزونانس اول تغییر چندانی نداشته است اما مقادیر رزونانس‌های بالاتر بیشتر شده و تعداد رزونانس‌ها در بازه فرکانسی تحلیل کاهش یافته است. این رفتار را می‌توان بدین نحو توجیه نمود که با افزایش زاویه مخروط، سطح موثر در معرض سیال کاهش می‌یابد و در جرم کمتری بر روی سطح مخروط اعمال می‌گردد. این کاهش جرم باعث افزایش فرکانس می‌شود. همچنین با کاهش زاویه (میل به سمت پوسته استوانه‌ای)، میزان سطح موثر درگیر با سیال افزایش و به تبع آن جرم روی پوسته افزایش می‌یابد که باعث کاهش فرکانس طبیعی می‌شود. همچنین به‌دلیل میل کردن مخروط به استوانه، میزان تعداد پیک‌های رزونانسی در بازه فرکانسی تحلیل بیشتر شده است.

اثر تغییر زاویه رأس مخروط بر فشار صوتی نیز در شکل 8 نشان داده شده است. همان‌طور که از شکل مشخص است، فشار صوتی در زاویه‌های کم مخروط، دارای رزونانس‌های بیشتری است که این امر به‌دلیل کوپل بودن سیستم سیال و سازه می‌باشد. همچنین مقدار سطح فشار صوتی نیز با کاهش زاویه مخروط افزایش محسوسی نموده است. اما در زاویه 40 درجه، تعداد رزونانس فشار صوتی و نیز سطح آن کاهش داشته است.

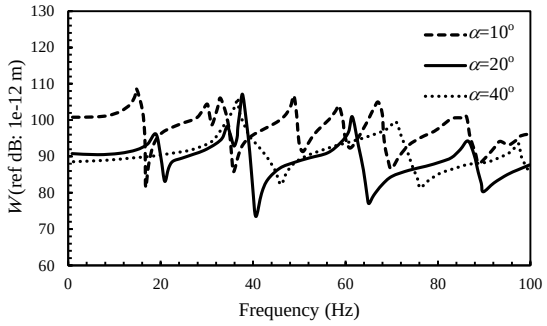

Fig. 7 Effect of cone apex angle on frequency response of shell

شکل 7 بررسی اثر زاویه رأس مخروط بر پاسخ فرکانسی پوسته

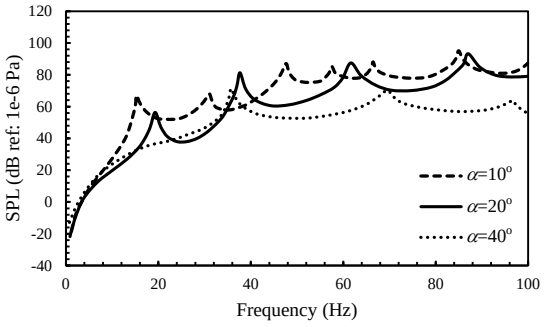

Fig. 8 Effect of cone apex angle on frequency response of sound pressure

شکل 8 بررسی اثر زاویه رأس مخروط بر پاسخ فرکانسی فشار صوتی

پارامتر بعدی مورد بررسی زاویه موج برخوردی به پوسته می‌باشد.

در شکل 9 مشخص است که با افزایش زاویه موج صوتی برخوردی به پوسته، میزان شدت صوت منتشر شده افزایش می‌یابد اما فرکانس‌های رزونانس تغییری نمی‌کند. این امر به‌دلیل عدم مشارکت پارامتر زاویه موج برخوردی به پوسته در مشخصه‌های ذاتی و دینامیکی سیستم می‌باشد و لذا فرکانس‌های طبیعی سیستم متأثر از این زاویه نمی‌باشد. اما به‌دلیل افزایش دامنه فشار صوتی ورودی (که به عنوان یک بارگذاری روی پوسته عمل می‌کند) با افزایش زاویه موج برخوردی، میزان بارگذاری روی پوسته افزایش و در نتیجه شدت صوت منتشر شده نیز افزایش می‌یابد که این امر در شکل 9 دیده شده است. نکته دیگری که از این شکل استخراج می‌گردد، تأثیر بیشتر افزایش دامنه فشار در فرکانس‌های پایینتر می‌باشد. به عبارت دیگر فشار صوتی در فرکانس‌های پایینتر نسبت به فرکانس‌های بالاتر بیشتر تحت تأثیر زاویه موج برخوردی قرار دارد.

6- نتیجه‌گیری

در این مقاله روشی تحلیلی برای محاسبه پاسخ سازه و صوت منتشر شده در اثر برخورد یک موج صوتی به پوسته مخروطی که در یک محیط سیال قرار گرفته است، ارائه گردید. حل پاسخ سازه‌ای بر حسب بسط مودال میدان جابجایی پوسته استخراج شد. همچنین میدان صوتی برخوردی و منتشر شده در اثر ارتعاشات پوسته با استفاده از انتگرال کیرشهف-هلمهولتز و روش المان مرزی پوسته مدل‌سازی گردید. این مدل‌سازی به برقراری ارتباط بین میدان جابجایی پوسته و فشار صوتی روی پوسته منجر گردید. با استفاده از این ارتباط، معادله کوپل سازه-آکوستیک با استفاده از تابع دلتای دیراک در نقاط اعمال نیروی معادل فشار آکوستیکی تشکیل شد و با روش ریلی ریتز حل

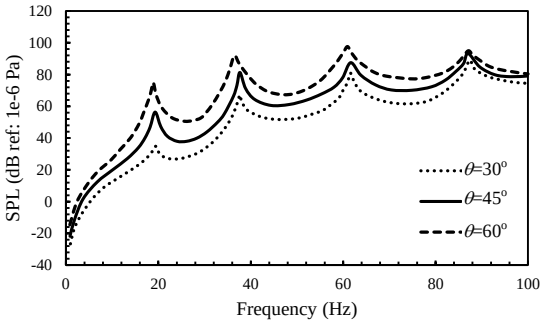

Fig. 9 Effect of incident angle on frequency response of sound pressure

شکل 9 بررسی اثر زاویه برخورد موج ورودی بر پاسخ فرکانسی فشار صوتی

گردید. پس از حل و استخراج جابجایی پوسته و فشار روی سطح پوسته، فشار صوتی در تمامی نواحی خارج پوسته با استفاده از انتگرال هلمهولتز بدست آمد.

7- پیوست

اپراتورهای دیفرانسیلی معادله حرکت پوسته (L_{ij}) بر اساس تئوری دانل-مشتری، به صورت روابط (54-62) تعریف می‌گردند:

$$L_{11} = C\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{C}{x}\frac{\partial}{\partial x} + C\left(\frac{1-\nu}{2}\right)\frac{1}{(x\sin\alpha_0)^2}\frac{\partial^2}{\partial\theta^2} - \frac{C}{x^2} \tag{54}$$

$$L_{12} = \frac{C}{x\sin\alpha_0}\left(\frac{1+\nu}{2}\right)\frac{\partial^2}{\partial x\partial\theta} - \frac{C}{x^2\sin\alpha_0}\left(\frac{3-\nu}{2}\right)\frac{\partial}{\partial\theta} \tag{55}$$

$$L_{13} = \frac{C\nu}{x\tan\alpha_0}\frac{\partial}{\partial x} - \frac{C}{x^2\tan\alpha_0} \tag{56}$$

$$L_{21} = \left(\frac{1+\nu}{2}\right)\left(\frac{C}{x\sin\alpha_0}\right)\frac{\partial^2}{\partial x\partial\theta} + C\left(\frac{3-\nu}{2}\right)\left(\frac{1}{x^2\sin\alpha_0}\right)\frac{\partial}{\partial\theta} \tag{57}$$

$$\begin{aligned} L_{22} = {} & \left(\frac{1-\nu}{2}\right)\left(C + \frac{D}{x^2\tan^2\alpha_0}\right)\left(\frac{\partial^2}{\partial x^2}\right) \\ & + \frac{1}{x^2\sin^2\alpha_0}\left(C + \frac{D}{x^2\tan^2\alpha_0}\right)\left(\frac{\partial^2}{\partial\theta^2}\right) \\ & + \left(\frac{1-\nu}{2x}\right)\left(C - \frac{D}{x^2\tan^2\alpha_0}\right)\left(\frac{\partial}{\partial x}\right) - C\left(\frac{1-\nu}{2x^2}\right) \end{aligned} \tag{58}$$

$$\begin{aligned} L_{23} = {} & -\frac{D}{x^4\sin^3\alpha_0\tan\alpha_0}\frac{\partial^3}{\partial\theta^3} \\ & -D\left(\frac{1-\nu}{2}\right)\frac{1}{x^2\tan\alpha_0\sin\alpha_0}\frac{\partial^3}{\partial x\partial\theta^2} \\ & -\frac{D\nu}{x^2\tan\alpha_0\sin\alpha_0}\frac{\partial^3}{\partial x^2\partial\theta} \\ & -D\left(\frac{1-\nu}{2}\right)\frac{1}{x^3\sin\alpha_0\tan\alpha_0}\frac{\partial^2}{\partial\theta^2} - \frac{D\nu}{x^3\sin\alpha_0\tan\alpha_0}\frac{\partial^2}{\partial x\partial\theta} \\ & + \frac{C}{x^2\sin\alpha_0\tan\alpha_0}\frac{\partial}{\partial\theta} \end{aligned} \tag{59}$$

$$L_{31} = -\frac{C\nu}{x\tan\alpha_0}\frac{\partial}{\partial x} - \frac{C}{x^2\tan\alpha_0} \tag{60}$$

$$\begin{aligned} L_{32} = {} & \frac{D\nu}{x^2\sin\alpha_0\tan\alpha_0}\frac{\partial^3}{\partial x^3} + \frac{D}{x^4\sin^3\alpha_0\tan\alpha_0}\frac{\partial^3}{\partial\theta^3} \\ & + \frac{D(1-\nu)}{x^2\tan\alpha_0\sin\alpha_0}\frac{\partial^3}{\partial x^2\partial\theta} - \frac{2D\nu}{x^3\tan\alpha_0\sin\alpha_0}\frac{\partial^2}{\partial x^2} \\ & - \frac{D(3-2\nu)}{x^3\sin\alpha_0\tan\alpha_0}\frac{\partial^2}{\partial x\partial\theta} + \frac{2D\nu}{x^4\sin\alpha_0\tan\alpha_0}\frac{\partial}{\partial x} \\ & + \left[\frac{2D(2-\nu)}{x^4\sin\alpha_0\tan\alpha_0} - \frac{C}{x^2\sin\alpha_0\tan\alpha_0}\right]\frac{\partial}{\partial\theta} \end{aligned} \tag{61}$$

$$\begin{aligned} L_{33} = {} & -D\frac{\partial^4}{\partial x^4} - \frac{D}{(x\sin\alpha_0)^4}\frac{\partial^4}{\partial\theta^4} - \frac{D(1-\nu)}{(x\sin\alpha_0)^2}\frac{\partial^4}{\partial x\partial\theta^3} \\ & - \frac{2D\nu}{(x\sin\alpha_0)^2}\frac{\partial^4}{\partial x^2\partial\theta^2} - \frac{2D}{x}\frac{\partial^3}{\partial x^3} + \frac{2D}{x^3\sin^2\alpha_0}\frac{\partial^3}{\partial x\partial\theta^2} \\ & + \frac{D}{x^2}\frac{\partial^2}{\partial x^2} - \frac{4D}{x^4\sin^2\alpha_0}\frac{\partial^2}{\partial\theta^2} - \frac{D}{x^3}\frac{\partial}{\partial x} - \frac{C}{x^2\tan^2\alpha_0} \end{aligned} \tag{62}$$

8- مراجع

[1] B. Laulagnet, J. Guyader, Modal analysis of a shell's acoustic radiation in light and heavy fluids, *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 131, No. 3, pp. 397-415, 1989.

[2] S. A. Lane, M. Johnson, C. Fuller, A. Charpentier, Active control of payload fairing noise, *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 290, No. 3, pp. 794-819, 2006.

[3] E. M. Papoutsis-Kiachagias, N. Magoulas, J. Mueller, C. Othmer, K. C. Giannakoglou, Noise reduction in car aerodynamics using a surrogate objective function and the continuous adjoint method with wall functions, *Computers & Fluids*, Vol. 122, pp. 223-232, 2015.

[4] M. C. Özden, A. Y. Gürkan, Y. A. Özden, T. G. Canyurt, E. Korkut, Underwater radiated noise prediction for a submarine propeller in different flow conditions, *Ocean Engineering*, Vol. 126, pp. 488-500, 2016.

[5] C. Fuller, Radiation of sound from an infinite cylindrical elastic shell excited by an internal monopole source, *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 109, No. 2, pp. 259-275, 1986.

[6] X. Wang, W. Wu, X. Yao, Structural and acoustic response of a finite stiffened conical shell, *Acta Mechanica Solida Sinica*, Vol. 28, No. 2, pp. 200-209, 2015.

[7] Y. Qu, H. Hua, G. Meng, Vibro-acoustic analysis of coupled spherical–cylindrical–spherical shells stiffened by ring and stringer reinforcements, *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 355, pp. 345-359, 2015.

[8] Y. Qu, G. Meng, Vibro-acoustic analysis of multilayered shells of revolution based on a general higher-order shear deformable zig-zag theory, *Composite Structures*, Vol. 134, pp. 689-707, 2015.

[9] A. Mejdi, N. Atalla, Vibroacoustic analysis of laminated composite panels stiffened by complex laminated composite stiffeners, *International Journal of Mechanical Sciences*, Vol. 58, No. 1, pp. 13-26, 2012.

[10] T. Kam, C. Jiang, B. Lee, Vibro-acoustic formulation of elastically restrained shear deformable stiffened rectangular plate, *Composite Structures*, Vol. 94, No. 11, pp. 3132-3141, 2012.

[11] P. Jeyaraj, Vibro-acoustic behavior of an isotropic plate with arbitrarily varying thickness, *European Journal of Mechanics-A/Solids*, Vol. 29, No. 6, pp. 1088-1094, 2010.

[12] J. Jamali, M. Naei, F. Honarvar, M. Rajabi, Acoustic scattering and radiation force function experienced by functionally graded cylindrical shells, *Journal of Mechanics*, Vol. 27, No. 02, pp. 227-243, 2011.

[13] S. Sodagar, F. Honarvar, A. N. Sinclair, Multiple scattering of an obliquely incident plane acoustic wave from a grating of immersed cylindrical shells, *Applied Acoustics*, Vol. 72, No. 1, pp. 1-10, 2011.

[14] S. M. Hasheminejad, S. Malakooti, H. M. Akbarzadeh, Acoustic radiation from a submerged hollow FGM sphere, *Archive of Applied Mechanics*, Vol. 81, No. 12, pp. 1889-1902, 2011.

[15] S. M. Hasheminejad, A. Ahamdi-Savadkoohi, Vibro-acoustic behavior of a hollow FGM cylinder excited by on-surface mechanical drives, *Composite Structures*, Vol. 92, No. 1, pp. 86-96, 2010.

[16] S. M. Hasheminejad, M. Rajabi, Acoustic scattering characteristics of a thick-walled orthotropic cylindrical shell at oblique incidence, *Ultrasonics*, Vol. 47, No. 1–4, pp. 32-48, 2007.

[17] A. W. Leissa, *Vibration of shells*, pp. 7-393, New York, Acoustical Society of America, 1993.

[18] F. J. Fahy, *Sound and structural vibration: radiation, transmission and response*, pp. 227-240, UK, Academic press, 2012.

[19] X. Cao, H. Hua, C. Ma, Acoustic radiation from shear deformable stiffened laminated cylindrical shells, *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 331, No. 3, pp. 651-670, 2012.

[20] E. A. Skelton, J. H. James, *Theoretical acoustics of underwater structures*, pp. 395-428, London, Imperial college press, 1997.

[21] W. Soedel, *Vibrations of shells and plates*, pp. 75-255, New York, CRC Press, 2004.

[22] J.-H. Lee, J. Kim, Study on sound transmission characteristics of a cylindrical shell using analytical and experimental models, *Applied acoustics*, Vol. 64, No. 6, pp. 611-632, 2003.

[DOR: 20.1001.1.10275940.1396.17.3.12.6]