



تحلیل ژاکوبین، مدل سازی دینامیک و کنترل تطبیقی ربات شش کابلی با شش درجه آزادی

گلناز جعفری چوگان¹، محمد حسن قاسمی^{2*}، مرتضی دردل²

1- دانشجوی کارشناسی ارشد، مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی بابل، بابل

2- استادیار، مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی بابل، بابل

*بابل، صندوق پستی 7116747148، mhghasemi@nit.ac.ir

اطلاعات مقاله

مقاله پژوهشی کامل

دریافت: 06 آذر 1393

پذیرش: 24 بهمن 1393

ارائه در سایت: 18 اسفند 1393

کلید واژگان:

ربات های کابلی

روش لاگرانژ

خطی سازی پسخوراند

کنترل تطبیقی

پایداری لیپانوف

چکیده

در این مقاله کنترل تطبیقی یک ربات موازی شش کابلی با شش درجه آزادی ارائه می شود. کنترل تطبیقی یک روش برای کنترل سیستم هایی است که عدم قطعیت در پارامترهای آن وجود دارد. هدف اصلی این تحقیق، ردیابی مسیر از پیش تعیین شده ربات موازی کابلی فضایی با وجود عدم قطعیت در جرم و ممان های اینرسی مجری نهایی و حفظ عملکرد سیستم در مقابل این تغییرات نامشخص می باشد. قبل از پرداختن به مبحث کنترل، ماتریس ژاکوبین ربات استخراج شده است سپس معادلات دینامیکی ربات با استفاده از روش لاگرانژ بدست آمده و به فرم استاندارد نوشته شده است. روش بیان شده برای طراحی سیستم کنترل تطبیقی تلفیقی از روش های کنترل خطی سازی پسخوراند و تئوری پایداری لیپانوف است. قانون کنترل به روش خطی سازی پسخوراند و قانون تطبیق با استفاده از معیار پایداری لیپانوف طراحی شده است. با توجه به ویژگی منحصر به فرد کابل ها که تنها نیروی کششی تحمل می کنند، مقدار کشش کابل ها در طول حرکت باید مثبت باشد. در این مقاله روشی استفاده می شود که مقدار کشش شش کابل تحت هر شرایط اولیه و هر مسیر مطلوبی، مثبت بدست آید. کنترل تطبیقی به گونه ای طراحی شده که پارامترهای مجهول سیستم به درستی تخمین زده می شوند و پایداری سیستم تضمین می گردد. از طریق چندین شبیه سازی عددی صحت سینماتیک، مدل دینامیکی و عملکرد کنترل اعمال شده نشان داده شده است. به منظور نشان دادن کارایی روش کنترل تطبیقی در برابر نامعینی ها، مقایسه ای با روش خطی سازی پسخوراند صورت گرفته است.

Jacobian analysis, dynamic modeling and adaptive control of a cable robot with six degrees of freedom and six cables

Golnaz Jafari Chogan, Mohammad Hasan Ghasemi*, Morteza Dardel

Department of Mechanical Engineering, Babol University of Technology, Babol, Iran

*P.O.B. 7116747148, Babol, Iran, mhghasemi@nit.ac.ir

ARTICLE INFORMATION

Original Research Paper
Received 27 November 2014
Accepted 13 February 2015
Available Online 09 March 2015

Keywords:
Cable suspended robots
Lagrange method
feedback linearization
adaptive control
Lyapunov stability theorem

ABSTRACT

In this paper, adaptive control method is presented for a parallel cable with six degrees of freedom and six cables. Adaptive control method is a way to control systems when there is uncertainty in the parameters. The main objective of this study is tracking trajectory of a parallel cable robot in which there is uncertainty in the mass of end effector and moments of inertia. Before addressing the issue of control, Jacobian matrix of robot is obtained. Then the dynamic equations of motion are derived using Lagrange method and are written in standard form. The presented adaptive control method is a combination of feedback linearization method and Lyapunov stability theorem. Using feedback linearization method, control law is designed and adaptation law is planned by use of Lyapunov stability theorem. Due to the unique feature of cable suspended robots where by cables can only pull the end effector, the cable tension values must be positive. In this paper, a method is used by which cable tension values are obtained positive for each initial condition and any desired path. Adaptive controller is designed such that unknown parameters of system are correctly estimated and system stability is guaranteed. Through several numerical simulations accuracy of kinematic, dynamic model and applied controller is shown. In order to demonstrate the effectiveness of adaptive control, the comparison between the adaptive control method and the method of feedback linearization is performed.

1- مقدمه

آن توسط موتورهایی که طول کابل را تنظیم می کنند، انجام می گیرد. تفاوت ربات های کابلی با ربات های معمول این است که در ربات های کابلی جرم بخش های متحرک، به علت استفاده از کابل ها، خیلی کمتر است بنابراین مکانیزم سبک تر می باشد. ربات های موازی کابلی علاوه بر داشتن مزیت های

ربات های موازی کابلی یک نوع خاص از ربات های موازی هستند که در آن به جای بازوهای صلب از کابل استفاده شده است. ساختار نسبتاً ساده ای دارند. مجری نهایی توسط تعدادی کابل به صفحه ساکن متصل می شود و جابه جایی

Please cite this article using:

G. Jafari Chogan, M. H. Ghasemi, M. Dardel, Jacobian analysis, dynamic modeling and adaptive control of a cable robot with six degrees of freedom and six cables, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 15, No. 4, pp. 391-400, 2015 (In Persian)

برای ارجاع به این مقاله از عبارت ذیل استفاده نمایید:

G. Jafari Chogan, M. H. Ghasemi, M. Dardel, Jacobian analysis, dynamic modeling and adaptive control of a cable robot with six degrees of freedom and six cables, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 15, No. 4, pp. 391-400, 2015 (In Persian)

ربات‌های موازی از جمله دقت و قابلیت حمل بار زیاد، دارای برتری‌هایی به علت استفاده از کابل در ساختار آن‌ها می‌باشند. از جمله این برتری‌ها می‌توان به فضای کاری گسترده، سبک وزن بودن، انعطاف و قابلیت مانور زیاد، مصرف انرژی کم و مونتاژ و دیمونتاژ آسان اشاره کرد. به علت این ویژگی‌های مطلوب ربات‌های کابلی مورد توجه صنعت قرار گرفته‌اند. از آن‌ها در پزشکی، توانبخشی، سفرهای فضایی، ساخت آنتن و تلسکوپ رادیویی، دستگاه‌های ورزشی، بازرسی و تعمیر بدنه هواپیما و کشتی، و حمل و تخلیه بار در صنعت کشتیرانی استفاده شده است.

در زمینه سینماتیک، دینامیک و کنترل ربات‌های کابلی تاکنون تحقیقاتی صورت گرفته است که به چند مورد از آن‌ها در ادامه اشاره می‌شود. افشاری و مقداری در سال 2007 روش و متغیرهای جدیدی برای مطالعه سینماتیک و دینامیک ربات کابلی شش درجه آزادی ارائه نمودند. با استفاده از این متغیرهای جدید و معادله لاگرانژ¹ به معادلات حرکت جدید رسیدند که با معادلات متعارف معمولی که برای مطالعه ربات‌های کابلی شش درجه آزادی استفاده می‌شود، متفاوت است. این روش زمان محاسبات برای تعیین فضای کاری ربات و همچنین زمان مورد نیاز برای حل معادلات حرکت را به طور قابل ملاحظه‌ای کاهش داده است [1]. در سال 2008 تحلیل سینماتیک ربات کابلی سه درجه آزادی با یک درجه افزونگی توسط بابازاده و همکارانش بررسی شده است. که در آن معادلات دینامیکی غیرخطی مکانیزم با استفاده از روش نیوتن اولیئر² استخراج شده است. به علاوه یک مدل ساده برای کابل که شامل اثرات الاستیکی و دمپینگ می‌باشد ارائه شده است [2]. در سال 2002، باصر و آگراوال کنترل ربات موازی کابلی فضایی با صفحه متحرک به شکل مثلث را بررسی نمودند. دو کنترلر خطی‌سازی پسخوراند³ و لیاپانوف⁴ به ربات اعمال شده است. برای نشان دادن مطابقت معقول نتایج تئوری با نتایج آزمایشگاهی، کنترلرها به نمونه واقعی اعمال شده است [3]. مهمترین موضوع در ربات‌های کابلی، باقی ماندن کابل‌ها در کشش می‌باشد. برای این منظور در بسیاری از موارد از کابل افزون بر درجات آزادی استفاده می‌شود. لنز برگر و همکاران، در سال 1993 قابلیت کشش را به عنوان یک ویژگی ربات‌های کابلی تعریف کردند که نشان می‌دهد همه کابل‌ها تحت هر بارگذاری با یک نیروی تعادل به اندازه کافی بزرگ در کشش باقی می‌مانند [4]. خلیل پور و همکاران از وسعت فضای کاری کنترل‌پذیر ربات، ناحیه‌ای که شرط کششی بودن کابل‌ها برقرار است، به عنوان معیاری برای طراحی بهینه ربات بهره بردند [5]. در سال 2005 سوریوک و همکاران کنترل مقاوم ربات کابلی دو مرحله‌ای صفحه‌ای⁵ را در حضور اغتشاش مورد بررسی قرار دادند. این ربات‌ها برای حمل و انتقال بار در دریا استفاده می‌شود. برای در کشش قرار دادن کابل‌ها از کابل‌های افزونه استفاده شده و در مدل‌سازی دینامیکی ربات، شرایط دریا به عنوان اغتشاش در نظر گرفته شده است [6]. در سال 2005 سوریوک و رایو یک هلیکوپتر را که یک ربات کابلی برای انتقال بار به آن متصل شده مدل‌سازی کرده‌اند. کنترل‌کننده‌ی دو مقیاس زمانی برای کنترل موقعیت ربات کابلی پیشنهاد شده است که کنترل هلیکوپتر و ربات کابلی به طور مستقل از هم امکان‌پذیر می‌کند. فرض شده که حرکت هلیکوپتر نامشخص باشد به همین علت در طراحی کنترل‌کننده، حرکت هلیکوپتر به عنوان اغتشاش در نظر گرفته شده است بنابراین از

6- Reference governor based controller

7- Sliding Mode Control

8- Cable-Direct-Driven Robots

9- Null space

10- Jacobian

11- Adaptive

12- Uncertainly

13- Matlab

1- Lagrange

2- Newton-Euler

3- Feedback Linearization

4- Lyapunov

5- Dual-Stage Planar Cable Robot

2- ماتریس ژاکوبین ربات شش کابلی شش درجه آزادی

در رباتیک، اغلب از ژاکوبین برای مربوط ساختن سرعت مفصل به سرعت انتهای بازو استفاده می‌شود [13]. در ربات‌های کابلی، ماتریس ژاکوبین رابط بین سرعت مجری نهایی و سرعت کابل‌ها، تعریف می‌شود. علاوه بر آن، تبدیل لازم برای پیدا کردن نیروها و گشتاورهای اعمالی به مجری نهایی را ایجاد می‌کند که در بخش 3 از آن استفاده خواهد شد. همچنین در این مقاله از ماتریس ژاکوبین برای تحلیل سینماتیک معکوس ربات استفاده شده است. در ربات‌های کابلی حل مسأله سینماتیک معکوس به این صورت می‌باشد که با دانستن موقعیت مجری نهایی، طول کابل‌ها بدست می‌آید.

1- معرفی سیستم مورد بررسی

در شکل 1 شماتیکی از ربات موازی شش کابلی نشان داده شده است. ربات مورد نظر از دو صفحه تشکیل شده است صفحه ثابت که با نقاط اتصال A_1, \dots, A_6 مشخص شده است که به آن پایه می‌گویند و صفحه متحرک که بخش متحرک ربات را تشکیل داده و نقاط B_1, \dots, B_6 روی آن قرار گرفته است. یک دستگاه مختصات ساکن با بردارهای پایه X, Y, Z در نقطه O و یک دستگاه متحرک با بردارهای پایه X_1, Y_1, Z_1 روی صفحه متحرک قرار دارد. مبدأ این دستگاه مختصات در مرکز جرم صفحه متحرک واقع شده است. نقاط روی صفحه پایه در فواصل شعاعی یکسان r_b از مبدأ O قرار گرفته‌اند. نقاط اتصال کابل به صفحه متحرک در فواصل شعاعی یکسان r_e از مبدأ O_p قرار دارند. مجری نهایی ربات مورد بررسی دارای شش درجه آزادی می‌باشد و از شش کابل برای به حرکت در آوردن آن استفاده شده است بنابراین ربات دارای افزونگی نمی‌باشد. همچنین از جرم کابل‌ها در مقایسه با جرم مجری نهایی صرف‌نظر شده است.

2- استخراج ماتریس ژاکوبین ربات شش کابلی فضایی

در این بخش با مشتق‌گیری از اندازه طول کابل نسبت به زمان، ماتریس ژاکوبین بدست می‌آید. بردار موقعیت نقاط A_i نسبت به B_i یعنی بردار کابل، که در شکل 2 نشان داده شده است در دستگاه مختصات ساکن به صورت رابطه (1) می‌باشد:

$$l_i = P_E + Rb_i - a_i, \quad i = 1, \dots, 6 \quad (1)$$

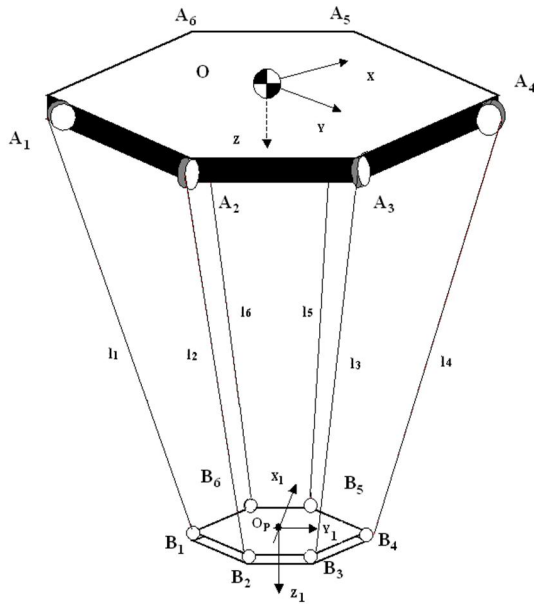
در رابطه فوق، P_E بردار موقعیت مبدأ O_p نسبت به مبدأ ساکن O ، b_i ، a_i به ترتیب بردار موقعیت نقاط اتصال کابل به صفحه متحرک و ثابت می‌باشد [8]. ماتریس دوران صفحه متحرک نسبت به دستگاه ساکن است که به صورت رابطه (2) می‌باشد.

$$R = \begin{bmatrix} C\varphi C\theta & S\psi S\theta C\varphi - C\psi S\varphi & C\psi S\theta C\varphi + S\psi S\varphi \\ C\theta S\varphi & S\psi S\theta S\varphi + C\psi C\varphi & C\psi S\theta S\varphi - C\varphi S\psi \\ -S\theta & S\psi C\theta & C\psi C\theta \end{bmatrix} \quad (2)$$

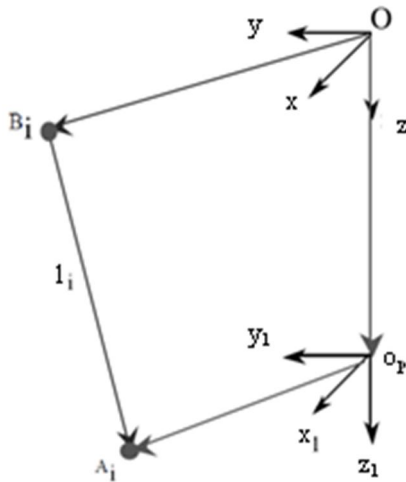
در رابطه (2)، S و C بیانگر توابع مثلثاتی کسینوس و سینوس هستند. θ ، ψ و φ زوایای دوران مرکز جرم مجری نهایی حول محورهای X ، Y و Z می‌باشند. اندازه هر بردار کابل نسبت به دستگاه مختصات ساکن از رابطه (3) محاسبه می‌شود:

$$l_i^2 = l_i^T l_i \quad (3)$$

با توجه به رابطه فوق، مشتق اندازه هر بردار کابل نسبت به زمان، به صورت رابطه (4) بدست می‌آید:



شکل 1 شماتیک ربات شش کابلی فضایی



شکل 2 حلقه سینماتیکی کابل i ام

$$2\dot{l}_i l_i = (\dot{P}_E + \dot{R}b_i + R\dot{b}_i - \dot{a}_i)^T l_i +$$

$$l_i^T (\dot{P}_E + \dot{R}b_i + R\dot{b}_i - \dot{a}_i) =$$

$$(\dot{P}_E + \dot{R}b_i)^T l_i + l_i^T (\dot{P}_E + \dot{R}b_i) = 2(\dot{P}_E + \dot{R}b_i)^T l_i \quad (4)$$

در نهایت با ساده‌سازی رابطه فوق، مشتق طول کابل به صورت رابطه (5) بدست می‌آید:

$$\dot{l}_i = \dot{P}_E^T l_i / l_i + (R\dot{b}_i)^T l_i / l_i \quad (5)$$

عبارت سمت راست رابطه فوق اسکالر است و ترانپوخته یک کمیت اسکالر برابر خودش می‌باشد بنابراین می‌توان به صورت رابطه (6) بازنویسی کرد:

$$\dot{l}_i = \left(\frac{l_i}{l_i}\right)^T \dot{P}_E + \left(\frac{l_i}{l_i}\right)^T R\dot{b}_i =$$

$$\left(\frac{l_i}{l_i}\right)^T \dot{P}_E + \left(\frac{l_i}{l_i}\right)^T (\omega \times Rb_i) \quad (6)$$

معروف است قرار داده می شود. معادله لاگرانژ، معادله ای است که بر حسب مشتق تابع لاگرانژین نسبت به مختصات تعمیم یافته و نیز مشتق زمانی تابع لاگرانژین نسبت به سرعت های تعمیم یافته نوشته شده است:

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L(x, \dot{x})}{\partial \dot{x}} \right) - \frac{\partial L(x, \dot{x})}{\partial x} = \tau \quad (14)$$

در رابطه فوق، τ نیرو و گشتاورهای خارجی وارد شده بر مجری نهایی است. مختصات تعمیم یافته به صورت $x = [x \ y \ z \ \psi \ \theta \ \varphi]^T$ در نظر گرفته شده است. همچنین فرض شده کابل ها الاستیک و بدون جرم باشند. چون از جرم کابل ها و دینامیک عملگرها صرف نظر شده است، دینامیک ربات تنها به مشخصات دینامیکی مجری نهایی بستگی دارد. انرژی جنبشی مجری نهایی از رابطه (15) محاسبه می شود.

$$T(x, \dot{x}) = \frac{1}{2} m \dot{P}_E^T \dot{P}_E + \frac{1}{2} \omega^T I \omega \quad (15)$$

در رابطه بالا، m بیانگر جرم مجری نهایی است. سرعت زاویه ای آن با استفاده از سینماتیک جسم صلب محاسبه می شود [8]:

$$\omega = P \dot{\theta}$$

$$P = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -\sin \theta \\ 0 & \cos \psi & \sin \psi \cos \theta \\ 0 & -\sin \psi & \cos \psi \cos \theta \end{bmatrix} \quad (16)$$

انرژی پتانسیل به صورت رابطه (17) می باشد:

$$U = mgz \quad (17)$$

که g شتاب گرانش است. با جایگذاری رابطه های انرژی جنبشی و پتانسیل در رابطه لاگرانژ، معادله های حرکت ربات شش کابلی شش درجه آزادی بدست آمد که به فرم استاندارد (18) مرتب شده است:

$$M(x) \ddot{x} + N(x, \dot{x}) + G(x) = \tau \quad (18)$$

در رابطه بالا، M ماتریس اینرسی، N ترم های کریولیس و مرکزگرا و G بردار گرانش می باشد. که به کمک نرم افزار میپل بدست آمد. با توجه به آنکه معادلات بر اساس مختصات تعمیم یافته استخراج شده است، τ نیروهای محرک فرضی است که در جهت های $x, y, z, \psi, \theta, \varphi$ به مجری نهایی وارد می شود که به آن ها نیروهای تعمیم یافته² گفته می شود. تنها نیروی خارجی اعمالی به مجری نهایی کشش کابل ها می باشد. می توان اثبات کرد رابطه نیروی تعمیم یافته برای ربات کابلی مورد بررسی مطابق رابطه (19) است [12-6] و [14]:

$$\tau = [F_x, F_y, F_z, M_x, M_y, M_z]^T = -J^T(x)u \quad (19)$$

بنابراین معادله حرکت (18)، به صورت رابطه (20) نوشته می شود:

$$M(x) \ddot{x} + N(x, \dot{x}) + G(x) = -J^T(x)u \quad (20)$$

دقت شود که این معادلات فقط برای حالتی که نیروی ورودی u ، مثبت باشد صحت دارد. یعنی همه کابل ها باید در کشش باشند. با حل زمانی معادلات دینامیکی فوق به ازای ورودی مشخص u می توان پاسخ $x(t)$ را بدست آورد، که در بخش 5 به آن پرداخته خواهد شد.

4- کنترل تطبیقی ربات شش کابلی با شش درجه آزادی

هدف این بخش طراحی کنترلر تطبیقی برای ربات موازی کابلی به منظور

در رابطه بالا ω بردار سرعت زاویه ای مجری نهایی نسبت به دستگاه ساکن می باشد. با استفاده از روابط برداری (7):

$$D \cdot (A \times B) = B \cdot (D \times A) \quad (7)$$

$$a \cdot b = a^T b$$

رابطه (6) را می توان به صورت رابطه (8) نوشت:

$$\dot{l}_i = \frac{l_i}{l_i} \cdot \dot{P}_E + \omega \cdot \left(Rb_i \times \frac{l_i}{l_i} \right) \quad (8)$$

فرم نهایی سرعت کابل i ام به صورت رابطه (9) نوشته شده است.

$$\dot{l}_i = \left[\left(\frac{l_i}{l_i} \right)^T \left(Rb_i \times \frac{l_i}{l_i} \right)^T \right] \begin{bmatrix} \dot{P}_E \\ \omega \end{bmatrix}, \quad i = 1, \dots, 6 \quad (9)$$

در رابطه فوق، \dot{P}_E سرعت خطی مرکز جرم مجری نهایی می باشد. در رابطه فوق مشاهده می شود که سرعت کابل i توسط ماتریس ژاکوبین با سرعت مجری نهایی در ارتباط است. سطر i ام ماتریس ژاکوبین ربات مورد نظر به صورت رابطه (10) می باشد:

$$J_i = \left[\left(\frac{l_i}{l_i} \right)^T \left(Rb_i \times \frac{l_i}{l_i} \right)^T \right], \quad i = 1, \dots, 6 \quad (10)$$

از کنار هم قرار دادن سرعت خطی و زاویه ای مرکز جرم مجری نهایی بردار توئیس¹ حاصل می شود:

$$t = \begin{bmatrix} \dot{P}_E \\ \omega \end{bmatrix} \quad (11)$$

رابطه (9) در حالت کلی به صورت رابطه (12) بدست می آید:

$$\dot{l} = J(x)t \quad (12)$$

که در آن \dot{l} بردار سرعت کابل ها می باشد. ماتریس ژاکوبین J ربات شش کابلی با شش درجه آزادی ماتریسی 6×6 است. T برداری 6×1 و \dot{l} نیز برداری 6×1 است. ژاکوبین را می توان با هر بعد ماتریسی تعریف کرد. تعداد سطرهای آن متناظر با تعداد کابل ها و تعداد ستون های آن برابر تعداد درجات آزادی می باشد. در بازوی صفحه ای، دلیلی ندارد ژاکوبین بیش از سه ستون داشته باشد، اما در ربات کابلی با کابل های افزون، سطرهای زیادی را می توان برای آن اختیار کرد. طبق رابطه (12) اگر موقعیت مجری نهایی مشخص باشد طول کابل ها بدست می آید که این یک مسئله سینماتیک معکوس است. در بخش 5 یک شبیه سازی در این رابطه انجام خواهد شد.

3- مدل سازی دینامیکی ربات شش کابلی با شش درجه آزادی

در این بخش معادله های دینامیکی حاکم بر حرکت ربات با استفاده از روش لاگرانژ بدست آمده است. در این روش معادله های حرکت با استفاده از مختصات تعمیم یافته فرمول بندی می شود که استفاده از مختصات تعمیم یافته، تحلیل دینامیکی سیستم را آسان می نماید [13]. اگر مختصات تعمیم یافته با x و سرعت های تعمیم یافته با \dot{x} نشان داده شود، رابطه لاگرانژین، که برابر تفاضل انرژی پتانسیل از انرژی جنبشی است، به صورت رابطه (13) خواهد بود:

$$L(x, \dot{x}) = T(x, \dot{x}) - U(x) \quad (13)$$

در واقع می توان گفت که کار اصلی، تعیین و محاسبه صحیح انرژی جنبشی و پتانسیل است. سپس این مقادیر در معادله ای که به معادله لاگرانژ حرکت

2- The Generalized Force

1- twist

ردیابی مسیر مطلوب از پیش تعیین شده و تضمین پایداری با وجود عدم قطعیت در جرم و ممان‌های اینرسی مجری نهایی می‌باشد. برای این منظور از روش مدل مرجع¹ استفاده شده است. به این صورت که قانون کنترل براساس روش خطی‌سازی پسخوراند و قانون تطبیق براساس تئوری پایداری لیاپانوف استخراج شده است.

1-1- قانون کنترل

در کنترل تطبیقی به دلیل آنکه اطلاعات دقیق و کامل از پارامترهای سیستم در دست نمی‌باشد قانون کنترل براساس مقادیر تخمینی طراحی می‌شود. در روش خطی‌سازی پسخوراند بزرگترین مرتبه مشتق خروجی سیستم برابر سیگنال کنترلی v قرار داده می‌شود [15]:

$$\ddot{x} = v \quad (21)$$

بنابراین معادله حرکت به رابطه (22) تغییر می‌یابد:

$$\ddot{M}(x)v + \dot{N}(x, \dot{x})\dot{x} + \ddot{G}(x) = -J^T(x)u \quad (22)$$

در رابطه فوق، \dot{M} ، \dot{N} و \ddot{G} همان رابطه‌های M ، N و G با مقادیر تخمینی هستند. قانون کنترل برای تعیین سیگنال کنترلی v برای سیستم مرتبه 2 به صورت رابطه (23) است:

$$v = \ddot{x}_d - k_d \dot{e} - k_p e \quad (23)$$

در رابطه بالا، k_p و k_d ماتریس‌های بهره نامیده می‌شوند که معمولاً به صورت ماتریس‌های قطری تعریف می‌شوند. e بردار خطای تعقیب سیستم می‌باشد. با توجه به روابط (22) و (23)، ورودی کنترلر به صورت رابطه (24) بدست می‌آید:

$$u = (-J^T)^{-1}(\ddot{M}(\ddot{x}_d - k_d \dot{e} - k_p e) + \dot{N} + \ddot{G}) \quad (24)$$

به علت محدودیت ربات‌های کابلی که کابل‌ها تنها قادر به اعمال نیروی کششی هستند، قوانین کنترل را نمی‌توان مستقیماً به کار برد. باید الگوریتمی که ورودی کنترلر را به کشش مثبت کابل‌ها مقید می‌سازد، اعمال گردد. در الگوریتم استفاده شده ابتدا کشش کابل‌ها از رابطه (24) محاسبه می‌شود، اگر تمامی مؤلفه‌ها مثبت باشد به سیستم وارد می‌شود ولی اگر حداقل یکی از مؤلفه‌های آن منفی باشد محاسبات با استفاده از دستور (25) انجام می‌گیرد:

$$\min \|Au - b\| \quad (25)$$

به شرط $u \geq 0$

که روابط A و b به صورت رابطه (26) می‌باشد:

$$A = -J^T \quad (26)$$

$$b = \ddot{M}(\ddot{x}_d - k_d \dot{e} - k_p e) + \dot{N} + \ddot{G}$$

با جای‌گذاری قانون کنترل در معادله حرکت سیستم و با اضافه کردن ترم $\dot{M}\dot{x}$ به طرفین، معادله دینامیکی خطای ردیابی مسیر در حضور عدم قطعیت‌ها به صورت رابطه (27) بدست می‌آید:

$$\ddot{M}(\dot{e} + k_d \dot{e} + k_p e) = \dot{M}\dot{x} + \dot{N} + \ddot{G} \quad (27)$$

در رابطه فوق \dot{M} ، \dot{N} و \ddot{G} خطای تخمین پارامترهای سیستم است که به صورت تفاضل بین پارامترهایی که توسط قانون تطبیق حاصل می‌شوند و پارامترهای ایده‌آل تعریف می‌شود یعنی:

$$\begin{aligned} \tilde{M} &= \hat{M} - M \\ \tilde{N} &= \hat{N} - N \\ \tilde{G} &= \hat{G} - G \end{aligned} \quad (28)$$

2-4- قانون تطبیق

در تخمین، ضرورتی برای تشخیص دقیق پارامترها وجود ندارد و ممکن است خطای پارامتر در مقداری غیر صفر همگرا شود. می‌توان نشان داد که معادله (20) نسبت به پارامترهای سیستم خطی است [15]:

$$M(x)\ddot{x} + N(x, \dot{x}) + G(x) = K(x, \dot{x}, \ddot{x})\rho \quad (29)$$

در رابطه فوق، ρ بردار پارامترهای مجهول سیستم با 7 مؤلفه، که به صورت رابطه (30) است. K یک ماتریس 6×7 است که مؤلفه‌های آن توسط نرم‌افزار میپل تعیین گردید.

$$\rho = [m \ I_{xx} \ I_{yy} \ I_{zz} \ I_{xy} \ I_{xz} \ I_{yz}]^T \quad (30)$$

معادله خطای (27) به رابطه (31) تبدیل می‌شود:

$$\dot{e} + k_d \dot{e} + k_p e = \tilde{M}^{-1}K(x, \dot{x}, \ddot{x})\tilde{\rho} \quad (31)$$

که $\tilde{\rho} = \hat{\rho} - \rho$ خطای تخمین پارامتر است. معادله فوق را می‌توان در فرم فضای حالت نوشت. برای این منظور متغیرهای فضای حالت به صورت $X = [x_1 \ x_2]^T = [e \ \dot{e}]^T$ در نظر گرفته شده است. در نتیجه رابطه (31) به رابطه (32) تبدیل می‌شود:

$$\dot{X} = AX + B\tilde{M}^{-1}K\tilde{\rho} \quad (32)$$

ماتریس‌های A و B به صورت رابطه (33) است:

$$A = \begin{bmatrix} 0_{6 \times 6} & I_{6 \times 6} \\ -k_p & -k_d \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 0_{6 \times 6} \\ I_{6 \times 6} \end{bmatrix} \quad (33)$$

در طراحی قانون تطبیق، از روش مستقیم لیاپانوف استفاده شده است. تابع لیاپانوف به صورت رابطه (34) تعریف شده است که در آن هم خطای تعقیب و هم خطای تخمین پارامترهای سیستم به کار رفته است [15]:

$$V(X, \tilde{\rho}) = X^T P X + \tilde{\rho}^T \Gamma \tilde{\rho} \quad (34)$$

که Γ یک ماتریس مثبت معین متقارن و P حل معادله $A^T P + P A = -Q$ می‌باشد. پایداری یک سیستم طبق روش لیاپانوف در صورتی امکان‌پذیر است که مشتق تابع لیاپانوف نسبت به زمان همواره منفی باشد. حال مشتق تابع لیاپانوف بررسی می‌شود:

$$\begin{aligned} \dot{V} &= \dot{X}^T P X + X^T P \dot{X} + \dot{\tilde{\rho}}^T \Gamma \tilde{\rho} + \tilde{\rho}^T \Gamma \dot{\tilde{\rho}} = \\ \dot{X}^T P X + X^T P \dot{X} + 2\tilde{\rho}^T \Gamma \dot{\tilde{\rho}} &= \end{aligned} \quad (35)$$

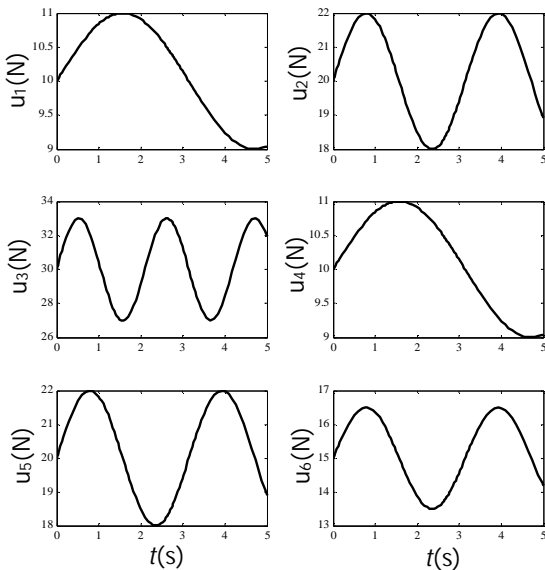
با جای‌گذاری \dot{X} از رابطه (32) در رابطه فوق و بسط روابط، می‌توان نوشت:

$$\begin{aligned} \dot{V} &= (AX + B\tilde{M}^{-1}K\tilde{\rho})^T P X + \\ X^T P (AX + B\tilde{M}^{-1}K\tilde{\rho}) &+ 2\tilde{\rho}^T \Gamma \dot{\tilde{\rho}} = \\ X^T A^T P X + (B\tilde{M}^{-1}K\tilde{\rho})^T P X &+ X^T P A X + \\ X^T P B \tilde{M}^{-1} K \tilde{\rho} &+ 2\tilde{\rho}^T \Gamma \dot{\tilde{\rho}} = \\ X^T (A^T P + P A) X &+ 2(B\tilde{M}^{-1}K\tilde{\rho})^T P X + 2\tilde{\rho}^T \Gamma \dot{\tilde{\rho}} = \\ -X^T Q X &+ 2\tilde{\rho}^T K^T (\tilde{M}^{-1})^T B^T P X + 2\tilde{\rho}^T \Gamma \dot{\tilde{\rho}} \end{aligned} \quad (36)$$

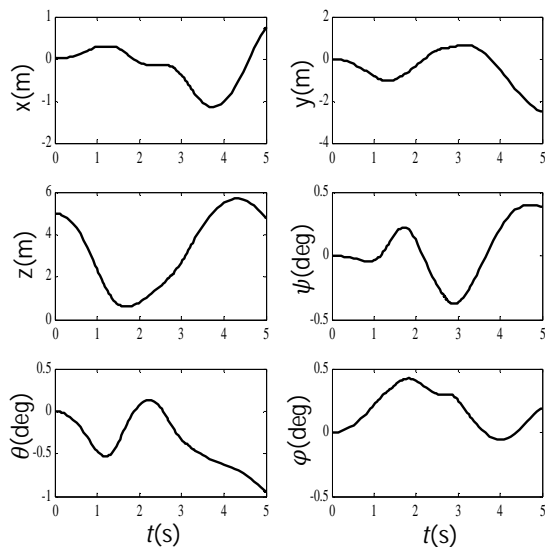
از رابطه فوق، قانون تطبیق به گونه‌ای استخراج می‌شود که تابع \dot{V} منفی معین گردد. ماتریس Q مثبت معین است، بنابراین عبارت $-X^T Q X$ مقداری منفی خواهد بود. در نتیجه اگر مجموع دو جمله انتهایی رابطه (36) صفر یا

ورودی‌های در نظر گرفته شده برای کشش کابل‌ها به صورت شکل 4 است. نمودار موقعیت و چرخش مجری نهایی در شکل 5 و نمودار سرعت انتقالی و زاویه‌های آن به ازای ورودی اعمال شده، در شکل 6 نمایش داده شده است. مشاهده می‌شود که سیستم رفتاری کاملاً ناپایدار دارد. بنابراین برای پایدار کردن مجری نهایی در یک موقعیت مطلوب باید از کنترلر مناسبی بهره گرفت. تغییر طول کابل‌ها در ازای ورودی اعمالی مطابق شکل 7 می‌باشد.

برای بررسی عملکرد کنترلر طراحی شده در تضمین پایداری سیستم حلقه بسته در حضور عدم قطعیت‌ها، یک شبیه‌سازی در نرم‌افزار متلب انجام شده است. هدف این است مجری نهایی مسیر دایره‌ای به شعاع 1 متر در فضا را با وجود عدم قطعیت در جرم و ممان‌های اینرسی ردیابی کند ضمن اینکه نیروی کششی کابل‌ها در تمام مانورهای حرکتی مثبت باشند. پارامترهای مجهول سیستم به صورت متغیر با زمان در نظر گرفته شده است. برای نشان دادن قابلیت کنترلر تطبیقی در برخورد با عدم قطعیت‌ها، مقایسه‌ای بین نتایج این روش با روش خطی سازی پس‌خوراند انجام شده است.



شکل 4 کشش ورودی کابل‌ها



شکل 5 پاسخ زمانی موقعیت و چرخش مجری نهایی

مقداری منفی شود، آنگاه \dot{V} منفی معین می‌شود و پایداری سیستم تضمین می‌گردد. بنابراین نحوه به روز شدن پارامترها به صورت رابطه (37) بدست می‌آید:

$$\dot{\hat{p}} = -\Gamma^{-1}K^T(M^{-1})^T B^T P X \quad (37)$$

با انتخاب قانون تطبیق به صورت رابطه فوق، پایداری مجانبی سیستم دینامیکی (32) تضمین می‌شود. با استفاده از کنترلر تطبیقی طراحی شده هدف تعقیب کامل ربات شش کابلی فضایی به خوبی انجام می‌گیرد و همچنین پارامترهای متغیر سیستم که شامل جرم و ممان اینرسی‌های صفحه متحرک هستند تخمین زده می‌شود.

5- شبیه‌سازی

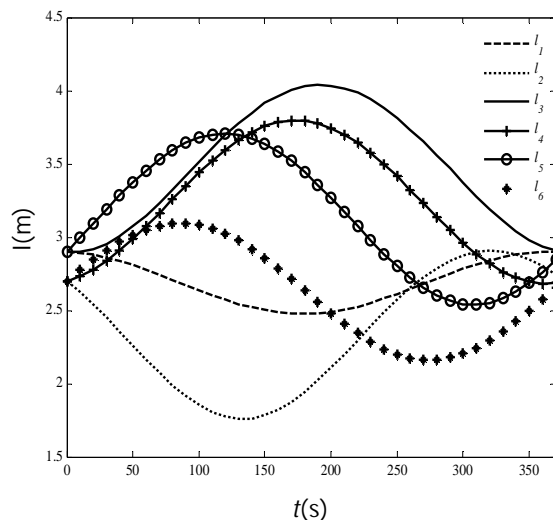
در بخش 2 ماتریس ژاکوبین ربات موزی شش کابلی فضایی استخراج شد. اگر مسیر حرکت مجری نهایی مشخص باشد طول کابل‌ها به کمک این ماتریس قابل محاسبه می‌باشد [9]. در این بخش ابتدا یک شبیه‌سازی عددی از سینماتیک معکوس ربات مورد بررسی انجام شده است. مسیر حرکت مجری نهایی، که در این‌جا شش ضلعی منتظم است، مطابق رابطه (38) در نظر گرفته شده است:

$$\begin{aligned} x &= 1.85 - 0.6 \cos(0.0167t) \\ y &= 2.5 \cos\left(\frac{\pi}{6}\right) + 0.6 \sin(0.0167t) \\ z &= 1.3 \end{aligned} \quad (38)$$

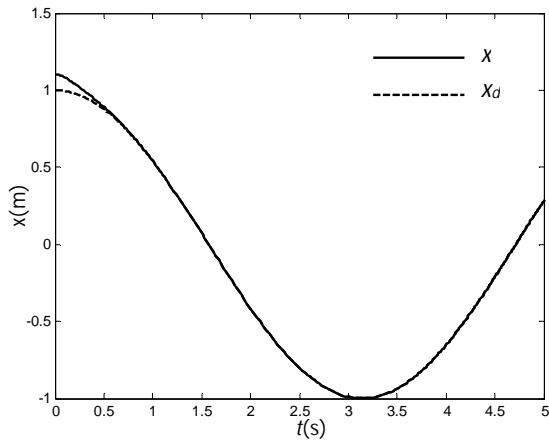
این دایره در صفحه‌ای به موازات صفحه x-y قرار دارد. قابل ذکر است که در این شبیه‌سازی زوایای ψ, θ, φ برابر 350 درجه و شعاع‌های r_e و r_b هر دو 6 متر در نظر گرفته شدند. تغییرات طول شش کابل به ازای مسیر در نظر گرفته شده، مطابق شکل 3 بدست آمده است.

در بخش 3 معادلات حرکت ربات شش کابلی شش درجه آزادی بدست آمد. در این‌جا یک مدل نرم‌افزاری برای دینامیک سیستم ارائه شده است. هدف اصلی یافتن پاسخ زمانی سیستم به ازای یک ورودی مشخص می‌باشد. در این شبیه‌سازی مقادیر جرم و ممان‌های اینرسی مجری نهایی به صورت زیر انتخاب شده است:

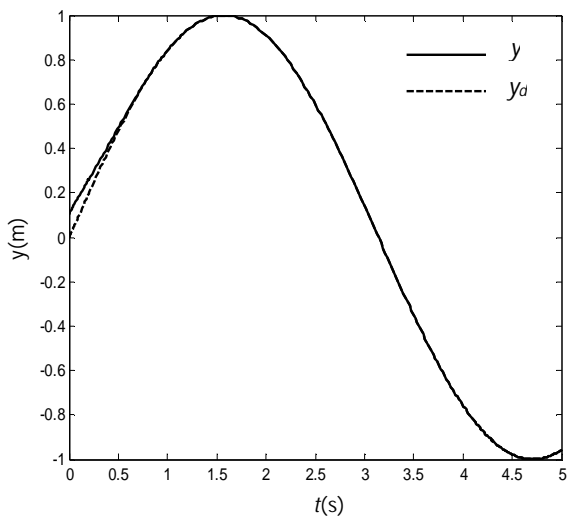
$$\begin{aligned} m &= 6 \text{ kg}, I_{xx} = 52.2 \text{ kg.m}^2, I_{yy} = 52.2 \text{ kg.m}^2, \\ I_{zz} &= 104.4 \text{ kg.m}^2, \quad I_{xy} = I_{xz} = I_{yz} = 0 \text{ kg.m}^2 \end{aligned} \quad (39)$$



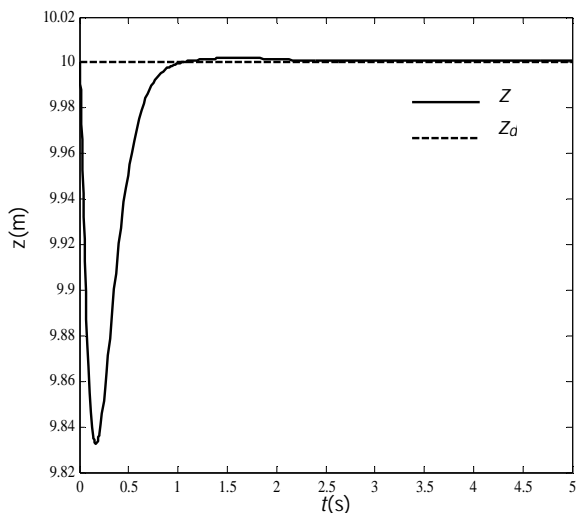
شکل 3 تغییرات طول کابل‌ها



شکل 8 تعقیب مسیر مطلوب در جهت x با اعمال کنترلر تطبیقی

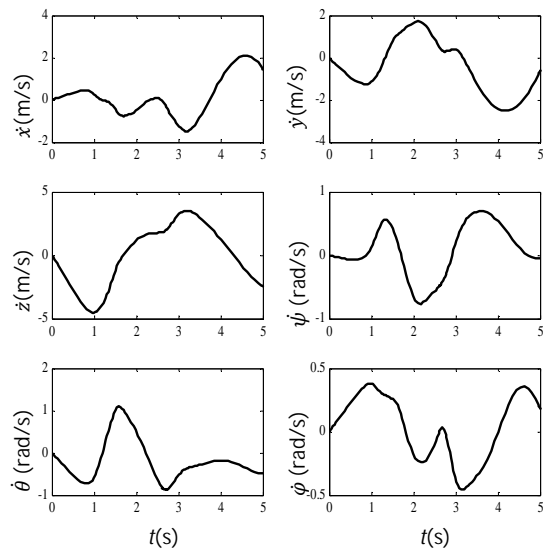


شکل 9 تعقیب مسیر مطلوب در جهت y با اعمال کنترلر تطبیقی

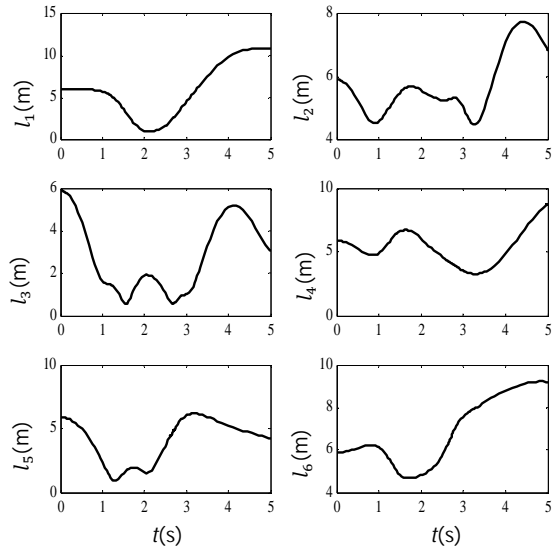


شکل 10 تعقیب مسیر مطلوب در جهت z با اعمال کنترلر تطبیقی

موقعیت اولیه ی ربات به صورت $X_0 = [1.1, 0.1, 10, 0, 0, 0]^T$ و سرعت های اولیه صفر در نظر گرفته شدند. مقادیر پارامترهای تخمینی و واقعی استفاده شده در این شبیه سازی، در جدول 1 مشخص شده است. مسیر مطلوب مجری نهایی به صورت دایره ای به شعاع یک متر در نظر گرفته شده است. همچنین فرض شده که زوایای چرخشی مطلوب مجری نهایی، صفر باشند. نمودارهای رسم شده در شکل های 8 تا 15، عملکرد کنترلر را در ردیابی مسیر مطلوب از پیش تعیین شده و تخمین پارامترهای مجهول سیستم نشان می دهند.



شکل 6 پاسخ زمانی سرعت مجری نهایی



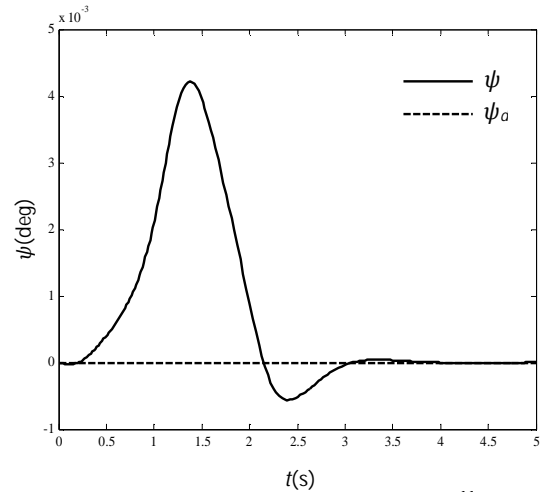
شکل 7 تغییر طول کابل ها در ازای ورودی

جدول 1 پارامترهای سیستم

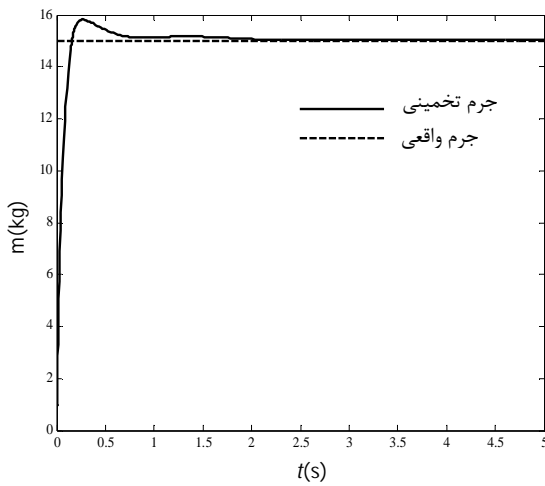
پارامترها	مقادیر تخمینی	مقادیر واقعی
m [kg]	1	15
I_{xx} [kg.m ²]	1	1/25
I_{yy} [kg.m ²]	1	0/75
I_{zz} [kg.m ²]	1	2
I_{xy} [kg.m ²]	0/1	0
I_{xz} [kg.m ²]	0/1	0
I_{yz} [kg.m ²]	0/1	0

با وجود این، همان طور که نشان داده شد، سیستم کنترلی به خوبی عمل کرده و مسیر مطلوب تعیین شده با دقت طی می شود. به عبارت دیگر با وجود آنکه پارامترهای مجهول سیستم به طور دقیق شناسایی نمی شوند اما هدف کنترلی مورد نظر که تعقیب مسیر مطلوب است به خوبی برآورده می شود. این مطلب مزیت کنترلر تطبیقی نسبت به سایر کنترلرهای غیر خطی را نشان می دهد، که برای تضمین هدف کنترلی ضرورتی برای شناسایی دقیق سیستم وجود ندارد. صرفاً عدم واگرایی در تخمین پارامترهای مجهول سیستم کفایت می کند.

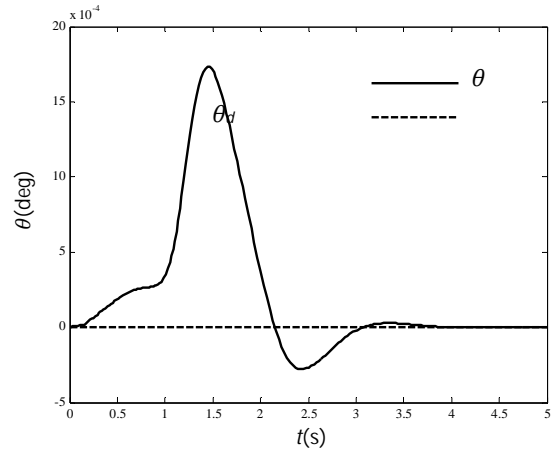
نمودار کشش کابل ها در طی حرکت، مطابق شکل 16 بدست آمده است. مشاهده می شود که مقادیر هر شش کشش کابل مثبت و بعد از رسیدن حالت ها به مسیر مطلوب در مقدار مثبتی ثابت می شود. بدین ترتیب هدف کنترلی مورد نظر که ردیابی با وجود عدم قطعیت ها، همزمان با حفظ کشش مثبت در کابل ها می باشد، به خوبی تضمین می گردد.



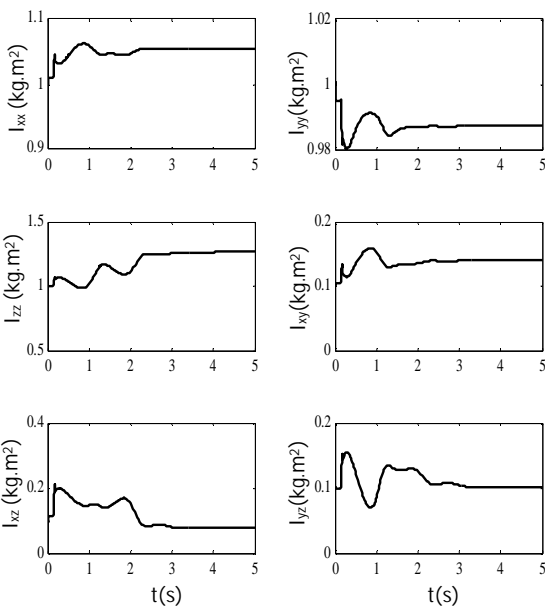
شکل 11 زاویه چرخش واقعی و مطلوب مجری نهایی حول محور X



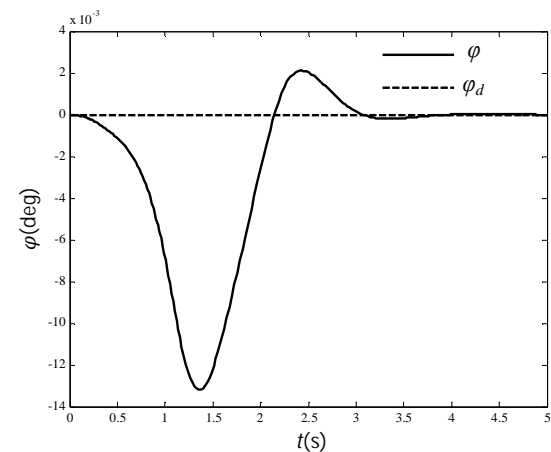
شکل 14 تخمین جرم ربات در روش کنترل تطبیقی



شکل 12 زاویه چرخش واقعی و مطلوب مجری نهایی حول محور Y



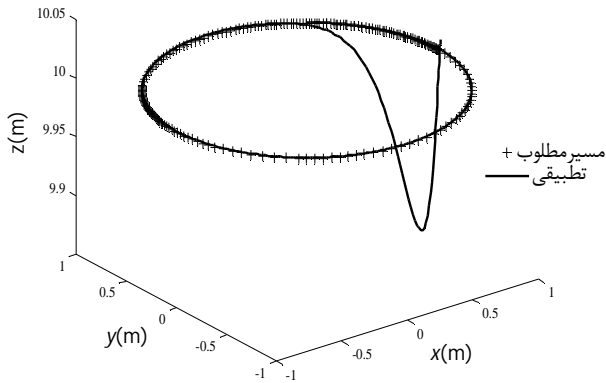
شکل 15 تخمین ممان اینرسی مجری نهایی



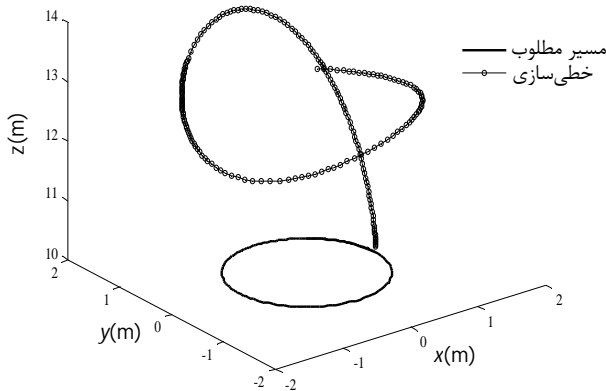
شکل 13 زاویه چرخش واقعی و مطلوب مجری نهایی حول محور Z

همان طور که مشاهده می شود مسیرهای منحرف شده همگرایی خوبی به مسیرهای مطلوب دارند و مجری نهایی علی رغم وجود عدم قطعیت در پارامترهای سیستم به کمک این کنترل کننده با دقت بالایی مسیر دلخواه داده شده را دنبال می کند. نمودارهای 14 و 15 مربوط به تخمین پارامترها می باشد. نکته حائز اهمیت در تخمین پارامترهای مجهول ربات این است که خطای مربوط به تخمین جرم در نهایت به صفر می رسد. اما مؤلفه های ممان اینرسی با یک خطای ماندگار در مقداری غیر از مقدار واقعی همگرا می شوند.

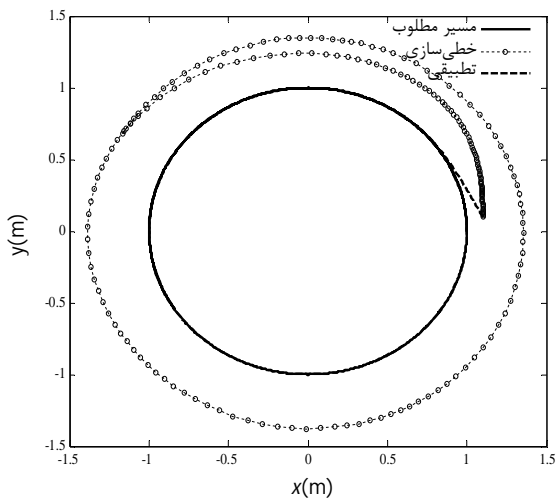
نتایج بدست آمده از مقایسه روش کنترل تطبیقی با روش های خطی سازی در شکل های 19 تا 21 نشان داده شده است.



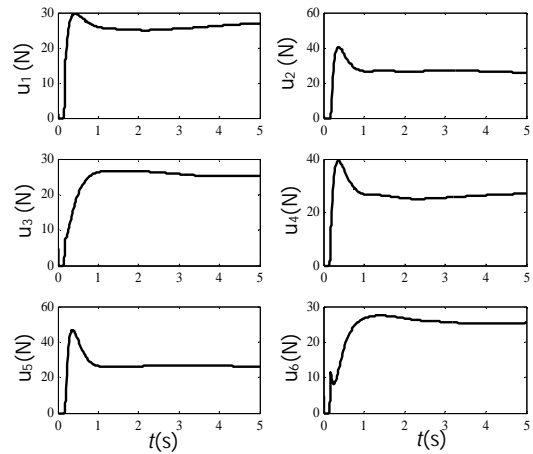
شکل 19 نمودار سه بعدی از عملکرد کنترل تطبیقی در حضور عدم قطعیت



شکل 20 نمودار سه بعدی از عملکرد کنترل خطی سازی پسخوراند در حضور عدم قطعیت

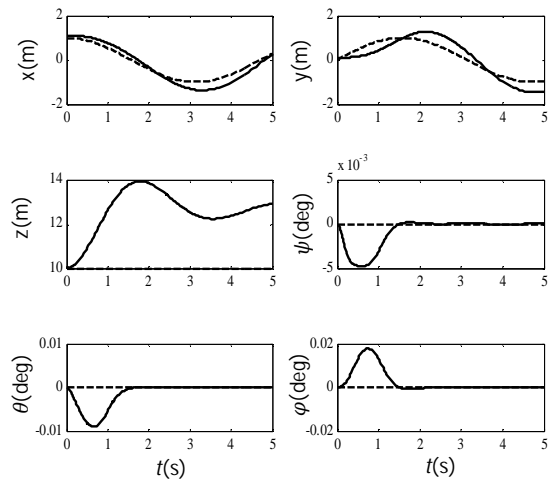


شکل 21 مقایسه عملکرد کنترل خطی سازی پسخوراند و تطبیقی در راستای x و y

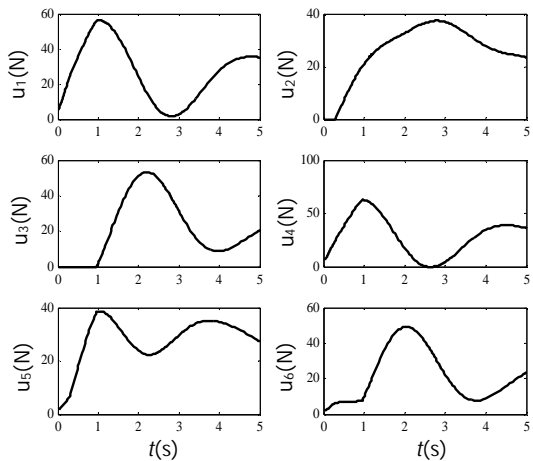


شکل 16 نمودار کشش کابل ها در روش کنترل تطبیقی

نمودارهای ردیابی و کشش کابل های ورودی بدست آمده از روش خطی سازی پسخوراند با وجود عدم قطعیت در جرم و ممان اینرسی مجری نهایی به ترتیب در شکل های 17 و 18 نشان داده شده است.



شکل 17 ردیابی مسیر با اعمال کنترل خطی سازی پسخوراند در حضور عدم قطعیت (- - مسیر مطلوب و - - مسیر واقعی)



شکل 18 نمودار کشش کابل ها با اعمال کنترل خطی سازی پسخوراند

7- مراجع

- [1] A. Afshari, A. Meghdari, New Jacobian matrix and equations of motion for a 6 d.o.f cable-driven robot, *International Journal of Advanced Robotic Systems*, Vol. 4, No. 1, pp. 63-68, 2007.
- [2] Y.B. Bedoustani, H. D. Taghirad, M. M. Aref, Dynamics Analysis of A Redundant Parallel Manipulator Driven By Elastic Cables, *The 10th International Conference on Control, Automation, Robotics and Vision*, Hanoi, Vietnam, 2008.
- [3] A. A. Basar, S. K. Agrawal, Cable Suspended Robots: Feedback Controllers with Positive Inputs, *the American Control Conference*, pp. 815-820, Anchorage, 2002.
- [4] S. E. Landsberger, T. B. Sheridan, A Minimal Linkage: The Tension Compression Parallel Link Manipulator, in *Proceeding of the International Symposium on Robotics, Mechatronics and Manufacturing Systems*, pp. 81-88, 1993.
- [5] S. A. Khalilpour, H. D. Taghirad, M. Aliyari Shoorehdeli, M. Tale Masouleh, Applying evolutionary algorithms in multi-objective optimization of planar cable-driven parallel robots, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 14, No. 5, pp. 44-54, 1393 (In Persian).
- [6] O. S. Ryeok, K. Mankala and S. K. Agrawal, A Dual-Stage Planar Cable Robot : Dynamic Modeling and Design of A Robust Controller with Positive Inputs, *Mechanical Design*, Vol. 127, No. 3, JULY 2005.
- [7] O. S. Ryeok, J. Ch. Ryu, S. K. Agrawal, dynamics and control of a helicopter carrying a payload using a cable-suspended robot, *Journal of Mechanical Design*, Vol. 128, No. 5, pp. 1113-1121, 2005.
- [8] O. S. Ryeok, S. K. Agrawal, A Reference Governor Based Controller for a Cable Robot Under Input Constraints, *Control System Technology*, Vol. 13, No. 4, pp. 639-645, 2005.
- [9] B. Zi, B. Y. Duan, J. L. Du, H. Bao, Dynamic modeling and active control of a cable-suspended, *Journal of Mechatronics*, Vol. 18, No. 1, pp. 1-12, February 2008.
- [10] A. Alikhani, M. Vali, Modeling and Robust Control of a New Large Scale Suspended Cable-driven Robot Under Input Constraint, in *the 8th International Conference on Ubiquitous Robots and Ambient Intelligence*, Songdo ConventiA, Incheon, Korea, 2011.
- [11] M. Zarebidoki, A. Lotfavar, H. R. Fahham, Dynamic Modeling and Adaptive Control of a Cable-suspended Robot, in *Proceeding of The World Congress on Engineering*, 2011.
- [12] M. A. Khosravi, H. D. Taghirad, dynamic analysis and control of cable driven robots with elastic cables, *Transactions of the Canadian Society for Mechanical Engineering*, Vol. 35, No. 4, pp. 543-557, 2011.
- [13] J. J. Craig, *Introduction to Robotics: Mechanics and Control*, Second Edition, Addison-Wesley, 1989.
- [14] X. You, W. Chen, Sh. Yu, X. Wu, Dynamic Control of a 3-DOF Cable-Driven Robot Based on Backstepping Technique, *6th Conference on Industrial Electronics and Applications*, pp. 1302-1307, 2011.
- [15] J. E. Slotine, W. Li, *Applied Nonlinear Control*, Prentice Hall, 1991.

نمای سه بعدی از عملکرد سیستم حلقه بسته با اعمال کنترلر تطبیقی و خطی سازی پسخوراند به ترتیب در نمودارهای 19 و 20 مشاهده می شود. در روش کنترل تطبیقی مجری نهایی کاملاً بر مسیر مطلوب منطبق شده ولی در روش خطی سازی پسخوراند ردیابی به درستی انجام نشده است. در نمودار 21 نمای دو بعدی از عملکرد دو روش کنترل تطبیقی و خطی سازی پسخوراند نشان داده شده است. با توجه به نمودارها مقاوم بودن کنترلر تطبیقی در مقابل عدم قطعیت ها به وضوح مشاهده می شود.

6- نتیجه گیری

در این مقاله ماتریس ژاکوبین، دینامیک و کنترل تطبیقی یک ربات شش کابلی شش درجه آزادی مورد بررسی قرار گرفت. در روش کنترل تطبیقی علاوه بر طراحی قانون کنترل که براساس آن ورودی سیستم تعیین می شود، نیاز به طراحی قانون تطبیق نیز می باشد، که با استفاده از آن پارامترهای مجهول سیستم تخمین زده می شوند. روش بیان شده در این مقاله برای طراحی سیستم کنترل تطبیقی، به صورت تلفیقی از روش کنترل خطی سازی پسخوراند و پایداری لیاپانوف می باشد. قانون کنترل به روش خطی سازی پسخوراند و قانون تطبیق با استفاده از معیار پایداری لیاپانوف طراحی شده است. رفتار ربات های کابلی، به علت ویژگی منحصر به فرد کابل ها در عدم تحمل نیروی فشاری، متفاوت از سایر ربات های موازی می باشد و روش های کنترلی مستقیماً قابل استفاده برای ربات های کابلی نمی باشد. کشش کابل ها در مدت زمان حرکت باید مثبت باشد. برای این منظور از الگوریتمی برای مثبت سازی کشش کابل ها استفاده گردید. از طریق چندین شبیه سازی صحت مدل سینماتیکی، دینامیکی و عملکرد کنترلر اعمال شده نشان داده شد. در پایان به منظور نشان دادن مقاومت روش کنترل تطبیقی در برابر نامعینی ها، مقایسه ای بین روش کنترل تطبیقی با روش خطی سازی پسخوراند صورت گرفت. نتایج شبیه سازی نشان می دهد با استفاده از کنترلر تطبیقی طراحی شده، مجری نهایی علی رغم وجود عدم قطعیت در پارامترهای سیستم به خوبی می تواند مسیر مطلوب را ردیابی کند و پایدار شود.