مجله مهندسی مکانیک مدرس، آبان 1395، دوره 16، شماره 8، ص‌ص 1-12

ماهنامه علمی پژوهشی

مهندسی مکانیک مدرس

mme.modares.ac.ir

طراحی کنترل‌کننده و تخمین‌گر معادله ریکاتی وابسته به حالت برای بازوهای مکانیکی با مفاصل انعطاف‌پذیر در حضور نویز و اغتشاش

محرم حبیب نژاد کورایم[1*]، نعیم یوسفی لادمخی[2]، سعید رفیعی نکو[3]

1- استاد، دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه علم و صنعت ایران، تهران
2- دانش‌آموخته کارشناسی ارشد، دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه علم و صنعت ایران، تهران
3- دانش‌آموخته دکتری، دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه علم و صنعت ایران، تهران
* تهران، صندوق پستی 16846-13114، hkorayem@iust.ac.ir

اطلاعات مقاله

مقاله پژوهشی کامل
دریافت: 05 اسفند 1394
پذیرش: 30 اردیبهشت 1395
ارائه در سایت: 24 مرداد 1395

کلید واژگان:
معادله ریکاتی وابسته به حالت
کنترل‌کننده
رویت‌گر و تخمین‌گر
مفاصل انعطاف پذیر
نویز و اغتشاش

چکیده

در طراحی کنترل، اطلاعات کامل بازخورد اغلب ضروری است. در بازوهای مکانیکی با مفاصل انعطاف‌پذیر، اندازه‌گیری تغییرات زوایای بازوها میسر است، ولی اندازه‌گیری تغییرات عملگرها به‌سادگی قابل اندازه‌گیری نیست. از طرفی اندازه‌گیری متغیرهای حالت همواره دارای نویز سیگنالی است و فضای کاری بازوهای مکانیکی مخلوطی از اغتشاشات هست. بنابراین وجود یک رویت‌گر و تخمین‌گر غیرخطی مطلوب، برای بهبود عملکرد سیستم دینامیکی موردنظر، امری ضروری است. روش معادله ریکاتی وابسته به حالت یکی از بهترین روش‌های کنترل بهینه غیرخطی می‌باشد. سیستماتیک بودن این روش، فرمول‌بندی و انجام محاسبات را ساده کرده و کنترل طیف وسیعی از سیستم‌های دینامیک غیرخطی(به‌شرط پایدار پذیر بودن) را در بر می‌گیرد که از مزایای این روش محسوب می‌شود. در بیشتر روش‌های کنترل غیرخطی از تکنیک‌های خطی‌سازی مدل استفاده می‌شود اما در این روش فضای‌حالت مستقیم به‌صورت غیرخطی مورد استفاده قرار می‌گیرد که یکی از علل دقت و انعطاف‌پذیری در طراحی نسبت به سایر روش‌ها می‌باشد. هدف این مقاله، طراحی کنترل‌کننده و تخمین‌گر مبتنی بر روش معادله ریکاتی وابسته به حالت است که باوجود اغتشاشات، نویز سیستم‌های اندازه‌گیری و محدودیت‌های سیستم (عملگر و حس‌گرها)، تا حد امکان متغیرهای خروجی سیستم به مقدار طراحی (مطلوب) نزدیک شده و رفتار سیستم به رفتار حقیقی ربات نزدیک‌تر می‌شود. در این پژوهش ابتدا فرمولاسیون کنترل‌کننده و رویت‌گر بیان گردیده است، سپس این روند برای بازوی سه درجه آزادی با مفاصل انعطاف‌پذیر طراحی و شبیه‌سازی شده است. در ادامه فرایند طراحی به‌صورت تجربی برای ربات آزمایشگاهی اسکات پیاده‌سازی شده و نتایج صحه‌گذاری به‌دست آمده است. در پایان نیز روش پیشنهادی مقاله با روش کنترل غیرخطی بهینه مد لغزشی مقایسه شده است.

The SDRE controller and estimator design for flexible joint manipulators in presence of noise and disturbance

Moharram Habibnejad Korayem*, Naeim Yousefi Lademakhi, Saeed Rafee Nekoo

School of Mechanical Engineering, Iran University of Science and Technology (IUST), Tehran, Iran
* P.O.B. 1684613114 Tehran, hkorayem@iust.ac.ir

ARTICLE INFORMATION

Original Research Paper
Received 24 February 2016
Accepted 19 May 2016
Available Online 14 August 2016

Keywords:
State-Dependent Riccati equation
Controller
Observer and Estimator
Flexible Joint Manipulator
Noise and Disturbance

ABSTRACT

Full feedback data is mostly essential in control design. Measurement of the variation of flexible joint robot (FJR) actuators is not as easy as the measurement of the changes of FJR links' angles. The measurement of the states is also affected by noise, and the disturbance in the workspace of the robot is not ignorable. Hence a state observer or a nonlinear estimator is necessary to improve the performance of the dynamical system. The state-dependent Riccati equation (SDRE) is one of the most promising nonlinear optimal control methods and estimators. Systematic procedure, simple structure, and incorporating a wide range of systems (under observability condition) are some advantages of SDRE method. The majority of nonlinear techniques linearize the model, but the SDRE directly uses the nonlinear state space; it is one of the reasons for its precision and flexibility in design with respect to other methods. The goal of this work is to merge the SDRE controller and estimator simultaneously to reduce the state error of the system in presence of external disturbance and measurement noise. So, first, the controller and the observer formulation haves been stated. Then, the procedure has been applied to design and simulate a 3 DOF robot arm with flexible joints. Next, the process has been tested experimentally using Scout robot and the simulation results have been verified. Finally, the proposed method of this paper has been compared with the optimal sliding mode controller. The results showed that the behavior of the system is more similar to the real behavior of the robot.

1-مقدمه

1-1- ایده‌پردازی

یکی از مهم‌ترین عواملی که موجب توسعه کاربرد ربات‌ها در صنایع مختلف شده است در نظر گرفتن انعطاف‌پذیری در اعضای ربات از جمله عضوها،

Please cite this article using:

برای ارجاع به این مقاله از عبارت ذیل استفاده نمایید:

M. Habibnejad Korayem, N. Yousefi Lademakhi, S. Rafee Nekoo, The SDRE controller and estimator design for flexible joint manipulators in presence of noise and disturbance, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 16, No. 8, pp. 1-12, 2016 (in Persian)

[DOR: 20.1001.1.10275940.1395.16.8.21.8]

مفاصل و اجزای محرک می‌باشد. این عوامل یکی از فاکتورهای مهم در دقت حرکت ربات با سرعت بالا و یا حمل بار بیشتر می‌باشد ولی اگر نتوان آن را به طور مناسب کنترل نمود موجب محدودیت‌هایی در رفتار ربات می‌گردد. در این مقاله فرض شده است که عضوها صلب بوده و مفاصل به‌صورت انعطاف‌پذیر در سیستم دینامیکی بکار گرفته شده است. اولین راه‌حل برای کنترل انعطاف‌پذیری مفاصل[1]، ایجاد تغییرات در طراحی مکانیکی اجزای سیستم است. به‌عنوان مثال افزایش سختی چرخ‌دنده‌ها (از جنس سرامیک)، ولیکن استفاده از این روش محدود و هزینه بردار است، از طرفی بازوهای مکانیکی ساخته‌شده را نیز بهبود نمی‌بخشد. راه دیگر در نظر گرفتن انعطاف‌پذیری در مدل‌سازی و به‌دست آوردن فرمولاسیون جدید برای معادلات دینامیکی حاکم بر سیستم است. نیروی محرک‌ها توسط چرخ‌دنده، تسمه یا محور به عضوها منتقل می‌گردد، به همین علت الاستیک بودن اعضا باعث تغییر شکل نسبی و کشش پیچشی بین زاویه عضو و زاویه طرف محرک می‌گردد که با در نظر گرفتن آن در معادلات می‌توان به مدل واقعی‌تری از سیستم دست یافت.

در کنترل بازوهای با مفاصل انعطاف‌پذیر اندازه‌گیری تغییرات زوایای بازوها از طریق پتانسیومتر[2] میسر است، ولی زوایای موتورها به‌سادگی قابل اندازه‌گیری نیست. یک روش برای محاسبه زوایای موتور قرار دادن تجهیزات اضافی اندازه‌گیری پشت موتور است (در صورتی که موتور در دو طرف دارای محور باشد). اما این روش اندازه‌گیری همیشه امکان‌پذیر نبوده زیرا ممکن است امکان نصب سیستم اندازه‌گیری وجود نداشته باشد از طرفی ممکن است یک سمت محور موتور دارای مفاصل انعطاف‌پذیر باشد به همین دلیل اندازه‌گیری در سمت دیگر بی‌نتیجه خواهد بود. مشکل دیگر این روش وجود خطا و ترکیب شدن نویز دستگاه اندازه‌گیری در معادلات سیستم است. در ضمن مسئله اقتصادی نیز در طراحی حائز اهمیت است. بنابراین با در نظر گرفتن شرایط موجود استفاده از یک رویتگر[3] حالت مطلوب جهت تخمین متغیرهای موردنظر در سیستم می‌تواند مفید باشد. علاوه بر کنترل ربات، مسئله اندازه‌گیری متغیرهای حالت سیستم[4] نیز داری اهمیت است. معمولا در عموم طراحی‌های متداول فرض بر آن است که کلیه متغیرهای حالت در دسترس می‌باشند. درصورتی‌که در عمل، برای اندازه‌گیری هر یک از آن‌ها لازم است یک حس‌گر تعبیه نمود که اغلب امکان آن وجود ندارد و علاوه بر داشتن دقت پایین، مستلزم هزینه زیادی است. برای مرتفع کردن این مشکلات می‌توان متغیرهای حالت را از روی خروجی‌های سیستم به شرطی که سیستم رویت پذیر باشد، تخمین زد. عملیات رویت و تخمین توسط سیستم دینامیکی به‌نام "رویت‌گر و تخمین‌گر حالت "صورت می‌پذیرد. در این پژوهش از روش معادله ریکاتی وابسته به حالت که یکی از بهترین روش‌های کنترل بهینه غیرخطی است در طراحی کنترل‌کننده و تخمین‌گر استفاده شده است که باوجود اغتشاشات[5]، نویز[6] سیستم‌های اندازه‌گیری و محدودیت‌های سیستم (عملگر و حس‌گرها) تا حد امکان متغیرهای خروجی سیستم به مقدار طراحی(مطلوب) نزدیک شده و سیستم به خوبی کنترل شده است. فرایند شبیه‌سازی روش مذکور در نرم‌افزار متلب برای بازوی سه درجه آزادی با مفاصل انعطاف‌پذیر به کار گرفته شده و نتایج به‌دست‌آمده با حالت تجربی ربات آزمایشگاهی اسکات مقایسه گردیده است. علاوه بر آن مقایسه‌ای بین روش پیشنهادی با روش کنترل بهینه مدلغزشی[7] صورت گرفته است و اثربخشی آن ذکر گردیده است.

2-1- پیشگامان و مروری بر فعالیت‌های پیشین

در اواسط دهه 1960 با روی کار آمدن کامپیوترها فصل نوینی به روی مهندسی کنترل گشوده شد، روش‌های کنترل بهینه سیستم‌های غیرخطی به‌طور چشمگیری رشد کردند و شیوه‌های جدیدی معرفی شدند. این امر باعث توسعه سریع تئوری‌های کنترل غیرخطی در مسائل دینامیکی دنیای واقعی، به‌خصوص در صنایع هوافضا، دریایی، دفاعی و رباتیک شد. در ابتدا با توجه به ویژگی‌های LQR، تلاش شد تا این روش برای سیستم‌های کاملا غیرخطی تعمیم داده شود. افراد مختلفی در زمینه حل مسئله تنظیم‌کننده غیرخطی درجه دو[8] تلاش کردند [2،1]. سرانجام تحقیقات کلوتیه و همکاران نتیجه داد، آن‌ها روشی را توسعه دادند که در آن معادلات ریکاتی تابعی از حالت‌هاست، این روش رهیافت معادله ریکاتی وابسته به حالت نامیده شد [3]. در این روش ابتدا سیستم به یک ساختار خطی (نایکتا) که ماتریس‌هایی با ضریب وابسته به حالت[9] دارد، برده و سپس معادله ریکاتی جبری وابسته به حالت حل می‌شود. کلوتیه و همکاران نشان دادند که طرحواره بازخوردی SDRE برای مسئله‌ی کنترل بهینه غیرخطی زمان نامحدود[10] در حالت چندمتغیره به‌طور موضعی و مجانبی پایدار، برای حالت اسکالر بهینه است. ضمن اینکه این روش، نسبت به تغییرات پارامترها مقاوم است.

ژین و همکاران از رهیافت SDRE برای یافتن حل بازخوردی به‌طور مجانبی پایدار مسئله کنترل منیپولاتور دو مفصلی استفاده کردند [4]. سیمن بررسی کاملی به همراه توضیح جزییات روش SDRE شامل ساختار آن، قضایای پایداری، بهینگی و پارامتریزه کردن وابسته به حالت ارائه کرده است [5]. کلاتیر به بیان قابلیت‌ها و مزایای روش ریکاتی پرداخته است که از جمله این موارد: تأثیر مستقیم روی کنترل و متغیرهای حالت سیستم با ماتریس‌های R ،Q در معیار عملکرد، سیستماتیک بودن و سادگی روش، در نظر گرفتن جملات غیرخطی و درجات آزادی اضافی سیستم در هنگام طراحی می‌باشد [6]. بنکس و همکارانش نحوه استخراج معادله ریکاتی از کنترل بهینه، حل عددی آن به روش تقریب سری تیلور، جزئیات روش، مبحث پایداری و قضایای مربوط را همراه با چند مثال بیان کرده‌اند [7]. بسیاری از دستاوردهای اولیه راجع به کنترل بازوهای ربات بر مدل‌هایی با ساختار کاملا صلب متمرکز بود اما پژوهش‌های تجربی نشان داد که اگر انعطاف‌پذیری مفاصل در بسیاری از ربات‌ها کنترل نشود، افزایش کارآیی ربات‌ها بسیار محدود خواهد شد [9،8]. شروع کار روی مفاصل انعطاف‌پذیر بازوهای مکانیکی به اوایل دهه هشتاد میلادی بر می‌گردد که بررسی‌ها به لزوم در نظر گرفتن انعطاف‌پذیری، مدل‌سازی این‌گونه مفاصل و بررسی کنترل‌پذیری آن‌ها و طراحی کنترل‌گرهای ساده منجر شده است. رامیرز و اسپانگ ازجمله کسانی بودند که به طراحی کنترل‌کننده مبتنی بر مدل‌های واقعی‌تری که در آن‌ها انعطاف‌پذیری مفاصل در نظر گرفته‌شده بود، پرداختند [9]. در سال‌های اخیر نیکوبین از روش کنترل بهینه حلقه باز برای کنترل ربات با مفاصل انعطاف‌پذیر در حرکت نقطه‌به‌نقطه و همچنین به‌دست آوردن میزان ظرفیت حمل بار بیشینه استفاده کرده است [11،10]. از روش‌های کنترل غیرخطی بهینه در کاربردهای گوناگون از جمله کنترل پرواز در حضور خطا نیز استفاده شده

[1] Flexible joint
[2] Potentiometer
[3] Observer
[4] System state variables
[5] Disturbance
[6] Noise

[7] Optimal sliding mode control (OSMC)
[8] Nonlinear quadratic regulation (NQR)
[9] State dependent coefficients (SDC)
[10] Infinite time

[DOR: 20.1001.1.10275940.1395.16.8.21.8]

است [12]. به تازگی کورایم و همکارانش از روش های کنترل غیرخطی بهینه از جمله SDRE, OSMC برای کنترل بازوهای مکانیکی صلب و بازوهای با مفاصل انعطاف‌پذیر با فرض معلوم بودن پارامترها و متغیرها استفاده کرده‌اند [15-13]. از آنجا که داشتن اطلاعات دقیق از متغیرهای حالت سیستم برای الگوریتم‌های کنترلی مختلف بسیار بااهمیت است و با توجه به اینکه حس‌گرهای موقعیت (انکودرها) معمول در ربات‌ها دارای نویزند و نیز سرعت سنج‌ها نیز گران و کم‌دقت‌اند، استفاده از رویت‌گر حالت جهت برآورد متغیرهای حالت سرعت مفید خواهد بود.

نخستین بار در سال 1964 لوئنبرگر رویت‌گر را برای یک سیستم خطی معرفی کرد [16]. پس از معرفی اصطلاح رویت‌گر، رویت‌گرهای زیادی معرفی‌شده‌اند که در ابتدا رویت‌گرهای سیستم‌های تعینی[1] خطی نامتغیر با زمان مطرح بود و سپس سیستم‌های متغیر با زمان، توسعه یافت [17]. برخلاف تئوری طراحی رویت‌گر برای سیستم‌های خطی، تئوری رویت حالت‌های یک سیستم غیرخطی از ساختاری یکپارچه‌ای برخوردار نیست. تمرکز این مقاله در محدوده روش غیرخطی SDRE می‌باشد. پاپانو و فریدلند از این روش در طراحی رویت‌گر برای ماشین القایی استفاده کرده‌اند [18]. ژین نیز از روش ریکاتی برای طراحی رویتگر و کنترل‌کننده بهینه غیرخطی برای شبیه‌سازی پرواز استفاده کرده است [19]. بیک زاده و تقی‌راد پایداری روش ریکاتی در سیستم‌های گسسته و طراحی تخمین‌گر ریکاتی در محیط با اغتشاش را انجام داده‌اند [20].

2- تئوری و روش حل

وظیفه کنترل غیرخطی بهینه تعیین مقادیر ورودی کنترل می‌باشد به‌گونه‌ای که یک تابع هدف یا معیار عملکرد را کمینه کند و هم‌زمان قیود فیزیکی را نیز ارضا نماید. حل مسئله کنترل بهینه غیرخطی عموما به حل معادله همیلتونین منجر می‌شود. حل این معادله به‌صورت تحلیلی برای سیستم‌های غیرخطی امکان‌پذیر نبوده و از جمله روش‌های عددی برای حل این معادله می‌توان به روش‌های برنامه ریزی پویا[2]، روش تکرار[3]، تئوری اختلالات[4] و حل معادله ریکاتی وابسته به حالت اشاره نمود که در این پژوهش از روش SDRE استفاده شده است. روش معادله ریکاتی وابسته به حالت اولین بار توسط پیرسون ارائه شده و سپس توسط ورنلی و کوک گسترش پیدا کرده است.

2-1- فرمولاسیون کنترل‌کننده SDRE

سیستم غیرخطی پارامتریزه شده، به صورت رابطه (1) در نظر گرفته شده است:

$$\dot{x}(t) = A\big(x(t)\big)x(t) + B\big(x(t)\big)u(t)$$
$$y(t) = C\big(x(t)\big)x(t) \qquad (1)$$

پارامتریزه کردن وابسته به حالت عملیاتی است که باعث تبدیل سیستم غیرخطی به یک سیستم ماتریس شبه خطی با حفظ ساختار قبلی می‌شود. جفت ماتریس‌های $A\big(x(t)\big): \mathcal{R}^n \to \mathcal{R}^{n\times n}$ و $B\big(x(t)\big): \mathcal{R}^n \to \mathcal{R}^{n\times m}$ که $B\big(x(t)\big) \neq 0$ است برای تمام $x(t) \in \mathcal{R}^n, u(t) \in \mathcal{R}^m$ پایدار می‌باشد [18]. علاوه بر آن ماتریس‌ها $\{A\big(x(t)\big), C^T(t)Q^{1/2}C(t)\}$ زمانی که $x(t) \in \mathcal{R}^n$ هست، رویت‌پذیرند. جهت بررسی کنترل‌پذیری ماتریس‌های غیرخطی $\{A\big(x(t)\big), B\big(x(t)\big)\}$، این جفت ماتریس‌ها باید در مفهوم خطی کنترل‌پذیر باشند. در طی حل، گاهی متغیرهای حالت یا مقادیر ورودی صفر

می‌شود، مانند نقطه تعادل در آن حالت، اگر جفت ماتریس $\{A(0), B(0)\}$ کنترل‌پذیر شود، سیستم به‌خوبی کار خواهد کرد. بررسی کنترل‌پذیری آن جفت به اطلاعات متغیرهای حالت و ورودی کنترلی نیاز ندارد، می‌توان آن را به‌سادگی به کمک ماتریس کنترل‌پذیری بررسی کرد، اگر مرتبه ماتریس معادله (2) و (3) کامل باشد، به ترتیب کنترل‌پذیری و رویت‌پذیری سیستم تضمین می‌شود.

$$M_c = [B \quad AB \quad A^2B \quad \dots \quad A^{n-1}B] \qquad (2)$$

$$M_o = [\,C^TQ^{1/2}C \quad C^TQ^{1/2}CA \quad \dots \quad C^TQ^{1/2}CA^{n-1}] \qquad (3)$$

در ادامه جهت طراحی کنترل بهینه سیستم می‌بایست شاخص عملکرد J_0 در رابطه (4) مینیمم شود:

$$J_0 = \frac{1}{2}\int_0^\infty \{x^T(t)C^T(t)Q^{1/2}C(t)x(t) + u^T(t)Ru(t)\}dt \qquad (4)$$

R ، Q ماتریس‌های وزنی هستند که R دارای ابعاد $n \times m$ مثبت معین $(R > 0)$ و Q دارای ابعاد $n \times n$ مثبت نیمه معین $(Q \geq 0)$ و در ضمن هر دو متقارن می‌باشند که فرم مربعی در المان‌های انتگرال بالا مشاهده می‌شود [21].

فرم همیلتونین به‌صورت معادله (5) تعیین می‌گردد:

$$H\big(x(t), u(t), \lambda(t)\big) = J + \lambda^T(t)\dot{x}(t) \qquad (5)$$

که در آن $\lambda(t)$ بردار کمک‌وضعیت نام دارد و برابر است با رابطه (6) در ذیل:

$$\lambda(t) = K\big(x(t)\big)x(t)$$
$$\dot{\lambda}(t) = \dot{K}\big(x(t)\big)x(t) + K\big(x(t)\big)\dot{x}(t) \qquad (6)$$

برای اینکه مقدار همیلتونین بهینه شود باید شرایط (7) اغنا شود:

$$\frac{\partial H(.)}{\partial u(t)} = 0, \quad \frac{\partial H(.)}{\partial x(t)} = -\dot{\lambda}(t), \quad \frac{\partial H(.)}{\partial \lambda(t)} = \dot{x}(t) \qquad (7)$$

با حل معادله (7) بردار ورودی کنترلی $u(t)$ به‌صورت معادله (8) نتیجه می‌شود:

$$u(t) = -R^{-1}B^T\big(x(t)\big)K\big(x(t)\big)x(t) \qquad (8)$$

که ماتریس $K\big(x(t)\big)$ غیر منحصربه‌فرد، متقارن و مثبت معین است و مقدار آن از حل معادله جبری ریکاتی وابسته به حالت (9) به دست می‌آید:

$$A^T\big(x(t)\big)K\big(x(t)\big) + K\big(x(t)\big)A\big(x(t)\big) - K\big(x(t)\big)B\big(x(t)\big)\dots$$
$$R^{-1}B^T\big(x(t)\big)K\big(x(t)\big) + C^T(t)Q^{1/2}C(t) = 0 \qquad (9)$$

با استفاده از دستور care در نرم‌افزار متلب می‌توان معادله فوق را به‌راحتی حل نمود.

2-2- فرمولاسیون رویت‌گر و تخمین‌گر SDRE

سیستم غیرخطی همراه با نویز به‌صورت معادله (10) مفروض است:

$$\dot{x}(t) = A\big(x(t)\big)x(t) + B\big(x(t)\big)u(t) + G(t)w(t)$$
$$y(t) = C\big(x(t)\big)x(t) + v(t) \qquad (10)$$

که در آن $x(t) \in \mathcal{R}^n$ بردار حالت سیستم و $y(t) \in \mathcal{R}^r, u(t) \in \mathcal{R}^m$ به ترتیب بردار ورودی و خروجی سیستم هستند. بردارهای ناهمبسته $w(t) \in \mathcal{R}^p, v(t) \in \mathcal{R}^r$ به‌ترتیب بردار نویز گوسی سفید و بردار اغتشاش هستند. منظور از اغتشاش در سیستم موردنظر، انحراف از مقدار اصلی فرایند است که اغلب در بار خارجی و ورودی محرک مطرح می‌شود. فرکانس آن کم است و طی زمان میرا می‌شود. علاوه بر آن وجود نویز موجب اختلال در دریافت و پردازش سیگنال حامل اطلاعات می‌شود. فرکانس آن بالاست و طی زمان میرا نمی‌شود. مشهودترین نویزهایی که در عملکرد سیستم‌های ربات تأثیر می‌گذارند نویز سفید و گوسی هستند. با پیاده‌سازی قانون کنترلی (8) بر معادله سیستم (10)، معادله (11) نتیجه می‌شود:

[1] Deterministic
[2] Dynamic programming
[3] Iterative solution
[4] Perturbation

$$\dot{x}(t) = A_{cl}(x(t))x(t) + G(t)w(t) \tag{11}$$

که $A_{cl}(x(t))$ ماتریس حلقه بسته پایدار سیستم در رابطه (12) می‌باشد:

$$A_{cl}(x(t)) = A(x(t)) - B(x(t))R^{-1}B^{T}(x(t))K(x(t)) \tag{12}$$

ساختمان رویت‌گر متداول SDRE به‌صورت معادله (13) می‌باشد:

$$\dot{\hat{x}}(t) = A_{cl}((\hat{x}(t))\hat{x}(t) + \Gamma(\hat{x}(t))[y(t) - C((\hat{x}(t))\hat{x}(t)] \tag{13}$$

که $\Gamma(\hat{x}(t))$ ماتریس بهره بوده و طوری انتخاب می‌شود که خطای میانگین مربعی $e(t) = E\sum(x-\hat{x})^{T}(x-\hat{x})$ که تفاضل میان متغیرهای واقعی و تخمینی می‌باشد، مینیمم شود.

قابل اثبات است که بهره رویت‌گر از معادله (14) محاسبه می‌شود:

$$\Gamma(\hat{x}(t)) = P(\hat{x}(t))C^{T}(\hat{x}(t))W^{-1}(t) \tag{14}$$

که $\Gamma(\hat{x}(t)):\mathcal{R} \to \mathcal{R}^{n\times r}$ بهره رویت‌گر و $\hat{x}(t)$ بردار تخمین حالت است و $P(\hat{x}(t)):\mathcal{R} \to \mathcal{R}^{n\times n}$ ماتریس مثبت معین می‌باشد که از معادله (15) به دست می‌آید:

$$A_{cl}(\hat{x}(t))P(\hat{x}(t)) + P(\hat{x}(t))A_{cl}^{T}(\hat{x}(t)) - P(\hat{x}(t))C^{T}(\hat{x}(t))\ldots$$
$$W^{-1}(t)C(\hat{x}(t))P(\hat{x}(t)) + G^{T}(t)E(t)G(t) = 0 \tag{15}$$

جهت آنالیز پایداری با توجه به غیرخطی بودن سیستم‌ها اصل جداپذیری صادق نیست در نتیجه از رویکرد نقش رویت‌گر که متغیرهای نامعلوم سیستم را تخمین می‌زند استفاده شده است. در صورت عملکرد مناسب و صحیح تخمین‌گر و همچنین خطای قابل‌قبول، پایداری کل سیستم منوط به سیستم کنترل‌کننده خواهد شد که پایداری آن به راحتی توسط تابع کاندید لیاپانوف $V(x) = x^{T}Kx$ بررسی می‌گردد [22]. همچنین می‌توان پایداری رویت‌گر را نیز به‌صورت مجزا اثبات نمود [5]. در نتیجه با عملکرد صحیح رویت‌گر پایداری کل سیستم اثبات می‌گردد. در پیوست 7 صحت عملکرد تخمینگر به طور خاص برای تخمین سرعت زاویه‌ای بازوی مکانیکی نشان داده شده است.

برای به‌دست آوردن معادله دوگان معادلات فیلتر SDRE، تغییر متغیر رابطه (16) در نظر گرفته شده است:

$$\dot{z}(t) = A_{cl}^{T}(z(t))z(t) + C^{T}(z(t))\gamma(t)$$
$$\eta(t) = G^{T}(z(t))z(t) \tag{16}$$

که در آن $z(t) \in \mathcal{R}^{n}$ بردار حالت سیستم، $\gamma(t) \in \mathcal{R}^{r}$ بردار ورودی و $\eta(t) \in \mathcal{R}^{p}$ بردار خروجی سیستم دوگان است.

فرض1. جفت ماتریس‌های $\{A_{cl}^{T}(z(t)), C^{T}(z(t))\}$ کاملا کنترل‌پذیر و جفت ماتریس‌های $\{A_{cl}^{T}(z(t)), G^{T}(z(t))\}$ کاملا رویت‌پذیر هستند.

برای تضمین این شرایط، جفت‌های SDC باید از منظر خطی هم کنترل‌پذیر و هم رویت‌پذیر باشند به‌طوری که $\{A_{cl}^{T}(0), C^{T}(0)\}$ کنترل‌پذیر است و $\{A_{cl}^{T}(0), G^{T}(0)\}$ رویت‌پذیر است به شرطی که در طی بازه زمانی، فرم خطی جفت‌های SDC به حالت تکین تغییر نکنند (یا به سبب وجود یک جمله منفی، به جفت غیرکنترل‌پذیر/غیر رویت‌پذیر تبدیل نشوند).

فرض2. ماتریس‌های وزنی $E(t), W(t)$ مثبت معین و نیمه معین متقارن‌اند. $E(t)$ و $W(t)$ ماتریس‌های دست کم یک بار مشتق‌پذیر زمانی از تابع‌های مقداردار اند و مشتق‌های آن‌ها در $t \in [0, t_f]$ غیرتکین اند.

در مقالات، ماتریس‌های وزنی حالت‌ها اغلب متقارن نیمه معین فرض شده بودند. دلیل اینکه آن‌ها در فرض2 معین در نظر گرفته شدند، اهمیت خروجی‌های اندازه‌گیری شده است؛ آن‌ها ممکن است کمتر از حالت‌ها باشند اما رویت‌پذیری جفت ماتریس $\{A_{cl}^{T}(z(t)), G^{T}(z(t))\}$ در فرض1 اطمینان می‌دهد که از یک‌سو آن‌ها کافی‌اند و از سویی دیگر، همه آن‌ها لازم‌اند. بنابراین، ماتریس‌های وزنی حالت‌ها باید معین باشد و ساختار نیمه معین آن‌ها با شکل مربعی $G^{T}(z(t))E(t)G(z(t))$ برای سیستم قابل‌دستیابی است [23]. شاخص عملکرد J، جهت کمینه‌سازی توابع هزینه سیستم به‌صورت معادله (17) تعیین می‌شود:

$$J_0 = \frac{1}{2}\int_0^{\infty}\{z^{T}(t)G^{T}(z(t))E(t)G(z(t))z(t) + \gamma^{T}(t)W(t)\gamma(t)\}dt \tag{17}$$

که در آن $E(t):\mathcal{R} \to \mathcal{R}^{n\times n}$ ماتریس وزنی متقارن مثبت نیمه معین برای تخمین حالت‌ها سیستم بوده و $W(t):\mathcal{R} \to \mathcal{R}^{r\times r}$ ماتریس وزنی متقارن مثبت معین برای ورودی رویت‌گر است که هر دو آن‌ها متقارن هستند. معادلات همیلتونین جهت بهینه‌سازی توابع هزینه به‌صورت (18) تعیین می‌شود:

$$H(z(t), \gamma(t), \lambda(t)) = \frac{1}{2}(z^{T}(t)G^{T}(z(t))E(t)G(z(t))z(t)\ldots$$
$$+\gamma^{T}(t)W(t)\gamma(t)) + \lambda^{T}(t)\left(A_{cl}^{T}(z(t))z(t) + C^{T}(z(t))\gamma(t)\right) \tag{18}$$

با اعمال شرایط بهینگی بردار ورودی رویت‌گر (19) به دست می‌آید:

$$\frac{\partial H(.)}{\partial \gamma(t)} = 0 \Rightarrow \gamma(t) = -W^{-1}(t)C(z(t))\lambda(t) \tag{19}$$

و بردار کمک وضعیت $\lambda(t)$ به صورت رابطه (20) تعریف شده است:

$$\lambda(t) = P(z(t))z(t)$$
$$\Rightarrow \dot{\lambda}(t) = \dot{P}(z(t))z(t) + P(z(t))\dot{z}(t) \tag{20}$$

در ادامه معادله (21) نتیجه می‌شود:

$$\frac{\partial H(.)}{\partial z(t)} = -\dot{\lambda}(t) \Rightarrow G^{T}(z(t))z(t)E(t)\left[G(z(t)) + z^{T}(t)\left(\frac{\partial G(z(t))}{\partial z(t)}\right)\right]$$
$$+z^{T}(t)G(z(t))E^{T}(t)\left[z^{T}(t)\left(\frac{\partial G(z(t))}{\partial z(t)}\right) + G^{T}(z(t))\right] + A_{cl}(z(t))\lambda(t)$$
$$+z^{T}(t)\left(\frac{\partial A_{cl}(z(t))}{\partial z(t)}\right)\lambda(t) + \gamma^{T}(t)\left(\frac{\partial C(z(t))}{\partial z(t)}\right)\lambda(t) = -\dot{P}(z(t))z(t)$$
$$-P(z(t))A_{cl}^{T}(z(t))z(t)P(z(t))C^{T}(z(t))W^{-1}(t)C(z(t))\lambda(t) \tag{21}$$

مقادیر مشتق کسرهای رابطه (22) بسیار کوچک‌اند و می‌توان آن‌ها را صفر در نظر گرفت:

$$\left(\frac{\partial C(z(t))}{\partial z(t)}\right) = \left(\frac{\partial A_{cl}(z(t))}{\partial z(t)}\right) = \left(\frac{\partial G(z(t))}{\partial z(t)}\right) \approx 0 \tag{22}$$

با ساده‌سازی معادله (21)، رابطه (23) نتیجه می‌شود:

$$-\dot{P}(z(t)) = A_{cl}(z(t))P(z(t)) + P(z(t))A_{cl}^{T}(z(t)) - P(z(t))$$
$$C^{T}(z(t))W^{-1}(t)C(z(t))P(z(t)) + G^{T}(z(t))E(t)G(z(t)) \tag{23}$$

با $t \to \infty$ و $E(t) = E^{T}(t)$ معادلات فوق به فرم (24) تبدیل می‌شود:

$$A_{cl}(z(t))P(z(t)) + P(z(t))A_{cl}^{T}(z(t)) - P(z(t))C^{T}(z(t))\ldots$$
$$W^{-1}(t)C(z(t))P(z(t)) + G^{T}(z(t))E(t)G(z(t)) = 0 \tag{24}$$

بـ[illegible] ودی رویت‌گر به صورت $\gamma(t) = -W^{-1}(t)C(z(t))P(z(t))z(t)$ معادل‌سازی می‌شود و از نتیجه به‌دست‌آمده بردار بهره رویت‌گر به فرم (25) اثبات می‌شود:

$$\Gamma(\hat{x}(t)) = P(\hat{x}(t))C^{T}(\hat{x}(t))W^{-1}(t) \tag{25}$$

3-2- روش پیاده‌سازی کنترل‌کننده و تخمین‌گر SDRE برای سیستم‌های کنترل حلقه بسته

در سیستم‌های کنترلی اغلب دو پدیده مزاحم وجود دارد: یکی اغتشاش بار

[DOR: 20.1001.1.10275940.1395.16.8.21.8]

که با نماد w و دیگری نویز اندازه‌گیری که با v نشان داده شده است. متغیر x ، کمیت فیزیکی واقعی است که قرار است کنترل شود. در شبیه‌سازی رفتار ربات به‌منظور اینکه اندازه‌گیری‌ها واقعی‌تر باشد مقدار انتظاری نویز در اندازه‌گیری و فرایند سیستم لحاظ شده است تا کنترل‌کننده بتواند بر اساس آن به داده‌ها وزن بدهد و پارامتر موردنظر را تخمین بزند. کنترل بر اساس مقدار اندازه‌گیری شده y انجام می‌شود که با نویز سیستم اندازه‌گیری ترکیب شده است و کنترل‌کننده با متغیر کنترل u، فرایند اصلی را تحت تأثیر قرار می‌دهد. درنتیجه فرایند یا سیستم، سه ورودی (u و w و v) و یک خروجی y و کنترل‌کننده نیز دو ورودی (x و r سیگنال مرجع) و یک خروجی u دارد. مدل‌سازی فرآیند کنترل و تخمین سیستم دینامیکی در شکل 1 نشان داده شده است.

در سیستم کنترل حلقه بسته مقدار خروجی اندازه‌گیری شده با مقدار ورودی موردنظر مقایسه می‌گردد و کنترل‌کننده بر اساس نتایج به‌دست‌آمده به عملگر فرمان صادر می‌کند. سیستم‌های کنترل حلقه بسته به‌نوعی سیستم‌های فیدبک می‌باشند که با استفاده از تخمین‌گر SDRE متغیرهای ناشناخته و غیرقابل اندازه‌گیری، تخمین زده شده و از آن‌ها در مرحله دوم کنترلی استفاده می‌شود درنتیجه می‌توان گفت در هر مرحله یک کنترل‌کننده آپدیت شده ایجاد می‌شود که توسط آن سیستم به‌طور بهینه کنترل می‌شود. ورودی سیستم دینامیکی جدید (رویت‌گر)، خروجی سیستم اصلی است و خروجی رویتگر، متغیرهای حالت تخمین زده شده می‌باشند. با طراحی رویتگر و تخمین‌گر مطلوب جهت تخمین متغیرهای حالت نامعلوم و پارامترهای تصادفی سیستم و طراحی کنترل‌کننده مناسب که بتواند خروجی سیستم $y(t)$ را نزدیک به مقدار مطلوب $y_d(t)$ باقی نگاه دارد، می‌توان سیستم‌های دینامیکی غیرخطی را به‌خوبی کنترل و مدیریت کرد.

در حقیقت هدف این پژوهش گسترش دادن ایده مقاله [24] می‌باشد، بطوریکه پارامترهای نامعلوم و تصادفی مانند نویز و اغتشاش در سیستم لحاظ شده و توسط تخمین‌گر، تخمین زده شده است. علاوه بر آن، انعطاف‌پذیری مفاصل برای سیستم ربات در نظر گرفته شده که مقدار تغییرات پارامترهای مفاصل که امکان اندازه‌گیری آن توسط حس‌گر وجود ندارد به‌وسیله رویت‌گر، رویت شده است که بخشی از مشکلات سیستم‌های رباتیک را مرتفع نموده است. در مرجع [24] روند طراحی رویت‌گر به‌صورت یک تئوری بیان شده است در صورتی که در مقاله حاضر این روند به‌صورت تجربی برای سیستم ربات آزمایشگاهی دارای سه بازوی مکانیکی با مفاصل انعطاف‌پذیر پیاده‌سازی شده است.

4-2- پیاده‌سازی روش برای بازوی سه درجه آزادی با مفاصل انعطاف‌پذیر

انعطاف‌پذیری موجود در مفاصل بین موتور محرک و بازوی متحرک اصلی‌ترین دلیل بروز ارتعاشات در ربات‌های صنعتی، به‌خصوص در سرعت‌های کاری بالا می‌باشد. در حقیقت می‌توان گفت که هر بازوی مکانیکی دارای مفاصل انعطاف‌پذیر است و فرض صلب بودن مفاصل یک فرض ساده شونده می‌باشد. بنابراین برای رسیدن به یک عملکرد بالا در ربات‌ها و کنترل دقیق‌تر، خاصیت انعطاف‌پذیری مفاصل را باید در مدل‌سازی و طراحی سیستم کنترل در نظر گرفت. برای مدل کردن یک بازوی مکانیکی با مفاصل انعطاف‌پذیر، علاوه بر قرارگیری موقعیت عضوها، موقعیت محرک‌ها نیز باید در بردار حالت در نظرگرفته شود. شماتیک بازوی سه درجه آزادی با مفاصل انعطاف‌پذیر در شکل 2 مشاهده می‌شود، وجود انعطاف‌پذیری به‌صورت جرم و فنر نمایش داده شده است، با تغییر در پارامترهای جرم و فنر مقدار انعطاف‌پذیری حقیقی تعیین می‌شود که معمولا به‌صورت تجربی و تکرار آزمایش استخراج می‌گردد.

معادله دینامیکی بازوی سه درجه آزادی با مفاصل انعطاف‌پذیر به‌صورت معادله (26) استخراج می‌گردد. هدف از دینامیک در تحلیل سیستم‌ها پی بردن به رابطه بین ورودی و خروجی است. در اینجا هدف پی بردن به رابطه بین گشتاور موتور با موقعیت و جهت پنجه است.

$$\underline{M}(q(t))_{6\times6}\ddot{q}(t)_{6\times1} + \underline{c}(q(t),\dot{q}(t))_{6\times1} + \underline{g}(q(t))_{6\times1} + k(q(t))_{6\times1} = F_{6\times3}u(t)_{3\times1} \quad (26)$$

که $\underline{M}(q(t))$ ماتریس اینرسی بازوی مکانیکی با مفاصل انعطاف‌پذیر، توسط رابطه (27) محاسبه می‌شود:

$$\underline{M}(q(t))_{6\times6} = \begin{bmatrix} m_{11} & m_{12} & m_{13} & 0 & 0 & 0 \\ m_{12} & m_{22} & m_{23} & 0 & 0 & 0 \\ m_{13} & m_{32} & m_{33} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & J_{r_1} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & J_{r_2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & J_{r_3} \end{bmatrix} \quad (27)$$

نیروهای برداری کریولیس- جانب مرکز $\underline{c}$و بردار جاذبه $\underline{g}$ که ترکیبی از مقادیر به دست آمده در بازوهای مکانیکی صلب هستند به‌صورت روابط (28) و (29) تعریف می‌شوند:

$$\underline{c}(q(t),\dot{q}(t))_{6\times1} = \begin{bmatrix} c(q(t),\dot{q}(t))_{3\times1} \\ 0_{3\times1} \end{bmatrix} \quad (28)$$

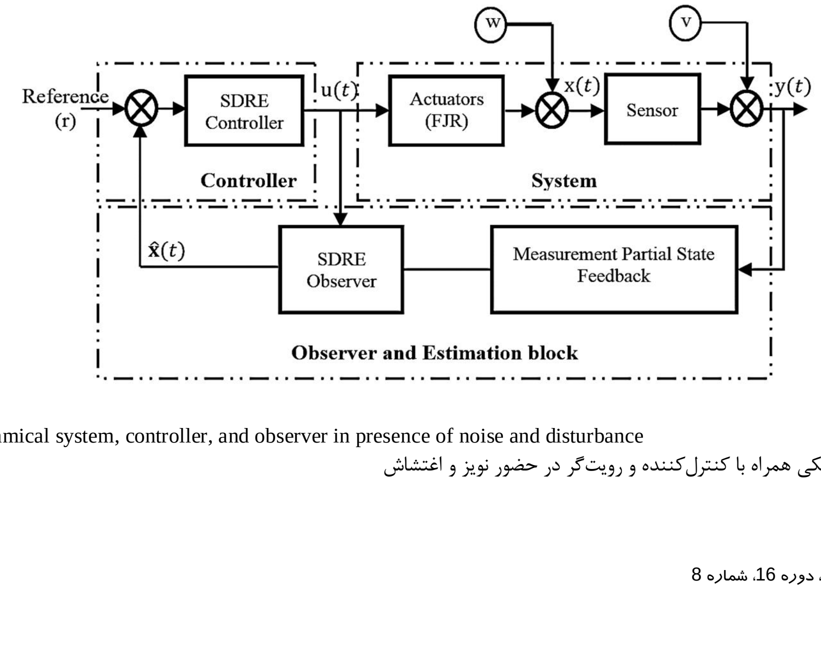

Fig. 1 The scheme of dynamical system, controller, and observer in presence of noise and disturbance

شکل **1** مدل‌سازی سیستم دینامیکی همراه با کنترل‌کننده و رویت‌گر در حضور نویز و اغتشاش

[DOR: 20.1001.1.10275940.1395.16.8.21.8]

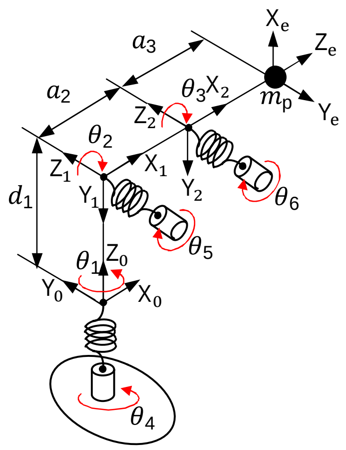

Fig. 2 Schematic of flexible joint 3R robot arm

شکل 2 مدل‌سازی بازوی مکانیکی سه درجه آزادی با مفاصل انعطاف‌پذیر

$$\underline{g}(q(t))_{6\times1}=\begin{bmatrix}g(q(t))_{3\times1}\\0_{3\times1}\end{bmatrix}\tag{29}$$

ساختار نایکتا SDC پارامتریزه یکی از مزایای روش SDRE محسوب می‌شود و امکان انعطاف‌پذیری بیشتری را در طراحی ایجاد می‌کند [22]. در سیستم‌های رباتیکی فاکتورگیری از ماتریس اینرسی $\underline{M}(q(t))$ به دلیل داشتن جملات مثلثاتی شکل بسیار دشوار است، اما بردار شتاب کریولیس-جانب مرکز $\underline{c}$، با توجه به ضرب شدن در بردار مشتق مختصات تعمیم‌یافته، ساختار بسیار مناسبی را برای فاکتورگیری و تشکیل ماتریس‌های پارامتریزه وابسته به حالت (SDC) ایجاد می‌کند [23]. لذا با توجه به پیچیدگی سیستم‌های رباتیکی و عدم امکان فاکتورگیری به‌صورت دستی، ساختار ارائه شده با معیار سادگی پیاده‌سازی انتخاب شده است.

ماتریس‌های پارامتریزه وابسته‌به‌حالت سیستم به‌صورت روابط (30) و (31) محاسبه می‌شوند:

$$A(x(t))_{12\times12}=\begin{bmatrix}0_{6\times6}&I_{6\times6}\\W_1(x(t))&W_2(x(t))\end{bmatrix}\tag{30}$$

$$B(x(t))_{12\times3}=\begin{bmatrix}0_{9\times3}\\\mathrm{diag}([\frac{1}{J_1},\frac{1}{J_2},\frac{1}{J_3}])\end{bmatrix}\tag{31}$$

که ماتریس‌های $W_1(x(t))$ و $W_2(x(t))$ به‌صورت معادلات (32) و (33) تعریف می‌شوند:

$$W_1(x(t))=\begin{bmatrix}-M_{3\times3}^{-1}\mathrm{diag}([k_1,k_2,k_3])&M_{3\times3}^{-1}\mathrm{diag}([k_1,k_2,k_3])\\\mathrm{diag}([\frac{k_1}{J_1},\frac{k_2}{J_2},\frac{k_3}{J_3}])&-\mathrm{diag}([\frac{k_1}{J_1},\frac{k_2}{J_2},\frac{k_3}{J_3}])\end{bmatrix}\tag{32}$$

$$W_2(x(t))=\begin{bmatrix}-M_{3\times3}^{-1}\underline{c}(x(t))_{3\times3}&0_{3\times3}\\0_{3\times1}&0_{3\times3}\end{bmatrix}\tag{33}$$

$k(q(t))$ بردار اتصال بین عملگرها و عضوها و F ماتریسی است جهت تصحیح کردن ابعاد بردار عملگرها با سیستم موردنظر که به‌صورت معادله (34) تعیین می‌شوند:

$$k(q(t))_{6\times1}=\begin{bmatrix}k_1(q_1(t)-q_4(t))\\\vdots\\k_3(q_3(t)-q_6(t))\\\hline-k_1(q_1(t)-q_4(t))\\\vdots\\-k_3(q_3(t)-q_6(t))\end{bmatrix},F_{6\times3}=\begin{bmatrix}0_{3\times3}\\I_{3\times3}\end{bmatrix}\tag{34}$$

بردار حالت تشکیل شده از دو قسمت موقعیت زاویه‌ای و سرعت زاویه‌ای توسط معادله (35) نشان داده شده است:

$$x(t)_{12\times1}=[q_L(t)_{3\times1},\dots q_m(t)_{3\times1},\dot{q}_L(t)_{3\times1},\dots\dot{q}_m(t)_{3\times1}]^T\tag{35}$$

که $q_L(t),\dot{q}_L(t)$ به ترتیب موقعیت و سرعت زاویه‌ای عضوها و $q_m(t),\dot{q}_m(t)$ موقعیت و سرعت زاویه‌ای موتور را نشان می‌دهد. در ادامه بردار فضای حالت سیستم به‌صورت (36) بیان شده است:

$$\dot{x}(t)_{12\times1}=\left[x(t)_7,\dots,x(t)_{12},\left[\left[\underline{M}^{-1}\begin{Bmatrix}F\times u(t)-\underline{c}(x(t))\dots\\-\underline{g}(q(t))-k(x(t))\end{Bmatrix}\right]\right]^T\right]^T+G(t)w(t)\tag{36}$$

و مقدار گشتاور کنترلی توسط معادله (37) تعیین می‌شود:

$$u(x(t))_{3\times1}=-R^{-1}B^T(\hat{x}(t))K(\hat{x}(t))\dots\{[x(t)_{12\times1}-x_{des}(t)_{12\times1}]+C^T(t)v(t)\}+g(q(t))_{3\times1}\tag{37}$$

ماتریس‌های $G(t)_{12\times6}=\begin{bmatrix}0_{6\times6}\\I_{6\times6}\end{bmatrix},C(t)_{12\times12}=[I]_{12\times12}$ ماتریس‌های کمکی جهت اصلاح کردن ابعاد می‌باشند.

مقدار $K(x(t))$ [illegible] وابسته به حالت توسط دستور $K(x(t))=\mathrm{care}(A,B,C^T(t)QC(t),R)$ در نرم‌افزار متلب محاسبه می‌گردد. که $Q_{12\times12}$ ماتریس وزن دهی به متغیرهای حالت و $R_{3\times3}$ ماتریس وزن دهی به ورودی کنترلی می‌باشد. در ادامه برای پیاده‌سازی رویت‌گر SDRE جهت تخمین متغیرهای نامشخص معادلات دینامیک بازوهای با مفاصل انعطاف‌پذیر به‌صورت زیر عمل می‌شود:

ابتدا باید تمام پارامترهای دینامیکی و پارامترهای وابسته به حالت را به‌صورت تابعی از متغیرهای تخمین زده‌شده به دست آورد تا بتوان از آن‌ها در معادلات تخمین‌گر استفاده نمود. بردار تخمین حالت از دو قسمت موقعیت و سرعت زاویه‌ای اندازه‌گیری شده توسط حس‌گر و تخمین زده‌شده توسط تخمین‌گر SDRE تشکیل شده که به‌صورت معادله (38) نشان داده می‌شود:

$$\hat{x}(t)_{24\times1}=\begin{bmatrix}q_L(t)_{3\times1},\dots q_m(t)_{3\times1},\dot{q}_L(t)_{3\times1},\dots\dot{q}_m(t)_{3\times1}\dots\\\hat{q}_L(t)_{3\times1},\dots\hat{q}_m(t)_{3\times1},\dot{\hat{q}}_L(t)_{3\times1}\dots\dot{\hat{q}}_m(t)_{3\times1}\end{bmatrix}^T\tag{38}$$

که $\hat{q}_L(t),\hat{q}_m(t)$ به ترتیب موقعیت زاویه‌ای و $\dot{\hat{q}}_L(t),\dots\dot{\hat{q}}_m(t)$ سرعت زاویه‌ای تخمین زده‌شده عضوها و موتورها می‌باشد که توسط رویت‌گر SDRE مشاهده و تخمین زده‌شده است. مقدار گشتاور کنترلی توسط معادله (39) تعیین می‌شود:

$$u(\hat{x}(t))_{6\times1}=-R^{-1}B^T(x(t))K(x(t))\{[\hat{x}(t)_{12\times1}-x_{des}(t)_{12\times1}]+C^T(t)v(t)\}+g(q(t))_{3\times1}\tag{39}$$

در ادامه بردار فضای حالت سیستم تخمین‌گر به‌صورت معادله (40) استخراج می‌گردد، که در آن بهره رویت‌گر از معادله (41) محاسبه می‌شود:

$$\dot{x}(t)_{24\times1}=\begin{bmatrix}\left[x(t)_7,\dots,x(t)_{12},\left[\left[\underline{M}^{-1}\{F\times u(x(t))-\underline{c}(x(t))-\underline{g}(q(t))-k(x(t))\}\right]\right]^T\right]^T+G(t)w(t)\\\left[\hat{x}(t)_7,\dots,\hat{x}(t)_{12},\left[\left[\underline{M}^{-1}\{F\times u(\hat{x}(t))-\underline{c}(\hat{x}(t))-\underline{g}(\hat{q}(t))-k(\hat{x}(t))\}\right]\right]^T\right]^T+\Gamma[y(t)-C((\hat{x}(t))\hat{x}(t)]\end{bmatrix}\tag{40}$$

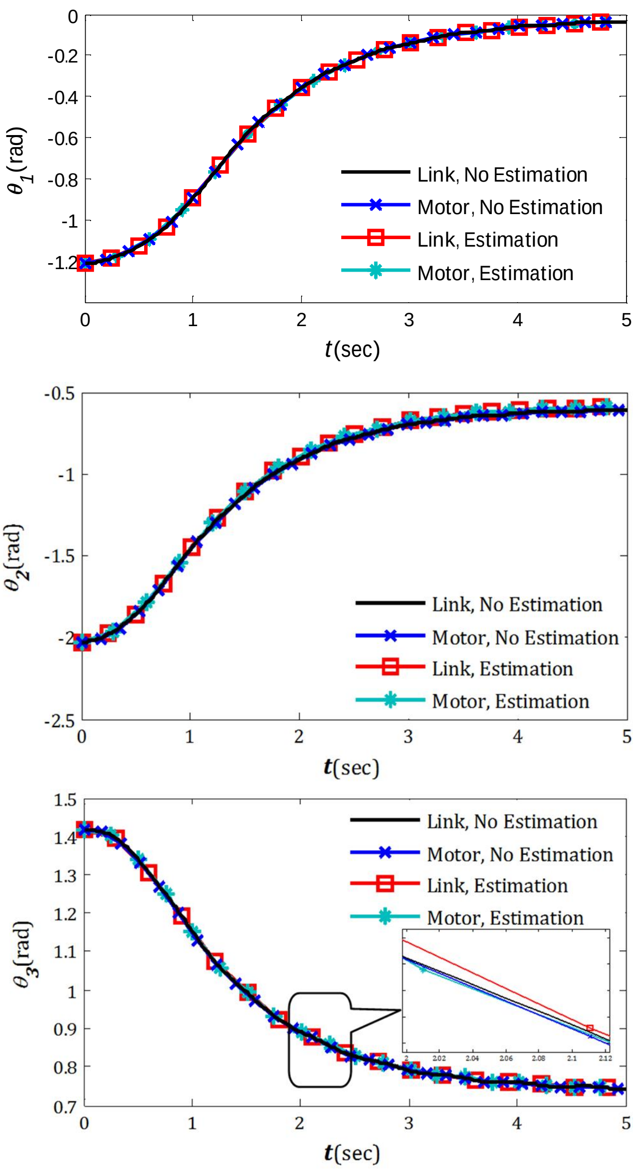

Fig. 3 The time variation of the angular positions of the links and motors

شکل 3 تغییرات موقعیت زاویه‌ای عضوها و موتورها

موقعیت عضوها و موتورها در هر دو حالت بسیار نزدیک به هم طی زمان قرار گرفته‌اند. اختلاف موقعیت عضوها و موتورها نتیجه انعطاف‌پذیری موجود بین مفاصل است که در عضو سوم به وضوح نمایش داده شده است. موقعیت عضوها به‌آرامی با گذشت زمان تغییر می‌کند به‌طوری که تغییرات ناگهانی و ضربه‌زنی در سیکل حرکتی دیده نمی‌شود و حرکت از زوایای اولیه به‌صورت مجانبی و هموار به زوایای مطلوب میل می‌کند.

در شکل 4 سرعت زاویه‌ای عضوها و موتورها برحسب زمان نشان داده شده است، همان‌طورکه مشاهده می‌شود وجود نویز و اغتشاش اثرات نامطلوبی بر رفتار سرعت زاویه‌ای سیستم گذاشته است که توسط تخمین‌گر به‌خوبی مسیرش ردیابی شده است. اثرات نویز بر روی عضوهای دوم و سوم بیشتر بوده زیرا وزن و اینرسی عضو بالاتر (عضو اول) بر عملکرد آن‌ها تاثیر منفی می‌گذارد. برخلاف ربات صلب به دلیل انعطاف‌پذیری و وجود لقی بین موتور و بازو، زاویه‌ای که موتور ایجاد می‌کند با زاویه‌ای که بازو حرکت می‌کند یکسان نیست، از طرفی به دلیل به‌حرکت در آوردن بازو از شرایط اولیه صفر

$$\Gamma(\hat{x}(t)) = P(\hat{x}(t))C^T(\hat{x}(t))W^{-1}(t) \tag{41}$$

$P(\hat{x}(t))$ ماتریس متقارن، مثبت معین، می‌باشد که از حل معادله جبری [illegible] و [illegible] ط دستور $P(\hat{x}(t)) = care(A^T{}_l(\hat{x}(t)), C^T(\hat{x}(t)), G(t)EG^T(t), W)$ در برنامه نرم‌افزار متلب محاسبه می‌گردد.

3- نتایج و شبیه‌سازی

3-1- شبیه‌سازی بازوی سه درجه آزادی توسط کنترل‌کننده و تخمین‌گر SDRE

شکل 2 بازوی مکانیکی سه درجه آزادی با مفاصل انعطاف‌پذیر را نشان می‌دهد، هدف، انتقال جرم $m_p = 100gr$ از نقطه $A(0.045, -0.12, 0.27)$ به نقطه $B(0.29, -0.005, 0.095)$ در حضور نیروی گرانش g توسط بازوی مکانیکی می‌باشد. سیستم موردنظر در محیطی همراه با اغتشاش و نویزهای ناشی از سیستم اندازه‌گیری کار می‌کند.

با در نظر گرفتن نویز موجود در سیستم اندازه‌گیری و فرآیند سیستم به صورت نویزسفید، ماتریس کواریانس آن‌ها توسط معادله (42) به‌دست می‌آید.

$$R = E\{v^T(t)v(t)\}$$
$$Q = E\{w^T(t)w(t)\} \tag{42}$$

ماتریس‌های وزن دهی برای متغیرهای حالت و ورودی کنترلی، کنترل کننده به‌صورت $Q = 10[I]_{12\times12}, R = [I]_{3\times3}$ و برای تخمین‌گر به‌صورت $E = 10[I]_{6\times6}, W = 100[I]_{12\times12}$ تعیین شده است.

وزن هر بازو و ماتریس ممان اینرسی آن‌ها در هر سه جهت مختصات لحاظ شده است که در جدول 1 آمده است. با توجه به معادلات دینامیک حاکم بر بازوهای سه درجه آزادی و در نظر گرفتن پارامترهای سینماتیکی و فیزیکی ربات بر اساس جدول دیناویت هارتنبرگ نشان داده شده در جدول 2 برنامه کنترلی در نرم‌افزار متلب نوشته شده و نتایج شبیه‌سازی در ادامه استخراج گردیده است.

در شکل 3 موقعیت زاویه‌ای عضوها و موتورها در دو مرحله (با استفاده و بدون استفاده از تخمین‌گر) نشان داده شده است. شرایط اولیه و نهایی طراحی به صورت معادله (43) در نظر گرفته شده است.

$$x(t)_{in} = [-1.21, -2.02, 1.42, -1.21, -2.02, 1.42, 0_{6\times1}]^T{}_{12\times1}$$
$$x(t)_{des} = [-0.02, -0.62, 0.73, -0.02, -0.62, 0.73, 0_{6\times1}]^T{}_{12\times1} \tag{43}$$

مشاهده می‌شود با تنظیم مناسب ماتریس‌های وزنی کنترل و رویت‌گر

جدول 1 پارامترهای سینماتیکی بازوی سه درجه آزادی

Table 1 The kinematic parameters of 3R robot arm

عضو	m_i(kg)	$I_{xx}(m^4)$	$I_{yy}(m^4)$	$I_{zz}(m^4)$
1	0.28	0	0	0.00005
2	0.1	0.00008	0.00091	0.00092
3	0.231	0.00008	0.00091	0.00092

جدول 2 پارامترهای دیناویت هارتنبرگ ربات سه درجه آزادی

Table 2 D-H parameters of 3R robot arm

مفصل	a_i(mm)	d_i(mm)	α_i(deg)
θ_1	0	60	-90
θ_2	100	0	0
θ_3	210	0	0

[DOR: 20.1001.1.10275940.1395.16.8.21.8]

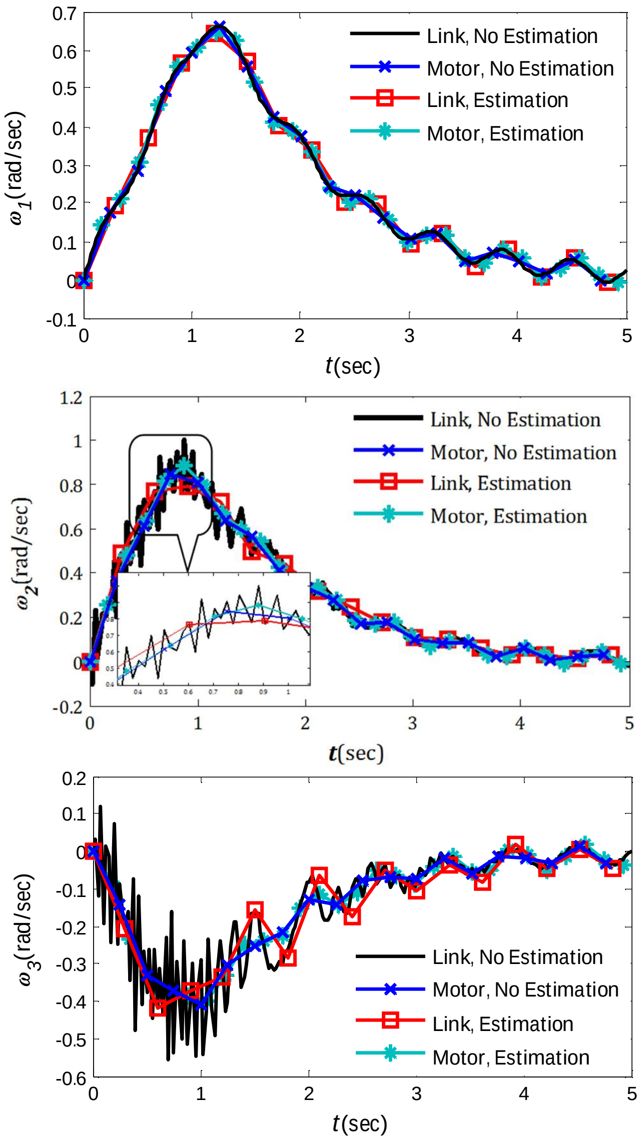

Fig. 4 The time variation of the angular velocities of the links and motors

شکل 4 تغییرات سرعت زاویه‌ای عضوها و موتورها

توسط محرک‌ها که با حداکثر گشتاور و توان موتورها صورت می‌گیرد، مشاهده می‌شود در ابتدای کار حداکثر مقدار اختلاف سرعت زاویه‌ای بین عضو و موتور رخ داده است. ضمنا قابل مشاهده است که سرعت زاویه‌ای عضوها با توجه به ساکن بودن عضوها در نقاط ابتدا و انتها از صفر شروع و به صفر میل کرده است.

در شکل 5 مقدار گشتاور ورودی ربات به همراه وجود نویز و اغتشاش در محدوده کاری موتور محرک نشان داده شده است. همانطور که ملاحظه می‌شود گشتاورها در ابتدای حرکت به دلیل اختلاف زیادی که با نقطه نهایی وجود دارد و در نتیجه خطای ایجاد شده به مقدار اشباع خود رسیده‌اند، اما به‌مرور و با نزدیک شدن به نقطه نهایی و کم شدن خطا، مقدار این گشتاورها کم می‌شود. البته موتور دوم به‌دلیل صرف توان بیشتر جهت به‌حرکت در آوردن بازوی دوم، گشتاور بیشتری را تولید می‌کند. اثرات اغتشاش w عمدتا بر روی بار خارجی اعمال می‌گردد به همین دلیل تاثیرات سوء نوسانات بر روی گشتاور موتورها به‌خصوص موتور سوم مشاهده می‌شود زیرا لرزش بازوی اول و دوم نیز بر آن موثر بوده است، با تنظیم ماتریس‌های وزنی به‌ویژه

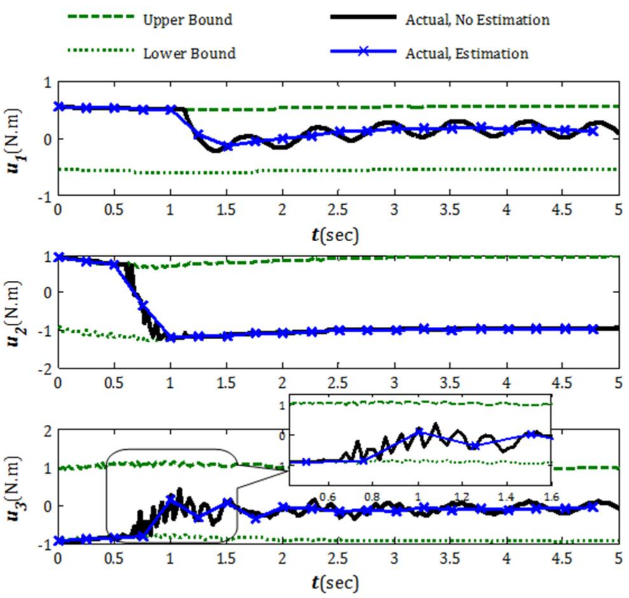

Fig. 5 The torques of the driven motors and their working range

شکل 5 گشتاور موتورهای محرک و محدوده کاری آن‌ها

ماتریس وزنی مربوط به ورودی کنترل R می‌توان توازن نسبی خوبی را به صورت تجربی به‌دست آورد.

4- پیاده‌سازی تجربی و صحه‌سنجی

4-1- صحه‌سنجی شبیه سازی کنترل‌کننده و تخمین‌گر SDRE بازوی سه درجه آزادی با حالت تجربی

ربات اسکات نمونه‌ای از ربات‌های متحرک موجود در آزمایشگاه رباتیک دانشگاه علم و صنعت ایران می‌باشد که توسط شرکت (دکتر ربات) به منظور انجام تست‌های آزمایشگاهی طراحی و ساخته شده است. ربات از طریق دو بازوی مکانیکی که روی بدنه متحرک مستقر است، با محیط خارج ارتباط برقرار می‌کند و توسط پنجه اجسام را بر می‌دارد که هر پنجه دارای یک درجه آزادی می‌باشد. هر کدام از بازوها دارای پنج درجه آزادی می‌باشند که توسط موتورهای جریان مستقیم عملیات پیچش و گردش انجام می‌شود. شکل 6 نمایی از ربات اسکات و شماتیک تک بازوی مکانیکی آن به همراه سه درجه آزادی که به منظور جابجایی جرم m_p بر روی بدنه ربات قرار گرفته است را نشان می‌دهد.

در این بخش جهت صحه‌سنجی شبیه‌سازی‌ها و نتایج به‌دست آمده، سه

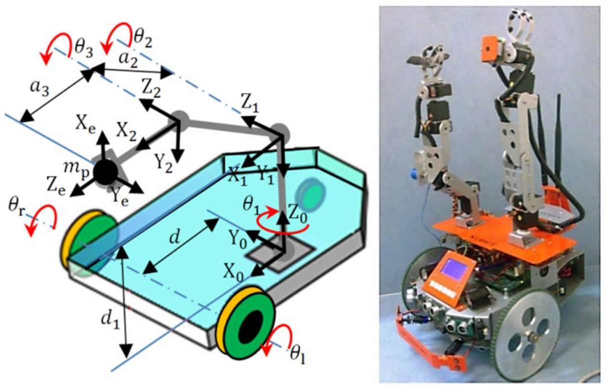

Fig. 6 The Scout robot (right) and the scheme of its 3-link arm (left)

شکل 6 نمایی از ربات Scout و شماتیک یک بازوی سه درجه آزادی از آن

[DOR: 20.1001.1.10275940.1395.16.8.21.8]

درجه آزادی از یک بازوی مکانیکی ربات اسکات فرض شده و به طراحی کنترل‌کننده و تخمین‌گر SDRE برای آن، پرداخته شده است. قابل ذکر است ربات در محیط آزمایشگاهی همراه با مخلوطی از نویز و اغتشاش مورد آزمایش قرار گرفته است. به‌علاوه انعطاف‌پذیری موجود در مفاصل به‌صورت یک فنر پیچشی خطی با ثابت k_{r_i} مدل‌سازی شده که ضرایب آن به‌صورت تجربی و تکرار آزمایش در جدول 3 استخراج شده است.

فلوچارت شکل 7 الگوریتم پیاده‌سازی روش کنترلی استفاده‌شده بر ربات اسکات را توصیف می‌کند.

گشتاور لازم جهت حرکت بازوها و انتقال جرم توسط موتورهای DC صورت می‌گیرد، این موتورها دارای محدودیت‌های سرعت و گشتاور هستند که با توجه به نمودارهای دور و گشتاور و اطلاعات موجود روی پلاک موتورها تعیین می‌شوند که در جدول 3 نشان داده شده است. ماکزیمم و مینیمم

جدول 3 مشخصات دینامیکی بازوی سه درجه آزادی

Table 3 The dynamical characteristics of the 3R robot arm

u_{stall} (Nm)	ω_{nl} (rad/s)	J_{r_i} (kgm^2)	k_{r_i} (Nm/rad)	موتور
0.55	5.85	0.85	800	1
0.96	3	0.9	500	2
0.96	3	0.9	700	3

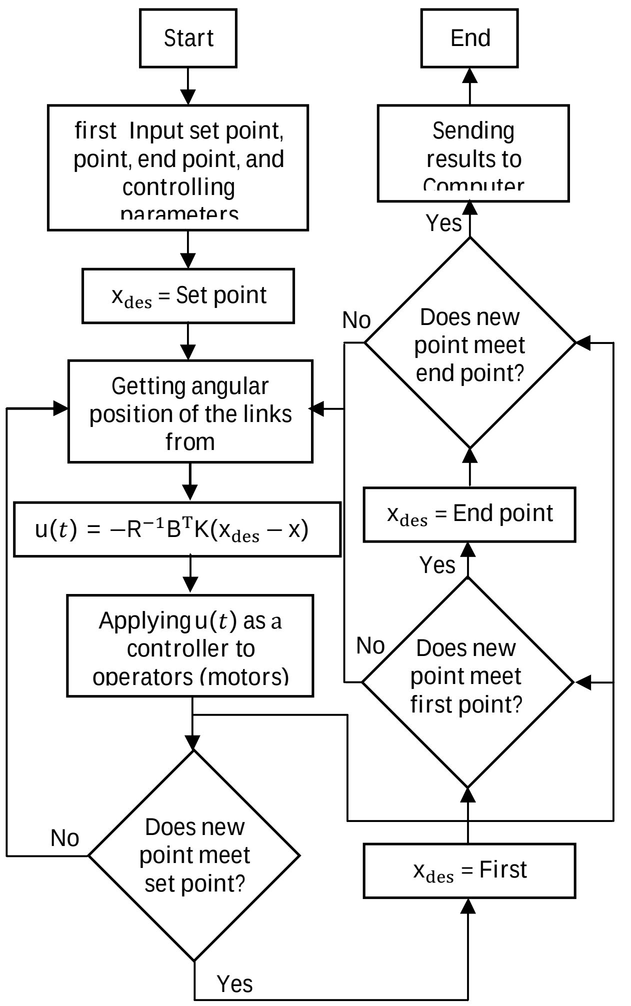

Fig. 7 The flowchart of the practical implementation of the point-to-point mode

شکل 7 الگوریتم پیاده سازی عملی حرکت نقطه‌به‌نقطه

مقادیر ورودی کنترل که نباید از حد مجاز خارج شود، طبق معادله (44) به‌دست می‌آید.

$$u_{i,min}^{max}(t) = \pm u_{i,stall} - \frac{u_{i,stall}}{\omega_{i,nl}}\omega_i(t) \qquad (44)$$

در ادامه زوایای مفاصل به ربات توسط نرم افزار مربوطه اعمال شده و خروجی از طریق اندازه گیری ولتاژ پتانسیومترهای نصب شده بر روی مفاصل بازوها ثبت شده است و به‌وسیله سینماتیک مستقیم ترسیم و با حالت شبیه‌سازی مقایسه گردیده است. شکل 8 تغییرات زاویه عضوها در طی زمان 4 ثانیه را در دو حالت شبیه‌سازی و عملی نشان می‌دهد. در حالت تجربی ربات یک وزنه 100 گرمی را از نقطه A به B منتقل کرده است.

پس از نوشتن برنامه در نرم افزار متلب و وارد کردن نقاط ابتدایی و انتهایی از برد آردیانو ATMEGA2560 به‌عنوان پردازنده واسط بین ربات و کامپیوتر استفاده شده و توسط نرم‌افزار آردیانو اسکچ، برنامه کنترلی سیستم در آن وارد و پردازش شده است. از طرفی برای خواندن و دریافت اطلاعات زوایای بازوها از پتانسیومترها استفاده شده است. اثرات نویز و اغتشاش محیط آزمایشگاه که عموما شامل نویزهای آکوستیک، الکترواستاتیک و الکتریکی می‌باشد توسط معادله نویز گوسی سفید در کنترل شبیه‌سازی سیستم وارد

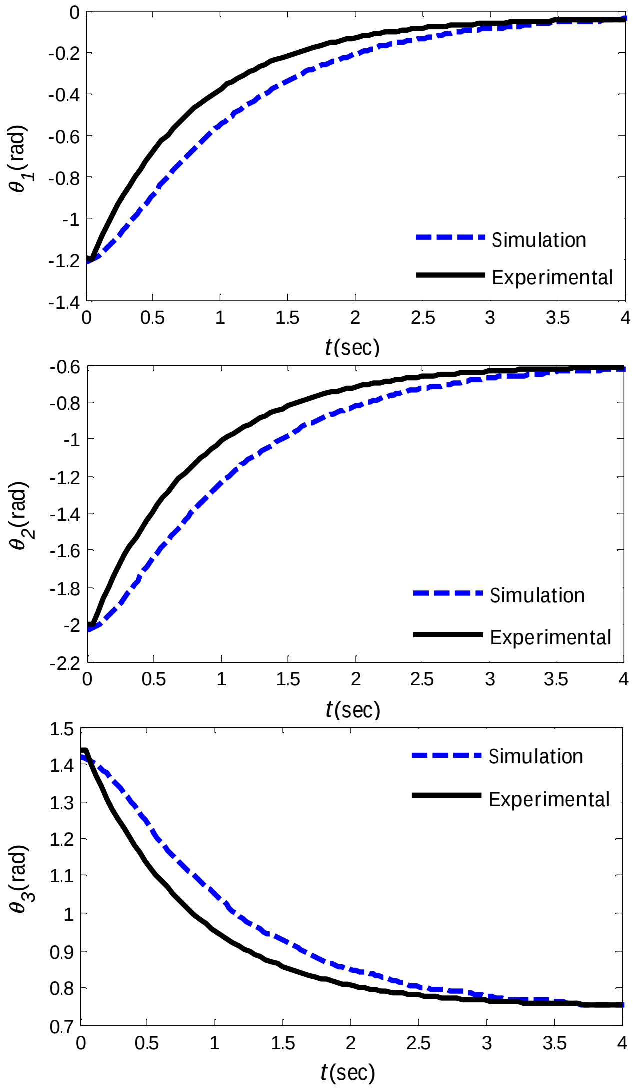

Fig. 8 The time variation of the simulated and experimental angular positions of the links

شکل 8 مقایسه تغییرات موقعیت زوایای عضوها (شبیه‌سازی و تجربی)

شده است تا نتایج واقعی و نزدیک‌تر به حالت تجربی به‌دست آید. نویزگیری سیگنال‌های دریافتی توسط قرارگیری یک فیلتر پایین‌گذار در بخش اینترفیس نرم‌افزاری انجام شده سپس سیگنال فیلتر شده وارد محاسبات کنترل حلقه‌بسته شده است و توسط سینماتیک مستقیم از داده‌های خروجی برای رسم مسیر طی شده استفاده گردیده است. شکل 9 مقایسه مسیر حرکت پنجه ربات را در دو حالت شبیه‌سازی (با استفاده و بدون استفاده از تخمین‌گر) و حالت تجربی بررسی شده نشان می‌دهد، علاوه بر آن برای وضوح بیشتر مسیر پنجه از دو نمای روبه‌رو و جانبی نمایش داده شده است. در جدول 4 نیز برخی از نتایج به‌دست آمده به‌صورت کمی استخراج گردیده است.

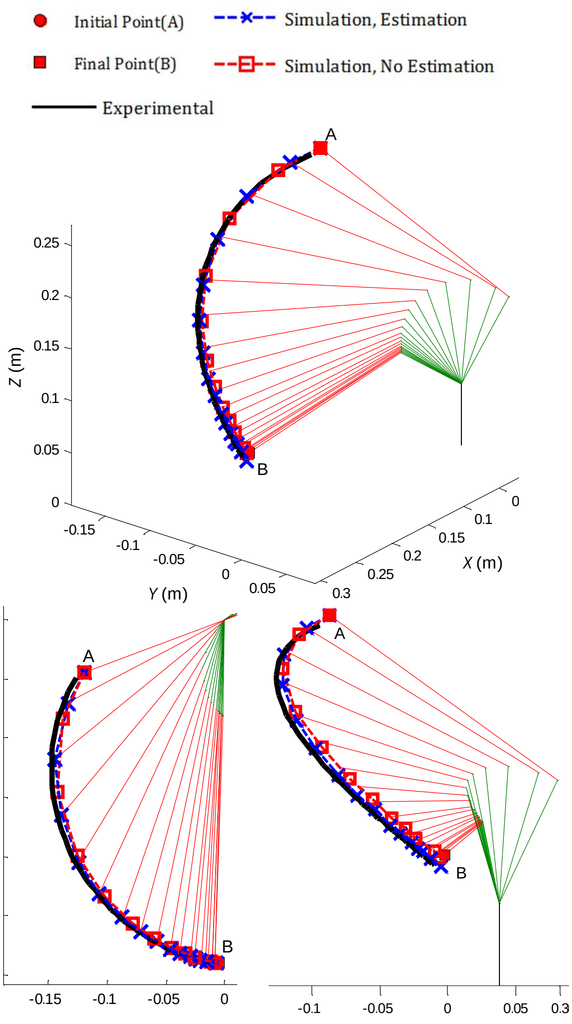

Fig. 9 The simulated and experimental trajectory of the end- effector in point to point mode

شکل 9 مسیر حرکت پنجه در حالت نقطه‌به‌نقطه (شبیه‌سازی و تجربی)

جدول 4 خطای نقاط ابتدا و انتهای مسیر شبیه‌سازی و تجربی

Table 4 The error of the first and the end of the simulated and experimental trajectory

خطا (mm)	آزمایشگاهی (تجربی)	کنترل‌کننده و SDRE رویت‌گر	کنترل‌کننده SDRE
نسبت به نقطه ابتدا (A)	10.84	0	0
نسبت به نقطه انتها (B)	10.10	7.58	3.72
نسبت به مسیر تجربی	0	3.7	6.8

با بررسی نتایج آزمایش انجام شده مشاهده می‌شود خطای حالت تجربی ربات اسکات نسبت به نقطه هدف حدود 10.1 میلی‌متر به‌دست آمده درحالی که خطای شبیه‌سازی در حالتی که از تخمین‌گر SDRE استفاده نشده است حدود 3.72 میلی‌متر می‌باشد و با درنظر گرفتن انعطاف‌پذیری و استفاده از تخمین‌گر طراحی شده این خطا تقریبا به 7.58 میلی‌متر افزایش می‌یابد، به بیان دیگر با وجود تخمین‌گر نتایج شبیه‌سازی به حالت تجربی نزدیکتر شده است و رفتار ربات واقعی‌تر به نظر می‌رسد. در حالت کلی می‌توان این‌گونه بیان نمود که در سیستم شبیه‌سازی نیز به‌خاطر اعمال زمان محدود برای رسیدن به نقطه هدف و عوامل کنترلی و همچنین وارد کردن نویز اندازه گیری به سیستم، در نقطه نهایی خطا وجود دارد، اما آن چیزی که معین می‌باشد وجود عدم خطا در نقطه آغاز حرکت است، در حالی‌که در آزمایش تجربی این نکته صدق نمی‌کند زیرا در آزمایشات تجربی برای رسیدن به نقطه‌ی ابتدایی بازو می‌بایست به‌صورت سیستمی حرکت کند که خود باعث نفوذپذیری تمامی فاکتورهای وجود خطا در سیستم جابجایی ابتدایی می‌شود و این نکته نیز قابل مشاهده است که در حالت تجربی هم خطا در نقطه ابتدایی وجود دارد و هم در نقطه پایانی سیستم قابل رویت می‌باشد.

4-2- مقایسه روش SDRE Observer و OSMC با حالت تجربی

یکی دیگر از روش‌های کنترل غیرخطی پرکاربرد در سیستم‌های رباتیک روش مودلغزشی می‌باشد که نسبت به عدم قطعیت و اغتشاش سیستم مقاوم است. گاهی با ترکیب این روش با روش‌های کنترل بهینه می‌توان از مزیت هر دو روش یعنی مقاوم بودن و بهینگی در ساختار یک کنترل‌کننده که به نام کنترل‌کننده مود لغزشی بهینه (OSMC) مشهور است، استفاده نمود. با استفاده از تئوری کنترل بهینه، ضرایب بهینه برای کنترل‌کننده مود لغزشی در جدول 5 به‌دست آمده است. با استخراج تابع معیار و حل معادله بهینه‌سازی (45) و به‌دست آوردن بهره کنترلی $S(x(t))$، مقدار ورودی بهینه کنترلی $u(t)$ به‌صورت معادله (46) به‌دست می‌آید [13].

$$A^T(x(t))S(x(t)) + S(x(t))A(x(t)) - S(x(t))B(x(t))R^{-1}B^T(x(t))S(x(t)) + Q = 0 \quad (45)$$

$$u(t) = -R^{-1}B^T(x(t))S(x(t))x(t) \quad (46)$$

در شکل‌های 10 و 11 مقایسه ای بین روش پیشنهادی مقاله و روش مود لغزشی بهینه انجام شده و نتایج به دست آمده با حالت تجربی نیز مورد سنجش قرار گرفته است.

مشاهده می‌شود علی‌رغم سریع رسیدن زاویه بازو با کنترل‌کننده OSMC به زاویه تجربی و همچنین طی نمودن مسیر کوتاه‌تر از نقطه مبدا به مقصد، روش کنترل‌کننده و تخمین‌گر SDRE مسیر بهینه و هموارتری را نسبت به حالت تجربی طی نموده است. میزان خطای نقطه پایانی نسبت به نقطه‌ای که بازو به آن رسیده است در روش Error OSMC=8.7 mm و در روش Error SDRE Observer=3.7 mm که بیانگر نزدیک‌تر بودن روش پیشنهادی به حالت واقعی ربات است.

5- جمع‌بندی و نتیجه گیری

در کنترل بازوهای با مفاصل انعطاف‌پذیر اندازه‌گیری تغییرات زوایای بازوها از

جدول 5 پارامترهای کنترل‌کننده [13]

Table 5 The Controllers' parameters [13]

پارامترهای کنترلی	R	Q	k_{OSMC}	λ_{OSMC}
مقدار	$[I]_{3\times3}$	$10[I]_{6\times6}$	$[I]_{3\times3}$	$2[I]_{3\times3}$

[DOR: 20.1001.1.10275940.1395.16.8.21.8]

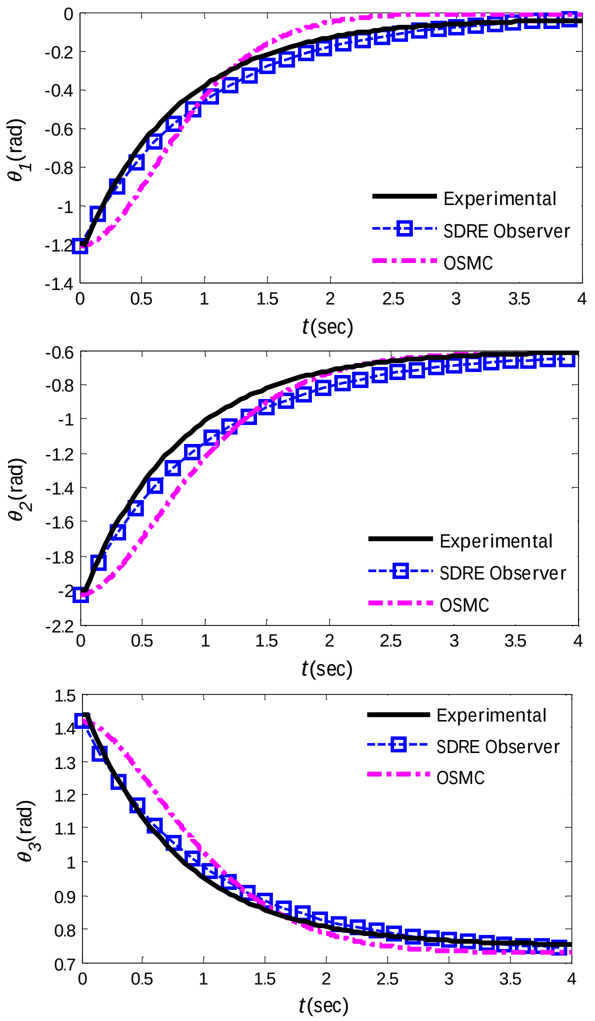

Fig. 10 The time variation of the simulated and experimental angular positions of the links

شکل 10 مقایسه تغییرات موقعیت زوایای عضوها (شبیه‌سازی و تجربی)

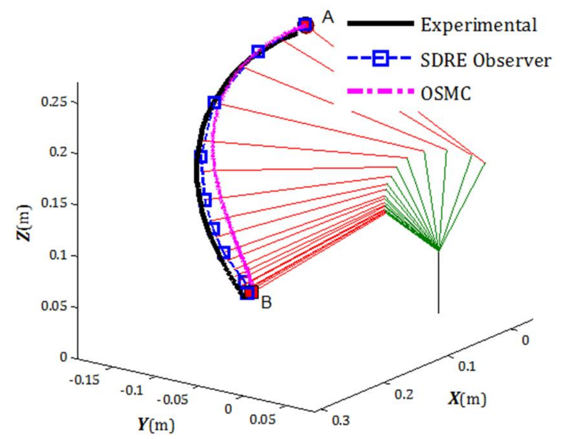

Fig. 11 The simulated and experimental trajectory of the end- effector in point to point mode

شکل 11 مسیر حرکت پنجه در حالت نقطه‌به‌نقطه (شبیه‌سازی و تجربی)

طریق پتانسیومتر میسر است ولی زوایای موتورها به‌سادگی قابل اندازه‌گیری نیست. در این پژوهش از رویت‌گر SDRE جهت تخمین متغیرهای حالت نامعلوم استفاده شده است که علاوه بر صرفه اقتصادی، ترکیب‌شدن نویز همراه با خروجی سیستم‌های اندازه‌گیری که جای خود را به رویت‌گر مدنظر داده‌اند منتفی شده است. روش معادله ریکاتی وابسته به حالت یکی از بهترین روش‌های کنترل بهینه غیرخطی بوده که مزایای استفاده از آن در بخش‌های مقدماتی گفته شد. معمولا سیستم‌های مکاترونیکی در صنعت همواره در محیطی همراه با نویز و اغتشاش کار می‌کنند که این فرض در محیط آزمایشگاه در نظر گرفته شده و نویزها و همچنین پارامترهای تصادفی وارد به سیستم توسط تخمین‌گر SDRE شناسایی شده و تأثیر آن در سیستم کنترل حلقه‌بسته لحاظ گردیده است. معادلات روش مذکور ابتدا برای سیستم‌های کنترلی حلقه‌بسته به‌صورت عمومی استخراج گردیده، سپس این روش جهت طراحی کنترل‌کننده و رویت‌گر برای بازوی مکانیکی سه درجه آزادی با در نظر گرفتن انعطاف‌پذیری مفاصل در نرم افزار متلب کدنویسی شده و نتایج شبیه‌سازی مورد بررسی قرار گرفته است. فرآیند این پژوهش برای ربات اسکات به‌طور تجربی پیاده‌سازی شده و با روش کنترل غیرخطی مدلغزشی بهینه مقایسه گردیده است. با بررسی بخشی از نتایج آزمایش انجام شده مشاهده می‌شود خطای حالت تجربی ربات اسکات در یک مسیر مشخص که جرم 100 گرمی را توسط پنجه از نقطه A به B منتقل می‌کند حدود 10.1 میلی‌متر به‌دست آمده است. براساس مقایسه صورت‌گرفته میزان اختلاف نقطه انتهایی مسیر بازو با استفاده از کنترل‌کننده OSMC نسبت به حالت تجربی 8.7 میلی‌متر می‌باشد، و با بکارگیری کنترل‌کننده SDRE به 6.8 میلی‌متر رسیده است. در صورتی‌که با درنظر گرفتن انعطاف‌پذیری و لحاظ کردن شرایط اغتشاشی محیط و خطای حس‌گرها اندازه‌گیری در معادلات ربات و استفاده از تخمین‌گر طراحی شده، اختلاف به 3.7 میلی‌متر کاهش می‌یابد، به بیان دیگر با پیشنهاد و پیاده‌سازی این روش، کنترل و عملکرد سیستم به رفتار حقیقی ربات نزدیک‌تر شده است.

6- فهرست علایم

A , B	نقاط ابتدا و انتها مسیر حرکت پنجه
$\mathrm{A}(\mathrm{x}(t))$	ماتریس ضریب حالت سیستم
$\mathrm{B}(\mathrm{x}(t))$	ماتریس ضریب کنترل سیستم
$\mathrm{C}(\mathrm{x}(t))$	ماتریس ضریب خروجی سیستم
c , g	بردار تاثیرات نیروی جانب مرکز و بردار شتاب گرانش بازوی مکانیکی صلب
$\underline{\mathrm{c}}$, $\underline{\mathrm{g}}$	بردار تاثیرات نیروی جانب مرکز(شتاب کوریولیس) و بردار شتاب گرانش بازو با مفاصل انعطاف پذیر
$\mathrm{C}(t),\mathrm{F},\mathrm{G}(t)$	ماتریس تصحیح کننده ابعاد بردار عملگرها
$\mathrm{E}(t),\mathrm{W}(t)$	ماتریس وزن دهی به ورودی کنترلی و متغیرهای حالت رویت‌گر
H(.)	تابع همیلتونین
$I_{\mathrm{xx}},I_{\mathrm{yy}},I_{\mathrm{zz}}$	ممان اینرسی بازو حول محور x,y,z
$J_{\mathrm{r_i}}$	معیار عملکرد یا تابع هزینه
$J_{\mathrm{r_i}}$	ممان اینرسی موتورهای محرک
$\mathrm{k}(\mathrm{q}(t))$	بردار اتصال بین عملگرها و عضوها
$\mathrm{K}(\mathrm{x}(t))$	ماتریس بهره فیدبک کنترل‌کننده
$\mathrm{k}_{\mathrm{OSMC}}$	ضریب کنترلی مود لغزشی بهینه
m_{i}	جرم عضو
m_{p}	جرم حمل شده توسط پنجه
$\mathrm{M}(\mathrm{q}(t))$	ماتریس اینرسی بازوی مکانیکی صلب
$\underline{\mathrm{M}}(\mathrm{q}(t))$	ماتریس اینرسی بازو با مفاصل انعطاف‌پذیر
$\mathrm{M_c},\mathrm{M_o}$	ماتریس کنترل‌پذیری و رویت‌پذیری
$\mathrm{P}(\mathrm{x}(t))$	ماتریس متقارن ناشی از حل معادله ریکاتی

$q_L(t), \dot{q}_L(t)$	موقعیت و سرعت زاویه‌ای عضوها
$q_m(t), \dot{q}_m(t)$	موقعیت و سرعت زاویه‌ای موتورها
R, Q	ماتریس وزن دهی به ورودی کنترلی و متغیرهای حالت کنترل‌کننده
$S(x(t))$	بهره بهینه کنترل‌کننده مود لغزشی
$u(t)$	بردار ورودی کنترلی- گشتاور محرک‌ها
$u_{i,stall}$	گشتاور حد اشباع موتور
$u_{i,min}^{max}(t)$	حداکثر و حداقل محدوده گشتاور موتور
$v(t), w(t)$	کمیت نویز اندازه‌گیری و اغتشاش بار
$x(t), y(t), z(t)$	کمیت های قابل اندازه‌گیری

علایم یونانی

$\Gamma(\hat{x}(t))$	ماتریس بهره رویت‌گر
$\gamma(t)$	بردار ورودی رویت‌گر
$\eta(t)$	بردار خروجی سیستم دوگان ریکاتی
$\lambda(t)$	بردار کمک وضعیت
λ_{OSMC}	ضریب کنترلی مود لغزشی
$\omega_{i,nl}$	حداکثر سرعت بی‌باری موتور

7- پیوست

7-1- کاربرد تخمین‌گر در اندازه‌گیری سرعت زاویه‌ای

جهت صحت عملکرد کنترل‌کننده و تخمین‌گر SDRE طراحی شده یک بازوی مکانیکی سه درجه آزادی صلب را در نظر گرفته و با فرض نداشتن ابزار اندازه‌گیری سرعت (تاکومتر)، میزان تغییرات سرعت زاویه‌ای بازو تخمین زده شده است. شکل 12 تغییرات سرعت زاویه‌ای عضو 3 را طی 5 ثانیه در دو مرحله (با تخمین و بدون تخمین) نشان می‌دهد. همان‌طور که مشاهده می‌شود تخمین‌گر با دقت و سرعت خوبی مقدار سرعت زاویه‌ای عضو را رویت و تخمین زده است، همچنین اثرات منفی وجود نویز و اغتشاش در رفتار سرعت زاویه‌ای عضو توسط رویت‌گر SDRE تخمین زده‌شده است.

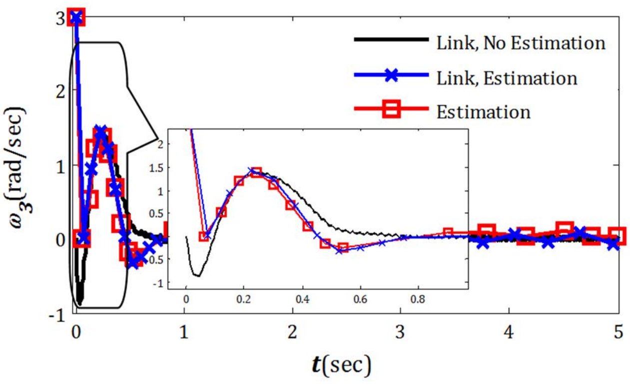

Fig. 12 Estimation of angular velocity variations for third link using SDRE estimator

شکل 12 تخمین تغییرات سرعت زاویه‌ای عضو سوم توسط تخمینگر SDRE

8- مراجع

[1] J. D. Pearson, Approximation methods in optimal control, *Journal of Electronics and Control*, Vol .13, No. 5, pp. 453-469, 1962.
[2] A. Wernli and G. Cook, Suboptimal control for the nonlinear quadratic regulator problem, *Automatica*, Vol. 11, No. 1, pp. 75-84, 1975.
[3] J. R. Cloutier, C. N. D'Souza, C. P. Mracek, Nonlinear regulation and nonlinear H-infinity control via SDRE technique, *International Conference on Nonlinear Problems in Aviation and Aerospace*, Daytona Beach, US, pp. 117-130, 1996.
[4] M. Xin, S. N. Balakrishnan, Z. Huang, Robust SDRE based robot manipulator control, *Proceeding of IEEE International Conference on Control Applications*, Mexico City: IEEE, pp. 369-374, 2001.
[5] T. Cimen, D. McCaffrey, R. F. Harrison, S. P. Banks, Asymptotically optimal nonlinear filtering, *Automatic Control in Aerospace*, Vol. 17, No. 1, pp. 756-761, 2007.
[6] J. R. Cloutier, D. T. Stansbery, The capabilities and art of state-dependent Riccati equation-based design, *Proceedings of American Control Conference*, Anchorage: IEEE, Vol. 1, pp. 86-91, 2002.
[7] H. T. Banks, B. M. Lewis, H. T. Tran, Nonlinear feedback controllers and compensators: A state-dependent Riccati equation approach, *Computational Optimization and Applications*, Vol. 37, No. 2, pp. 177-218, 2007.
[8] L. M. Sweet, M. C. Good, Redefinition of the robot motion-control problem, *IEEE Control Systems Magazine*, Vol. 5, No. 3, pp. 18-25, 1985.
[9] H. S. Ramirez, M. W. Spong, Variable structure control of flexible joint manipulators, *The International Journal of Robotics and Automation*, Vol. 3, No. 2, pp. 57-64, 1988.
[10] M. H. Korayem, A. Nikoobin, Maximum payload for flexible joint manipulators in point-to-point task using optimal control approach, *The International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, Vol. 38, No. 9-10, pp. 1045-1060, 2008.
[11] M. Salehi, A. Nikoobin, Optimal trajectory planning of flexible joint manipulator: Maximum load carrying capacity-minimum vibration, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 13, No. 14, pp. 68-80, 2013 (in Persian فارسی).
[12] M .Navabi, P .Roozgard, Nonlinear fault-tolerant flight control for a transport aircraft in presence of actuators fault and failure, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 15, No. 12, pp. 209-220, 2015 (in Persian فارسی).
[13] M. H. Korayem, A. Khademi, S.R. Nekoo, A Comparative study on SMC, OSMC and SDRE for robot control, *Proceeding of IEEE International Conference on Robotics and Mechatronics*, Tehran: IEEE, pp. 13-18, 2014.
[14] M. H. Korayem, M. Irani, S. R. Nekoo, Load maximization of flexible joint mechanical manipulator using nonlinear optimal control, *Acta Astronautica*, Vol. 69, No. 7-8, pp. 458-469, 2011.
[15] M. H. Korayem, S. R. Nekoo, State-dependent differential Riccati equation to track control of time-varying systems with state and control nonlinearities, *ISA Transactions*, Vol. 57, pp. 117-135, 2015.
[16] D. G. Luenberger, Observing the state of a linear system, *IEEE Transactions on Military Electronics*, Vol. 8, No. 2, pp. 74-80, 1964.
[17] D. G. Luenberger, An introduction to observers, *IEEE Transactions on Automatic Control*, Vol. 16, No. 6, pp. 596-602, 1971.
[18] V. Pappano, B. Friedland, Analytical solution for a separate state and parameter SDRE observer for a CSI-fed induction motor, *Proceeding of IEEE International on Control Applications*, Trieste: IEEE, Vol. 2, 1998.
[19] M. Xin, S.N. Balakrishnan, A new state observer and flight control of highly maneuverable aircraft, *Proceeding of American Control Conference*, St. Louis: IEEE, pp. 5380-3385, 2009.
[20] H. Beikzadeh, H. D. Taghirad, Stability analysis of the discrete-time difference SDRE state estimator in a noisy environment, *Proceeding of IEEE International Conference on Control and Automation*, Christchurch,: IEEE, pp. 1751-1756, 2009.
[21] A. J. Krener, W. Respondek, Nonlinear observer with linearizable error dynamics, *SIAM Journal of Control and Optimization*,Vol. 23, No. 2, pp. 197-216, 1985.
[22] T. Çimen, State-dependent Riccati equation (SDRE) control: A survey, *The International Federation of Automatic Control*, Vol. 41, No. 2, pp. 3761-3775, 2008.
[23] M. H. Korayem, S. R. Nekoo, Finite-time state-dependent Riccati equation for time-varying nonaffine systems: Rigid and flexible joint manipulator control, *ISA Transactions*, Vol. 54, pp. 125-144, 2015.
[24] S. R. Nekoo, B. Geranmehr, Nonlinear observer-based optimal control using the state-dependent Riccati equation for a class of non-affine control systems, *Journal of Control Engineering and Applied Informatics*, Vol. 16, No. 2, pp. 5-13, 2014.

[DOR: 20.1001.1.10275940.1395.16.8.21.8]