



محور آنی دوران مفصل‌های خمشی و تحلیل سینماتیک سرعت میکروهگزاپاد با استفاده از تئوری پیچ‌واره

احسان روحانی اصفهانی¹، محمد جواد ناطق^{2*}

1- دانشجوی دکترا، مهندسی مکانیک، دانشگاه تربیت مدرس، تهران

2- دانشیار، مهندسی مکانیک، دانشگاه تربیت مدرس، تهران

* تهران، صندوق پستی 143-14115، nategh@modares.ac.ir

اطلاعات مقاله

مقاله پژوهشی کامل

دریافت: 18 آبان 1393

پذیرش: 02 دی 1393

ارائه در سایت: 11 بهمن 1393

کلیدواژگان:

میکروهگزاپاد

مفصل خمشی

محور آنی دوران

سینماتیک سرعت

چکیده

در این مقاله، ربات میکروهگزاپاد برای به‌کارگیری به‌عنوان میکرومانیپولیتور معرفی می‌شود. ابتدا به بررسی مکانیزم موازی هگزاپاد و تغییراتی که نیاز است در آن جهت افزایش دقت موقعیت‌دهی و حذف عواملی نظیر لقی و اصطکاک در مفصل‌ها ایجاد شود، پرداخته می‌شود. برای این منظور پس از مقیاس نمودن هگزاپاد، مفصل‌های کروی و یونیورسال با مفصل‌های خمشی نوع میله‌ای در مکانیزم میکروهگزاپاد جایگزین می‌شود. سپس به بررسی درجات آزادی مفصل‌های خمشی میله‌ای پرداخته شده و پس از آن محور آنی دوران مفصل‌های خمشی به‌ازاء هر پیچ‌های محدود سکوی متحرک به‌دست می‌آید و نشان داده می‌شود که زنجیره‌ی سینماتیک هر پایه میکروهگزاپاد را می‌توان به‌صورت دو مفصل کروی و یک محرک خطی در نظر گرفت؛ البته با این تفاوت نسبت به هگزاپاد که محل محور آنی دوران مفصل‌های خمشی آن با تغییر پیچ‌های محدود سکوی متحرک مرتباً تغییر می‌کند. سپس روابط حاکم بر سینماتیک سرعت میکروهگزاپاد، با استفاده از تئوری پیچ‌واره استخراج شد. به‌علاوه توسط روابط تحلیلی برای حرکت خطی سکوی متحرک با سرعت ثابت و نیز شتاب ثابت و همچنین حرکت با سرعت ثابت بر مسیر دایره‌ای، سرعت محرک‌ها محاسبه شد. نتایج به‌دست آمده به‌وسیله‌ی تحلیل المان محدود مورد صحت‌سنجی قرار گرفت و نشان داد که تطابق بسیار خوبی بین آنها برقرار می‌باشد.

Instantaneous Center of Rotation of Flexure Joints and Velocity Kinematic Analysis of Microhexapod Using Screw Theory

Ehsan Rouhani Esfahani, Mohammad Javad Nategh*

Department of Mechanical Engineering, Tarbiat Modares University, Tehran, Iran

* P.O.B. 14115-143, Tehran, Iran, nategh@modares.ac.ir

ARTICLE INFORMATION

Original Research Paper
Received 09 November 2014
Accepted 24 December 2014
Available Online 31 January 2015

Keywords:
Microhexapod
Flexure Joint
Instantaneous Center of Rotation
Velocity Kinematics

ABSTRACT

In this article microhexapod robot is introduced as a micromanipulator. First, hexapod, which is a parallel mechanism is investigated, as well as modifications that are needed for the improvement of positioning accuracy and eliminating factors such as clearance and friction in the conventional joints. Doing this, spherical and universal joints are replaced with flexural beam type joints after scaling down the hexapod. Then the degrees of freedom of flexure joints are achieved and, after that, the instantaneous center of rotation of flexure joints is derived for every finite twist of moving platform and it is shown that the kinematic chain of each pod of microhexapod consists of two spherical joints and a prismatic actuator; but it differs from hexapod in such a way that the location of the instantaneous center changes with the change of the finite twist of moving platform. Thereafter the velocity kinematics of microhexapod is solved using screw theory. In addition, using the analytical formula, the velocity of actuators was calculated for some case studies; linear motion of moving platform with constant velocity, constant acceleration and also movement with constant velocity in a circular path. The results are verified with the finite element analysis and show good agreement.

1- مقدمه

استفاده از ربات‌ها ضروری به نظر می‌رسد.

یکی از ربات‌هایی که بسیار مورد توجه محققان می‌باشد ربات هگزاپاد است. هگزاپاد از دو سکوی متحرک و ثابت تشکیل می‌شود که توسط شش پایه به یکدیگر متصل می‌گردند. یکی از مزایای این مکانیزم داشتن شش درجه آزادی است. استفاده از شش درجه آزادی هگزاپاد جهت انجام عملیات میکرومانیپولیشن از این جهت اهمیت دارد که از درجات آزادی دورانی

تقاضای بسیاری برای جابجایی اشیاء در اندازه‌ی میکرون وجود دارد. برای مثال در مونتاژ میکروماشین‌ها [1]، جابجایی سلول‌ها، میکروجرای [2] و میکروماشینکاری [3] می‌توان از میکرومانیپولیتورها استفاده نمود. همچنین در موارد بسیاری به دلیل محدودیت فضا، دقت مورد نیاز یا محیط (برای مثال محیط‌های سمی) باید دخالت مستقیم انسان حذف شود. در این موارد

Please cite this article using:

E. Rouhani Esfahani, M.J. Nategh, Instantaneous Center of Rotation of Flexure Joints and Velocity Kinematic Analysis of Microhexapod Using Screw Theory, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 15, No. 3, pp. 173-180, 2015 (In Persian)

برای ارجاع به این مقاله از عبارت ذیل استفاده نمایید:

E. Rouhani Esfahani, M.J. Nategh, Instantaneous Center of Rotation of Flexure Joints and Velocity Kinematic Analysis of Microhexapod Using Screw Theory, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 15, No. 3, pp. 173-180, 2015 (In Persian)

لقی موجود در سیستم‌های مرسوم یکی از مهمترین عوامل خطا می‌باشد. یک روش که در ساخت به منظور حذف لقی می‌تواند مورد استفاده قرار گیرد اعمال پیش‌بار به اجزاء می‌باشد. به کارگیری یک چنین نیرویی، اصطکاک را افزایش می‌دهد و سبب می‌شود اجزاء سریعتر سائیده شوند و اگرچه یک مشکل را حل می‌کند، مشکل دیگری را اضافه می‌نماید [5]. به منظور حل این مشکل بسیاری از پژوهشگران از مفصل‌های خمشی با هدف افزایش دقت استفاده نموده‌اند. برای نمونه مین و همکاران [6] و منگ و همکاران [7] از مفصل‌های خمشی برای ساخت موقعیت‌دهنده‌ی با دقت نانو با دو درجه آزادی استفاده کردند. همچنین جیو و همکاران [8] از مفصل‌های خمشی جهت ساخت نانوموقعیت‌دهنده‌ی پنج درجه آزادی استفاده نمودند. این مفصل‌ها محدودیت‌های مفصل‌های معمولی از قبیل سایش، لقی و اصطکاک را ندارند و نیز می‌توان آنها را در ابعاد کوچکی ساخت. مفصل‌های خمشی از خاصیت الاستیک ماده برای ایجاد زاویه استفاده می‌کنند.

این مفصل‌ها از یک قطعه مستطیلی تشکیل شده‌اند که قسمتی از آن جدا شده است و با توجه به انعطاف بیشتر حول یک، دو یا سه محور حساس می‌توان آنها را به ترتیب جایگزین مفصل‌های لولایی، یونیورسال و کروی نمود. در شکل 3 این مفصل‌ها نشان داده شده است.

از سوی دیگر از آنجا که در مکانیزم‌های موازی بر خلاف مکانیزم‌های سری، خطاها لزوماً جمع‌شونده نیستند، می‌توان با به کارگیری مفصل‌های خمشی در مکانیزم‌های موازی به افزایش بیشتر دقت کمک نمود که در ادامه نمونه‌هایی از این مکانیزم‌ها مرور می‌شود؛ تانیکاوا و همکاران [11] سیستم مانیپولیشن موازی 3RPPR را جهت مونتاژ میکروماشینها و همچنین استفاده برای میکروجرراحی پیشنهاد نمودند. لیو و همکاران [12] میکرومانیپولیتور انگشتی را که از دو مکانیزم موازی 3RPS تشکیل شده است را معرفی نمودند. در نامگذاری‌های آمده P، R و S به ترتیب معرف مفصل‌های خمشی لولا، خطی و کروی می‌باشند. بلترامی [3] یک ماشین ابزار سه درجه آزادی به نام دلنا را جهت میکرو/نانوماشینکاری تخلیه الکتریکی پیشنهاد نمود. در مفصل‌های خمشی ذکر شده محور دوران تقریباً ثابت می‌باشد و در محلی از مفصل خمشی که کمترین سفتی را دارد در نظر گرفته می‌شود.

این مفصل‌های خمشی مرسوم دامنه‌ی حرکتی بسیار کمی دارند و سبب محدودیت بسیاری در فضای کاری میکرومانیپولیتور می‌شوند. برای رفع این محدودیت نال [13] مفصل خمشی‌ای را معرفی نمود که می‌تواند جایگزین مفصل خمشی کروی شود و دامنه‌ی حرکتی بسیار بزرگتری نسبت به مفصل خمشی کروی مرسوم دارد. این مفصل به شکل یک تیر ساده با مقطع دایروی می‌باشد.

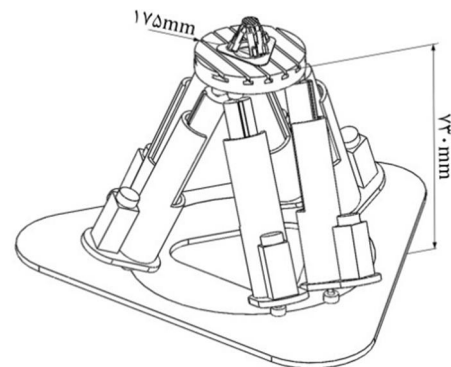
لازم به ذکر است که در طراحی اولیه میکروهگزاپاد زنجیره سینماتیکی هر پایه شامل مفصل کروی، محرک خطی و مفصل کروی می‌شد لیکن از آنجا که استفاده از دو مفصل کروی سبب ایجاد درجه آزادی چرخش هر پایه حول محور خود می‌شد در طراحی بعدی از مفصل یونیورسال به جای مفصل کروی پایینی استفاده شد [14]. اگر چه هر دو آنها نهایتاً سبب ایجاد شش درجه آزادی برای سکوی متحرک می‌شدند. در این مقاله نویسندگان از مفصل‌های خمشی طرح نال در مکانیزم هگزاپاد به جای مفصل‌های کروی و یونیورسال استفاده کردند. این مکانیزم که میکروهگزاپاد نامیده می‌شود در شکل 4 نشان داده شده است.

همانطور که در شکل 4 نشان داده شده است، میکروهگزاپاد از یک سکوی ثابت، یک سکوی متحرک و شش پایه تشکیل شده است. هر پایه شامل مفصل‌های خمشی بالایی و پایینی و یک محرک خطی می‌باشد.

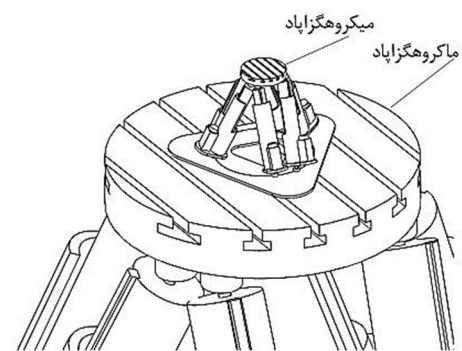
می‌توان برای افزایش سرعت حرکت خطی عملگر نهایی استفاده نمود چراکه با اتصال میله‌ای به سکوی متحرک، با اعمال تغییرمکان زاویه‌ای کوچک سکوی متحرک انتهای میله حرکت خطی زیادی و با سرعت بالایی انجام می‌دهد. لازم به ذکر است که فضای کاری مورد نیاز برای میکرومانیپولیشن بسیار کوچکتر از فضای کاری برای انجام عملیاتی نظیر ماشینکاری در فضای ماکرو می‌باشد. از طرف دیگر محرک‌های خطی با قدرت تفکیک در حدود چند صد نانومتر در ابعاد کوچکی وجود دارند. بنابراین لازم است که ربات هگزاپاد (که با نام ماکروهگزاپاد از آن یاد می‌شود) کوچک شود. در شکل 1 ربات ماکروهگزاپاد و مقیاس کوچکتر آن (میکروهگزاپاد) نشان داده شده است. همچنین نمای نزدیکتر شکل 1 در شکل 2 نشان داده شده است.

مقیاس نمودن ربات موازی ماکروهگزاپاد منجر به استفاده از مفصل‌های بسیار کوچک (قطر در حدود 3/6 میلی‌متر) می‌شود. نمونه‌های مفصل‌های کروی موجود ابعاد بسیار بزرگتری نسبت به اندازه مطلوب دارند، به علاوه اگر این مفصل‌ها مجهز به سیستم ضد لقی نیز باشند بزرگتر می‌گردند. از سوی دیگر پیکربندی هفت هشتی پایه‌ها پایدارترین حالت برای مکانیزم می‌باشد [4]. بزرگ شدن مفصل‌های کروی بر پیکربندی میکروهگزاپاد اثر می‌گذارد و آن را از پیکربندی هفت هشتی دور می‌کند. بنابراین لازم است مفصل‌های کروی با مفصل‌های دیگری جایگزین شوند که علاوه بر کوچک بودن، لقی نیز نداشته باشند.

حذف عوامل ایجاد خطا در میکرومانیپولیتورها جهت دستیابی به دقت بالای مورد نیاز، همواره یکی از چالشهای پژوهشگران می‌باشد.



شکل 1 ماکروهگزاپاد و میکروهگزاپاد



شکل 2 نمای نزدیک ماکروهگزاپاد و میکروهگزاپاد



شکل 3 مفصل‌های خمشی یک، دو و سه درجه آزادی

مفصل های خمشی مورد مطالعه قرار می گیرد و برای بدست آوردن محور آبی دوران از تئوری پیچ واره¹ استفاده می شود. در تئوری پیچ واره، پیچهای محدود² توسط بردار 6×1 به صورت رابطه (1) تعریف می شود.

$$\xi = [\delta\theta \ \delta\chi]^T = [L \ M \ N \ P^* \ Q^* \ R^*]^T \quad (1)$$

در رابطه (1)، $\delta\theta$ بردار 1×3 و بیانگر جابجایی زاویه ای و $\delta\chi$ بردار 1×3 و بیانگر جابجایی خطی می باشد. بالانویس T بیانگر ترانزپوز می باشد. همچنین L ، M و N مولفه های بردار جابجایی زاویه ای و P^* ، Q^* و R^* مولفه های بردار جابجایی خطی می باشد. ارتباط بین جابجایی زاویه ای و خطی توسط پارامتر h که گام پیچ واره نامیده می شود به صورت رابطه (2) تعریف می شود.

$$h = \frac{LP^* + MQ^* + NR^*}{L^2 + M^2 + N^2} \quad (2)$$

2-1- درجات آزادی مفصل های خمشی

فرض می شود که پیچهای محدود مفصل های خمشی بالایی و پایینی هر کدام به یک سیستم سه تایی تعلق دارند و بنابراین هر پیچهای محدود در این سیستم را می توان از ترکیب خطی پیچهای محدود اصلی بدست آورد (رابطه (3)).

$$\xi = \lambda_1 \xi_1 + \lambda_2 \xi_2 + \lambda_3 \xi_3 \quad (3)$$

در رابطه (3)، ξ پیچهای محدود مفصل خمشی، λ_1 ، λ_2 و λ_3 ضرایب معادله خطی و ξ_1 ، ξ_2 و ξ_3 پیچهای محدود اصلی سیستم سه تایی می باشند و به صورت رابطه (4) تعریف می شوند [18]:

$$\begin{aligned} \xi_1 &= (1, 0, 0; h_\alpha, 0, 0) \\ \xi_2 &= (0, 1, 0; 0, h_\beta, 0) \\ \xi_3 &= (1, 0, 0; 0, 0, h_\gamma) \end{aligned} \quad (4)$$

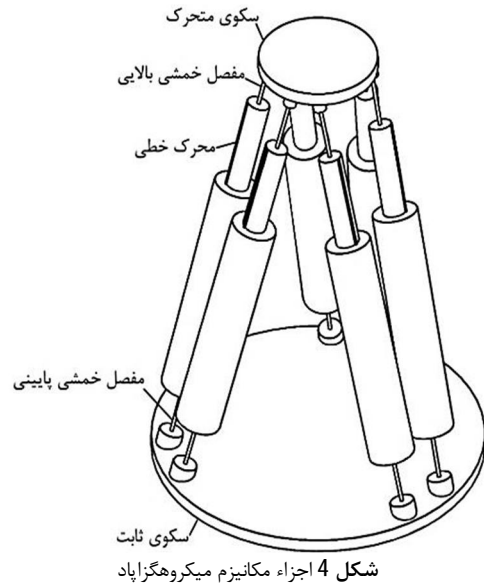
در حقیقت با حل رابطه (3) و به ازاء هر پیچهای محدود مفصل خمشی می توان مجهولات λ_1 ، λ_2 ، λ_3 و h_α ، h_β ، h_γ را بدست آورد که تاییدی بر تعلق پیچهای محدود مفصل های خمشی به یک سیستم سه تایی می باشد. در نتیجه یک سیستم سه تایی دیگر وجود دارد که به این سیستم موجود عمود می باشد و بر آن آچار³ (بردار حاوی نیرو و گشتاور) وارد می کند. بنابراین درجات آزادی مفصل های خمشی 3 است. بنابراین می توان بیان نمود که زنجیره سینماتیکی میکروهگزاپاد SPS می باشد.

2-2- ماتریس انتقال پیچهای محدود

حال سوالی که مطرح می شود اینست که محل قرار گیری محور دوران هر مفصل خمشی کجاست و چگونه می توان در این سیستم سه تایی به پیچی با گام صفر (که در واقع بیان کننده دوران خالص (محور دوران) باشد) دست یافت. این کار به منظور مقایسه زنجیره سینماتیکی میکروهگزاپاد با ماکروهگزاپاد انجام می گیرد چراکه در میکروهگزاپاد مفصل های خمشی جایگزین مفصل های کروی و یونیورسال شده اند. پیچ واره با گام صفر در حقیقت بیان کننده خط در مختصات پلوکر می باشد.

برای این کار از ماتریس انتقال پیچهای محدود استفاده می شود. برای بدست آوردن ماتریس انتقال پیچهای محدود از یک دستگاه مختصات به دستگاه مختصات دیگر، شکل 5 را در نظر بگیرید.

فرض کنید پیچهای محدود دستگاه مختصات متصل به مرکز سکوی متحرک (P) معلوم است و هدف یافتن پیچهای محدود دستگاه مختصات قرار گرفته در نقطه دلخواه E_i که به موازات دستگاه مختصات P هست می باشد.



با تغییر طول محرک های خطی ایجاد شش درجه آزادی برای سکوی متحرک میسر می گردد. به کارگیری مفصل های خمشی طرح نال سبب می شود که محور دوران ثابت نباشد و با تغییر پیچهای محدود مفصل های خمشی تغییر کند. تنو و همکاران [15] این تغییر مکان نامطلوب را در حالت دو بعدی با توجه به نیروهای وارده و زاویه ای دوران مفصل خمشی محاسبه نمودند. شی و همکاران [16] به تحلیل سینماتیک جابجایی موقعیت دهنده ی هگزاپاد بر پایه ی مفصل های خمشی با زنجیره سینماتیکی PPSS پرداختند و سپس روندی را جهت کالیبراسیون آن پیشنهاد و اجرا کردند. همچنین شی و سو [17] فضای کاری این موقعیت دهنده را بدست آوردند. آنها در مدلسازی با توجه به طول کم مفصل های خمشی (4 میلیمتر) فرض نمودند که محور چرخش مفصل های خمشی بالایی و پایینی به ترتیب در نقطه اتصال آنها به سکوی متحرک و ثابت اتفاق می افتد و از اثر تغییر مکان محور چرخش صرف نظر کردند.

مفصل های خمشی محدودیت حرکتی بیشتری نسبت به مفصل های عادی دارند چراکه حد تغییر شکل آنها کرنش الاستیک مفصل می باشد. یکی از راههای افزایش کرنش الاستیک استفاده از موادی برای مفصل های خمشی است که نسبت تنش تسلیم به مدول الاستیسیته بالایی داشته باشند. از این منظر آلباژ T16A14V بسیار مناسب می باشد [5]. راه دیگر برای افزایش فضای کاری میکروهگزاپاد طول مفصل های خمشی می باشد که با افزایش آن کرنش الاستیک مفصل خمشی افزایش می یابد. در میکروهگزاپاد طول مفصل های خمشی بالایی و پایینی به ترتیب 10 و 12 میلیمتر در نظر گرفته شد. در این حالت محور دوران مفصل های خمشی را نمی توان ثابت فرض نمود، چراکه فرض ثابت بودن محور دوران سبب خطا در معادلات سینماتیک می شود.

در این مقاله ابتدا به بررسی درجات آزادی مفصل های خمشی طرح نال پرداخته می شود و سپس یک روش کلی برای محاسبه ی محور آبی دوران مفصل های خمشی در فضای سه بعدی ارائه می گردد. سپس با توجه به نتایج بدست آمده به بررسی سینماتیک سرعت میکروهگزاپاد با زنجیره ی سینماتیکی SPS پرداخته می شود و روابط بدست آمده توسط شبیه سازی المان محدود مورد صحت سنجی قرار می گیرد.

2- محور آبی دوران مفصل های خمشی

به منظور نشان دادن تفاوت میکروهگزاپاد و ماکروهگزاپاد محور آبی دوران

1- Screw Theory
2- Finite Twist
3- Wrench

محدود را تغییر نمی‌دهد. در صورتی که بخواهیم گام پیچ‌های محدود پس از انتقال از صفر به θ تغییر کند رابطه‌ی (8) به صورت رابطه (10) تغییر می‌کند.

$$\begin{Bmatrix} \mathbb{L} \\ \mathbb{M} \\ \mathbb{N} \\ \mathbb{P}^* \\ \mathbb{Q}^* \\ \mathbb{R}^* \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} I_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} \\ \theta & z & -y \\ -z & \theta & x \\ y & -x & \theta \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \mathbb{L}' \\ \mathbb{M}' \\ \mathbb{N}' \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (10)$$

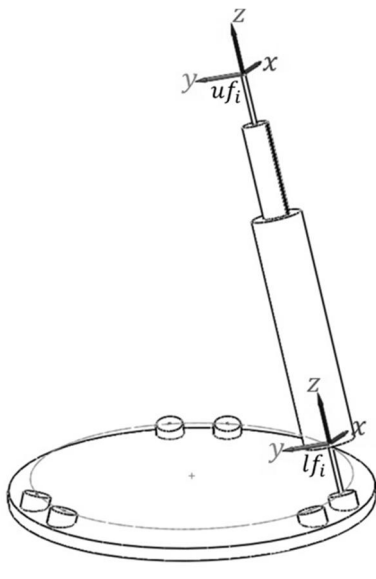
در رابطه‌ی (10) پیچ‌های محدود مفصل خمشی با $\{\mathbb{L} \ \mathbb{M} \ \mathbb{N} \ \mathbb{P}^* \ \mathbb{Q}^* \ \mathbb{R}^*\}$ نشان داده شده است. این پیچ‌های محدود از حل سینتوالاستیک جابجایی معلوم است و هدف یافتن \mathbb{L}' ، \mathbb{M}' ، \mathbb{N}' و x ، y و z می‌باشد. از رابطه‌ی (10) می‌توان به روابط (11) رسید.

$$\begin{aligned} \mathbb{L}' &= \mathbb{L} \\ \mathbb{M}' &= \mathbb{M} \\ \mathbb{N}' &= \mathbb{N} \end{aligned} \quad (11)$$

همچنین از رابطه‌ی (10) و (11) رابطه (12) حاصل می‌شود.

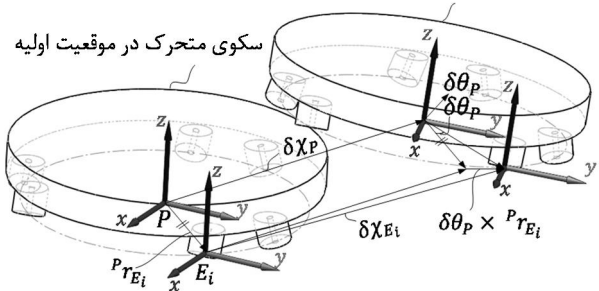
$$\begin{aligned} \mathbb{P}^* &= \theta \mathbb{L} - z \mathbb{M} + y \mathbb{N} \\ \mathbb{Q}^* &= z \mathbb{L} + \theta \mathbb{M} - x \mathbb{N} \\ \mathbb{R}^* &= -y \mathbb{L} + x \mathbb{M} + \theta \mathbb{N} \end{aligned} \quad (12)$$

معادله‌ی (12) بیان‌کننده معادله خط و یا محور دوران است. این بدین معنی است که گویی مفصل خمشی برداشته شده و یک مفصل کروی روی نقطه‌ای از محور دوران قرار داده شده است. واضح است که با تغییر محل سکوی متحرک پیچ‌های محدود مفصل‌های خمشی نیز تغییر می‌کند و در نتیجه امتداد و محل محور آنی دوران نیز تغییر می‌کند. در شکل 6 دستگاه‌های مختصاتی که پیچ‌های محدود مفصل‌های خمشی در آن تعریف می‌گردد نشان داده شده است. همچنین پارامترهای سازه میکروهنگزآپاد در شکل 7 نشان داده شده است. مقادیر این پارامترها که از طریق بهینه‌سازی سازه به منظور رسیدن به بیشینه فضای کاری و بیشینه سفتی محلی بدست آمده است در جدول 1 آمده است. در جدول 1 شعاع سکوی متحرک، r_b شعاع سکوی ثابت، η زاویه قرارگیری مفصل‌های خمشی بالایی بر سکوی متحرک، θ زاویه قرارگیری مفصل‌های خمشی پایینی بر سکوی ثابت، H ارتفاع میکروهنگزآپاد، l_{if} طول مفصل خمشی پایینی، d_{if} قطر مفصل خمشی پایینی و l_{uf} و d_{uf} به ترتیب طول و قطر مفصل خمشی بالایی می‌باشد. واحدهای طول در جدول 1 برحسب میلی‌متر و برای زاویه‌ها برحسب درجه می‌باشد.



شکل 6 دستگاه‌های مختصات قرار گرفته بر انتهای بالایی مفصل‌های خمشی پایه‌ی اول

پس از جابجایی زاویه‌ای و خطی



شکل 5 پیچ‌های محدود سکوی متحرک

در این حالت با توجه به شکل 5 و با فرض جابجایی زاویه‌ای کوچک و صلب بودن سکوی متحرک می‌توان جابجایی زاویه‌ای ($\delta\theta_{E_i}$) و خطی ($\delta\chi_{E_i}$) پیچ‌های محدود دستگاه E_i را به صورت رابطه‌های (5) و (6) نوشت.

$$\delta\theta_{E_i} = \delta\theta_P \quad (5)$$

$$\delta\chi_{E_i} = \delta\chi_P + \delta\theta_P \times {}^P r_{E_i} \quad (6)$$

در رابطه‌ی (5) بردار جابجایی زاویه‌ای دستگاه مختصات P می‌باشد. در رابطه‌ی (6) بردار جابجایی خطی P و برداری است که از اتصال مبداء مختصات P به مبداء دستگاه مختصات E_i بدست می‌آید. همچنین علامت \times نمایانگر حاصلضرب خارجی دو بردار می‌باشد. از آنجا که می‌توان حاصلضرب خارجی دو بردار را به صورت حاصلضرب یک ماتریس پاد متقارن در یک بردار نوشت، رابطه‌ی (6) به صورت رابطه (7) در می‌آید:

$$\begin{Bmatrix} \mathbb{P}^*_{E_i} \\ \mathbb{Q}^*_{E_i} \\ \mathbb{R}^*_{E_i} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \mathbb{P}^*_P \\ \mathbb{Q}^*_P \\ \mathbb{R}^*_P \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & z & -y \\ -z & 0 & x \\ y & -x & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \mathbb{L}_P \\ \mathbb{M}_P \\ \mathbb{N}_P \end{Bmatrix} \quad (7)$$

در رابطه‌ی (7)، x ، y و z مولفه‌های بردار ${}^P r_{E_i}$ می‌باشد. رابطه‌های (5) و (7) را می‌توان به فرم رابطه (8) نوشت.

$$\begin{Bmatrix} \mathbb{L}_{E_i} \\ \mathbb{M}_{E_i} \\ \mathbb{N}_{E_i} \\ \mathbb{P}^*_{E_i} \\ \mathbb{Q}^*_{E_i} \\ \mathbb{R}^*_{E_i} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} I_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} \\ 0 & z & -y \\ -z & 0 & x \\ y & -x & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \mathbb{L}' \\ \mathbb{M}' \\ \mathbb{N}' \\ \mathbb{P} \\ \mathbb{Q} \\ \mathbb{R} \end{Bmatrix} \quad (8)$$

در رابطه‌ی (8)، $I_{3 \times 3}$ ماتریس همانی و $0_{3 \times 3}$ ماتریس صفر 3×3 می‌باشد. همچنین رابطه‌ی (8) را می‌توان به فرم مختصر رابطه (9) نوشت.

$$\xi_{E_i} = {}^{E_i} J \xi_P \quad (9)$$

در رابطه‌ی (9)، ξ_{E_i} پیچ‌های محدود E_i ، ξ_P پیچ‌های محدود E_i و ${}^{E_i} J$ ماتریس انتقال پیچ‌های محدود از دستگاه مختصات P به دستگاه مختصات E_i ، که به موازات هم هستند، می‌باشد.

2-3- محاسبه‌ی محور آنی دوران

برای یافتن محور دوران، پیچ‌های محدود با گام صفر (محور دوران) را از دستگاه مختصاتی که به موازات دستگاه مختصاتی که پیچ‌های محدود در آن تعریف شده است و در موقعیت مجهول (x, y, z) نسبت به آن قرار گرفته است، به دستگاه اخیر (دستگاه مختصاتی که هم اکنون پیچ‌های محدود در آن تعریف شده است) انتقال داده می‌شود. پیچ‌های محدود با گام صفر (خط) پس از انتقال باید تبدیل به پیچ‌واره‌ی مفصل خمشی شود که گامش θ است. برای سادگی فرض می‌شود که پیچ‌های محدود با گام صفر از مبداء دستگاه مختصات متناظر عبور می‌کند و در مختصات پلوکر خطی که از مبداء مختصات عبور می‌کند، به صورت $\{\mathbb{L}' \ \mathbb{M}' \ \mathbb{N}' \ 0 \ 0 \ 0\}$ می‌باشد.

لازم به توضیح است که ماتریس انتقال رابطه‌ی (9) پس از انتقال گام پیچ‌

لیکن محل مفصل های کروی و یونیورسال با توجه به مکان و جهت گیری سکوی متحرک دائماً در حال تغییر است.

3- تحلیل سینماتیک سرعت

یکی از تحلیل های بسیار مهم در ربات ها تحلیل سرعت می باشد که از آن علاوه بر یافتن ارتباط بین سرعت محرک ها و عملگر نهایی می توان برای ارزیابی مکانیزم از نظر تکینگی، یکنواختی و چالاکی مکانیزم بهره برد. هر پایه میکروهگزاپاد را می توان یک زنجیره سری در نظر گرفت. محمد و دافی [19] بیان کردند که پیچ های عملگر نهایی (بردار 6×1 شامل سرعت زاویه ای و سرعت خطی) برابر ترکیب خطی پیچه هایی می باشد که زنجیره سری را تشکیل داده اند. در تئوری پیچ واره هر پیچه شامل شش مولفه می باشد. سه مولفه اول سرعت زاویه ای حول سه محور متعامد و سه مولفه دوم سرعت خطی در امتداد این محورها می باشد.

باید توجه داشت که در زنجیره سری میکروهگزاپاد اگرچه دو مفصل خمشی وجود دارند و هر مفصل خمشی سه درجه آزادی دارد، لیکن مستقل نیستند و تمامی پیچه ها به سیستم پنج تایی تعلق دارند. از این جهت است که در مکانیزم های ماکروهگزاپاد اخیر از یک مفصل دو درجه آزادی یونیورسال به جای مفصل کروی در هر زنجیره سری سینماتیک استفاده می شود. با در نظر گرفتن پنج پیچه مستقل برای مفصل های خمشی بالایی و پایینی به همراه یک پیچه که سرعت خطی محرک خطی را بیان می کند برای هر پایه می توان رابطه (13) را نوشت.

$$\xi_P = \omega_{1uf_i} \xi_{1uf_i} + \omega_{2uf_i} \xi_{2uf_i} + \dot{l}_{pr_i} \xi_{pr_i} + \omega_{3uf_i} \xi_{3uf_i} + \omega_{4uf_i} \xi_{4uf_i} + \omega_{5uf_i} \xi_{5uf_i} \quad (13)$$

در رابطه ی (13)، ω بیانگر اندازه سرعت زاویه ای، \dot{l} بیانگر اندازه سرعت محرک خطی، ξ بیانگر پیچه نرمالیزه شده، اندیس P بیان کننده ی سکوی متحرک، اندیس uf_i مشخص کننده مفصل خمشی پایینی، pr_i مشخص کننده ی محرک خطی و uf_i بیانگر مفصل خمشی بالایی می باشد.

در تحلیل سینماتیک سرعت هدف یافتن ارتباط بین پیچه ی سکوی متحرک و پیچه ی محرک ها می باشد. بنابراین برای حذف تمامی پیچه ها به غیر از پیچه ی محرک ها، در معادله بالا می توان دو طرف معادله (13) را در پیچه ای که نسبت به تمامی پیچه ها به غیر از پیچه ی محرک متعامد است ضرب نمود رابطه (14).

$$\xi_{pr_i}^T * \xi_P = \dot{l}_{pr_i} \xi_{pr_i}^T * \xi_{pr_i} \quad (14)$$

در رابطه ی (14)، $\xi_{pr_i}^T$ پیچه ای می باشد که به همه ی پیچه ها به غیر از پیچه ی محرک خطی عمود می باشد. بالانویس T بیانگر ترانزپوز می باشد. به علاوه، علامت * نشان دهنده ی حاصلضرب متعامد می باشد و به صورت رابطه (15) بدست می آید [15].

$$\xi_{pr_i}^T * \xi_P = \xi_{pr_i}^T \times \Delta \times \xi_{pr_i} \quad (15)$$

در رابطه ی (15)، Δ اپراتور تبدیل کننده نامیده می شود و ماتریس 6×6 می باشد که به صورت رابطه (16) تعریف می شود.

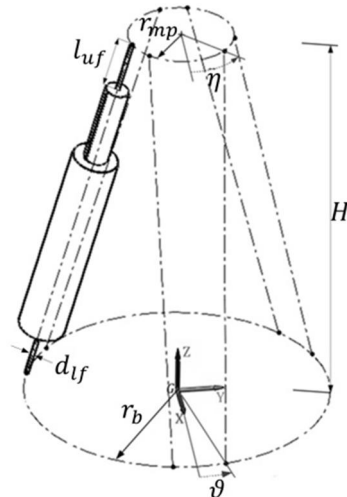
$$\Delta = \begin{bmatrix} 0_3 & I_3 \\ I_3 & 0_3 \end{bmatrix} \quad (16)$$

در رابطه ی (16)، 0_3 ماتریس صفر و I_3 ماتریس همانی و هر دو 3×3 می باشند.

از رابطه ی (14) می توان سرعت تغییر طول پایه ها را به صورت رابطه (17) بدست آورد.

$$\dot{l}_{pr_i} = \frac{\xi_{pr_i}^T \times \Delta}{\xi_{pr_i}^T \times \Delta \times \xi_{pr_i}} \xi_P \quad (17)$$

با نوشتن معادله ی (17) برای شش پایه خواهیم داشت (رابطه (18)).



شکل 7 پارامترهای سازه میکروهگزاپاد

جدول 1 مقادیر پارامترهای سازه میکروهگزاپاد

پارامتر	d_{uf}	l_{uf}	d_{lf}	l_{lf}	H	θ	η	r_b	r_{mp}
مقدار	1/7	12	1	10	180	10°	45°	55	24

جدول 2 مختصات یک نقطه روی محور آبی دوران مفصل های خمشی بالایی پایه ها در دستگاه مختصات l_f برای پیچه ی محدود سکوی متحرک $[0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0]^T$ [0.052 0.052 0.034 0 0 0]

مختصه پایه ی اول پایه ی دوم پایه ی سوم پایه ی چهارم پایه ی پنجم پایه ی ششم	x	y	z
	0	0	0
	0/003	0/02	-0/08
	-4/92	-4/92	-5

*[rad rad rad mm mm mm]

جدول 3 مختصات یک نقطه روی محور آبی دوران مفصل های خمشی پایینی پایه ها در دستگاه مختصات l_f برای پیچه ی محدود سکوی متحرک $[0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0]^T$ [0.052 0.052 0.034 0 0 0]

مختصه پایه ی اول پایه ی دوم پایه ی سوم پایه ی چهارم پایه ی پنجم پایه ی ششم	x	y	z
	0	0	0
	-0/020	-0/041	-0/089
	-6/18	-6/13	-6/07

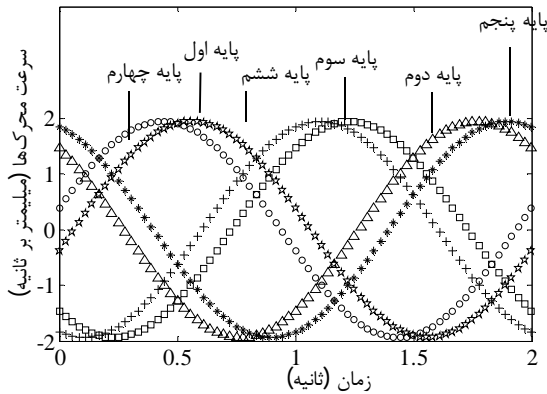
جدول 4 مختصات یک نقطه روی محور آبی دوران مفصل های خمشی بالایی پایه ها در دستگاه مختصات l_a برای پیچه ی محدود سکوی متحرک $[5 \ 5 \ 5 \ 5 \ 5 \ 5]^T$ [0.052 0.052 0.034 5 5 5]

مختصه پایه ی اول پایه ی دوم پایه ی سوم پایه ی چهارم پایه ی پنجم پایه ی ششم	x	y	z
	0	0	0
	0/060	0/070	0/101
	-4/86	-4/83	-4/84

جدول 5 مختصات یک نقطه روی محور آبی دوران مفصل های خمشی پایینی پایه ها در دستگاه مختصات l_a برای پیچه ی محدود سکوی متحرک $[5 \ 5 \ 5 \ 5 \ 5 \ 5]^T$ [0.052 0.052 0.034 5 5 5]

مختصه پایه ی اول پایه ی دوم پایه ی سوم پایه ی چهارم پایه ی پنجم پایه ی ششم	x	y	z
	0	0	0
	0/002	0/003	0/004
	-6/08	-6/08	-6/08

در جدول های 2 تا 5 مختصات یک نقطه روی محور آبی دوران مفصل های خمشی بالایی و پایینی برای حالت های مختلف پیچه ی محدود سکوی متحرک آورده شده است. از جدول های 2 تا 5 مشخص است که این نقطه در نزدیکی وسط مفصل های خمشی قرار دارد. با توجه به مطالب بیان شده می توان نتیجه گرفت که در حقیقت میکروهگزاپاد همان هگزاپاد با زنجیره SPS است.

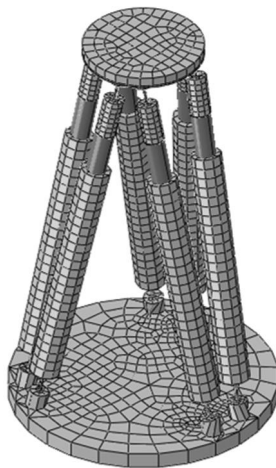


شکل 10 نمودار سرعت محرک‌ها برای حرکت سکوی متحرک با سرعت ثابت 3π میلیمتر بر ثانیه بر مسیر دایروی به شعاع 3 میلیمتر

4- تحلیل المان محدود

به منظور صحت‌سنجی معادلات بدست آمده در بخش 3 از تحلیل المان محدود استفاده گردید. برای این منظور ابتدا میکروهگزاپاد توسط نرم‌افزار سالدور کزمدل شد و سپس با پسوند پاراسالید به نرم‌افزار آباکوس وارد گردید. تمامی اجزاء به غیر از مفصل‌های خمشی صلب و مفصل‌های خمشی به صورت تغییرشکل پذیر در نظر گرفته شد. برای اجزاء صلب المان R3D4 و برای مفصل‌های خمشی انطاف‌پذیر المان C3D8R انتخاب شد. شکل 11 مدل مش‌بندی شده‌ی میکروهگزاپاد را نشان می‌دهد.

سرعت محرک‌های خطی بدست آمده از بخش 3 به عنوان ورودی به پایه‌ها وارد گردید و حرکت سکوی متحرک مورد بررسی قرار گرفت. تحلیل از نوع دینامیک صریح انتخاب گردید. نتایج حاصل از المان محدود در شکل‌های 12 تا 15 آمده است. در شکل‌های 12، 13 و 14 نمودار موقعیت مرکز سکوی متحرک به ترتیب با اعمال سرعت پایه‌ها نشان داده شده در شکل‌های 8، 9 و 10 نشان داده شده است. همانگونه که مشخص است شکل 12 حرکت خطی با سرعت ثابت $1/996$ میلیمتر بر ثانیه، شکل 13 حرکت خطی سکوی متحرک با شتاب ثابت $0/4$ میلیمتر بر مجذور ثانیه و شکل 14 دایره‌ای به شعاع 3 میلیمتر را نشان می‌دهد. در شکل 15 مشاهده می‌شود که سرعت حرکت مرکز سکوی متحرک تقریباً ثابت و برابر $9/411$ میلیمتر بر ثانیه می‌باشد و اختلاف کمی با مقدار مطلوب یعنی 3π دارد. تطابق نتایج بدست آمده از تحلیل المان محدود با ورودی روابط تحلیلی بخش 3 صحت معادلات بدست آمده را نشان می‌دهد.



شکل 11 مدل مش‌بندی شده‌ی میکروهگزاپاد

$$\begin{bmatrix} \dot{l}_{PR1} \\ \dot{l}_{PR2} \\ \dot{l}_{PR3} \\ \dot{l}_{PR4} \\ \dot{l}_{PR5} \\ \dot{l}_{PR6} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \xi_{T1}^T \times \Delta \\ \xi_{T1}^T \times \Delta \times \xi_{PR1} \\ \xi_{T2}^T \times \Delta \\ \xi_{T2}^T \times \Delta \times \xi_{PR2} \\ \vdots \\ \xi_{T6}^T \times \Delta \\ \xi_{T6}^T \times \Delta \times \xi_{PR6} \end{bmatrix} \quad \xi_P = J_a \xi_P \quad (18)$$

در معادله‌ی (18) ماتریس 6×6 است که پیچیده‌ی سکوی متحرک را به سرعت

تغییر طول پایه‌ها مرتبط می‌سازد و ماتریس ژاکوبین نام دارد.

در تحلیل سینماتیک مستقیم سرعت تغییر طول پایه‌ها معلوم است و هدف

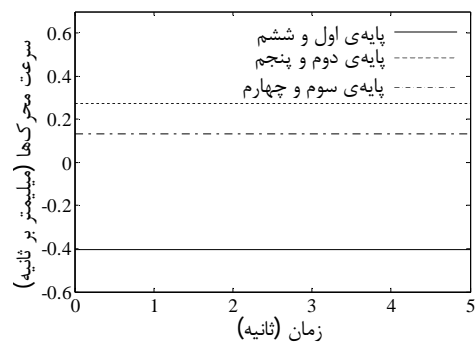
محاسبه پیچیده‌ی سکوی متحرک می‌باشد. در این حالت در صورت وجود معکوس ماتریس ژاکوبین، پیچیده‌ی سکوی متحرک به صورت رابطه (19) به دست می‌آید.

$$\xi_P = J_a^{-1} \dot{l}_{PRi} \quad (19)$$

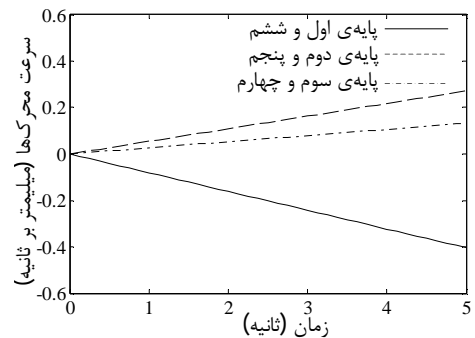
به عنوان مثال سرعت محرک‌ها برای حرکت بدون چرخش سکوی متحرک از $(0.0, 0.0)$ به $(5\text{mm}, 0.0)$ و با سرعت ثابت 2 میلیمتر بر ثانیه در جهت محور x در شکل 8 نشان داده شده است. همچنین سرعت محرک‌ها برای همین جابجایی با شتاب ثابت $0/4$ میلیمتر بر مجذور ثانیه در شکل 9 نشان داده شده است. در شکل 10 نمودار سرعت پایه‌ها (محرک‌ها) برای حرکت مرکز سکوی متحرک با سرعت ثابت 3π میلیمتر بر ثانیه بر مسیر دایره‌ای به شعاع 3 میلیمتر نشان داده شده است.

از نمودار شکل 8 و 9 مشخص است که حرکت بر مسیر خطی با سرعت

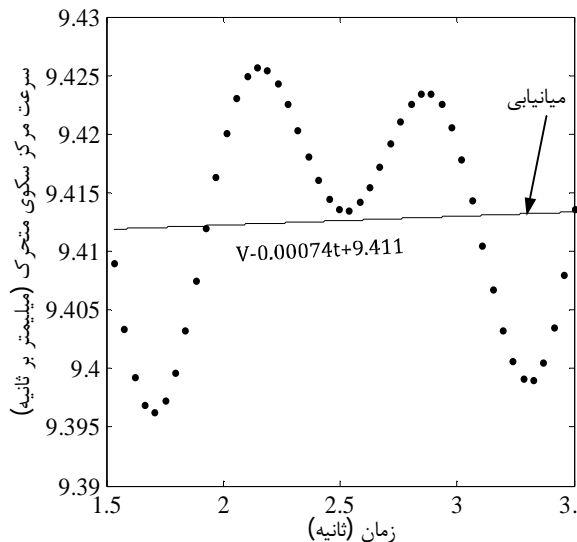
ثابت و شتاب ثابت به ترتیب نیازمند حرکت با سرعت ثابت و شتاب ثابت محرک‌ها می‌باشد. همچنین از نمودار شکل 10 مشخص است که حرکت سکوی متحرک با سرعت ثابت بر مسیر منحنی نیازمند حرکت با سرعت متغیر محرک‌ها می‌باشد.



شکل 8 نمودار سرعت محرک‌ها برای حرکت سکوی متحرک از $(0.0, 0.0)$ به $(5\text{mm}, 0.0)$ بدون چرخش و با سرعت ثابت 2 میلیمتر بر ثانیه



شکل 9 نمودار سرعت محرک‌ها برای حرکت سکوی متحرک از $(0.0, 0.0)$ به $(5\text{mm}, 0.0)$ بدون چرخش و با شتاب ثابت $0/4$ میلیمتر بر مجذور ثانیه



شکل 15 نمودار سرعت مرکز سکوی متحرک پس از اعمال سرعت به محرکها مطابق شکل 10

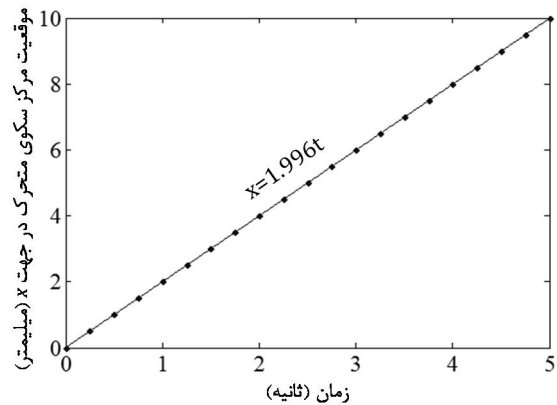
همچنین نشان داده شد که پیچهای محدود مفصل خمشی به یک سیستم سه تایی تعلق دارد و به همین دلیل می توان آن را معادل مفصل کروی دانست. علاوه بر این با استفاده از ماتریس انتقال پیچ، محور دوران مفصل های خمشی محاسبه گردید و مشاهده شد که محل این محور بسته به پیچهای محدود سکوی متحرک تغییر می کند. همچنین تحلیل سینماتیک سرعت میکروهگزاپاد توسط تئوری پیچ واره انجام گرفت و صحت معادلات توسط تحلیل المان محدود نشان داده شد.

6- فهرست علائم

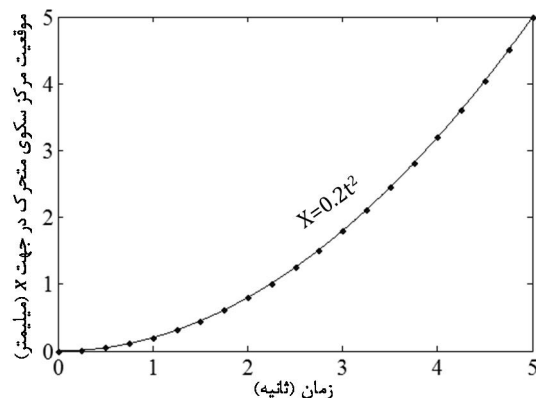
d_{lf}	قطر مفصل خمشی پایینی
d_{uf}	قطر مفصل خمشی بالایی
h	گام پیچ واره
H	ارتفاع میکروهگزاپاد
I	ماتریس همانی
J_a	ماتریس ژاکوبین
$\frac{P}{E_i} J$	ماتریس انتقال پیچ واره از دستگاه مختصات E_i به P
l_{lf}	طول مفصل خمشی پایینی
l_{uf}	طول مفصل خمشی بالایی
l_{pri}	سرعت محرک خطی پایه i ام
L	مولفه i بردار جابجایی زاویه ای در جهت x
M	مولفه i بردار جابجایی زاویه ای در جهت y
N	مولفه i بردار جابجایی زاویه ای در جهت z
P^*	مولفه i بردار جابجایی خطی در جهت x
Q^*	مولفه i بردار جابجایی خطی در جهت y
r_b	شعاع سکوی ثابت
r_{mp}	شعاع سکوی متحرک
$\frac{P}{E_i} r_{E_i}$	برداری با ابتدای P و انتهای E_i
\mathbb{R}^*	مولفه i بردار جابجایی خطی در جهت z

علائم یونانی

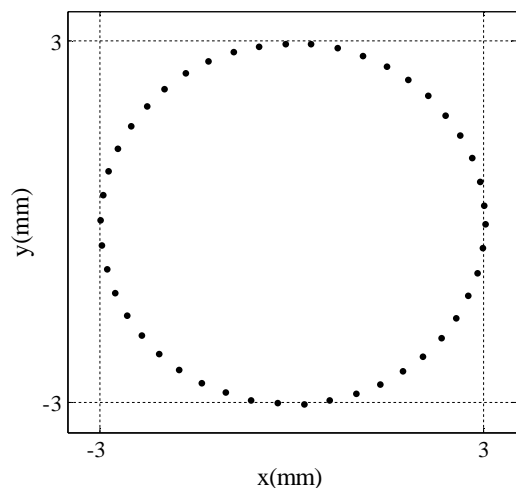
$\delta\theta$	بردار جابجایی زاویه ای
$\delta\chi$	بردار جابجایی خطی



شکل 12 نمودار موقعیت مرکز سکوی متحرک پس از اعمال سرعت به محرکها مطابق شکل 8



شکل 13 نمودار موقعیت مرکز سکوی متحرک پس از اعمال سرعت به محرکها مطابق شکل 9



شکل 14 نمودار موقعیت مرکز سکوی متحرک پس از اعمال سرعت به محرکها مطابق شکل 10

5- نتیجه گیری

حذف عواملی نظیر لقی و اصطکاک در مفصلها به منظور افزایش دقت موقعیت دهی رباتها ضروری می باشد. در این مقاله ربات میکروهگزاپاد معرفی گردید که در آن مفصل های خمشی میله ای جایگزین مفصل های مرسوم کروی و یونیورسال در مکانیزم هگزاپاد شده است و به دلیل استفاده از تغییر شکل الاستیک به منظور ایجاد درجه آزادی، لقی و اصطکاک در آن وجود ندارد و امکان موقعیت دهی با دقت بالا را فراهم می آورد.

- عملگر تبدیل کننده Δ
- زاویه‌ی قرارگیری مفصل خمشی بالایی روی سکوی متحرک η
- زاویه‌ی قرارگیری مفصل خمشی پایینی روی سکوی ثابت θ
- ضریب عددی λ
- پیچ ξ
- پیچ‌های محدود اصلی ξ
- پیچ‌های محدود مفصل خمشی پایینی پایه‌ی i ام ξ_{lf_i}
- پیچ‌های محدود سکوی متحرک ξ_p
- پیچ‌های محدود محرک متحرک پایه‌ی i ام ξ_{pr_i}
- پیچ‌های محدود مفصل خمشی بالایی پایه‌ی i ام ξ_{uf_i}
- پیچ‌های متعامد ξ_r
- سرعت زاویه‌ای ω
- بالانویس‌ها**
- دستگاه مختصات متصل به سکوی متحرک در انتهای پایه‌ی i ام E_i
- دستگاه مختصات متصل به سکوی متحرک P
- ترانواده T
- زیرنویس‌ها**
- دستگاه مختصات متصل به سکوی متحرک در انتهای پایه‌ی i ام E_i
- شماره پایه i
- مفصل خمشی پایینی پایه‌ی i ام lf_i
- دستگاه مختصات متصل به سکوی متحرک P
- دستگاه مختصات متصل به انتهای بالایی محرک خطی pr_i
- متعامد r_i
- مفصل خمشی بالایی پایه‌ی i ام uf_i
- 7- مراجع**
- [1] T. Fukuda, F. Arai, Prototyping design and automation of micro/nano manipulation system, in *Proceeding of IEEE International Conference on Robotics and Automation*, San Francisco, CA, pp. 192-197, 2000.
- [2] P. R. Ouyang, W. J. Zhang, M. M. Gupta, W. Zhao, Overview of the development of a visual based automated bio-micromanipulation system, *Mechatronics*, Vol. 17, No. 10, pp. 578-588, 2007.
- [3] I. Beltrami, C. Joseph, R. Clavel, J.-P. Bacher, S. Bottinelli, Micro- and nanoelectric-discharge machining, *Journal of Materials Processing Technology*, Vol. 149, No. 1-3, pp. 263-265, 2004.
- [4] H. Pottmann, J. Wallner, *Computational Line Geometry*. 2001, Berlin: Springer Verlag.
- [5] W. Chen, W. Lin, Design of a flexure-based gripper used in optical fiber handling, in *Proceeding of IEEE Conference on Robotics, Automation and Mechatronics*, pp. 83-88, 2004.
- [6] K. S. Min, W. C. Choi, S. H. Song, E. J. Hwang, Static and dynamic analysis of a nanopositioning flexure-hinge stage with a flexible lever mechanism, *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part B: Journal of Engineering Manufacture*, Vol. 219, No. 6, pp. 447-454, June 1, 2005.
- [7] Q. Meng, Y. Li, J. Xu, A novel analytical model for flexure-based proportion compliant mechanisms, *Precision Engineering*, Vol. 38, No. 3, pp. 449-457, 7, 2014.
- [8] W. Jywe, C.-H. Liu, Y.-F. Teng, Development of a flexure hinge-based stack-type five-degrees-of-freedom nanometre-scale stage for a heavy-loading machining process, *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part B: Journal of Engineering Manufacture*, Vol. 221, No. 3, pp. 379-385, March 1, 2007.
- [9] W. Dong, L. Sun, Z. Du, Stiffness research on a high-precision, large-workspace parallel mechanism with compliant joints, *Precision Engineering*, Vol. 32, No. 3, pp. 222-231, 2008.
- [10] N. Lobontiu, E. Garcia, Two-axis flexure hinges with axially-located and symmetric notches, *Computers & Structures*, Vol. 81, No. 13, pp. 1329-1341, 2003.
- [11] T. Tanikawa, T. Arai, N. Koyachi, Development of small-sized 3 DOF finger module in micro hand for micro manipulation, in *Proceeding of IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems*, Kyongju, pp. 876-881, 1999.
- [12] D. Liu, Y. Xu, R. Fei, Study of an intelligent micro-manipulator, *Journal of Materials Processing Technology*, Vol. 139, No. 1-3, pp. 77-80, 2003.
- [13] T. Noll, Three axis rotational flexure joints of high axial stiffness, *Precision Engineering*, Vol. 26, No. 4, pp. 460-465, 2002.
- [14] B. Dasgupta, T. S. Mruthyunjaya, The Stewart platform manipulator: a review, *Mechanism and Machine Theory*, Vol. 35, No. 1, pp. 15-40, 2000.
- [15] T. J. Teo, I. M. Chen, G. Yang, W. Lin, A generic approximation model for analyzing large nonlinear deflection of beam-based flexure joints, *Precision Engineering*, Vol. 34, No. 3, pp. 607-618, 2010.
- [16] H. Shi, H.-J. Su, N. Dagalakis, J. A. Kramar, Kinematic modeling and calibration of a flexure based hexapod nanopositioner, *Precision Engineering*, Vol. 37, No. 1, pp. 117-128, 2013.
- [17] H. Shi, H.-J. Su, An Analytical Model for Calculating the Workspace of a Flexure Hexapod Nanopositioner, *Mechanisms and Robotics*, Vol. 5, No. 4, 2013.
- [18] J. K. Davidson, K. H. Hunt, *Robots and Screw Theory: Applications of Kinematics and Statics to Robotics*, New York: Oxford University Press, 2004.
- [19] M. G. Mohamed, J. Duffy, A Direct Determination of the Instantaneous Kinematics of Fully Parallel Robot Manipulators, *Journal of Mechanical Design*, Vol. 107, No. 2, pp. 226-229, 1985.