

Dynamic Modeling and Identification of ARAS-Diamond: A Vitreoretinal Eye Surgery Robot

ARTICLE INFO

Article Type Original Research

Authors

Hassani A.¹, Bataleblu A.¹, Khalilpour S. A.¹, Taghirad H. D.^{1*}

How to cite this article Hassani A. Bataleblu A. Khalilpour S A. Taghirad H D. Dynamic Modeling and Identification of ARAS-Diamond : A Vitreoretinal Eye Surgery Robot. Modares Mechanical Engineering. 2021;21(11):783-795.

¹Advanced Robotics and Automated Systems (ARAS), Faculty of Electrical Engineering, K.N. Toosi University of Technology.

*Correspondence

Address: Faculty of Electrical Engineering, K.N. Toosi University of Technology, Seyed-Khandan bridge, Shariati Ave, Tehran, Iran. P.O Box: 16315-1355. taehirad@kntu.ac.ir

Article History Received: 14, March 2021 Accepted:01 June, 2021 ePublished: 29 September, 2021

ABSTRACT

Deriving the accurate dynamic model of robots is pivotal for robot design, control, calibration, and fault detection. To derive an accurate dynamic model of robots, all the terms affecting the robot's dynamics are necessary to be considered, and the dynamic parameters of the robot must be identified with appropriate physical insight. In this paper, first, the kinematics of the ARAS-Diamond spherical parallel robot, which has been developed for vitreoretinal ophthalmic surgery, are investigated, then by presenting a formulation based on the principle of virtual work, a linear form of robot dynamics is derived, and the obtained results are validated in SimMechanics environment. Furthermore, other terms affecting the robot dynamics are modeled, and by using the linear regression form of the robot dynamics with the required physical bounds on the parameters, the identification process is accomplished adopting the least-squares method with appropriate physical consistency. Finally, by using the criteria of the normalized root mean squared error (NRMSE) and using different trajectories, the accuracy of the identified dynamic parameters is evaluated. The experimental validation results demonstrate a good fitness for the actuator torques (about 75 percent), and a positive mass matrix in the entire workspace, which allows us to design the common model-based controllers such as the computer torque method, for precise control of the robot in vitreoretinal ophthalmic surgery.

Keywords Spherical Parallel Robots, Linear Form of Spherical Parallel Robot Dynamics, Dynamic Identification of Robots with Physical Consistency, Dynamic Calibration of Spherical Parallel Robots

CITATION LINKS

[1] Kinematic and workspace analysis of diamond: An innovative eye surgery robot. [2] Robust H∞-based control of ARAS-diamond: A vitrectomy eye surgery robot. [3] Visionbased kinematic calibration of spherical robots. [4] ARAS-IREF: An Open-Source Low-Cost Framework for Pose Estimation. [5] Robust $H\infty$ control of a 2rt parallel robot for eye surgery. [6] Joint-space position control of a deployable cable driven robot... [7] A review of spherical motion generation... [8] Closed-form dynamic formulation of spherical parallel manipulators by Gibbs-Appell method. [9] Kinematics and dynamics modeling of spherical parallel manipulator. [10] Kinematics and dynamics analysis of a 2-dof spherical parallel robot. [11] Dynamic modeling and base inertial parameters determination... [12] A bodyoriented method for finding a linear form of the dynamic equation... [13] An overview of dynamic parameter identification of robots. [14] Adaptive control of mechanical manipulators. [15] On the adaptive control of robot manipulators. [16] Modelling and identification of the da Vinci research kit robotic arms. [17] A convex optimization-based dynamic model identification package for the da Vinci Research Kit. [18] Robot dynamics identification: a reproducible comparison with experiments on the kinova jaco2. [19] Physical feasibility of robot base inertial parameter identification: A linear matrix inequality approach. [20] Dynamic identification of the franka emika panda robot with retrieval of feasible parameters using penalty-based optimization. [21] Robot analysis: the mechanics of serial and parallel manipulators. [22] Parallel robots: mechanics and control. [23] Nonlinear friction and dynamical identification for a robot manipulator with improved cuckoo search algorithm. [24] A closed-form approach to determine the base inertial parameters... [25] Modeling, performance analysis and control of robot manipulators. [26] Parameter identification of the KUKA LBR iiwa robot... [27] Optimal robot excitation and identification. [28] Version 8 of the MATLAB system identification toolbox.

Copyright© 2020, TMU Press. This open-access article is published under the terms of the Creative Commons Attribution-NonCommercial 4.0 International License which permits Share (copy and redistribute the material in any medium or format) and Adapt (remix, transform, and build upon the material) under the Attribution-NonCommercial terms.

مدلسازی و شناسایی دینامیک ربات ارس دیاموند: ربات جراح عمل ویترورتینال چشم

على حسنى

گروه رباتیک ارس، دانشکده مهندسی برق، دانشگاه خواجهنصیرالدین طوسی، تهران، ایران

عباس بطالبلو

گروه رباتیک ارس، دانشکده مهندسی برق، دانشگاه خواجهنصیرالدین طوسی، تهران، ایران

سيد احمد خليلپور

گروه رباتیک ارس، دانشکده مهندسی برق، دانشگاه خواجهنصیرالدین طوسی، تهران، ایران

حميدرضا تقى راد*

گروه رباتیک ارس، دانشکده مهندسی برق، دانشگاه خواجهنصیرالدین طوسی، تهران، ایران

چکیدہ

استخراج مدل دینامیکی دقیق بازوان رباتیکی بهمنظور استفاده در فرآیند طراحی ربات، کنترل، کالیبراسیون و شناسایی خطا امری ضروری است. بهمنظور استخراج مدل دینامیکی دقیق از بازوان رباتیکی، نیاز است تا تمامی ترمهای مؤثر بر دینامیک ربات مورد بررسی قرار گرفته و سپس شاخصههای دینامیکی ربات با سازگاری فیزیکی مناسب مورد شناسایی قرار گیرند. در این مقاله، در ابتدا سینماتیک ربات موازی کروی ارس دیاموند، که بهمنظور عمل ویترورتینال چشمپزشکی توسعه داده شده است، مورد مدلسازی قرار گرفته، سپس با ارائه فرمول بندی مبتنی بر اصل کار مجازی، فرم خطی از مدل دینامیکی ربات حاصل شده و نتایج با استفاده از نرمافزار سیم مکانیکس متلب مورد صحت سنجی قرار میگیرند. افزون بر این، سایر ترمهای مؤثر بر دینامیک ربات بررسی و مدلسازی شده و با استفاده از فرم خطی دینامیک ربات و درنظرگرفتن قیدهای فیزیکی مناسب، شاخصههای دینامیکی ربات توسط روش کمترین مربعها با سازگاری فیزیکی مناسب شناسایی میشوند. درنهایت، با استفاده از معیار درصد سازگاری ریشه میانگین مربعها خطای نرمال شده و استفاده از مسیرهای مختلف حرکت ربات، کیفیت شاخصههای دینامیکی شناسایی شده مورد ارزیابی قرار میگیرند. نتایج صحت سنجی تجربی نشاندهنده تخمین هفتاد و پنج درصدی گشتاور ربات و مثبت معین شدن ماتریس جرمی ربات بوده، که استفاده از کنترلرهای مدل مبنای رایجی نظیر گشتاور محاسبه شده، بهمنظور کنترل دقیق حرکت ربات در عمل جراحی ویترورتینال چشم را میسر مىسازد.

> تاریخ دریافت: ۱۳۹۹/۱۲/۲٤ تاریخ پذیرش: ۱۴۰۰/۰۳/۱۱ *نویسنده مسئول: taghirad@kntu.ac.ir

۱– مقدمه

استفاده از بازوان رباتیکی بهمنظور استفاده در کاربردهایی که نیازمند دقت و سرعت بالایی است، در حال افزایش است. یکی از فعالیتهایی که در آنها استفاده از بازوان رباتیکی رو به توسعه Robot Assisted است، انجام عمل جراحی به کمک ربات (Surgery Surgery) است. در کاربردهای پزشکی و جراحی، بهرهمندی از ابزار

رباتیکی موجب می شود تا جراح بتواند نقاط قوت خود را تقویت و محدودیتهای خود، نظیر خطاهای انسانی، لرزش دست و عدم دقت کافی را مرتفع سازد. دقت بالای بازوان رباتیکی، سبب می شود که بتوان عمل جراحیهای بسیار دشواری نظیر عمل ویترورتینال (Vitreoretinal) و ویترکتومی (Vitrectomy) چشم را به طرز مطلوبی انجام داد.

ربات ارس دیاموند، یک ربات موازی کروی با پیکربندی RT۲ است که در گروه رباتیک ارس، بهمنظور بستری برای عمل ویترورتینال چشم توسعه داده شده است^[1]. این ربات از ۴ لینک و ۳ درجه آزادی تشکیلشده است که در آن، ویترکتور (سوزن مورداستفاده از عمل جراحی چشم) صرفاً حول نقطه دوران دور (Remote Center این عمل جراحی چشم) صرفاً حول نقطه دوران دور (remote Center این مم شود که نقطه ورود ویترکتور به چشم همواره ثابت بماند که میشود که نقطه ورود ویترکتور به چشم همواره ثابت بماند که ایکی از ویژگیهای مهم در عمل جراحی کم تهاجمی (Invasive Surgery

ازجمله مهمترین ویژگیهای این ربات، نداشتن تکینگی (Singularity) در فضای کاری، ساختار قرینه بهمنظور سادگی در تحلیل و ساخت ربات، سختی بالا به دلیل وجود زنجیره سینماتیکی بسته و طراحی دقیق اجزای مکاترونیکی ربات است که سبب میشود استفاده از چنین رباتی در فرآیند بسیار دقیقی نظیر عمل جراحی ویترورتینال چشم امکانپذیر باشد^[2]. ازجمله پژوهشهای انجامشده بر روی ربات موازی کروی ارس دیاموند، میتوان به تحلیل سینماتیکی و ژاکوبین^[1]، کالیبراسیون سینماتیکی^[3,4] و کنترل مقاوم^[2,5] آن اشاره کرد.

بهمنظور استفاده از بازوان رباتیکی در فعالیتهای مربوط به جراحی به کمک ربات، کنترل حرکت ربات با دقت مطلوب امری ضروری است. یکی از عوامل مهم در ایجاد دقت کافی در کنترل ربات، دقت کافی و شناخته شده بودن مدل دینامیکی ربات است که سبب می شود با استفاده از کنترل های مدل مبنای رایج، بتوان بازه دقت مطلوبی را در حرکت ربات ایجاد کرد^[6]. اما استخراج مدل دینامیکی رباتهای موازی کروی، به دلیل وجود زنجیرههای سینماتیکی بسته، امری چالشبرانگیز است^[7]. ازجمله پژوهشهای انجامشده بر دینامیک رباتهای موازی کروی مختلف، میتوان به روش تحلیلی گیبس اَپل ^[8](Gibbs-Appell)، روش تحليلي لاگرانژ ^[9](Lagrange)، روش نيوتون اولر Newton) ^[11] (Virtual work) و استفاده از اصل کار مجازی (Virtual work) اشاره کرد. باید اشاره کرد که عموماً مدل دینامیکی هر ربات، صرفاً محدود به دینامیک لینکها نیست و عومل دیگری نظیر اصطکاک، کشسانی لینکها، لقی مفاصل، سیستم انتقال قدرت و غیرہ در دینامیک ربات اثر بسزایی دارند که این امر سبب می شود مدل دینامیکی ربات دارای نامعینی های ساختاری شود. افزون بر این، پارامترهای دینامیکی هر لینک نیز که بهصورت جرم، بردار مرکز جرم و ممان اینرسی هر لینک تعریف میشوند دارای نامعینی

پارامتری هستند. همه این موارد سبب می شود تا مدل دینامیکی ربات، دارای نامعینی های ساختاری و پارامتری شده و استفاده از آن در کنترل های مدل مبنا رایجی نظیر گشتاور محاسبه شده، عملکرد مطلوب کنترلی را فراهم نسازد.

یس بهمنظور استخراج مدل دینامیکی دقیق از ربات، نیاز است تا عواملی که باتوجهبه ساختار ربات بر دینامیک ربات مؤثر هستند، مدلسازی شده و سیس شاخصههای این عوامل و همچنین مقادیر پارامترهای عوامل دینامیکی هر لینک مورد شناسایی قرار گیرند. پس استفاده از روش کار مجازی، بهعنوان روشی برای تحلیل دینامیک ربات، میتواند امری سودمند باشد^[11, 12]، چراکه می توان دینامیک ربات را به صورت رگرسور خطی نسبت به عوامل دینامیکی فرمولبندی کرد که سبب می شود طیف گسترده از روشهای شناسایی خطی خارج خط (Offline) و برخط (Online) را بتوان برای شناسایی عوامل دینامیکی ربات، استفاده نمود^[13]. از جمله این روش ها می توان به ترتیب، به تخمین کمترین مربعهای خطا و کنترلر های تطبیقی، به منظور تخمین شاخصههای دینامیکی ربات اشاره کرد. اما عموماً استفاده از روش های شناسایی برخط، امری دشوار است، چرا که برخی از کنترل های تطبیقی رایج، نیازمند اندازه گیری شتاب و کراندار باقی ماندن معکوس ماتریس جرمی[14] و یا استخراج رگرسور اسلاتین-لی (Slotine-Li Regressor) به منظور عدم اندازه گیری شتاب^[15] هستند. از سویی دیگر، تنظیم مناسب بهره (Gain) های کنترلر های تطبیقی و نیاز به تطبیق تعداد زیادی شاخصههای دینامیکی در هر نمونه زمان (Sample Time) سبب می شود تا پیاده سازی این كنترلر ها، سخت باشد. این معایب سبب می شود تا پیاده سازی روش های شناسایی خارج خط دینامیک بازوان رباتیکی بیشتر مورد توجه پژهشگران قرار گیرد^[13].

ازجمله یژوهشهای شاخص انجامشده بر موضوع شناسایی خارج خط دینامیک رباتهای کمک جراحی مختلف، میتوان به مراجع [۱۰، ۱۷] اشاره کرد که از روش کمترین مربعهای خطا برای شناسایی مدل دینامیکی دقیق ربات داوینچی، که دارای ساختار رباتهای سری است، استفاده میکنند. باید اشاره کرد که در حوزه شناسایی خارج خط دینامیک رباتهای موازی کروی مختلف، تحقیقات اندکی انجامشده است و از مراجع شاخص در این حوزه، میتوان به مرجع [۱۱] برای رباتهای موازی کروی اشاره کرد. نتایج نشان دادهشده در این مرجع نشاندهنده این است که در صورت تحریک مناسب ربات، انجام پردازش سیگنال خارج خط مناسب بهمنظور حذف حداکثری نویز و استفاده از روش کمترین مربعها میتوان تخمینی مناسب از شاخصههای دینامیکی ربات به دست آورد. اما یکی از چالشهای اصلی در موضوع تخمین شاخصههای دینامیکی ربات به روش کمترین مربعها و سایر روشها، مسئله سازگاری فیزیکی (Physical Consistency) شاخصههای دینامیکی شناساییشده است. بهعنوانمثال، درروش شناسایی

Volume 21, Issue 11, November 2021

کمترین مربعهای خطا، ممکن است جرم و تانسور اینرسی لینک¬ها منفی نتیجه شود که سبب میشود ماتریس جرمی کل ربات دارای مقادیر ویژه منفی شده و استفاده از کنترلرهای مدل مبنایی نظیر کنترل گشتاور محاسبهشده، غیرممکن شود. راهحلهای مختلفی در ادبیات موضوع برای این رفع این مشکل پیشنهادشده است که عمده این روشها قرارداد قیدهای مناسب در فرآیند حداقل کردن خطا بهمنظور یافتن شاخصههای دینامیکی با سازگاری فیزیکی مناسب است^[18-20].

در این مقاله، در ابتدا مدل سینماتیکی ربات دیاموند بهاختصار بیانشده و سپس مدلسازی دینامیک ربات با استفاده از اصل کار مجازی مورد بررسی قرار میگیرد و نتایج صحت سنجی میشوند. سپس، سایر عوامل مؤثر بر دینامیک ربات مدلسازی شده و با استفاده از فرم خطی دینامیک ربات و درنظرگرفتن قیدهای مناسب بهمنظور ایجاد سازگاری فیزیکی، شاخصههای دینامیکی ربات بهصورت خارج خط شناسایی میشوند. افزون بر این، کیفیت شاخصههای دینامیکی تخمین زدهشده با استفاده از معیارهای مختلف مورد ارزیابی قرار گرفته و درنهایت ویژگی مثبت معین بودن ماتریس جرمی ربات بهازای شاخصههای دینامیکی شناساییشده مورد بررسی قرار خواهد گرفت.

۲– تحلیل سینماتیکی ربات

به منظور تحلیل معادله های حرکتی ربات، بردار موقعیت ویترکتور در دستگاه مختصات کروی به عنوان بردار مختصات فضای کاری $\mathbf{X} = [\boldsymbol{\phi}, \boldsymbol{\gamma}]^{\mathrm{T}}$ انتخاب شده و بردار زوایای مفصل های محرک ربات به صورت $\mathbf{T} = [\boldsymbol{\theta}_1, \boldsymbol{\theta}_2] = \mathbf{\theta}$ نمادگذاری می شود. در این مقاله، از حرکت خطی ویترکتور صرفه نظر شده است که سبب می شود نوک ویترکتور همواره در نقطه دوران به صورت ثابت قرار گیرد. باید اشاره کرد که به دلیل محصور بودن تمامی لینک ها در یک کره، مقدار شعاعی در دستگاه مختصات کروی همواره ثابت است و نمی تواند به عنوان یک متغیر مختصات فضای کاری انتخاب شود^[10]. به علاوه، در ساختار سینماتیکی ربات چهار زاویه غیرفعال شود^[10]. به علاوه، در ساختار سینماتیکی ربات چهار زاویه غیرفعال



شکل ۱) شماتیک سینماتیکی ربات ارس دیاموند^[8]

Modares Mechanical Engineering

با یکدیگر است. دو زاویه α =45° و β =45° نیز بیانگر دو زاویه هندسی موجود در ساختار ربات هستند. نمایی از ساختار سینمانیکی ربات ارس دیاموند در شکل ۱ نشان دادهشده است.

۲-۱- سینماتیک وارون

در سینماتیک وارون، فرض میشود که X مشخص بوده و هدف یافتن بردار زوایای مفصلهای محرک ربات است. در مرجع^[1]، نشان دادهشده است که با استفاده از قوانین مثلثات کروی، سينماتيك وارون ربات ارس دياموند بهصورت زير قابلاستخراج است:

$$\theta_1 = \phi + \arccos\left(\frac{\cos(\beta) - \cos(\gamma)\cos(\alpha)}{\sin(\gamma)\sin(\alpha)}\right) \tag{1}$$

$$\theta_2 = \phi - \arccos\left(\frac{\cos(\beta) - \cos(\gamma)\cos(\alpha)}{\sin(\gamma)\sin(\alpha)}\right) \tag{Y}$$

از سویی دیگر، باتوجهبه شکل ۱، زاویههای غیرفعال ربات نیز بهصورت زير قابل استخراج هستند:

$$C\hat{A}D = D\hat{A}B = \hat{A} = \frac{1}{2}(\theta_1 - \theta_2) \tag{(4)}$$

$$= \arccos\left(\frac{\cos(\gamma) - \cos(\beta)\cos(\alpha)}{\sin(\beta)\sin(\alpha)}\right)$$
(1)

$$B\widehat{D}A = C\widehat{D}A = \widehat{D} = \arccos\left(\frac{\cos(\alpha) - \cos(\gamma)\cos(\beta)}{\sin(\gamma)\sin(\beta)}\right)$$
(0)

۲–۲– سینماتیک مستقیم

در سینماتیک مستقیم، فرض می شود که $oldsymbol{ heta}$ مشخص است و هدف یافتن بردار مختصات فضای کاری است. در مرجع^[1]، نشان دادهشده است که سینماتیک مستقیم ربات دیاموند بهصورت صريح زير قابل استخراج است:

$$\begin{split} \gamma &= 2 \\ &\times atan2 \left(\frac{\sin(\alpha)\cos(\hat{A}) \pm \sqrt{\sin(\beta)^2 - (\sin(\alpha)\sin(\hat{A}))^2}}{\cos(\alpha) + \cos(\beta)} \right) \\ &\phi &= \frac{1}{2}(\theta_1 + \theta_2) \end{split} \tag{Y}$$

تحلیل ژاکوبین و سرعت هر لینک

$$\dot{\theta}_1 = \dot{\phi} + R \, \dot{\gamma} \tag{(A)}$$

$$\dot{\theta}_2 = \dot{\phi} - R \, \dot{\gamma} \tag{9}$$

با بازنویسی فرمول فوق بهصورت $\dot{m{ extbf{b}}} = m{ extbf{b}}$ ، ماتریس ژاکوبین ربات بهصورت زیر استخراج می شود:

$$J = \begin{bmatrix} 1 & +R \\ 1 & -R \end{bmatrix}$$
(1...)

که یارامتر اسکالر R به صورت زیر تعریف شده است:

$$R = \frac{\cot(\alpha) - \cos(\hat{A})\cot(\gamma)}{\sin(\hat{A})}$$
(11)

بهمنظور استخراج سرعت زاویهای هر لینک، زنجیره سینماتیکی بسته ربات به دوزنجیره سینماتیکی باز تقسیم می شود. پس سرعت زاویهای هر لینک به صورت زیر قابل استخراج است:

$${}^{0}\boldsymbol{\Omega}_{1} = \dot{\boldsymbol{\theta}}_{2} \boldsymbol{a} \tag{1Y}$$

$${}^{0}\boldsymbol{\Omega}_{2} = \dot{\theta}_{1} \boldsymbol{a} \tag{11}$$
$${}^{0}\boldsymbol{\Omega}_{2} = \dot{\theta}_{2} \boldsymbol{a} - \dot{\hat{\boldsymbol{B}}} \boldsymbol{b} \tag{12}$$

$${}^{0}\boldsymbol{\Omega}_{3} = \dot{\boldsymbol{\theta}}_{2} \, \boldsymbol{a} - \hat{\boldsymbol{B}} \, \boldsymbol{b} \tag{15}$$

$${}^{0}\boldsymbol{\Omega}_{4} = \dot{\boldsymbol{\theta}}_{1} \boldsymbol{a} + \dot{\boldsymbol{C}} \boldsymbol{b}$$
 (10)

که نرخ تغییرات زاویههای \hat{B} و \hat{C} و به صورت زیر قابل استخراج است:

$$\dot{B} = -\dot{C} = G\dot{\gamma} \tag{17}$$

و شاخصه اسکالر
$$G$$
 به صورت زیر تعریف می شود:

$$G = \frac{\sin(\gamma)}{\sin(\beta)\sin(\alpha)\sin(\hat{B})}$$
(۱۷)

باتوجهبه روابط (۱۲–۱۵)، ژاکوبین هر لینک بهصورت زیر تعریف مىشود:

$$J_1 = \begin{bmatrix} a & -Ra \end{bmatrix}$$
(1A)
$$J_1 = \begin{bmatrix} a & +Ra \end{bmatrix}$$
(1A)

$$J_2 = \begin{bmatrix} a & -Ra - Gh \end{bmatrix}$$
(14)

$$\boldsymbol{J}_3 = [\boldsymbol{a} \quad -\boldsymbol{R}\boldsymbol{a} - \boldsymbol{G}\boldsymbol{b}] \tag{Y}$$

$$J_4 = [a + Ra - Gc] \tag{Y1}$$

۲-۴- تحلیل شتاب هر لینک

بهمنظور تحلیل شتاب هر لینک، از فرمولهای (۱۲-۱۵)، مشتق گرفته می شود. بنابراین، می توان به سادگی نشان داد که:

$${}^{0}\dot{\boldsymbol{\mathcal{D}}}_{1} = \ddot{\boldsymbol{\boldsymbol{\theta}}}_{2} \boldsymbol{a} \tag{YY}$$

$${}^{0}\dot{\Omega}_{2} = \ddot{\theta}_{1} a \tag{YY}$$

$${}^{0}\dot{\boldsymbol{\Delta}}_{3} = \ddot{\boldsymbol{\theta}}_{2} \boldsymbol{a} - \left(\boldsymbol{b}\,\hat{\boldsymbol{B}} + \boldsymbol{b}\hat{\boldsymbol{B}}\right) \tag{Y$}$$

$${}^{0}\dot{\boldsymbol{\Omega}}_{4} = \ddot{\boldsymbol{\theta}}_{1} \boldsymbol{a} + \left(\boldsymbol{c}\,\hat{\boldsymbol{C}} + \dot{\boldsymbol{c}}\hat{\boldsymbol{C}}\right) \tag{Y0}$$

که شاخصههای اسکالر \hat{B} و \hat{C} و مشتق بردارهای $\dot{m{b}}$ و $\dot{m{b}}$ با استفاده از نرمافزارهای پردازش نمادین (Symbolic) بهسادگی قابل محاسبه هستند.

تحليل ديناميكي ربات ارس دياموند ۳_

استخراج فرمول بندى ديناميك وارون لينكها -1-٣

میتوان نشان داد که دینامیک وارون رباتهای موازی که صرفاً از تعدادی لینک تشکیل شده اند، با استفاده از اصل کار مجازی بهصورت زير قابل استخراج است[21].

$$F_{Links} = J^T \tau_{Links} = -\sum_{i=1}^n J_i^T F_i$$
(Y7)

که F_{Links} بیانگر نیروهای عمومی در فضای کاری، J بیانگر F_{Links} ماتریس ژاکوبین کل ربات، au_{Links} معرف بردار گشتاور ناشی از لينکهاي ربات، nتعداد لينکها، J_i بيانگر ماتريس ژاکوبين هر لینک و F_i نیروی اینرسی است که بر هر لینک وارد میشود. از طرفی دیگر، نیروهای اینرسی واردشده به هر لینک، درکلیترین

DOR: 20.1001.1.10275940.1400.21.11.5.3

$$\begin{aligned} F_{i} & (YY) \\ = - \begin{bmatrix} m_{i} \begin{pmatrix} {}^{0}\dot{\boldsymbol{\Omega}}_{i} \times {}^{0}\boldsymbol{\rho}_{i} + {}^{0}\boldsymbol{\Omega}_{i} \times \begin{pmatrix} {}^{0}\boldsymbol{\Omega}_{i} \times {}^{0}\boldsymbol{\rho}_{i} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} {}^{0}\boldsymbol{a}_{i} - \boldsymbol{g} \end{pmatrix} \\ {}^{0}\boldsymbol{I}_{i} {}^{0}\dot{\boldsymbol{\Omega}}_{i} + {}^{0}\boldsymbol{\Omega}_{i} \times \begin{pmatrix} {}^{0}\boldsymbol{I}_{i} {}^{0}\boldsymbol{\Omega}_{i} \end{pmatrix} + m_{i} \begin{pmatrix} {}^{0}\boldsymbol{\rho}_{i} \times \begin{pmatrix} {}^{0}\boldsymbol{a}_{i} - \boldsymbol{g} \end{pmatrix} \end{pmatrix} \end{bmatrix} \\ & \sum \mathbf{D}_{i} {}^{0}\dot{\boldsymbol{\Omega}}_{i} \cdot {}^{0}\dot{\boldsymbol{\Omega}}_{i} & \mathbf{D}_{i} \mathbf{A}_{i} \end{pmatrix} \end{aligned}$$

شتاب خطی چهارچوبی دلخواه از هر لینک نسبت به دستگاه مختصات پایه است. از طرفی دیگر، $I^0 e^{i} o^0$ بیانگر ممان اینرسی و فاصله چهارچوب فوق تا دستگاه مختصات پایه است. برای نگاشت ممان اینرسی هر لینک از چهارچوب مرکز جرم آن به هر چارچوب دلخواه، از قضیه محورهای موازی به صورت زیر استفاده می شود:

$${}^{i}\boldsymbol{I}_{i} = {}^{i}\boldsymbol{I}_{G_{i}} + m_{i} {}^{i}\boldsymbol{\rho}_{i_{\times}}{}^{T} {}^{i}\boldsymbol{\rho}_{i_{\times}}$$
(YA)

که در اینجا، ${}^{i}\boldsymbol{f}_{i} \times {}^{i}\boldsymbol{\rho}_{i}$ ، به ترتیب بیانگر ممان اینرسی هر لینک نسبت به مرکز جرم آن در دستگاه مختصات بدنی و توصیف ماتریس پادمتقارن (Skew-Symetric) از بردار مرکز جرم هر لینک نسبت به دستگاه مختصات بدنی آن است. باید اشاره کرد که در تمام این مقاله، نماد زیرنویس × برای یک بردار، بیانگر ماتریس پادمتقارن از بردار فوق است و برای برداری نظیر = aپادمتقارن از بردار فوق است و برای برداری :

$$\boldsymbol{a}_{\times} = \begin{bmatrix} 0 & -a_3 & a_2 \\ a_3 & 0 & -a_1 \\ -a_2 & a_1 & 0 \end{bmatrix}$$
(YA)

افزون بر این، برای محاسبه ممان اینرسی و ماتریس پادمتقارن مرکز جرم هر چهارچوب دلخواهی از هر لینک نسبت به دستگاه مختصات پایه، از نگاشتهای زیر استفاده میشود:

$${}^{\mathrm{o}}\boldsymbol{I}_{i} = {}^{\mathrm{o}}\boldsymbol{R}_{i} {}^{i}\boldsymbol{I}_{i} {}^{\mathrm{o}}\boldsymbol{R}_{i}^{T}$$

$$(\mathcal{V} \bullet)$$

$${}^{0}\boldsymbol{\rho}_{i_{\times}} = {}^{0}\boldsymbol{R}_{i} {}^{i}\boldsymbol{\rho}_{i_{\times}} {}^{0}\boldsymbol{R}_{i}^{T}$$

$$(\boldsymbol{\mathcal{W}})$$

که در اینجا، *i***R**⁰ بیانگر ماتریس دوران چهارچوب دلخواه هر لینک نسبت به دستگاه مختصات پایه است. اکنون، باید محل این چهارچوب دلخواه از هر لینک مشخص شود. در ربات موازی کروی ارس دیاموند، مشابه سایر رباتهای موازی کروی، هر لینک صرفاً حرکت دورانی خالص حول نقطه دوران دور دارد. پس قرارگیری این چارچوب دلخواه، در محل نقطه دوران دور که نقطهای ایستا و مستقر در مبدأ دستگاه مختصات است، روابط را به شدت ساده میکند. بدین ترتیب میتوان نوشت:

$${}^{0}\boldsymbol{v}_{i} = {}^{0}\boldsymbol{a}_{i} = 0 \rightarrow \boldsymbol{J}_{i} = \boldsymbol{J}_{\omega_{i}} \tag{PY}$$

پس با استفاده از روابط (۲۶)، (۲۷) و (۳۲)، دینامیک وارون ربات ارس دیاموند بهصورت زیر قابل استخراج خواهد بود:

$$F_{Links} = \boldsymbol{J}^{T} \boldsymbol{\tau}_{Links} = \sum_{i=1}^{n} \boldsymbol{J}_{\omega_{i}}^{T} \begin{pmatrix} {}^{0}\boldsymbol{I}_{i} & {}^{0}\dot{\boldsymbol{\Omega}}_{i} \\ + & {}^{0}\boldsymbol{\omega}_{i} \times \begin{pmatrix} {}^{0}\boldsymbol{I}_{i} & {}^{0}\boldsymbol{\omega}_{i} \end{pmatrix} \\ - & m_{i} & {}^{0}\boldsymbol{\rho}_{i_{\times}} \boldsymbol{g} \end{pmatrix}$$
(\mathcal{Y}\mathcal{Y}

Volume 21, Issue 11, November 2021

مدلسازی و شناسایی دینامیک ربات ارس دیاموند: ربات جراح عمل ...

۲-۳ استخراج دینامیک ربات به فرم رگرسور خطی

برای استخراج فرم رگرسور خطی با استفاده از فرمول دینامیک وارون، نیاز است تا تمامی شاخصههای دینامیکی لینکها نسبت به دستگاه مختصات بدنی خود توصیف شوند^[12]. بدین منظور، بهسادگی میتوان نوشت:

$${}^{0}\boldsymbol{\Omega}_{i} = {}^{0}\boldsymbol{R}_{i} {}^{i}\boldsymbol{\Omega}_{i}$$
 (٣٤

$${}^{0}\dot{\boldsymbol{\Omega}}_{i} = {}^{0}\boldsymbol{R}_{i} {}^{i}\dot{\boldsymbol{\Omega}}_{i} \tag{(40)}$$

و با جایگزینی (۳۴) و (۳۵) در (۳۳)، میتوان نوشت:

$$F_{Links} = J^{T} \tau_{Links} = \sum_{i=1}^{n} J_{\omega_{i}}^{T} ({}^{0}R_{i} {}^{i}I_{i} {}^{i}\dot{\Omega}_{i} + {}^{0}R_{i} {}^{i}\Omega_{i_{\times}} {}^{i}I_{i} {}^{i}\Omega_{i} - m_{i} {}^{0}\rho_{i_{\times}}g)$$

$$(\forall \forall)$$

افزون بر این، برای تبدیل شرایط مرکز جرم هر لینک از دستگاه مختصات پایه به دستگاه مختصات بدنی در رابطه (۳۶)، از خاصیت (۳۱) و ${{oldsymbol{g}}^T} = {}^0 {oldsymbol{R}}_i^T$ استفاده میشود. پس میتوان نوشت:

$$F_{Links} = J^{T} \boldsymbol{\tau}_{Links} = \sum_{i=1}^{n} J_{\omega_{i}}^{T} \left({}^{0}\boldsymbol{R}_{i} {}^{i}\boldsymbol{I}_{i} {}^{i}\boldsymbol{\dot{\Omega}}_{i} + {}^{0}\boldsymbol{R}_{i} {}^{i}\boldsymbol{\Omega}_{i\times} {}^{i}\boldsymbol{I}_{i} {}^{i}\boldsymbol{\Omega}_{i} + {}^{0}\boldsymbol{R}_{i} {}^{i}\boldsymbol{g}_{\times} (\boldsymbol{m}_{i} {}^{i}\boldsymbol{\rho}_{i}) \right)$$
($\boldsymbol{\Psi}\boldsymbol{\Psi}$)

باید اشاره کرد که در رابطه (۳۷)، باوجود نگاشت تمامی شاخصهها از دستگاه مختصات پایه به دستگاه مختصات بدنی، جملههای ممان اینرسی همچنان دارای فرم خطی نیستند. در مراجع^[11,12] نشان دادهشده است که عوامل حاصل ضرب ماتریس ممان اینرسی نشان دادهشده است که عوامل حاصل ضرب ماتریس ممان اینرسی در بردار سرعت یا شتاب زاویه ای، قابل نگاشت به حاصل ضرب ماتریس سرعت یا شتاب زاویه ای در بردارممان اینرسی خواهد بود: (۳۸) \bar{I}_i \bar{I}_i \bar{I}_i \bar{I}_i \bar{I}_i \bar{I}_i \bar{I}_i

که ${}^{i}oldsymbol{\overline{\Omega}}_{i}$ و ${}^{i}oldsymbol{\widetilde{\Omega}}_{i}$ به صورت زیر تعریف می شوند:

$${}^{i}\widetilde{\boldsymbol{\Omega}}_{i} = \begin{bmatrix} {}^{i}\Omega_{x_{i}} & {}^{i}\Omega_{y_{i}} & {}^{i}\Omega_{z_{i}} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & {}^{i}\Omega_{x_{i}} & 0 & {}^{i}\Omega_{y_{i}} & {}^{i}\Omega_{z_{i}} & 0 \\ 0 & 0 & {}^{i}\Omega_{x_{i}} & 0 & {}^{i}\Omega_{y_{i}} & {}^{i}\Omega_{z_{i}} \end{bmatrix}$$
(\$\$\cdot\$)

پس با استفاده از نگاشت (۳۸)، رابطه (۳۷) بهصورت زیر بازنویسی میشود:

$$F_{Links} = \boldsymbol{J}^{T} \boldsymbol{\tau}_{Links} = \sum_{i=1}^{n} \boldsymbol{J}_{\omega_{i}}^{T \ 0} \boldsymbol{R}_{i} ({}^{i} \boldsymbol{\Lambda}_{i} ({}^{i} \boldsymbol{\overline{I}}_{i})$$

$$+ {}^{i} \boldsymbol{g}_{\times} (\boldsymbol{m}_{i} {}^{i} \boldsymbol{\rho}_{i}))$$

$$(\boldsymbol{\xi})$$

 ${}^{i}\Lambda_{i} = {}^{i}\hat{\Omega}_{i} + {}^{i}\Omega_{i} {}_{\times} {}^{i}\tilde{\Omega}_{i}$ به صورت ${}^{i}\Lambda_{i} = {}^{i}\Lambda_{i}$ تعریف شده است. پس معادله (۳۳) به صورت زیر قابل بازنویسی است:

$$\boldsymbol{\tau}_{Links} = \boldsymbol{Y}_{Links} (\boldsymbol{X}, \boldsymbol{\dot{X}}, \boldsymbol{\ddot{X}}) \boldsymbol{\beta}_{Links}$$
(٤٢)

که (X, \dot{X}, \dot{X}) بیانگر ماتریس رگرسور خطی دینامیک ربات و $B_{Links}(X, \dot{X}, \dot{X})$ بیانگر بردار شاخصههای دینامیکی ربات بوده و بهصورت زیر تعریف میشوند:

$$\boldsymbol{Y}_{Links} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{Y}_{Link_1} & \dots & \boldsymbol{Y}_{Link_n} \end{bmatrix}$$
($\boldsymbol{\xi}$)

$$\boldsymbol{\beta}_{Links} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{\beta}_{Link_1}^T & \dots & \boldsymbol{\beta}_{Link_n}^T \end{bmatrix}^T$$
(55)

که هر بخش ماتریس رگرسور و بردار شاخصه اینرسی هر لینک نیز، بهصورت زیر تعریف میشوند:

$$\boldsymbol{Y}_{Links_i} = (\boldsymbol{J}^T)^{-1} \boldsymbol{J}_{\omega_i}^{T \ 0} \boldsymbol{R}_i \begin{bmatrix} i \boldsymbol{\Lambda}_i & i \boldsymbol{g}_{\times} \end{bmatrix}$$
(50)

$$\boldsymbol{\beta}_{Links_i} = \begin{bmatrix} i \boldsymbol{\bar{I}}_i^T & \left(m_i \ i \boldsymbol{\rho}_i \right)^T \end{bmatrix}^T$$
(57)

۳-۳- راستیآزمایی دینامیک ربات

(٤٧)

بهمنظور راستیآزمایی فرمولبندی دینامیکی ارائهشده ربات، از محیط سیم مکانیکس (SimMechanics) در سیمولینک متلب (MATLAB Simulink) استفاده میشود. بهمنظور صحت سنجی، ابتدا مدل دقیق ربات در نرمافزار سالیدورکس (SolidWorks) طراحیشده و سپس از طریق پلاگین مربوطه، وارد نرمافزار سیم مکانیکس میشود. اصلیترین دلیل استفاده از پلاگین فوق، شناسایی خودکار قیدهای مفصلی ربات بوده که سبب میشود دیگر نیازی به مدل کردن دوباره ربات در محیط خود نرمافزار سیم مکانیکس نباشد. از مسیر زمانی زیر بهعنوان مسیر صحت سنجی استفاده میشود:

$$\phi = 80^{\circ} \sin(2t) + 90^{\circ}$$

 $\gamma = 40^{\circ} \sin(2t) + 45^{\circ}$

سپس این مسیر به هر دو مدل سیم مکانیک و مدل دینامیکی توسعه داده در نرمافزار متلب داده میشود. باید اشاره کرد در این مقاله، مختصات فضای کاری مجری نهایی ربات ارس دیاموند در دستگاه مختصات کروی تعریفشده است. اما ایجاد حرکت در دستگاه مختصات کروی برای مجری نهایی در سیم مکانیکس، امری دشوار است. برای حل این مشکل، از مدل سینماتیک مستقیم استفاده میشود و زوایای مفصلی متناظر با مسیر مطلوب طراحی شده در دستگاه مختصات کروی، به مفصلهای محرک ربات اعمال میشود. نمایی از طرحواره فرآیند راستی آزمایی و مدل ربات ارس دیاموند در محیط سیم مکانیکس در شکل ۲ و ۳ نشانداده شده است.

پس از اعمال فرآیند راستیآزمایی، نتیجه گشتاور عملگرها و خطای پروسه صحت سنجی در شکلهای ۴ و ۵ نشاندادهشده است.

همانطور که از نمودارهای ۴ و ۵ مشخص است، مدل دینامیک وارون و فرم خطی دینامیک ربات ارس دیاموند با دقت مناسبی



شکل ۲) نمایی از پروسه صحت سنجی دینامیک ربات با استفاده از سیم مکانیکس



شکل ۳) نمایی از مدل واردشده به محیط سیم مکانیکس بهمنظور انجام فرایند راستیآزمایی



شکل ۴) صحت سنجی دینامیک معکوس و حالت خطی دینامیک ربات ارس دیاموند با نرم افزار سیم مکانیکس

ماهنامه علمي مهندسي مكانيك مدرس



شکل ۵) خطای راستیآزمایی با استفاده از نرم افزار سیم مکانیکس

(در مرتبه ⁴–10) با نرم افزار سیم مکانیکس صحت سنجی شده است که نشاندهنده درستی روابط سینماتیک و دینامیک استخراجشده است. همچنین باید اشاره کرد که در این راستای آزمایی، مقدار میانگین شتاب خطی هر لینک، برابر با ۱/۰۴ افزون بر این، برای اطمینان از پروسه صحت سنجی با نرم افزار سیم مکانیکس، مسیرهای دیگری نظیر سینوسی(با فرکانسهای مختلف) و چندجملهای مرتبه ۳ نیز به عنوان مسیر صحت سنجی در نظر گرفته شدند. در تمامی این مسیرها، دقت صحت سنجی در مرتبه ^{4–10}) باقی ماند که نشاندهنده این است که پروسه راستیآزمایی وابسته به مسیر نبوده و فرمول بندی سینماتیکی و دینامیکی ربات ارس دیاموند به درستی استخراج شدند.

۴- استخراج مدل دینامیکی کل ربات بهمنظور شناسایی ۴-درنظرگرفتن سایر شرایط مؤثر بر دینامیک ربات

در این مقاله باتوجهبه ساختار مکانیکی ربات که در شکل ۶ نشاندادهشده است، دینامیک کلی ربات بهصورت زیر توسعه مییابد:

$$\boldsymbol{\tau} = \boldsymbol{Y}_{Links} \,\boldsymbol{\beta}_{Links} + \boldsymbol{\tau}_f + \boldsymbol{\tau}_e \tag{(5A)}$$

که در آن au_f بیانگر اصطکاک و au_e بیانگر کشسانی مؤثر بازوان ربات است و از اثر سایر عوامل، به دلیل ناچیز بودن مقدار نهایی آن، صرفه نظر شده است.



شکل ۶) نمایی از ساختار مکانیکی ربات موازی کروی ارس دیاموند

Volume 21, Issue 11, November 2021

 $\tau_f = F_v \dot{\theta} + F_c sign(\dot{\theta})$ (٤٩) افزون بر این، شرایط کشسانی مؤثر بر دینامیک ربات؛ که در ربات

موازی کروی دیاموند عمده این شرایط از سیستم انتقال قدرت کپستان درایو (Capstan drive) ربات ناشی میشود، بهصورت خطی زیر مدلسازی میشوند:

$$\boldsymbol{\tau}_e = \boldsymbol{K}_e \boldsymbol{\theta} \tag{0.1}$$

پس بهمنظور استخراج فرم خطی از دینامیک ربات، بهسادگی میتوان نوشت:

$$\boldsymbol{\tau} = \boldsymbol{Y}(\boldsymbol{X}, \dot{\boldsymbol{X}}, \ddot{\boldsymbol{X}})\boldsymbol{\beta} \tag{O1}$$

که در اینجا $Y(X, \dot{X}, \ddot{X})$ بیانگر ماتریس رگرسور کل ربات و $m{
ho}$ بردار شاخصههای دینامیکی کل ربات است و به ترتیب بهصورت زیر تعریف میشوند:

$$Y = \begin{bmatrix} Y_{Links} & Y_f & Y_e \end{bmatrix}$$
(0Y)

$$\boldsymbol{\beta} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{\beta}_{Links}^{T} & \boldsymbol{\beta}_{f}^{T} & \boldsymbol{\beta}_{e}^{T} \end{bmatrix}^{T}$$
(0)

که در این روابط، ماتریس رگرسور شرایط اصطکاک و کشسانی بهصورت زیر تعریف میشوند:

$$Y_{f} = \begin{bmatrix} \dot{\theta}_{1} & sign(\dot{\theta}_{1}) & 0 & 0\\ 0 & 0 & \dot{\theta}_{2} & sign(\dot{\theta}_{2}) \end{bmatrix}$$
(05)

$$\boldsymbol{Y}_e = \begin{bmatrix} \theta_1 & 0\\ 0 & \theta_2 \end{bmatrix} \tag{00}$$

افزون بر این، بردار شاخصههای دینامیکی مربوط به شرایط اصطکاک و کشسانی بهصورت زیر تعریف می شود:

$$\boldsymbol{\beta}_{f} = [F_{v_{1}} \quad F_{c_{1}} \quad F_{v_{2}} \quad F_{c_{2}}]^{T}$$
(01)

$$\boldsymbol{\beta}_e = \begin{bmatrix} K_{e1} & K_{e2} \end{bmatrix}^T \tag{OY}$$

۲-۴- کاهش ابعاد فرم خطی دینامیک ربات:

بهازای مقادیر زیادی از مشاهدات مسیر، معادله خطی دینامیک ربات بهصورت یک دستگاه معادلات خطی بهصورت زیر فرمولبندی شود:

$$\begin{bmatrix} \boldsymbol{\tau}(t_1) \\ \vdots \\ \boldsymbol{\tau}(t_k) \end{bmatrix} = \boldsymbol{T} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{Y}(t_1) \\ \vdots \\ \boldsymbol{Y}(t_k) \end{bmatrix} \boldsymbol{\beta} = \boldsymbol{P}(\boldsymbol{X}, \dot{\boldsymbol{X}}, \ddot{\boldsymbol{X}}) \boldsymbol{\beta}$$
 (0A)

با بررسی دقیق ماتریس رگرسور کل ربات، میتوان فهمید که تعداد زیادی از درایههای ماتریس رگرسور صفر یا بههموابسته خطی به هم هستند که سبب میشود ماتریس رگرسور انباشتهشده (Stacked Regressor Matrix) دارای رتبه کامل نباشد که این موضوع سبب میشود تا شاخصههای دینامیکی ربات غیرقابلشناسایی شوند. بهمنظور کاهش ابعاد ماتریس رگرسور ربات و حذف درایههای صفر یا وابسته خطی آن، از روش ذکرشده در مرجع^[24] استفاده میشود که دارای حل یکتا است. در این روش، ابتدا شکل سطری پلکانی (Row Echelon Form) ماتریس

P محاسبه و سپس سطرهای صفر آن حذف می شوند و ماتریس نتیجه شده با نماد Q نامگذاری می شود. بدین ترتیب، ماتریس رگرسور کاهشیافته و بردار شاخصههای اینرسی کاهشیافته به صورت زیر قابل استخراج خواهند بود:

$$\boldsymbol{Y}_r = \boldsymbol{Y}\boldsymbol{Q}^{\dagger} \tag{09}$$

$$\boldsymbol{\beta}_r = \boldsymbol{Q}\boldsymbol{\beta} \tag{1.}$$

که در اینجا، نماد + بیانگر اپراتور شبه وارون است. ازنقطهنظر پیادهسازی الگوریتم فوق، از مقادیر اتفاقی زیاد X، \dot{X} و \ddot{X} واقع در فضای کاری ربات، استفاده می شود و برای محاسبه شکل سطری پلکانی ماتریس P نیز از دستور rref در نرمافزار متلب استفاده می شود. در این صورت، معادله خطی دینامیک ربات به صورت زیر قابل بازنویسی خواهد بود:

$$\boldsymbol{\tau} = \boldsymbol{Y}_r \,\boldsymbol{\beta}_r \tag{11}$$

۴–۳– تخمین شاخصههای دینامیکی ربات بهوسیله روش کمترین مربعهای خطا

بهمنظور شناسایی شاخصههای دینامیکی ربات، معادله خطی کاهشیافته دینامیک ربات بهصورت یک دستگاه معادلات خطی بهصورت زیر نوشته میشود:

$$\begin{bmatrix} \boldsymbol{\tau}(t_1) \\ \vdots \\ \boldsymbol{\tau}(t_k) \end{bmatrix} = \boldsymbol{T} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{Y}_r(t_1) \\ \vdots \\ \boldsymbol{Y}_r(t_k) \end{bmatrix} \boldsymbol{\beta}_r + \boldsymbol{\rho} = \boldsymbol{W}(\boldsymbol{X}, \dot{\boldsymbol{X}}, \ddot{\boldsymbol{X}}) \boldsymbol{\beta}_r + \boldsymbol{\rho}$$
(7Y)

که در این معادله، *W* ∈ *R^{r×c}* , به ترتیب بیانگر ماتریس مشاهدات و بردار انباشته نویز اندازهگیری است، که فرض میشود که بردار انباشه نویز اندازهگیری، نویز میانگین صفر گوسی افزایشی (Additive Zero Mean Gaussian) است^[25]. در این صورت، یکی از سادهترین و مؤثرترین روشها برای تخمین *β*^r استفاده از روش کمترین مربعها به شرح زیر است:

$$\widehat{\boldsymbol{\beta}}_r = (\boldsymbol{W}^T \boldsymbol{W})^{-1} \boldsymbol{W}^T \boldsymbol{T} = \boldsymbol{W}^{\dagger} \boldsymbol{T} \in R^c$$
(14)

حال بهمنظور بررسی کیفیت تخمین $\widehat{oldsymbol{eta}}_r$ درروش کمترین مربعها، از روش ذکرشده در مرجع^[25] استفاده میشود. در این روش، درصد انحراف از معیار هر شاخصه دینامیکی تخمین زدهشده بهصورت زیر تعریف میشود:

$$\sigma_{\hat{\beta}_{r_i}} \% = 100 \frac{\sigma_{\hat{\beta}_{r_i}}}{|\hat{\beta}_{r_i}|} \tag{15}$$

که انحراف از معیار هر مقداری از بردار تخمین شاخصههای دینامیکی ربات، بهصورت زیر خواهد بود:

$$\sigma_{\hat{\beta}_{r_i}} = \sqrt{diag(\sigma_{\rho}^2(\boldsymbol{W}^T\boldsymbol{W})^{-1})}$$
(10)

و انحراف از معیار σ_{ρ} را میتوان به صورت زیر تخمین زد: $\sigma_{\rho}^{2} = \frac{\left\| \boldsymbol{T} - \boldsymbol{W}(\boldsymbol{X}, \dot{\boldsymbol{X}}, \ddot{\boldsymbol{X}}) \hat{\boldsymbol{\beta}} \right\|_{2}^{2}}{r - c}$ (77)

۴–۴– تخمین شاخصههای دینامیکی ربات بهوسیله روش کمترین مربعهای خطا مقید

بهمنظور تضمین مثبت معین شدن ماتریس جرمی ربات، لازم است قیدهای زیر در نظر گرفته شوند:

$$m_i > 0$$
 (V)

$${}^{i}I_{G_{i}} = \begin{bmatrix} {}^{i}I_{G_{xx_{i}}} & {}^{i}I_{G_{xy_{i}}} & {}^{i}I_{G_{xz_{i}}} \\ {}^{i}I_{G_{xy_{i}}} & {}^{i}I_{G_{yy_{i}}} & {}^{i}I_{Gyz_{i}} \\ {}^{i}I_{G_{xz_{i}}} & {}^{i}I_{G_{yz_{i}}} & {}^{i}I_{Gzz_{i}} \end{bmatrix} > 0$$

$$(\mbox{(T\mathsf{A}$)})$$

میتوان نشان داد که قید (۶۸)، قابل بازنویسی بهصورت یک نامساوی ماتریس خطی است^[19]:

$$\frac{tr(^{i}I_{G_{i}})}{2} - \lambda_{max}(^{i}I_{G_{i}}) > 0$$
⁽¹⁹⁾

که در اینجا، (Irace ، بیانگر اثر(Trace) ماتریس بوده و ۸معرف بیشترین مقدار ویژهماتریس فوق است. افزون بر قیدهای فوق، قیدهای زیر نیز باید در نظر گرفته شوند:

$$F_{c_i} > 0$$
, $F_{v_i} > 0$, $K_{e_i} > 0$ (V.)

بدین ترتیب تابع هدف بهینهسازی را میتوان بهصورت زیر تعریف نمود:

Objective Function = min
$$\|\mathbf{T} - \mathbf{W}\widehat{\boldsymbol{\beta}}\|_{2}^{2}$$
 (Y1)

بهمنظور بهینهسازی مسئله فوق، از روش بهینهسازی Active-Set توسط دستور fmincon متلب استفاده می شود. برای تعریف شرایط اولیه، از مقدار زیر استفاده می شود:

$$Initial = LB + (UB - LB) \times rand(0,1)$$
 (YY)

و برای تعریف کران بالا و پائین مقادیر تخمین شاخصههای دینامیکی، از مقادیر نامه طراحی به صورت زیر استفاده می شود:

 $LB_{Links} = 0.8 \hat{\beta}_{Links_{CAD}}$, $UB_{Links} = 1.25 \hat{\beta}_{Links_{CAD}}$ $LB_f = [0 \ 0 \ 0 \ 0]^T$, $UB_f = [0.7 \ 0.7 \ 0.7 \ 0.7]^T$ (Y7) $LB_e = [0 \ 0 \ 0 \ 0]^T$, $UB_e = [1 \ 1 \ 1 \ 1]^T$ (Y7) $ubscript{ibscript{black}}$ $ubscript{ibscript{black}}$ $ubscript{ibscript{black}}$ $ubscript{ibscript{black}}$ $ubscript{ibscript{black}}$ $ubscript{ibscript{ibscript{black}}}$ $ubscript{ibscript{ibscript{black}}}$ $ubscript{ibscript{ibscript{black}}}$ $ubscript{ibscript{ibscript{ibscript{ibscript{black}}}}$ $ubscript{ibs$

۵- پیادہسازی

۵-۱- تولید مسیر بهینه بهمنظور تحریک دینامیک ربات

یکی از موضوعات مهم در کیفیت تخمین شاخصههای دینامیکی ربات، تحریک مناسب دینامیک ربات است. این تحریک باید بهگونهای باشد که در کنار تحریک کافی دینامیک ربات، شرایط مدل نشده ربات مورد تحریک قرار نگیرند^[26]. در این مقاله، از مسیر جمع متناهی سری فوریه ذکرشده در مرجع^[27] بهصورت زیر استفادهشده است:

$$\boldsymbol{X}_{i}(t) = \sum_{l=1}^{L} \frac{\boldsymbol{a}_{l}^{i}}{w_{f} l} \sin(\omega_{f} l t) - \frac{\boldsymbol{b}_{l}^{i}}{w_{f} l} \cos(\omega_{f} l t) + \boldsymbol{X}_{i_{0}}$$
(YE)

$$\dot{X}_{i}(t) = \sum_{\substack{l=1\\L}}^{L} a_{l}^{i} \cos(\omega_{f} l t) + b_{l}^{i} \sin(\omega_{f} l t)$$
(Y0)

$$\ddot{X}_{i}(t) = \sum_{l=1}^{L} -\boldsymbol{a}_{l}^{i} \,\omega_{f} \, l \, \sin(\omega_{f} \, l \, t) + \boldsymbol{b}_{l}^{i} \,\omega_{f} \, l \, \cos(\omega_{f} \, l \, t) \tag{V1}$$

در این مسیر، بسامد اساسی ω_f و تعداد جمع مسیرا مقادیر طراحیشده توسط کاربر هستند. حال مقادیر b_l^i , a_l^i و λ_{i_0} یاید بهگونهای محاسبه شوند که هم مسیر ایجادشده در فضای کاری ربات قرار گیرد و هم ماتریس رگرسور نرمال شده ربات دارای عدد وضعیت کمینه شود^[72, 16]. برای یافتن ضرایب فوق، از یک بهینهسازی غیرخطی مقید استفاده میشود. قیدهای مورداستفاده، باتوجهبه محدودیتهای مکانیکی ربات، به صورت زیر انتخاب شده اند:

$$\begin{aligned} [30^{\circ}, 40^{\circ}]^{T} &\leq \mathbf{X} \leq [140^{\circ}, 80^{\circ}]^{T} \\ |\dot{\mathbf{X}}| &\leq [200^{\circ}/sec, 200^{\circ}/sec]^{T} \end{aligned} \tag{YY}$$

افزون بر این، مقدار بسامد اساسی $w_f = \frac{2\pi}{10}$ و تعداد جمع مسیر L = 5 طراحیشدهاند و برای بهینهسازی مسئله فوق مجدداً از روش بهینهسازی Active-Set استفادهشده است. نمایی از مسیر بهینهسازی شده، در شکل ۷ نشان دادهشده است.

۵–۲– اعمال مسیر بهینه به ربات و پردازش سیگنال دادههای جمعآوریشده

در این مقاله، برای اندازهگیری *X* از زوایای اندازهگیری شده توسط انکودر (Encoder) و نگاشت سینماتیک مستقیم استفاده میشود. افزون بر این، مقادیر اندازهگیری شده جریان موتورها، توسط ضریب تبدیل مربوط به هر موتور، به گشتاور تبدیل میشوند. سپس ربات با استفاده از یک کنترلر PD بهگونهای کنترل میشود که مسیر طراحیشده را با دقت مناسبی ردیابی کند. مسیر طراحیشده در مدت ۱۶۰ ثانیه ردیابی میشود تا مسیر فوق ۱۶ بار



شکل ۷) مسیر بهینهسازی در فضای کاری، بهمنظور تحریک مناسب دینامیک ربات ارس دیاموند

بهصورت تناوبی تکرار شده و پس از میانگینگیری مقادیر اندازهگیری شده، اثر نویز تا حد ممکن کاهش یابد.

٧٩١

بهمنظور حذف اختلال از مقادیر اندازهگیری شده، از یک پالایه پائین گذر صفر فاز غیرعِلی (filter phase low pass) (filter میشود. پالایه فوق، یک پالایه پائین گذر باترورث (low-pass Butterworth filter و عقب اعمال میشود و ازنظر پیادهسازی، از طریق دستور filtfilt در متلب، قابلدسترسی است. علاوه بر این، برای محاسبه مقادیر سرعت و شتاب از الگوریتم تفاضل مرکزی استفاده میشود. نمایی از بستر پیادهسازی ربات در شکل ۸ مشاهده میشود.

پس از استخراج دادههای پالایه شده، ماتریس رگرسور کاهشیافته انباشته تشکیلشده و مسئله از روش کمترین مربعها و کمترین مربعها مقید حل میشود. بررسی کیفیت تخمین در بخش بعدی مورد بررسی قرار خواهد گرفت.

۵–۳– صحت سنجی

۵–۳–۱– صحت سنجی با استفاده از درصد انحراف از معیار

در ابتدا، بهمنظور بررسی کیفیت تخمین روش کمترین مربعها، از درصد انحراف معیار هر شاخصه دینامیکی تخمین زدهشده ربات استفاده میشود. نتایج انحراف از معیار شاخصههای دینامیکی تخمین زدهشده در جدول ۱ گزارششده است.

همانطور که از جدول ۱ دیده میشود، تمامی درصدهای انحراف از معیار تخمین روش کمترین مربعها زیر ۱۵٪ است که نشاندهنده کیفیت بالای تخمین دارد.

۵–۳–۲ صحت سنجی بهازای مسیر تحریک

بهمنظور بررسی کیفیت تخمین به روش کمترین مربعها و کمترین مربعهای مقید، نمودار پیشبینی گشتاور توسط هر دو روش بهازای مسیر تحریک، در نمودار ۹ نشاندادهشده است. برای تعریف مقیاسی کمی برای مقایسه نتایج، از درصد سازگاری ریشه میانگین مربعهای خطا نرمال شده (Percentage Percentage) به صورت زیر استفاده می شود^[28]:



شکل ۸) بستر پیادهسازی ربات ارس دیاموند [۸]

Volume 21, Issue 11, November 2021

۷۹۲ علی حسن و همکاران

جدول ۱) مشخصات تخمین شاخصههای دینامیکی ربات ارس دیاموند به روش کمترین مربعات

درصد انحراف معيار	تخمین کمترین مربعات خطا	شماره	درصد انحراف معيار	تخمین کمترین مربعات خطا	شماره
%7/2291	•/٣٢٧۵	١٢	%٣/٧٩١٩	•/••94	١
%۵/۸۵۲۳	-•/۶۴۵۶	۱۳	%•/አሞ۵۲	•/•٣۴1	٢
%٩/٣•٨٧	_•/••YY	114	%۵/•19۶	•/•۴٩٣	٣
%•/۸٧٩۴	۰/۱۰۳۵	۱۵	%۶/۱۷۷۴	-•/•182	۴
%४/•٩४٩	_•/٣٩۴٩	18	%۶/٣۶۶•	•/\\9	۵
%۴/እእየየ	۰/۰۱۸۹	١٧	%۴/۳۵.1	+/YYIV	۶
%٣/٧٨٨٨	-•/•1٣٩	۱۸	%7/4141	•/٣٢•٨	٧
%۶/1864	•/۴۵٩•	19	%۶/۲۹۴.	۰/۵۹۶۹	٨
%۴/٩•۵۵	-•/•• \ ۴	۲.	%17/8848	-•/•191	٩
%•/४۶४٣	•/•٨۶۵	۲۱	%۶/۴۹•٨	•/8898	۱.
			%۴/17۴.	-•/٢٣۶٢•	W

$$fit = 100 \left(1 - \frac{\|\boldsymbol{\tau}_{Measure} - \boldsymbol{\tau}_{Estimate}\|}{\|\boldsymbol{\tau}_{Measure} - mean(\boldsymbol{\tau}_{Measure})\|} \right)$$
(YA)

پس درصد سازگاری ریشه میانگین مربعهای خطا نرمال شده هر دو روش، در فهرست شکل ۹ گزارششده است.

همانطور که از نمودار شکل ۹ مشاهده میشود، در هر دو روش کمترین مربعهای خطا و کمترین مربعهای خطا مقید، گشتاور عملگرها با حدود هفتاد و پنج و هفتاد و هشت درصد سازگاری ریشه میانگین مربعهای خطا نرمال شده تخمین زدهشده است. با این تفاوت که درروش کمترین مربعهای خطا، تضمینی برای مثبت معین شدن ماتریس جرمی وجود ندارد. افزون بر این، باید اشاره کرد که بررسی کیفیت تخمین دو روش فوق بهازای مسیر

تحریک کافی نیست و استفاده از مسیرهای مختلف در بخش بعدی مورد بررسی قرار میگیرد.

۵–۳–۳ صحت سنجی متقابل

(٧٩)

بهمنظور بررسی کیفیت تخمین، از چند سری مسیر مختلف استفاده میشود. مسیرهای فوق به صورت زیریک مسیر دایروی با بسامد متغیر تعریف می شوند:

 $\phi = 30^{\circ} \cos(\omega t) + 85^{\circ}$ $\gamma = 20^{\circ} \sin(\omega t) + 60^{\circ}$

مسیر فوق یکبار به ربات و بار دیگر به مدل دینامیکی که از شاخسههای دینامیکی شناساییشده استفاده میکند اعمال میشود. درصد سازگاری ریشه میانگین مربعهای خطا نرمال شده در جدول ۲ گزارششده است.

همانطور که از جدول ۲ دیده میشود، میزان خطای گشتاورها بهازای مسیر دایروی مقدار مطلوبی است و درصد سازگاری ریشه میانگین مربعهای خطا نرمال شده در حدود ۲۵ % باقی میماند. باید اشاره کرد با افزایش حدود ۴ برابری بسامد مسیر دایروی نسبت به بسامد مسیر تحریک، درصد سازگاری ریشه میانگین مربعهای خطا بهینه شده کاهش مییابد. این امر به دلیل این است که در بسامدهای بالاتر، عوامل اصطکاک و سایر عوامل مدلسازی نشده، بسیار بیشتر تحریکشده و باعث کاهش دقت

جدول ۲) مقادیر درصد سازگاری ریشه میانگین مربعهای خطا نرمال شده بهازای مسیرهای دایروی با بسامدهای مشخص

۲/۵ هرتز	۱/۸ هرتز	۷/۰ هرتز	۰/۵ هرتز	
% γλ/۵	% 84/1	% 🗛 🏷	% 20/2	گشتاور اول
% 80/V	% YA/•	% YX/Y	% YY/٩	گشتاور دوم



شکل ۹) تخمین گشتاور، بهازای مسیر تحریک

ماهنامه علمى مهندسى مكانيك مدرس

۵–۳–۴– صحت سنجی مثبت معین بودن ماتریس جرم کل ربات بهمنظور بررسی مثبت معین شدن ماتریس جرمی ربات، مقادیر ویژه ماتریس جرمی بهازای شاخصههای دینامیکی شناساییشده با روش کمترین مربعهای خطا مقید باید مورد بررسی قرار گیرند. در مرجع^[8]، نشان دادهشده است که ماتریس جرمی رباتهای موازی کروی بهصورت زیر قابلااستخراج است:

$$\boldsymbol{M}(\boldsymbol{X}) = \sum_{i=1}^{n} \boldsymbol{J_{w_i}}^T \, {}^{0}\boldsymbol{I}_i \, \boldsymbol{J_{w_i}} \tag{A}$$

بهمنظور بررسی کل فضای کاری ربات، از مسیر اتفاقی برای مقادیر X استفاده میشود. مقادیر ویژهماتریس جرمی در شکل ۱۰ نشان دادهشده است.

همانطور که در نمودار شکل ۱۰ نشانداده شده است، مقادیر ویژه ماتریس جرمی بهازای تمامی مقادیر اتفاقی *X* در فضای کاری ربات، مثبت حاصل شده است که نشان دهنده این است که ماتریس جرمی همواره مثبت است. از طرفی دیگر، ماتریس جرمی حاصل شده همواره دارای حد بالا و پائین مشخص است که از ویژگیهای اصلی ماتریس جرمی در طراحی کنترلر های مدل مبنا است.

مدلسازی و شناسایی دینامیک ربات ارس دیاموند: ربات جراح عمل ...

۶- نتیجهگیری

در این مقاله، استخراج مدل دینامیکی دقیق ربات موازی کروی ارس دیاموند که بهمنظور عمل ویترورتینال چشم توسعه داده شده است، مورد بررسی قرار گرفته شده است. در ابتدا فرمولبندی سینماتیک ربات مورد بررسی قرار گرفته، سیس فرمولبندی دینامیک وارون و فرم خطی دینامیک ربات با استفاده از اصل کار مجازی مورد استخراج قرار گرفته شده و نتایج با استفاده از نرمافزار سیم مکانیکس صحت سنجی میشوند. افزون بر این، سایر شرایط مؤثر بر کل دینامیک ربات مدلسازی شده و فرمولبندی کل دینامیک ربات بهصورت فرم رگرسور خطی نوشتهشده است. شاخصههای دینامیکی کل ربات به روش کمترین مربعهای خطی مقيد بهصورت تجربي شناسايي شده تا مقادير بهدست آمده، موجب مثبت معین شدن ماتریس جرمی ربات که یکی از ویژگیهای اصلی در ساختار فیزیکی ربات است، شوند. در پایان، از این مقادیر برای کالیبراسیون دینامیکی ربات استفاده شده و نتایج نشان دهنده تخمین هفتاد و پنج درصدی سازگاری ریشه میانگین مربعهای خطا نرمال شده گشتاور پیشبینی شده و گشتاور اندازه گیری شده است. با استفاده از شاخصههای دینامیکی شناساییشده این مقاله، امکان استفاده از طیف گستردهای از کنترلرهای مدل مبنا، نظیر گشتاور محاسبه شده، به منظور کنترل دقیق و قابل اطمینان ربات ارس دیاموند در فرآیندی نظیر عمل جراحی ویترکتومی چشم، فراهم می شود.



شکل ۱۰) مثبت معین شدن ماتریس جرمی بهازای مقادیر بهینهسازی پارامترهای دینامیکی

In2016 4th international conference on robotics and mechatronics (ICROM) 2016 (pp. 154-159). IEEE.

11- Danaei B, Arian A, Masouleh MT, Kalhor A. Dynamic modeling and base inertial parameters determination of a 2-DOF spherical parallel mechanism. Multibody System Dynamics. 2017;41(4):367-90.

12- Codourey A, Burdet E. A body-oriented method for finding a linear form of the dynamic equation of fully parallel robots. InProceedings of international conference on robotics and automation 1997 (Vol. 2, pp. 1612-1618). IEEE.

13- Wu J, Wang J, You Z. An overview of dynamic parameter identification of robots. Robotics and computer-integrated manufacturing. 2010;26(5):414-9.

14- Craig JJ, Hsu P, Sastry SS. Adaptive control of mechanical manipulators. The International Journal of Robotics Research. 1987;6(2):16-28.

15- Slotine JJ, Li W. On the adaptive control of robot manipulators. The international journal of robotics research. 1987;6(3):49-59.

16- Fontanelli GA, Ficuciello F, Villani L, Siciliano B. Modelling and identification of the da Vinci research kit robotic arms. In2017 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems (IROS) 2017 (pp. 1464-1469). IEEE.

17- Wang Y, Gondokaryono R, Munawar A, Fischer GS. A convex optimization-based dynamic model identification package for the da Vinci Research Kit. IEEE Robotics and Automation Letters. 2019;4(4):3657-64.

18- Golluccio G, Gillini G, Marino A, Antonelli G. Robot dynamics identification: a reproducible comparison with experiments on the kinova jaco2. IEEE Robot. Autom Mag. 2020.

19- Sousa CD, Cortesao R. Physical feasibility of robot base inertial parameter identification: A linear matrix inequality approach. The International Journal of Robotics Research. 2014;33(6):931-44.

20- Gaz C, Cognetti M, Oliva A, Giordano PR, De Luca A. Dynamic identification of the franka emika panda robot with retrieval of feasible parameters using penalty-based optimization. IEEE Robotics and Automation Letters. 2019;4(4):4147-54.

21- Tsai LW. Robot analysis: the mechanics of serial and parallel manipulators. John Wiley & Sons; 1999.

22- Taghirad HD. Parallel robots: mechanics and control. CRC press; 2013.

23- Ding L, Li X, Li Q, Chao Y. Nonlinear friction and dynamical identification for a robot manipulator with improved cuckoo search algorithm. Journal of Robotics. 2018;2018.

24- Klodmann J, Lakatos D, Ott C, Albu-Schäffer A. A closed-form approach to determine the base inertial parameters of complex structured robotic systems. IFAC-PapersOnLine. 2015;48(1):316-21.

25- Dombre E, Khalil W, editors. Modeling, performance analysis and control of robot manipulators. London: Iste; 2007.

26- Stürz YR, Affolter LM, Smith RS. Parameter identification of the KUKA LBR iiwa robot including

تشکر و قدردانی :از آقایان روح الله خرمبخت و سینا الله کرم، به دلیل نظرات ارزشمندشان در طی این پژوهش، قدردانی می شود. تأییدیهٔ اخلاقی :محتویات علمی مقاله حاصل پژوهش نویسندگان است و صحت نتایج آن نیز بر عهده آن ها است.

تعارض منافع: هیچ تعارض منافعی بین عوامل مشارکت کننده وجود ندارد.

حمایتها و منابع مالی: این پژوهش توسط صندوق حمایت از پژوهشگران و فناوران کشور که تحت عنوان قرارداد ۹۹۰۲۱۹۲۶ صورت پذیرفته است، حمایت مالی شده است.

منابع

1- Molaei A, Abedloo E, Taghirad HD, Marvi Z. Kinematic and workspace analysis of diamond: An innovative eye surgery robot. In2015 23rd Iranian conference on electrical engineering 2015 (pp. 882-887). IEEE.

2- Bataleblu A, Khorrambakht R, Taghirad HD. Robust H∞-based control of ARAS-diamond: A vitrectomy eye surgery robot. Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part C: Journal of Mechanical Engineering Science. 2020:0954406220979334.

3- Agand P, Taghirad HD, Molaee A. Vision-based kinematic calibration of spherical robots. In2015 3rd RSI International Conference on Robotics and Mechatronics (ICROM) 2015 (pp. 395-400). IEEE.

4- Damirchi H, Khorrambakht R, Taghirad HD. ARAS-IREF: An Open-Source Low-Cost Framework for Pose Estimation. In2019 7th International Conference on Robotics and Mechatronics (ICRoM) 2019 (pp. 303-308). IEEE.

5- Bataleblu A, Motaharifar M, Abedlu E, Taghirad HD. Robust $H\infty$ control of a 2rt parallel robot for eye surgery. In2016 4th international conference on robotics and mechatronics (ICROM) 2016 (pp. 136-141). IEEE.

6- Khalilpour Seyedi SA, Khorrambakht R, Bourbour AR, Taghirad HR. Joint-space position control of a deployable cable driven robot in joint space using force sensors and actuator encoders. Modares Mechanical Engineering. 2019;19(11):2615-25.

7- Bai S, Li X, Angeles J. A review of spherical motion generation using either spherical parallel manipulators or spherical motors. Mechanism and Machine Theory. 2019;140:377-88.

8- Abedloo E, Molaei A, Taghirad HD. Closed-form dynamic formulation of spherical parallel manipulators by Gibbs-Appell method. In2014 Second RSI/ISM International Conference on Robotics and Mechatronics (ICRoM) 2014 (pp. 576-581). IEEE.

9- Mahdizadeh O, Meymand AZ, Mollahossein M, Moosavian SA. Kinematics and dynamics modeling of spherical parallel manipulator. In2018 6th RSI International Conference on Robotics and Mechatronics (IcRoM) 2018 (pp. 406-412). IEEE.

10- Arian A, Danaei B, Masouleh MT. Kinematics and dynamics analysis of a 2-dof spherical parallel robot.

۷۹۵

constraints on physical feasibility. IFAC-PapersOnLine. 2017;50(1):6863-8.

27- Swevers J, Ganseman C, Tukel DB, De Schutter J, Van Brussel H. Optimal robot excitation and identification. IEEE transactions on robotics and automation. 1997;13(5):730-40.

28- Ljung L, Singh R. Version 8 of the MATLAB system identification toolbox. IFAC Proceedings Volumes. 2012;45(16):1826-31.