



## طراحی معکوس انتقال حرارت جابجایی مخلوط گازهای تابشی در داخل کاناال

محمد امیدپناه<sup>۱</sup>، سید عبدالرضا گنجعلیخان نسب<sup>۲\*</sup>

۱- دانشجوی دکتری، بخش مهندسی مکانیک، دانشکده مهندسی، دانشگاه شهید باهنر کرمان، کرمان، ایران

۲- استاد، بخش مهندسی مکانیک، دانشکده مهندسی، دانشگاه شهید باهنر کرمان، کرمان، ایران

\*گرانج، صندوق پستی 7618868366، ganj110@uk.ac.ir

### چکیده

کار حاضر به مطالعه عددی انتقال حرارت ترکیبی تابش- جابجایی، داخل یک کاناال مستطیلی دو بعدی می پردازد. محیط مورد مطالعه گاز تابشی فرض شده است که مخلوطی از هوا، دی اکسید کربن و بخار آب می باشد. هدف بررسی اثرات تشعشعی کسرهای مولی گازهای  $\text{CO}_2$  و  $\text{H}_2\text{O}$  بر حل مسئله معکوس می باشد که در آن از روش گرادیان مذووج برای پیدا کردن توزیع دما روی سطح دما روی سطح دما که منظور برقرار نمودن شار حرارتی و توزیع دمای مشخص روی سطح طراحی استفاده شده است. سیال عامل، گاز تشعشعی خاکستری با خواص جذب، صدور و پخش همگن می باشد. از ضریب جذب متوسط پلانک در محاسبات تشعشعی استفاده شده است. برای بدست آوردن توزیع دما، معادله انرژی به روش تفاضل محدود حل گردیده است و بهمنظور محاسبه ترم تابشی، معادله انتقال تابش از روش جهات مجزا گرفته شده است. در این مطالعه، تلاش بر این بوده است که تأثیر کسر مولی گازهای تابشی و همچنین سایر پارامترهای مختلف تأثیرگذار از قبیل پارامتر تشعشع- هدایت بر مقدار انتقال حرارت از سطح گرمکن مورد مطالعه قرار گیرد. نتایج نشان می دهند که با زیاد شدن کسر مولی بخار آب و دی اکسید کربن در مخلوط گازی به منظور برقراری دما و شار حرارتی یکنواخت روی سطح طراحی نیاز به هبتوی با توان حرارتی بالاتر می باشد.

### اطلاعات مقاله

مقاله پژوهشی کامل

دریافت: ۲۰ اذر ۱۳۹۵

پذیرش: ۰۴ اسفند ۱۳۹۵

ارائه در سایت: ۱۹ فروردین ۱۳۹۶

کلید واژگان:

انتقال حرارت معکوس

جابجایی

تشعشع

روش جهات مجزا

## Combined radiative-convective inverse design problem in a 2-D channel filled with radiating gases

Mohammad Omidpanah, Seyed Abdolreza Gandjalikhan Nassab\*

Department of Mechanical Engineering, Shahid Bahonar University, Kerman, Iran

\* P.O.B. 7618868366, Kerman, Iran, ganj110@uk.ac.ir

### ARTICLE INFORMATION

Original Research Paper

Received 10 December 2016

Accepted 22 February 2017

Available Online 08 April 2017

#### Keywords:

Inverse heat transfer

Convection

Radiation

DOM

### ABSTRACT

In this paper, an inverse analysis of combined radiation and convection heat transfer in a 2-D rectangular duct is presented. The working fluid is a mixture of air including  $\text{CO}_2$  and  $\text{H}_2\text{O}$  as two radiating gases. The purpose is to verify the effects of gas mole fractions on the solution of inverse design problem in which the conjugate gradient method is used to find the temperature distribution over the heater surface to satisfy the prescribed temperature and heat flux distributions over the design surface. The radiating gas is considered to be a gray participating medium with absorption, emission and isotropic scattering. The Planck mean absorption coefficient is calculated and used in radiative calculations. To obtain the temperature field, the energy equation for participating medium is solved by the finite difference method and the discrete ordinates method is used to solve the radiative transfer equation. An attempt is made to determine the temperature distributions over the heater surface while the enclosure is filled with different mole fractions of  $\text{CO}_2$  and  $\text{H}_2\text{O}$ . The effects of other parameters such as radiation conduction parameter on the solution of inverse problem is examined. It is revealed that increase in mole fraction of gases mixture needs a heater surface with higher power input.

ویسکانتا [۱] نشان داد زمانی که جریان سیال همانند یک محیط شرکت

کننده در انتقال حرارت تشعشعی رفتار می کند، خواص تشعشعی آن که عبارتند از جذب، صدور و پخش تشعشع، پیچیدگی های بسیار زیادی را در شبیه سازی این نوع جریان ها اعمال می کند. تحلیل همزمان تشعشع با سایر مکانیزم های انتقال حرارت از پیچیدگی خاصی برخوردار است؛ به دلیل این که معادله انرژی علاوه بر ترم های هدایت و جابجایی، به معادله حاکم بر پدیده تابش نیز وابسته بوده و رفتار غیرخطی پیدا می کند. حل تحلیلی معادله تابش حتی با فرضیات ساده کننده نیز دشوار است،

**۱- مقدمه**  
ترکیب پدیده تابش با سایر مکانیزم های انتقال حرارت در بسیاری از وسایل و کاربردهای مهندسی از قبیل تجهیزات تولید توان، پرهای توربین های گازی، مبدل های حرارتی و محفظه های احتراق نقش و اهمیت بهسزایی دارد. در شبیه سازی این گونه سیستم ها، برای دستیابی به نتایج دقیق، بایستی جریان گاز را مانند یک محیط شرکت کننده در انتقال حرارت تشعشعی در نظر گرفت و تمام پدیده های انتقال حرارت شامل جابجایی، هدایت و تشعشع را به طور همزمان مورد بررسی و مطالعه قرار داد.

Please cite this article using:

M. Omidpanah, S. A. Gandjalikhan Nassab, Combined radiative-convective inverse design problem in a 2-D channel filled with radiating gases, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 17, No. 4, pp. 117-124, 2017 (in Persian)

برای ارجاع به این مقاله از عبارت ذیل استفاده نمایید:

در آن هدف از طراحی ایجاد توزیع یکنواخت دما و شار حرارتی روی سطح محصول است.

حسینی سوروی و همکاران [21]، مسئله معکوس مرزی انتقال حرارت تشعشع و هدایتی در هندسه‌های دو بعدی نامنظم را مورد مطالعه قرار دادند. در این تحقیق از روش گردایان مزدوج برای پیدا کردن قدرت گرمکن به منظور دستیابی به یک توزیع دما و شار معین روی سطح طراحی استفاده شد. مسئله معکوس مرزی تابش سطحی و جریان جابجایی آشفته اجباری بین دو صفحه تخت موازی توسط شکوهی و همکاران [22] برای ایجاد یکنواخت شار و دما روی سطح طراحی مورد بررسی قرار گرفت. در این مسئله فرض شد که پروفیل سرعت به صورت کاملاً توسعه یافته بوده و تابعی از عدد رینولدز و ارتفاع کانال می‌باشد.

حسینی سوروی و همکاران [24,23] حل مسئله طراحی معکوس حافظه‌های تابشی در محیط‌های جذب کننده و صادر کننده با هندسه‌ی نامنظم را با استفاده از روش‌های بهینه‌سازی مورد مطالعه قرار داده‌اند. مهربان و همکاران [25] حل مسئله معکوس مرزی در یک کوره تابشی با سطح متحرک را مورد مطالعه قرار داده‌اند. دان و همکاران [26] بهینه‌سازی هندسه یک کوره تابشی با محیط شفاف را برای ایجاد شرایط مرزی مطلوب روی دیواره‌ها مورد مطالعه قرار داده‌اند.

بررسی کارهای قبلی نشان می‌دهد که تا به حال حل مسئله معکوس در پدیده انتقال حرارت ترکیبی جابجایی تابش به نحوی که اثرات جنس محیط تابشی بر جواب مسئله موردنظر باشد انجام نگرفته است. لذا در کار حاضر سعی بر این بوده که تاثیر کسر مولی مخلوط گازهای تابشی بر جواب مسئله که همان مقادیر انتقال حرارت از سطح گرمکن می‌باشد مورد مطالعه قرار گیرد. انجام این کار نیازمند حل همزمان معادله انرژی و انتقال تابش و استفاده از یک تکنیک مناسب در مسئله معکوس که همانا روش بهینه‌سازی گردایان مزدوج است، می‌باشد.

## 2- بیان مسئله

هندسه مورد مطالعه، یک کانال مستطیلی شکل دو بعدی به طول  $L$  و ارتفاع  $H$  با  $L/H = 6$  می‌باشد و جریان داخل کانال به صورت توسعه یافته فرض می‌شود. شماتیکی از هندسه مورد مطالعه در "شکل 1" نشان داده شده است. دمای سیال ورودی  $T_{in} = 380\text{ K}$  بوده و سطح طراحی در دمای  $T_D = 380\text{ K}$  قرار دارد و شار حرارتی یکنواخت  $W/m^2 = 200$  بر روی آن اعمال می‌شود. سطح گرمکن نیز روی دیوار بالا قرار گرفته و دمای آن نامعلوم است. سیال عامل داخل کانال، گاز تابشی است که مخلوطی از هوا، دی‌اکسیدکربن و بخار آب فرض می‌شود. هدف از حل مسئله معکوس پیدا کردن توزیع دما روی سطح گرمکن بوده، به گونه‌ای که دما و شار حرارتی یکنواخت روی سطح طراحی برقرار شود.

## 3- معادلات حاکم

جریان داخل کانال آرام، توسعه یافته با توزیع سرعت سهمومی  $((U - (y/L)(1 - (y/L))) = 6(y/L))$  فرض می‌شود. معادله انرژی به صورت معادله (1) قابل بیان است:

$$u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y} = \alpha \left( \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \right) - \frac{1}{\rho c_p} \nabla \cdot q_r \quad (1)$$

معادله انرژی به روش تفاضل محدود گسترش‌سازی شده و ترم دیورژانس شار تابشی از حل معادله انتقال تشعشع قبل محاسبه است که به صورت رابطه

بنابراین تجزیه و تحلیل پدیده تابش از طریق روش‌های عددی صورت می‌پذیرد. خلاصه‌ای از مدل‌های تابشی موجود در متون علمی، در مدت [2] و سیگل و هاول [3] جمع‌آوری شده است.

از جمله مطالعاتی که پدیده تابش را به صورت عددی مورد بررسی قرار داده است می‌توان به مطالعه انتقال حرارت تابشی بین دو صفحه عمودی با استفاده از روش  $P_1$  اشاره کرد که توسط لاریت [4] انجام شده است. چای و پاتانکار [5]، میشرا و رای [6] و کیم و همکاران [7] از روش حجم محدود (FVM) برای محاسبه ترم تابشی معادله انرژی استفاده کردند. از جمله مطالعاتی که روش انتقال مجزا (DTM) را برای حل معادله انتقال تابشی به کار گرفته‌اند می‌توان مطالعه لاکوود و شاه [8] و آناند و میشرا [9] را نام برد. روش مونت کارلو، روشی است که برای حل معادله انتقال تشعشع توسط ویسکانتا [10] و منحوس و ویسکانتا [11] به کار گرفته شده است. یکی از شناخته‌ترین و قوی‌ترین روش‌ها برای حل معادله انتگرالی- دیفرانسیلی انتقال تشعشع روش جهات مجزا (DOM) می‌باشد. از ویژگی‌های روش جهات مجزا قابلیت سازگاری با روش‌های عددی موجود برای تحلیل انتقال حرارت جابجایی و جریان سیال، انعطاف پذیری در هندسه‌های مختلف و قابلیت اتصال ساده آن به معادله انرژی برای حل مسائل کاربردی مهندسی است.

از جمله مطالعاتی که این روش را برای حل ترم تابشی معادله انرژی به کار گرفتند می‌توان به مطالعه خلیل و ترولاو [12]، مزرهاب و همکاران [13]، فایولند [14]، یوسف و همکاران [15]، میشرا و همکاران [16] و موفکر و همکاران [17] در هندسه‌های مختلف اشاره کرد. چو و همکاران تاثیر انتقال حرارت تشعشعی بر انتقال حرارت جابجایی ترکیبی را در کانالهای افقی [19] و معین‌الدینی و گنجعلیخان نسب در محفظه دو بعدی شیدار [20] بررسی کردند.

انتقال حرارت معکوس یکی از مسائل پر کاربرد در صنعت است. در سال‌های اخیر روش‌های بهینه‌سازی برای حل معکوس مسائل انتقال حرارت مورد استفاده قرار گرفته‌اند. امروزه استفاده از روش‌های طراحی معکوس کاربرد گسترده‌ای در طراحی سیستم‌های حرارتی پیدا کرده است. به عنوان مثال در طراحی یک کوره ذوب، طراح ممکن است علاوه‌نمود به یافتن مکان مناسب برای نصب مشعل‌ها و نرخ مصرف سوخت لازم برای ایجاد یک نرخ ذوب مطلوب برای خوارک کوره باشد. در صنایع تولید نیمه هادی‌ها، به منظور بالا بردن کیفیت یک دیسک نیمه هادی در مرحله فرآوری درون یک کوره تابشی لازم است که توزیع شار حرارتی و نیز توزیع دما روی سطح دیسک به طور همزمان دارای پروفیل یکنواخت باشد. در چنین حالتی شیوه قرار گرفتن مناسب گرمکن‌ها و توان گرمایی هریک از آن‌ها در طراحی کوره تابشی می‌تواند این هدف را تأمین کند. این نوع طراحی، طراحی حرارتی معکوس مرزی نامیده می‌شود. برای ایجاد کیفیت یکنواخت روی قطعه‌ای که در یک کوره تابشی مورد عملیات حرارتی قرار گرفته است، باستی همزمان بتوان توزیع یکنواخت دما و شار حرارتی را روی سطح قطعه برقرار نمود. آن‌جا که برقرار نمودن این دو شرط مرزی یکنواخت روی سطح طراحی پیچیده است، از روش معکوس به عنوان راهی برای اجتناب از روش‌های مبتنی بر سعی و خطأ برای رسیدن به هدف استفاده می‌شود. به عبارت دیگر طراحی معکوس مرزی به طراحی یک سیستم گفته می‌شود که برای آن هدف طراحی، هندسه و خواص مواد شخص است و شرایط مرزی موردنیاز برای ارضاء شرایط حرارتی مطلوب باید ارزیابی شوند. هندسه مورد مطالعه در کار حاضر می‌تواند به صورت یک خشک کن دمای بالا در نظر گرفته شود که

طراحی به عنوان اطلاعات اضافی برای تخمین توزیع دما به کار برده شده است که می‌تواند توسط سنسورهایی که روی سطح طراحی نصب گردیده اندازه‌گیری شود. روش گرادیان مزدوج یک تکنیک قدرتمند براساس به حداقل رساندن یکتابع هدف بوده که به صورت مجموع مربعات خطای شار حرارتی واقعی و تخمین زده شده روی سطح طراحی به صورت زیر می‌باشد.

[28]

$$G = \sum_{n=1}^N (Q_{D,n} - Q_{e,n})^2 \quad (10)$$

در این معادله،  $Q_D$  و  $Q_e$  به ترتیب شارحرارتی مطلوب و تخمین زده شده روی سطح طراحی هستند. روند تکراری روش گرادیان مزدوج به صورت زیر قابل بیان است. در پی یک فرآیند تکراری توزیع دمای هیتر در تکرار  $k+1$  به صورت زیر اصلاح می‌شود:

$$T_{h,m}^{k+1} = T_{h,m}^k - \Psi^k d_m^k \quad (11)$$

که بالا نویس  $k$  شماره تکرار می‌باشد.  $\Psi^k$  مقدار گام جستجو بوده و بردار  $d$  جهت فروض است که به صورت زیر قابل محاسبه است:

$$d_m^k = \nabla G_m^k - \gamma^k d_m^{k-1} \quad (12)$$

که به صورت مزدوج بردار گرادیان جهتی  $G$  و جهت فروض در تکرار قبل می‌باشد. در معادله (12)،  $\gamma$  ضریب مزدوج است که به صورت زیر بیان می‌شود (براساس نسخه پولاک - ریبیر):

$$\gamma^k = \frac{\sum_{m=1}^M [(\nabla G_m^k) \cdot (\nabla G_m^{k-1})]}{\sum_{m=1}^M [(\nabla G_m^{k-1})]^2} \quad (13)$$

برای بدست آوردن  $G$  بایستی از معادله (10) نسبت به پارامتر مجھول  $T_{h,m}$  مشتق گیری کرد.

$$\nabla G_m^k = -2 \sum_{n=1}^m J_{nm}^k (q_{D,n} - q_{e,n}^k) \quad (14)$$

در اینجا  $J_{nm}$  ضریب حساسیت است که از طریق مسئله حساسیت به دست می‌آید. در نهایت با تعیین ضرایب حساسیت و جهت فروض، مقدار گام جستجو به صورت زیر محاسبه می‌شود.

$$\Psi^k = \frac{\sum_{m=1}^M \sum_{n=1}^N J_{nm}^k d_m^k (Q_{e,n}^k - Q_{D,n})}{\sum_{m=1}^M \sum_{n=1}^N (J_{nm}^k d_m^k) (J_{nm}^k d_m^k)} \quad (15)$$

### 5- مسئله حساسیت

ضریب حساسیت در معادله (14) نشان‌دهنده میزان حساسیت شار حرارتی تخمین زده شده  $Q_{e,n}$  روی سطح طراحی نسبت به تغییرات دمای گره  $m$  روی سطح گرمکن می‌باشد. ضرایب حساسیت با مشتق گیری از معادلات مربوطه و شرایط مرزی نسبت به دمای گره‌های مجھول روی سطح گرمکن به دست می‌آید. معادلات مشتق گرفته شده به صورت زیر نوشته می‌شوند:

$$\rho c_p \left( u \frac{\partial \xi^m}{\partial X} + v \frac{\partial \xi^m}{\partial Y} \right) = k \left( \frac{\partial^2 \xi^m}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 \xi^m}{\partial Y^2} \right) - \kappa_p [16\sigma T^3 \xi^m - \sum_{i=1}^n (\eta_i^m \omega_i)] \quad (16)$$

$$\xi_h^m(X) = \delta(X - X_m) \quad (17.a)$$

$$\xi^m(X) = 0 \quad (17.b)$$

$$(\vec{s} \cdot \nabla) \eta^m(\vec{r}, \vec{s}) = -\beta \eta^m(\vec{r}, \vec{s}) + 4\kappa_p \sigma \frac{T^3}{\pi} \xi^m + \frac{\sigma_s}{4\pi} \int_{4\pi} \eta^m(\vec{r}, \vec{s}) \phi(\vec{r}, \vec{s}) d\Omega' \quad (18)$$

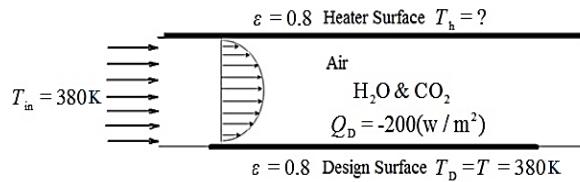


Fig.1 Geometry of the problem

شکل 1 شماتیک هندسه مورد مطالعه

(2) بیان می‌شود.

$$\nabla \cdot q_r = \kappa_p (4\pi I_b(\vec{r}) - G(\vec{r})) \quad (2)$$

که در معادله (2)،  $G(\vec{r})$  تشعشع برخورده است که از معادله (3) محاسبه می‌شود:

$$G(\vec{r}) = \int_{4\pi} I(\vec{r}, \vec{s}) d\Omega \quad (3)$$

برای دستیابی به میدان شدت تابش و در نتیجه به دست آوردن  $\nabla \cdot q_r$  لازم است معادله انتقال تشعشع حل شود.

$$(\Omega \cdot \nabla) I(r, \Omega) = -\beta I(r, \Omega) + \kappa_p I_b(r) + \frac{\sigma_s}{4\pi} \int_{4\pi} I(r, \Omega') \Phi(\Omega, \Omega') d\Omega \quad (4)$$

که  $I(\vec{r}, \vec{s})$  شدت تشعشع در مکان  $r$  و جهت  $\vec{s}$  شدت تشعشعی جسم سیاه در مکان  $r$  و در دمای محیط می‌باشد.  $\kappa_p$  و  $\sigma_s$  به ترتیب ضرایب جذب و پخش محیط خاکستری بوده، و  $\beta = \sigma_s + \kappa_p$  ضریب میرای نام دارد.  $\Phi(\vec{r}, \vec{s}, \vec{s}')$  تابع پخش فازی است که بیان کننده میزان انحراف شدت تشعشع از جهت ورودی  $\vec{s}'$  به جهت خروجی  $\vec{s}$  است که در مطالعه حاضر معادل با یک، براساس فرض انحراف همگن در نظر گرفته شده است.

برای سطوح انعکاسی پخشی شرط مرزی تشعشعی برای معادله (4) به صورت زیر است:

$$I_w(\vec{r}_w, \vec{s}) = \varepsilon I_b(r) + \frac{\rho}{\pi} \int_{n, \Omega' < 0} I(r, \Omega') |n \cdot \Omega'| d\Omega' \quad (5)$$

در این رابطه  $I_w(\vec{r}_w, \vec{s})$  شدت تشعشعی است که دیواره را ترک می‌کند،  $\varepsilon_w$  ضریب صدور دیواره و  $n$  بردار یکه نرمال دیواره می‌باشد.

شار حرارتی تشعشعی روی دیواره از معادله (6) قابل محاسبه است:

$$Q_R = \varepsilon_w \left[ \pi I_{b,w} - \int_{\vec{n}_w \cdot \vec{s}' < 0} I |\hat{n} \cdot \hat{s}| d\Omega \right] \quad (6)$$

شار حرارتی جابجایی و کل در دیواره مرزی به صورت زیر به دست می‌آیند.

$$Q_C = -k \frac{\partial T_w}{\partial y} \quad (7)$$

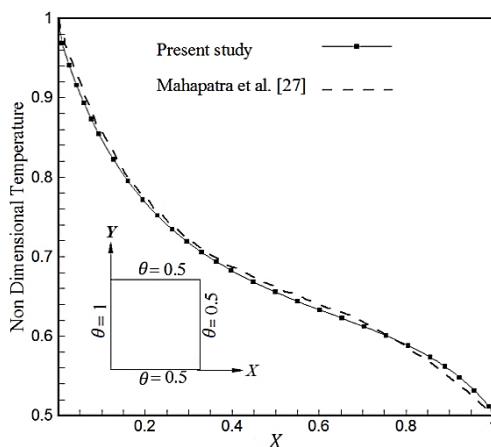
$$Q_T = Q_C + Q_R \quad (8)$$

در مطالعه حاضر، ضریب جذب پلانک، که به عنوان ضریب جذب متوسط در محاسبات استفاده می‌شود، توسط روش خط به خط محاسبه می‌شود. این ضریب در دمای  $T_{avg}$  با استفاده از داده‌های پایگاه هایتن 2008 در بازه  $150 < \eta < 9300 \text{ cm}^{-1}$  و با استفاده از 457500 خط ضریب جذب به صورت زیر محاسبه می‌شود.

$$\kappa_p = \frac{\int_0^\infty I_{b\eta} \kappa_\eta d\eta}{\int_0^\infty I_{b\eta} d\eta} \quad (9)$$

### 4- مسئله معکوس

در مسئله معکوس حاضر، از روش گرادیان مزدوج برای تخمین توزیع دمای نامعلوم روی سطح گرمکن استفاده شده است. توزیع شار حرارتی روی سطح



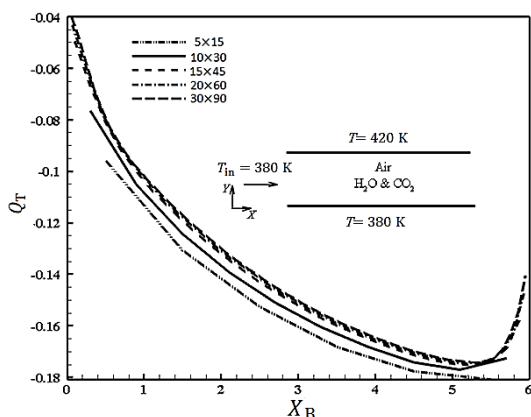
شکل 2 مقایسه دمای محاسبه شده در وسط محفظه با حل عددی ماهاباترا و همکاران [27] ( $\omega = 0.5, \varepsilon_w = 0.5, \tau = 1$ )

**8-استقلال نتایج از شبکه محاسباتی**  
برای دستیابی به نتایج عددی دقیق‌تر و عدم وابستگی نتایج به شبکه محاسباتی و همچنین کاهش زمان انجام محاسبات، تلاش می‌شود شبکه پنهانه برای انجام محاسبات انتخاب شود. در این راستا شارحرارتی کل بر روی دیواره پایین کانال برای حالتی که در "شکل 3" نشان داده شده است به ازاء پنج شبکه محاسباتی به دست آمده است.  
براساس نتایج "شکل 3"، شبکه  $20 \times 60$  به عنوان شبکه بهینه برای انجام محاسبات انتخاب شده است.

## 9-نتایج

با روش عددی ذکر شده در قسمت‌های قبلی مقاله حاضر، مسئله طراحی معکوس در مورد سیستم نشان داده شده در "شکل 1" حل شده است. در ابتدا بمنظور نمایش چگونگی میل به جواب نهایی همگرا شده در "شکل 4" مقدار خطای سطح طراحی در بر حسب تعداد تکرار تا رسیدن به جواب همگرا شده نشان داده شده است.

به منظور تعیین رفتار حرارتی جریان جابجایی گازهای تابشی در "شکل 5" میدان دما در کل ناحیه محاسباتی به تمویر کشیده شده است. قابل ذکر است که در مسئله مورد مطالعه جریان گاز آرام با عدد رینولدز برابر 400 بوده و دمای گاز ورودی و سطح طراحی معادل با هم و برابر با  $K = 380$  در نظر شده است.



شکل 3 بررسی ولستگی نتایج عددی به شبکه محاسباتی

که در این معادلات  $\eta^m(X) = \partial I / \partial T_{h,m}$  و  $\xi^m(X) = \partial T / \partial T_{h,m}$  می‌باشد. این معادلات به روش مشابهی که در مسئله مستقیم استفاده شد حل می‌شوند. با حل این معادلات ضرایب حساسیت به صورت زیر محاسبه می‌شوند.

$$J_{h,m} = \frac{\partial Q_{e,n}}{\partial T_{h,m}} \quad n = 1, 2, \dots, N \quad (19)$$

برای کامل کردن ماتریس حساسیت، مسئله حساسیت باستی  $M$  مرتبه (به تعداد گره‌های روی سطح گرمکن) حل شود.  
 واضح است که بهدلیل وجود شدت تابش جسم سیاه در ترم تابشی معادله انرژی، که به عنوان معادله حاکم در طراحی معکوس مورد حل قرار می‌گیرد بهدلیل رفتار غیرخطی انتظار می‌رود که تخمین به عمل آمده در مسئله معکوس، تخمین غیرخطی باشد.

## 6-روند حل محاسبات عددی

روش حل مسئله معکوس به روش گرادیان مزدوج را می‌توان به صورت زیر خلاصه کرد. با حدس توزیع دمای نامعلوم روی سطح هیتر ( $x$ )، حل مسئله شروع شده، با  $k=0$  و مراحل زیر انجام می‌گیرد:

گام 1: مسئله مستقیم برای به دست آوردن توزیع دمای درون محیط حل می‌شود.

گام 2: تابع هدف  $G$  توسط معادله (10) محاسبه شده و چک می‌شود که از یک مقدار کوچک از پیش تعیین شده کوچکتر باشد. این مقدار کوچک به نحوی انتخاب می‌گردد که جواب با دقت کافی به دست آید. اگر این شرط برقرار شد روند محاسبات قطع شده در غیر این صورت مرحله 3 در پیش روست.

گام 3: با داشتن توزیع دمای محیط در مرحله اول مسئله اول حساسیت حل می‌شود.

گام 4: گرادیان جهتی  $G$  و ضریب مزدوج توسط معادلات (13) و (14) محاسبه می‌گردد.

گام 5: جهت فرود  $d_m^k$  و  $\Psi^k$  مقدار گام جهتی به ترتیب توسط معادلات (12) و (15) تعیین می‌گردد.

گام 6: تخمین جدید برای توزیع دمای  $T_h$  تعیین گردیده و با جایگزینی مرحله  $k$  با  $k+1$  به گام شماره 1 برگشت می‌شود.  
قابل ذکر است که بمنظور نمایش نتایج عددی از پارامترهای بدون بعد زیر در کار حاضر استفاده شده است.

$$\theta = \frac{T}{T_D} \quad (X, Y) = \left( \frac{x}{H}, \frac{y}{H} \right) \quad Q = \frac{q}{\sigma T_D^4} \quad RC = \frac{\sigma T_D^3 H}{k}$$

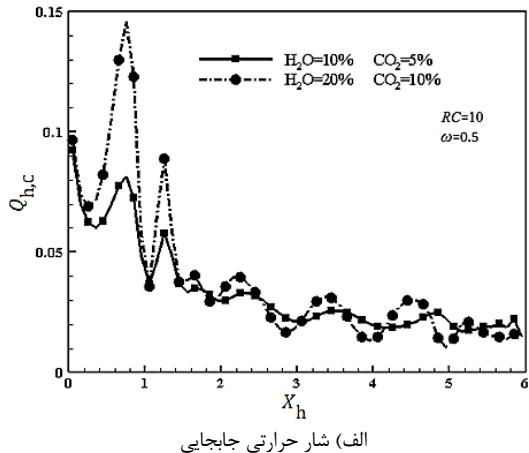
## 7-اعتبارسنجی نتایج

برای بررسی درستی و کارآمدی برنامه رایانه‌ای نوشته شده به زبان فرتون، نتایج حاصل از مطالعه کنونی با نتایج مطالعات پیشین مقایسه می‌شود. بدین منظور نتایج کار حاضر با مسئله مستقیم انتقال حرارت مرکب تشعشعی و هدایت انجام شده توسط ماهاباترا [27] مقایسه شده است. مسئله مورد مطالعه یک محفله مربعی با طول  $L$  و دیوارهای سیاه و دما ثابت است و دمای دیوار سمت چپ از دمای سایر دیوارها بیشتر است.

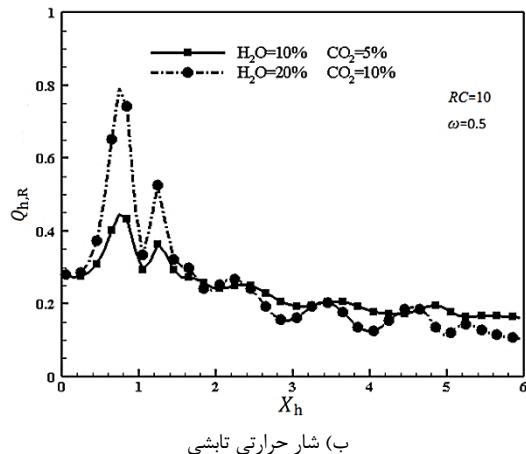
چگونگی تغییرات دما در صفحه میانی محفله ( $y=L/2$ ) در طول محور افقی ( $x$ ) در "شکل 2" نشان داده شده است. همان‌طور که در "شکل 2" دیده می‌شود، سازگاری خوبی بین نتایج عددی حاضر و نتایج گزارش شده در مرجع [27] وجود دارد.

مقدار مختلف کسر مولی بخار آب و دی اکسید کربن رسم شده است. که مoid وقوع بیشترین دما در مقطع  $X=1$  (ابتدا سطح طراحی) و کاهش دما در جهت پایین دست جریان بهمراه نوسانات دمایی می باشد. این شکل نشان می دهد که با افزایش کسر مولی گازهای تابشی در مخلوط گازی و در پی آن از دیاد قدرت تابشی گاز، درجه حرارت سطح هیتر به منظور نگهداری سطح طراحی در دما و شارحرارتی دلخواه افزایش می باید، به طوری که توان حرارتی بیشتری در هیتر نسبت شده نیاز است.

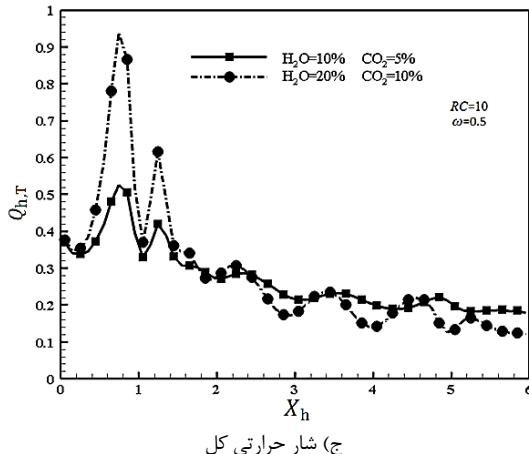
به منظور نمایش بیشتری از رفتار حرارتی سیستم، در "شکل 7" توزيع شارحرارتی جابجایی، تابشی و کل در روی سطح هیتر رسم شده است. این



الف) شارحرارتی جابجایی



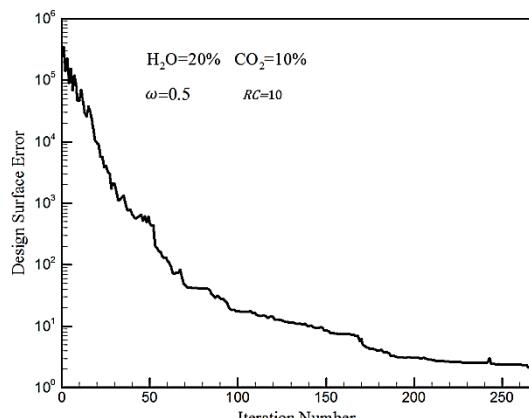
ب) شارحرارتی تابشی



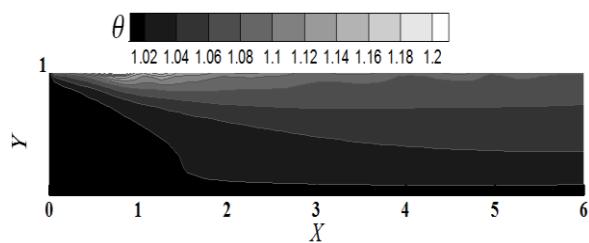
ج) شارحرارتی کل

**Fig. 7** Total heat flux distribution over the heater surface at different  $\text{CO}_2$  and  $\text{H}_2\text{O}$  mole fractions

شکل 7 توزیع شارحرارتی روی سطح هیتر

**Fig. 4** مقدار خطای سطح طراحی در روند تکراری محاسبات

شکل 4 مقدار خطای سطح طراحی در روند تکراری محاسبات



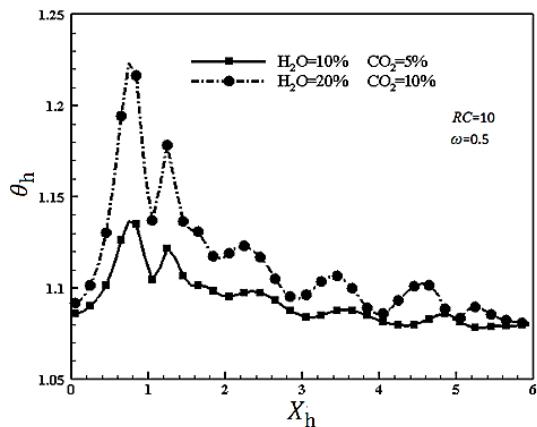
**Fig. 5** Temperature distribution in the air flow cavity for air mixture with 10%  $\text{CO}_2$  and 20%  $\text{H}_2\text{O}$ ,  $RC=10$

شکل 5 میدان دما در جریان داخل کanal

گرفته شده است.

شکل مذکور نشان می دهد که برای اعمال شارحرارتی یکنواخت و معادل  $200 \text{ W/m}^2$  به سطح طراحی، نیاز به افزایش ناگهانی دما روی سطح هیتر بوده به نحوی که بیشترین مقدار دما دقیقاً در مقطعی که سطح طراحی شروع می شود اتفاق می افتد، به طوری که بعد از آن، با داشتن نقاط ماکریزیم و مینیمم محلی، دما کاهش چشمگیری پیدا می کند. چگونگی فرآیند گرمایش گاز در طول کanal نیز به وضوح در "شکل 5" قابل مشاهده است. به نحوی که در پایین دست جریان، دمای گاز افزایش یافته و گرادیان دمای قابل ملاحظه ای در جریان گاز در جهت زاویه در نزدیکی مقطع خروجی کanal به وجود می آید.

در "شکل 6" نحوه تغییرات درجه حرارت روی سطح هیتر بازی دو



**Fig. 6** Temperature distribution over the heater surface at different  $\text{H}_2\text{O}$  and  $\text{CO}_2$  mole fractions

شکل 6 توزیع دما روی سطح هیتر بازی کسرهای مولی مختلف برای  $\text{H}_2\text{O}$  و  $\text{CO}_2$

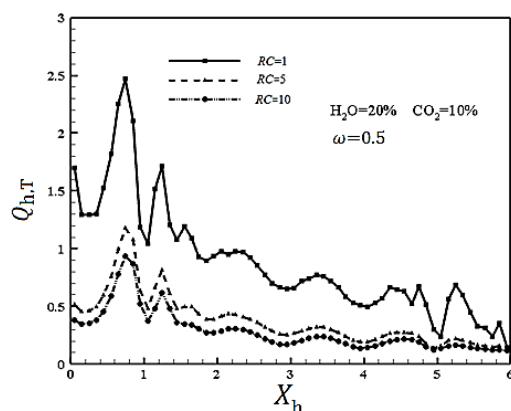


Fig. 9 Total heat flux distribution over the heater surface at different values of the  $RC$  parameter

شکل 9 توزیع شار حرارتی روی سطح هیتر بازی مقادیر مختلف پارامتر تابشی هدایتی

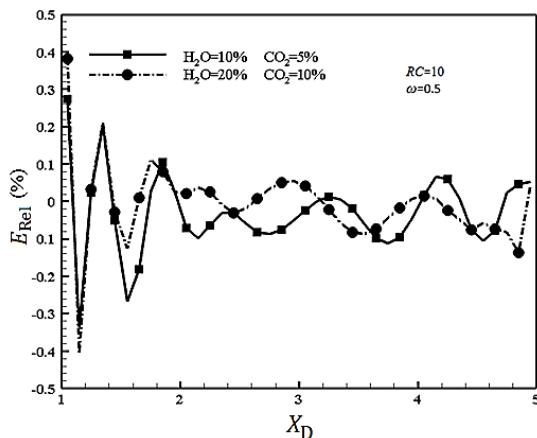


Fig. 10 Relative error distribution over the design surface for different values of gas mole fractions

شکل 10 نحوه تغییرات خطای نسبی روی سطح طراحی

مخلوطی از هوا، دی‌اکسیدکربن و بخار آب فرض شده است. هدف بررسی اثرات نوع محیط تابشی بر حل مسئله معکوس می‌باشد به گونه‌ای که در آن از روش گرادیان مزدوج برای پیدا کردن توزیع دما روی سطح گرمکن به منظور برقرار نمودن شار حرارتی و توزیع دمای مشخص روی سطح طراحی استفاده شده است. در این کار با تغییر دادن کسرهای مولی گازهای  $CO_2$  و  $H_2O$  در مخلوط تابشی، جنس محیط تابشی عوض شده و سعی شده است اثر این پارامتر بهخصوص در توزیع دمای سطح هیتر و مقدار شار حرارتی تابشی و جابجایی آن مورد مطالعه قرار گیرد. نتایج نشان می‌دهند که با زیاد شدن کسر مولی بخار آب و دی‌اکسیدکربن در مخلوط گازی به منظور برقراری دما و شار حرارتی یکنواخت روی سطح طراحی نیاز به هیتری با توان حرارتی بالاتر می‌باشد.

## 11- فهرست علائم

جهت فروض	$d$
خطا	$E$
تابع هدف (خطای سطح طراحی)	$G$
ارتفاع کanal	$H$
شدت تشعشع	$I$

شکل نشان دهنده رفتار مشابهی در نحوه تغییرات شار جابجایی و تابشی روی سطح هیتر است، همان‌گونه که در "شکل 5" دیده شد، به طوری که بیشترین توان محلی مصرفی در مقطع ابتدایی سطح طراحی اتفاق افتاده و بعد از آن روند نزولی شار جابجایی و تابشی در راستای سطح هیتر با وجود نوساناتی در این متریالها ایجاد می‌شود. شکل (ج-7) نیز گواه بر این واقعیت است که با تابشی تر شدن محیط از طریق افزایش کسر مولی بخار آب و دی‌اکسیدکربن توان مصرفی هیتر در نواحی بالا دست جریان افزایش یافته اما در نواحی پایین دست تأثیر چندانی مشاهده نمی‌شود.

یکی از عوامل مؤثر در پدیده انتقال حرارت تابشی پارامتر تابشی هدایتی است که مقدار بزرگ آن ممکن است بودن انتقال حرارت تابشی به هدایت است. به منظور مطالعه اثر این پارامتر در "شکل 8" توزیع دمای هیتر و در "شکل 9"، شار حرارتی کل در روی سطح هیتر به تصویر کشیده شده است. این اشکال گواه بر این واقعیت هستند که با زیاد شدن قدرت صورت افزایشی تابشی گاز نیاز به هیتری با درجه حرارت پایین تر و به تبع آن با قدرت مصرفی کمتر می‌باشد.

یکی از پارامترهایی که میزان دقت محاسبات را در مسئله طراحی معکوس نشان می‌دهد خطای نسبی است که به صورت زیر قابل محاسبه می‌باشد

$$E_{rel} = \frac{(Q_{D,n} - Q_{e,n})}{Q_{D,n}} \quad (20)$$

که مقدار آن در هر نقطه محاسباتی روی سطح طراحی میزان انحراف شار حرارتی دلخواه از مقدار محاسبه شده در طی حل مسئله معکوس را به صورت درصد بیان می‌کند. در "شکل 10" توزیع این پارامتر در راستای سطح طراحی رسم شده است. ضمن این که می‌توان به این واقعیت پی برد که با کوچک بودن مقدار این خطای  $E_{rel} \leq 0.4\%$  برای تمام نقاط محاسباتی انتظار دقت بالایی در محاسبات طراحی می‌رود. بیشترین مقدار خطای برای نقاط ابتدایی اتفاق افتاده جایی که گرادیانهای بزرگ دمایی به موقع می‌پیوندد. به علاوه "شکل 10" ممکن است که تغییر در کسر مولی گازهای تابشی موجود در هوا تأثیر چندانی بر خطای نسبی ندارد.

## 10- نتیجه‌گیری

مطالعه حاضر به تحلیل انتقال حرارت معکوس ترکیبی تابش- جابجایی، داخل یک کanal مستطیلی شکل می‌پردازد. محیط مورد مطالعه گاز تابشی با

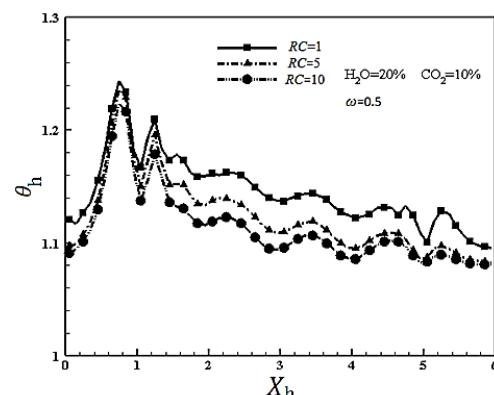


Fig. 8 Temperature distribution over the heater surface at different values of the  $RC$  parameter

شکل 8 توزیع درجه حرارت روی سطح هیتر بازی مقادیر مختلف پارامتر تابشی هدایتی

## -12- مراجع

- [1] R. Viskanta, Overview of convection and radiation in high temperature, *International Journal of Engineering Science*, Vol. 36, pp. 1677-1699, 1998.
- [2] M. F. Modest, *Radiative Heat Transfer*, Chapter 16, Academic Press, San Diego, 2003.
- [3] R. Siegel, J. R. Howell, *Thermal Radiation Heat Transfer*, Fourth Edition, pp. 44-46, Published by Taylor & Francis, New York, USA, 2002.
- [4] G. Lauriat, Combined Radiation-Convection in Gray Fluids Enclosed in Vertical Cavities, *ASME Journal of heat transfer*, Vol. 104. No. 4, pp. 609-615, 1982.
- [5] J. C. Chai, H. S. Lee, S. V. Patankar, Finite volume method for radiation heat transfer, *Journal of Thermophysics and Heat Transfer*, Vol.8, No.3, pp. 419-425, 1994.
- [6] S. C. Mishra, H. K. Roy, Solving transient conduction-radiation problems using the lattice Boltzmann method and the finite volume method, *Journal of Computational Physics*, Vol. 223, pp.89-107, 2007.
- [7] M. Y. Kim, S. W. Baek, C. Y. Lee, Prediction of radiative heat transfer between two concentric spherical enclosures with the finite volume method, *International Journal of Heat Mass Transfer*, Vol. 51, pp. 4820-4828, 2008.
- [8] F. C. Lockwood, N. G. Shah, A new radiation solution method for incorporation in general combustion prediction procedures, *Symposium (International) on Combustion*, Vol. 18, pp. 1405-1414, 1981.
- [9] N. Anand, S. C. Mishra, The discrete transfer method applied to the radiative heat transfer in a variable refractive index semitransparent medium, *Journal of Quantitative Spectroscopy & Radiative Transfer*, Vol. 102, pp. 432-440, 2006.
- [10] R. Viskanta, R. J. Grosh, Heat Transfer in a Thermal Radiation Absorbing and Scattering Medium, *International Heat Transfer conference*, pp. 820-828, New York, 1961.
- [11] M. P. Menguc, R. Viskanta, Radiation heat transfer in combustion systems, *Energy Combustion Science*, Vol. 13, pp. 97-160, 1987.
- [12] E. E. Khalil, J. S. Truelove, Calculation of radiative heat transfer in a large gas fired furnace, *Letters in Heat and Mass Transfer*, Vol. 4, pp. 353-365, 1977.
- [13] A. Mezrhab, D. Lemonnier, S. Meftah, A. Benbrik, Numerical study of double diffusion convection coupled to radiation in a square cavity filled with a participating grey gas, *Journal of Physics D: Applied Physics*, Vol. 41, pp. 195501-195517, 2008.
- [14] W. A. Fiveland, Discrete ordinates solution of the radiative transport equation for rectangular enclosures, *Journal Heat Transfer*, Vol. 106, No. 4, pp. 699-706, 1984.
- [15] A. Yucel, S. Acharya, M. L. Williams, Natural convection and radiation in a square enclosure, *Numerical Heat Transfer, part A: Application*, Vol. 15, pp. 261-278, 1989.
- [16] A. Yucel, S. Acharya, M. L. Williams, Natural convection of a radiating fluid in square enclosure with perfectly conducting walls, *Sadhana*, Vol. 19, pp. 751-764, 1994.
- [17] S. C. Mishra, H. K. Roy, N. Misra, Discrete ordinate method with a new and a simple quadrature scheme, *Journal of Quantitative Spectroscopy & Radiative Transfer*, Vol. 101, pp. 249-262, 2006.
- [18] F. Moufekkhir, M. A. Moussaoui, A. Mezrhab, H. Naji, D. Lemonnier, Numerical prediction of heat transfer by natural convection and radiation in an enclosure filled with an isotropic scattering medium, *Journal of Quantitative Spectroscopy & Radiative Transfer*, Vol. 113, pp. 1689-1704, 2012.
- [19] H. Chiu, J. Jang, W. Yan, Mixed convection heat transfer in horizontal rectangular ducts with radiation effects, *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol. 50, No. 15, pp. 2874-2882, 2007.
- [20] M. Moein addini, S. A. Gandjalikhian, Investigation of lid-driven speed on mixed convection heat transfer in two dimensional cavities containing radiating gases by numerical method, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 16, No. 3, pp. 239-250, 2016. (in Persian)
- [21] S. M. Hosseini Sarvari, J. R. Howell, S. H. Mansouri, Inverse boundary design conduction-radiation problem in irregular two-dimensional domains, *Numerical Heat Transfer: PartB: Fundamentals*, Vol. 44, No. 3, pp. 209-224, 2003.
- [22] A. A. Shokouhi, S. Payan, S. M. Sarvari, Inverse Boundary Design Problem of Turbulent Forced Convection Between Parallel Plates With Surface Radiation Exchange, *Heat Transfer Engineering*, Vol. 36, No. 5, pp. 488-497, 2015.
- [23] S. M. Hosseini Sarvari, S. H. Mansouri, J. R. Howell, Inverse boundary design radiation problem in absorbing-emitting media with irregular Geometry, *Numerical Heat Transfer, Part A*, Vol. 43, pp. 565-584, 2003.
- [24] S. M. Hosseini Sarvari, Inverse determination of heat source distribution in conductive-radiative media with irregular geometry, *Journal of Quantitative Spectroscopy and Radiative Transfer*, Vol. 93, pp. 383-395, 2005.
- [25] S. Mehrabani, S. M. H. Sarvari, A. Farahat, Quasi-Steady Method for Inverse Design and Control of a Two-Dimensional Radiant Oven in Transient State, *Proceeding ICHMT International Symposium on Advances in Computational Heat Transfer*, Marrakesh, Morocco, pp. 114, 2008.
- [26] K. J. Daun, J. R. Howell, D. P. Morton, Geometric Optimization of Radiative Enclosures Through Non-Linear Programming, *Numerical Heat Transfer, Part B*, Vol. 43, pp. 203-219, 2003.

ماتریس حساسیت	$J$
بردار مکان	$\vec{r}$
ضریب هدایت حرارتی	$k$
ظرفیت حرارتی ویژه	$c_p$
مشخصه طول کanal	$L$
شمارنده گره روی گرمن	$M$
شمارنده گره روی سطح طراحی	$N$
شارحرارتی	$q$
شارحرارتی بدون بعد	$Q$
پارامتر تشعشع - هدایت	$RC$
دما	$T$
سرعت متوسط در ورودی کanal	$U_0$
مولفه سرعت بدون بعد در راستای افقی	$U$
مولفه سرعت در راستای افقی	$u$
مختصات ابعادی	$x, y$
مختصات بدون بعد	$X, Y$
<b>علامت یونانی</b>	
ضریب میرایی	$\beta$
ضریب صدور	$\epsilon$
تابع دیراک	$\delta$
تابع پخش فازی	$\varphi$
ثابت وزنی	$\gamma$
مشتق شدت تشعشع به المان هیتر	$\eta$
دماهی بدون بعد	$\theta$
چگالی	$\rho$
مشتق دما نسبت به المان هیتر	$\xi$
طول موج	$\lambda$
ضریب استفن بولتزمن	$\sigma$
ضریب جذب	$\sigma_a$
ضریب پخش	$\sigma_s$
ضریب البدو	$\omega$
ضریب جذب متوسط	$\kappa_p$
زاویه فضایی	$\Omega$
<b>زیر نویس‌ها</b>	
جسم سیاه	$b$
سطح طراحی	$D$
پایین	$B$
تخمینی	$e$
مقدار متوسط	$ave$
ورودی	$in$
جابجایی	$C$
تشعشعی	$R, r$
کل	$T$
دیوار	$W$
نسبی	$Rel$
میانگین مریع ریشه‌ها	$rms$

& Radiative Transfer, Vol. 102, No. 2, pp. 277–292, 2006.  
[28] M. N. Ozisik, H. R. B. Orlande, *Inverse Heat Transfer*, pp. 58-66, Published by Taylor & Francis, New York, USA, 2000.

[27] S. K. Mahapatra, B. K. Dandapat, A. Sarkar, Analysis of combined conduction and radiation heat transfer in presence of participating medium by the development of hybrid method, *Journal of Quantitative Spectroscopy*