مجله مهندسی مکانیک مدرس، فروردین 1395، دوره 16، شماره 1، ص‌ص 225-236

ماهنامه علمی پژوهشی

مهندسی مکانیک مدرس

mme.modares.ac.ir

طراحی مستقیم شکل در مسائل انتقال حرارت جابجایی داخلی

مهدی نیک‌فر[1] و علی اشرفی زاده[2*]

1- دانشجوی دکترا، مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی خواجه نصیر الدین طوسی، تهران
2- دانشیار، مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی خواجه نصیر الدین طوسی، تهران
*تهران، صندوق پستی 19999395، ashrafizadeh@kntu.ac.ir

اطلاعات مقاله

مقاله پژوهشی کامل
دریافت: 27 مهر 1394
پذیرش: 28 آبان 1394
ارائه در سایت: 13 دی 1394

کلید واژگان:
مسائل معکوس
طراحی مستقیم
انتقال حرارت جابجایی داخلی

چکیده

یکی از مسائل کاربردی و مورد علاقه در علوم حرارت و سیالات، طراحی شکل سطح برای دستیابی به توزیع مطلوبی از یک متغیر جریان نظیر سرعت، فشار، دما یا شار حرارتی روی مرز است. حل چنین مسائلی با روش‌های تجربی یا نیمه تجربی مقرون به صرفه نبوده و با روش‌های تحلیلی نیز در اغلب موارد کاربردی امکان‌پذیر نیست. به همین دلیل الگوریتم‌های عددی متعددی برای حل مسائل طراحی شکل سطح توسعه داده شده است. در این الگوریتم‌ها معمولا یک شکل اولیه در فرآیندی محاسباتی اصلاح می‌شود تا توزیع سطحی موردنظر بدست آید. الگوریتم‌های عددی برای حل مسائل طراحی شکل از سه ابزار تولید کننده شبکه، حل‌گر جریان و تغییر دهنده شکل استفاده می‌کنند. در اغلب الگوریتم‌های عددی، علاوه بر این‌که سه ابزار ذکر شده به صورت جدا از هم کار می‌کنند، تغییر دهنده شکل نیز مبتنی بر معادلات حاکم نیست. در این مقاله یک الگوریتم طراحی شکل جدید موسوم به الگوریتم طراحی مستقیم برای مسائل انتقال حرارت جابجایی داخلی ارائه می‌شود که در آن علاوه‌بر این‌که تولید شبکه، حل جریان و تغییر شکل به صورت همزمان انجام می‌شود، تغییر دهنده شکل نیز از معادله حاکم به دست آمده و شامل هیچ پارامتر مجهولی نیست. چند مسئله مشتمل بر انتقال حرارت جابجایی که در آن‌ها به جای شکل مرز، توزیع شار حرارتی روی مرز معلوم است، با استفاده از الگوریتم پیشنهادی، حل شده است. نتایج بدست آمده حاکی از توانایی الگوریتم توسعه داده شده در حل مسائل طراحی شکل مشتمل بر انتقال حرارت جابجایی داخلی می‌باشد.

Direct Design of Shape in Internal Convection Heat Transfer Problems

Mehdi Nikfar[1], Ali Ashrafizadeh[1*]

1- Department of Mechanical Engineering, Khajeh Nasir Toosi University of Technology, Tehran, Iran
* P.O.B. 19999395, Tehran, Iran, ashrafizadeh@kntu.ac.ir

ARTICLE INFORMATION

Original Research Paper
Received 19 October 2015
Accepted 19 December 2015
Available Online 03 January 2016

Keywords:
Inverse Problems
Direct Design
Internal Convection Heat Transfer

ABSTRACT

One of the interesting and practical problems in thermo-fluid sciences refers to finding the shape of a boundary on which a specific distribution of pressure, temperature or heat flux is known. Because solving such problems using experimental, semi-experimental and analytical methods is time-consuming or even impossible in some practical situations, myriad numerical methods have been introduced to solve surface shape design (SSD) problems. In all the numerical algorithms, an initial guess is modified through a numerical process until the desirable distribution of the target variable is achieved. All the numerical algorithms use three computational tools, i.e. grid generator, flow solver and shape updater to solve an SSD problem. In most numerical algorithms not only do the three mentioned tools work separately, but the shape updater is also not derived from the governing equations. In this article, to solve SSD problems containing convection heat transfer, a new shape design algorithm called direct design method is presented in which grid generator, flow solver and shape updater work simultaneously and also the shape updater is directly derived from the governing equations. Some SSD problems containing convection heat transfer in which instead of the boundary shape the distribution of the heat flux is known are solved using the proposed algorithm. The obtained results show the capability of the method in solving SSD problems containing internal convection heat transfer.

1- مقدمه

همه پدیده‌های موجود در طبیعت، اعم از مکانیکی، زمین شناختی، الکتریکی و یا حتی زیست شناختی را می‌توان با در نظر گرفتن معادلات حاکم (از نوع جبری، دیفرانسیلی، انتگرالی و ...)، شکل و اندازه هندسی، شرایط مرزی و شرایط اولیه، خواص مواد، منابع داخلی و نیروهای خارجی (ورودی‌ها) مدلسازی نمود. اگر بخشی از اطلاعات لازم در یک مسئله آنالیز مجهول باشد مسئله یک مسئله معکوس، غیرمستقیم یا طراحی نامیده می‌شود [1]. بدیهی است که با توجه به بیشتر بودن تعداد مجهولات در یک مسئله طراحی در مقایسه با یک مسئله آنالیز، به اطلاعات یا قیود بیشتری در یک مسئله طراحی نیاز خواهیم داشت. دسته‌ای از مسائل معکوس که در آن‌ها هدف، محاسبه میدان جریان و نیز تعیین شکل سطح (مرز) به منظور دستیابی به توزیع مشخص از یک پارامتر نظیر فشار، دما یا شار حرارتی می‌باشد مسائل

برای ارجاع به این مقاله از عبارت ذیل استفاده نمایید:
Please cite this article using:
M. Nikfar, A. Ashrafizadeh, Direct Design of Shape in Internal Convection Heat Transfer Problems, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 16, No. 1, pp. 225-236, 2016 (in Persian)

طراحی شکل سطح[1] نامیده می‌شوند [2].

الگوریتم‌های حل مسائل SSD از سه ابزار محاسباتی تولیدکننده شبکه، حلگر جریان و اصلاح کننده شکل استفاده می‌کنند. الگوریتم‌های مذکور را می‌توان براساس تفاوت‌های موجود در نحوه به‌کارگیری ابزارهای سه گانه، به سه دسته‌ی الگوریتم‌های غیر وابسته، الگوریتم‌های کاملا وابسته و الگوریتم-های نیمه وابسته تقسیم کرد [3]. پژوهش‌های متعددی در زمینه بکارگیری الگوریتم‌های گوناگون برای حل مسائل SSD انجام شده است که در ادامه به اختصار به آن‌ها اشاره خواهیم نمود.

در الگوریتم‌های غیر وابسته که قدیمی‌ترین و رایج‌ترین الگوریتم‌های حل مسائل SSD می‌باشند، سه مرحله تولید شبکه، حل جریان و تغییر شکل به صورت جداگانه انجام می‌شوند. فرآیند اجرای این الگوریتم‌ها با انتخاب یک شکل اولیه برای میدان حل آغاز می‌شود. مسئله آنالیز برای این حدس اولیه حل و سپس شکل مرز براساس منطق خاصی اصلاح می‌شود. فرآیند اصلاح شکل تا جایی تکرار می‌گردد که معیار همگرایی، یعنی دست‌یابی به توزیع سطحی پارامتر هدف، ارضا شود. تفاوت الگوریتم‌های مختلف غیر وابسته در نحوه اصلاح شکل حین تکرارهای متوالی است. بر این اساس می‌توان الگوریتم‌های غیر وابسته را به دو دسته الگوریتم‌های بهینه‌یابی و الگوریتم‌های تکراری تقسیم نمود.

در الگوریتم‌های بهینه یابی مورد استفاده در مسائل SSD، اختلاف بین توزیع موجود و هدف پارامتر طراحی به عنوان تابع هزینه تعریف می‌شود. در فرآیند حل کوشش می‌شود که ضمن ارضای معادلات حاکم به عنوان قیود اصلی مسئله، تابع هدف مینیمم شود [4]. این الگوریتم‌ها دارای هزینه محاسباتی بالایی بوده و از نظر فرمولاسیون نسبتا پیچیده می‌باشند.

الگوریتم‌های تکراری ساده‌ترین نوع الگوریتم‌های غیر وابسته می‌باشند. مسئله اساسی در این الگوریتم‌ها ارتباط دادن تفاوت بین توزیع کنونی پارامتر طراحی (فشار، سرعت، شار حرارتی و ...) و توزیع هدف، به تغییر شکل می-باشد و تفاوت الگوریتم‌های تکراری مختلف ناشی از تفاوت معادلات انتخاب شده برای تغییر شکل می‌باشد. معادله حاکم بر تغییر شکل در این الگوریتم‌ها یا با استفاده از قوانین حاکم بر پدیده‌های فیزیکی مناسب و مرتبط استخراج می‌شود یا به نحوی براساس شکل های ساده شده یا تغییر یافته معادلات حاکم بر جریان به دست می‌آید. دسته اول را که در آن‌ها تغییر شکل مبتنی بر پدیده‌های فیزیکی مناسب است الگوریتم‌های تکراری نوع اول [5-8] و دسته دوم را که در آن‌ها تغییر شکل مبتنی بر شکل های ساده شده یا تغییر یافته معادلات حاکم بر جریان و یا اصول و قواعد ریاضی است الگوریتم‌های تکراری نوع دوم می‌نامیم [3،9-11]. ضعف الگوریتم‌های تکراری اینست که در اغلب آن‌ها معادلات اصلاح شکل دارای ضرایب مجهولی هستند که تعیین آن‌ها قواعد مشخصی نداشته و به نوع مسئله و تجربه طراح بستگی دارد. در عین حال الگوریتم‌های غیر وابسته دارای این مزیت عمده هستند که به دلیل جدا بودن مراحل مختلف طراحی در آن‌ها می توان از حلگرهای موجود جریان و کدهای تجاری استفاده کرد.

در الگوریتم‌های کاملا وابسته معادلات حاکم به‌گونه‌ای تغییر داده می-شوند که سه ابزار تولیدکننده شبکه، حلگر جریان و تغییردهنده شکل به صورت همزمان به کار گرفته می‌شوند. الگوریتم‌های کاملا وابسته اولیه تنها قابلیت استفاده در مدل‌های ساده جریان را داشتند. استنیتز [12] نشان داد که برای جریان غیر چرخشی و غیر لزج در کانال‌های دو بعدی بدون انشعاب که فاقد نقاط سکون هستند فرمولاسیونی در صفحه محاسباتی ψ-φ وجود دارد که به‌کمک آن می‌توان شکل کانال را با معلوم بودن سرعت مماسی روی دیواره کانال تعیین نمود. زانتی [13] با رویکردی مشابه، الگوریتمی کاملا وابسته برای طراحی براساس معادله اویلر در حالت دو بعدی و متقارن محوری ارائه نمود. چاویاروپولوس و همکاران [15،14] مسئله طراحی کانال در جریان پتانسیل سه بعدی را با یک الگوریتم کاملا وابسته که از نگاشت فضای فیزیکی به فضای محاسباتی استفاده می‌کرد حل نمودند. چاویاروپولوس و همکاران نشان دادند که فرمولاسیون مسئله برحسب تابع پتانسیل برداری بد وضع بوده و دارای حل‌های چندگانه می‌باشد، آن‌ها راه حل مقابله با این بد وضعی را نیز ارائه نمودند. اخیرا برگز [16] روش طراحی کاملا وابسته و محدود به جریان ایده‌آل ارائه کرده است. به‌کارگیری این روش از روش استنیتز ساده‌تر است اما به دلیل غیرخطی بودن شرایط مرزی نیازمند تمهیدات خاصی است تا همگرایی الگوریتم تضمین شود.

استفاده از مختصات محاسباتی در فرمولاسیون روش‌های کاملا وابسته، شکل معادلات حاکم را به نحوی تغییر می‌دهد که فرمولاسیون حاصل برای حل مسئله آنالیز فاقد کارآیی است. همچنین لزوم استفاده از متغیرهای ثانویه در این گروه از الگوریتم‌های کاملا وابسته باعث می‌شود که نتوان این الگوریتم‌ها را به مسائل پیچیده‌تر و سه‌بعدی تعمیم داد. اشرفی زاده و همکاران [17] اقدام به بسط و توسعه یک الگوریتم طراحی کاملا وابسته موسوم به روش طراحی مستقیم[2] نمودند که در فرمولاسیون آن از متغیرهای ثانویه و نگاشت از فضای فیزیکی به فضای محاسباتی استفاده نمی‌شود. روش طراحی مستقیم بدلیل استفاده از متغیرهای اصلی جریان ذاتا محدودیتی برای تعمیم به مدل‌های پیچیده جریان نداشته و چون قابل استفاده در حل هر دو مسئله آنالیز و طراحی است آن را فرمولاسیون متحد[3] نیز نامیده‌اند. ریتبی و همکاران [18] و ژو و همکاران [19] نیز در مطالعه‌ای کاملا بی ارتباط با طراحی شکل به امکان‌پذیری ارائه یک فرمولاسیون متحد در جریان‌های با سطح آزاد لزج و مغشوش پی برده بودند. اشرفی‌زاده و همکاران روش طراحی مستقیم را در مسائل طراحی شکل یک جسم هادی حرارت [20]، طراحی مجراهای مختلف [2]، طراحی ایرفویل [21] و طراحی معکوس شبکه‌های محاسباتی بر پایه معادلات بیضوی [22] به‌کار برده‌اند. طیبی رهنی و همکاران [23] نیز از روش طراحی مستقیم برای طراحی مجاری با استفاده از مدل جریان اویلر استفاده کرده‌اند. یکی از نتایج مطالعات و تجربیات عددی در حوزه روش‌های طراحی مستقیم این است که ماتریس ضرایب ناشی از گسسته‌سازی معادلات معکوس ممکن است در کاربردهای خاصی بد وضع باشد. در چنین شرایطی تمهیدات ویژه‌ای برای دستیابی به یک جواب قابل قبول، ضروری است [24،21]. با توجه به آن‌چه گفته شد یک مزیت قابل توجه الگوریتم‌های کاملا وابسته این است که معادلات حاکم در آن‌ها نه تنها در حلگر جریان بلکه در تغییردهنده شکل نیز به‌کار گرفته شده و در نتیجه نیازی به قیود ریاضی یا فیزیکی دیگری برای تغییر شکل مرز وجود ندارد [3]. مزیت مهم دیگر این الگوریتم‌ها آن است که هزینه محاسباتی حل مسئله طراحی شکل در آن‌ها بسیار کمتر از هزینه حل مسئله طراحی شکل با الگوریتم های غیر وابسته است [3]. در عین حال دستیابی به یک فرمولاسیون کاملا وابسته خوب تعریف شده در حالت کلی کار آسانی نبوده و نیازمند ملاحظات ریاضی ویژه‌ای می‌باشد.

استفاده از الگوریتم‌های نیمه وابسته، راهکار دیگری برای حل مسائل

1- Surface Shape Design (SSD)

2- Direct design
3- Unified formulation

[DOR: 20.1001.1.10275940.1395.16.1.14.7]

SSD بخصوص در حالتی است که از شبکه‌های بی‌سازمان برای گسسته‌سازی میدان حل استفاده می‌شود. در این الگوریتم‌ها کوپلینگ جزئی بین ابزارهای محاسباتی تولیدکننده شبکه، حلگر جریان و تغییردهنده شکل وجود دارد. اخیرا اشرفی‌زاده و همکاران [25] نمونه‌ای از یک الگوریتم نیمه وابسته را برای طراحی ایرفویل در جریان پتانسیل ارائه کرده‌اند. در این الگوریتم که می‌توان آن را توسعه‌ای بر روش طراحی مستقیم اشرفی‌زاده [17] دانست، میدان جریان و مختصات گره‌های مرزی به شکل همزمان و با حل یک دستگاه معادلات به‌دست می‌آیند. در مرحله بعد فرآیند تولید شبکه بی سازمان و تعیین موقعیت گره‌های داخلی انجام می‌شود. هزینه محاسباتی الگوریتم‌های نیمه وابسته به شکل قابل توجهی کمتر از الگوریتم‌های بهینه‌یابی بوده و هم مرتبه با هزینه محاسباتی الگوریتم‌های کاملا وابسته است [25].

در این مقاله، کاربرد روش طراحی مستقیم شکل به حل مسائل مشتمل بر انتقال حرارت جابجایی، که در آن‌ها توزیع شار حرارتی روی مرز به عنوان هدف طراحی در نظر گرفته می‌شود، توسعه داده می‌شود. در ادامه، ابتدا ابزارهای محاسباتی موردنیاز برای الگوریتم پیشنهادی توضیح داده شده و سپس از این الگوریتم برای طراحی چند مسئله طراحی شکل مشتمل بر انتقال حرارت جابجایی استفاده می‌شود.

2- تولید شبکه

شبکه محاسباتی مورد استفاده در این مطالعه یک شبکه با سازمان متشکل از المان‌های چهار وجهی است (شکل 1). به منظور تولید حجم کنترل‌ها حول هر گره از یک روش حجم محدود راس- مرکز استفاده شده است [26]. در شکل 1، حجم کنترل‌های داخلی، مرزی و گوشه‌ای نیز نمایش داده شده‌اند. سطح هر حجم کنترل از تعدادی پنل تشکیل شده است (8 پنل برای حجم کنترل‌های داخلی، 6 پنل برای حجم کنترل‌های مرزی و 4 پنل برای حجم کنترل‌های گوشه‌ای). نقاط انتگرالی که با علامت ضربدر نمایش داده شده‌اند وسط هر پنل قرار دارند. لازم به ذکر است در هر نقطه انتگرالی یک بردار عمود به سمت خارج (A) تعریف می‌شود که اندازه آن برابر اندازه پنل مربوط به نقطه انتگرالی مورد نظر می‌باشد (مانند $\vec{A}_{ip_2}$ در شکل 1).

لازم به ذکر است که در مطالعه حاضر، شبکه محاسباتی به صورت جبری و با استفاده از مفهوم اسپاین‌ها تولید شده است. این روش با تعریف یک خط مرجع شروع به کار می‌کند. برای میدان نشان داده شده در شکل 1، خط AB، خط مرجع می‌باشد که اسپاین‌ها از آن خارج شده و مرزهای میدان را قطع می‌کنند. در شکل 1 محل برخورد اسپاین k ام با خط مرجع AB با نقطه (X_k^*, Y_k^*) و محل برخورد آن با مرزهای پایینی و بالایی به ترتیب با C و D مشخص شده است. با توجه به شکل 1 مختصات کارتزین گره m که روی اسپاین k ام قرار دارد به شکل زیر از روی مختصات اسپاینی این گره (R_m) به دست می‌آید:

$$X_m = X_k^* + R_m \cos(\theta_k^*), \qquad Y_m = Y_k^* + R_m \sin(\theta_k^*) \tag{1}$$

در رابطه فوق θ_k^* زاویه اسپاین k ام با افق می‌باشد. R_m نیز به صورت زیر به مختصات اسپاینی نقاط C و D (Rl_k و Ru_k) نسبت داده می‌شود:

$$R_m = (1 - r_m)Rl_k + r_m Ru_k \tag{2}$$

که r_m توسط کاربر تعیین شده و در طول فرآیند طراحی ثابت می‌ماند. لازم به ذکر است که هر خاصیتی از میدان جریان مانند ϕ در یک نقطه دلخواه در یک المان (از جمله نقاط انتگرالی) با مختصات محلی (s,t) را می‌توان با استفاده از توابع شکل دو خطی (N_j) برحسب مقادیر گره‌ای مربوط به آن

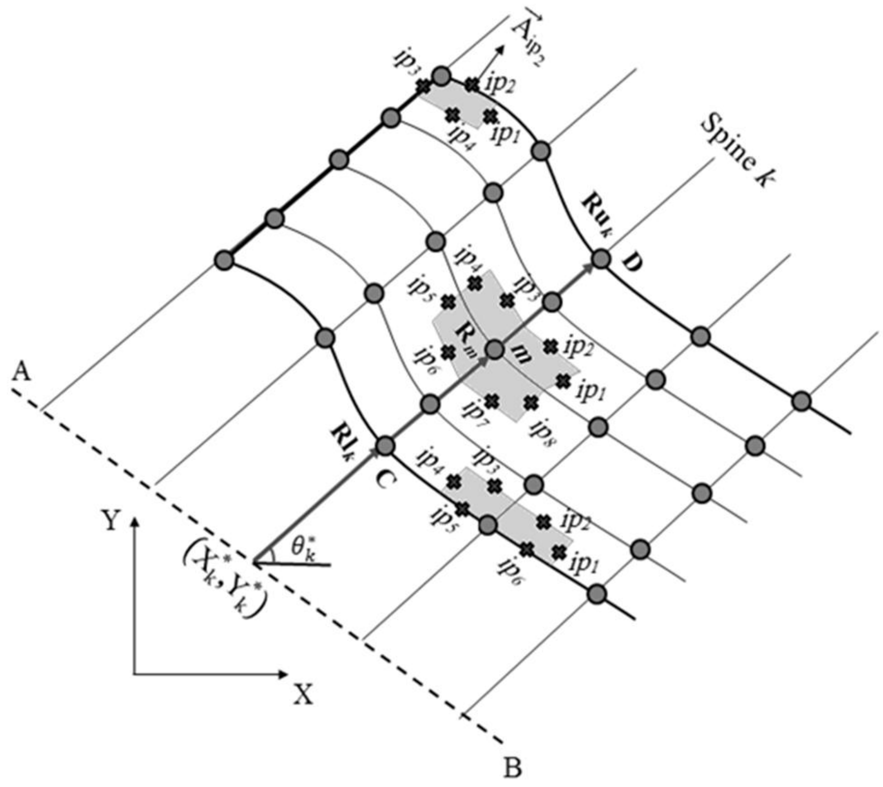

Fig. 1 Computational grid together with different control volumes.

شکل 1 شبکه محاسباتی به همراه حجم کنترل‌های مختلف

المان (ϕ_j) بیان کرد (شکل 2):

$$\phi(s,t) = \sum_{j=1}^{4} N_j(s,t)\phi_j \tag{3}$$

به منظور محاسبه مشتق خاصیتی از میدان جریان مانند ϕ در یک نقطه دلخواه در یک المان نیز با استفاده از مشتق زنجیره‌ای به صورت زیر عمل می‌شود:

$$\begin{cases}\phi_s = \phi_X X_s + \phi_Y Y_s \\ \phi_t = \phi_X X_t + \phi_Y Y_t\end{cases} \Rightarrow \begin{cases}\phi_X = \dfrac{1}{J}(\phi_s Y_t - \phi_t Y_s) \\ \phi_Y = \dfrac{1}{J}(\phi_t X_s - \phi_s X_t) \\ J = X_s Y_t - X_t Y_s\end{cases} \tag{4}$$

سطح مربوط به هر پنل $(\vec{A}_{ip})$ نیز براساس مقادیر گره‌ای به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$\vec{A}_{ip} = (A_X, A_Y)_{ip} = (\Delta Y, -\Delta X)_{ip} = \left(\sum_{i=1}^{4}(\alpha_i)_{ip} Y_i, -\sum_{i=1}^{4}(\alpha_i)_{ip} X_i\right) \tag{5}$$

که $(\alpha_i)_{ip}$ به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$(\alpha_i)_{ip} = [N_i(s_1, t_1) - N_i(s_2, t_2)]_{ip} \tag{6}$$

که نقاط (s_1, t_1) و (s_2, t_2) نقاط ابتدایی و انتهایی هر پنل می‌باشند که با علامت مثلث در شکل 2 مشخص شده‌اند.

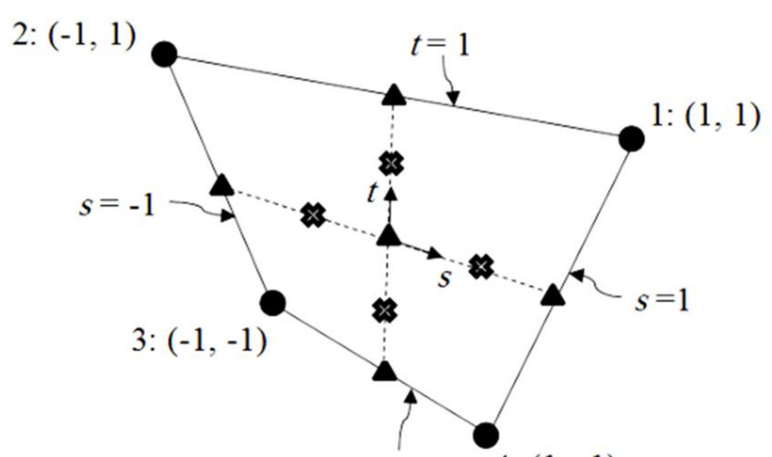

Fig. 2 Local coordinates in a quadrilateral element.

شکل 2 مختصات محلی در یک المان چهار وجهی

3- حلگر جریان

معادلات بی‌بعد حاکم بر جریان تراکم‌ناپذیر به همراه انتقال حرارت جابجایی در یک جریان پایا، آرام و دو بعدی با استفاده از تقریب بوزینسک به صورت زیر می‌باشند [27]:

$$\frac{\partial U}{\partial X}+\frac{\partial V}{\partial Y} \tag{7}$$

$$U\frac{\partial U}{\partial X}+V\frac{\partial U}{\partial Y}=-\frac{\partial P}{\partial X}+\lambda_1\left(\frac{\partial^2 U}{\partial X^2}+\frac{\partial^2 U}{\partial Y^2}\right) \tag{8}$$

$$U\frac{\partial V}{\partial X}+V\frac{\partial V}{\partial Y}=-\frac{\partial P}{\partial Y}+\lambda_1\left(\frac{\partial^2 V}{\partial X^2}+\frac{\partial^2 V}{\partial Y^2}\right)+\lambda_2\,\theta \tag{9}$$

$$U\frac{\partial \theta}{\partial X}+V\frac{\partial \theta}{\partial Y}=\lambda_3\left(\frac{\partial^2 \theta}{\partial X^2}+\frac{\partial^2 \theta}{\partial Y^2}\right) \tag{10}$$

متغیرهای بی بعد در معادلات فوق، برای جابجایی طبیعی، اجباری و ترکیبی به صورت زیر تعریف می‌شوند [27]:

$$\text{Natural convection:}\begin{cases} X=\dfrac{x}{L_0},\ Y=\dfrac{y}{L_0}\\ U=\dfrac{uL_0}{\alpha},\ V=\dfrac{vL_0}{\alpha}\\ P=\dfrac{p{L_0}^2}{\rho\alpha^2},\ \theta=\dfrac{T-T_c}{T_h-T_c}\end{cases} \tag{11}$$

$$\text{Mixed(forced)convection:}\begin{cases} X=\dfrac{x}{L_0},\ Y=\dfrac{y}{L_0}\\ U=\dfrac{u}{u_0},\ V=\dfrac{v}{u_0}\\ P=\dfrac{p}{\rho u_0^2},\ \theta=\dfrac{T-T_c}{T_h-T_c}\end{cases} \tag{12}$$

در روابط فوق، u_0 و L_0 مقیاس‌های سرعت و طول می‌باشند که با توجه به شرایط فیزیکی و هندسی مسئله تعیین می‌شوند. ضرایب λ در معادلات بی بعد برای انواع مختلف انتقال حرارت جابجایی در جدول 1 آورده شده است.

در این مطالعه، معادلات حاکم با استفاده از روش معادلات کمکی مناسب[1] که توسط اشرفی‌زاده و همکاران [30-28] ارائه شده است و در قالب روش حجم کنترل مبتنی بر المان[2] حل می‌شوند [31]. لازم به ذکر است که مرتبه دقت این روش، 2 می‌باشد [31]. در این روش معادلات حاکم روی حجم کنترل‌ها که برخی از آن‌ها در شکل 1 تیره‌تر نشان داده شده‌اند، انتگرال گرفته می‌شوند. با استفاده از قضیه دیورژانس، انتگرال‌های حجمی به انتگرال‌های سطحی تبدیل می‌شوند که با تقریب زدن در نقاط انتگرالی قابل محاسبه هستند. به این ترتیب می‌توان معادلات حاکم را در قالب معادلات تعادلی زیر بیان نمود [31]:

$$\sum_{ip=1}^{m} F_{ip}^{P}=S_P^{P} \tag{13}$$

$$\sum_{ip=1}^{m} F_{ip}^{U}=S_P^{U} \tag{14}$$

جدول 1 ضرایب λ در انواع مختلف انتقال حرارت جابجایی

Table 1 The λ coefficients in different convection heat transfer types

نوع انتقال حرارت جابجایی	λ_1	λ_2	λ_3
جابجایی طبیعی	Pr	Ra × Pr	1
جابجایی اجباری	Re^{-1}	0	Pe^{-1}
جابجایی ترکیبی	Re^{-1}	Ri	Pe^{-1}

$$\sum_{ip=1}^{m} F_{ip}^{V}=S_P^{V} \tag{15}$$

$$\sum_{ip=1}^{m} F_{ip}^{\theta}=S_P^{\theta} \tag{16}$$

در روابط بالا، m تعداد نقاط انتگرالی مربوط به حجم کنترل می‌باشد. جملات جریانی در معادلات بالا ترکیبی از اثرات مختلف نظیر جابجایی، پخش و جمله فشار (برای معادلات مومنتوم) می‌باشند. به‌عنوان مثال برای F_{ip}^{V}، F_{ip}^{P} و F_{ip}^{θ} داریم [31]:

$$F_{ip}^{P}=(UA_X+VA_Y)_{ip}=M_{ip} \tag{17}$$

$$F_{ip}^{V}=F_{ip}^{VC}+F_{ip}^{VD}+F_{ip}^{VP} \tag{18}$$

$$F_{ip}^{\theta}=F_{ip}^{\theta C}+F_{ip}^{\theta D} \tag{19}$$

که می‌توان نوشت [31]:

$$F_{ip}^{VC}=(\bar{U}A_X+\bar{V}A_Y)_{ip}V_{ip}=(\bar{M}V)_{ip} \tag{20}$$

$$F_{ip}^{VD}=-\lambda_1\left(\frac{\partial V}{\partial X}A_X+\frac{\partial V}{\partial Y}A_Y\right)_{ip} \tag{21}$$

$$F_{ip}^{VP}=(PA_Y)_{ip} \tag{22}$$

$$F_{ip}^{\theta C}=(\bar{U}A_X+\bar{V}A_Y)_{ip}\theta_{ip}=(\bar{M}\theta)_{ip} \tag{23}$$

$$F_{ip}^{\theta D}=-\lambda_3\left(\frac{\partial \theta}{\partial X}A_X+\frac{\partial \theta}{\partial Y}A_Y\right)_{ip} \tag{24}$$

به منظور به دست آوردن معادلات گسسته، کمیات موجود در جملات پخش و سطح مقطع پنل‌ها به ترتیب با استفاده از روابط (4) و (5) به مقادیر گره‌ای متناظر نسبت داده می‌شوند. لذا می‌توان جملات پخش را به صورت فشرده و تمام گسسته زیر نوشت [31]:

$$F_{ip}^{VD}=-\sum_{m=1}^{4}[G_m^{VD}]_{ip}V_m \tag{25}$$

$$F_{ip}^{\theta D}=-\sum_{m=1}^{4}[G_m^{\theta D}]_{ip}\theta_m \tag{26}$$

که ضریب $[G_m^{VD}]_{ip}$ و $[G_m^{\theta D}]_{ip}$ به صورت زیر تعریف می‌شوند [31]:

$$[G_m^{VD}]_{ip}=[G_m^{\theta D}]_{ip}=\left(\frac{\gamma_{mn}Y_n\alpha_iY_i+\gamma_{mn}X_n\alpha_iX_i}{X_p\gamma_{pq}Y_q}\right) \tag{27}$$

$$\gamma_{mn}=\frac{\partial N_m}{\partial s}\frac{\partial N_n}{\partial t}-\frac{\partial N_m}{\partial t}\frac{\partial N_n}{\partial s} \tag{28}$$

لازم به ذکر است که روابط (27) و (28) با استفاده از قاعده جمع انیشتینی، محاسبه می‌شوند. برای نسبت دادن متغیرهای جریانی موجود در سایر جملات به مقادیر گره‌ای متناظر از MPCE استفاده می‌شود. با استفاده از MPCE، متغیرهای مختلف جریانی در نقاط انتگرالی به صورت زیر به مقادیر گره‌ای نسبت داده می‌شوند [31]:

$$U_{ip}=\sum_{i=1}^{4}a_i^{UU}U_i+\sum_{i=1}^{4}a_i^{UV}V_i+\sum_{i=1}^{4}a_i^{UP}P_i \tag{29}$$

$$V_{ip}=\sum_{i=1}^{4}a_i^{VU}U_i+\sum_{i=1}^{4}a_i^{VV}V_i+\sum_{i=1}^{4}a_i^{VP}P_i+s_{ip}^{V} \tag{30}$$

$$P_{ip}=\sum_{i=1}^{4}a_i^{PU}U_i+\sum_{i=1}^{4}a_i^{PV}V_i+\sum_{i=1}^{4}a_i^{PP}P_i+s_{ip}^{P} \tag{31}$$

$$\theta_{ip}=\sum_{i=1}^{4}a_i^{\theta\theta}\theta_i \tag{32}$$

با استفاده از روابط فوق جهت گسسته‌سازی، می‌توان نوشت [31]:

$$F_{ip}^{P}=\sum_{j=1}^{4}[H_j^{PU}]_{ip}U_j+\sum_{j=1}^{4}[H_j^{PV}]_{ip}V_j+\sum_{j=1}^{4}[H_j^{PP}]_{ip}P_j+s_{ip}^{P} \tag{33}$$

$$F_{ip}^{VC}=\sum_{j=1}^{4}[H_j^{VCU}]_{ip}U_j+\sum_{j=1}^{4}[H_j^{VCV}]_{ip}V_j+\sum_{j=1}^{4}[H_j^{VCP}]_{ip}P_j+s_{ip}^{VC} \tag{34}$$

$$F_{ip}^{VP}=\sum_{j=1}^{4}[H_j^{VPU}]_{ip}U_j+\sum_{j=1}^{4}[H_j^{VPV}]_{ip}V_j+\sum_{j=1}^{4}[H_j^{VPP}]_{ip}P_j+s_{ip}^{VP} \tag{35}$$

1- Method of proper closure equations (MPCE)
2- Element-based finite volume method (EB-FVM)

[DOR: 20.1001.1.10275940.1395.16.1.14.7]

$$F_{ip}^{\theta C} = \sum_{j=1}^{4} \left[H_j^{\theta\theta}\right]_{ip} \theta_j \tag{36}$$

ضرایب H در روابط فوق برحسب ضرایب a موجود در روابط (29) تا (32) قابل بیان هستند به عنوان مثال برای $[H_j^{\theta\theta}]_{ip}$ داریم [31]:

$$\left[H_j^{\theta\theta}\right]_{ip} = \left[a_j^{\theta\theta}\bar{M}\right]_{ip} \tag{37}$$

با جای‌گذاری جملات جریانی گسسته شده در معادلات (13) تا (16)، قیود جبری روی یک گره محاسباتی به صورت زیر به دست می‌آیند [31]:

$$\sum_{j=1}^{m} C_j^{PU} U_j + \sum_{j=1}^{m} C_j^{PV} V_j + \sum_{j=1}^{m} C_j^{PP} P_j = S_P^P \tag{38}$$

$$\sum_{j=1}^{m} C_j^{UU} U_j + \sum_{j=1}^{m} C_j^{UV} V_j + \sum_{j=1}^{m} C_j^{UP} P_j = S_P^U \tag{39}$$

$$\sum_{j=1}^{m} C_j^{VU} U_j + \sum_{j=1}^{m} C_j^{VV} V_j + \sum_{j=1}^{m} C_j^{VP} P_j + \sum_{j=1}^{m} C_j^{V\theta} \theta_j = S_P^V \tag{40}$$

$$\sum_{j=1}^{m} C_j^{\theta\theta} \theta_j = S_P^{\theta} \tag{41}$$

در روابط فوق m تعداد نقاط انتگرالی حجم کنترل می‌باشد. ضرایب C موجود در روابط فوق برحسب ضرایب G و H قابل بیان هستند، به‌عنوان مثال برای $C_j^{\theta\theta}$ داریم [31]:

$$C_j^{\theta\theta} = \left[H_j^{\theta\theta}\right]_{ip} - \left[G_j^{\theta D}\right]_{ip} \tag{42}$$

با بدست آوردن معادلات گسسته برای همه گره‌های میدان حل و اعمال شرایط مرزی، دستگاه معادلات خطی زیر تشکیل خواهد شد [31]:

$$\begin{bmatrix} [A^{UU}] & [A^{UV}] & [A^{UP}] & 0 \\ [A^{VU}] & [A^{VV}] & [A^{VP}] & [A^{V\theta}] \\ [A^{PU}] & [A^{PV}] & [A^{PP}] & 0 \\ 0 & 0 & 0 & [A^{\theta\theta}] \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \{\vec{U}\} \\ \{\vec{V}\} \\ \{\vec{P}\} \\ \{\vec{\theta}\} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \{\vec{b}^{U}\} \\ \{\vec{b}^{V}\} \\ \{\vec{b}^{P}\} \\ \{\vec{b}^{\theta}\} \end{bmatrix} \tag{43}$$

برای حل دستگاه معادلات فوق از حلگر پردیسو[1] استفاده می‌شود که حلگری مناسب برای حل ماتریس‌های تنک[2] و بزرگ متقارن یا غیرمتقارن بوده و بصورت موازی روی پردازنده‌های چند هسته‌ای کار می‌کند. در هر مرحله پس از به دست آوردن جواب دستگاه فوق (مرحله n)، به منظور اطمینان از همگرایی، به صورت زیر از ضریب تخفیف (ω) برای محاسبه متغیرهای لگ شده در مرحله بعد استفاده می‌شود:

$$U^n = \omega U^n + (1-\omega) U^{n-1} \tag{44}$$

$$V^n = \omega V^n + (1-\omega) V^{n-1} \tag{45}$$

$$P^n = \omega P^n + (1-\omega) P^{n-1} \tag{46}$$

$$\theta^n = \omega \theta^n + (1-\omega) \theta^{n-1} \tag{47}$$

معیار همگرایی حل نیز به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$\mathrm{Res_A} = \frac{\mathrm{Res}_A^n}{\mathrm{Res}_A^1} \le 10^{-8} \tag{48}$$

که داریم:

$$\mathrm{Res}_A^n = \mathrm{Max}\left[\mathrm{Res}^n(U), \mathrm{Res}^n(V), \mathrm{Res}^n(P), \mathrm{Res}^n(\theta)\right] \tag{49}$$

$$\mathrm{Res}^n(U) = \mathrm{Max}\left[|U_i^n - U_i^{n-1}|\right] \tag{50}$$

$$\mathrm{Res}^n(V) = \mathrm{Max}\left[|V_i^n - V_i^{n-1}|\right] \tag{51}$$

$$\mathrm{Res}^n(P) = \mathrm{Max}\left[|P_i^n - P_i^{n-1}|\right] \tag{52}$$

$$\mathrm{Res}^n(\theta) = \mathrm{Max}\left[|\theta_i^n - \theta_i^{n-1}|\right] \tag{53}$$

4- تغییر دهنده شکل

در روش طراحی مستقیم، شکل گسسته معادله حاکم در نقطه انتگرالی به گونه‌ای خطی‌سازی می‌شود که در آن علاوه بر متغیر جریان، مختصات گره‌ها نیز ظاهر می‌شود و از آن علاوه بر مقید کننده متغیر جریان، به عنوان ابزار تغییر شکل نیز استفاده می‌شود [20،22-22]. به این نوع فرمولاسیون اصطلاحا فرمولاسیون متحد گفته می‌شود [20،22-22]. از آن‌جا که در مسائلی که در این مقاله بررسی می‌شود به جای شکل دیواره، توزیع شار روی دیواره مشخص است، برای طراحی به شیوه مستقیم باید از شکل خطی و گسسته شده معادله انرژی به عنوان ابزار تغییردهنده شکل استفاده نمود. با توجه به رابطه (19) جمله جریانی در معادله انرژی (F_{ip}^{θ}) ترکیبی از جمله پخش ($F_{ip}^{\theta D}$) و جابجایی ($F_{ip}^{\theta C}$) می‌باشد. به‌منظور به دست آوردن فرمولاسیون متحد معادله انرژی، ابتدا باید فرمولاسیون متحد برای جملات پخش و جابجایی را استخراج نمود. در ادامه این بخش ابتدا نحوه به دست آوردن فرمولاسیون متحد برای جملات پخش و جابجایی به شکل جداگانه شرح داده شده و در انتها فرمولاسیون متحد نهایی که از ترکیب فرمولاسیون متحد جملات پخش و جابجایی حاصل می‌شود، ارائه می‌گردد.

4-1- فرمولاسیون متحد جمله پخش

در رابطه (26)، $[G_m^{\theta D}]_{ip}$ تاثیرات هندسه المان بر روی $F_{ip}^{\theta D}$ در نقطه انتگرال‌گیری را ارائه می‌دهد و یک تابع غیرخطی برحسب مختصات گره‌های المان است. در مسئله آنالیز، X و Y گره‌ها ثابت هستند و $F_{ip}^{\theta D}$ تابع خطی از θ می‌باشد. در مسئله طراحی شکل، X وY با تغییر شکل تغییر می‌کنند و جزء مجهولات مسئله می‌باشند. در روش طراحی مستقیم به منظور به دست آوردن دستگاه معادلات خطی، $F_{ip}^{\theta D}$ در نقاط انتگرالی داخلی حجم کنترل‌ها به صورت زیر خطی می‌شود [20،22-22]:

$$F_{ip}^{\theta D} \approx \left(F_{ip}^{\theta D}\right)^{old} + \left[G_m^{\theta D}\right]_{ip}^{old} \delta\theta_m + \delta\left[G_m^{\theta D}\right]_{ip}^{old} \theta_m \tag{54}$$

رابطه فوق را با ساده‌سازی می‌توان به صورت زیر بازنویسی کرد [20،22-22]:

$$F_{ip}^{\theta D} \approx \left[\beta_m^{\theta D}\right]_{ip} \theta_m + \left[\beta_m^{XD}\right]_{ip} X_m + \left[\beta_m^{YD}\right]_{ip} Y_m \tag{55}$$

با استفاده از مختصات اسپاینی (روابط (1) و (2)) می‌توان رابطه فوق را به صورت زیر نوشت [20،22-22]:

$$F_{ip}^{\theta D} \approx \left[\beta_m^{\theta D}\right]_{ip} \theta_m + \left[\beta_m^{RlD}\right]_{ip} Rl_m + \left[\beta_m^{RuD}\right]_{ip} Ru_m + C_m^{D} \tag{56}$$

در نقاط انتگرالی که روی مرز مورد طراحی واقع شده‌اند $F_{ip}^{\theta D}$ به صورت زیر محاسبه می‌شود [20،22-22]:

$$F_{ip}^{\theta D} = \left[\vec{\nabla}\theta\right]_{ip} . \overrightarrow{A_{ip}} = \left[\vec{\nabla}\theta . \hat{n}\right]_{ip} A_{ip} = [Q]_{ip} A_{ip} \tag{57}$$

در رابطه فوق Q شار حرارتی هدف می‌باشد که در این مطالعه برحسب طول بی‌بعد دیواره (S^*) تعریف شده است. با خطی سازی A_{ip} و جای‌گذاری رابطه حاصل از این خطی‌سازی در رابطه فوق و استفاده از روابط (1) و (2)، برای نقاط انتگرالی مرزی نیز رابطه‌ای برحسب Rl و Ru حاصل می‌شود که Q نیز در ضرایب این رابطه تاثیر می‌گذارد [20،22-22].

4-2- فرمولاسیون متحد جمله جابجایی

مطالبی که در مورد فرمولاسیون متحد جمله پخش عنوان شد برای جمله جابجایی نیز صادق است. لذا به‌طور مشابه می‌توان $F_{ip}^{\theta C}$ را به صورت زیر در نقاط انتگرالی داخلی حجم کنترل‌ها خطی نمود:

$$\delta F_{ip}^{\theta C} \approx \left[H_m^{\theta\theta}\right]_{ip}^{old} \delta\theta_m + \theta_m^{old} \delta\left[H_m^{\theta\theta}\right]_{ip} \tag{58}$$

رابطه فوق را با ساده‌سازی و فرض $\delta\left[a_m^{\theta\theta}\right]_{ip} = 0$ در محاسبه $\delta[H_m^{\theta\theta}]_{ip}$ می‌توان به صورت زیر بازنویسی کرد:

$$F_{ip}^{\theta C} \approx \left[\beta_m^{\theta C}\right]_{ip} \theta_m + \left[\beta_m^{XC}\right]_{ip} X_m + \left[\beta_m^{YC}\right]_{ip} Y_m + D_m^{C} \tag{59}$$

با استفاده از مختصات اسپاینی (روابط (1) و (2)) می‌توان رابطه فوق را به

1- Parallel Sparse Direct Solver (PARDISO)
2- Sparse

صورت زیر نوشت:

$$\mathrm{F}_{ip}^{\theta C} \approx \left[\beta_m^{\theta C}\right]_{ip}\theta_j + \left[\beta_m^{\mathrm{RlC}}\right]_{ip}\mathrm{Rl}_j + \left[\beta_m^{\mathrm{RuC}}\right]_{ip}\mathrm{Ru}_j + \mathrm{C}_m^{\mathrm{C}} \quad (60)$$

در این مطالعه مرز مورد طراحی ساکن می‌باشد لذا برای نقاط انتگرالی که روی مرزها واقع شده‌اند $\mathrm{F}_{ip}^{\theta C}$ صفر می‌باشد و نیازی به محاسبه ندارد.

4-3- فرمولاسیون متحد نهایی

با توجه به فرمولاسیون متحد به‌دست آمده برای جملات پخش و جابجایی، فرمولاسیون متحد معادله انرژی به صورت زیر قابل ارائه می‌باشد:

$$\mathrm{F}_{ip}^{\theta} \approx \left[\beta_m^{\theta}\right]_{ip}\theta_m + \left[\beta_m^{\mathrm{Rl}}\right]_{ip}\mathrm{Rl}_m + \left[\beta_m^{\mathrm{Ru}}\right]_{ip}\mathrm{Ru}_m + \mathrm{C}_m \quad (61)$$

که داریم:

$$\left[\beta_m^{\theta}\right]_{ip} = \left[\beta_m^{\theta C}\right]_{ip} - \left[\beta_m^{\theta D}\right]_{ip} \quad (62)$$

$$\left[\beta_m^{\mathrm{Rl}}\right]_{ip} = \left[\beta_m^{\mathrm{RlC}}\right]_{ip} - \left[\beta_m^{\mathrm{RlD}}\right]_{ip} \quad (63)$$

$$\left[\beta_m^{\mathrm{Ru}}\right]_{ip} = \left[\beta_m^{\mathrm{RuC}}\right]_{ip} - \left[\beta_m^{\mathrm{RuD}}\right]_{ip} \quad (64)$$

$$\mathrm{C}_m = \mathrm{C}_m^{\mathrm{C}} - \mathrm{C}_m^{\mathrm{D}} \quad (65)$$

با محاسبه F_{ip}^{θ} به شیوه گفته شده برای تمام نقاط انتگرالی یک حجم کنترل (اعم از نقاط انتگرالی داخلی و خارجی) و قرار دادن این مقادیر در معادله بقا (رابطه 16) برای هر گره یک معادله خطی حاصل می‌شود که شامل مقادیر مجهول گره‌ای θ، Rl و Ru می‌باشد. تشکیل حجم کنترل حول تمام گره‌ها و بدست آوردن شکل گسسته همه معادلات حاکم (معادله انرژی به شیوه گفته شده در این بخش گسسته‌سازی می‌شود)، منجر به تولید دستگاه معادلات خطی و بسته زیر خواهد شد:

$$\begin{bmatrix} [\mathrm{A}^{\mathrm{UU}}] & [\mathrm{A}^{\mathrm{UV}}] & [\mathrm{A}^{\mathrm{UP}}] & 0 & 0 & 0 \\ [\mathrm{A}^{\mathrm{VU}}] & [\mathrm{A}^{\mathrm{VV}}] & [\mathrm{A}^{\mathrm{VP}}] & [\mathrm{A}^{\mathrm{V}\theta}] & 0 & 0 \\ [\mathrm{A}^{\mathrm{PU}}] & [\mathrm{A}^{\mathrm{PV}}] & [\mathrm{A}^{\mathrm{PP}}] & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & [\mathrm{B}^{\theta\theta}] & [\mathrm{B}^{\theta\mathrm{Rl}}] & [\mathrm{B}^{\theta\mathrm{Ru}}] \\ 0 & 0 & 0 & [\mathrm{B}^{\mathrm{Rl}\theta}] & [\mathrm{B}^{\mathrm{RlRl}}] & [\mathrm{B}^{\mathrm{RlRu}}] \\ 0 & 0 & 0 & [\mathrm{B}^{\mathrm{Ru}\theta}] & [\mathrm{B}^{\mathrm{RuRl}}] & [\mathrm{B}^{\mathrm{RuRu}}] \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \{\vec{\mathrm{U}}\} \\ \{\vec{\mathrm{V}}\} \\ \{\vec{\mathrm{P}}\} \\ \{\vec{\theta}\} \\ \{\overrightarrow{\mathrm{Rl}}\} \\ \{\overrightarrow{\mathrm{Ru}}\} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \{\vec{\mathrm{b}}^{\mathrm{U}}\} \\ \{\vec{\mathrm{b}}^{\mathrm{V}}\} \\ \{\vec{\mathrm{b}}^{\mathrm{P}}\} \\ \{\vec{\mathrm{d}}^{\theta}\} \\ \{\vec{\mathrm{d}}^{\mathrm{Rl}}\} \\ \{\vec{\mathrm{d}}^{\mathrm{Ru}}\} \end{bmatrix} \quad (66)$$

برای حل دستگاه فوق نیز از حلگر پردیسو استفاده می‌شود. در هر مرحله پس از به دست آوردن جواب دستگاه فوق (مرحله n)، به منظور اطمینان از همگرایی، به همان شکلی که در معادلات (44) تا (47) نشان داده شد از ضریب تخفیف (ω) برای محاسبه متغیرهای لگ شده (از جمله Rl و Ru) در مرحله بعد استفاده می‌شود.

5- تشریح مراحل حل

روندنمای مراحل حل به کمک الگوریتم طراحی مستقیم در شکل 3 نمایش داده شده است. همان‌طور که این شکل نشان می‌دهد به منظور طراحی دیواره در مسائل مشتمل بر انتقال حرارت جابجایی که در آن‌ها علاوه بر توزیع دما، توزیع شار روی دیواره نیز مشخص است پیش از هر چیز باید توزیع شار حرارتی هدف منطقی مشخص شود. با مشخص شدن شار حرارتی هدف، یک حدس اولیه برای شکل مرز مجهول در نظر گرفته می‌شود. سپس عملیات تولید شبکه در هندسه اولیه صورت می‌گیرد. بعد از تولید شبکه در هندسه اولیه، معادلات حاکم در هندسه اولیه به کمک حلگر آنالیز (رابطه 43) حل می‌شوند. بعد از این مرحله، حلقه طراحی آغاز می‌شود. در این

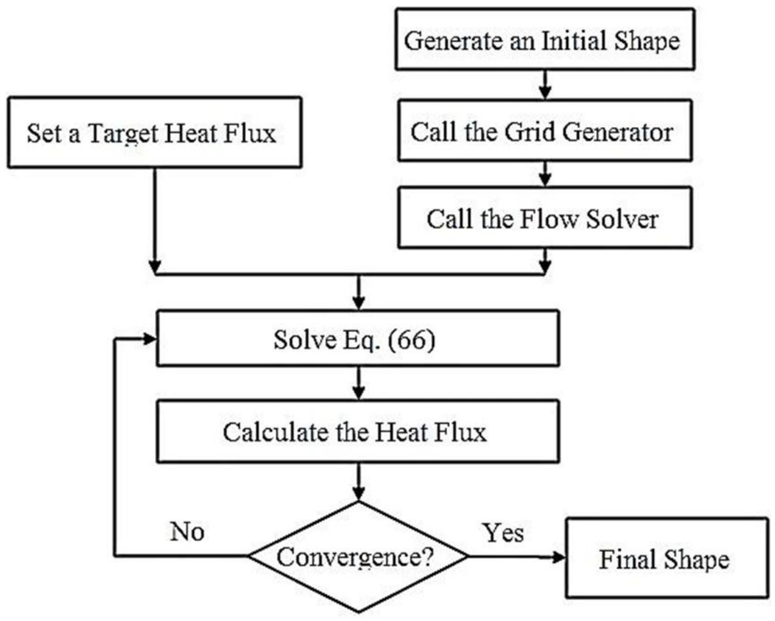

Fig. 3 The flowchart of the design algorithm

شکل 3 روندنمای الگوریتم طراحی

حلقه با حل دستگاه معادلات طراحی (رابطه 66) متغیرهای جریان و هندسه جدید به دست می‌آید. سپس شار حرارتی محاسبه شده و معیار همگرایی محاسبه می‌شود. در صورت همگرا شدن فرآیند طراحی به اتمام می‌رسد و در غیر این صورت با متغیرها میدانی و هندسه جدید، حلقه طراحی آنقدر تکرار می‌شود که معیار همگرایی ارضا شود.

معیار همگرایی الگوریتم طراحی نیز به صورت زیر تعریف می‌شود [3]:

$$\mathrm{Res}_{\mathrm{D}} = \frac{\sum_1^m \left|\mathrm{Q}_i^{\mathrm{target}} - \mathrm{Q}_i^{\mathrm{Current}}\right|}{\sum_1^m \left|\mathrm{Q}_i^{\mathrm{target}} - \mathrm{Q}_i^{0}\right|} \leq 0.01 \quad (67)$$

در رابطه فوق m تعداد گره‌های واقع روی مرز می‌باشد. بالانویس 0 نیز معرف مقدار مربوط به حدس اولیه می‌باشد. هر چند دقت الگوریتم توسعه داده شده از 0.01 بیشتر است اما پس از کاهش دو مرتبه‌ای باقیمانده، شکل تغییر محسوسی نمی‌کند و می‌توان فرآیند طراحی را همگرا شده تلقی نمود.

6- مسائل حل شده

در این بخش به منظور نشان دادن توانایی الگوریتم توسعه داده شده، چندین مسئله طراحی شکل مشتمل بر انواع مختلف انتقال حرارت جابجایی به کمک الگوریتم پیشنهادی حل می‌شوند. در تمام مثال‌ها عملکرد الگوریتم در مقادیر مختلفی از شده جابجایی سیال یا حرارت (که با اعداد بی بعد مربوط مشخص می‌شوند) و شبکه‌های مختلف بررسی می‌شود. در تمام مثال‌های حل شده، تعداد تکرارهای لازم جهت همگرایی الگوریتم و زمان انجام محاسبات نیز گزارش می‌شود. لازم به ذکر است که کلیه محاسبات این مقاله با یک لپ تاپ با پردازنده 7 هسته‌ای 2.2 GHz و 6 GB RAM انجام شده است.

6-1- جریان کوئت استوانه‌ای[1] (مسئله دارای حل تحلیلی)

شکل 4 طرحواره‌ای از این مسئله به همراه شرایط مرزی را نشان می‌دهد. در این مسئله، شعاع استوانه داخلی برابر r_{i} است و شعاع استوانه خارجی (r_{o}) به گونه‌ای طراحی می‌شود که شار خاصی روی آن وجود داشته باشد. استوانه داخلی در دمای T_{i} قرار داشته و با سرعت زاویه‌ای ثابت ω_{i} در حال چرخش است. استوانه خارجی نیز در دمای ثابت T_{o} ($T_{\mathrm{i}} > T_{\mathrm{o}}$) می‌باشد. در این مسئله مقیاس طول (L_0) و مقیاس سرعت (u_0) به ترتیب برابر r_{i} و $r_{\mathrm{i}}\omega_{\mathrm{i}}$ بوده و عدد رینولدز به‌صورت $\mathrm{Re} = \frac{r_{\mathrm{i}}^2\omega_{\mathrm{i}}}{\nu}$ تعریف می‌شود. بین دو استوانه هوا ($\mathrm{Pr} = 0.71$) وجود داشته و $\mathrm{Re} = 100$ می‌باشد. توزیع شار حرارتی بی‌بعد روی دیواره

1- Cylindrical Couette flow

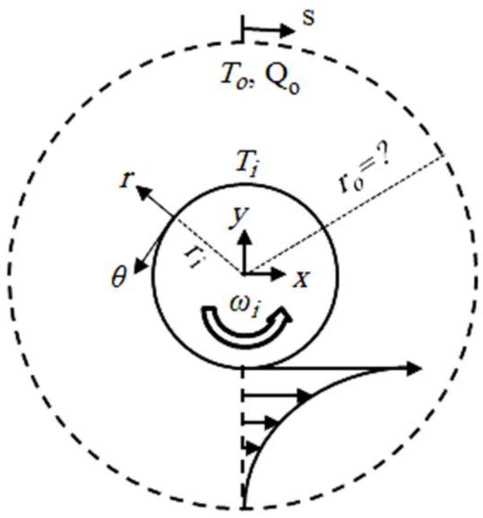

Fig. 4 Schematic view and boundary conditions in cylindrical Couette flow

شکل 4 طرح‌واره و شرایط مرزی در مسئله جریان کوئت استوانه‌ای

خارجی (Q_o) برحسب طول بی‌بعد دیواره (S^*) برای حدس اولیه و هدف طراحی در شکل 5 نمایش داده شده است. به منظور حل این مسئله از یک شبکه یکنواخت 100×100 استفاده شده است.

در شکل 6، روند همگرایی برای حل این مسئله نشان داده شده است. در این مسئله ضریب تخفیف (ω) 0.6 در نظر گرفته شده است.

شکل 7، روند تغییر شکل مرز استوانه خارجی در طول فرآیند طراحی را نشان می‌دهد. در این شکل جهت زیاد شدن تکرارها با پیکان مشخص شده

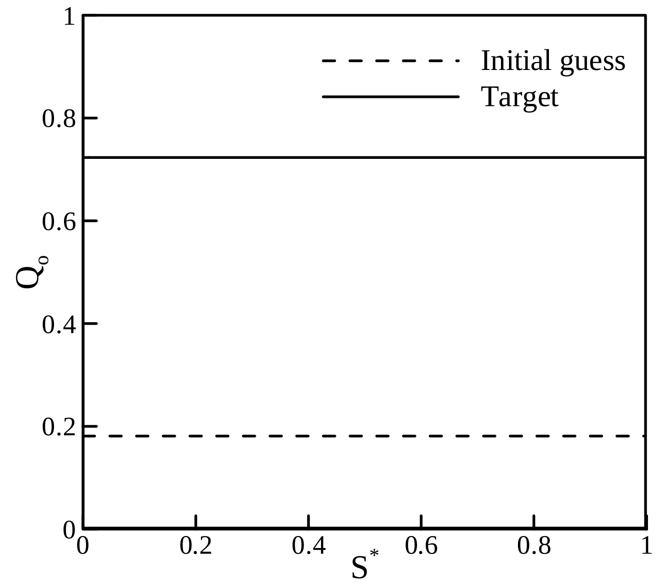

Fig. 5 Heat flux distributions for initial guess and target geometries in cylindrical Couette flow problem

شکل 5 توزیع شار برای هندسه اولیه و هندسه هدف در مسئله جریان کوئت استوانه-ای

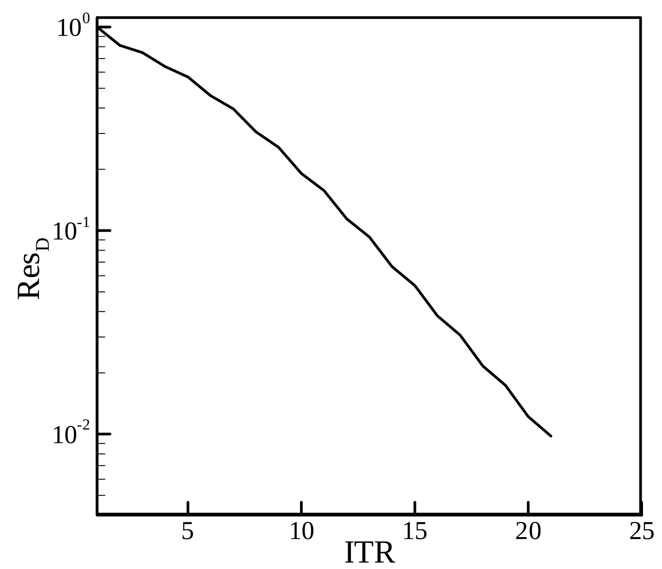

Fig. 6 Convergence histories in cylindrical Couette flow problem

شکل 6 روند همگرایی در مسئله جریان کوئت استوانه‌ای

است. چنان‌چه شکل 7 نشان می‌دهد میزان تغییر شکل در تکرارهای اولیه طراحی نسبت به تکرارهای پایانی بیشتر است.

در این مسئله، شار حرارتی بی بعد را می‌توان به صورت زیر محاسبه نمود [27]:

$$Q(r) = -\frac{1}{\ln(\frac{r_i}{r_o})}\frac{r_i}{r} \tag{68}$$

با قرار دادن $r_i = 1$ و $Q_o = 0.72$ در رابطه فوق مقدار $r_o = 2$ بدست می‌آید که با نتیجه بدست آمده از الگوریتم طراحی مطابقت دارد. در جدول 2، تعداد تکرارهای لازم، زمان انجام محاسبات و ضریب تخفیف مورد نیاز برای این مسئله در دو حالت Re = 10 و Re = 100 روی شبکه‌های مختلف برای دو مسئله طراحی و مسئله آنالیز در هندسه هدف آورده شده است. چنانچه جدول 2 نشان می‌دهد با افزایش عدد رینولدز تعداد تکرارها در مسئله طراحی و آنالیز افزایش می‌یابد. همچنین با افزایش دانسیته شبکه محاسباتی در رینولدز ثابت، تعداد تکرارها و ضریب تخفیف در مسئله آنالیز تغییر نمی-کند اما در مسئله طراحی ضریب تخفیف کوچک‌تر شده و متعاقبا تعداد تکرارها و زمان محاسبات افزایش می‌یابد. لازم بذکر است که در تمام حالت-ها، تعداد تکرارهای لازم برای حل مسئله طراحی از تعداد تکرارهای لازم برای حل مسئله آنالیز بیشتر می‌باشد. همچنین با توجه به زمان انجام کل محاسبات می‌توان دریافت که هر تکرار در مسئله طراحی از هر تکرار در مسئله آنالیز بیشتر طول می‌کشد. علت این امر را می‌توان به پیچیده‌تر بودن محاسبات مسئله طراحی نسبت به محاسبات مسئله آنالیز و بزرگتر بودن ماتریس طراحی نسبت به ماتریس آنالیز نسبت داد.

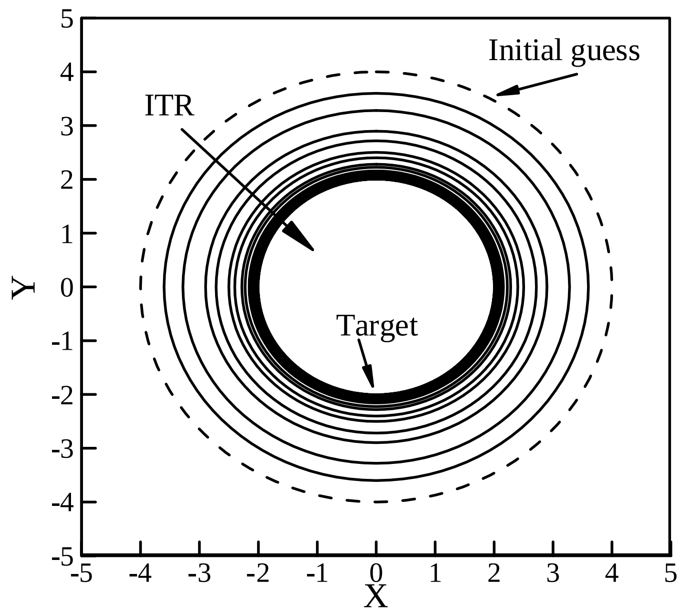

Fig. 7 Shape evolution in cylindrical Couette flow problem

شکل 7 روند تغییر مرز در مسئله جریان کوئت استوانه‌ای

جدول 2 ضریب تخفبف، تعداد تکرارها و زمان انجام محاسبات در مسئله جریان کوئت استوانه ای برای اعداد رینولدز مختلف روی شبکه های محاسباتی گوناگون

Table 2 Under-relaxation, iteration number and computational time in cylindrical Couette flow problem at different Reynolds numbers and on various computational grids

رینولدز	شبکه	ضریب تخفیف		تکرارها		زمان (s)	
		آنالیز	طراحی	آنالیز	طراحی	آنالیز	طراحی
10	50×50	1	0.9	5	7	1.15	1.71
	75×75	1	0.9	5	7	2.42	3.59
	100×100	1	0.8	5	9	4.33	8.27
100	50×50	1	0.8	10	14	2.15	3.19
	75×75	1	0.8	9	16	4.34	8.19
	100×100	1	0.6	9	21	7.66	18.98

[DOR: 20.1001.1.10275940.1395.16.1.14.7]

2-6- نازل (جابجایی اجباری)

دومین مسئله، طراحی یک نازل با دمای دیواره ثابت به گونه‌ای است که توزیع شار حرارتی روی دیواره‌های آن از توزیع شار حرارتی روی دیواره‌های حدس اولیه بالاتر قرار بگیرد یا به عبارت دیگر، در طول عبور سیال از مجرا انتقال حرارت بیشتری رخ دهد. طرحواره این مسئله به همراه شرایط مرزی در شکل 8 نشان داده شده است. در این مسئله طول کانال (L) و ورودی کانال (H) معلوم هستند و جریان با سرعت $U(Y) = 1.5(4Y - 4Y^2)$ وارد نازل می‌شود. دیواره‌های نازل در دمای T_w و دمای سیال ورودی T_{in} می‌باشد که $T_w > T_{in}$ است. برای سیال داخل نازل $Pr = 1$ می‌باشد. مقیاس طول (L_0) در این مسئله برابر H بوده و مقیاس سرعت، سرعت متوسط ورودی می‌باشد. در این مسئله $Re = 200$ می‌باشد. توزیع شار بدون بعد روی دیواره برای حدس اولیه و هندسه هدف در شکل 9 نمایش داده شده است. برای حل این مسئله از یک شبکه یکنواخت 100×60 استفاده شده است.

در شکل 10، روند همگرایی برای حل این مسئله نشان داده شده است. در این مسئله ضریب تخفیف (ω) 0.4 در نظر گرفته شده است. شکل 11 روند تغییر شکل دیواره نازل در طول فرآیند طراحی را نشان می‌دهد. در این شکل جهت زیاد شدن تکرارها با پیکان مشخص شده است. چنانچه شکل 11 نشان می‌دهد، میزان تغییر شکل در تکرارهای اولیه طراحی نسبت به تکرارهای پایانی بیشتر است.

در جدول 3، تعداد تکرارهای لازم، زمان انجام محاسبات و ضریب تخفیف مورد نیاز برای این مسئله در دو حالت $Re = 50$ و $Re = 200$ روی

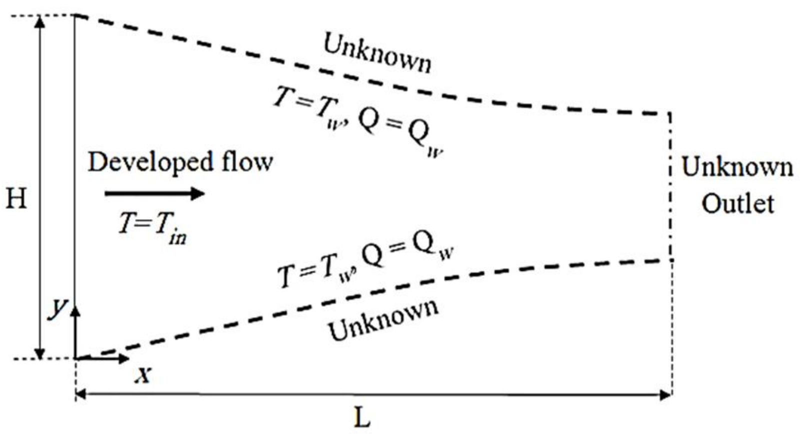

Fig. 8 Schematic view and boundary conditions in the nozzle design problem

شکل 8 طرحواره و شرایط مرزی در مسئله طراحی نازل

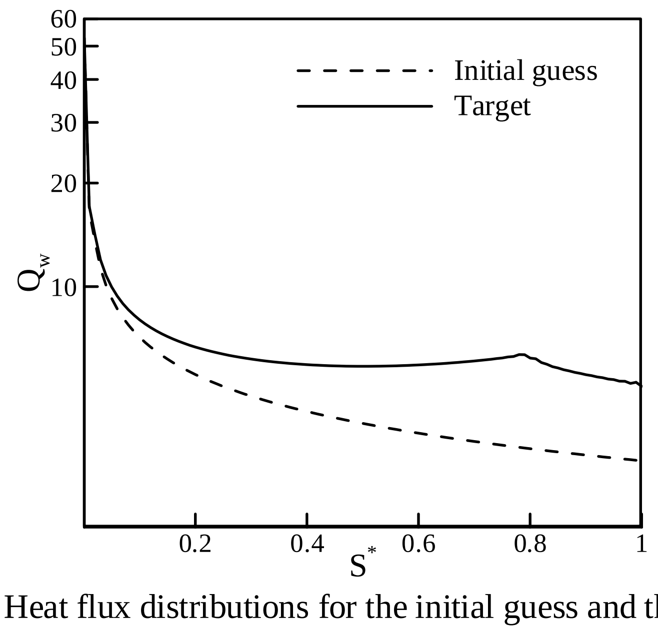

Fig. 9 Heat flux distributions for the initial guess and the target geometry in the nozzle design problem

شکل 9 توزیع شار برای هندسه اولیه و هندسه هدف در مسئله طراحی نازل

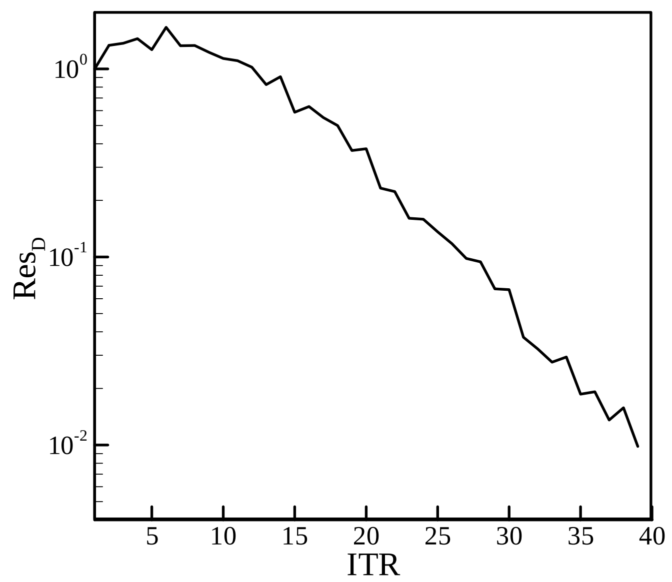

Fig. 10 Convergence history in the nozzle design problem

شکل 10 روند همگرایی در مسئله طراحی نازل

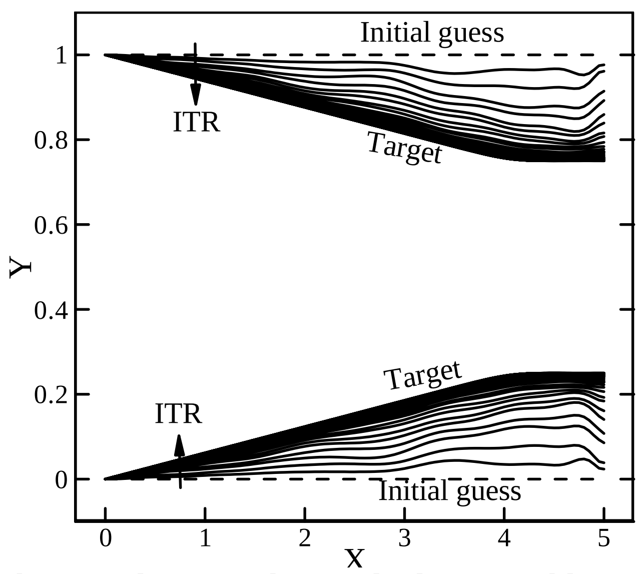

Fig. 11 Shape evolution in the nozzle design problem

شکل 11 روند تغییر مرز در مسئله طراحی نازل

جدول 3 ضریب تخفیف، تعداد تکرارها و زمان انجام محاسبات در مسئله طراحی نازل برای اعداد رینولدز مختلف و روی شبکه های محاسباتی گوناگون

Table 3 Under-relaxation, iteration number and computational time in the nozzle design problem at different Reynolds numbers and on various computational grids

رینولدز	شبکه	ضریب تخفیف		تکرارها		زمان (s)	
		آنالیز	طراحی	آنالیز	طراحی	آنالیز	طراحی
50	50×20	1	0.9	11	13	0.71	1.61
	75×40	1	0.8	9	16	1.63	3.87
	100×60	1	0.7	9	18	3.34	8.12
200	50×20	1	0.7	33	42	1.96	5.44
	75×40	1	0.5	21	38	3.69	8.96
	100×60	1	0.4	15	39	5.48	17.39

شبکه‌های مختلف محاسباتی برای دو مسئله طراحی و مسئله آنالیز در هندسه هدف آورده شده است. رفتار داده‌های موجود در جدول 3 مشابه رفتار داده‌های موجود در جدول 2 می‌باشد.

3-6- چنبرک هم مرکز [1] (جابجایی طبیعی)

به منظور نشان دادن توانایی الگوریتم ارائه شده در طراحی مرز در جریان‌های مشتمل بر جابجایی طبیعی، مسئله تعیین شعاع استوانه خارجی یک چنبرک هم مرکز که توزیع شار حرارتی بی‌بعد روی استوانه خارجی ثابت و بیشتر از مقدار حدس اولیه می‌باشد، به عنوان سومین مسئله این بخش حل می‌شود.

1- Concentric annulus

[DOR: 20.1001.1.10275940.1395.16.1.14.7]

طرحواره این مسئله به همراه شرایط مرزی در شکل 12 نمایش داده شده است. در این مسئله استوانه داخلی در دمای T_i قرار داشته در حالی که استوانه خارجی در دمای ثابت T_o ($T_i > T_o$) می‌باشد. هر دو استوانه ثابت هستند. توزیع شار حرارتی هدف و اولیه نیز در شکل 13 نشان داده شده است. در این مسئله مقیاس طول (L_0) برابر r_i بوده و عدد رایلی به‌صورت $\mathrm{Ra} = (g\beta(T_\mathrm{h} - T_\mathrm{c})\, r_\mathrm{i}^3)/\nu\alpha$ تعریف می‌شود. در این مسئله سیال عامل هوا ($\mathrm{Pr} = 0.71$) و عدد رایلی برابر 10^3 می‌باشد. به منظور حل مسئله نیز از یک شبکه یکنواخت 100×100 استفاده شده است.

در شکل 14، روند همگرایی برای حل این مسئله نشان داده شده است. در این مسئله ضریب تخفیف (ω) 0.5 در نظر گرفته شده است. شکل 15 روند تغییر شکل دیواره خارجی چنبرک در طول فرآیند طراحی را نشان می‌دهد. در این شکل جهت زیاد شدن تکرارها با پیکان مشخص شده است. چنانچه از شکل 15 مشخص است میزان تغییر شکل در تکرارهای اولیه طراحی نسبت به تکرارهای پایانی بیشتر است.

در جدول 4، تعداد تکرارهای لازم، زمان انجام محاسبات و ضریب تخفیف مورد نیاز برای این مسئله در دو حالت $\mathrm{Ra} = 10^2$ و $\mathrm{Ra} = 10^3$ روی شبکه‌های مختلف محاسباتی آورده شده است. چنانچه جدول 4 نشان می‌دهد با افزایش عدد رایلی تعداد تکرارها در مسئله طراحی افزایش و در مسئله آنالیز ثابت می‌ماند. همچنین با افزایش دانسیته شبکه محاسباتی در رایلی ثابت، تعداد تکرارها و ضریب تخفیف در مسئله آنالیز تغییر نمی‌کند اما در مسئله طراحی ضریب تخفیف کوچکتر شده و متعاقبا تعداد تکرارها و زمان محاسبات افزایش می‌یابد. لازم به ذکر است که در این مسئله نیز در تمام حالت‌ها، تعداد تکرارهای لازم برای حل مسئله طراحی از تعداد تکرارهای لازم برای حل مسئله آنالیز بیشتر می‌باشد، همچنین با توجه به زمان انجام کل محاسبات می‌توان دریافت که هر تکرار در مسئله طراحی از هر تکرار در مسئله آنالیز بیشتر طول می‌کشد.

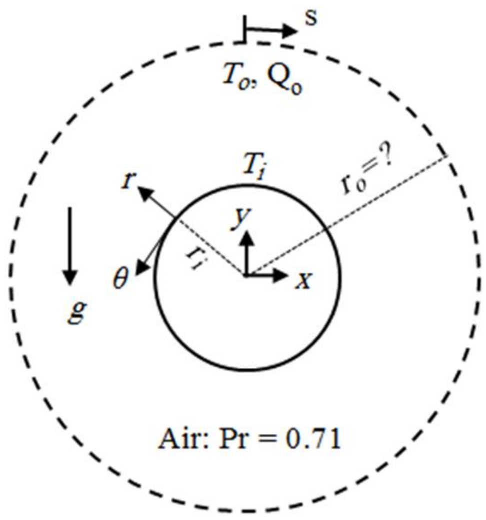

Fig. 12 Schematic view and boundary conditions in the concentric annuls design problem

شکل 12 طرحواره و شرایط مرزی در مسئله طراحی چنبرک هم مرکز

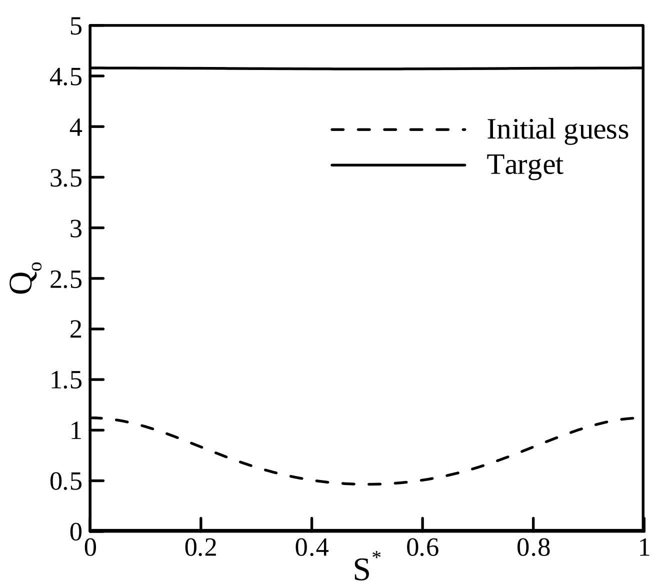

Fig. 13 Heat flux distributions for the initial guess and the target geometry in the concentric annuls design problem

شکل 13 توزیع شار برای هندسه اولیه و هندسه هدف در مسئله طراحی چنبرک هم مرکز

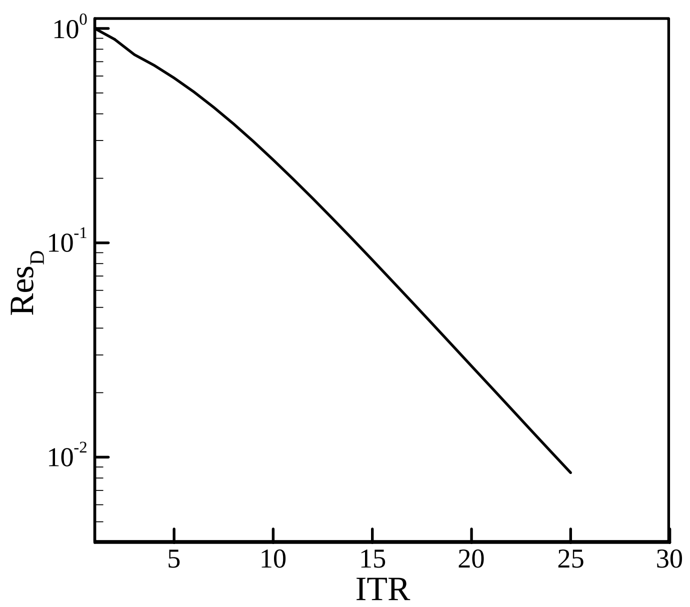

Fig. 14 Convergence history in the concentric annuls design problem

شکل 14 روند همگرایی در مسئله طراحی چنبرک هم مرکز

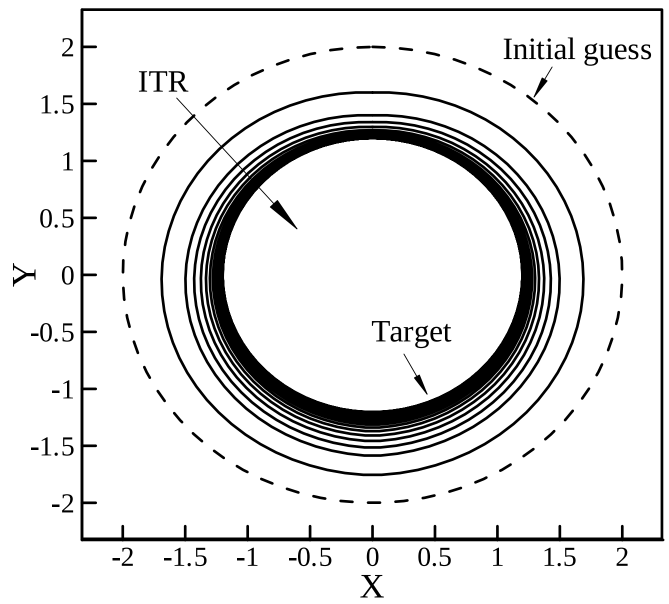

Fig. 15 Shape evolution in the concentric annuls design problem

شکل 15 روند تغییر مرز در مسئله طراحی چنبرک هم مرکز

جدول 4 ضریب تخفیف، تعداد تکرارها و زمان انجام محاسبات در مسئله طراحی چنبرک هم مرکز برای اعداد رایلی مختلف و شبکه های محاسباتی گوناگون

Table 4 Under-relaxation, iteration number and computational time in the concentric annuls design problem at different Rayleigh numbers and on various computational grids

رایلی	شبکه	ضریب تخفیف		تکرارها		زمان (s)	
		آنالیز	طراحی	آنالیز	طراحی	آنالیز	طراحی
10^2	50×50	1	0.8	4	9	0.90	2.75
	75×75	1	0.7	4	13	2.00	7.61
	100×100	1	0.6	4	18	3.49	17.41
10^3	50×50	1	0.7	4	14	0.90	5.50
	75×75	1	0.6	4	19	2.00	11.11
	100×100	1	0.5	4	25	3.49	24.05

[DOR: 20.1001.1.10275940.1395.16.1.14.7]

6-4- محفظه با درپوش متحرک (جابجایی ترکیبی)

آخرین مثال طراحی در این مقاله، طراحی دیواره موجی شکل یک محفظه با درپوش متحرک می‌باشد. در حقیقت این مسئله به منظور نشان دادن توانایی الگوریتم ارائه شده در طراحی شکل مرز در جریان‌های مشتمل بر جابجایی ترکیبی انتخاب شده است. علاوه بر هدف مذکور، سطوح نامنظم[1] در بسیاری از کاربردهای مهندسی نظیر وسایل میکرو الکترونیک[2]، کلکتورهای خورشیدی صفحه تخت[3]، کندانسورهای صفحه تخت[4] موجود در یخچال‌ها و فریزرها و کاربردهای ژئو فیزیکی[5] مانند جریان در پوسته زمین، سیستم‌های کابلی زیر زمینی[6]، ماشین آلات الکتریکی[7]، سیستم‌های خنک کاری[8] وسایل میکرو الکترونیکی و ... به منظور بهبود انتقال حرارت به‌کار گرفته می‌شوند [33,32]. در حقیقت در این کاربردها، سطوح دما ثابت به شکل عمدی بصورت نوسانی یا موجی شکل در می آیند تا نرخ انتقال حرارت افزایش یابد [33,32]. لازم به ذکر است که سطوح موجی شکل در خنک‌کاری اجزای الکتریکی و هسته‌ای به گونه‌ای طراحی می‌شوند که یک توزیع شار مشخص را ارضا کنند [32]. طرحواره این مسئله به همراه شرایط مرزی در شکل 16 نمایش داده شده است. چنانچه شکل نشان می‌دهد، در این مسئله دیواره پایینی و بالایی محفظه به ترتیب در دمای T_h و T_c قرار دارند که $T_h > T_c$ می‌باشد. دیواره‌های راست و چپ نیز عایق هستند. دیواره بالایی محفظه با سرعت ثابت u_l از سمت چپ به سمت راست حرکت می‌کند. محفظه با سیالی با Pr = 1 پر شده است. مقیاس طول (L_0) و مقیاس سرعت (u_0) به ترتیب L و u_l می‌باشند و عدد رینولدز به صورت $\mathrm{Re} = \frac{u_l L}{\nu}$ و عدد گراشف به صورت $\mathrm{Gr} = \frac{g\beta(T_h-T_c)L^3}{\nu^2}$ تعریف می‌شوند. در این مثال Ri = 1، $\mathrm{Gr} = 10^4$ و Re = 100 می‌باشد. توزیع اولیه و هدف شار حرارتی بی بعد نیز در شکل 17 نشان داده شده است. لازم به ذکر است که هندسه اولیه، یک محفظه با دیواره پایینی تخت می‌باشد و توزیع شار هدف نیز از مرجع [32] انتخاب شده است. برای حل این مسئله از یک شبکه یکنواخت 100×100 استفاده شده است.

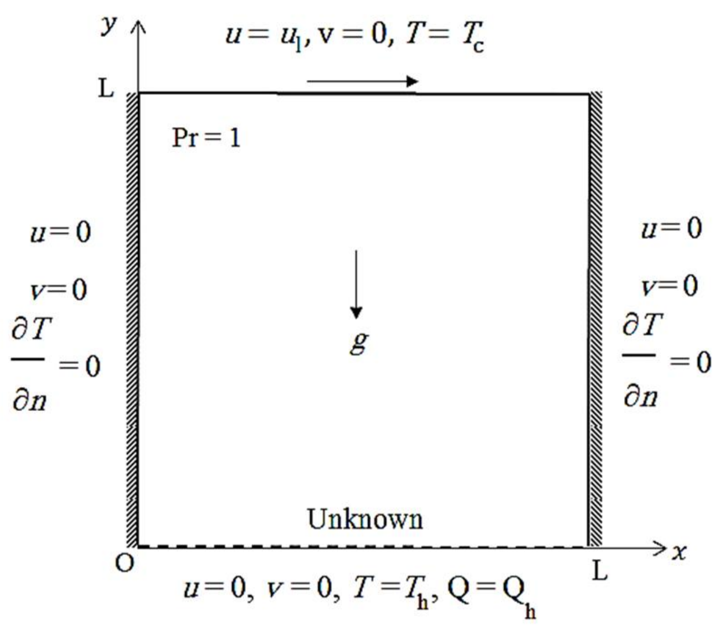

Fig. 16 Schematic view and boundary conditions in the lid-driven cavity problem

شکل 16 طرحواره و شرایط مرزی در مسئله محفظه با درپوش متحرک

1- Irregular surfaces
2- Micro-electronic devices
3- Fat-plate solar collectors
4- Fat-plate condensers
5- Geophysical
6- Underground cable systems
7- Electric machinery
8- Cooling system

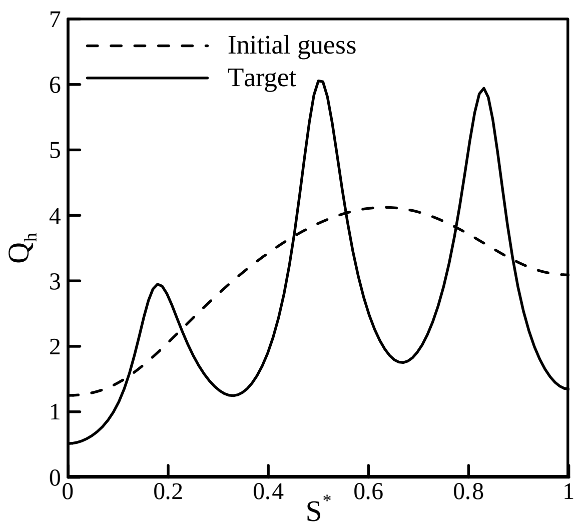

Fig. 17 Heat flux distributions for the initial guess and the target geometry in the lid-driven cavity problem

شکل 17 توزیع شار برای هندسه اولیه و هندسه هدف در مسئله محفظه با درپوش متحرک

در شکل 18، روند همگرایی برای حل این مسئله نشان داده شده است. در این مسئله ضریب تخفیف (ω) 0.6 در نظر گرفته شده است. شکل 19 روند تغییر شکل دیواره پایینی محفظه را در برخی از تکرارهای فرآیند طراحی نشان می‌دهد. شکل به دست آمده با هندسه ارائه شده در مرجع [32] مطابقت دارد. همچنین میزان تغییر شکل در تکرارهای اولیه طراحی نسبت به تکرارهای پایانی بیشتر است.

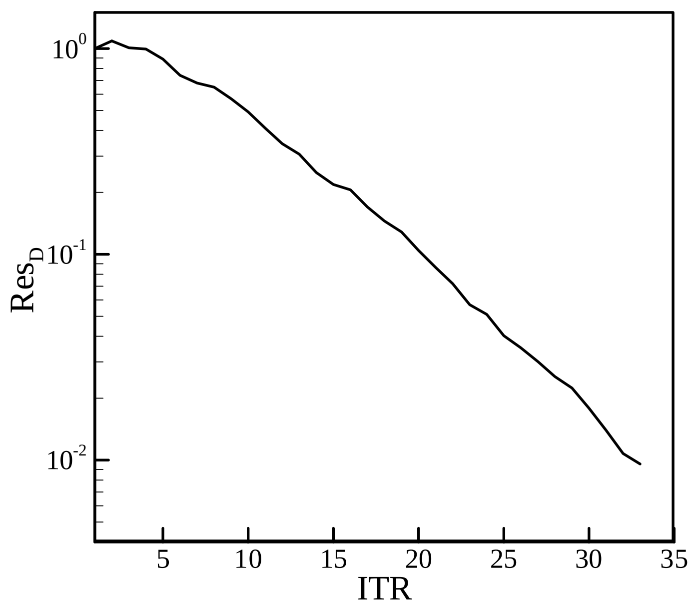

Fig. 18 Convergence history in the lid-driven cavity problem

شکل 18 روند همگرایی در مسئله محفظه با درپوش متحرک

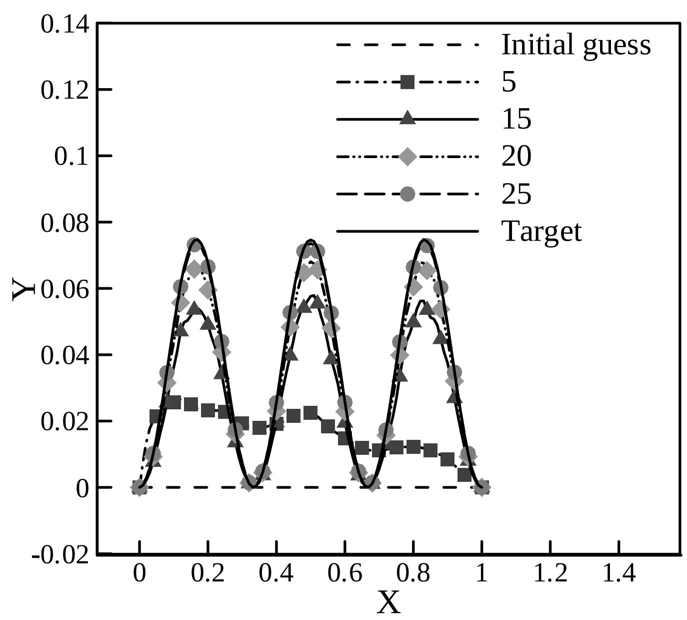

Fig. 19 Shape evolution in the lid-driven cavity problem

شکل 19 روند تغییر مرز در مسئله محفظه با درپوش متحرک

جدول 5 ضریب تخفیف، تعداد تکرارها و زمان انجام محاسبات در مسئله محفظه با درپوش متحرک روی شبکه های محاسباتی گوناگون

Table 5 Under-relaxation, iteration number and computational time in the lid-driven cavity problem on various computational grids

	ضریب تخفیف		تکرارها		زمان (s)	
شبکه	آنالیز	طراحی	آنالیز	طراحی	آنالیز	طراحی
50×50	1	0.8	16	26	3.10	6.73
75×75	1	0.7	16	30	7.32	15.82
100×100	1	0.6	16	33	13.16	29.45

در جدول 5، تعداد تکرارهای لازم، زمان انجام محاسبات و ضریب تخفیف مورد نیاز برای این مسئله روی شبکه‌های مختلف محاسباتی آورده شده است. رفتار داده‌های موجود در جدول 5 نیز مشابه رفتار داده‌های مربوط به مسائل قبل می‌باشد.

7- نتیجه گیری

در این مقاله، روش طراحی مستقیم برای طراحی مرزهایی با توزیع دما و شار حرارتی مشخص در مسائل مشتمل بر انتقال حرارت جابجایی معرفی و به کار گرفته شده است و نتایج زیر به دست آمده‌اند:

- نتایج بدست آمده حاکی از توانایی الگوریتم توسعه داده شده در حل مسائل طراحی شکل مشتمل بر انواع انتقال حرارت جابجایی داخلی می‌باشد.
- تغییر شکل مرز مورد طراحی در تکرارهای اولیه بیشتر از تغییر شکل آن در تکرارهای پایانی می‌باشد.
- در تمام مسائل حل شده، تعداد تکرارهای لازم برای حل مسئله طراحی از تعداد تکرارهای لازم برای حل مسئله آنالیز بیشتر است.
- در تمام مسائل حل شده، ضریب تخفیف استفاده شده برای مسئله طراحی از ضریب تخفیف استفاده شده برای مسئله آنالیز کوچک‌تر می‌باشد.
- در تمام مسائل حل شده، با افزایش دانسیته شبکه، ضریب تخفیف حلگر طراحی کاهش یافته و متعاقبا تعداد تکرارها افزایش می‌یابد. با افزایش دانسیته شبکه، تغییر محسوسی در تعداد تکرارها و ضریب تخفیف حلگر آنالیز رخ نمی‌دهد.
- در تمام مسائل حل شده، زمان مورد نیاز برای یک تکرار حلقه طراحی از زمان مورد نیاز برای یک تکرار حلقه آنالیز بیشتر است.

8- فهرست علائم

A سطح حجم کنترل، ماتریس ضرایب
$a_i^{UU}, a_i^{UP}, \ldots$ ضرایب تاثیر در روابط (29) تا (32)
B ماتریس ضرایب
b^U, b^V, b^P, b^θ بردارهای ثوابت
$C_j^{PU}, C_j^{PV}, \ldots$ ضرایب تاثیر در روابط (38) تا (41)
d^{Rl}, d^{Ru}, d^θ بردارهای ثوابت
F جمله جریانی
g شتاب گرانش (ms^{-2})
$G_m^{VD}, G_m^{\theta D}$ ضرایب تاثیر در روابط (25) و (26)
Gr عدد گراشهف
$H_j^{PU}, H_j^{PV}, \ldots$ ضرایب تاثیر در روابط (33) تا (36)
L طول (m)
M دبی حجمی بی بعد
N توابع شکل
P فشار بی بعد
p فشار ($kg\, m^{-1}s^{-2}$)
Pe عدد پکلت
Pr عدد پرانتل
Q شار بی بعد
R اسپاین
Ra عدد رایلی
Re عدد رینولدز
Res باقیمانده
Ri عدد ریچاردسون
$\mathcal{S}, S, s$ جملات چشمه
T دما (K)
U, V مولفه های سرعت بی بعد
u, v مولفه های سرعت (ms^{-1})
X, Y مختصات بی بعد کارتزین
x, y مختصات کارتزین (m)

علائم یونانی

α پخشندگی گرمایی ($Jm^{-3}K^{-1}$)
β ضریب انبساط گرمایی (K^{-1})
θ دمای بی بعد
ν لزجت سینماتیکی (m^2s^{-1})
ρ چگالی (kgm^{-3})
ω ضریب تخفیف، سرعت زاویه‌ای (s^{-1})

بالانویس‌ها

n مرحله تکرار

زیرنویس‌ها

c سرد
h گرم
ip نقطه انتگرالی

9- مراجع

[1] S. Kubo, Classification of inverse problems arising in field problems and their treatments, *Proceedings of First IUTAM Symposium on Inverse Problems in Engineering Mechanics*, Berlin: Springer-Verlag, pp. 51-60, 1992.
[2] A. Ashrafizadeh, G. D. Raithby, G. D. Stubley, Direct design of ducts, *Journal of Fluids Engineering*, Vol. 125, No. 1, pp. 158-165, 2003.
[3] M. Nikfar, A. Ashrafizadeh, P. Mayeli, Inverse shape design via a new physical-based iterative solution strategy, *Inverse Problems in Science and Engineering*, Vol. 23, No. 7, pp. 1138-1162, 2015.
[4] S. S. Rao, *Engineering optimization, theory and practice*, Third Edittion, pp. 18-24, New York: Wiley, 1996.
[5] L. De Vito, R. van den Braembussche, A novel two-dimensional viscous inverse design method for turbomachinery blading, *Transaction of ASME*, Vol. 125, No. 2, pp. 310-316, 2003.
[6] M. Nili-Ahmadabadi, M. Durali, , A. Hajilouy, F. Ghadak, Inverse design of 2D subsonic ducts using flexible string algorithm, *Inverse Problems in Science and Engineering*, Vol. 17, No. 8, pp. 1037-1057, 2009.
[7] M. Nili-Ahmadabadi, F. Ghadak, M. Mohammadi, Subsonic and transonic airfoil inverse design via ball-spine algorithm, *Computers and Fluids*, Vol. 84, No. 7, pp. 87-96, 2013.
[8] M. Safari, M. Nili-Ahmadabadi, A. Ghaei, E. Shirani, Inverse design in subsonic and transonic external flow regimes using

[22] A. Ashrafizadeh, G. D. Raithby, Design Solution of the Elliptic Grid Generation Equations, *Numerical Heat Transfer Part B*, Vol. 50, No. 3, pp. 217-230, 2006.
[23] M. Taiebi-Rahni, F. Ghadak, A. Ashrafizadeh, A direct design approach using the Euler equations, *Inverse Problems in Science and Engineering*, Vol. 16, No. 2, pp. 217-231, 2008.
[24] F. Ghadak, M. Taiebi-Rahni, A. Ashrafizadeh, Direct design of branched ducts, *Scientia Iranica*, Vol. 16, No. 2, pp. 111-120, 2009.
[25] A. Ashrafizadeh, S. Okhovat, M. Pourbagian, G. D. Raithby, A semi-coupled solution algorithm in aerodynamic inverse shape design, *Inverse Problems in Science and Engineering*, Vol. 19, No. 4, pp. 509-528, 2011.
[26] G. E. Schneider, M. J. Raw, Control volume finite-element method for heat transfer and fluid flow using collocated variables Part I: computational procedure, *Numerical Heat Transfer*, Vol. 11, No. 4, pp. 363-390, 1987.
[27] A. Bejan, *Convection heat transfer*, Third Edittion, New York: Wiley, pp. 8-24, 2004.
[28] A. Ashrafizadeh, M. Rezvani, B. Bakhtiari, Pressure-velocity coupling on co-located grids using the method of proper closure equations, *Numerical Heat Transfer Part B*, Vol. 56, No. 3, pp. 259-273, 2009.
[29] M. Rezvani, A. Ashrafizadeh, Numerical simulation of the inter-equation couplings in all-speed flows via the method of proper closure equations, *Numerical Heat Transfer Part A*, Vol. 58, No. 4, pp. 313-332, 2010.
[30] A. Ashrafizadeh, B. A. Bavafa, P. Mayeli, A new co-located pressure-based discretization method for the numerical solution of incompressible Navier-Stokes equations, *Numerical Heat Transfer Part B*, Vol. 67, No. 6, pp. 563-589, 2015.
[31] M Nikfar, A. Ashrafizadeh, A coupled element-based finite volume method for the solution of incompressible Navier-Stokes equations, *Numerical Heat Transfer Part B*, Accepted for publication, 2015.
[32] A. Al-Amiri, K. Khanafer, J. Bull, I. Pop, Effect of the sinusoidal wavy bottom surface on mixed convection heat transfer in a lid-driven cavity, *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol. 50, No. 10, pp. 1771-1780, 2007.
[33] M. Nikfar, M. Mahmoodi, Meshless local Petrov-Galerkin analysis of free convection of nanofluid in a cavity with wavy side walls, *Engineering Analysis with Boundary Elements*, Vol. 36, No. 3, pp. 433-445, 2012.

Elastic Surface Algorithm, *Computers and Fluids*, Vol. 102, No. 8, pp. 41-51, 2014.
[9] R. L. Barger, C. W. Brooks, A streamline curvature method for design of supercritical and subcritical airfoils, NASA Technical Note, No. NASA TN D-7770, USA, 1974.
[10] P. Garabedian, G. McFadden, Design of supercritical swept wings, *AIAA journal*, Vol. 20, No. 3, pp. 289-291, 1982.
[11] G. S. Dulikravich, D. P. Baker, Aerodynamic shape inverse design using a Fourier series method, *Proceedings of 37th Aerospace Sciences Meeting and Exhibit*, USA: AIAA, pp. 289-291, 1999.
[12] J. D. Stanitz, A review of certain inverse methods for the design of ducts with 2- or 3-dimensional potential flow, *Applied Mechanic Review*, Vol. 41, No. 6, pp. 217-238, 1988.
[13] L. Zannetti, A natural formulation for the solution of two-dimensional or axisymmetric inverse problems, *International Journal of Numerical Methods in engineering*, Vol. 22, No. 2, pp. 451-463, , 1986.
[14] P. Chaviaropoulos, V. Dedoussis, K. D. Papailiou, On the 3-D inverse potential target pressure problem. Part I: Theoretical aspects and method formulation, *Journal of Fluid Mechanics*, Vol. 282, No. 1, pp. 131-146, 1995.
[15] P. Chaviaropoulos, V. Dedoussis, K. D. Papailiou, On the 3-D inverse potential target pressure problem. Part II: Numerical aspects and application to duct design, *Journal of Fluid Mechanics*, Vol. 282, No. 1, pp. 147-162, 1995.
[16] J. E. Borges, Computational method for the design of ducts, *Computers and Fluids*, Vol. 36, No. 2, pp. 480-483, 2007.
[17] A. Ashrafizadeh, *A direct shape design method for thermo-fluid engineering problems*, PhD Thesis, University of Waterloo, Waterloo, 2000.
[18] G. D. Raithby, W. X. Xu, G. D. Stubley, Prediction of incompressible free surface flows with an element-based finite volume method, *Journal of Computational Fluid Dynamics*, Vol. 4, No. 3, pp. 353-371, 1995.
[19] W. X. Xu, G. D. Raithby, , G. D. Stubley, Application of a novel algorithm for moving surface flows, Proceeding of *4th Annual Conference of the Computational Fluid Dynamics*, Ottawa: Society of Canada, pp. 201-211, 1996.
[20] A. Ashrafizadeh, G. D. Raithby, G. D. Stubley, Direct design of shape, *Numerical Heat Transfer Part B*, Vol. 41, No. 6, pp. 501-520, 2002.
[21] A. Ashrafizadeh, G. D. Raithby, G. D. Stubley, Direct design of airfoil shape with a prescribed surface pressure, *Numerical Heat Transfer Part B*, Vol. 46, No. 6, pp. 505-527, 2004.