



## تحلیل عددی و آنروپی ریزپمپ لزجتی با روتور بیضوی به روش شبکه بولتزمن و بهینه‌سازی ریزپمپ به روش سطح پاسخ

حجت خزیمه نژاد<sup>1</sup>، حمید نیازمند<sup>2\*</sup>

1- دانشجوی دکتری، مهندسی مکانیک، دانشگاه فردوسی مشهد، مشهد  
2- استاد، مهندسی مکانیک، دانشگاه فردوسی مشهد، مشهد  
\* مشهد، صندوق پستی 91775-1111، niazmand@um.ac.ir

### اطلاعات مقاله

مقاله پژوهشی کامل  
دریافت: 06 آذر 1395  
پذیرش: 27 بهمن 1395  
ارائه در سایت: 14 فروردین 1396

کلید واژگان:

ریزپمپ لزجتی  
روتور بیضوی  
تحلیل آنروپی  
روش شبکه بولتزمن  
روش سطح پاسخ

### چکیده

در مقاله حاضر یک شبیه‌سازی عددی به روش شبکه بولتزمن برای تحلیل یک ریزپمپ لزجتی با تک روتور بیضوی صورت گرفته است. اثرات سه پارامتر هندسی مهم ریزپمپ شامل نسبت منطری روتور، ارتفاع ریزپمپ و خارج از مرکزی روتور بر دبی و تولید آنروپی متوسط بررسی شده است. با استفاده از روش سطح پاسخ نتایج به دست آمده از شبیه‌سازی‌های مورد نظر تحلیل گردیده است. نتایج این تحلیل‌ها حاکی از آن داشت که با افزایش نسبت منطری و نیز خارج از مرکزی روتور دبی متوسط افزایش در حالی که با افزایش ارتفاع ریزپمپ دبی متوسط کاهش پیدا می‌کند. علاوه بر این میزان حساسیت دبی متوسط به تغییرات نسبت منطری و خارج از مرکزی بیشتر از تغییرات ارتفاع ریزپمپ مشاهده گردید. همچنین نتایج نشان دادند که با افزایش هر سه پارامتر هندسی، تولید آنروپی متوسط نیز افزایش یافته و به تغییرات هر سه پارامتر نیز حساس بوده است. در انتها پارامترهای هندسی بهینه توسط روش سطح پاسخ محاسبه شدند. بر اساس این بهینه‌سازی، مقادیر بهینه 1، 1.5 و 0.9 به ترتیب برای نسبت منطری، ارتفاع و خارج از مرکزی جهت حصول بیشینه دبی متوسط و مقادیر 0.2، 1.5 و 0.1 جهت حصول کمینه تولید آنروپی متوسط به دست آمدند.

## A numerical and entropy analysis of viscous micropump with an elliptic rotor by LBM and micropump optimization by RSM

Hojjat Khozaymeh-Nezhad, Hamid Niazmand\*

Department of Mechanical Engineering, Ferdowsi University of Mashhad, Mashhad, Iran  
\* P.O.B. 91775-1111 Mashhad, Iran. niazmand@um.ac.ir

### ARTICLE INFORMATION

Original Research Paper  
Received 26 November 2016  
Accepted 15 February 2017  
Available Online 03 April 2017

**Keywords:**  
Viscous micropump  
Elliptic rotor  
Entropy analysis  
LBM  
RSM

### ABSTRACT

In the present paper, a numerical simulation is performed to analyze a viscous micropump with a single elliptic rotor using LBM method. The effects of three important geometric parameters including aspect ratio of rotor, micropump height and rotor eccentricity are investigated on the averaged flow rate and entropy generation. The results of numerical simulations are analyzed by response surface method (RSM). The results indicate that the averaged flow rate increases by increasing the aspect ratio and rotor eccentricity, while decreases by increasing the micropump height. Moreover, the averaged flow rate sensitivity is more influenced by the aspect ratio and eccentricity variations than the microchannel height variations. The results also show that the averaged entropy generation increases with the increase of all the geometric parameters with almost similar sensitivity. Finally, the optimal geometric parameters are determined by RSM. Based on this optimization, the optimum values of 1, 1.5 and 0.9 for maximizing the flow rate and optimum values of 0.2, 1.5 and 0.1 for minimizing the entropy generation are achieved for aspect ratio, height and eccentricity, respectively.

### 1- مقدمه

آن جمله می‌توان به خنک‌کاری وسایل الکترونیکی مانند ریزتراشه‌ها، سیستم‌های دارورسانی، سیستم‌های سوخت‌رسانی در پیل‌های سوختی و ... اشاره نمود. به دلیل همین کاربرد گسترده، بحث بهینه‌سازی و بهبود عملکرد ریزپمپ‌ها ضروری به نظر می‌رسد. ایورسن و گاریمالا [1] در یک مقاله مروری که به پیشرفت‌های حاصله در حوزه ریزپمپ‌ها پرداخته بودند به این نکته اشاره کردند که از میان ریزپمپ‌های مطرح شده، ریزپمپ‌های لزجتی به دلیل سادگی در ساخت و ساختار بیشتر مورد توجه پژوهشگران قرار

در سال‌های اخیر با پیشرفت در فناوری ساخت وسایل ریزسیالی و کاربردی شدن آنها در صنایع مختلف، توجه بیشتری از سوی محققان به این حوزه صورت گرفته است. از این رو پژوهشگران بسیاری در زمینه طراحی و به ویژه بهینه‌سازی وسایل ریزسیالی شروع به تحقیق و پژوهش کرده‌اند. یکی از مهمترین وسایل ریزسیالی، ریزپمپ‌ها بوده که مؤلفه‌ای ضروری برای انتقال سیالات در حوزه میکرو می‌باشند. ریزپمپ‌ها کاربردهای متنوعی دارند که از

Please cite this article using:

H. Khozaymeh-Nezhad, H. Niazmand, A numerical and entropy analysis of viscous micropump with an elliptic rotor by LBM and micropump optimization by RSM, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 17, No. 3, pp. 343-354, 2017 (in Persian)

برای ارجاع به این مقاله از عبارت ذیل استفاده نمایید:

گرفته‌اند.

به طور کلی ریزیمپ‌های لزجتی در سه دسته‌ی مارپیچی، دیسکی و روتوری قابل تقسیم هستند. اما نوع روتوری نسبت به دو نوع دیگر از طراحی و ساخت ساده‌تری برخوردار است. این نوع از ریزیمپ‌ها برای اولین بار توسط سن و همکارانش [2] معرفی شدند. این ریزیمپ از یک استوانه چرخان به عنوان روتور که بایستی به صورت خارج از مرکز درون ریزیمپ قرار گیرد استفاده می‌کند. با چرخش روتور یک نیروی خالص به سیال درون ریزیمپ به واسطه اختلاف تنش در سطح بالا و پایین آن وارد می‌شود. همین نیرو منجر به انتقال سیال درون ریزیمپ خواهد شد. بنابراین چنانچه واضح است عملکرد این نوع از ریزیمپ‌ها وابسته به نیروهای لزجتی بوده و در هر شرایطی که این نیروها غالب باشند می‌تواند کارایی لازم را داشته باشد. به طور کلی در ابعاد میکرو، نیروهای لزجتی بر نیروهای دیگر نظیر گریز از مرکز و اینرسی غالب هستند. همچنین به دلیل نسبت سطح به حجم بالا در حوزه میکرو، حتی در سیالاتی با لزجت پایین نیز نیروهای لزجتی به عنوان نیروهای غالب مطرح می‌باشند. به عنوان یک نتیجه می‌توان گفت که ریزیمپ‌های لزجتی دارای عملکرد خوبی در حوزه میکرو می‌باشند. از جمله سایر مزایای این ریزیمپ می‌توان به سادگی در طراحی و ساخت، تولید یک جریان پیوسته و پایا، عدم سایش و عدم وجود شیرهای مختلف اشاره کرد. علاوه بر این موارد، این نوع از ریزیمپ‌ها نیروی محرک روتور را از بیرون ریزیمپ دریافت می‌کنند و همچنین کمترین تأثیر را بر ساختار سیالاتی نظیر داروها و خون دارند که همین مورد موجب کاربردی شدن این ریزیمپ در بعضی از کاربردهای خاص انتقال دارو شده است.

محققان زیادی ریزیمپ‌های لزجتی را از جنبه‌های مختلف مورد بررسی قرار داده‌اند به طوری که بیشتر آنها توجه خود را معطوف به روتورهای دایروی کرده و در پژوهش‌های بسیار محدودی روتورهای غیردایروی نیز مورد توجه قرار گرفته‌اند. در حالی که این احتمال در فرایند ساخت روتور ریزیمپ لزجتی وجود دارد که نتوان آن را به صورت کاملاً دایروی تولید نمود. همچنین محتمل است در بعضی از کاربردها، روتورهای دایروی استفاده‌ای نداشته و بایستی از روتورهای غیردایروی بهره گرفت. به عنوان مثال ریزیمپ‌هایی با روتورهای سلولی که به صورت کپسولی شکل بوده و در حال حاضر نیز در حال توسعه برای کاربردهایی نظیر انتقال دارو می‌باشند.

چنانچه ذکر شد ریزیمپ‌های لزجتی از نوع روتوری برای اولین بار توسط سن و همکارانش [2] معرفی شدند. آنها در این کار آزمایشگاهی نشان دادند که ریزیمپ پیشنهاد شده می‌تواند در کاربردهایی با رینولدز بسیار پایین و همچنین ابعاد میکرو استفاده شود. شاراچندرا و همکاران [3] در یک شبیه‌سازی عددی تأثیر پارامترهای هندسی خارج از مرکزی و ارتفاع ریزیمپ و نیز پارامترهای عملکردی اختلاف فشار و رینولدز را بر دبی ریزیمپی با تک روتور دایروی مورد بررسی قرار دادند. نتایج نشان داد با افزایش پارامترهای هندسی دبی افزایش و با افزایش پارامترهای عملکردی دبی کاهش پیدا می‌کند. همین نویسندگان در کاری دیگر [4] ریزیمپ لزجتی را از منظر حرارتی با در نظر گرفتن اتلافات لزجتی مورد بررسی قرار دادند. آنها اثبات کردند که افزایش دمای کلی ریزیمپ تقریباً قابل چشم‌پوشی بوده ولی در عین حال یک گرادیان شدید دمایی بین روتور دایروی و دیواره پایینی ریزیمپ وجود دارد. همین تیم در پژوهشی دیگر [5] با استفاده از الگوریتم ژنتیک شکل بهینه دیواره بالایی ریزیمپ را استخراج کردند. هدف این بهینه‌سازی بیشینه کردن دبی خروجی برای یک ریزیمپ لزجتی با تک روتور

دایروی بوده است. دی کورتای و همکاران [6] در یک شبیه‌سازی نرم‌افزاری اثرات سه بعدی یک ریزیمپ لزجتی را در حضور یک روتور دایروی مورد بررسی قرار دادند. نتایج حاکی از آن بود که با کاهش فاصله بین دو دیواره جانبی، عملکرد ریزیمپ نیز کاهش پیدا می‌کند. عبدالقواد و همکاران [7] در کاری عددی به بررسی حالت ناپایای یک ریزیمپ لزجتی با تک روتور دایروی پرداختند. آنها نشان دادند که پارامتر خارج از مرکزی روتور یک پارامتر کلیدی در حالت ناپایای ریزیمپ می‌باشد. همین محققان در مطالعه‌ای دیگر [8] کار قبلی خود را گسترش داده و تأثیر تعداد بیشتری از روتورهای دایروی را بر عملکرد ریزیمپ مورد بررسی قرار دادند. آنها در این کار چهار چیدمان مختلف را برای روتورها در نظر گرفتند و نشان دادند چیدمانی که در آن دو روتور به صورت عمودی و متقارن درون ریزیمپ قرار گرفته‌اند، بهترین بازده و بیشترین دبی خروجی را داشته است. فاتهاوانگ و حسن [9] در کار خود بر خلاف کارهای قبل شکل روتور را علاوه بر دایره به صورت مستطیل با دو نسبت منطری 0.577 و 1 نیز در نظر گرفتند. در این کار پارامترهای هندسی خارج از مرکزی روتور و ارتفاع ریزیمپ و پارامترهای عملکردی اختلاف فشار و رینولدز بر عملکرد ریزیمپ مورد بررسی قرار گرفته است. نتایج نشان دادند که در تمامی موارد دبی متوسط خروجی برای روتور دایروی بیشتر از دو روتور دیگر در شرایط مشابه بوده است. ال سعیدی و همکاران [10] به بررسی اثرات سیال غیرنیوتنی در ریزیمپی با تک روتور دایروی پرداختند و نشان دادند که بازده ریزیمپ با افزایش فشار سیر صعودی داشته ولی شیب این سیر صعودی با ارتفاع ریزیمپ نسبت معکوس دارد. باتینه و نیمر [11] اثرات لغزشی را در یک ریزیمپ لزجتی با روتور دایروی مورد بررسی قرار دادند. نتایج نشان دادند که با افزایش ضریب لغزش هد ریزیمپ کاهش پیدا می‌کند. لو و دینگ [12] یک تحلیل نرم افزاری برای یک ریزیمپ لزجتی در حضور دو روتور دایروی با دو چیدمان هم‌راستا و غیرهم‌راستا انجام دادند. آنها بیان داشتند که دبی خروجی از ریزیمپی با دو روتور هم‌راستا از نوع غیرهم‌راستا بیشتر بوده است. لو و همکاران [13] به بررسی تأثیر حضور یک فرورفتگی در زیر روتور دایروی یک ریزیمپ لزجتی پرداختند و نتیجه گرفتند با افزایش ارتفاع و عرض فرورفتگی نیروی محرک روتور به ترتیب افزایش و کاهش پیدا می‌کند. کانگ در کار خود [14] تأثیر انحنای ریزیمپ لزجتی با تک روتور دایروی را مورد بررسی قرار داد. او نشان داد ریزیمپی با ریزیمپ دایروی دبی بیشتری نسبت به ریزیمپی با ریزیمپ تخت تولید می‌کند. هو و همکاران [15] تأثیر زاویه ورودی و خروجی یک ریزیمپ لزجتی با روتور دایروی را مورد تحلیل قرار دادند. نتایج نشان داد در زوایای خروجی و ورودی بزرگتر دبی افزایش و نیروی محرک روتور کاهش پیدا می‌کند. ژانگ و همکاران [16] با روش بهینه‌سازی توپولوژی شکل ریزیمپ لزجتی یک ریزیمپ لزجتی با روتور دایروی را بهینه کردند. هدف این بهینه‌سازی کمینه‌سازی اتلافات لزجتی و بیشینه نمودن دبی خروجی بوده است. نتایج نشان دادند که طراحی بهینه این مقاله در تمامی موارد از طراحی مرسوم ریزیمپ‌های لزجتی بهتر عمل می‌کند. نصر آزادانی و همکاران [17] با استفاده از روش برهم‌نهی شبکه‌ها به تحلیل یک ریزیمپ لزجتی در حضور دو روتور بیضوی و مستطیلی پرداختند. در این کار تنها دو نسبت منطری 0.5 و 1 برای روتور بیضوی و 0.577 و 1 برای روتور مستطیلی لحاظ گردیده است. هدف این پژوهش بررسی تغییرات زمانی دبی خروجی با تغییر پارامترهای هندسی خارج از مرکزی و ارتفاع ریزیمپ و نیز پارامتر عملکردی اختلاف فشار بوده است. خزیمه نژاد و نیازمند [18-20] در مطالعات خود به بررسی

در این مقاله اعداد بی‌بعد رینولدز (Re) و اختلاف فشار ( $\Delta P^*$ ) به عنوان پارامترهای عملکردی به ترتیب مطابق روابط (4) و (5) معرفی می‌شوند:

$$Re = \frac{U_{ref} D}{\nu} \quad (U_{ref} = \frac{D}{2} \omega) \quad (4)$$

$$\Delta P^* = \frac{P_{out} - P_{in}}{\frac{\rho \theta^2}{D^2}} \quad (5)$$

در رابطه (4)  $U_{ref}$  سرعت سطح روتورها و در رابطه (5)  $P_{out}$  و  $P_{in}$  به ترتیب فشار در ورودی و خروجی ریزیمپ،  $\rho$  چگالی و  $\theta$  ضریب لزجت سینماتیکی سیال می‌باشند. بایستی ذکر گردد در تمامی محاسبات این مقاله برای اعداد بی‌بعد رینولدز و اختلاف فشار به ترتیب مقادیر ثابت 1 و 0 منظور شده است.

در رابطه با انتخاب مقدار 1 برای عدد رینولدز این نکته حائز اهمیت است که به طور کلی رینولدز در حوزه میکرو همانند ریزیمپ‌ها کوچک و از مقیاس 1 یا کمتر می‌باشد [6]. لذا در کاربردهای میکرو همانند مسأله حاضر انتخاب رینولدز 1 واقعی و کاربردی است. به عنوان نمونه در کار آزمایشگاهی سن و همکاران محدوده بررسی عدد رینولدز 0.1-10 بوده است. از طرف دیگر نیز در اکثر مقالات بررسی شده همین مقدار برای بررسی و تحلیل ریزیمپ لرجتی مورد استفاده قرار گرفته است. در خصوص بی‌بعدسازی رابطه (5) قابل ذکر است با توجه به اینکه افزایش فشار در ریزیمپ از بیرون اعمال می‌شود بنابراین بهتر است آن را با کمیتی که مستقل از سرعت روتورها باشد بی‌بعد کرد. از این رو عبارت  $\rho \theta^2 / d^2$  برای بی‌بعدسازی پارامتر مورد نظر استفاده شده است [3]. همچنین بایستی ذکر گردد با توجه به اینکه عملکرد ریزیمپ تنها به دلیل چرخش روتور در نظر گرفته شده است لذا هیچ گونه افزایش فشاری از بیرون ریزیمپ به آن اعمال نخواهد شد و در نتیجه عدد بی‌بعد مربوطه نیز صفر لحاظ شده است.

با توجه به اینکه در مسأله حاضر روتور بیضوی انتخاب شده است لذا پارامترهای بررسی شده در مسأله مطروحه به صورت تناوبی وابسته به زمان می‌باشند. از این رو برای بررسی بهتر مسأله از لحاظ زمانی پارامتر بی‌بعدی به صورت رابطه (6) معرفی می‌شود. بر اساس این تعریف زمان بی‌بعد ذیل برابر با تعداد دورهای روتور می‌باشد. به عنوان مثال  $t^* = 1$  به مفهوم این است که روتور یک دور کامل را طی کرده است. قابل ذکر است در تمامی شبیه‌سازی‌های این مقاله روتور بیضوی از حالتی که قطر بزرگ آن به صورت افقی و موازی با دیواره‌ی ریزیمپ بوده است شروع به حرکت می‌نماید.

$$t^* = \frac{t}{\frac{2\pi}{\omega}} = \frac{t\omega}{2\pi} \quad (6)$$

لازم به ذکر است که در گزارش نتایج، دبی بی‌بعد در این مقاله به صورت رابطه (7) محاسبه و استفاده شده است. همچنین در این مقاله برای محاسبه دبی بی‌بعد متوسط ( $Q_{ave}$ ) از انتگرال زیر سطح دبی بر حسب زمان بهره گرفته شده است. برای این منظور در نمودار مذکور انتگرال سطح بین دو قله متوالی محاسبه و سپس بر زمان بین این دو قله تقسیم می‌شود.

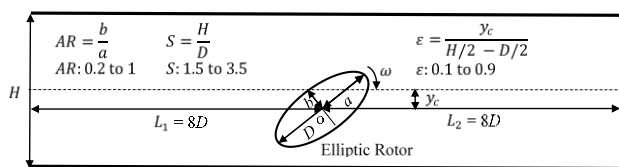


Fig. 1 The schematic of the problem geometry

شکل 1 شماتیکی از هندسه مسأله

تأثیر پارامترهای هندسی و دینامیکی مختلف بر عملکرد یک ریزیمپ لرجتی در حضور روتورهای دایروی پرداختند. رویکرد آنها در این مقالات بر خلاف تمامی کارهای قبل کمیته‌سازی تولید آنالیز بوده است.

مروری بر کارهای گذشته نشان می‌دهد که مقالات بسیار محدودی به بررسی تأثیر روتورهای غیردایروی پرداخته‌اند. در این کارها نیز تأثیر نسبت منظری روتورها بسیار محدود بوده و تنها به دو مقدار مختلف بسنده شده است، در حالی که این پارامتر یک پارامتر مهم و تأثیر گذار بر عملکرد ریزیمپ لرجتی می‌باشد. همچنین به جز کارهای صورت گرفته توسط خزیمه نژاد و نیازمند در هیچ کار دیگری تحلیل آنالیز برای ریزیمپ لرجتی صورت نگرفته است. در همین کارها چنانچه ذکر شد تنها روتورهای دایروی لحاظ گردیده‌اند. علاوه بر این موارد در هیچ یک از کارهای مرور شده یک رابطه کلی برای دبی و به ویژه تولید آنالیز بر اساس پارامترهای هندسی خارج از مرکزی، ارتفاع ریزیمپ و نسبت منظری روتور ارائه نشده است. در همین راستا در کار حاضر یک تحلیل عددی با روش شبکه بولتزمن برای یک ریزیمپ لرجتی در حضور یک روتور بیضوی با نسبت منظری متغیر در محدوده 0.2-1 صورت گرفته است. همچنین با توجه به نتایج تحلیل عددی و آنالیز مسأله حاضر، با استفاده از روش سطح پاسخ یک رابطه کلی برای ارتباط بین دبی و تولید آنالیز بر اساس پارامترهای هندسی خارج از مرکزی، ارتفاع ریزیمپ و نسبت منظری روتور بیضوی ارائه شده است. در انتها نیز یک بهینه‌سازی با توجه به روابط به دست آمده صورت گرفته است.

## 2- فیزیک مسأله و فرضیات

شماتیکی از فیزیک مسأله حاضر در شکل 1 نشان داده شده است. مسأله مورد نظر شامل یک ریزیمجرای تخت با ارتفاع ( $H$ ) و طول ( $L$ ) می‌باشد. برای دستیابی به شرایط جریان کاملاً توسعه یافته درون ریزیمجرای بایستی طول‌های  $L_1$  و  $L_2$  که در شکل 1 نیز نشان داده شده است حداقل هشت برابر بزرگترین قطر روتور لحاظ گردند [3]. با توجه به شکل 1، درون ریزیمجرای تخت نشان داده شده یک روتور بیضوی با قطر بزرگ  $D = (2a)$  و قطر کوچک  $2b$  که با سرعت زاویه‌ای ثابت  $\omega$  در حال چرخش می‌باشد در نظر گرفته شده است. برای ارزیابی تأثیر تغییر قطر روتور بیضوی، عدد بی‌بعد نسبت منظری به صورت رابطه (1) قابل تعریف است. نسبت منظری در مسأله حاضر می‌تواند در محدوده 0.2-1 تغییر نماید.

$$AR = \frac{b}{a} \quad (1)$$

یکی دیگر از پارامترهای هندسی ریزیمپ که می‌تواند تأثیر مهمی بر عملکرد آن داشته باشد ارتفاع ریزیمپ می‌باشد. برای بررسی این پارامتر، عدد بی‌بعدی به صورت رابطه (2) نوشته می‌شود. محدوده تغییرات این عدد بی‌بعد در این مقاله 1.5-3.5 می‌باشد.

$$S = \frac{H}{D} \quad (2)$$

چنانچه ذکر شد عملکرد ریزیمپ لرجتی وابسته به قرارگیری خارج از مرکزی روتور می‌باشد. در همین راستا برای بررسی تأثیر این پارامتر هندسی، عدد بی‌بعد ذیل معرفی می‌شود. در این مقاله این عدد بی‌بعد در محدوده 0.1-0.9 تغییر می‌کند. قابل ذکر است مطابق با این تعریف عدد خارج از مرکزی 0 و 1 به ترتیب به مفهوم قرارگیری مرکز روتور بر خط مرکزی ریزیمپ و تماس با دیواره پایینی آن می‌باشد.

$$\varepsilon = \frac{y_c}{\frac{H}{2} - \frac{D}{2}} \quad (3)$$

زمان تکرار می‌کند. در این روش تابع توزیع ذرات به عنوان مبنای تحلیل جریان سیال می‌باشد به طوری که به کارگیری آن موجب حل معادله شبه خطی و ساده شده انتقال بولتزمن به جای حل معادله غیرخطی ناوراستوکس می‌شود. این موضوع موجب ساده‌سازی فرمولاسیون و نیز افزایش قابلیت پردازش موازی در این روش می‌گردد. از طرف دیگر نیز نیازی به شبیه‌سازی یک‌به‌یک مولکول‌ها و اتم‌ها نبوده که این امر باعث فراگیر شدن روش شبکه بولتزمن در تمامی ابعاد محاسباتی شده است. همچنین یکی از بارزترین ویژگی‌های روش شبکه بولتزمن سادگی شبیه‌سازی مرزهای منحنی و متحرک نسبت به سایر روش‌های عددی است. با توجه به مرور مختصر بعضی از ویژگی‌های روش شبکه بولتزمن به ویژه شبیه‌سازی راحت‌تر مرزهای منحنی، در این مقاله سعی شده است تا این روش به عنوان روش حل عددی انتخاب و استفاده شود.

#### 1-1-4- حل معادلات ناوراستوکس و پیوستگی در روش شبکه بولتزمن

چنانچه ذکر شد متغیر اصلی در رابطه بولتزمن تابع توزیع ذره  $f(r, e, t)$  است. تابعی که معرف احتمال حضور ذرات با سرعت مشخص  $e$  در مکان  $r$  و زمان  $t$  می‌باشد. معادله حاکم بر تابع توزیع  $f$  بر اساس رابطه بولتزمن به صورت رابطه (15) نوشته می‌شود [24,23]:

$$\frac{\partial f(r, e, t)}{\partial t} + e \cdot \nabla f(r, e, t) = \Omega \quad (15)$$

که در معادله فوق  $\Omega$  اپراتور برخورد می‌باشد.

در روش شبکه بولتزمن میدان محاسباتی در یک شبکه منظم مدل می‌شود. هر کدام از گره‌های این شبکه‌ی گرهی حاوی مجموعه‌ای از ذرات سیال هستند که می‌توانند در مسیرهای جداگانه‌ای حرکت کنند. بنابراین با توجه به تعداد مسیرهایی که ذرات سیال قادر به حرکت می‌باشند مدل‌های مختلفی برای گسسته‌سازی معادله (15) ارائه شده است. با توجه به اینکه در مسائل دوبعدی مدل ارائه شده با 9 سرعت مجزا (D2Q9) از سایر مدل‌ها کارایی بهتری از خود نشان داده است در شبیه‌سازی حاضر نیز از این مدل استفاده می‌شود. بر این اساس معادله (15) در شبکه‌ی سرعت مذکور به صورت معادله (16) منفصل می‌گردد [24,23]:

$$\frac{\partial f_\alpha(r, t)}{\partial t} + e_\alpha \cdot \nabla f_\alpha(r, t) = \Omega_\alpha \quad \alpha = 0, 1, \dots, 8 \quad (16)$$

در معادله (16) بردارهای سرعت  $e_\alpha$  بر اساس شکل 2، به صورت رابطه (17) ارائه می‌شوند:

$$\left\{ \begin{array}{l} e_\alpha = (0, 0), \quad \alpha = 0 \\ e_\alpha = (\cos\theta_\alpha, \sin\theta_\alpha)C, \quad \alpha = 1 - 4, \\ \theta_\alpha = \frac{(\alpha - 1)\pi}{2} \\ e_\alpha = \sqrt{2}(\cos\theta_\alpha, \sin\theta_\alpha)C, \quad \alpha = 5 - 8, \\ \theta_\alpha = \frac{(\alpha - 1)\pi}{2} + \frac{\pi}{4} \end{array} \right. \quad (17)$$

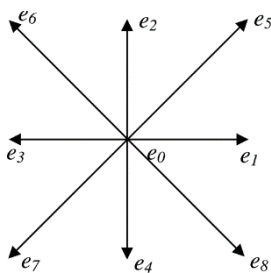


Fig. 2 The schematic of the lattice velocities for D2Q9 model

شکل 2 شماتیکی از بردارهای سرعت برای مدل D2Q9

$$Q = \frac{q}{HU_{ref}} \quad (q = \int_0^H u dy) \quad (7)$$

برای ساده‌سازی، مسأله موردنظر به صورت هم‌دما بررسی می‌شود. از این رو تولید آنالیز فقط ناشی از اثرات اصطکاک جریان سیال می‌باشد که توسط رابطه بی‌بعد (8) ارائه می‌شود [21]:

$$S_F''' = \varphi_F \left[ 2 \left( \frac{\partial U}{\partial X} \right)^2 + 2 \left( \frac{\partial V}{\partial Y} \right)^2 + \left( \frac{\partial U}{\partial Y} + \frac{\partial V}{\partial X} \right)^2 \right] \quad (8)$$

که  $\varphi_F$  به صورت رابطه بی‌بعد (9) تعریف و در این مقاله برابر 0.01 لحاظ شده است.

$$\varphi_F = \frac{\mu U_{ref}^2}{T_0 k} \quad (9)$$

که در آن  $k$  و  $\mu$  به ترتیب ضریب رسانندگی گرمایی و ضریب لزجت دینامیکی سیال عامل می‌باشند.  $T_0$  نیز دمای سیال درون ریزمجرا بوده که برابر 300 کلوین در نظر گرفته شده است. بایستی ذکر گردد که در گزارش نتایج مربوط به تحلیل آنالیز، مقادیر آنالیز بر واحد حجم کل سیال مطابق رابطه (10) گزارش شده‌اند. علاوه بر این برای محاسبه تولید آنالیز متوسط ( $S_{F,ave}$ ) روندی مشابه محاسبه دبی متوسط صورت می‌گیرد.

$$S_F = \frac{\int S_F''' dV}{V} \quad (10)$$

#### 3- معادلات ماکروسکوپی حاکم و شرایط مرزی

قوانین حاکم بر این مسأله که به صورت تراکم‌ناپذیر و ناپایا فرض شده است به ترتیب بقای جرم و اندازه حرکت خطی بوده که به صورت معادلات (11) و (12) نوشته می‌شوند:

$$\frac{D\rho}{Dt} = -\rho \vec{v} \cdot \vec{\nabla} \quad (11)$$

$$\frac{D\vec{v}}{Dt} = -\frac{1}{\rho} \vec{\nabla} P + \vartheta \nabla^2 \vec{v} \quad (12)$$

که در آن  $\vec{v}$  بردار سرعت،  $\rho$  چگالی،  $P$  فشار و  $\vartheta$  لزجت سینماتیکی می‌باشند.

شرایط مرزی مربوط به این مسأله برای سرعت به صورت شرط مرزی عدم لغزش روی دیواره‌های ریز مجرا و شرط مرزی نیومن برای ورودی و خروجی ریزیمپ در نظر گرفته شده است. همچنین برای فشار در ورودی و خروجی شرط دیرپچله‌ی فشار صفر و برای سایر مرزها شرط مرزی نیومن لحاظ گردیده است. شرایط مرزی مذکور به صورت بی‌بعد مطابق روابط (13) و (14) نوشته می‌شوند:

$$U = V = 0, \quad \frac{\partial P}{\partial Y} = 0 \quad \text{شرایط مرزی روی دیواره‌های ریزمجرا:} \quad (13)$$

$$\frac{\partial U}{\partial X} = \frac{\partial V}{\partial X} = 0, \quad P_{in} = P_{out} = 0 \quad \text{شرایط مرزی در ورودی و خروجی:} \quad (14)$$

#### 4- روش حل عددی

##### 1-1-4 روش شبکه بولتزمن

روش شبکه بولتزمن برای اولین بار توسط مک‌نامارا و زانتی [22] در راستای رفع یکی از مشکلات روش شبکه گاز یعنی اغتشاشات آماری معرفی گردید. اندکی بعد مشخص شد که این روش قادر است سایر مشکلات روش شبکه گاز را نیز مرتفع کند. از این رو به سرعت به عنوان یک موضوع تحقیقاتی در مجامع علمی مطرح گردید. در روش شبکه بولتزمن سیال به صورت مجموعه‌ای از ذرات مجزا در نظر گرفته می‌شود که در محل گره‌های یک شبکه گرهی مراحل برخورد و انتشار را تا رسیدن به حل موردنظر در طول

شکل 3 بخشی از مرز منحنی را در شبکه دکارتی دو بعدی نشان می‌دهد. همان‌طور که در این شکل نشان داده شده است نقاط دایروی سیاه رنگ به عنوان نماینده مرز منحنی ( $x_w$ )، نقاط دایروی توخالی به عنوان نماینده نقاط مرزی در محدوده سیال ( $x_f$ ) و نقاط دایروی خاکستری به عنوان نماینده نقاط مرزی در محدوده جامد ( $x_b$ ) در نظر گرفته شده‌اند. چنانچه ذکر شد روش شبکه بولتزن شامل یک الگوریتم دو مرحله‌ای برخورد و انتشار می‌باشد. در مرحله برخورد توابع توزیع محاسبه می‌شوند و در مرحله انتشار در جهت سرعت‌های گسسته‌ی مدل منتشر می‌شوند. با توجه به این موضوع تابع توزیع  $f_{\alpha}(x_f, t + \delta t)$  در  $x_f$  بعد از انتشار مجهول می‌باشد. برای محاسبه این مجهول چنانچه ذکر شد از مدل یک رابطه‌ی یو و همکارانش (رابطه (24)) استفاده شده است.

$$f_{\alpha}(x_f, t + \delta t) = \frac{1}{1 + \Delta} \cdot [(1 - \Delta) \cdot f_{\alpha}(x_f, t + \delta t) + \Delta \cdot f_{\alpha}(x_b, t + \delta t) + \Delta \cdot f_{\alpha}(x_w, t + \delta t) + 2w_{\alpha}\rho_w \frac{3}{c_s^2} e_{\alpha} \cdot u_w] \quad (24)$$

که در رابطه فوق،  $0 \leq \Delta \leq 1$  و  $\rho_w$  و  $u_w$  نیز به ترتیب چگالی و سرعت روی مرز منحنی می‌باشند.

#### 4-1-3- یک برون‌یابی مرتبه دوم برای نقاط مرزی جابه‌جا شده از ناحیه جامد به مایع

با توجه به اینکه در مسأله حاضر روتور به صورت بیضوی در نظر گرفته شده است بنابراین نقاط مرزی در هر تکرار حل تغییر می‌کنند. زمانی که روتور بیضوی شروع به چرخش می‌کند بعضی از نقاط مرزی که در ناحیه جامد قرار داشته‌اند به واسطه این حرکت در ناحیه سیالی قرار می‌گیرند. از این رو به دلیل اینکه نقاط مرزی جامد دارای تابع توزیع مجهول می‌باشند بایستی در این مرحله برای آنها نیز به صورت جداگانه توابع توزیع جدیدی محاسبه شود. برای تشریح این قسمت شکل نمادین 4 ارائه می‌شود. با توجه به این شکل، قسمتی از مرز فیزیکی که با خط پررنگ مشخص شده است در لحظه  $t$  با سرعت  $u_w$  به سمت راست در حال حرکت می‌باشد. این مرز بعد از طی یک گام زمانی یعنی  $\delta t$  به موقعیت بعدی خود که با خط چین نشان داده شده است می‌رسد. در طی این مرحله بعضی از نقاط که در ناحیه جامد قرار داشته‌اند و تابع توزیع آنها مجهول است اکنون در ناحیه سیالی قرار می‌گیرند. این نقاط در شکل 4 با نماد مربع تعیین می‌شوند. برای محاسبه تابع توزیع

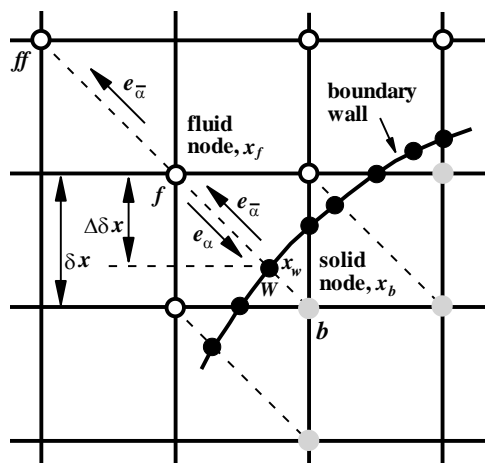


Fig. 3 Schematic of Cartesian grid and boundary points in LBM

شکل 3 شماتیکی از شبکه دکارتی و نقاط مرزی در روش شبکه بولتزن

پس از گسسته‌سازی معادله (15) در شبکه سرعت، بایستی بر مبنای اندازه شبکه و گام زمانی نیز به صورت معادله ذیل منفصل گردد [23, 24]:

$$f_{\alpha}(r + e_{\alpha} \delta t, t + \delta t) - f_{\alpha}(r, t) = \Omega_{\alpha} \quad (18)$$

به طور کلی حل معادله منفصل شده (18) به دلیل پیچیدگی‌های اپراتور برخورد  $\Omega_{\alpha}$  مشکل می‌باشد. از این رو برای ساده‌سازی حل این معادله از مدل BGK استفاده شده که این کار منجر به تعریف جدید و ساده اپراتور برخورد به صورت رابطه (19) می‌شود [25]:

$$\Omega_{\alpha} = \frac{1}{\tau_v} (f_{\alpha}^{eq}(r, t) - f_{\alpha}(r, t)) \quad (19)$$

در رابطه (19)،  $\tau_v$  زمان آسودگی و  $f_{\alpha}^{eq}$  تابع توزیع تعادلی می‌باشند که از بسط برش خورده توزیع ماکسول-بولتزن قابل محاسبه است [23]:

$$f_{\alpha}^{eq} = w_{\alpha} \rho \left[ 1 + \frac{e_{\alpha} \cdot U}{c_s^2} + \frac{(e_{\alpha} \cdot U)^2}{2c_s^4} - \frac{U^2}{2c_s^2} \right]$$

$$\begin{cases} w_{\alpha} = \frac{4}{9} & \alpha = 0 \\ w_{\alpha} = \frac{1}{9} & \alpha = 1, 2, 3, 4 \\ w_{\alpha} = \frac{1}{36} & \alpha = 5, 6, 7, 8 \end{cases} \quad (20)$$

در رابطه (20)،  $U = ui + vj$  بردار سرعت ماکروسکوپی،  $\rho$  چگالی سیال،  $c_s = c/\sqrt{3}$  سرعت صوت مدل و  $w_{\alpha}$  تابع وزنی می‌باشند. بایستی ذکر گردد  $c = \delta x/\delta t$  اندازه سرعت میکروسکوپی ذرات،  $\delta x$  اندازه شبکه گرهی و  $\delta t$  گام زمانی حل می‌باشند که در این حل هر دو برابر 1 در نظر گرفته شده‌اند.

در روش شبکه بولتزن برای حل معادله (18) با تقریب BGK از یک الگوریتم دو مرحله‌ای برخورد و انتشار استفاده می‌شود. در مرحله برخورد، توابع توزیع در هر نقطه با یکدیگر برخورد می‌کنند و سپس در مرحله انتشار، این توابع با نقاط مجاور خود در شبکه بولتزن و در راستای مسیرهای منفصل شده جابه‌جا می‌شوند. با تکرار این دو مرحله در طول زمان، معادله فوق حل می‌شود. در انتها نیز کمیت‌های ماکروسکوپی جریان از قبیل چگالی و سرعت را می‌توان از روابط (22, 21) بر اساس توابع توزیع محاسبه کرد [23]:

$$\rho = \sum_{\alpha=0}^8 f_{\alpha} \quad (21)$$

$$U = \frac{1}{\rho} \sum_{\alpha=0}^8 e_{\alpha} f_{\alpha} \quad (22)$$

در شبیه‌سازی جریان سیال تراکم‌ناپذیر در رینولدزهای پایین، فشار از معادله حالت گاز ایده‌آل،  $p = \rho c_s^2$  بدست می‌آید. همچنین با کمک بسط چامپن-انساگ می‌توان نشان داد که ویسکوزیته سینماتیکی سیال تابعی است از زمان آسودگی و به صورت رابطه (23) تعریف می‌شود:

$$v = (\tau_v - 0.5)c_s^2 \delta t \quad (23)$$

#### 4-1-2- شرط مرزی منحنی

شاید بتوان گفت مهمترین و بحرانی‌ترین مرحله در تمامی شبیه‌سازی‌های شبکه بولتزن، اعمال درست و دقیق شرط مرزی منحنی است. در این خصوص مدل‌های مختلفی برای یافتن توابع توزیع مجهول در مرزهای منحنی ارائه شده است. از این میان، مدل یک رابطه‌ی ارائه شده توسط یو و همکارانش [26] به دلیل سادگی و دقت بیشتر در پژوهش حاضر انتخاب شده است.

برای اعتبارسنجی محاسبات مربوط به نسبت منظری کوچکتر از 1، از نتایج مقاله نصرآزادانی و همکاران [17] استفاده شده است. در این مقاله چنانچه ذکر شد تنها نسبت منظری 0.5 برای روتور بیضوی در نظر گرفته شده است. از این رو برای معادل سازی کار حاضر با نتایج مقاله مذکور حالتی که  $AR = 0.5$  باشد مدل سازی می‌شود. شرایط دیگر نیز به صورت  $Re = 1$ ،  $\Delta P^* = 0$  و  $S = 1.5$  می‌باشند. شکل 6 مقایسه‌ای بین دبی خروجی در طول زمان برای دو حالت خارج از مرکزی 0.2 و 0.6 بین کار حاضر و نتایج نصرآزادانی و همکاران را نشان می‌دهد. همان‌طور که در این شکل مشاهده می‌شود تطابق خوبی بین نتایج وجود دارد.

### 5- نتایج و بحث

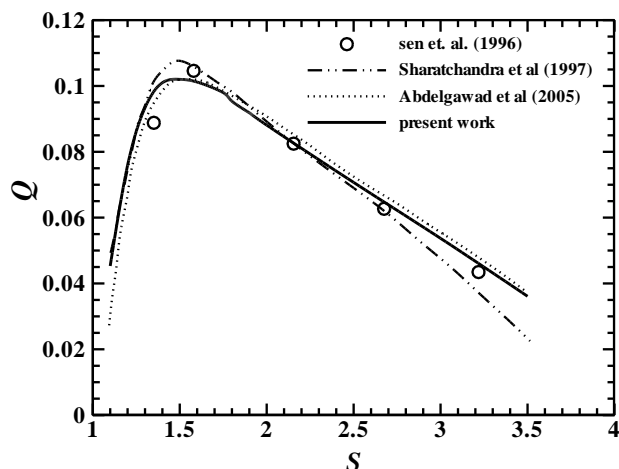
#### 1-1- روش سطح پاسخ

روش سطح پاسخ به طرح‌های مختلفی مانند مرکب مرکزی، باکس بنکن، دهلرت تقسیم می‌شود. یکی از مهمترین و کاربردی‌ترین آنها روش طرح مرکب مرکزی می‌باشد. این روش با در نظر گرفتن تعداد متغیرهای مستقل و محدوده آنها، می‌تواند ماتریس آزمون را طراحی کند. در این روش 5 سطح مختلف برای هر متغیر مستقل ایجاد می‌شود. البته در یک حالت خاص یعنی مرکز وجهی تنها سه سطح برای هر متغیر منظور می‌شود [28]. در این مقاله از طرح مرکب مرکزی با 5 سطح برای طراحی آزمون‌های موردنظر استفاده شده است. چنانچه در بخش 2 این مقاله ذکر گردید پارامترهای هندسی مهم برای ریزیمپ لزجتی، نسبت منظری، ارتفاع ریزیمپ و خارج از مرکزی روتور بوده که به ترتیب محدوده هر کدام از آنها 0.1-0.9 و 1.5-3.5 و 0.1-1.5 و 0.1-0.9 است.

**جدول 1** دبی و تولید آنترپوی متوسط به دست آمده در تعداد گره‌های مختلف برای حالت  $S=1.5, \epsilon=0.9, P^*=0, \Delta Re=1$  در مطالعه استقلال نتایج از شبکه

**Table 1** Flow rates and efficiencies obtained in different numbers of nodes at  $S = 1.5$ ,  $\epsilon = 0.9$ ,  $Re = 1$ ,  $\Delta P^* = 0$  for grid independence study

تعداد گره D	$Q_{ave} \times 10^2$	اختلاف با مقدار قبلی (%)	$S_{F,ave} \times 10^2$	اختلاف با مقدار قبلی (%)
20	3.8493	-	1.1588	-
40	4.4837	14.15	1.3924	16.78
60	4.6628	3.84	1.4736	5.51
80	4.7536	1.91	1.4996	1.73



**Fig. 5** Comparison of variations of  $Q$  vs.  $S$  parameter in the present study with those in literature for  $Re = 0.5$ ,  $\Delta P^* = 0.5$ ,  $\epsilon = 0.9$  and  $AR = 1$

شکل 5 مقایسه دبی بی‌بعد ( $Q$ ) در برابر پارامتر بی‌بعد ارتفاع ریزیمپ ( $S$ ) در کار حاضر با کارهای دیگران در شرایط  $Re = 0.5$ ،  $\Delta P^* = 0.5$ ،  $\epsilon = 0.9$  و  $AR = 1$

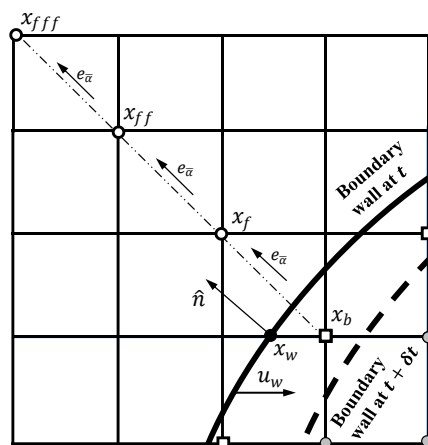
مجهول این نقاط گرهی روش‌های مختلفی پیشنهاد شده است. از جمله این روش‌ها می‌توان به روش ارائه شده در مقاله لاله‌مند و لو [27] اشاره کرد. آنها در این مقاله از یک برون‌یابی مرتبه دوم مطابق رابطه (25) برای محاسبه این توابع توزیع مجهول استفاده کرده‌اند.

$$f_{\bar{a}}(x_b, t) = 3f_{\bar{a}}(x_f, t) - 3f_{\bar{a}}(x_{ff}, t) + f_{\bar{a}}(x_{fff}, t) \quad (25)$$
 بر اساس شکل 4،  $x_b$  یک نقطه گرهی است که در لحظه  $t$  در ناحیه جامد قرار داشته و بعد از طی گام زمانی اکنون در ناحیه سیالی قرار دارد. برای معرفی  $x_f$ ، بایستی زاویه بین بردار عمود بر مرز فیزیکی به هنگام عبور از نقطه گرهی  $x_b$  و تمامی مسیرهای بین  $x_b$  و نقاط سیالی مجاور آن محاسبه شود. در این مرحله آن مسیری که کمترین زاویه را داشته باشد به عنوان مسیر برون‌یابی رابطه (25) تعیین می‌شود. شکل 4 یک نمونه از اعمال این برون‌یابی را با توجه به نقاط تعیین شده در این شماتیک را نشان می‌دهد. همان‌طور مشاهده می‌شود نقطه مرزی  $x_w$  با بردار عمود  $\hat{n}$  به هنگام عبور از  $x_b$  دارای کمترین زاویه با راستای خط متصل به  $x_f$  می‌باشد. بنابراین برون‌یابی موردنظر در همین راستا و با استفاده از دو نقطه سیالی دیگر یعنی  $x_{ff}$  و  $x_{fff}$  انجام می‌شود.

#### 2-4- استقلال نتایج از شبکه و اعتبارسنجی برنامه عددی

پس از همگرایی حل بایستی استقلال نتایج از ابعاد شبکه اثبات گردد. برای این منظور در مسأله حاضر قطر بزرگ روتور بیضوی  $D$  با  $AR=0.5$  در چهار مقدار مختلف 20، 40، 60 و 80 در نظر گرفته شده است. نتایج به دست آمده از دبی و تولید آنترپوی متوسط در این چهار عدد در جدول 1 ثبت شده است. درصد اختلاف نشان داده شده در این جدول حاکی از آن دارد که برای هر دو مورد دبی و تولید آنترپوی متوسط تعداد 80 گره برای این مسأله کافی می‌باشد. قابل ذکر است مسأله طرح شده در استقلال نتایج از شبکه برای حالت  $S=1.5$ ،  $\epsilon=0.9$ ،  $\Delta P^*=0$  و  $Re=1$  صورت گرفته است.

برای اعتبارسنجی اولیه کار حاضر، ریزیمپی لزجتی با یک روتور دایروی ( $AR = 1$ ) در شرایطی که رینولدز ( $Re$ ) و اختلاف فشار بی‌بعد ( $\Delta P^*$ ) هر دو 0.5 و عدد بی‌بعد خارج از مرکزی  $\epsilon = 0.9$  می‌باشند در نظر گرفته شده است. شکل 5 مقایسه‌ای بین نتایج دبی بی‌بعد خروجی ( $Q$ ) در مقابل پارامتر بی‌بعد ارتفاع ریزیمپ ( $S$ ) کار حاضر با نتایج تجربی سن و همکاران [2]، عددی شارچندرا و همکاران [3] و عبدالقواد و همکاران [8] را نشان می‌دهد. همان‌طور که در این شکل نیز مشاهده می‌شود تطابق قابل قبولی بین نتایج وجود دارد.



**Fig. 4** Schematic of grid nodes for the illustration of moving boundary

شکل 4 شماتیکی از نقاط گرهی برای تشریح مرز متحرک

جدول 2 ماتریس طراحی در طرح مرکب مرکزی برای مسأله حاضر

**Table 2** Design matrix in the CCD for the present problem

متغیرهای مستقل	سطوح				
	+α	-α	بالا (+1)	مرکزی (0)	پایین (-1)
AR: $X_1$	1	0.2	0.8	0.6	0.4
S: $X_2$	3.5	1.5	3	2.5	2
ε: $X_3$	0.9	0.1	0.7	0.5	0.3

جدول 3 مقادیر واقعی متغیرهای مستقل به همراه پاسخ‌هایشان

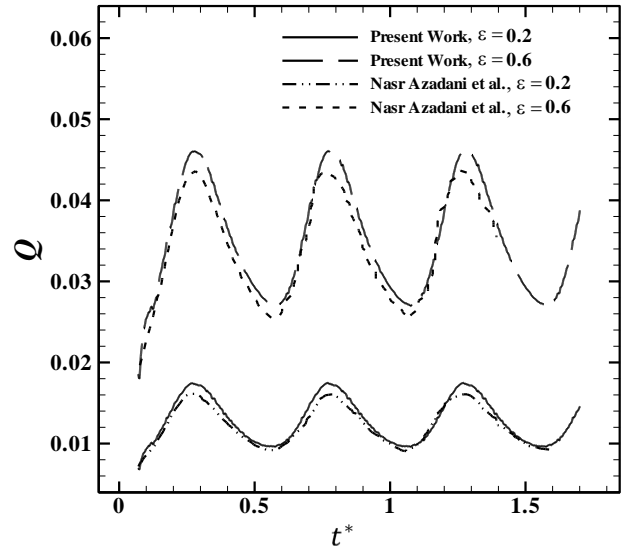
**Table 3** Actual values of independent variables along with their responses

شماره آزمون	مقادیر واقعی متغیرهای مستقل				
	پاسخ $S_{F,ave}$	پاسخ $Q_{ave}$	ε	S	AR
1	0.01546	0.03632	0.5	2.5	0.6
2	0.0122	0.03565	0.5	1.5	0.6
3	0.02332	0.05829	0.7	3	0.8
4	0.01458	0.01785	0.3	3	0.4
5	0.01277	0.03632	0.7	2	0.4
6	0.01556	0.03145	0.3	2	0.8
7	0.01102	0.01796	0.3	2	0.4
8	0.02131	0.05488	0.9	2.5	0.6
9	0.01546	0.03632	0.5	2.5	0.6
10	0.0239	0.06044	0.5	2.5	1
11	0.02051	0.02862	0.3	3	0.8
12	0.01546	0.03632	0.5	2.5	0.6
13	0.01848	0.06443	0.7	2	0.8
14	0.0199	0.03423	0.5	3.5	0.6
15	0.01635	0.03633	0.7	3	0.4
16	0.01546	0.03632	0.5	2.5	0.6
17	0.01546	0.03632	0.5	2.5	0.6
18	0.0145	0.00815	0.1	2.5	0.6
19	0.01209	0.02284	0.5	2.5	0.2
20	0.01546	0.03632	0.5	2.5	0.6

$\beta_0$  یک مقدار ثابت و  $\beta_i, \beta_{ij}, \beta_{ijk}$  به ترتیب ضرایب رگرسیونی خطی، مرتبه دوم و ترکیبی و  $\epsilon$  خطای مدل می‌باشند. برای تحلیل داده‌ها و به دست آوردن ضرایب رگرسیونی مدل از نرم‌افزار دیزاین اکسپرت 10.0.3 استفاده شده است. پس از تحلیل نرم‌افزاری، جداول 4 و 5 به ترتیب نتایج تحلیل واریانس مدل‌های ریاضی مربوط به دبی متوسط و تولید آنالیز متوسط را ارائه می‌دهند. قابل ذکر است تحلیل واریانس یکی از روش‌های قابل اطمینان برای بررسی کیفیت و دقت مدل برازش شده می‌باشد [30]. در ادامه برای تفسیر بهتر نتایج حاصل از این تحلیل ذکر نکات ذیل ضروری است.

در تحلیل واریانس به طور کلی هر چه مقدار F بزرگتر و مقدار P کوچکتر باشد مدل یا ضرایب مربوطه معنادارتر هستند. در این تحلیل دو ضریب تعیین  $(R^2)$  و تعدیل شده تعیین  $(R^2 - Adj)$  بسیار با اهمیت می‌باشند. مقادیر این دو ضریب بین 0 و 1 قابل تغییر است و هر چه این مقادیر به 1 نزدیکتر باشند به معنی تطابق بهتر بین مدل و نتایج مدل‌سازی بوده است. پارامتر دیگری به نام دقت کافی که برای اندازه‌گیری اختلاف بین سیگنال به نویز استفاده می‌شود اگر بزرگتر از 4 باشد مطلوب بوده و اشاره به این دارد که میزان سیگنال کافی بوده است. همچنین ضریبی به نام ضریب تغییرات که به منظور ارزیابی قابل قبول بودن آزمون‌های انجام شده مورد استفاده قرار می‌گیرد مقادیر پایین‌تر آن بهتر می‌باشد [31].

با توجه به نتایج جداول 4 و 5 و همچنین مطالب بیان شده فوق می‌توان نتیجه گرفت که دو مدل ارائه شده برای دبی و آنالیز متوسط کاملاً معنادار بوده و از دقت کافی برخوردار می‌باشند. بعد از این مرحله بایستی کفایت آماری مدل‌ها نیز بررسی گردد. برای این کار ارائه چند نمودار پیشنهاد می‌شود. ابتدا ارائه نمودار مقادیر پیش‌بینی شده توسط مدل در برابر مقادیر



**Fig. 6** Comparison of  $Q$  with dimensionless time ( $t^*$ ) between the present study and Ref. [17] at  $Re = 1, \Delta P^* = 0$  and  $AR = 0.5$  for two  $\epsilon = 0.2$  and  $0.6$

شکل 6 مقایسه دبی بعد از  $Q$  در برابر پارامتر بی بعد زمان ( $t^*$ ) در کار حاضر با نتایج مرجع [17] در شرایط  $Re = 1, \Delta P^* = 0$  و  $AR = 0.5$  برای دو  $\epsilon = 0.2$  و  $0.6$

می‌باشند. پارامترهای مذکور به عنوان پارامترهای مستقل در طرح مرکب مرکزی در نظر گرفته شده و با نماد  $X_{i(i=1-3)}$  مشخص می‌شوند. بر این اساس ماتریس طراحی برای مسأله حاضر به صورت جدول 2 خواهد بود. مقادیر واقعی متغیرهای مستقل  $X_i$  بر اساس رابطه (26) تبدیل به مقادیر کد شده  $Z_i$  می‌شوند. این رابطه با در نظر گرفتن مقدار 2 برای  $\alpha$  منجر به تعیین 5 سطح مختلف برای متغیرهای مستقل مسأله خواهد شد. قابل ذکر است در طرح مرکب مرکزی این کدبندی برای انجام یک تحلیل رگرسیونی قابل قبول ضروری است.

$$Z_i = \frac{X_i - X_0}{\Delta X_i} \quad (26)$$

$X_0$  مقدار واقعی متغیر مستقل در نقطه مرکزی و  $\Delta X_i$  مقدار تغییر گام هستند. در طرح مرکب مرکزی تعداد آزمون‌ها بر اساس تعداد متغیرها و نیز تعداد تکرار آزمون در نقطه مرکزی قابل محاسبه است. رابطه (27) تعداد این آزمون‌ها را محاسبه می‌کند [29].

$$N = 2^k + 2k + n_c \quad (27)$$

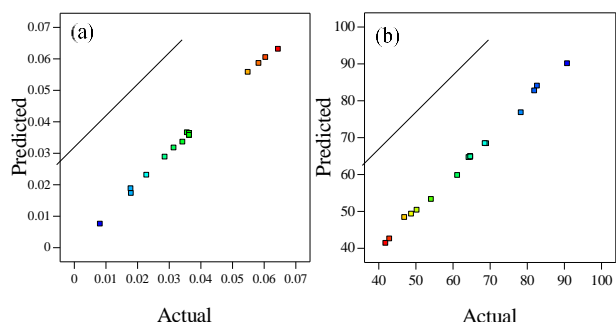
$N$ ،  $k$  و  $n_c$  به ترتیب تعداد کل آزمون‌ها، تعداد متغیرهای مستقل و تعداد آزمون‌ها در نقطه مرکزی می‌باشند. با توجه به اینکه در مسأله حاضر تعداد 3 متغیر مستقل و تعداد 6 آزمون در نقطه مرکزی در نظر گرفته شده است لذا با توجه به رابطه (27) تعداد 20 آزمون برای هر پاسخ لازم می‌باشد. آزمون‌های طراحی شده به همراه پاسخ‌های موردنظر در مسأله حاضر یعنی دبی متوسط و تولید آنالیز متوسط در جدول 3 ارائه شده است.

### 1-1-5- ارائه مدل ریاضی، تحلیل واریانس و بررسی کفایت آماری مدل‌ها

در این مرحله بایستی یک مدل ریاضی بر اساس آزمون‌های انجام شده و پاسخ‌های به دست آمده ارائه گردد. معمولاً در این مرحله، روش سطح پاسخ یک معادله درجه دوم یا یک فرم کاهیده از آن را پیشنهاد می‌کند. به طور کلی مدل درجه دوم پیشنهادی به صورت ذیل نوشته می‌شود [29].

$$y = \beta_0 + \sum_{i=1}^3 \beta_i X_i + \sum_{i=1}^3 \sum_{j=1}^3 \beta_{ij} X_i X_j + \sum_{i=1}^3 \beta_{ii} X_i^2 + \epsilon \quad (28)$$





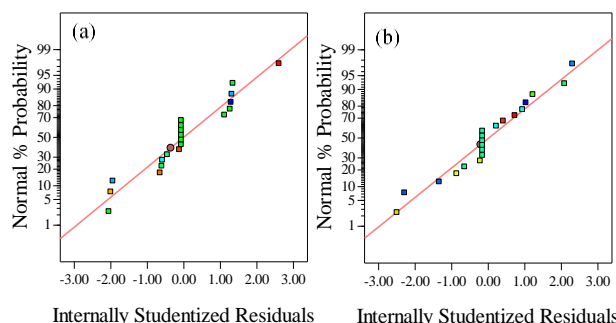
**Fig. 7** Predicted values vs. actual values in the averaged (a) flow rate model, (b) entropy generation model

شکل 7 مقادیر پیش‌بینی شده در برابر مقادیر واقعی در (a) مدل دبی متوسط (b) مدل تولید آنترپوی متوسط

ارائه می‌دهد.

### 5-2- تأثیر انفرادی هر کدام از متغیرهای مستقل بر پاسخ

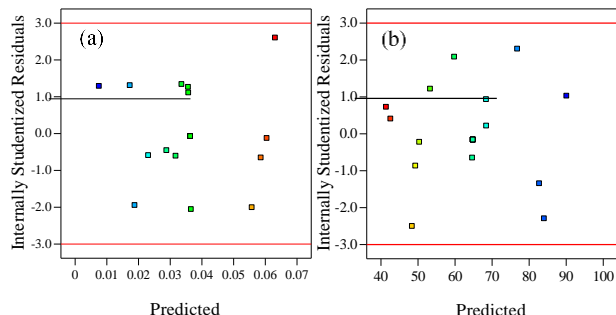
برای مشاهده تأثیر انفرادی هر کدام از متغیرهای مستقل بر پاسخ موردنظر نمودار پشیدگی برای هر کدام از پاسخ‌ها ارائه شده است. بایستی ذکر شود در این نمودار اثر برهم‌کنشی بین متغیرها قابل مشاهده نمی‌باشد. برای بررسی این اثرات نمودارهای سه بعدی در قسمت بعدی ارائه می‌شوند. با استفاده از نمودار پشیدگی می‌توان اثر هر کدام از متغیرها را در حالی که سایر متغیرها ثابت فرض شده‌اند بر پاسخ مسأله مورد مقایسه قرار داد. همچنین در این نمودار شیب یا انحنای تند هر پارامتر نشان از حساسیت بیشتر پاسخ مسأله به این پارامتر دارد. شکل 10 نمودار پشیدگی را برای دبی متوسط نشان



**Fig. 8** Normal probability vs. internally studentized residuals in the averaged (a) flow rate model, (b) entropy generation model

شکل 8 نمودار احتمال نمودار باقیمانده‌ها در برابر باقیمانده‌های استیوندرتیده درونی

در (a) مدل دبی متوسط (b) مدل تولید آنترپوی متوسط



**Fig. 9** Internally studentized residuals vs. predicted values in the averaged (a) flow rate model, (b) entropy generation model

شکل 9 نمودار باقیمانده‌های استیوندرتیده درونی در برابر مقادیر پیش‌بینی شده در

(a) مدل دبی متوسط (b) مدل تولید آنترپوی متوسط

واقعی می‌باشد. اگر این نمودار یک ارتباط خطی بین مقادیر را نشان دهد نمودار قابل قبولی برای کفایت آماری مدل خواهد بود. نمودار بعدی نمودار احتمال نرمال باقیمانده‌ها در برابر باقیمانده‌های استیوندرتیده درونی می‌باشد. این نمودار نیز در صورت وجود یک ارتباط خطی بین مقادیر، نشان از کفایت آماری مدل دارد. آخرین نمودار که می‌تواند حاکی از کفایت آماری مدل باشد نمودار باقیمانده‌ها در برابر مقادیر پیش‌بینی شده توسط مدل است. اگر مقادیر باقیمانده‌ها از دو مقدار نشان داده شده توسط خط قرمز در نمودار مربوطه تجاوز نکنند برای کفایت آماری مدل کافی می‌باشد [31]. با توجه به شکل‌های 7-9 و مطالب بیان شده برای کفایت آماری مدل‌ها می‌توان گفت که مدل‌های ارائه شده در این مقاله دارای کفایت آماری می‌باشند. در ادامه با توجه به اینکه مدل‌های ارائه شده برای دبی متوسط و تولید آنترپوی متوسط دارای دقت و کیفیت لازم و نیز کفایت آماری می‌باشند می‌توان نتایج حاصل از آنها را با اطمینان بالایی ارائه داد. در مورد مدل ارائه شده برای تولید آنترپوی ذکر این نکته ضروری است که مدل ابتدایی که توسط نرم‌افزار پیشنهاد شد مدل مناسبی از لحاظ کفایت آماری نبود بنابراین با استفاده از نمودار باکس-کاکس یک تابع انتقال توانی با  $-1\lambda$  برای این مدل ارائه گردید که نتایج تحلیل واریانس و کفایت آماری برای این مدل ارائه شده است. در انتها با توجه به ضرایب رگرسیونی به دست آمده در دو مدل، جدول 6 ضرایب مدل‌های به دست آمده را برای دبی متوسط و تولید آنترپوی متوسط

جدول 4 جدول تحلیل واریانس برای مدل ریاضی مربوط به دبی متوسط

**Table 4** ANOVA table for mathematical model of averaged flow rate

منبع تغییرات	جمع مربعات	درجه آزادی	میانگین مربعات	مقدار F	مقدار P
مدل	0.003934	9	0.000437	660.0918	<0.0001
AR	0.001398	1	0.001398	2110.891	<0.0001
S	8.86E-06	1	8.86E-06	13.38223	0.0044
$\varepsilon$	0.002327	1	0.002327	3513.924	<0.0001
AR $\times$ S	9.79E-06	1	9.79E-06	14.79212	0.0032
AR $\times$ $\varepsilon$	8.32E-05	1	8.32E-05	125.6518	<0.0001
S $\times$ $\varepsilon$	1.28E-06	1	1.28E-06	1.928551	0.1951
AR <sup>2</sup>	4.62E-05	1	4.62E-05	69.7619	<0.0001
S <sup>2</sup>	2.54E-06	1	2.54E-06	3.843165	0.0784
$\varepsilon^2$	3.47E-05	1	3.47E-05	52.4185	<0.0001
باقیمانده	6.62E-06	10	6.62E-07	-	-

$R^2=99.83$ ,  $R^2\text{-adj}=99.68$  و  $CV=2.24\%$  و  $dft=96$  دقت کافی

معنادار، \*\*\*: بی‌معنی

جدول 5 جدول تحلیل واریانس برای مدل ریاضی مربوط به تولید آنترپوی متوسط

**Table 5** ANOVA table for mathematical model of averaged entropy generation

منبع تغییرات	جمع مربعات	درجه آزادی	میانگین مربعات	مقدار F	مقدار P
مدل	3381.35	9	375.71	334.77	< 0.0001
AR	1818.25	1	1818.25	1620.13	< 0.0001
S	1046.75	1	1046.75	932.69	< 0.0001
$\varepsilon$	400.36	1	400.36	356.73	< 0.0001
AR $\times$ S	19.89	1	19.89	17.72	0.0018
AR $\times$ $\varepsilon$	1.86	1	1.86	1.66	0.2266
S $\times$ $\varepsilon$	10.78	1	10.78	9.61	0.0113
AR <sup>2</sup>	7.02	1	7.02	6.26	0.0314
S <sup>2</sup>	4.65	1	4.65	4.14	0.0692
$\varepsilon^2$	64.86	1	64.86	57.79	< 0.0001
باقیمانده	11.22	10	1.12	-	-

$R^2=99.67$ ,  $R^2\text{-adj}=99.37$  و  $CV=1.67\%$  و  $dft=65$  دقت کافی

معنادار، \*\*\*: بی‌معنی



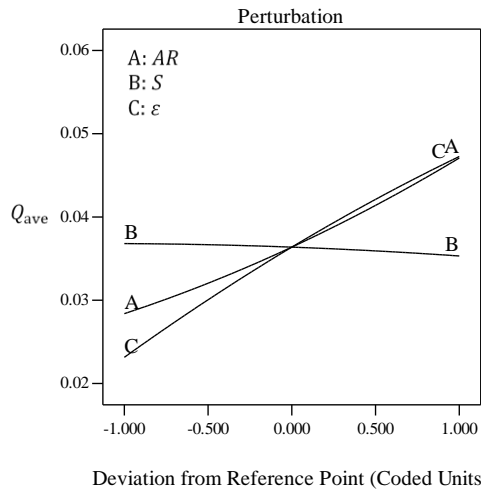


Fig. 10 Perturbation graph for the averaged flow rate

شکل 10 نمودار پرتشیدگی برای دبی متوسط

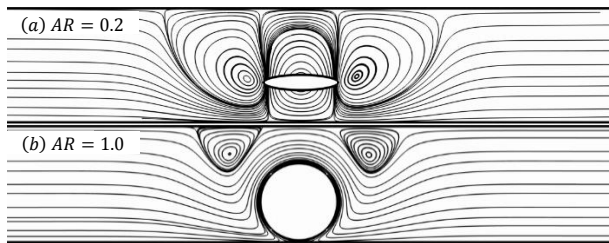


Fig. 11 Streamlines around the rotor with (a) AR=0.2 (b) AR=1 for S=1.5,  $\varepsilon=0.9$  and  $t^*=1.5$

شکل 11 خطوط جریان اطراف روتور با (a) AR=0.2 (b) AR=1 در شرایط  $S=1.5$  و  $\varepsilon=0.9$  و  $t^*=1.5$

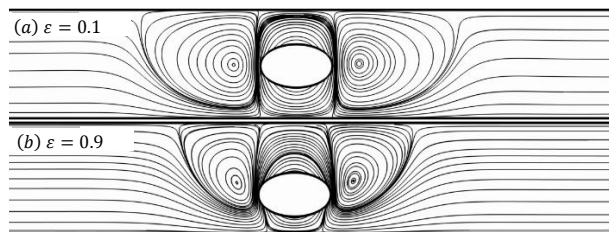


Fig. 12 Streamlines around the rotor with (a)  $\varepsilon=0.1$  (b)  $\varepsilon=0.9$  for AR=0.6, S=1.5 and  $t^*=1.5$

شکل 12 خطوط جریان اطراف روتور با (a)  $\varepsilon=0.1$  (b)  $\varepsilon=0.9$  در شرایط AR=0.6،  $S=1.5$  و  $t^*=1.5$

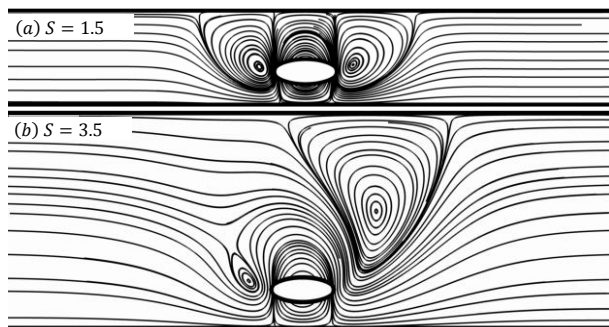


Fig. 13 Streamlines around the rotor with (a) S=1.5 (b) S=3.5 for AR=0.4,  $\varepsilon=0.9$  and  $t^*=1.5$

شکل 13 خطوط جریان اطراف روتور با (a) S=1.5 (b) S=3.5 در شرایط AR=0.4،  $\varepsilon=0.9$  و  $t^*=1.5$

جدول 6 ضرایب رگرسیونی به دست آمده برای پاسخ‌ها

ضرایب واقعی رگرسیونی مدل		جملات مدل
$S_{F,ave}^{-1}$	$Q_{ave}$	
187.50882	-0.01859	ثابت مدل
-82.89824	-0.00658	AR
-40.04051	0.01351	S
-21.11788	0.05128	$\varepsilon$
15.76772	-0.01106	AR $\times$ S
12.06503	0.08062	AR $\times$ $\varepsilon$
11.60868	-0.004	S $\times$ $\varepsilon$
-13.21228	0.03389	AR <sup>2</sup>
1.71975	-0.00127	S <sup>2</sup>
-40.15396	-0.02937	$\varepsilon^2$

می‌دهد. همان‌طور که در این نمودار مشاهده می‌شود دو پارامتر هندسی نسبت منظری و خارج از مرکزی روتور دارای یک شیب مثبت نسبتاً تندی بوده در حالی که پارامتر ارتفاع ریزپمپ با یک شیب کند و منفی ظاهر شده است. مطالب ذکر شده به معنای این است که با افزایش AR و  $\varepsilon$  دبی متوسط نیز افزایش، در حالی با افزایش S دبی متوسط کاهش پیدا می‌کند. همچنین تغییرات AR و  $\varepsilon$  تأثیر بیشتری بر میزان دبی متوسط نسبت به تغییرات S دارند. برای توجیه این تغییرات می‌توان از ارائه و تفسیر خطوط جریان اطراف روتور کمک گرفت. شکل 11 خطوط جریان را اطراف روتوری با دو نسبت منظری 0.2 و 1 در  $S=1.5$ ،  $\varepsilon=0.9$  و  $t^*=1.5$  نشان می‌دهد. همان‌طور که در این شکل مشاهده می‌شود در AR=0.2 گردابه‌ای بسیار بزرگتر در پایین دست روتور از نظیرش در AR=1 مشاهده می‌شود. همین گردابه خود مانع بزرگی برای عبور جریان می‌باشد. بنابراین با افزایش نسبت منظری این گردابه کوچکتر شده و در نتیجه دبی متوسط افزایش پیدا می‌کند. شکل 12 خطوط جریان را اطراف روتوری با دو خارج از مرکزی 0.1 و 0.9 در  $S=1.5$ ، AR=0.6 و  $t^*=1.5$  نشان می‌دهد. با توجه به این شکل، میزان سیال بیشتری در  $0.1\varepsilon$  نسبت به  $0.9\varepsilon$  به دور روتور می‌چرخد. همچنین گردابه‌ی پایین دست روتور در  $0.1\varepsilon$  نسبت به  $0.9\varepsilon$  بزرگتر می‌باشد. لذا با افزایش خارج از مرکزی روتور میزان سیال بیشتری به بیرون هدایت می‌شود. شکل 13 ریزپمی با دو ارتفاع مختلف را نشان می‌دهد. همان‌طور که در این شکل نشان داده شده است هر چه ارتفاع ریزپمپ افزایش پیدا می‌کند گردابه پایین دست روتور نیز بزرگتر می‌شود. از طرف دیگر نیز با افزایش ارتفاع ریزپمپ، حجم سیال بالای روتور نیز افزایش می‌یابد. بنابراین با افزایش S دبی متوسط کاهش پیدا می‌کند.

شکل 14 نمودار پرتشیدگی را برای تولید آنتروپی متوسط نشان می‌دهد. با توجه به این شکل با افزایش هر سه پارامتر هندسی AR، S و  $\varepsilon$  تولید آنتروپی نیز افزایش پیدا می‌کند و به همین ترتیب نیز به تغییرات آن‌ها حساس‌تر است. با افزایش AR اصطکاک بین قسمت تحتانی روتور با دیواره پایینی ریزپمپ افزایش می‌یابد در نتیجه تولید آنتروپی نیز افزایش پیدا می‌کند. با افزایش S گردان‌های سرعت در منطقه وسیع‌تری از ریزپمپ مخالف صفر می‌باشند در حالی که با کاهش ارتفاع همانند شکل 13 گردابه‌ها ناحیه کوچکتری از ریزپمپ را تحت تأثیر قرار داده‌اند. از این رو با افزایش S تولید آنتروپی نیز افزایش می‌یابد. با افزایش  $\varepsilon$  و نزدیک‌تر شدن سطح زیرین روتور به دیواره پایینی ریزپمپ، طبیعی است که میزان اصطکاک افزایش پیدا کند که این امر منجر به افزایش تولید آنتروپی می‌شود.

### 3-5- اثرات برهمکنشی متغیرهای مستقل بر پاسخ

برای مطالعه اثرات برهمکنشی بین متغیرهای مستقل بر پاسخ موردنظر از

ریاضی و با استفاده از خود نرم‌افزار واگذار شده است. در ادامه مقادیر بهینه سه پارامتر هندسی نسبت منطری، ارتفاع ریزیمپ و خارج از مرکزی روتور با محدوده‌های مذکور برای هر کدام از پاسخ‌ها به صورت جداگانه توسط نرم‌افزار معرفی می‌شوند. هدف بهینه‌سازی برای دبی متوسط بیشینه کردن آن و برای تولید آنتروپی متوسط کمینه کردن آن می‌باشد. چنانچه در جدول 7 نشان داده شده است پارامترهای بهینه برای بیشینه کردن دبی به ترتیب 1، 1.5 و 0.9 برای نسبت منطری، ارتفاع ریزیمپ و خارج از مرکزی روتور می‌باشند. با این مقادیر دبی توسط مدل و همچنین شبیه‌سازی محاسبه گردید و چنانچه

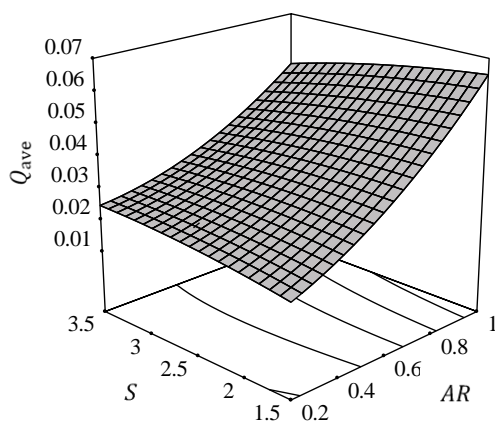


Fig. 15 Interaction effects of AR and S on the averaged flow rate

شکل 15 اثرات متقابل AR و S بر دبی متوسط

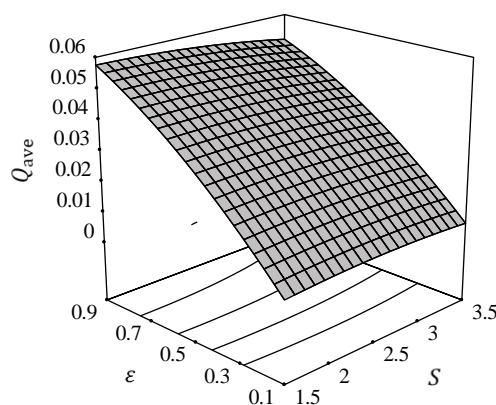


Fig. 16 Interaction effects of S and ε on the averaged flow rate

شکل 16 اثرات متقابل S و ε بر دبی متوسط

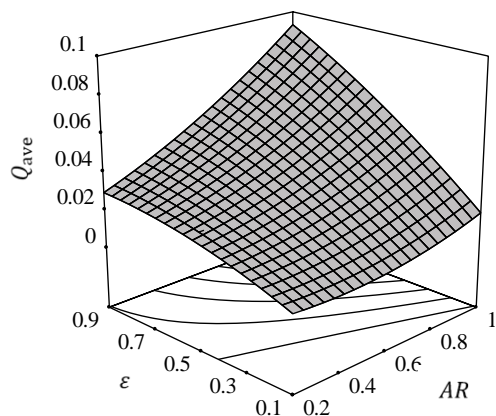


Fig. 17 Interaction effects of AR and ε on the averaged flow rate

شکل 17 اثرات متقابل AR و ε بر دبی متوسط

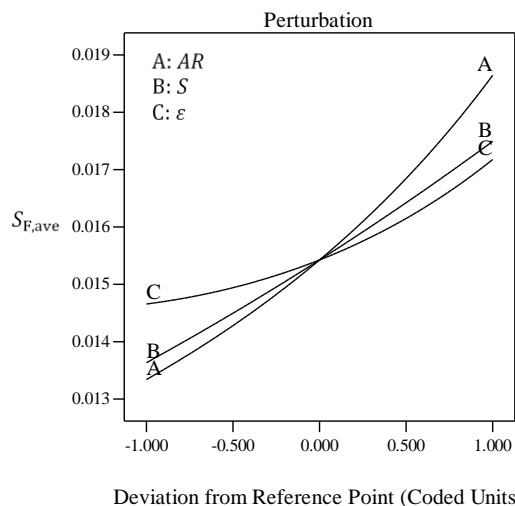


Fig. 14 Perturbation graph for the averaged entropy generation

شکل 14 نمودار پرتشیدگی برای تولید آنتروپی متوسط

نمودارهای سه‌بعدی که می‌تواند اثرات متقابل دو متغیر را بر پاسخ نشان دهد استفاده می‌شود. اولین نمودار مربوط به اثرات متقابل AR و S بر دبی متوسط می‌باشد. همان‌طور که در شکل 15 نشان داده شده است با افزایش AR دبی متوسط در تمامی Sها افزایش پیدا می‌کند ولی این افزایش در مقادیر کمتر S بیشتر است. همچنین به طور کلی با افزایش S دبی متوسط کاهش می‌یابد به طوری که این کاهش در مقادیر بزرگتر AR بیشتر است. شکل 16 اثرات متقابل S و ε را بر  $Q_{ave}$  نشان می‌دهد. با استناد به این شکل، با افزایش ε در تمامی مقادیر S دبی متوسط به شدت افزایش می‌یابد. اما این شیب صعودی کمی در مقادیر کوچکتر S بیشتر است. همچنین با افزایش S در تمامی مقادیر ε دبی با شیب ملایمی کم می‌شود. البته شدت این کاهش کمی در مقادیر بیشتر ε بیشتر است. شکل 17 اثرات همزمان AR و ε را بر دبی متوسط نشان می‌دهد. همان‌طور که در این شکل مشاهده می‌شود با افزایش AR در تمام محدوده ε دبی افزایش پیدا می‌کند. اما تغییرات افزایشی دبی در مقادیر بیشتر ε شدت بیشتری دارد. همچنین با افزایش ε در تمامی مقادیر AR دبی روندی صعودی دارد ولیکن این روند در مقادیر بزرگتر AR شدیدتر است.

شکل 18 تأثیر همزمان AR و S را بر  $S_{F,ave}$  نشان می‌دهد. با توجه به این شکل، با افزایش AR در کل محدوده S تولید آنتروپی نیز افزایش می‌یابد. همچنین در تمامی مقادیر AR با افزایش S نیز تولید آنتروپی یک روند صعودی را طی می‌کند. شکل‌های 19 و 20 به ترتیب اثرات متقابل AR و ε و نیز S و ε را بر تولید آنتروپی متوسط نشان می‌دهد. همان‌طور که در این اشکال نیز مشاهده می‌شود در تمامی موارد با افزایش هر کدام از پارامترها در برابر پارامتر دیگر تولید آنتروپی نیز افزایش پیدا کرده است.

#### 4-4- محاسبه مقادیر بهینه با روش سطح پاسخ

در این مرحله بایستی پارامترهای بهینه با استفاده از روش سطح پاسخ محاسبه شوند. البته در این قسمت بایستی ذکر گردد با توجه به روندهای مشاهده شده برای پاسخ‌ها نسبت به تغییرات انفرادی و متقابل پارامترها در قسمت‌های قبل این انتظار وجود دارد که پارامترهای بهینه منطبق بر مقادیر بیشینه و کمینه محدوده‌های انتخابی به دست آیند. با این وجود با توجه به حضور جملات توان دوم هر یک از پارامتر در مدل‌ها و همچنین برای اطمینان بیشتر، یافتن پارامترهای هندسی بهینه برای این مسأله به روش‌های

جدول 7 مقادیر بهینه پارامترهای هندسی برای بیشینه‌سازی دبی متوسط

**Table 7** Optimum values of geometrical parameters for maximizing the averaged flow rate

$Q_{ave-opt,simulation}$	$Q_{ave-opt,RSM}$	$\epsilon_{opt}$	$S_{opt}$	$AR_{opt}$
0.1	0.099	0.9	1.5	1

جدول 8 مقادیر بهینه پارامترهای هندسی برای کمینه‌سازی تولید آنالیز متوسط

**Table 8** Optimum values of geometrical parameters for minimizing the averaged entropy generation

$S_{F,ave-opt,simulation}$	$S_{F,ave-opt,RSM}$	$\epsilon_{opt}$	$S_{opt}$	$AR_{opt}$
0.009	0.008	0.1	1.5	0.2

بیضوی توسط روش شبکه بولتزمن صورت گرفته است. در این پژوهش تأثیر سه پارامتر هندسی نسبت منطری روتور، ارتفاع ریزیمپ و خارج از مرکزی روتور بر دبی خروجی متوسط و نیز تولید آنالیز متوسط مورد بررسی قرار گرفته است. تحلیل اثرات این پارامترها بر دو پاسخ موردنظر توسط روش سطح پاسخ انجام شده است. نتایج به دست آمده حاکی از آن داشت که به طور کلی با افزایش نسبت منطری و نیز خارج از مرکزی روتور دبی متوسط افزایش در حالی که با افزایش ارتفاع ریزیمپ دبی متوسط کاهش پیدا می‌کند. علاوه بر این میزان حساسیت دبی متوسط به تغییرات نسبت منطری و خارج از مرکزی روتور بیشتر از تغییرات ارتفاع ریزیمپ مشاهده گردید.

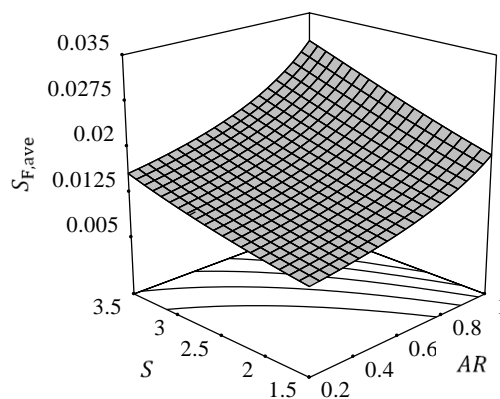
همچنین نتایج نشان دادند که با افزایش هر سه پارامتر هندسی یعنی نسبت منطری، ارتفاع و خارج از مرکزی تولید آنالیز متوسط نیز افزایش پیدا کرده و به تغییرات هر سه پارامتر نیز حساس بوده است. البته ترتیب این حساسیت به پارامترهای هندسی کمی تفاوت داشته به طوری که برای نسبت منطری از بقیه بیشتر و برای خارج از مرکزی روتور از بقیه کمتر بوده است. در انتها با استفاده از روش سطح پاسخ پارامترهای بهینه هندسی برای بیشینه‌سازی دبی و همچنین کمینه‌سازی تولید آنالیز متوسط محاسبه شد که به ترتیب مقادیر 1، 1.5 و 0.9 برای نسبت منطری، ارتفاع و خارج از مرکزی برای حصول کمینه تولید آنالیز متوسط محاسبه گردیدند.

### 7- تقدیر و تشکر

بخشی از محاسبات این تحقیق در مرکز محاسبات سنگین دانشگاه فردوسی مشهد انجام شده است که بدین وسیله نویسندگان از این مرکز تشکر می‌کنند.

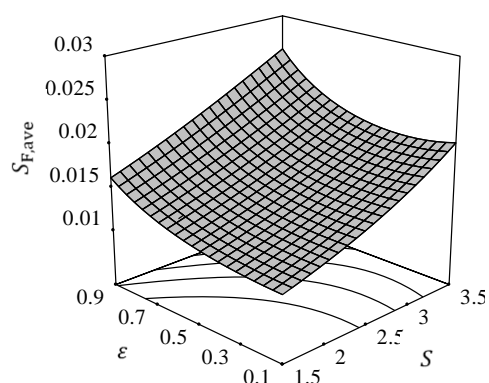
### 8- مراجع

- [1] B. D. Iverson, S. V. Garimella, Recent advances in microscale pumping technologies: A review and evaluation, *Microfluidics and Nanofluidics*, Vol. 5, No. 2, pp. 145-174, 2008 .
- [2] M. Sen, D. Wajerski, M. Gad-el-Hak, A novel pump for MEMS applications, *Journal of Fluids Engineering*, Vol. 118, No. 3, pp. 624-627, 1996 .
- [3] M. C. Sharatchandra, M. Sen, M. Gad-el-Hak, Navier-Stokes simulations of a novel viscous pump, *Journal of Fluids Engineering*, Vol. 119, No. 2, pp. 372-382, 1997 .
- [4] M. C. Sharatchandra, M. Sen, M. Gad-el-Hak, Thermal aspects of a novel viscous pump, *Journal of Heat Transfer*, Vol. 120, No. 1, pp. 99-107, 1998 .
- [5] M. C. Sharatchandra, M. Sen, M. Gad-el-Hak, New Approach to Constrained Shape Optimization Using Genetic Algorithms, *AIAA Journal*, Vol. 36, No. 1, pp. 51-61, 1998 .
- [6] D. Decourtye, M. Sen, M. Gad-el-Hak, Analysis of viscous micropumps and microturbines, *International Journal of Computational Fluid Dynamics*, Vol. 10, No. 1, pp. 13-25, 1998 .
- [7] M. Abdelgawad, I. Hassan, N. Esmail, Transient behavior of the viscous micropump, *Journal of Microscale Thermophysical Engineering*, Vol. 18, No. 4, pp. 361-381, 2004 .
- [8] M. Abdelgawad, I. Hassan, N. Esmail, P. Phutthavong, Numerical investigation of multistage viscous micropump configurations *Journal of Fluids Engineering*, Vol. 127, No. 4, pp. 734-742, 2005 .



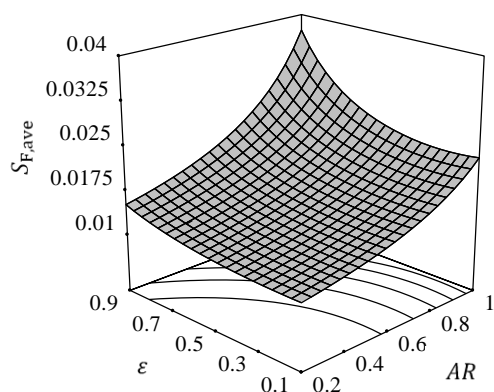
**Fig. 18** Interaction effects of AR and S on the averaged entropy generation

شکل 18 اثرات متقابل AR و S بر تولید آنالیز متوسط



**Fig. 19** Interaction effects of S and  $\epsilon$  on the averaged entropy generation

شکل 19 اثرات متقابل S و  $\epsilon$  بر تولید آنالیز متوسط



**Fig. 20** Interaction effects of AR and  $\epsilon$  on the averaged entropy generation

شکل 20 اثرات متقابل AR و  $\epsilon$  بر تولید آنالیز متوسط

در جدول 7 نیز مشاهده می‌شود تطابق بسیار خوبی بین مدل و مقدار شبیه‌سازی وجود دارد. علاوه بر این چنانچه در جدول 8 نشان داده شده است پارامترهای بهینه برای کمینه‌سازی آنالیز به ترتیب 0.2، 1.5 و 0.1 برای نسبت منطری، ارتفاع و خارج از مرکزی محاسبه شده‌اند. با این مقادیر بهینه آنالیز توسط مدل و شبیه‌سازی محاسبه و با توجه به جدول 8 تطابق خوبی بین نتایج حاصل شده است.

### 6- نتیجه‌گیری

در مقاله حاضر یک شبیه‌سازی عددی برای یک ریزیمپ لزجتی با تک روتور

- Engineering*, Vol. 16, No. 3, pp. 67-78, 2016. (in Persian, فارسی)
- [20] H. Khozaymeh-Nezhad, H. Niazmand, Numerical analysis of 3D effects of viscous micropump on flow rate, efficiency and entropy generation by LBM, *Modares Mechanical Engineering*, 2016, accepted for publishing. (in Persian, فارسی)
- [21] A. Bejan, *Entropy generation through heat and fluid flow*, pp. 192-196: John Wiley & Sons, 1994 .
- [22] G. McNamara, G. Zanetti, Use of the Boltzmann equation to simulate Lattice-Gas automata, *Physical review letters*, Vol. 61, No. 20, pp. 2332-2335, 1988 .
- [23] X. He, L. S. Luo, Theory of the lattice Boltzmann method: From the Boltzmann equation to the lattice Boltzmann equation, *physical Review E*, Vol. 56, No. 6, pp. 6811-6817, 1997.
- [24] X. He, L. S. Luo, A priori derivation of the lattice Boltzmann equation, *physical Review E*, Vol. 55, No. 6, pp. 6333-6336 1997 .
- [25] P. L. Bhatnagar, E. P. Gross, M. Krook, A Model for Collision Processes in Gases. I. Small Amplitude Processes in Charged and Neutral One-Component Systems, *Physical Review*, Vol. 94, No. 3, pp. 511-525, 1954 .
- [26] D. Yu, R. Mei, W. Shyy, A unified boundary treatment in lattice boltzmann method, *AIAA 41st Aerospace Sciences Meeting & Exhibit*, pp. 953-964, 2003 .
- [27] P. Lallemand, L. S. Luo, Lattice Boltzmann method for moving boundaries, *Journal of Computational Physics*, Vol. 184, No. 2, pp. 406-421, 2003 .
- [28] R. H. Myers, D. C. Montgomery, *Response Surface Methodology: Process and Product Optimization Using Designed Experiment*, pp. 183-351, New York: Wiley, 1995.
- [29] A. Asfaram, M. Ghaedi, S. Agarwal, I. Tyagi, G. V. K, Removal of basic dye Auramine-O by ZnS:Cu nanoparticles loaded on activated carbon: optimization of parameters using response surface methodology with central composite design *RSC Advances*, Vol. 5, No. 24, pp. 18438-18450, 2015 .
- [30] M. A. Bezerra, R. E. Santelli, E. P. Oliveira, L. S. Villar, L. A. Escaleira, Response surface methodology (RSM) as a tool for optimization in analytical chemistry, *Talanta*, Vol. 76, No. 5, pp. 965-977, 2008 .
- [31] R. Darvishi Cheshmeh Soltani, A. Rezaee, A. R. Khataee, H. Godini, Optimisation of the operational parameters during a biological nitrification process using response surface methodology, *The Canadian Journal of Chemical Engineering*, Vol. 92, No. 1, pp. 13-22, 2013.
- [9] P. Phutthavong, I. Hassan, Transient performance of flow over a rotating object placed eccentrically inside a microchannel-numerical study, *Journal of Microfluid Nanofluid*, Vol. 1, No. 1, pp. 71-85, 2004 .
- [10] H. El.Sadi, N. Esmail, I. Hassan, Numerical modeling of non-newtonian flow in viscous micropump, *Journal of the Society of Rheology*, Vol. 36, No. 1, pp. 51-58, 2008 .
- [11] K. M. Bataineh, M. A. Al-Nimr, 2D Navier–Stokes simulations of microscale viscous pump with slip flow, *Journal of Fluids Engineering*, Vol. 131, No. 5, pp. 51105-7, 2009 .
- [12] J. Lu, J. Ding, Flow dynamical behaviors and characteristics of aligned and staggered viscous pumps, *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol. 53, No. 9-10, pp. 2092–2099, 2010 .
- [13] J. Lu, J. Ding, J. Yang, X. Yang, Steady dynamical behaviors of novel viscous pump with groove under the rotor, *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol. 73, pp. 170–176, 2014.
- [14] D. J. Kang, Effects of channel curvature on the performance of viscous micro-pumps, *Journal of Mechanical Science and Technology*, Vol. 28, No. 9, pp. 3733-3740, 2014 .
- [15] C. Hu, W. Wu, J. Hu , S. Yuan, Flow dynamical behavior and performance of a micro viscous pump with unequal inlet and outlet areas, *Engineering Applications of Computational Fluid Mechanics*, Vol. 10, No. 1, pp. 443-453, 2016 .
- [16] B. Zhang, X. Liu, J. Sun, Topology optimization design of non-Newtonian roller-type viscous micropumps, *Structural and Multidisciplinary Optimization*, Vol. 53, No. 3, pp. 409-424, 2016 .
- [17] A. Nasr Azadani, M. Rezaei-Alam, M. S. Saidi, M. Saghafian, Investigation of effect of different cross-sections of rotor on two-dimensional transient flow in viscous micropumps, *Numerical Methods in Engineering*, Vol. 29, No. 2, pp. 67-84, 2011. (in Persian, فارسی)
- [18] H. Khozaymeh-Nezhad, H. Niazmand, Numerical investigation of the effects of geometrical parameters of viscous micro-pump on the flow rate and entropy generation, *Journal of Modares Mechanical Engineering*, Vol. 15, No. 3, pp. 291-302, 2015. (in Persian, فارسی)
- [19] H. Khozaymeh-Nezhad, H. Niazmand, Analysis of Effects of Geometrical and Operational Parameters of Viscous Micropump with the Approach to Entropy Generation Minimization by LBM, *Modares Mechanical*