



مدل سازی پرواز آرایش مند یک ماهواره زمین آهنگ بر اساس معادلات حرکت انتقالی متأثر از وضعیت در فاز تقرب نهایی

امیررضا کوثری^{1*} مهدیه بگلری²

1- دانشیار، مهندسی هوافضا، دانشگاه تهران، تهران
2- فارغ التحصیل کارشناسی ارشد، مهندسی هوافضا، دانشگاه تهران، تهران
* تهران، صندوق پستی 1561-14395، kosari_a@ut.ac.ir

چکیده

در این مقاله اثر اندرکنش معادلات دینامیکی حرکت انتقالی و حرکت وضعی ماهواره با هدف طراحی آرایش پروازی در فاز ورود به پنجره‌ی مداری و تقرب به موقعیت نامی عملیاتی تعریف شده در مدار زمین آهنگ بررسی شده است. در این راستا ابتدا معادلات دینامیکی و سینماتیکی ماهواره مورد مطالعه قرار گرفته‌اند. سپس با در نظر گرفتن ماهواره به عنوان جسمی صلب، اثر متقابل دینامیک حرکت انتقالی و وضعی ماهواره در تقرب به موقعیت نهایی در مدار هدف استخراج شده است. برخلاف مطالعات مشابه، که در آن‌ها از ساده‌سازی‌هایی نظیر فرض مدار هدف دایروی و یا خطی‌سازی معادلات دینامیکی استفاده شده است، تحلیل‌های ارائه شده در این نوشتار بر مبنای کلی‌ترین حالت معادلات حرکتی غیرخطی است. معادلات کوپل شده‌ی ارائه شده در فاز تقرب به موقعیتی معین در مدار زمین آهنگ با احتساب شرایط وضعی مختلف مورد ارزیابی قرار گرفته و بر اساس نتایج به دست آمده سناریو و الزامات متفاوتی در تقرب به موقعیت هدف در پنجره‌ی مداری و در حضور ماهواره‌های دیگر ارائه شده است. موقعیت و وضعیت ماهواره با استفاده از سیستم مبتنی بر منطق فازی PD با بهره‌های کنترلی بهینه‌شده بر اساس الگوریتم بهینه‌سازی PSO با هدف کمینه‌سازی تلاش کنترلی و مصرف سوخت ماهواره و نیز افزایش طول عمر عملیاتی ماهواره، کنترل شده است و نتایج شبیه‌سازی‌های ارائه شده مبین کارایی مناسب طرح پیشنهادی است.

اطلاعات مقاله

مقاله پژوهشی کامل
دریافت: 26 اردیبهشت 1396
پذیرش: 08 مرداد 1396
ارائه در سایت: 17 شهریور 1396
کلید واژگان:
آرایش پروازی
فاز دررفت
مدار زمین آهنگ
کنترلر PD
الگوریتم بهینه‌سازی PSO

Design of Geosynchronous Satellite Flying Formation Based on Translational Dynamics Affected by Attitudinal Situation at Drift Phase

Amir Reza Kosari*, Mahdiah Beglari

Department of Aerospace Engineering, University of Tehran, Tehran, Iran
* P.O.B. 14395-1561, Tehran, Iran, kosari_a@ut.ac.ir

ARTICLE INFORMATION

Original Research Paper
Received 16 May 2017
Accepted 30 July 2017
Available Online 08 September 2017

Keywords:

Flying Formation
Drift Phase
Geosynchronous orbit
PD Controller
PSO Optimization Algorithm

ABSTRACT

This paper investigates effect of coupling of satellite translational dynamics and rotational kinematic aiming to design geosynchronous satellite formation flying at drift phase to the determined operational nominal position at the orbital window in the geosynchronous orbit. Firstly, dynamical and kinematical equations of satellite, and then the interaction of translational and rotational motion at drifting to the final position at the target orbit by considering satellite as a rigid object have been studied. Despite similar studies utilizing simplifications such as circular assumption of target orbit or various linearization methods, presented analysis of this paper is based on the general form of nonlinear translational equations. According to acquired results of investigating the coupled dynamics at the drift phase to the determined position at the orbital window by considering different attitudinal situations, drift considerations and procedure in presence of other satellites at the orbital window have been presented. Orbital position and attitudinal situation of satellite have been controlled by utilization of PD control law associated with the optimized gains based on PSO optimization algorithm which aims to minimize control effort and fuel and consequently minimize fuel consumption and increase satellite operational life. Acquired results from simulations represent the effectiveness of the proposed methodology.

1- مقدمه

آنالیز و ارسال داده‌ها و نیز سرویس‌دهی‌های فضایی می‌پردازند. مدل‌سازی حرکت نسبی ماهواره‌ها از اصول مهم و اولیه در طراحی آرایش پروازی ماهواره‌هایی است که در یک مجموعه قرار دارند. طراحی هرچه دقیق‌تر آرایش پروازی موضوعی است که در سال‌های اخیر مورد توجه بسیاری از

آرایش پروازی ماهواره¹ به مجموعه‌ای متشکل از دو یا چند ماهواره اطلاق می‌شود که با عملکردی یک‌پارچه، به انجام مأموریت‌هایی چون اخذ، پردازش،

¹ Spacecraft Flying Formation

Please cite this article using:

A. R. Kosari, M. Beglari, Design of Geosynchronous Satellite Flying Formation Based on Translational Dynamics Affected by Attitudinal Situation at Drift Phase, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 17, No. 9, pp. 107-118, 2017 (in Persian)

برای ارجاع به این مقاله از عبارت ذیل استفاده نمایید:

قراردادن مرکز دستگاه بدنی و دستگاه مرجع مداری در مرکز جرم ماهواره، می‌توان حرکت ماهواره را به‌صورت حرکت انتقالی مرکز دستگاه بدنی و دوران آن نسبت به دستگاه مرجع مداری بررسی نمود.

در مدارهای پرتراپیک ماهواره‌ها در فواصل مداری اندکی نسبت به یکدیگر قرار دارند. به‌طور مثال موقعیت ماهواره‌ها در مدار زمین‌آهنگ ژئو 0.1 درجه می‌باشد. این موقعیت‌های مداری برای هر ماهواره در این مدار، فضایی به ابعاد تقریبی 40 km فراهم می‌آورد که با عنوان پنجره‌ی مداری شناخته می‌شود. با توجه به اهمیت این مدار و نیاز کشورها، گاه بیش از یک ماهواره در پنجره‌ی مداری قرار می‌گیرد که در این حالت طراحی آرایش پروازی ماهواره‌ها از اهمیت به‌سزایی برخوردار می‌باشد. یکی از مهم‌ترین مانورهایی که ماهواره در آغاز عمر عملیاتی خود انجام می‌دهد، تقرب نهایی به موقعیت تعیین شده در مأموریت می‌باشد. ماهواره‌ی زمین‌آهنگ ژئو، پس از پشت سر گذاشتن مدار پارکینگ و مدار انتقال ژئو، در موقعیتی در نزدیکی مدار زمین‌آهنگ، تحت عنوان مدار دریافت قرار می‌گیرد. تقرب نهایی ماهواره از مدار دریافت به موقعیت هدف تعریف شده در مدار ژئو که فاز دریافت نام دارد، بسته به تکنولوژی کشورها، دقت فازهای پشت سر گذاشته، اغتشاشات مداری مؤثر و ملزومات بسیار دیگری از چند صد کیلومتری مدار زمین‌آهنگ تا موقعیتی در نزدیکی پنجره‌ی مداری آغاز می‌شود. در این فاز با توجه به وجود ماهواره‌های دیگر در پنجره‌ی مداری، لازم است ماهواره از زمان ورود به پنجره‌ی مداری تا قرارگیری در موقعیت هدف به‌دقت ردیابی و بررسی شود. بدین ترتیب در این فاز فرض نقطه‌ای بودن ماهواره در شبیه‌سازی‌ها می‌تواند تهدیدی جدی برای مأموریت ماهواره و حتی مأموریت سایر ماهواره‌های موجود در پنجره‌ی مداری محسوب شود. بنابراین لازم است موقعیت ماهواره از نزدیکی پنجره‌ی مداری تا قرارگیری در موقعیت هدف به‌دقت ردیابی و کنترل شوند [26].

در این مقاله به بررسی تقرب نهایی ماهواره به موقعیت تعیین شده در مدار زمین‌آهنگ ژئو با وجود ماهواره‌های دیگر در پنجره‌ی مداری براساس معادلات موقعیت نسبی و با اعمال اثر وضعی ماهواره می‌پردازیم. همچنین موقعیت و وضعیت ماهواره نسبت به شرایط هدف تعیین شده در مأموریت به‌گونه‌ای کنترل می‌شود که تهدیدی برای مأموریت ماهواره‌های دیگر ایجاد نکند و با دقت لازم در مسیر از پیش تعیین شده هدایت شود. در این مقاله ابتدا به بیان معادلات موقعیت نسبی و وضعیت نسبی ماهواره می‌پردازیم. سپس با اعمال اثر اغتشاشی وضعیت بر موقعیت ماهواره، معادلاتی با حداکثر دقت ارائه خواهیم داد. لازم به‌ذکر است که به‌منظور تبیین هرچه بهتر اثر وضعی ماهواره بر موقعیت نسبی، در این پروژه از اعمال اغتشاشات خارجی صرفه‌نظر شده اما در معادلات اصلی در نظر گرفته شده است.

2- معادلات دینامیکی ماهواره

یکی از ویژگی‌های تحلیل دینامیکی حرکت ماهواره این است که عموماً حرکت انتقالی و دورانی آن جدا از یکدیگر لحاظ می‌شود و از اثر ترکیبی آن‌ها برهم صرفه‌نظر می‌شود. این مسئله به این دلیل است که ممان‌ها یا گشتاورهایی که باعث دوران ماهواره می‌شوند، عموماً وابستگی کمی به جهت حرکت دارند. همچنین نیروهای جاذبه که اساساً مؤثر بر مسیر حرکت ماهواره هستند در مقایسه با سایر موارد مؤثرتر، وابستگی چندانی به وضعیت ماهواره ندارند. در حالی که در واقعیت این مسئله صحیح نیست و این عدم وابستگی یک حقیقت تقریبی است. اگرچه در بسیاری از کاربردهای فضایی اعمال چنین عدم قطعیت‌هایی با بالا بردن بار محاسباتی سیستم، موجب بروز

طراحان سیستم‌های فضایی قرار گرفته است [1-4]. دقت مورد نیاز در معادلات دینامیکی مورد استفاده در مدل‌سازی یک پرواز آرایش‌مند با توجه به حرکت نسبی بلند مدت فضایی‌ها از اهمیت بالایی برخوردار می‌باشد. همچنین با توجه به تراکم ناوگان فضایی، الگوریتم‌های کنترلی تعیین و بهینه‌سازی می‌شوند [5-7].

رایج‌ترین مدل در بررسی حرکت نسبی ماهواره، مدل خطی کلوهرسی- ویلشتایر (CW) می‌باشد. مدل خطی CW، با فرض انحراف اندک از مدار مرجع دایروی و در نظرگیری شرایط اولیه به‌عنوان ثوابت حرکت، توسعه یافته بود. همچنین این مدل که برای کاربردهایی چون راندوو¹ توسعه یافته بود، به شبیه‌سازی حرکت در بازه‌ی زمانی کوتاه محدود می‌شد. بنابراین به‌منظور رفع محدودیت‌های این روش، مطالعات گسترده‌ای با هدف توسعه‌ی معادلات برای مدار مرجع بیضوی انجام شد [8-10]. همچنین مطالعات دیگری نیز در زمینه‌ی ارتقاء این معادلات با افزودن اثرات اغتشاشی از جمله اثرات ناشی از غیرکروی بودن زمین [11-13]، درگ [14] و اثر اغتشاشی جسم سوم [15] انجام شده بود.

از زمان ارائه‌ی معادلات CW، مدل‌سازی نقطه‌ای برای بررسی حرکت نسبی ماهواره، به مدت 50 سال، به‌طور گسترده‌ای مورد مطالعه و بررسی قرار گرفت. گرایش رو به رشد به انجام مطالعات گوناگون در زمینه‌ی آرایش پروازی ماهواره‌ها نیاز به معادلاتی دقیق‌تر و ارائه‌ی حل‌هایی کامل‌تر از معادلات حرکت نسبی اغتشاش‌یافته را افزایش داد [8, 15-19]. بیشتر مطالعات صورت گرفته تا آن زمان، بر شبیه‌سازی نقطه‌ی ماهواره و مدل‌سازی سه درجه آزادی، متمرکز بود در حالی که به‌منظور شبیه‌سازی دقیق‌تر یک مأموریت فضایی که در آن چند ماهواره به‌صورت یک‌پارچه عمل می‌کنند، نیاز به استفاده از معادلاتی دقیق‌تر که علاوه بر معادلات انتقالی، با شبیه‌سازی معادلات دورانی ماهواره، مدلی شش درجه آزادی از دینامیک ماهواره ارائه دهد، قوت می‌یافت.

در سال‌های اخیر، مطالعات گسترده‌ای در زمینه‌ی مدل‌سازی شش درجه آزادی ماهواره صورت گرفته است. پِن و کاپلیا از جمله نخستین کسانی بودند که پیشنهاد اعمال سرعت زاویه‌ای نسبی ماهواره در مسئله‌ی آرایش پروازی را مطرح کردند. در این پژوهش معادلات کوپل شده‌ی حرکت انتقالی و دورانی دو ماهواره بررسی شدند. آن‌ها در پژوهش خود دو دستگاه مرجع بدنی، یکی در ماهواره‌ی هدف و دیگری در ماهواره‌ی رهگیر قرار دادند. بدین ترتیب معادلاتی دو بخشی برای بررسی موقعیت نسبی مرکز جرم ماهواره‌ها و وضعیت دو دستگاه متصل نسبت به یکدیگر به‌دست آمد [20]. همچنین در روشی ساده‌تر از معادلات کوپل جهت تخمین موقعیت نسبی ماهواره استفاده شد [16]. کاربرد دیگر این معادلات در آرایش پروازی N ماهواره در یک مجموعه‌ی واحد بود. در این پژوهش هر یک از ماهواره‌ها به‌عنوان جسمی صلب در نظر گرفته شدند [21]. مطالعه‌ی صورت گرفته توسط سیگال و گورفیل از جمله جدیدترین پژوهش‌های صورت گرفته در زمینه‌ی کوپلینگ حرکت انتقالی و دورانی دو ماهواره و بررسی دقت مورد نیاز در مأموریت‌هایی چون آرایش پروازی فشرده، راندوو و داکینگ² بود [22]. همچنین نوایی و اخلومی در مقالات خود کنترل‌هایی بهینه و غیرخطی برای مسئله‌ی ملاقات و اتصال مداری برای مدار هدف دایروی و بیضوی ارائه داده‌اند [23, 24].

به‌طور کلی حرکت یک ماهواره را می‌توان به‌صورت حرکت مرکز جرم ماهواره و دوران نسبت به مرکز جرم در نظر گرفت [25]. بدین ترتیب با

¹ Rendezvous

² Docking

اویلر، کوآرتنیون‌ها و رودریگرها از جمله این بیان‌ها هستند. همچنین به‌منظور بیان این مقادیر، سه دستگاه اینرسی، بدنی و مرجع مداری استفاده می‌شوند. دو فاکتور مهم در بیان سینماتیک ماهواره وجود دارد؛ یکی سرعت‌های زاویه‌ای دستگاه بدنی نسبت به دستگاه مرجع مداری و دیگری سرعت‌های زاویه‌ای دستگاه بدنی نسبت به دستگاه مرجع مداری و سرعت زاویه‌ای دستگاه مرجع نسبت به اینرسی به ترتیب با $\omega_{BR} = p\mathbf{i} + q\mathbf{j} + r\mathbf{k}$ و $\omega_{RI} = \omega_{RIx}1_x + \omega_{RIy}1_y + \omega_{RIz}1_z$ اگر ω_{RI} در دستگاه بدنی بیان شود، فرم $\omega_{RIB} = \omega_{RIBx}i + \omega_{RIBy}j + \omega_{RIBz}k$ را به خود می‌گیرد. بنابراین سرعت زاویه‌ای دستگاه محورهای بدنی نسبت به دستگاه محورهای اینرسی را می‌توان به شکل زیر بیان کرد؛

$$\omega_{BI} = \omega_{BR} + \omega_{RIB} \quad (6)$$

در معادله (6)، ω_{BR} از اهمیت ویژه‌ای برخوردار است؛ چراکه اجازه می‌دهد زوایای اویلر جسم در حال حرکت، نسبت به هر دستگاه مرجع تعریف شده‌ای در فضا محاسبه شوند. این کار با توجه به ماتریس‌های دورانی صورت می‌گیرد [28].

2-2-1- سرعت‌های زاویه‌ای بدنی

رایج‌ترین شیوه در بیان سرعت‌های زاویه‌ای بدنی ماهواره استفاده از زوایای اویلر و نرخ تغییرات آن‌ها می‌باشد، اما از آنجایی که معادلات وضعی بیان شده براساس این زوایا در زاویه‌ی 90 درجه دچار تکینگی می‌شوند، در بیان سینماتیک وضعیت ماهواره در کلی‌ترین حالت، بهتر است از بیان‌های دیگری چون کوآرتنیون‌ها استفاده شود. در حالت کلی، دوران یک جسم می‌تواند در هر جهتی صورت گیرد. اگر محورهای دوران اویلر را برحسب بردارهای ویژه‌ی آن‌ها تعریف کنیم، تعریف جدیدی از ماتریس دوران برحسب مؤلفه‌های بردار ویژه $\vec{e} = [e_1, e_2, e_3]^T$ و زاویه‌ی دوران α به‌دست می‌آید. بردارهای کوآرتنیون برحسب بردارهای ویژه و زاویه‌ی دوران α به شکل زیر تعریف می‌شوند [28]؛

$$\begin{aligned} q_1 &= e_1 \sin\left(\frac{\alpha}{2}\right) \\ q_2 &= e_2 \sin\left(\frac{\alpha}{2}\right) \\ q_3 &= e_3 \sin\left(\frac{\alpha}{2}\right) \\ q_4 &= \cos\left(\frac{\alpha}{2}\right) \end{aligned} \quad (7)$$

همچنین می‌دانیم؛

$$|\vec{q}| = 1 \Rightarrow q_1^2 + q_2^2 + q_3^2 + q_4^2 = 1 \quad (8)$$

بنابراین با استفاده از تعریف (7)، ماتریس انتقال برحسب کوآرتنیون‌ها برابر است با؛

$$[A_q] = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix} \quad (9)$$

که آرایه‌های ماتریس (9) به شکل زیر تعریف می‌شوند؛

$$\begin{aligned} a_{11} &= q_1^2 - q_2^2 - q_3^2 + q_4^2 \\ a_{12} &= 2(q_1q_2 + q_3q_4) \\ a_{13} &= 2(q_1q_3 - q_2q_4) \\ a_{21} &= 2(q_1q_2 - q_3q_4) \\ a_{22} &= -q_1^2 + q_2^2 - q_3^2 + q_4^2 \\ a_{23} &= 2(q_2q_3 + q_1q_4) \\ a_{31} &= 2(q_1q_3 + q_2q_4) \\ a_{32} &= 2(q_2q_3 - q_1q_4) \\ a_{33} &= -q_1^2 - q_2^2 + q_3^2 + q_4^2 \end{aligned}$$

با داشتن سرعت‌های زاویه‌ای بدنی در دستگاه بدنی، معادلات

دیفرانسیلی بردارهای کوآرتنیون به‌دست می‌آیند [28]؛

خطاهای محاسباتی می‌شود، اما در مانورهای از جمله ملاقات‌های فضایی یا پرواز آرایش‌مند یک ناوگان فضایی که دقت بیشتری مورد نیاز است، این موارد باید به نحوی پیش‌بینی و جبران شوند [25]. به‌منظور تبیین هرچه بهتر تفاوت‌های این دو بخش ابتدا معادلات مداری ماهواره برای بررسی مرکز جرم ماهواره و سپس چگونگی اعمال اثر وضعی بر موقعیت ماهواره را در تقرب به موقعیت و وضعیتی معین بررسی می‌کنیم. همچنین لازم است به‌طور هم‌زمان وضعیت نسبی ماهواره، نسبت به وضعیت هدف براساس معادلات مربوطه به‌روز رسانی شود.

2-1- دینامیک موقعیت نسبی ماهواره

قوانین سه‌گانه‌ی نیوتون و قانون جاذبه‌ی میان اجسام، اساس دینامیک مداری ماهواره را تشکیل می‌دهند. برای بیان موقعیت ماهواره در دستگاه مختصات ECI و با توجه به معادلات حرکت دو جسم در فضا، براساس قانون دوم نیوتون، معادله‌ی نسبی حرکت ماهواره به شکل زیر به‌دست می‌آید؛

$$\ddot{\vec{r}} = -\mu \frac{\vec{r}}{r^3} \quad (1)$$

که در آن $\mu = 398601.2 \text{ km}^3\text{s}^{-2}$ می‌باشد [27]. معادله‌ی (1)، معادله‌ی دینامیکی حرکت در مداری کپلری در غیاب اغتشاشات و با مقادیر اولیه‌ی $r(0)$ و $v(0)$ است که در آن تغییرات پارامترهای کپلری عبارتند از؛

$$\frac{da}{dt} = \frac{de}{dt} = \frac{d\Omega}{dt} = \frac{dw}{dt} = \frac{di}{dt} = 0, \quad \frac{dM}{dt} = n \quad (2)$$

در حالت کلی، شتاب وارد به ماهواره شامل مجموعه‌ای از نیروهای اغتشاشی نیز می‌باشد. این نیروها موجب انحراف ماهواره از مدار کپلری و تغییر لحظه‌ای مشخصات کپلری می‌شوند. بدین ترتیب معادله‌ی حرکت ماهواره در مداری غیرکپلری با مقادیر اولیه‌ی $r(t_0) = r(0)$ و $v(t_0) = v(0)$ به شکل زیر می‌باشد؛

$$\ddot{\vec{r}} = \gamma_K + \gamma_P + \gamma_C \quad (3)$$

که در آن γ_K ، γ_P و γ_C به ترتیب شتاب‌های کپلری، اغتشاشی و کنترلی وارد به ماهواره می‌باشند [28].

در بیان حرکت انتقالی نسبی ماهواره، حرکت ماهواره نسبت به هدفی معین بیان می‌شود. در این حالت، موقعیت تعیین شده در مأموریت به عنوان موقعیت هدف تعیین می‌شود. این رویکرد در مسئله‌ی ملاقات فضایی و انتقال مداری بسیار مناسب است؛ چرا که در حین این مانورها هدف، صفر نمودن سرعت و موقعیت نسبی ماهواره می‌باشد. از این نوع بیان دینامیکی برای اهداف دیگری چون آرایش پروازی نیز استفاده می‌شود.

فرض می‌کنیم ماهواره‌ی T در حال حرکت مدار هدف و ماهواره‌ی رهگیر C در حال حرکت در مداری فرضی می‌باشد. موقعیت این دو ماهواره به ترتیب با R_T و R_C بیان می‌شود. اگر اختلاف این شعاع‌ها را با ρ بیان کنیم، هدف صفر کردن این مقدار می‌باشد.

$$\vec{\rho} = \vec{R}_T - \vec{R}_C \quad (4)$$

بنابراین معادله‌ی حرکت نسبی ماهواره در دستگاه اینرسی و با صرف‌نظر از نیروهای اغتشاشی، به شکل زیر به‌دست می‌آید؛

$$\ddot{\vec{\rho}} = -\mu \frac{\vec{R}_T}{\text{norm}(\vec{R}_T)} + \mu \frac{(\vec{R}_T - \vec{\rho})}{\text{norm}(\vec{R}_T - \vec{\rho})} - \frac{F_C}{m_C} \quad (5)$$

که در آن F_C و m_C به ترتیب نیروی کنترلی و جرم ماهواره‌ی رهگیر می‌باشند.

2-2- دینامیک وضعیت ماهواره

سینماتیک وضعیت ماهواره را می‌توان به روش‌های مختلفی بیان نمود. زوایای

اگر فرض کنیم بردارهای بدنی ماهواره روی محورهای اصلی قرار گرفته باشند، المان‌های غیرقطری ماتریس $[I]$ صفر خواهند شد. بدین ترتیب دینامیک وضعیت ماهواره با استفاده از معادلات (16) و (17) به شکل زیر محاسبه می‌شود؛

$$T = T_C + T_d = [\dot{h}_x + \dot{h}_{wx} + (\omega_y h_z - \omega_z h_y) + (\omega_y h_{wz} - \omega_z h_{wy})] i + [\dot{h}_y + \dot{h}_{wy} + (\omega_z h_x - \omega_x h_z) + (\omega_z h_{wx} - \omega_x h_{wz})] j + [\dot{h}_z + \dot{h}_{wz} + (\omega_x h_y - \omega_y h_x) + (\omega_x h_{wy} - \omega_y h_{wx})] j \quad (18)$$

لازم به ذکر است که در معادله‌ی فوق، ω_x ، ω_y و ω_z مؤلفه‌های سرعت زاویه‌ای بدنی نسبت به دستگاه اینرسی می‌باشند. در نهایت با جایگذاری h از معادله‌ی (17) می‌توان معادله‌ی (18) را به شکل زیر بازنویسی کرد [28]؛

$$T = T_C + T_d = [I_{xx}\dot{\omega}_x + \dot{h}_{wx} + (I_{zz}\omega_y\omega_z - I_{yy}\omega_y\omega_z) + (\omega_y h_{wz} - \omega_z h_{wy})] i + [I_{yy}\dot{\omega}_y + \dot{h}_{wy} + (I_{xx}\omega_x\omega_z - I_{zz}\omega_z\omega_x) + (\omega_z h_{wx} - \omega_x h_{wz})] j + [I_{zz}\dot{\omega}_z + \dot{h}_{wz} + (I_{yy}\omega_y\omega_x - I_{xx}\omega_x\omega_y) + (\omega_x h_{wy} - \omega_y h_{wx})] j \quad (19)$$

بدین ترتیب با داشتن مقدار اولیه‌ی $\omega_{BI}(0)$ و انتگرال‌گیری از رابطه‌ی (19)، بردار ω_{BI} در هر لحظه به دست می‌آید.

2-3- کوپلینگ موقعیت و وضعیت نسبی ماهواره

در مانورهای دقیقی مانند ملاقات‌های مداری یا هر مانور دیگری که لازم است ماهواره با وضعیتی معین در موقعیتی از پیش تعیین شده قرار گیرد، معادلات مورد استفاده نیز باید با حداکثر دقت لحاظ شوند. بنابراین لازم است اثر متقابل معادلات موقعیت و وضعیت بر یکدیگر بررسی شوند.

به منظور اعمال معادلات وضعی ماهواره بر موقعیت مداری آن می‌توان از معادلات حرکت شش درجه آزادی اجسام صلب در فضا استفاده کرد. بدین منظور فرض می‌کنیم ماهواره به صورت جسمی صلب با سطح فرضی S در حال حرکت در فضا می‌باشد. اگر X^* بیانگر شتاب جسم غیردوار و یا به عبارت دیگر مرکز جرم جسم و ω سرعت زاویه‌ای جسم صلب باشد، معادله‌ی شتاب جسم صلب دوار در فضا طبق رابطه‌ی زیر به دست می‌آید [29]؛

$$\frac{d^2 X}{dt^2} = \frac{d^2 X^*}{dt^2} + \omega \times (\omega \times X^*) + 2\omega \times \frac{dX^*}{dt} + \frac{d\omega}{dt} \times X^* \quad (20)$$

بدین ترتیب معادله‌ی حرکت نسبی ماهواره با اعمال اثر حرکت وضعی عبارتست از [29]؛

$$\frac{d^2 \rho^*}{dt^2} + \omega_{BR} \times (\omega_{BR} \times \rho^*) + 2\omega_{BR} \times \frac{d\rho^*}{dt} + \frac{d\omega_{BR}}{dt} \times \rho^* - \gamma_{K_{rel}} - \gamma_d = \frac{F_C}{m_C} - \gamma_d \quad (21)$$

که در آن ρ^* موقعیت نسبی ماهواره‌ی دوار، ω_{BR} سرعت نسبی ماهواره نسبت به دستگاه مرجع مداری، $\gamma_{K_{rel}}$ شتاب کپلری مرکز جرم ماهواره و γ_d شتاب اغتشاشی خارجی می‌باشد. با استفاده از معادله‌ی (5) معادله‌ی حرکت نسبی ماهواره‌ی دوار به شکل زیر بازنویسی می‌شود [26]؛

$$\frac{d^2 \rho^*}{dt^2} = -\mu \frac{\vec{R}_T}{\text{norm}(\vec{R}_T)} + \mu \frac{(\vec{R}_T - \vec{\rho}^*)}{\text{norm}(\vec{R}_T - \vec{\rho}^*)} - \omega_{BR} \times (\omega_{BR} \times \rho^*)$$

$$\frac{d}{dt} \vec{q} = \frac{1}{2} [\Omega'] q \quad (10)$$

که در آن ماتریس $[\Omega']$ ، برحسب سرعت‌های زاویه‌ای بدنی تعریف می‌شود؛

$$[\Omega'] = \begin{bmatrix} 0 & r & -q & p \\ -r & 0 & p & q \\ q & -p & 0 & r \\ -p & -q & -r & 0 \end{bmatrix} \quad (11)$$

که در آن q ، p و r به ترتیب سرعت‌های زاویه‌ای بدنی حول محورهای X_B ، Y_B و Z_B هستند. بدین ترتیب با داشتن شرایط اولیه‌ی $q(0)$ و انتگرال‌گیری عددی از سیستم (10)، بردارهای کوتاه‌نیون در هر لحظه از زمان به دست می‌آیند.

2-2- بردار سرعت زاویه‌ای RIBO

همان‌طور که بیان شد، به منظور محاسبه‌ی زوایای اوپلر یا کوتاه‌نیون‌ها لازم است سرعت زاویه‌ای ماهواره در دستگاه مختصات بدنی نسبت به دستگاه مرجع مداری تعیین شود. همچنین با توجه به معادله‌ی (6) برای محاسبه‌ی BR0، ابتدا لازم است سرعت زاویه‌ای RIBO تعیین شود. سرعت زاویه‌ای دستگاه مرجع نسبت به دستگاه اینرسی به شکل زیر محاسبه می‌شود [28]؛

$$\omega_{RIx} = \frac{1}{|r||v \times r|} v \times v \cdot r = 0 \\ \omega_{RIy} = \frac{1}{r^2|v \times r|} v \cdot [(r \cdot v)r - (r^2v)] \\ \omega_{RIz} = \frac{1}{|v \times r|^2|r|} [\dot{r} \times r] \cdot [(v \times r) \times r] \quad (12)$$

که در آن r و v به ترتیب موقعیت و سرعت لحظه‌ای ماهواره در دستگاه مختصات اینرسی هستند. از آنجایی که در مدار دایروی سرعت ماهواره عمود بر r است، بنابراین با فرض مدار دایروی داریم؛

$$\omega_{RIy} = \frac{v^2 r^2}{r^3 v} = \frac{v}{r} = \omega_0 \quad (13)$$

همچنین برای مدارهای کپلری که شتاب خارج از صفحه‌ی مداری ندارند، $\omega_{RIz} = 0$ می‌باشد. بنابراین معادله‌ی (12) به شکل زیر تغییر می‌کند؛

$$\omega_{RI} = [0 \quad -\omega_0 \quad 0]^T \quad (14)$$

که به منظور انتقال آن به دستگاه بدنی می‌توان از ماتریس (9) استفاده کرد؛

$$\omega_{RIB} = [A_q] \omega_{RI} \quad (15)$$

2-2-3 دینامیک وضعیت ماهواره

دینامیک وضعیت ماهواره بر اساس معادله‌ی اوپلر بیان می‌شود [28]؛

$$T = \dot{h}_I = \dot{h} + \omega_{BI} \times h \quad (16)$$

که در آن T ، بیانگر مجموع گشتاور خارجی وارد به ماهواره است و شامل گشتاورهای کنترلی T_C و مجموعه گشتاورهای اغتشاشی T_C می‌باشد. بنابراین $T = T_C + T_d$ می‌باشد. همچنین مومنوم h نیز شامل مومنوم جسم صلب $h_B = [h_x, h_y, h_z]^T$ و مومنوم تجهیزات تغییردهنده‌ی مومنوم مانند چرخ‌های عکس‌العملی $h_W = [h_{wx}, h_{wy}, h_{wz}]^T$ می‌باشد. به معادله‌ی (16) قانون اوپلر نیز می‌گویند.

همچنین می‌دانیم بردار مومنوم زاویه‌ای جسم صلب با استفاده از معادله‌ی زیر تعریف می‌شود [28]؛

$$h = \begin{bmatrix} I_{xx} & -I_{xy} & -I_{xz} \\ -I_{yx} & I_{yy} & -I_{yz} \\ -I_{zx} & -I_{zy} & I_{zz} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \omega_x \\ \omega_y \\ \omega_z \end{bmatrix} = [I] \omega \quad (17)$$

موقعیت مداری ماهواره‌ی رهگیر در تعیین وضعیت لحظه‌ای آن تأثیر مستقیمی نداشته باشد. در حالی که موقعیت مداری ماهواره، به‌طور مستقیم در تعیین نوع و شدت عواملی اغتشاشی از جمله گرادیان جاذبه، درگ آیرودینامیکی، فشار تشعشعات خورشیدی و سایر اغتشاشات محیطی تأثیر به‌سزایی دارد. با این وجود از آنجایی که در این پروژه از اغتشاشات وارد به ماهواره صرفه‌نظر شده است، این عوامل بررسی نخواهند شد.

3- دینامیک کنترلر

یکی از کاربردی‌ترین و ساده‌ترین روش‌های کنترلی که در سیستم‌های فضایی به‌طور گسترده‌ای مورد استفاده قرار می‌گیرد، استفاده از کنترلر PID و به‌طور ویژه کنترلر PD می‌باشد. علی‌رغم روش‌های کنترلی تطبیق‌پذیر که به‌طور گسترده در مقالات مورد بررسی قرار گرفته‌اند، این روش به دلیل قابلیت اطمینان بالا و سادگی پیاده‌سازی در صنایع فضایی از محبوبیت بالایی برخوردار می‌باشد.

3-1- دینامیک کنترلر در تولید نیرو

نیروی موردنیاز جهت کنترل موقعیت نسبی ماهواره نسبت به موقعیت هدف، با استفاده از موقعیت و سرعت نسبی ماهواره به شکل زیر محاسبه می‌شود:

$$F_C = K_{PF} R_{rel} + K_{DF} V_{rel} \quad (26)$$

در معادله‌ی فوق، بردار بهره‌های کنترلی $K_{PF} = [K_{PF,x}, K_{PF,y}, K_{PF,z}]^T$ و مشتقی کنترلر PD هستند که با استفاده از الگوریتم‌های بهینه‌سازی به‌صورت دقیق تعیین می‌شوند. همچنین بردارهای R_{rel} و V_{rel} به‌صورت آنلاین از حل معادلات مداری به‌دست می‌آیند. همچنین معادله‌ی (26) را می‌توان بر اساس مؤلفه‌های تشکیل دهنده‌اش به شکل زیر بازنویسی کرد:

$$\begin{aligned} F_{C_x} &= K_{PF,x} x + K_{DF,x} \dot{x} \\ F_{C_y} &= K_{PF,y} y + K_{DF,y} \dot{y} \\ F_{C_z} &= K_{PF,z} z + K_{DF,z} \dot{z} \end{aligned} \quad (27)$$

که در آن مؤلفه‌های x ، y و z و نیز مشتقات \dot{x} ، \dot{y} و \dot{z} به‌ترتیب موقعیت و سرعت نسبی با اعمال اثر وضعی ماهواره هستند و از معادلات (23) تا (25) به‌دست می‌آیند.

3-2- دینامیک کنترلر در تولید گشتاور

گشتاور کنترلی موردنیاز جهت کنترل وضعیت ماهواره براساس وضعیت قرارگیری ماهواره نسبت به وضعیت هدف محاسبه می‌شود. بدین‌منظور لازم است زوایای اویلر نسبی و نرخ تغییرات آن‌ها با استفاده از کواترنیون‌ها محاسبه شود. اساس تبدیل زوایای اویلر و بردارهای کواترنیون بر مبنای محاسبه‌ی ماتریس‌های دوران هریک و مساوی قرار دادن آن‌ها با یکدیگر می‌باشد. بنابراین بسته به سناریوی دوران این مقادیر می‌تواند متفاوت باشد. به‌طور مثال اگر دوران 321 یا ZYX را در نظر بگیریم، با برابر قرار دادن یک به یک المان‌های ماتریس‌های دوران، زوایای اویلر به شکل زیر محاسبه می‌شوند [30]:

$$\begin{aligned} \tan \varphi &= \frac{2(q_2 q_3 + q_1 q_4)}{-q_1^2 - q_2^2 + q_3^2 + q_4^2} \\ \sin \theta &= -2(q_1 q_3 - q_2 q_4) \\ \tan \psi &= \frac{2(q_1 q_2 + q_3 q_4)}{q_1^2 - q_2^2 - q_3^2 + q_4^2} \end{aligned} \quad (28)$$

که در آن زوایای φ ، θ و ψ به‌ترتیب بیانگر انحراف محورهای X_B ، Y_B و

$$-2\omega_{BR} \times \frac{d\rho^*}{dt} - \frac{d\omega_{BR}}{dt} \times \rho^* - \frac{F_C}{m_C} - \gamma_d \quad (22)$$

در نظرگیری وضعیت ماهواره در معادلات موقعیت نسبی زمانی توجیه‌پذیر است که فاصله نسبی ماهواره کم باشد و نیاز به افزایش دقت باشد. در حالی که در فواصل دورتر، علاوه بر افزایش حجم محاسبات، ممکن است در برخی موارد موجب واگرایی محاسبات نیز شود.

معادله‌ی (22)، کلی‌ترین معادله‌ی نسبی ماهواره در فضا، با در نظرگیری کلیه‌ی عوامل تأثیرگذار داخلی و خارجی می‌باشد. بسته به نیاز و کاربرد محاسبات، با گسترش ترم اغتشاشی می‌توان دقت شبیه‌سازی را افزایش داد. همچنین از آنجایی که سرعت زاویه‌ای ماهواره نسبت به هدف، سرعت نسبی است، بنابراین از این معادلات می‌توان به‌منظور تقرب ماهواره‌ی رهگیر به ماهواره‌ی هدفی با وضعیت نامتعادل نیز استفاده کرد. درنهایت با انجام عملیات جبری و اعمال ضرب‌های برداری، معادله‌ی (22)، به شکل زیر توسعه می‌یابد [26]:

$$\begin{aligned} \ddot{x}^* &= \frac{-\mu x_T}{(\sqrt{x_T^2 + y_T^2 + z_T^2})^3} \\ &+ \frac{-\mu (x_T - x^*)}{(\sqrt{(x_T - x^*)^2 + (y_T - y^*)^2 + (z_T - z^*)^2})^3} \\ &- \omega_y (\omega_x y^* - \omega_y x^*) + \omega_z (\omega_x x^* - \omega_x z^*) \\ &- 2(\dot{z}^* \omega_y - \dot{y}^* \omega_z) - (\dot{\omega}_y z^* - \dot{\omega}_z y^*) - \frac{F_{C,x}}{m_C} - \gamma_{d,x} \end{aligned} \quad (23)$$

$$\begin{aligned} \ddot{y}^* &= \frac{-\mu y_T}{(\sqrt{x_T^2 + y_T^2 + z_T^2})^3} \\ &+ \frac{-\mu (y_T - y^*)}{(\sqrt{(x_T - x^*)^2 + (y_T - y^*)^2 + (z_T - z^*)^2})^3} \\ &- \omega_x (\omega_y z^* - \omega_z y^*) + \omega_x (\omega_y y^* - \omega_y x^*) \\ &- 2(\dot{x}^* \omega_z - \dot{z}^* \omega_x) - (\dot{\omega}_x z^* - \dot{\omega}_z x^*) - \frac{F_{C,y}}{m_C} - \gamma_{d,y} \end{aligned} \quad (24)$$

$$\begin{aligned} \ddot{z}^* &= \frac{-\mu z_T}{(\sqrt{x_T^2 + y_T^2 + z_T^2})^3} \\ &+ \frac{-\mu (z_T - z^*)}{(\sqrt{(x_T - x^*)^2 + (y_T - y^*)^2 + (z_T - z^*)^2})^3} \\ &- \omega_x (\omega_z x^* - \omega_x z^*) + \omega_y (\omega_y z^* - \omega_z y^*) \\ &- 2(\dot{y}^* \omega_x - \dot{x}^* \omega_y) - (\dot{\omega}_x y^* - \dot{\omega}_y x^*) - \frac{F_{C,z}}{m_C} - \gamma_{d,z} \end{aligned} \quad (25)$$

که در آن x^* ، y^* و z^* و \dot{x}^* ، \dot{y}^* و \dot{z}^* به‌ترتیب موقعیت و سرعت نسبی ماهواره‌ی صلب، x_T ، y_T و z_T موقعیت مطلق هدف در مدار زمین‌آهنگ، $F_{C,x}$ ، $F_{C,y}$ و $F_{C,z}$ نیروهای کنترلی و $\gamma_{d,x}$ ، $\gamma_{d,y}$ و $\gamma_{d,z}$ مؤلفه‌های اغتشاشی وارد به ماهواره در راستاهای X_I ، Y_I و Z_I می‌باشند. همچنین ترم‌های ω_x ، ω_y و ω_z و $\dot{\omega}_x$ ، $\dot{\omega}_y$ و $\dot{\omega}_z$ به‌ترتیب، مؤلفه‌های سرعت‌ها و شتاب‌های زاویه‌ای دستگاه بدنی ماهواره نسبت به دستگاه مرجع مداری می‌باشند.

بحث دیگری که در زمینه‌ی کوپلینگ معادلات مداری و وضعی ماهواره مطرح است، اعمال اثر موقعیت بر معادلات وضعی آن می‌باشد. همان‌طور که در بخش 2-2 بیان شد، موقعیت ماهواره در تعیین وضعیت دستگاه مرجع مداری و به تبع آن، در تعیین وضعیت دستگاه بدنی ماهواره نسبت به دستگاه مرجع مداری به‌طور مستقیم تأثیرگذار می‌باشد. با این وجود به نظر می‌رسد

ZB نسبت به محورهای دستگاه مرجع مداری هستند.

بدین ترتیب گشتاور کنترلی موردنیاز جهت کنترل سه‌محوره‌ی وضعیت ماهواره براساس قانون کنترلی PD و با استفاده ازوایای اوپلر و سرعت‌های زاویه‌ای بدنی به‌شکل زیر محاسبه می‌شود [28]:

$$\begin{aligned} T_{C_x} &= K_{P_T,x} (\varphi_{com} - \varphi) + K_{D_T,x} (p_{com} - p) \\ T_{C_y} &= K_{P_T,y} (\theta_{com} - \theta) + K_{D_T,y} (q_{com} - q) \\ T_{C_z} &= K_{P_T,z} (\psi_{com} - \psi) + K_{D_T,z} (r_{com} - r) \end{aligned} \quad (29)$$

که در آن $\omega_{BR,com} = [p_{com}, q_{com}, r_{com}]^T$ سرعت‌های زاویه‌ای مطلوب ماهواره نسبت به دستگاه مرجع مداری، $\omega_{BR} = [p, q, r]^T$ سرعت‌های زاویه‌ای بدنی ماهواره نسبت به مرجع، $eul_{com} = [\varphi_{com}, \theta_{com}, \psi_{com}]^T$ زوایای اوپلر ماهواره نسبت به دستگاه مرجع مداری، $eul = [\varphi, \theta, \psi]^T$ زوایای اوپلر نسبی ماهواره و $K_{D_T} = [K_{D_T,x}, K_{D_T,y}, K_{D_T,z}]^T$ و نیز $K_{P_T} = [K_{P_T,x}, K_{P_T,y}, K_{P_T,z}]^T$ بهره‌های کنترلی کنترلر PD در تولید گشتاور می‌باشد. در این حالت نیز مقدار بهینه‌ی بهره‌های کنترلی بر اساس الگوریتم بهینه‌سازی به‌دست می‌آید.

4- الگوریتم بهینه‌سازی PSO

الگوریتم بهینه‌سازی گروهی ذرات¹ یکی از الگوریتم‌های جدید و پرکاربرد بهینه‌سازی موجود در دنیا است که براساس هوش جمعی می‌باشد. هوش جمعی نوعی هوش مصنوعی است که براساس رفتار گروهی سیستم‌های نامتمرکز و خودسازمان‌یافته شکل می‌گیرد. این نوع هوش به‌طور معمول از تأثیر متقابل و محلی اعضای یک گروه بر یکدیگر و نیز بر محیط پیرامون حاصل می‌شود. این الگوریتم با گروهی از ذرات شروع به حل مسئله می‌کند و هر یک از ذرات در هر بار تکرار با تعقیب دو مقدار "بهترین"، وضعیت خود را به‌روز می‌کند. اولین بهترین، بهترین راه‌حلی است که خود ذره تاکنون به دست آورده است که آن را P_{best}^2 می‌نامیم. بهترین دیگر، بهترین راه‌حلی است که تاکنون در فضای حل مسئله و در میان همه‌ی ذرات یافت شده است. از آن‌جا که این مقدار جنبه‌ی عمومی دارد، آن را G_{best}^3 می‌نامیم. حرکت هر ذره در این الگو در دو جهت صورت می‌گیرد. یکی حرکت به سوی بهترین موقعیتی که ذره تاکنون داشته است و دیگری به سمت بهترین موقعیتی که بهترین ذره در همسایگی داشته است. در حقیقت هر ذره به سمت یک میانگین وزنی از این دو جهت حرکت می‌کند [31].

فرض کنید می‌خواهیم مسئله‌را در یک فضای D بعدی با استفاده از روش PSO استاندارد حل کنیم. مکان و سرعت ذره i ام به‌صورت بردارهای D بعدی $v_i = [v_{i1}, v_{i2}, \dots, v_{iD}]^T$ و $x_i = [x_{i1}, x_{i2}, \dots, x_{iD}]^T$ می‌باشند. همچنین P_{best} یا بهترین موقعیتی که ذره‌ی i ام تاکنون داشته است، به صورت $p_i = [p_{i1}, p_{i2}, \dots, p_i]^T$ نشان داده می‌شود. مؤلفه‌های سرعت و مکان ذرات براساس معادلات زیر به‌دست خواهند آمد [32]:

$$v_{i,d}^{n+1} = c_0 [w v_{i,d}^n + c_1 r_1^n (p_{i,d}^n - x_{i,d}^n) + c_2 r_2^n (p_{g,d}^n - x_{i,d}^n)] \quad (30)$$

$$x_{i,d}^{n+1} = x_{i,d}^n + v_{i,d}^{n+1} \quad (31)$$

در روابط فوق اندیس g معرف ذره‌ای است که تاکنون در میان همه‌ی

جدول 1 ثابت‌های عددی الگوریتم PSO

N	n_{max}	c_0	c_1	c_2
500	50	1	2	2

¹ Particle Swarm Optimization

² Personal Best

³ Global Best

ذرات بهترین موقعیت را ملاقات کرده است، بالانویس n نیز بیان‌گر تکرارها، N تعداد ذرات، $d=1, 2, \dots, D$ و $i=1, 2, \dots, N$ و ضرایب r_1 و r_2 اعدادی تصادفی در بازه‌ی (0,1) می‌باشند. نقش r_1 و r_2 در الگوریتم این است که به ذرات اجازه می‌دهد با گام‌های گوناگون بین P_{best} و G_{best} حرکت کنند و به نوعی به حفظ تنوع پاسخ‌ها کمک می‌کنند. هرچه این اعداد به صفر نزدیک‌تر باشند، تنوع و گوناگونی و حرکت در جهت‌های مختلف کمتر و هرچه به یک نزدیک‌تر باشند، تنوع بیشتر است.

مقادیر c_0 ، c_1 و c_2 ضرایبی ثابت و مثبت هستند که ضرایب شتاب نام دارند. این ضرایب معمولاً در بازه (0,2) انتخاب می‌شوند. ضرایب شتاب نزدیک به صفر، سبب جستجوی بهتر در یک ناحیه می‌شوند، در حالی که ضرایب شتاب نزدیک به یک سبب اکتشاف کمتر و همگرایی سریع‌تر الگوریتم می‌شوند. ضرایب بزرگ‌تر از یک و کوچک‌تر دو سبب جستجو در فضای بزرگ‌تر شده ولی سرعت همگرایی را کاهش می‌دهند و ضرایب شتاب بزرگ‌تر از دو باعث خارج شدن ذرات از فضای مسئله می‌شوند و در نتیجه ناپایداری الگوریتم را در پی خواهند داشت.

اینرسی وزنی (w)، پارامتری است که بر رفتار همگرایی PSO تأثیر می‌گذارد. این پارامتر، میزان تأثیر سرعت‌های پیشین بر سرعت‌های کنونی را تنظیم می‌کند و در نتیجه بر قابلیت جستجو و یافتن جواب مناسب در کل فضای مسئله تأثیرگذار است. میزان صفر برای اینرسی وزنی به این معنی است که سرعت‌های پیشین ذرات هیچ تأثیری بر سرعت‌های فعلی ندارند و سرعت‌های کنونی، تنها با توجه به مکان فعلی آن‌ها، P_{best} و G_{best} ، تعیین می‌شوند. از سوی دیگر، مقادیر بزرگ اینرسی وزنی، باعث تأثیر زیاد سرعت‌های پیشین بر سرعت‌های کنونی شده و منجر به کاهش سرعت همگرایی می‌شوند. بدیهی است که با گذشت زمان، ذرات به سوی نقاط بهینه حرکت می‌کنند و در نتیجه نیاز به جستجو در فضای وسیع کاهش می‌یابد و بهتر است ذرات در حوالی جواب‌های یافته‌شده به جستجوی خود ادامه دهند. در نتیجه مقادیر کوچک‌تر برای اینرسی وزنی مناسب‌تر است [31]. به‌منظور تنظیم اینرسی وزنی، متناسب با سرعت همگرایی می‌توان از معادله‌ی زیر استفاده کرد [32]:

$$w = \frac{N - n}{N} \quad (32)$$

ضرایب عددی مورد استفاده الگوریتم PSO در جدول 1 بیان شده است.

5- بررسی نتایج

به‌منظور تبیین اثر وضعی ماهواره بر موقعیت نسبی آن، ماهواره‌ی زمین‌آهنگ نمونه را در ورود به پنجره‌ی مداری و فاز تقرب نهایی به موقعیت مدار هدفی با مشخصات ارائه شده در جدول 2، با اختلاف مداری اولیه‌ی 60 km بررسی می‌کنیم. همچنین فرض می‌کنیم ماهواره‌های دیگری داخل پنجره‌ی مداری قرار داشته باشند. مشخصات ماهواره‌ی زمین‌آهنگ نمونه در جدول 3 ارائه شده است. همچنین از آن‌جایی که هدف این پروژه طراحی آرایش پروازی

جدول 2 پارامترهای کپلری مدار هدف

a (km)	e	i (deg)	ω (deg)	Ω (deg)	θ (deg)
42164.16	0.001	0	25	60	34

جدول 3 مشخصات ماهواره‌ی زمین‌آهنگ نمونه

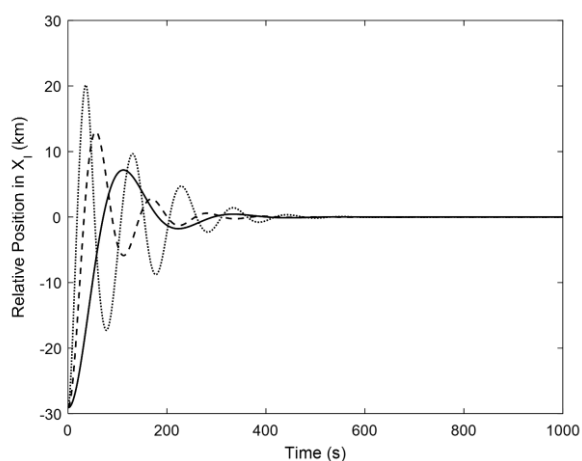
I_{xx} (kg m ²)	I_{yy} (kg m ²)	I_{zz} (kg m ²)	m (kg)
3770	730	4020	1082.578

جدول 4 شرایط وضعی اولیه

$\dot{\psi}$ (deg/s)	$\dot{\theta}$ (deg/s)	$\dot{\phi}$ (deg/s)	ψ (deg)	θ (deg)	ϕ (deg)	
0.01	0.01	0.01	0.5	0.5	0.5	وضعیت آرام
2.5	2.5	2.5	4	2.5	3	وضعیت مغشوش

موجب بروز خطای بیشتری در ردیابی موقعیت نسبی ماهواره می‌شود که این مسئله خطری جدی برای مأموریت ماهواره‌ی رهگیر و سایر ماهواره‌های موجود در پنجره‌ی مداری می‌باشد. در حالت ایده‌آل و با صرف‌نظر از اثر وضعیت بر موقعیت نسبی ماهواره، مانور انتقالی به‌صورت صفحه‌ای انجام می‌شود، در حالی که در حقیقت ماهواره در حین مانور با انحراف اندکی از صفحه‌ی مداری مواجه است. بنابراین نیاز به اعمال نیروی کنترلی در راستای Z_1 نیز وجود خواهد داشت. در اغلب پروژه‌های فضایی به‌منظور کنترل ماهواره در راستای Z_1 از مانورهای اصلاحی شمالی-جنوبی استفاده می‌شود.

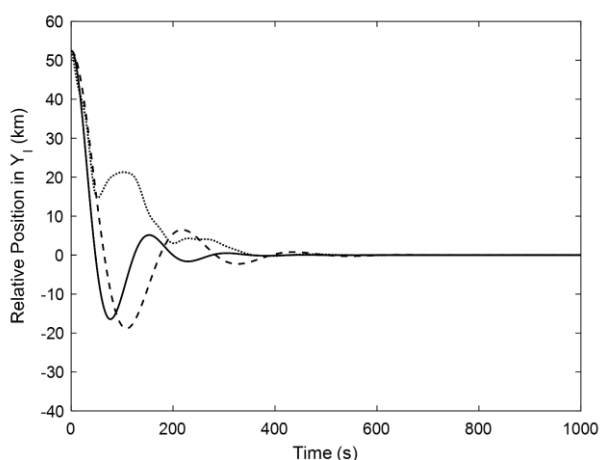
بنابراین زمانی که بناست ماهواره در یک مجموعه‌ی فضایی قرار گیرد، کنترل نسبی وضعیت ماهواره، با دقتی هر چند اندک، پیش از ورود به پنجره‌ی مداری از ملزومات مهم در تقرب به موقعیت تعیین شده در مأموریت می‌باشد. همچنین بسته به موقعیت قرارگیری ماهواره‌ها در پنجره‌ی مداری، نوع معادلات مورد استفاده در شبیه‌سازی‌ها تعیین می‌شود. بدین ترتیب که اگر تعداد ماهواره‌های موجود در یک پنجره‌ی مداری به‌گونه‌ای بود که



شکل 1 موقعیت نسبی ماهواره برای معادلات دینامیکی مستقل از وضعیت (-) و

معادلات کوپل با شرایط اولیه‌ی آرام (-) و مغشوش (:) در راستای X_1

Fig. 1 Relative Position of Satellite by Application of Decoupled (-) and Coupled Dynamics for Calm (-) and Confused (:) Initial Situations in Direction of X_1



شکل 2 موقعیت نسبی ماهواره برای معادلات دینامیکی مستقل از وضعیت (-) و

معادلات کوپل با شرایط اولیه‌ی آرام (-) و مغشوش (:) در راستای Y_1

Fig. 2 Relative Position of Satellite by Application of Decoupled (-) and Coupled Dynamics for Calm (-) and Confused (:) Initial Situations in Direction of Y_1

نبوده و بررسی موقعیت و وضعیت ماهواره‌ی نمونه در اولویت است، دینامیک سایر ماهواره‌ها در نظر گرفته نشده است. اختلاف مداری اولیه‌ی ماهواره و موقعیت هدف تنها اختلاف در ارتفاع اوج آن در نظر گرفته شده و سایر پارامترهای مداری مشابه موقعیت هدف فرض شده است. بدین ترتیب اختلاف موقعیت و سرعت نسبی ماهواره برابر است با:

$$R_{rel_0} = [-29.0645 \quad 52.4337 \quad 0]^T \text{ (km)}$$

$$V_{rel_0} = [1.9176 \quad 1.0615 \quad 0]^T \times 10^3 \text{ (km/s)}$$

به‌منظور بررسی چگونگی اثرگذاری شرایط وضعی ماهواره بر موقعیت نسبی، دو نوع شرایط وضعی اولیه‌ی آرام و مغشوش در آغاز ورود ماهواره به پنجره‌ی مداری را در نظر می‌گیریم. در شرایط وضعی آرام، وضعیت ماهواره دقت یک درجه کنترل می‌شود. این در حالی است که در شرایط وضعی مغشوش، ماهواره بدون اعمال کنترل وضعیت، با وضعیت اولیه‌ی مغشوش وارد پنجره‌ی مداری می‌شود. همچنین موقعیت و وضعیت نسبی ماهواره در هر دو حالت، در حین تقرب به موقعیت نهایی تعریف شده در مدار براساس قانون کنترلی PD کنترل می‌شوند. بهره‌های کنترلی مورد استفاده در تولید نیرو و گشتاور کنترلی مطابق الگوریتم بهینه‌سازی PSO بهینه شده‌اند. تابع هدف تعریف شده در هر دو حالت، کمینه‌سازی تلاش کنترلی و به تبع آن کاهش مصرف سوخت و افزایش عمر عملیاتی ماهواره بوده است. بهره‌های کنترلی بهینه‌ی مورد استفاده در قوانین کنترلی برای معادلات دینامیک مداری مستقل از وضعیت، معادلات دینامیک مداری کوپل شده با وضعیت و معادلات وضعی ماهواره به ترتیب در جداول 5 تا 7 ارائه شده است.

"شکل‌های 1 تا 3" موقعیت ماهواره نسبت به موقعیت هدف براساس معادلات دینامیکی مستقل از وضعیت و کوپل شده با وضعیت را برای شرایط وضعی اولیه‌ی آرام و مغشوش و در راستاهای X_1 ، Y_1 و Z_1 نشان می‌دهند. همان‌طور که در این نمودارها قابل مشاهده است، شرایط وضعی مغشوش

جدول 5 بهره‌های کنترلی بهینه برای معادلات حرکت انتقالی مستقل از وضعیت

پیش از ورود به پنجره‌ی مداری، با استفاده از تجهیزات کنترل وضعیت و با

Table 5 Optimized Control Gains for Decoupled Translational Equations

در راستای Z_1	در راستای Y_1	در راستای X_1	بهره کنترلی
5.6327	2.0000	1.0000	K_{PF}
11.4669	34.5266	27.7729	K_{DF}

جدول 6 بهره‌های کنترلی بهینه برای معادلات حرکت انتقالی کوپل شده با وضعیت

Table 6 Optimized Control Gains for Coupled Translational Equations

در راستای Z_1	در راستای Y_1	در راستای X_1	بهره کنترلی
8.8521	1.0000	3.5922	K_{PF}
16.4534	20.9254	29.9713	K_{DF}

جدول 7 بهره‌های کنترلی بهینه برای معادلات وضعی ماهواره

Table 7 Optimized Control Gains for Attitudinal Equations

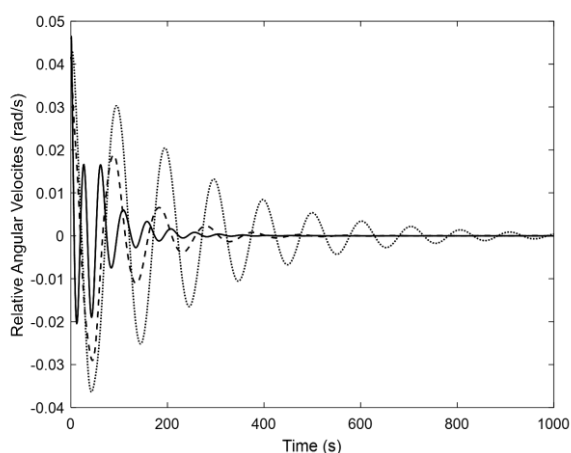
در راستای Z_1	در راستای Y_1	در راستای X_1	بهره کنترلی
15.0000	25.0000	15.0000	K_{PT}
57.5926	93.3668	69.7920	K_{DT}

ماهواره‌ها به‌صورت فشرده در پنجره قرار داشتند، لازم است اثر اغتشاشی وضعیت ماهواره بر موقعیت نسبی در معادلات دینامیکی ماهواره لحاظ شود. همچنین لازم است موقعیت اولیه ماهواره در نزدیکی پنجره مداری به‌گونه‌ای تعیین شود که مسیر حرکت ماهواره در فرآیند تقرب به موقعیت هدف با فاصله‌ای ایمن از سایر ماهواره‌های موجود در پنجره مداری باشد. بدین‌منظور ابتدا لازم است مسیر تقرب به‌دقت تعیین شود، سپس با توجه به سایر الزامات مداری موقعیت اولیه ماهواره تعیین شود.

اگرچه افزایش دقت مورد استفاده در معادلات همواره موجب تخمین هرچه بهتر شرایط ماهواره می‌شود، اما از آنجایی که حجم قابل‌پردازش توسط پردازشگر ماهواره محدود است، بالا بردن غیرضروری حجم محاسبات ممکن است موجب به‌خطر افتادن مأموریت ماهواره و کاهش قابلیت اطمینان سیستم شود. همچنین از آنجایی که مهم‌ترین عامل در مأموریت‌های فضایی و به‌ویژه مأموریت‌های مدار زمین‌آهنگ ژئو، قابلیت اطمینان سیستم می‌باشد، لازم است پردازشگر ماهواره در هر مانور با توجه به آیت‌هایی نظیر وجود

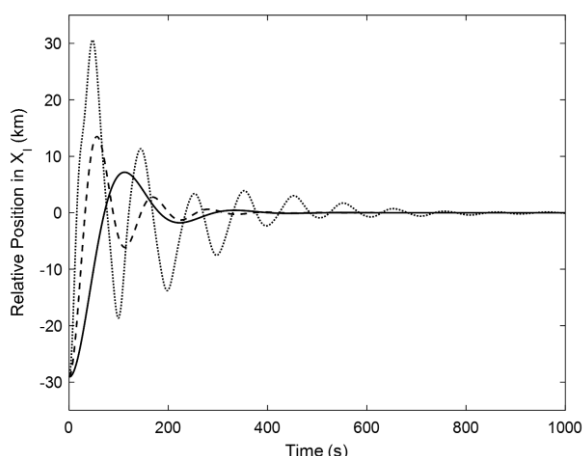
ماهواره‌های دیگر در پنجره مداری، موقعیت آن‌ها، وضعیت مطلوب ماهواره، مسیر تقرب از پیش طراحی شده، موقعیت و وضعیت فعلی ماهواره و سایر عوامل مؤثر، معادلات و الگوریتم‌های مورد استفاده در محاسبات را به‌گونه‌ای انتخاب کند که سیستم بیشترین قابلیت اطمینان و کمترین خطای ممکن را داشته باشد. نکته‌ی دیگری که از مقایسه‌ی "شکل‌های 1 تا 3" به‌دست می‌آید افزایش زمان تقرب ماهواره در شرایط اولیه‌ی مغشوش می‌باشد. از آنجایی که زمان انجام مانور از عوامل مهم در مصرف سوخت ماهواره و تعیین عمر عملیاتی ماهواره است، بنابراین می‌توان با کنترل وضعیت ماهواره پیش از مانور نه تنها خطای ردیابی موقعیت را کاهش داد، بلکه عمر عملیاتی ماهواره را نیز افزایش داد.

همچنین به‌منظور تبیین وضعیت لحظه‌ای نسبت به وضعیت مرجع مداری در حین مانور، وضعیت نسبی ماهواره در شرایط وضعی اولیه‌ی آرام و مغشوش در "شکل‌های 4 و 5" نشان داده شده است. همان‌طور که پیش‌تر هم بیان شده در هر دو حالت وضعیت ماهواره براساس قانون کنترلی PID و با



شکل 5 سرعت زاویه‌ای ماهواره نسبت به دستگاه مرجع مداری برای وضعیت اولیه‌ی مغشوش حول محورهای X_R (---)، Y_R (:) و Z_R (-)

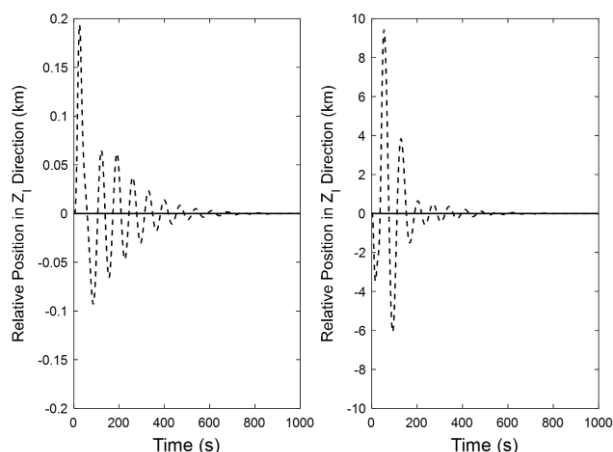
Fig. 5 Angular Velocities of Satellite Relative to the Orbital Reference Frame for Initial Confused Situation about the X_R (---), Y_R (:), and Z_R (-)



شکل 6 موقعیت نسبی ماهواره با اعمال اثر وضعی و با صرف‌نظر از آن برای وضعیت کنترل نشده با به‌کارگیری معادلات دینامیکی مستقل (-) و معادلات کوپل با شرایط اولیه‌ی آرام (---) و مغشوش (:). در راستای X_1

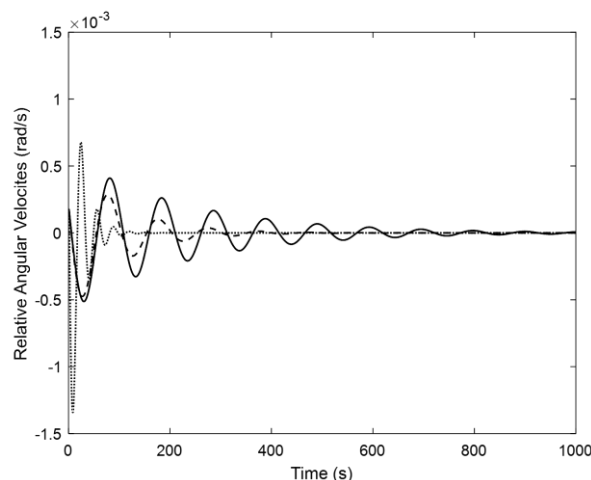
Fig. 6 Relative Position of Satellite by Application of Decoupled (-) and Coupled Dynamics for Calm (---) and Confused (:). Initial Situations in Direction of X_1 at the Uncontrolled Attitudinal Situation

شکل 3 موقعیت نسبی ماهواره برای معادلات دینامیکی مستقل از وضعیت (-) و معادلات کوپل (---) با شرایط اولیه‌ی آرام (سمت چپ) و مغشوش (سمت راست) در راستای Z_1



شکل 3 موقعیت نسبی ماهواره برای معادلات دینامیکی مستقل از وضعیت (-) و معادلات کوپل (---) با شرایط اولیه‌ی آرام (سمت چپ) و مغشوش (سمت راست) در راستای Z_1

Fig. 3 Relative Position of Satellite by Application Application of Decoupled (-) and Coupled Dynamics (---) for Calm (left hand) and Confused (right hand) Initial Situations in Direction of Z_1



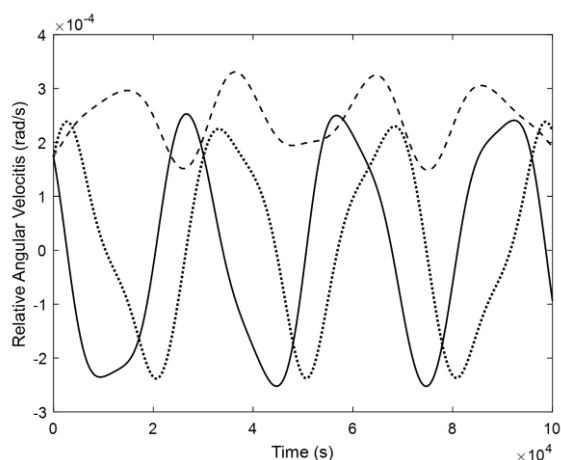
شکل 4 سرعت زاویه‌ای ماهواره نسبت به دستگاه مرجع مداری برای وضعیت اولیه‌ی آرام حول محورهای X_R (---)، Y_R (:) و Z_R (-)

Fig. 4 Angular Velocities of Satellite Relative to the Orbital Reference Frame for Initial Calm Situation about the X_R (---), Y_R (:), and Z_R (-)

قابل مشاهده می‌باشد. بدین ترتیب در صورت آرام بودن شرایط وضعی اولیه‌ی ماهواره پیش از ورود به پنجره‌ی مداری می‌توان از کنترل وضعیت ماهواره حین تقرب صرفه‌نظر کرد. اما در صورتی که شرایط وضعی اولیه‌ی ماهواره مغشوش باشد، نمی‌توان کنترل وضعیت ماهواره را به پایان مانور موکول کرد. با این وجود از آنجایی که هدف از کنترل وضعیت ماهواره تنها ممانعت از ایجاد اغتشاش در موقعیت نمی‌باشد، بهتر است شرایط وضعی ماهواره در حین مانور به‌دقت کنترل شود.

همچنین به‌منظور تبیین شرایط وضعی ماهواره، وضعیت ماهواره در طول مانور برای دو حالت وضعی آرام و مغشوش به‌ترتیب در "شکل‌های 9 و 10" نشان داده شده است. با توجه به آرام بودن نرخ تغییرات وضعی ماهواره در شرایط آرام، به‌منظور بررسی شرایط پربودیک وضعیت، وضعیت ماهواره نسبت به دستگاه مرجع مداری در بازه‌ی زمانی 105 ثانیه رسم شده است (شکل 9). همچنین در شرایط مغشوش وضعیت، با توجه به بالا بودن نوسانات، وضعیت نسبی ماهواره در یک بازه‌ی زمانی 500 ثانیه‌ای رسم شده است. وضعیت ماهواره در مابقی بازه‌های زمانی برای شرایط وضعی مغشوش، تکراری از وضعیت نشان داده شده در "شکل 10" می‌باشد. همان‌طور که با دقت در "شکل 9" مشاهده می‌شود، تغییرات سرعت‌های زاویه‌ای نسبت به زمان با اغتشاش اندکی همراه است که وجود این اغتشاش را می‌توان ناشی از اغتشاش در موقعیت و سرعت مطلق ماهواره دانست. همان‌طور که در معادلات وضعی ماهواره بیان شد، موقعیت و سرعت مطلق ماهواره در تعیین سرعت زاویه‌ای دستگاه مرجع مداری نسبت به دستگاه اینرسی و در نهایت در تعیین سرعت زاویه‌ای دستگاه بدنی ماهواره نسبت به دستگاه مرجع مداری مؤثر می‌باشد.

از مهم‌ترین ملزومات در طراحی یک مانور، نیروی کنترلی مورد نیاز و به تبع آن سوخت مصرفی در طول مانور می‌باشد. "شکل 11" اندازه‌ی نیروی کنترلی موردنیاز در فرآیند تقرب نهایی به موقعیت مداری هدف برای شرایط وضعی اولیه‌ی آرام و مغشوش نسبت به نیروی به‌دست آمده از معادلات مستقل از وضعیت را نشان می‌دهند. همچنین نیروهای کنترلی مذکور، برای وضعیت کنترل نشده در "شکل 12" نشان داده شده است. همان‌طور که در این نمودارها مشاهده می‌شود، اولاً اندرکنش شرایط وضعی و حرکت انتقالی ماهواره موجب افزایش نیروی کنترلی مورد نیاز می‌شود که صرف‌نظر از این

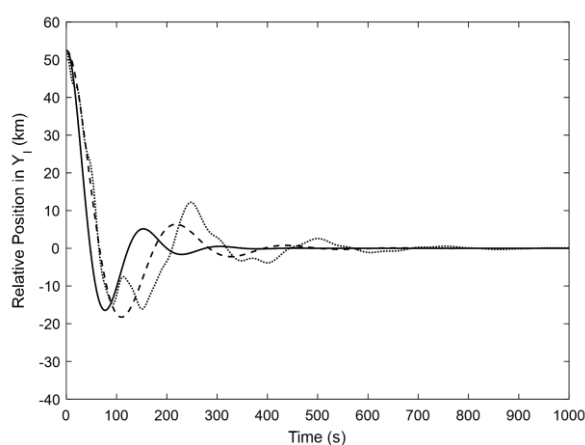


شکل 9 سرعت‌های زاویه‌ای ماهواره در شرایط وضعی آرام کنترل نشده حول

محورهای X_R (-)، Y_R (-) و Z_R (:)

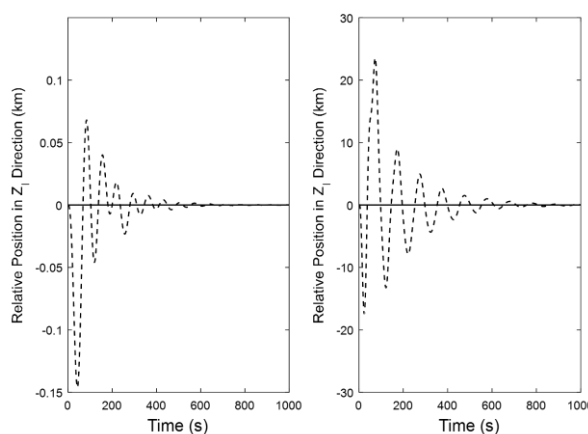
Fig. 9 Angular Velocities of Satellite about the X_R (-), Y_R (-), and Z_R (:)

استفاده از بهره‌های کنترلی بهینه‌سازی شده براساس الگوریتم بهینه‌سازی PSO که در جدول 5 ارائه شده‌اند، کنترل می‌شود. همچنین همان‌طور که در این نمودارها مشاهده می‌شود، کنترل وضعیت ماهواره در شرایط اولیه‌ی آرام با نوسانات کمتر و در زمان کوتاه‌تری نسبت به شرایط اولیه‌ی مغشوش صورت می‌گیرد. در موارد مذکور، وضعیت ماهواره در حین تقرب به موقعیت هدف کنترل می‌شود، اما چنانچه وضعیت ماهواره در حین تقرب کنترل نشود، خطای ناشی از صرفه‌نظر کردن اثر اغتشاشی وضعیت بر موقعیت نسبی، در وضعیت اولیه‌ی آرام تفاوت چندانی نسبت به حالتی که وضعیت در حال کنترل است ایجاد نمی‌کند اما در شرایط اولیه‌ی مغشوش موجب بروز خطای قابل توجهی می‌شود. این مطلب در "شکل‌های 6 تا 8" که موقعیت نسبی ماهواره نسبت به موقعیت هدف را برای معادلات دینامیک مداری مستقل از وضعیت و با اعمال اثر وضعی برای شرایط آرام و مغشوش نشان می‌دهند،



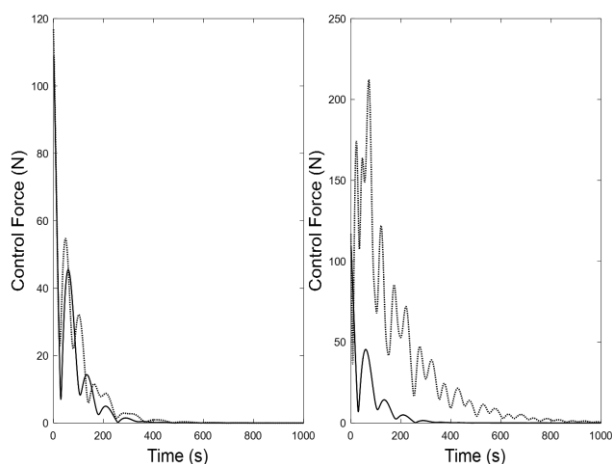
شکل 7 موقعیت نسبی ماهواره با اعمال اثر وضعی و با صرفه‌نظر از آن برای وضعیت کنترل نشده با به‌کارگیری معادلات دینامیکی مستقل (-) و معادلات کوپل با شرایط اولیه‌ی آرام (-) و مغشوش (:)

Fig. 7 Relative Position of Satellite by Application of Decoupled (-) and Coupled Dynamics for Calm (-) and Confused (:) Initial Situations in Direction of Y_1 at the Uncontrolled Attitudinal Situation



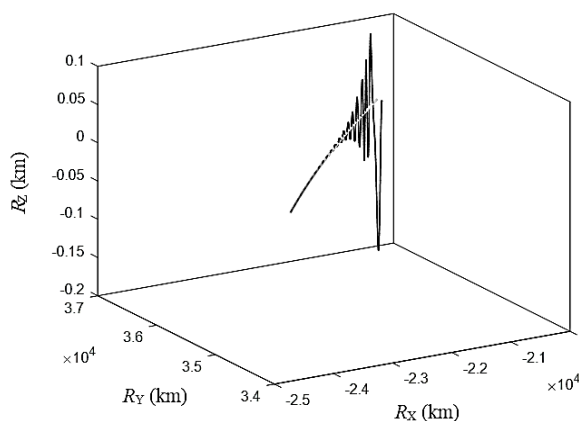
شکل 8 موقعیت نسبی ماهواره با اعمال اثر وضعی و با صرفه‌نظر از آن برای وضعیت کنترل نشده با به‌کارگیری معادلات دینامیکی مستقل (-) و معادلات کوپل (-) با شرایط اولیه‌ی آرام (سمت چپ) و مغشوش (سمت راست) در راستای Z_1

Fig. 8 Relative Position of Satellite by Application of Decoupled (-) and Coupled (-) Dynamics for Calm (left hand) and Confused (right hand) Initial Situations in Direction of Z_1 at the Uncontrolled Attitudinal Situation



شکل 12 نیروی کنترلی به‌دست آمده جهت کنترل موقعیت ماهواره از معادلات دینامیکی کوپل (:) نسبت به معادلات دینامیکی مستقل از وضعیت (-) برای شرایط وضعی کنترل نشده آرام (سمت چپ) و مغشوش (سمت راست)

Fig. 12 Control Force for Position Control of the Satellite from Coupled (:) and Decoupled (-) Dynamics for Initial Calm (left hand) and Confused (right hand) Attitudinal Situation



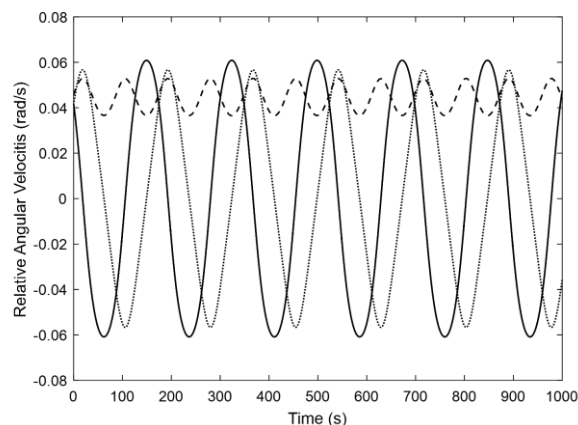
شکل 13 موقعیت ماهواره در فضا

Fig. 13 Satellite Position in Space

دست یافت. بدین ترتیب موقعیت و وضعیت اولیه‌ی ماهواره در آغاز مانور و ورود به پنجره‌ی مداری به‌دست خواهد آمد.

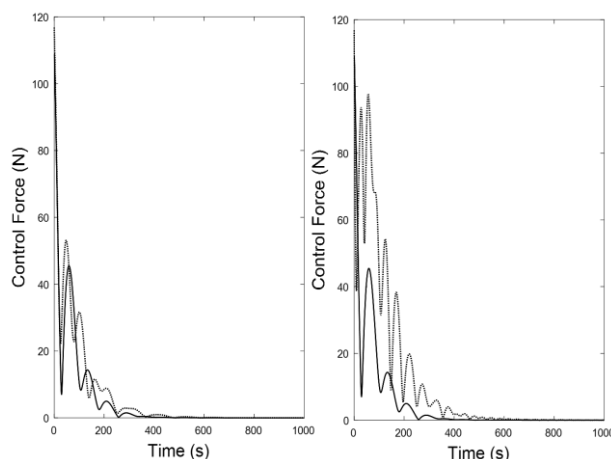
6- جمع‌بندی

در سال‌های اخیر طراحی آرایش پروازی ماهواره‌ها و سیستم‌های فضایی مبتنی بر الگوریتم‌هایی بهینه با بیشترین قابلیت اطمینان موضوع بسیاری از پژوهش‌های فضایی بوده است. با توجه محدودیت‌های مداری، کشورها تلاش می‌کنند تا بیشترین بهره‌برداری را از موقعیت‌های مداری خود داشته باشند. در این میان یکی از مهم‌ترین فواید در طراحی آرایش پروازی، طراحی الگوریتمی مناسب به‌منظور قرارگیری ماهواره‌ای جدید در موقعیت مداری از پیش تعیین شده می‌باشد. به‌منظور تدوین چنین الگوریتمی لازم است موقعیت لحظه‌ای ماهواره با حداکثر دقت قابل دست‌یابی شبیه‌سازی شود. بنابراین نیاز به استخراج معادلاتی که حداکثر دقت را داشته باشند از الزامات اولیه‌ی این طراحی می‌باشد. در این پژوهش موقعیت و وضعیت ماهواره در فرآیند تقرب به موقعیت هدف با وضعیتی مطلوب و با حداکثر دقت و بدون ساده‌سازی‌های رایج استخراج شده است. براساس این معادلات می‌توان تأثیر



شکل 10 سرعت‌های زاویه‌ای ماهواره در شرایط وضعی مغشوش کنترل نشده حول محوره‌های X_R (-), Y_R (-), و Z_R (:)

Fig. 10 Angular Velocities of Satellite about the X_R (-), Y_R (-), and Z_R (:) at the Uncontrolled Confused Attitudinal Situation



شکل 11 نیروی کنترلی به‌دست آمده جهت کنترل موقعیت ماهواره از معادلات دینامیکی کوپل (:) نسبت به معادلات دینامیکی مستقل از وضعیت (-) برای شرایط وضعی اولیه‌ی آرام (سمت چپ) و مغشوش (سمت راست)

Fig. 11 Control Force for Position Control of the Satellite from Coupled (:) and Decoupled (-) Dynamics for Initial Calm (left hand) and Confused (right hand) Attitudinal Situation

تأثیر موجب بروز خطا در تعیین نیروی کنترلی موردنیاز خواهد شد. ثانیاً در هر دو حالت، شرایط وضعی مغشوش موجب افزایش نیروی کنترلی شده است که این افزایش برای شرایط وضعی مغشوش کنترل نشده به‌مراتب بیشتر از شرایط وضعی آرام کنترل نشده می‌باشد. بنابراین ایجاد شرایط وضعی آرام پیش از آغاز مانور، از کنترل هم‌زمان وضعیت در حین مانور بسیار مهم‌تر است.

"شکل 13" موقعیت لحظه‌ای ماهواره در حین مانور در فضا را نشان می‌دهد. این ماهواره با وضعیت اولیه‌ی آرام وارد پنجره‌ی مداری می‌شود و پس از آن در طول مانور، شرایط وضعی ماهواره براساس قانون کنترلی بهینه‌ی PD کنترل می‌شود. با استفاده از مسیر حرکت ماهواره و تعیین دقیق موقعیت سایر ماهواره‌ها و حفظ فاصله‌ی مناسب از مسیر حرکت ماهواره، می‌توان الگوریتمی برای تقرب به موقعیت هدف تعریف شده در مأموریت تدوین نمود. از سوی دیگر با توجه به موقعیت ماهواره و مسیر طی شده در حین مانور، می‌توان به موقعیت و وضعیت مناسب در اطراف پنجره‌ی مداری

- formation-flying GNC system for the DARWIN interferometer, *Modeling and Systems Engineering for Astronomy*, Vol. 5497, pp. 28-38, 2004.
- [5] M. Navabi, M. Barati, Dynamics modeling of spacecraft formation flying and evaluating the models accuracy under the effects of relative distance, eccentricity and earth gravitational perturbation, *Journal of Space Science & Technology (JSST)*, Vol. 5, No. 1, pp. 51-59, 1391. (in Persian)
- [6] M. Navabi, M. Barati, H. B. Khamseh, A comparative study of dynamics models for satellite formation flying-Cartesian ordinary differential equations description, *Proceeding of Recent Advances in Space Technologies (RAST)*, 5th International Conference on, IEEE, pp. 829-832, 2011.
- [7] M. Navabi, M. Barati, H. Bonyan, Algebraic orbit elements difference description of dynamics models for satellite formation flying, *Proceeding of Recent Advances in Space Technologies (RAST)*, 6th International Conference on, IEEE, pp. 277-280, 2013.
- [8] G. Inalhan, M. Tillerson, J. P. How, Relative dynamics and control of spacecraft formations in eccentric orbits, *Journal Of Guidance, Control, and Dynamics*, Vol. 25, No. 1, pp. 48-59, 2002.
- [9] R. G. Melton, Time-explicit representation of relative motion between elliptical orbits, *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, Vol. 23, No. 4, pp. 604-610, 2000.
- [10] D. W. Gim, K. T. Alfriend, The state transition matrix of relative motion for the perturbed non-circular reference orbit, *Proceedings of the 11 th Annual AAS/AIAA Space Flight Mechanics Meeting*, Santa Barbara, pp. 913-934, 2001.
- [11] J. Marsden, W. Koon, R. Murray, J. Masdemont, J2 dynamics and formation flight, *Proceedings of AIAA Guidance, Navigation, and Control Conference*, Montreal: August, AIAA, Vol. 4090, 2001.
- [12] H. Schaub, K. T. Alfriend, J 2 invariant relative orbits for spacecraft formations, *Celestial Mechanics and Dynamical Astronomy*, Vol. 79, No. 2, pp. 77-95, 2001.
- [13] K. T. Alfriend, H. Schaub, Dynamic and control of spacecraft formations: challenges and some solutions, *Journal of Astronautical Sciences*, Vol. 48, No. 2, pp. 249-267, 2000.
- [14] T. Carter, M. Humi, Clohessy-Wiltshire equations modified to include quadratic drag, *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, Vol. 25, No. 6, pp. 1058-1063, 2002.
- [15] D. J. Scheeres, F. Y. Hsia, N. Vinh, Stabilizing motion relative to an unstable orbit: applications to spacecraft formation flight, *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, Vol. 26, No. 1, pp. 62-73, 2003.
- [16] S. G. Kim, J. L. Crassidis, Y. Cheng, A. M. Fosbury, J. L. Junkins, Kalman filtering for relative spacecraft attitude and position estimation, *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, Vol. 30, No. 1, pp. 133-143, 2007.
- [17] W. Clohessy, Terminal guidance system for satellite rendezvous, *Journal of the Aerospace Sciences*, Vol. 27, No. 9, pp. 653-658, 2012.
- [18] T. Carter, M. Humi, Fuel-optimal rendezvous near a point in general Keplerian orbit, *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, Vol. 10, No. 6, pp. 567-573, 1987.
- [19] N. J. Kasdin, P. Gurfil, E. Kolemen, Canonical modelling of relative spacecraft motion via epicyclic orbital elements, *Celestial Mechanics and Dynamical Astronomy*, Vol. 92, No. 4, pp. 337-370, 2005.
- [20] H. Pan, V. Kapila, Adaptive nonlinear control for spacecraft formation flying with coupled translational and attitude dynamics, *Proceedings of the 40th IEEE Conference on Decision and Control*, IEEE, Florida, USA, pp. 2057-2062, 2001.
- [21] S. R. Ploen, F. Y. Hadaegh, D. P. Scharf, Rigid body equations of motion for modeling and control of spacecraft formations. Part 1: Absolute equations of motion, *Proceeding of, IEEE*, pp. 3646-3653.
- [22] S. Segal, P. Gurfil, Effect of kinematic rotation-translation coupling on relative spacecraft translational dynamics, *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, Vol. 32, No. 3, pp. 1045-1050, 2009.
- [23] M. Navabi, M. R. Akhloumadi, Nonlinear optimal control of orbital rendezvous problem for circular and elliptical target orbit, *Modares Mechanical Engineering (MME)*, Vol. 15, No. 12, pp. 132-142, 1394. (in Persian)
- [24] M. Navabi, M. R. Akhloumadi, Nonlinear optimal control of space docking and rendezvous problem, *Journal of Space Science & Technology (JSST)*, Vol. 8, No. 3, pp. 27-40, 1394. (in Persian)
- [25] P. Fortescue, G. Swinerd, J. Stark, *Spacecraft Systems Engineering*, Third Edition, pp. 49-62, England: John Wiley & Sons Ltd., 2005.
- [26] M. Beglari, *Control of Geostationary Satellite in the Approach Phase of the GEO Orbit*, Ms Thesis, Department of Aerospace Engineering, University of Tehran, 1395. (in Persian)
- [27] B. N. Agrawal, *Design of geosynchronous spacecraft*, Second Edition, pp. 106-115, United States of America: International Telecommunications Satellite Organization, 1986.
- [28] M. J. Sidi, *Spacecraft Dynamics and Control: A Practical Engineering Approach*, Second Edition, pp. 22-111: Cambridge university press, 1997.
- [29] W. Fehse, *Automated Rendezvous and Docking of Spacecraft*, Third Edition, pp. 424-428, New York: Cambridge university press, 2003.
- [30] P. H. Zipfel, *Modeling and Simulation of Aerospace Vehicle Dynamics*, Second Edition, pp. 165-197, Reston, Virginia: American Institute of Aeronautics and Astronautics, Inc., 2000.
- [31] A. G. Sahebi, *Guidance Algorithm Development and 6DOF Control in Final Rendezvous Phase with Uncooperative Target*, Ms Thesis, Department of

متقابل موقعیت و وضعیت ماهواره بر یکدیگر را در مانورها و شرایط گوناگون بررسی کرد.

در این مقاله به طور ویژه کیفیت اثرگذاری وضعیت بر موقعیت نسبی در فرآیند تقرب از موقعیتی در نزدیکی پنجره مداری تا موقعیت هدف بررسی شده است. با توجه به نتایج ارائه شده، لازم است وضعیت ماهواره پیش از ورود به پنجره مداری با دقتی هر چند اندک به طور نسبی کنترل و ماهواره با شرایط نسبتاً آرامی وارد مانور شود. بدین ترتیب موقعیت ماهواره در فرآیند تقرب به موقعیت هدف خطای اندکی نسبت به موقعیت به دست آمده از معادلات مستقل از وضعیت خواهد داشت. بنابراین در چنین شرایطی می توان موقعیت ماهواره را براساس معادلات مستقل از وضعیت تعیین نمود.

مسیر تقرب ماهواره به موقعیت تعیین شده در مأموریت باید به گونه ای باشد که با سایر ماهواره های موجود در پنجره مداری فاصله ای مناسبی داشته باشد تا تهدیدی برای مأموریت هیچ یک از اجزاء این ناوگان فضایی ایجاد نکند. بدین ترتیب نوع معادلات مورد استفاده در مدلسازی فرآیند تقرب ماهواره به موقعیت هدف، براساس شرایط حاکم در پنجره مداری، اعم از وضعیت اولیه ماهواره، وجود ماهواره های دیگر، تراکم ناوگان فضایی، موقعیت سایر فضاپیماها نسبت به ماهواره ی مورد بررسی و سایر عوامل تأثیرگذار تعیین می شود.

ابتدا مسیر تقرب ماهواره به موقعیت هدف با به کارگیری معادلات کوپل و با حداکثر دقت قابل دست یابی شبیه سازی می شود. در صورت تراکم ماهواره ها در پنجره مداری و به خطر افتادن مأموریت هر یک از فضاپیماها، استفاده از معادلات موقعیت نسبی کوپل شده با معادلات وضعیت الزامی است. اما در صورتی که ماهواره فضای عملیاتی مناسب برای انجام مانورهای موردنظر داشته باشد و خطای ناشی از صرف نظر کردن از اندرکنش معادلات حرکت انتقالی و وضعی ماهواره تهدیدی برای مأموریت هیچ یک از فضاپیماها ایجاد نکند، پردازشگر ماهواره می تواند از معادلات انتقالی مستقل از وضعیت استفاده کند. موقعیت نسبی فضاپیماهای موجود در پنجره مداری نسبت به ماهواره ی مورد بررسی تعیین کننده ی دقت موردنیاز در شبیه سازی های دینامیکی می باشد.

موقعیت و وضعیت ماهواره در حین فرآیند براساس قانون کنترلی بهینه ی PD کنترل شده است. همچنین با توجه به جامعیت معادلات و عدم اعمال ساده سازی ها و خطی سازی های مرسوم، معادلات به دست آمده، قابلیت استفاده در مانورها و مأموریت های گوناگون فضایی از جمله ملاقات های فضایی را دارا می باشند. اگر چه به منظور بررسی دقیق تر اثر وضعی ماهواره بر موقعیت نسبی آن هیچ گونه اغتشاشی در شبیه سازی ها صورت نگرفته، اما در استخراج معادلات اصلی ترم های اغتشاشی نیز در نظر گرفته شده است که با اعمال اغتشاشات مؤثر بر ماهواره، می توان به طراحی دقیق تر آرایش پروازی ماهواره و سایر ماهواره های موجود در ناوگان فضایی پرداخت.

7- مراجع

- [1] G. Krieger, A. Moreira, H. Fiedler, I. Hajnsek, M. Werner, M. Younis, M. Zink, TanDEM-X: A satellite formation for high-resolution SAR interferometry, *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, Vol. 45, No. 11, pp. 3317-3341, 2007.
- [2] W. Fowler, S. Bettadpur, B. Tapley, Mission planning for the twin GRACE satellites, *Proceeding of AAS/AIAA Space Flight Mechanics Meeting*, Paper AAS 00-164, Clearwater, Florida, 2000.
- [3] C. Dunn, W. Bertiger, G. Franklin, I. Harris, G. Krusinga, T. Meehan, S. Nandi, D. Nguyen, T. Rogstad, J. B. Thomas, The instrument on NASA's GRACE mission: augmentation of GPS to achieve unprecedented gravity field measurements, 2002.
- [4] C. Beugnon, B. Calvel, S. Boulade, F. Ankersen, Design & modelling of the

[32] R. L. Haupt, S. E. Haupt, *Practical Genetic Algorithms*, Second Edition, pp. 187-195, New Jersey: John Wiley & Sons, Inc. Publication, 2004.

Aerospace Engineering, Sharif University of Technology, 1389. (in Persian فارسی)