



تأثیر جریان‌های ثانویه ایجادشده توسط میکرومیکسرهای منحنی شکل با هندسه‌های مختلف روی اختلاط سیالات غیرنیوتنی

سیما باهری‌اسلامی^{1*}، مرضیه خضرلو²، رضا غررائی خسروشاهی³

1- استادیار، مهندسی مکانیک، دانشگاه تبریز، تبریز

2- کارشناس ارشد، مهندسی مکانیک، دانشگاه تبریز، تبریز

3- استادیار، مهندسی مکانیک، دانشگاه شهید مدنی آذربایجان، تبریز

* baheri@tabrizu.ac.ir, 14766-51666، تبریز

اطلاعات مقاله

مقاله پژوهشی کامل

دریافت: 19 آذر 1394

پذیرش: 11 فرودین 1395

ارائه در سایت: 03 خرداد 1395

کلید واژگان:

سیال غیرنیوتنی

جریان ثانویه

میکرومیکسر غیرفعال

درجه اختلاط

چکیده

از آنجایی که بیشتر سیالات در کاربردهای مهندسی و بیولوژیکی غیرنیوتنی هستند، مطالعه اختلاط سیالات غیرنیوتنی بسیار مهم است. در این مطالعه اختلاط سیالات غیرنیوتنی در میکرومیکسرهای منحنی شکل از جریان‌های ثانویه برای بهبود اختلاط سیالات استفاده می‌شود. در این مطالعه اختلاط سیالات غیرنیوتنی در میکرومیکسرهای منحنی به صورت عددی و با استفاده از کد متن باز این فوم بررسی شده است. بررسی‌ها با فرض جریان سه‌بعدی، پایا و تراکم‌ناپذیر و برای اعداد رینولدز 0.1-300 انجام گرفت. در این مطالعه از آب به عنوان سیال نیوتنی و از محلول آبی کربوکسی متیل سلولز با غلظت‌های متفاوت به عنوان سیال غیرنیوتنی استفاده شد. تأثیر عدد رینولدز جریان، کمیت‌های لزجت سیال قانون توانی و هندسه میکرومیکسر روی درجه اختلاط و افت فشار بی‌بعد مطالعه شد و نتایج با نتایج مربوط به میکرومیکسر مستقیم مقایسه شد. نتایج نشان داد که با کاهش شاخص توانی سیال، درجه اختلاط کاهش می‌یابد و بازده اختلاط برای سیالات رقیق‌شونده در هندسه‌های دارای پیچ‌های تیز بهتر است. همچنین با افزایش عدد رینولدز و به تبع آن افزایش سرعت، اثرات گریز از مرکزی بیشتر شده و اختلاط بهبود می‌یابد. بررسی هم‌زمان درجه اختلاط و افت فشار نشان داد که برای رینولدزهای پایین و شاخص‌های توانی کوچک، میکرومیکسر-b عملکرد بهتری دارد.

The effect of secondary flows created by curved micromixers with various geometries on mixing of non-Newtonian fluids

Sima Baheri Islami^{1*}, Marzieh Khezerloo², Reza Gharraei³

1, 2- Faculty of Mechanical Engineering, University of Tabriz, Tabriz, Iran.

3- Mechanical Engineering Department, Azarbaijan Shahid Madani University, Tabriz, Iran.

* P.O.B. 51666-14766, Tabriz, Iran, baheri@tabrizu.ac.ir

ARTICLE INFORMATION

Original Research Paper

Received 10 December 2015

Accepted 30 March 2016

Available Online 23 May 2016

Keywords:

Non-Newtonian fluid

secondary flow

passive micromixer

mixing index

ABSTRACT

Since the majority of fluids in engineering and biologic applications are non-Newtonian, the study on mixing of non-Newtonian fluids is very important. Secondary flows are used in curved micromixers to improve the mixing of fluids. In this study, a numerical study was performed on the mixing of non-Newtonian fluids in curved micromixers using Open source CFD code of OpenFOAM. The flow was assumed three-dimensional, steady and incompressible and Reynolds numbers were between 0.1-300. Also, water and CMC solution were used for simulation of Newtonian and non-Newtonian fluid flows, respectively. The effect of Reynolds number, power-law viscosity parameters and micromixer geometry on mixing index and non-dimensional pressure drop was studied and results were compared with those of the straight channel micromixer. The results showed that the mixing index decreased by decreasing the power law index. The mixing index was high for shear thinning flows in micromixers with sharp turns. Also, by increasing the Reynolds number, and therefore velocity, centrifugal force effects increased and mixing improved. Simultaneous investigation of mixing index and pressure drop showed that, for low Reynolds numbers and small power law indexes micromixer-b had better performance.

1- مقدمه

سیستم‌های میکروسایالی است. از طرفی بیشتر مواد بیولوژیکی و شیمیایی در سیستم‌های میکروسایالی سیالات غیرنیوتنی هستند، از این رو بررسی اختلاط سیال‌های غیرنیوتنی در میکرومیکسرها بسیار پراهمیت است. میکرومیکسرها به دو دسته فعال و غیرفعال تقسیم می‌شوند [1]. میکرومیکسرها فعال برای اختلاط نیاز به انرژی خارجی دارند. این انرژی می‌تواند به صورت میدان

در دو دهه اخیر تکنولوژی آزمایشگاه تراشه‌ای سبب توسعه میکروسیستم‌ها به‌ویژه در زمینه‌های شیمیایی، بیولوژیکی و کاربردهای پزشکی شده است. بسیاری از فرآیندهایی که در میکروسیستم‌ها رخ می‌دهند نیاز به اختلاط دو یا تعداد بیشتری سیال دارند، بنابراین واحد مخلوط‌کننده مهم‌ترین واحد در

Please cite this article using:

S. Baheri Islami, M. Khezerloo, R. Gharraei, The effect of secondary flows created by curved micromixers with various geometries on mixing of non-Newtonian fluids, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 16, No. 5, pp. 221-230, 2016 (in Persian)

برای ارجاع به این مقاله از عبارت ذیل استفاده نمایید:

S. Baheri Islami, M. Khezerloo, R. Gharraei, The effect of secondary flows created by curved micromixers with various geometries on mixing of non-Newtonian fluids, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 16, No. 5, pp. 221-230, 2016 (in Persian)

توسط پارسا و همکاران [10] بررسی شد. نتایج نشان داد که با افزایش رینولدز درجه اختلاط ابتدا کاهش و سپس افزایش می‌یابد، همچنین در قطر هیدرولیکی ثابت، افت فشار بین ورودی و خروجی میکرومیکسر با افزایش عدد رینولدز، افزایش می‌یابد. الم و همکاران [11] اختلاط آب و اتانول در میکرومیکسر انحنا دار و همچنین تأثیر تعبیه موانع با شکل‌های مختلف داخل میکرومیکسر را به صورت عددی بررسی کردند. مطالعه آن‌ها در بازه اعداد رینولدز 0.1 - 60 صورت گرفت. آن‌ها مشاهده کردند که میکرومیکسرهایی با موانع دایره‌ای و شش گوش درجه اختلاط یکسانی دارند و میکرومیکسر با موانع لوزی شکل درجه اختلاط کمتری نسبت به سایر میکرومیکسرها دارد. کوک و همکاران [12] یک میکرومیکسر جدید را که از جریان‌های ثانویه برای بهبود عملکرد اختلاط بهره می‌گیرد معرفی کردند. تسای و یانگ [13] میکرومیکسر منحنی شکل دارای موانع شعاعی را به صورت تجربی و عددی بررسی کردند.

استفاده از جریان‌های ثانویه یک روش مناسب برای بهبود اختلاط در میکرومیکسرهایی غیرفعال است. میکرومیکسرهایی منحنی شکل از این جریان‌ها بهره می‌برند. با توجه به بررسی منابع انجام گرفته، هندسه‌های مختلفی برای بهبود اختلاط میکرومیکسرهایی انحنا دار ارائه و بررسی شده است. در بیشتر مطالعات انجام گرفته، سیال نیوتنی به عنوان سیال کاری در نظر گرفته شده است و اختلاط سیالات غیرنیوتنی به ندرت در این میکرومیکسرها بررسی شده است. این نوع میکرومیکسرها در فرآیندهایی مانند پلیمریزاسیون مورد استفاده قرار می‌گیرند [14]. از طرفی برخی پلیمرهای صنعتی رفتار رقیق شوندگی دارند و به خوبی از قانون تبعیت می‌کنند [15]. به همین دلیل با توجه به اهمیت کاربرد سیالات غیرنیوتنی در میکرومیکسرها، در این مطالعه اختلاط سیالات غیرنیوتنی رقیق‌شونده در میکرومیکسرهایی انحنا دار مورد مطالعه قرار گرفته است که نوآوری کار حاضر است، همچنین ارزیابی کارآئی هندسه‌های مختلف میکرومیکسرهایی منحنی و اثر نوع جریان‌های ثانویه ایجاد شده توسط آن‌ها در اختلاط سیالات غیرنیوتنی نیز تاکنون انجام نشده است. تأثیر شاخص قانون توانی سیال و عدد رینولدز جریان روی درجه اختلاط بررسی شده است و همچنین برای بررسی تأثیر هندسه میکرومیکسرها، سعی شده است مقایسه‌ای بین نتایج حاصل از سه هندسه متفاوت، ارائه شود و در نهایت هندسه مناسب معرفی گردد.

2- معادلات حاکم و روش حل عددی

معادلات حاکم بر اختلاط جریان‌های غیرقابل تراکم سه بعدی و پایای سیال نیوتنی یا غیرنیوتنی شامل معادلات بقای جرم، ممنتوم و غلظت است که به صورت روابط (3-1) بیان می‌شوند.

$$\nabla \cdot \vec{U} = 0 \quad (1)$$

$$\rho \vec{U} \cdot \nabla \vec{U} = -\nabla P - \nabla \cdot \vec{\tau} \quad (2)$$

$$\vec{U} \cdot \nabla C = D \nabla^2 C \quad (3)$$

در روابط (3-1) \vec{U} بردار سرعت، ρ چگالی، P فشار، D ضریب نفوذ جرمی و C کسر جرمی است. تانسور تنش برشی برای سیال رقیق‌شونده توانی با استفاده از روابط (5,4) تعریف می‌شود.

$$\vec{\tau} = m \dot{\gamma}^{n-1} \dot{\gamma} \quad (4)$$

$$\dot{\gamma} = \sqrt{1/2 (\dot{\gamma} : \dot{\gamma})} \quad , \quad \dot{\gamma} = \nabla \vec{U} + \nabla \vec{U}^T \quad (5)$$

که $\dot{\gamma}$ تانسور نرخ برش، $\dot{\gamma}$ اندازه تانسور نرخ برش، m ضریب سازگاری و

الکتریکی، میدان مغناطیسی، اغتشاش در میدان فشار، امواج فراصوت و... باشد. از طرفی اعمال انرژی خارجی اثرات نامطلوبی مانند افزایش دما، روی سیال تحت اختلاط دارد که این اثرات در اکثر کاربردهای پزشکی و صنعتی مناسب نیست. در حالی که در میکرومیکسرهایی غیرفعال اختلاط در اثر تعامل جریان با هندسه کانال حاصل می‌شود، که اثر سوئی روی سیال ندارد. علاوه بر این میکرومیکسرهایی غیرفعال به دلیل فرآیندهای ساخت آسان و کم هزینه نسبت به میکرومیکسرهایی فعال از اهمیت بالایی برخوردارند. انواع روش‌هایی که در میکرومیکسرهایی غیرفعال مورد استفاده قرار می‌گیرند می‌توان به لایه‌ای کردن جریان، ایجاد جدایش و ترکیب دوباره در هندسه کانال، استفاده از موانع، اعمال سرعت نوسانی و ایجاد حرکت بی‌نظم¹ اشاره کرد [2-4].

همان‌گونه که می‌دانیم در اعداد رینولدز پایینی که در بیشتر میکرومیکسرها وجود دارد پخش مولکولی به تنهایی قادر به ایجاد اختلاط مناسب در میکرومیکسرهایی غیرفعال نیست. در رژیم جریان آرام که سرعت سیال پایین است، پخش مولکولی فقط در جهت محوری صورت می‌گیرد. در کانال‌های انحنا دار در اثر نیروی گریز از مرکز، جریانی در جهت عرضی ایجاد می‌شود که جریان ثانویه² نام دارد. وجود جریان‌های ثانویه سبب جابه‌جایی سیال در جهت عرضی و ایجاد حرکت بی‌نظم در رژیم جریان آرام می‌شود که نوعی آشفتگی به شمار می‌آید و منجر به پخش جرمی در جهت عرضی می‌شود، به همین دلیل اختلاط بهبود می‌یابد.

لیو و همکاران [5] میکرومیکسرهایی سه‌بعدی با سه هندسه میکروکانال مستقیم، میکروکانال با موج مربعی و میکروکانال مارپیچ را به صورت عددی و تجربی بررسی و مشاهده کردند که میکروکانال مارپیچ در اعداد رینولدز 6-70 نرخ اختلاط بهتری نسبت به دو میکروکانال دیگر دارد. وانکا و همکاران [6] به انجام مطالعه عددی روی اختلاط جریان‌هایی با اعداد رینولدز کوچک در کانال‌های انحنا دار پرداختند و به این نتیجه رسیدند که با افزایش عدد رینولدز، شدت جریان ثانویه افزایش یافته در نتیجه اختلاط تقویت می‌شود. جیانگ و همکاران [7] به دو روش عددی و تجربی به بررسی عملکرد اختلاط در کانال‌های منحنی شکل پرداختند. الگوی جریان و میزان کشش سطح مشترک بین دو جز سیالی به صورت عددی برای اعداد دین³ مختلف محاسبه شد، همچنین برای مطالعه اختلاط، توزیع زمان اقامت⁴ در کانال اختلاط را به روش ردیابی ذرات محاسبه کردند. اختلاط دوسیال قابل امتزاج در داخل لوله مارپیچ با مقطع دایروی در شرایط جریان لایه‌ای به صورت عددی توسط کومار و همکاران [8] بررسی شد. نتایج نشان داد که بازه اختلاط تابع پیچیده‌ای از عدد رینولدز، عدد اشمیت، نسبت انحنا و گام لوله است. افضل و کیم [9] اختلاط سیالات نیوتنی و غیرنیوتنی را در میکرومیکسرهایی T شکل و مارپیچ سینوسی مطالعه کردند. ایشان به ترتیب از خواص آب و خون برای شبیه‌سازی جریان سیال نیوتنی و غیرنیوتنی استفاده و مشاهده کردند که برای همه دبی‌های جریان، میکرومیکسر مارپیچ درجه اختلاط بهتری دارد و برای هر دو سیال نیوتنی و غیرنیوتنی، درجه اختلاط با افزایش دبی جریان، نخست کاهش و سپس افزایش می‌یابد، همچنین نتایج نشان داد که در یک دبی ثابت، توان پمپ مورد نیاز در جریان سیال غیرنیوتنی بسیار بیشتر از جریان سیال نیوتنی است. اختلاط سیالات نیوتنی آب و اتانول در دو میکرومیکسر منحنی شکل در بازه اعداد رینولدز 0.1 - 32 به صورت عددی

¹ Chaotic advection

² Secondary flow

³ Dean number

⁴ Residence Time Distribution

n شاخص قانون توانی سیال است. برای بیان کیفیت اختلاط از کمیتی به نام شاخص اختلاط استفاده می‌شود [8] که به صورت روابط (7,6) تعریف می‌شود.

$$M = 1 - \frac{\sigma}{\sigma_0} \quad (6)$$

$$\sigma^2 = \frac{1}{k} \sum_{i=1}^k (c_i - \bar{c})^2, \quad \sigma_0^2 = \bar{c}(1 - \bar{c}) \quad (7)$$

که σ انحراف معیار کسر جرمی در مقطع عرضی کانال، k بیانگر تعداد کل نمونه برداری شده، c_i کسر جرمی در موقعیت‌های مختلف سطح مقطع عرضی و \bar{c} میانگین مقادیر مربوط به c_i است.

به دلیل کاربردهای وسیع میکرومیکسرها بازه گسترده‌ای از اعداد رینولدز برای آن‌ها گزارش شده است ($10^3 < \text{Re} < 10^4$) [16]. در این مطالعه، بررسی برای 8 عدد رینولدز در بازه 0.1 تا 300 انجام شده است که عدد رینولدز برای جریان سیال غیرنیوتنی قانون توانی داخل کانال براساس رابطه (8) قابل محاسبه است [17].

$$\text{Re} = \frac{\rho U_m^{2-n} D_h^n}{m \left[\frac{24n+\xi}{(24+\xi)n} \right]^n \xi^{n-1}} \quad (8)$$

D_h قطر هیدرولیکی کانال و ξ کمیت هندسی بی‌بعد است که برای مقطع مربعی برابر 7.113 است [17].

روابط براساس روش حجم محدود و با استفاده از کد متن باز این‌فوم¹ حل شده‌اند. با افزودن رابطه غلظت به حلگر سیمپل فوم²، حلگر جدیدی تعریف شد، که در این حلگر از الگوریتم سیمپل³ برای کوپل میدان سرعت و فشار، از روش کمترین مربعات برای گسسته‌سازی جملات گرادیان، از اسکیم تفاضل مرکزی خود فیلتر⁴ برای گسسته‌سازی جملات جابه‌جایی در رابطه غلظت و از اسکیم مرتبه دو پیشرو برای گسسته‌سازی جملات جابه‌جایی در رابطه ممنتوم استفاده شده است. دقت همگرایی برای تمامی موارد بررسی شده 10^{-6} است.

3- خواص سیالات، هندسه و شرایط مرزی

در این مطالعه از آب به‌عنوان سیال نیوتنی و از محلول آبی کربوکسی متیل سلولز با غلظت‌های متفاوت به‌عنوان سیال غیرنیوتنی استفاده شده است. چگالی سیالات بررسی شده برابر 1000 kgm^{-3} است [18] و کمیت‌های لزجت سیالات [20,19] مورد بررسی در جدول 1 ارائه شده است. ضریب نفوذ جرمی سیالات هم برابر $3.6 \times 10^{-10} \text{ m}^2 \text{ s}^{-1}$ در نظر گرفته شده است [21]، همچنین با این فرض اثر اختلاط ناشی از حرکت بی‌نظمی مشهودتر خواهد بود.

در مطالعه حاضر اختلاط دو جریان داخل میکرومیکسری به شکل میکروکانال مستقیم و میکرومیکسرهای منحنی شکل بررسی شده است. طرح‌واره میکرومیکسرهای انحنادار در شکل 1 نشان داده شده است. طول محوری همه میکرومیکسرها برابر $6000 \mu\text{m}$ ، مقطع آن‌ها مربعی به ضلع $100 \mu\text{m}$ و شعاع انحنای میکرومیکسر در قسمت انحنادار $400 \mu\text{m}$ است.

از توزیع سرعت توسعه‌یافته در ورودی‌ها و شرایط مرزی عدم لغزش و عدم نفوذ در دیواره‌ها استفاده شده است. برای بررسی پدیده اختلاط فرض می‌شود یک ماده نشانگر مثلاً رنگ به یکی از ورودی‌ها اضافه می‌شود، اما هدف آن فقط آشکارسازی است و هیچ تغییری در خواص سیالات مورد

¹ Open FOAM

² Simple FOAM

³ SIMPLE

⁴ Self-filtered central differencing (SFCDD)

4- استقلال نتایج از شبکه

جهت بررسی استقلال نتایج از شبکه محاسباتی، 4 شبکه یکنواخت با اندازه‌های مختلف برای شبیه‌سازی عددی جریان سیال با شاخص توانی 0.75 و عدد رینولدز 100 در میکرومیکسر-الف استفاده شد و مؤلفه سرعت بی‌بعد محوری برای هر 4 شبکه در شکل 2 ارائه شده است. با توجه به شکل 2، شبکه یکنواخت با 380000 سلول به اندازه کافی برای انجام محاسبات عددی مناسب است.

5- اعتبارسنجی

جهت اعتبارسنجی روش عددی مورد استفاده در این مطالعه، جریان آب داخل میکرومیکسر بررسی شده در مرجع [13] شبیه‌سازی شد. درجه اختلاط در خروجی کانال برای اعداد رینولدز مختلف محاسبه و با نتایج ارائه‌شده توسط تسای و یانگ [13] در شکل 3 مقایسه شد. همان‌گونه که مشاهده می‌شود هم‌خوانی نتایج به‌خصوص در رینولدزهای پایین بسیار خوب است. در رینولدزهای بالاتر که اثرات اینرسی مشهودتر است اختلاف جزئی در نتایج دیده می‌شود. با استفاده از اسکیم‌های مرتبه دو به بالا برای گسسته‌کردن جملات جابه‌جایی در معادلات ممنتوم می‌توان به دقت‌های بالاتری رسید، اما به نظر می‌رسد با توجه به کوچک‌بودن خطای ایجادشده در مقایسه با نتایج تجربی، افزایش زمان محاسبات با اسکیم‌های مرتبه بالا توجیه‌چندانی نداشته باشد.

برای اعتبار بخشیدن به روش عددی مورد استفاده برای شبیه‌سازی جریان سیال غیرنیوتنی، جریان‌های برخوردی سیال رقیق‌شونده با شاخص توانی 0.6161 بررسی شد و درجه اختلاط حاصل از نتایج کار حاضر با نتایج ارائه‌شده [18] مقایسه شد (شکل 4). این مرجع اختلاط سیالات غیرنیوتنی در جت برخوردی را با استفاده از حل معادله انرژی بررسی کرده است. دو سیال غیرنیوتنی رقیق‌شونده با دماهای متفاوت از ورودی‌ها وارد می‌شوند و پس از برخورد در کانال اختلاط جریان می‌یابند. همان‌طور که در شکل مشاهده می‌شود تطابق خوبی بین نتایج وجود دارد.

6- نتایج

برای توجیه نتایج در بخش‌های بعدی ابتدا نیاز به بررسی رفتار لزجت ظاهری

جدول 1 کمیت‌های لزجت سیالات غیرنیوتنی برحسب درصد CMC [20,19]

Table 1 Flow parameters of non-Newtonian fluids in terms the percentage of CMC [19,20]

ضریب سازگاری (Pa.s ⁿ)	شاخص قانون توانی	درصد جرمی
0.000902	1	0
0.0066	0.93	0.1
0.0252	0.85	0.2
0.097	0.75	0.25
0.67	0.6	0.5
2.75	0.49	0.7

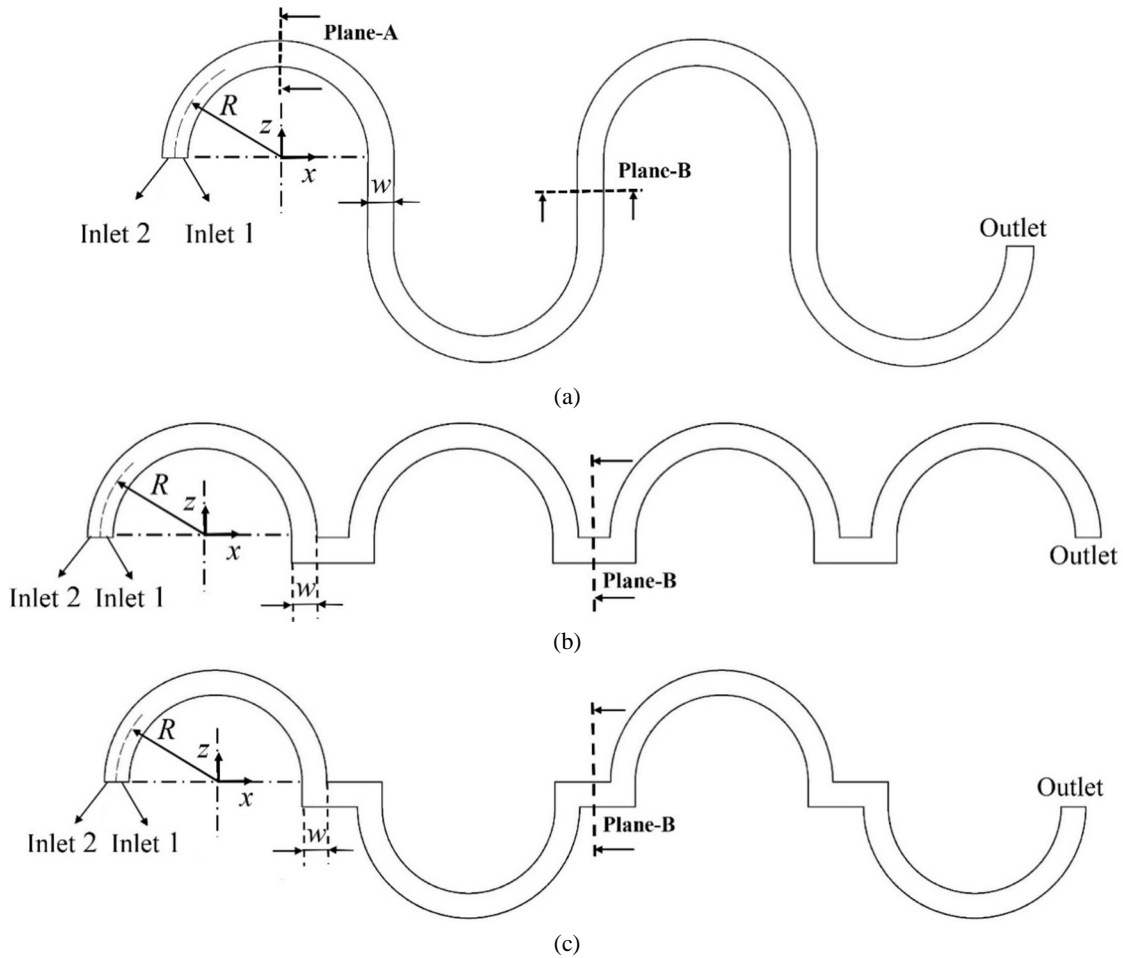


Fig. 1 Schematic diagram of the curved micromixers at $y=0$, (a) micromixer-a, (b) micromixer-b, (c) micromixer-c

شکل 1 طرح‌واره میکرومیکسرهای انحنادار در صفحه میانی ($y=0$), (a) میکرومیکسر-الف, (b) میکرومیکسر-ب, (c) میکرومیکسر-ج

میکرومیکسر-الف نشان می‌دهد. مشاهده می‌شود لزجت ظاهری سیال با افزایش شاخص قانون توانی کاهش می‌یابد و این به دلیل نحوه تغییرات خواص در جدول 1 است.

1-6- تأثیر عدد رینولدز

این قسمت از نتایج به بررسی تأثیر عدد رینولدز روی درجه اختلاط

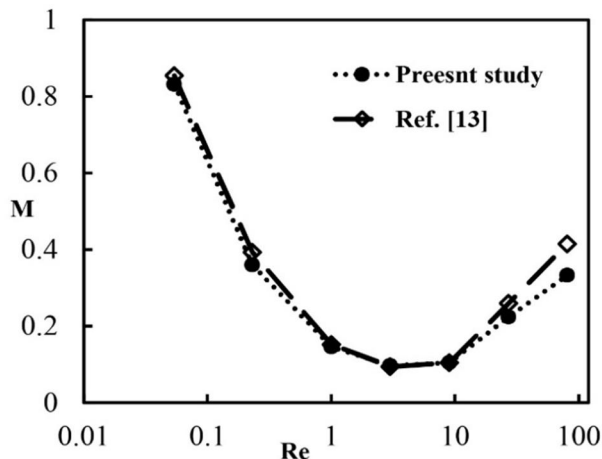


Fig. 3 Comparison of the results of present study and the results of Ref. [13]

شکل 3 مقایسه نتایج کار حاضر و نتایج مرجع [13]

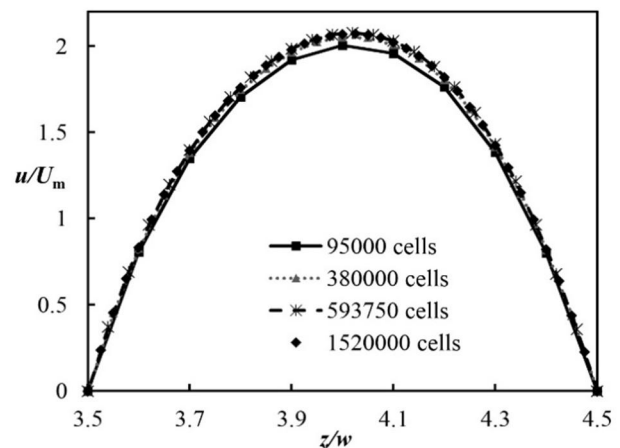


Fig. 2 Dimensionless velocity for 90° first turn of micromixer-a, for different grids

شکل 2 پروفیل سرعت بی‌بعد در زاویه 90° نخستین پیچ میکرومیکسر-الف برای شبکه‌های مختلف

سیالات مورد بررسی است. همان‌طور که در رابطه (4) اشاره شد، لزجت ظاهری، متناظر با نرخ برشی سیال در هر نقطه است و علاوه بر نرخ برش به شاخص قانون توانی و ضریب سازگاری سیال بستگی دارد. شکل 5 لزجت ظاهری متوسط را، در عدد رینولدز 100، روی سطح مقطع خروجی

گردابه غیر هم‌جهت در مقطع عرضی کانال ظاهر می‌شود. با افزایش سرعت، اثرات گریز از مرکزی روی سیال بیشتر شده و شدت جریان‌های ثانویه و گردابه‌های عرضی افزایش می‌یابد. در نتیجه میزان بی‌نظمی جریان بیشتر شده و درجه اختلاط بهبود می‌یابد، همچنین مشاهده می‌شود که با کاهش شاخص توانی، درجه اختلاط در خروجی میکرومیکسرها کاهش می‌یابد. هرچه لزجت ظاهری سیال کم باشد حرکت جریان داخل میکرومیکسر بیشتر تحت تأثیر نیروی اینرسی و اثرات گریز از مرکزی قرار می‌گیرد و تأثیر نیروی لزجی روی سیال کم می‌شود در نتیجه شدت جریان‌های ثانویه ایجاد شده و میزان بی‌نظمی جریان بیشتر خواهد بود و اختلاط ناشی از حرکت بی‌نظم در سیالاتی با شاخص توانی بزرگ‌تر، بیشتر است.

شکل 8 توزیع غلظت را برای سیالی با شاخص توانی 0.85 و عدد رینولدز 5 و 100 در مقطع A- میکرومیکسر-الف نشان می‌دهد. با افزایش عدد رینولدز و به تبع آن افزایش سرعت، اثرات گریز از مرکزی و به تبع آن میزان کشیدگی¹ و تاشدگی² فصل مشترک بیشتر شده و اختلاط بهبود می‌یابد.

ورتیسیته به صورت کرل بردار سرعت تعریف می‌شود و بیانگر پیچش المان‌های سیال است [24]؛ بنابراین می‌تواند به‌عنوان معیار مناسبی برای نمایش جریان‌های ثانویه در این بررسی مورد استفاده قرار گیرد. برای بررسی جریان‌های ثانویه ایجاد شده در مقطع عرضی میکرومیکسرها از کانتورهای بردار ورتیسیته استفاده شده است. برای تمام میکرومیکسرها مؤلفه بردار ورتیسیته عمود بر مقطع B رسم شده است. در شکل 9 اثر عدد رینولدز بر بردار ورتیسیته در جهت عمود بر مقطع B- میکرومیکسر-ب نشان داده شده است. دو گردابه که در جهت مخالف هم می‌چرخند در این شکل به روشنی دیده می‌شوند. همچنین مشاهده می‌شود که در اثر افزایش عدد رینولدز به دلیل افزایش سرعت و نیروی گریز از مرکز وارد شده به سیال، قدرت گردابه‌ها افزایش می‌یابد.

2-6- تأثیر شاخص قانون توانی

شاخص توانی سیال روی لزجت و در نتیجه جریان و فرآیند اختلاط سیال تأثیر دارد. در این قسمت به بررسی تأثیر شاخص توانی با استفاده از توزیع غلظت و کانتور ورتیسیته پرداخته شده است. شکل 10 توزیع غلظت را برای

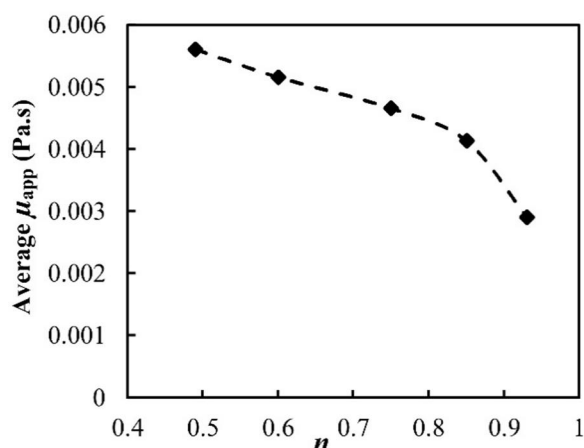


Fig. 5 Variation of average apparent viscosity versus power-law index, exit section of micromixer-a, Re=100

شکل 5 تغییرات لزجت ظاهری متوسط در مقطع خروجی میکرومیکسر-الف با شاخص قانون توانی، Re=100

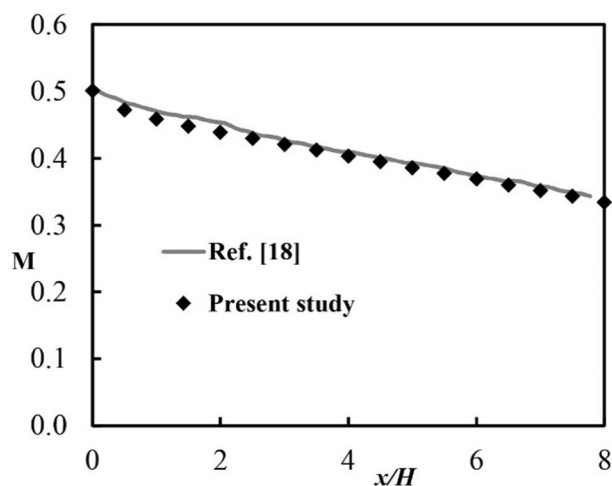


Fig. 4 Comparison of the results of present study and the results of Ref. [18]

شکل 4 مقایسه نتایج کار حاضر و نتایج مرجع [18]

میکرومیکسر مستقیم و انحنادار پرداخته است، همچنین جهت بررسی دقیق‌تر تأثیر عدد رینولدز روی جریان‌های ثانویه و درجه اختلاط، از توزیع کسر جرمی و ورتیسیته نیز استفاده شده است. شکل 6 تغییرات درجه اختلاط با عدد رینولدز را برای مقادیر مختلف شاخص قانون توانی در خروجی میکرومیکسر مستقیم نشان می‌دهد. همان‌طور که مشاهده می‌شود درجه اختلاط برای تمامی مقادیر شاخص توانی با افزایش عدد رینولدز کاهش می‌یابد. این روند برای سیال نیوتنی در مراجع مختلف نیز گزارش شده است [23,22]؛ زیرا در کانال مستقیم جریان عرضی بسیار ناچیز است و فرآیند اختلاط در اعداد رینولدز پایین فقط تحت پدیده نفوذ جرمی انجام می‌گیرد و چون جزیهای سیالی سرعت پایینی دارند زمان تماس بین دو جز سیال زیاد است، در نتیجه اختلاط به خوبی صورت می‌گیرد. در حالی که با افزایش عدد رینولدز و به تبع آن افزایش سرعت جزیهای سیالی زمان اقامت سیال داخل کانال اختلاط و در نتیجه زمان تماس بین دو جز کم شده و بازده اختلاط نیز کم‌تر می‌شود. به همین دلیل در میکرومیکسر مستقیم درجه اختلاط برای تمامی مقادیر شاخص توانی با افزایش رینولدز، کاهش می‌یابد، همچنین مشاهده می‌شود که با کاهش شاخص توانی، درجه اختلاط کمتر می‌شود.

مطابق شکل 5 برای شاخص‌های توانی کمتر، لزجت ظاهری بزرگ‌تر است که در رینولدز ثابت سبب می‌شود نیروی لزجی در مقابل نیروی اینرسی مقاومت کند و بنابراین در شکل 6، nهای کمتر درجه اختلاط کمتری دارند. شکل 7 تغییرات درجه اختلاط در مقابل عدد رینولدز را برای مقادیر مختلف شاخص قانون توانی در مقطع خروجی میکرومیکسر-الف نشان می‌دهد. درجه اختلاط در میکرومیکسر-الف پس از رسیدن به مقدار کمینه که رینولدز بحرانی نام دارد و به‌عنوان مرزی برای تغییر سازوکار اختلاط معرفی می‌شود، آغاز به افزایش می‌کند. این روند کاهش-افزایشی برای همه مقادیر شاخص توانی مشاهده می‌شود و دلیل آن حرکت بی‌نظمی است که در اثر افزایش سرعت ایجاد می‌شود [13,11,9]. با عبور سیال از ناحیه انحنادار میکرومیکسر، نیروی گریز از مرکز به سیال اعمال می‌شود و از آنجایی که سرعت در مرکز سطح مقطع کانال بیشینه است، بیشترین نیروی گریز از مرکز به سیال واقع در مرکز کانال وارد می‌شود و تحت تأثیر این نیرو، گرادیان فشاری در جهت شعاعی ایجاد می‌شود و منجر به جابه‌جایی سیال از سمت دیواره داخلی به سمت دیواره خارجی می‌شود و در نهایت دو جفت

¹ Stretching
² Folding

مختلف میکرومیکسر انحنادار پرداخته شده است. همان‌گونه که پیشتر اشاره شد لزجت ظاهری سیالات قانون توانی به نرخ برشی، شاخص قانون توانی و ضریب سازگاری سیال بستگی دارد. شکل 12 لزجت ظاهری در مقطع B-را برای میکرومیکسرهای مختلف نشان می‌دهد. در خصوص سیالات رقیق‌شونده می‌توان بیان کرد برای یک سیال مشخص (شاخص قانون توانی و ضریب سازگاری ثابت) با افزایش نرخ برش، لزجت ظاهری کاهش می‌یابد. به این دلیل در هر سه مقطع نشان داده شده، بیشینه لزجت ظاهری در نزدیکی مرکز سطح است و در مجاورت دیواره‌ها کمتر می‌شود، همچنین لزجت ظاهری در مرکز سطح مقطع مربوط به میکرومیکسر-الف بزرگ‌تر از سایر میکرومیکسرهاست. در میکرومیکسر-الف جریان سیال به آرامی از قسمت‌های انحنادار عبور می‌کند و به تدریج تغییر مسیر می‌دهد و با تغییر ناگهانی مسیر مواجه نمی‌شود، در نتیجه میزان تنش اعمالی میکرومیکسر به سیال کمتر است، که باعث می‌شود لزجت ظاهری در این میکرومیکسر بیشتر از سایر میکرومیکسرها باشد و اثرات نیروهای گریز از مرکز و اینرسی نتوانند خود را به درستی نشان دهند.

شکل 13 ورتیسسته در مقطع B- میکرومیکسرهای مختلف را نشان می‌دهد. مشاهده می‌شود که گردابه‌های ایجاد شده در میکرومیکسر-الف بسیار ضعیف‌تر از دو میکرومیکسر دیگر است. به دلیل پیچ‌های موجود در هندسه میکرومیکسر-ب، برای عدد رینولدز و شاخص توانی ارائه شده، شدت گردابه‌های ایجاد شده در میکرومیکسر-ب بیشتر است.

شکل 14 تغییرات درجه اختلاط را در میکرومیکسرهای مختلف برای سیالاتی با شاخص توانی 0.6 و 0.93 نشان می‌دهد. میکرومیکسر-ب و میکرومیکسر-ج به درجه اختلاط بهتری می‌رسند و دلیل آن تقویت حرکت بی‌نظم در اثر وجود پیچ‌های تند و ناگهانی در هندسه میکرومیکسر است. درجه اختلاط برای سیالاتی که رفتار رقیق‌شوندگی بالایی دارند (شاخص توانی 0.6) در رینولدزهای پایین برای هندسه‌های مختلف متفاوت است؛ چون لزجت این نوع سیالات بیشتر تحت تأثیر تنش برشی قرار می‌گیرد و

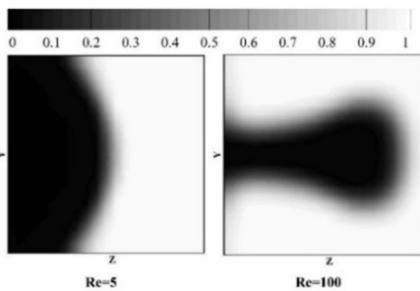


Fig. 8 Mass fraction distribution on Plane-A, micromixer-a, $n=0.85$
شکل 8 توزیع غلظت در مقطع A- میکرومیکسر-الف، شاخص توانی 0.85

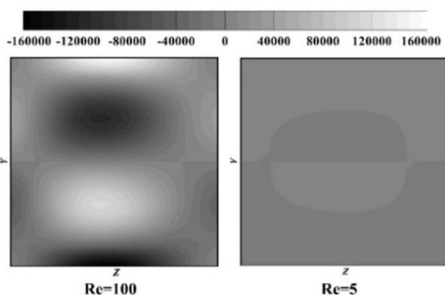


Fig. 9 The vorticity (s^{-1}) on Plane-B of micromixer-b, $n=0.75$
شکل 9 ورتیسسته (s^{-1}) در مقطع B- میکرومیکسر-ب، شاخص توانی 0.75

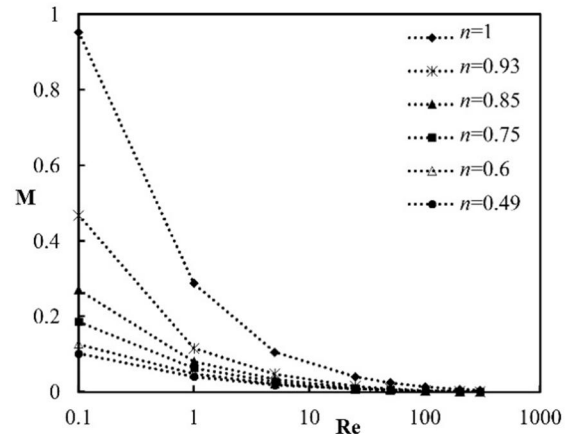


Fig. 6 Variation of the mixing index versus Reynolds number for various power-law indexes, exit section of straight micromixer
شکل 6 تغییرات درجه اختلاط با عدد رینولدز به‌ازای شاخص‌های توانی مختلف، مقطع خروجی میکرومیکسر مستقیم

رینولدز 50 و شاخص توانی 0.6 و 0.93 در مقطع A- میکرومیکسر-الف نشان می‌دهد. همان‌طور که پیشتر اشاره شد، اثر نیروی گریز از مرکز روی سیالاتی با شاخص توانی بزرگ‌تر، بیشتر است. در نتیجه جابه‌جایی سیال در جهت عرضی به آسانی صورت می‌گیرد. از شکل 10 مشاهده می‌شود که میزان کشیدگی فصل مشترک که به واسطه جابه‌جایی سیال در مقطع عرضی به وجود می‌آید، برای سیالی با شاخص توانی 0.93 بیشتر است و در نتیجه درجه اختلاط بهتری حاصل می‌شود.

در شکل 11 اثر شاخص توانی بر بردار ورتیسسته در جهت عمود بر مقطع B- میکرومیکسر-ب نشان داده شده است. دو گردابه که در جهت مخالف هم می‌چرخند در این شکل‌ها به روشنی دیده می‌شوند. همان‌گونه که مشاهده می‌شود با افزایش شاخص توانی و تضعیف نیروهای لزجی قدرت گردابه‌ها (با توجه به زیاد شدن اندازه ورتیسسته) افزایش یافته و مرکز گردابه‌ها به سمت دیواره خارجی جابه‌جا می‌شود.

3-6- تأثیر هندسه میکرومیکسر

در میکرومیکسرهای غیرفعال، هندسه میکرومیکسر نقش اساسی در بهبود اختلاط دارد. از این‌رو در این قسمت به ارائه نتایجی برای مقایسه سه هندسه

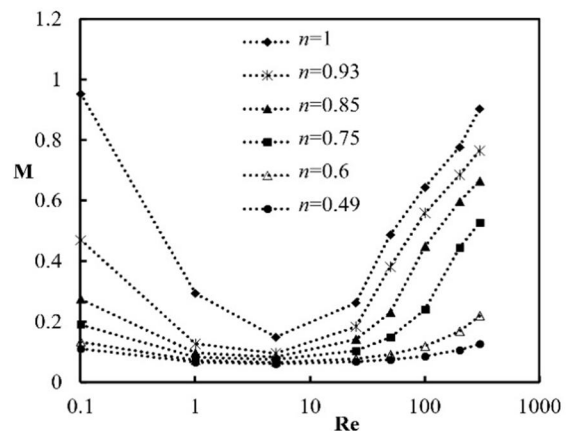


Fig. 7 Variation of the mixing index versus Reynolds number for various power-law indexes, exit section of micromixer-a
شکل 7 تغییرات درجه اختلاط با عدد رینولدز به‌ازای شاخص‌های توانی مختلف، مقطع خروجی میکرومیکسر-الف

به طوری که برای سیالات با خاصیت رقیق‌شوندگی بالا (شاخص‌های توانی کوچک) میکرومیکسر-ب درجه اختلاط بهتری دارد و برای سیالاتی با شاخص توانی نزدیک به 1، میکرومیکسر-ج درجه اختلاط بهتری دارد.

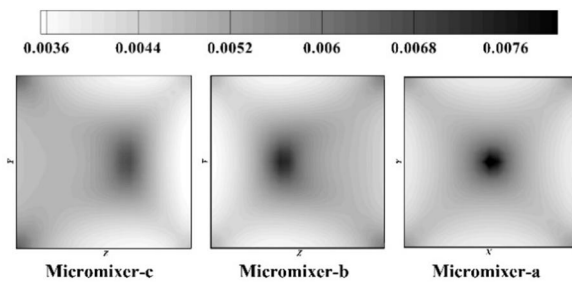


Fig. 12 Apparent viscosity (Pa.s) on Plane-B of various micromixers, $Re=100$, $n=0.75$

شکل 12 لزجت ظاهری (Pa.s) در مقطع B- میکرومیکسرهای مختلف، عدد رینولدز 100 و شاخص توانی 0.75

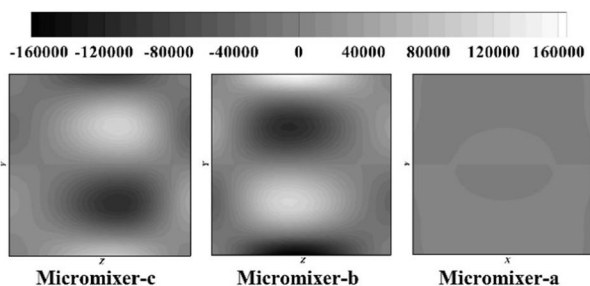


Fig. 13 The vorticity (s^{-1}) on Plane-B of various micromixers, $Re=100$, $n=0.75$

شکل 13 ورتیسیتته (s^{-1}) در مقطع B- میکرومیکسرهای مختلف، عدد رینولدز 100 و شاخص توانی 0.75

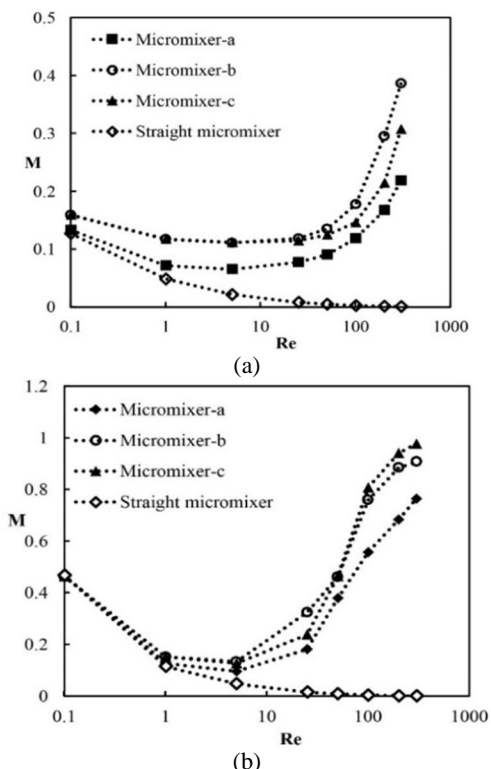


Fig. 14 Variation of the mixing index at the exit of different micromixers, (a) $n=0.6$, (b) $n=0.93$

شکل 14 تغییرات درجه اختلاط در میکرومیکسرهای مختلف، (a) شاخص توانی 0.6 (b) شاخص توانی 0.93

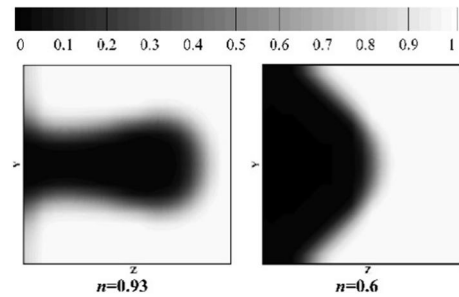


Fig. 10 Mass fraction distribution on Plane-A, micromixer-a, $Re=50$

شکل 10 توزیع غلظت در مقطع A- میکرومیکسر-الف، عدد رینولدز 50

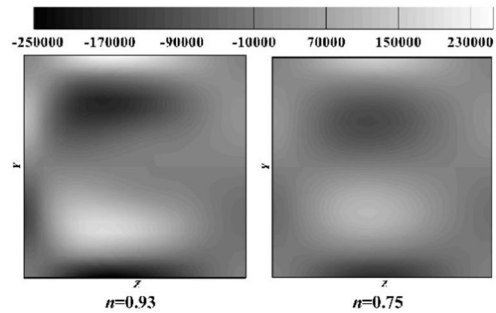


Fig. 11 The vorticity (s^{-1}) on Plane-B of micromixer-b, $Re=100$

شکل 11 ورتیسیتته (s^{-1}) در مقطع B- میکرومیکسر-ب، عدد رینولدز 100

هندسه‌ای که تنش برشی بیشتری به سیال اعمال می‌کند، لزجت ظاهری را بیشتر می‌کاهد، در نتیجه پدیده نفوذ جرمی و همچنین حرکت بی‌نظم ناشی از اثرات گریز از مرکزی بیشتر شده و اختلاط بهبود می‌یابد. بنا به دلایلی که در توضیحات شکل 13 گفته شد، میکرومیکسر-الف پس از کانال مستقیم دارای کمترین درجه اختلاط است.

طول کانال مورد نیاز برای اختلاط، از مهم‌ترین کمیت‌ها برای بررسی هندسه است. میکرومیکسری که در کوتاه‌ترین طول بتواند به درجه اختلاط مورد نظر دست یابد، مناسب است [26,25]. به همین منظور در طول میکرومیکسر صفحات عمود بر جهت اصلی جریان تعریف شده است و با داشتن توزیع کسر جرمی در هر صفحه، درجه اختلاط با استفاده از رابطه (6) برای هر صفحه محاسبه شده است. در نهایت نمودار تغییرات درجه اختلاط در طول میکرومیکسر برای مقادیر شاخص توانی 0.75 و 0.93 در اعداد رینولدز 1 و 100 محاسبه شده و در شکل 15 نشان داده شده است. به دلیل یکسان بودن هندسه میکرومیکسرهای مختلف در ابتدای کانال، هر سه میکرومیکسر درجه اختلاط مشابهی دارند، ولی در ادامه به دلیل متفاوت بودن هندسه میکرومیکسرهای مختلف در قسمت‌های انحنا دار و وجود پیچ‌های ناگهانی در میکرومیکسرهای ب و ج روند متفاوتی برای درجه اختلاط مشاهده می‌شود. این شکل نشان می‌دهد برای رسیدن به یک درجه اختلاط از پیش‌تعیین شده، میکرومیکسر-الف به طول کانال بیشتری نسبت به میکرومیکسرهای ب و ج نیاز دارد. همچنین شکل 15 نشان می‌دهد تأثیر هندسه بیشتر تحت تأثیر عدد رینولدز است تا شاخص توانی و اثر هندسه کانال در رینولدزهای بالا مشهودتر می‌شود.

شکل 16 تغییرات درجه اختلاط را در مقابل شاخص قانون توانی برای میکرومیکسرهای مختلف در اعداد رینولدز 1 و 100 نشان می‌دهد. در عدد رینولدز کوچک ($Re=1$) میکرومیکسرهای ب و ج درجه اختلاط مشابهی برای تمام مقادیر شاخص توانی دارند، ولی در عدد رینولدز بزرگتر ($Re=100$) این دو میکرومیکسر به درجه اختلاط متفاوتی می‌رسند

تبع آن، زمان اقامت سیال در میکرومیکسرهای مختلف یکسان است، به همین دلیل برای سیال نیوتنی هر چهار نوع میکرومیکسر به درجه اختلاط یکسانی رسیده‌اند، در حالی که درجه اختلاط برای سیالات غیرنیوتنی در میکرومیکسرهای مختلف، متفاوت است. دلیل این امر تنش‌هایی است که هنگام عبور سیال از میکرومیکسر به سیال وارد شده و موجب تغییر در لزجت ظاهری سیال می‌شود. به این صورت که میکرومیکسری که تنش بیشتری به سیال وارد می‌کند، لزجت ظاهری را می‌کاهد و در نهایت درجه اختلاط بهتری حاصل می‌شود.

در اعداد رینولدز بالا، حرکت بی‌نظم در جریان سیال سازوکار غالب اختلاط است، به همین دلیل بنا به هندسه میکرومیکسرها و میزان ایجاد بی‌نظمی در جریان، نتایج متفاوتی برای درجه اختلاط در یک شاخص توانی معین (حتی برای سیال نیوتنی) در میکرومیکسرهای مختلف مشاهده می‌شود.

6-4- معرفی میکرومیکسر مناسب

برای بیان میزان بهبود عملکرد اختلاط میکرومیکسرهای انحنادار نسبت به میکرومیکسر مستقیم علاوه بر درجه اختلاط، افت فشار هم باید در نظر گرفته

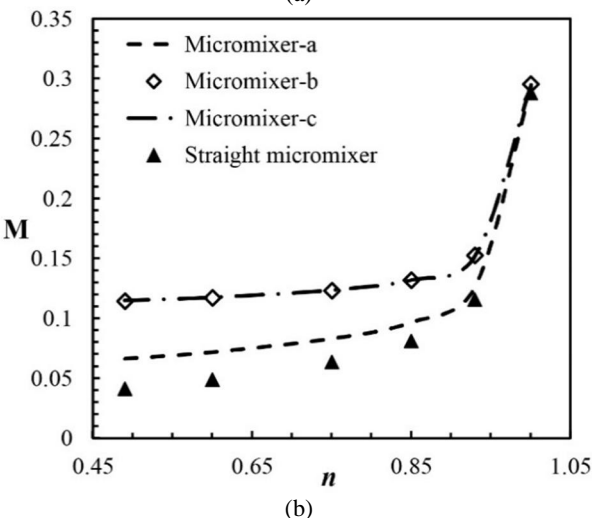
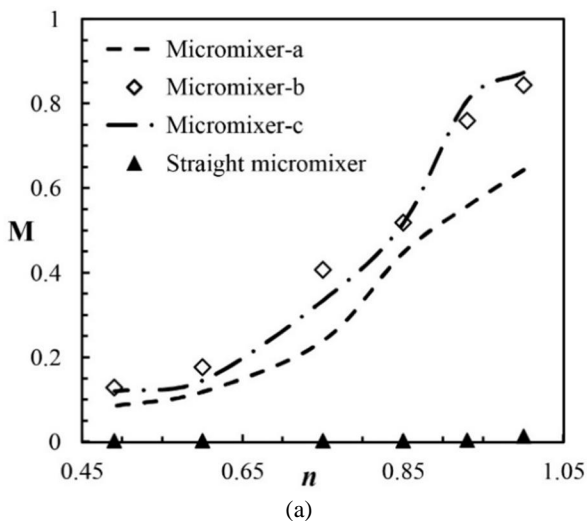


Fig. 16 Variation of mixing index versus power-law indices, (a) $Re=100$, (b) $Re=1$

شکل 16 تغییرات درجه اختلاط در مقابل شاخص قانون توانی، (a) عدد رینولدز 100، (b) عدد رینولدز 1

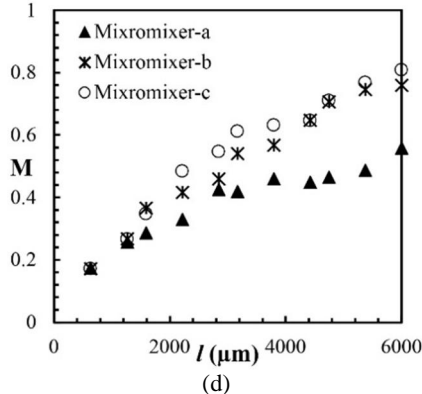
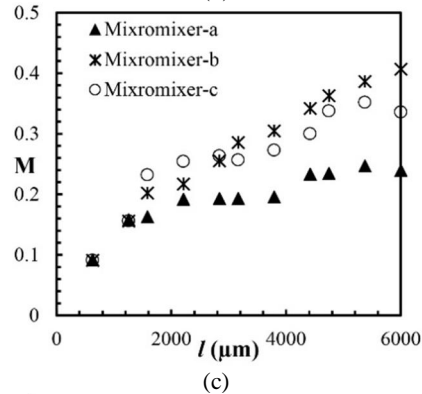
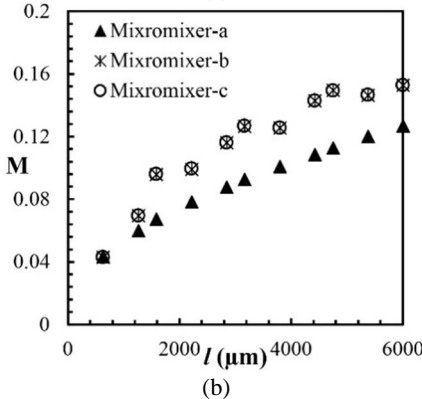
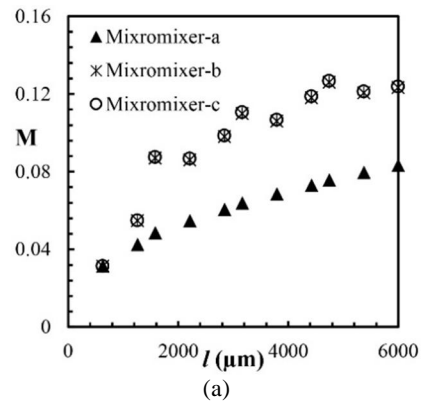


Fig. 15 Variation of mixing index along various micromixers, (a) $Re=1$, $n=0.75$, (b) $Re=1$, $n=0.93$, (c) $Re=100$, $n=0.75$, (d) $Re=100$, $n=0.93$

شکل 15 تغییرات درجه اختلاط در طول میکرومیکسر، (a) عدد رینولدز 1 و شاخص توانی 0.75، (b) عدد رینولدز 1 و شاخص توانی 0.93، (c) عدد رینولدز 100 و شاخص توانی 0.75، (d) عدد رینولدز 100 و شاخص توانی 0.93

در اعداد رینولدز پایین، پدیده نفوذ جرمی، سازوکار غالب اختلاط است. چون در یک عدد رینولدز ثابت برای یک شاخص توانی معین، سرعت سیال و به

سازگاری نیز وابسته است)، حرکت بی‌نظم در اعداد رینولدز بالا و نفوذ جرمی در اعداد رینولدز پایین کم‌تر می‌شود و درجه اختلاط کاهش می‌یابد. درجه اختلاط سیالاتی با رفتار رقیق‌شوندگی بالا در اعداد رینولدز پایین تحت تأثیر هندسه میکرومیکسر است و عملکرد میکرومیکسری که تنش برشی زیادی به سیال وارد می‌کند بهتر است. برای دخیل کردن افت فشار بر مقایسه عملکرد میکرومیکسر انحنادار نسبت به میکرومیکسر مستقیم، کمیت بی‌بعدی معرفی شد و براساس نتایج ارائه‌شده مشاهده شد که در تمام اعداد رینولدز استفاده از میکرومیکسر انحنادار برای سیالات رقیق‌شونده مفید است.

8- فهرست علائم

C	کسر جرمی
D	ضریب نفوذ جرمی (m ² s ⁻¹)
D _n	قطر هیدرولیک (m)
H	ارتفاع میکرومیکسر (m)
l	طول محوری میکرومیکسر (m)
M	درجه اختلاط
m	ضریب سازگاری سیال (Pas ⁿ)
n	شاخص قانون توانی
P	فشار (kgm ⁻¹ s ⁻²)
R	شعاع انحنای (m)
U	بردار سرعت (ms ⁻¹)
u	سرعت در جهت محور x (ms ⁻¹)
w	عرض میکرومیکسر (m)
x, y, z	محورهای مختصات دکارتی (m)

علائم یونانی

$\dot{\gamma}$	اندازه تانسور نرخ برش (s ⁻¹)
$\bar{\gamma}$	تانسور نرخ برش (s ⁻¹)
ξ	کمیت بی‌بعد هندسی
ρ	چگالی (kgm ⁻³)
σ	انحراف معیار کسر جرمی
$\bar{\tau}$	تانسور تنش (kgm ⁻¹ s ⁻²)

زیرنویس‌ها

m	میانگین
---	---------

9- مراجع

- [1] Y. T. Chew, H. M. Xia, C. Shu, Techniques to enhance fluid micro-mixing and chaotic micromixers, *Modern Physics Letters B*, Vol. 19, No. 28 & 29, pp. 1567-1570, 2005.
- [2] C. Y. Lee, C. L. Chang, Y. N. Wang, L. M. Fu, Microfluidic mixing: A review, *Molecular Sciences*, Vol. 12, No. 5, pp. 3263-3287, 2011.
- [3] S. Baheri Islami, S. Ahmadi, Numerical investigation on the effect of various geometries on mixing efficiency of passive micromixers with oscillatory inlet velocities, *Moadares Mechanical Engineering*, Vol. 14, No. 7, pp. 27-34, 2014. (in Persian)
- [4] J. J. Chen, C. H. Chen, S. R. Shie, Optimal designs of staggered dean vortex micromixers, *Molecular Sciences*, Vol. 12, No. 6, pp. 3500-3524, 2011.
- [5] R. H. Liu, M. A. Stremmer, K. V. Sharp, M. G. Olsen, J. G. Santiago, R. J. Adrian, H. Aref, D. J. Beebe, Passive mixing in a three dimensional serpentine microchannel, *Journal of Microelectromechanical Systems*, Vol. 9, No. 2, pp. 190-197, 2000.
- [6] S. P. Vanka, G. Luo, C. M. Winkler, Numerical study of scalar mixing in curved channels at low Reynolds numbers, *American Institute of Chemical Engineers*, Vol. 50, No. 10, pp. 2359-2368, 2004.
- [7] F. Jiang, K. S. Drese, S. Hardt, M. Kupper, F. Schonfeld, Helical flows and chaotic mixing in curved micro channels, *American Institute of Chemical Engineers*, Vol. 50, No. 9, pp. 2297-2305, 2004.

شود. به همین منظور کمیت $M/(\Delta P/\rho U_m^2)$ معرفی شد که $\Delta P/\rho U_m^2$ افت فشار بی‌بعد است. این کمیت نشانگر درجه اختلاط به‌ازای واحد افت فشار بی‌بعد است. شکل 17 نسبت مقدار این کمیت برای میکرومیکسرهای انحنادار به مقدار آن برای میکرومیکسر مستقیم را برای تعدادی از موارد بررسی‌شده نشان می‌دهد. مشاهده می‌شود که برای همه شاخص‌های توانی و همه اعداد رینولدز این عدد بزرگ‌تر از واحد است؛ بنابراین استفاده از میکرومیکسر انحنادار بسیار مفیدتر از میکرومیکسر مستقیم است، همچنین مشاهده می‌شود در بیشتر موارد و به‌ویژه در اعداد رینولدز بالا، مقدار این کمیت برای میکرومیکسر - ب بیشتر از باقی است که نشان از عملکرد بهتر این میکسر دارد.

7- نتیجه‌گیری

در این مطالعه اختلاط سیالات نیوتنی و غیرنیوتنی در کانال انحنادار و اثر جریان ثانویه روی درجه اختلاط مورد مطالعه قرارگرفت. نتایج در مورد میکرومیکسرهای منحنی یک روند کاهش- افزایشی را برای درجه اختلاط در مقابل عدد رینولدز برای همه شاخص‌های توانی بررسی شده نشان می‌دهد، همچنین مشاهده شد برای مواد مورد بررسی با کاهش شاخص توانی به دلیل افزایش لزجت ظاهری سیال (که علاوه‌بر شاخص توانی به ضریب

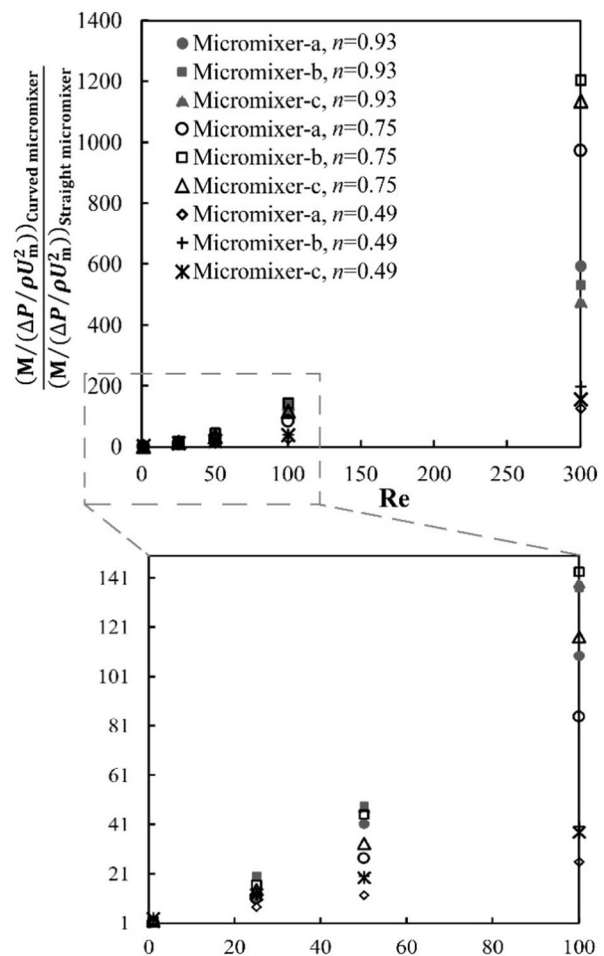


Fig. 17 The ratio of $M/(\Delta P/\rho U_m^2)$ for curved micromixers to the one of straight micromixer

شکل 17 نسبت کمیت بی‌بعد $M/(\Delta P/\rho U_m^2)$ برای میکرومیکسرهای انحنادار به مقدار $M/(\Delta P/\rho U_m^2)$ برای میکرومیکسر مستقیم

- [17] F. Delplace, J.C. Leuliet, Generalized Reynolds number for the flow of power law fluids in cylindrical ducts of arbitrary cross-section, *Chemical Engineering Journal*, Vol. 56, No. 2, pp. 33-37, 1995.
- [18] C. Srisamran, S. Devahastin, Numerical simulation of flow and mixing behavior of impinging streams of shear-thinning fluids, *Chemical Engineering Science*, Vol. 61, No. 15, pp. 4884-4892, 2006.
- [19] H. Fellouah, C. Castelain, A. OulEl-Moctar, H. Peerhossaini, The Dean instability in power-law and Bingham fluids in a curved rectangular duct, *Non-Newtonian Fluid Mechanics*, Vol. 165, No. 3&4, pp. 163-173, 2010.
- [20] F. T. Pinho, J. H. Whitelaw, Flow of non-Newtonian fluids in pipe, *Non-Newtonian Fluid Mechanics*, Vol. 34, No. 2, pp. 129-144, 1990.
- [21] T. Das, S. Chakraborty, Biomicrofluidics: Recent trends and future challenges, *Sadhana*, Vol. 34, No. 4, pp. 573-590, 2009.
- [22] T. Scherr, C. Quitadamo, P. Tesvich, D. S. W. Park, T. Tiersch, D. Hayes, J. W. Choi, K. Nandakumar, W. T. Monroe, A planar microfluidic mixer based on logarithmic spirals, *Micromechanics and Microengineering*, Vol. 22, No. 5, pp. 055019-1-10, 2012.
- [23] T. J. Johnson, D. Ross, L. E. Locascio, Rapid microfluidic mixing, *Analytical Chemistry*, Vol. 74, No. 1, pp. 45-51, 2002.
- [24] B. R. Munson, D. F. Young, T. H. Okiishi, W. W. Huebsch, *Fundamentals of Fluid Mechanics*, Sixth Edition, pp. 265-269, New York: Wiley, 2009.
- [25] A. Alam, K. Y. Kim, Analysis of mixing in a curved microchannel with rectangular grooves, *Chemical Engineering*, Vol. 181-182, pp. 708-716, 2012.
- [26] A. P. Sudarsan, V. M. Ugaz, Fluid mixing in planar spiral microchannels, *Lab on a Chip*, Vol. 6, No. 1, pp. 74-82, 2006.
- [8] V. Kumar, M. Aggarwal, K. D. P. Nigam, Mixing in curved tubes, *Chemical Engineering Science*, Vol. 61, No. 17, pp. 5742-5753, 2006.
- [9] A. Afzal, K. Y. Kim, Flow and mixing analysis of non-Newtonian fluids in straight and serpentine microchannels, *Chemical Engineering Science*, Vol. 116, pp. 263-274, 2014.
- [10] M. Khosravi Parsa, F. Hormozi, S. Mirhaj, Design and modeling study of a curved channel passive micromixer for chemical and biomedical applications, *Proceedings of The 14th national Conference of Chemical Engineering*, Tehran, Iran, October 17-19, 2012. (in Persian فارسی)
- [11] A. Alam, A. Afzal, K. Y. Kim, Mixing performance of a planar micromixer with circular obstructions in a curved microchannel, *chemical engineering research and design* Vol. 92, No. 3, pp. 423-434, 2014.
- [12] K. J. Cook, Y. F. Fan, I. Hassan, Mixing evaluation of a passive scaled-up serpentine micromixer with slanted grooves, *Fluids Engineering*, Vol. 135, No. 8, pp. 081102-1-12, 2013.
- [13] R. T. Tsai, C. Y. Wu, An efficient micromixer based on multidirectional vortices due to baffles and channel curvature, *Biomicrofluidics*, Vol. 5, No. 1, pp. 014103-1-13, 2011.
- [14] F. Bally, C. A. Serra, V. Hessel, G. Hadziioannou, Micromixer-assisted polymerization processes, *Chemical Engineering Science*, Vol. 66, No. 7, pp. 1449-1462, 2011.
- [15] R. P. Chhabra, J. F. Richardson, *Non-Newtonian Flow and Applied Rheology*, Second Edition, pp. 10-11, Oxford: Butterworth-Heinemann, 2008.
- [16] G. S. Jeong, S. Chung, C. B. Kim, S. H. Lee, Applications of micromixing technology, *Analyst*, Vol. 135, No. 3, pp. 460-473, 2010.